

INSEA

Projet de Fin d'Etudes

**Tarification - Provisionnement et Rentabilité des
produits en Unités de Compte**

Préparé par : *M. Ayaovi Eyram ZOTEFE*
Mme Kaoutar MARZOUK

Sous la direction de : *M. Fouad MARRI (INSEA)*
Mme Zineb ARICHI (AXA Assurance Maroc)
M. Mericain CLAUDE (AXA Assurance Maroc)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du
Diplôme d'Ingénieur d'Etat
Filière : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- *M. Fouad MARRI (INSEA)*
- *M. Touhami ABDELKHALEK (INSEA)*
- *M. Mericain CLAUDE (AXA Assurance Maroc)*

Juin 2019/PFE N°24

Résumé :

Les contrats libellés en unités de compte permettent à l'assuré de joindre l'utile de l'Assurance Vie à l'agréable des marchés financiers. En effet, ce type de produit offre la possibilité d'adosser son épargne à des supports d'investissements autres que le support en dirhams. Au lieu d'investir l'ensemble des primes dans le même fonds général de la compagnie à l'instar des produits d'Assurance-Vie classiques, l'épargne de l'assuré est adossée dans le cadre des contrats en UC à des OPCVM (Actions, Obligations, Diversifiés, ...). La ventilation de l'épargne se fait selon l'aversion au risque de l'assuré et sa gestion en fonction du type de clientèle concernée (clients avisés ou grand public). Cette flexibilité qu'offre les contrats en UC permet d'élaborer des stratégies d'investissement qui génèrent des rendements supérieurs à ceux des contrats classiques. D'autre part, malgré que dans le cadre des contrats à capital variable, l'évolution de l'épargne dépend directement de la valeur de l'UC, les garanties plancher, souvent associées à ce type de contrat, permettent d'accorder à l'assuré une certaine sécurité.

Du côté de l'assureur, les produits en UC présente l'avantage de transmission du risque financier au client qui subit directement les fluctuations des supports sur lesquels son contrat est adossé. Ainsi, avec les contrats en UC sans garanties spécifiques, le risque de placement est entièrement supporté par l'assuré contrairement aux contrats classiques en dirhams qui se caractérisent par une certaine sécurité grâce à des caractéristiques telle que le types de placements effectués et l'application du taux minimum garanti et de la participation aux bénéfices.

De ce fait, pour rendre plus attractifs ces contrats en UC et afin de moins exposer les assurés aux aléas des marchés financiers, les assureurs commercialisent ces produits sous forme de contrats multisupport offrant la possibilité de partager l'épargne entre deux compartiments ; l'un en DH et l'autre en UC et avec des garanties spécifiques moyennant le versement d'un capital supplémentaire. Ainsi, le risque est partagé entre assureur et assuré.

Néanmoins, ces garanties nécessitent davantage un travail de tarification, de provisionnement et d'étude de rentabilité. Par conséquent, nous étions sollicités pour un projet permettant de mettre en œuvre un produit en unités de compte vue l'intérêt que porte AAM et AXA Groupe à ce type de produit. En effet, dans un premier temps, notre objectif est de tarifier le produit en UC en traitant une panoplie de méthodes utilisées pour estimer le taux de prime à prélever au titre de la garantie. Ensuite, à la base des tarifs ressortis dans la première étape, on remonte aux provisions nécessaires pour couvrir l'engagement de l'assureur. Finalement, la dernière partie traite de la rentabilité des contrats en UC à travers différents indicateurs tels que la NBV, TRI et NBM.

Mots-Clés : UC, Garantie Plancher, Multisupport, Black-Scholes, Put.

Dédicaces :

A mes parents pour leur amour et pour tout le soutien qu'ils m'ont apporté jusqu'en ce jour, ils sont tout simplement irremplaçables.

A M. Mericain CLAUDE et Mme Zineb ARICHI pour la disponibilité et les connaissances qu'ils nous ont permis d'acquérir, pour ce stage en tout point bénéfique, je ne saurais les remercier.

A ma chère binôme Kaoutar MARZOUK, pour sa fidèle collaboration, son implication et sa très grande participation à la réalisation de ce projet

A toute la communauté actuarielle,

A tous mes amis,

A tous ceux qui de loin ou de près ont contribué à la réalisation de ce projet.

Ayaovi Eyram ZOTEFÉ

Dédicaces :

Je dédie ce travail à mes chers parents que nulle dédicace ne puisse exprimer mes sincères sentiments, pour leur patience illimitée, leur encouragement contenu, leur aide, en témoignage de mon profond amour et respect pour leurs grands sacrifices.

A M. Mericain CLAUDE et Mme Zineb ARICHI, qui par leurs conseils et leur disponibilité notre travail a pu être mené à bon port.

A mon cher binôme Jean, pour sa persévérance , sa collaboration, son intarissable encouragement et ses incontestables sacrifices.

A ma chère amie Hajar et à toute la famille BOUKOURAYCH pour leur soutien, leur amour et leurs précieux conseils.

A toute personne qui a contribué, de près ou de loin, à l'accomplissement de ce projet.

Kaoutar MARZOUK

Remerciements :

*Au terme de ce travail, nous tenons à remercier dans un premier lieu, **M. Abderrahim DBICH** Directeur Général Adjoint de la Souscription et des Politiques Techniques à AXA Assurance Maroc, de nous avoir accordé l'opportunité de réaliser notre projet de fin d'étude au sein de sa direction et de l'intérêt qu'il a porté aux résultats à l'issue de chaque étape de notre travail.*

*Nous tenons également à exprimer notre profonde gratitude et à témoigner notre reconnaissance à nos deux encadrants : **Mme Zineb ARICHI** et **M. Mericain CLAUDE** pour l'expérience enrichissante et pleine d'intérêt, de patience et de pédagogie qu'ils nous ont fait vivre durant toute la durée du stage.*

*Nous remercions tout particulièrement **M. Fouad MARRI**, notre tuteur au sein de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée qui nous a honoré d'avoir accepté de nous encadrer.*

*Nos vifs remerciements sont adressés à **M. Touhami ABDELKHALEK** pour avoir accepté d'examiner notre travail ainsi qu'à l'ensemble du corps professoral de l'INSEA.*

Enfin, nous ne pouvons pas terminer sans remercier tout le personnel au sein d'AXA Assurance Maroc et tous ceux qui ont eu la gentillesse de faire de ce stage un moment très profitable.

Table des matières :

RESUME	3
DEDICACES	4
REMERCIEMENTS	6
TABLE DES MATIERES	7
LISTE DES ABREVIATIONS	9
LISTE DES FIGURES	11
LISTE DES TABLEAUX	11
INTRODUCTION GENERALE	13
CHAPITRE 1 : CONTEXTE GÉNÉRAL	14
I. INTRODUCTION DE L'ORGANISME D'ACCUEIL :	15
1. Généralités sur le groupe AXA :	15
2. Bref aperçu sur le marché de l'assurance au Maroc :	18
II. INTRODUCTION DES CONTRATS EN UNITES DE COMPTE :	19
1. Présentation des contrats en unités de compte :	19
2. Fonctionnement des contrats en UC :	25
3. Les engagements dans le cadre des contrats en UC :	26
4. Évolution de l'épargne :	30
5. Les risques liés aux contrats UC :	31
CHAPITRE 2 : TARIFICATION ET PROVISIONNEMENT DE LA GARANTIE	
PLANCHER	35
PARTIE I : TARIFICATION	36
I. Formalisation de l'engagement :	36
II. Les types de tarification de la garantie :	36
III. Les méthodes de tarification de la garantie :	39

IV. Approche de tarification de la garantie :	42
V. Le modèle de Black-Scholes	43
VI. Le modèle de Merton :	49
VII. Présentation de l’outil de tarification :	57
PARTIE II : PROVISIONNEMENT	59
I. Notion de valeur actuelle probable	59
II. Engagement de l’assureur	60
III. Engagement de l’assuré	60
CHAPITRE 3 : ÉTUDE DE RENTABILITÉ	61
I. Problématique :	62
II. Les principaux indicateurs de rentabilité	63
III. Structure générale du modèle :	70
<u>CONCLUSION</u>	<u>87</u>
<u>ANNEXES</u>	<u>89</u>
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	<u>88</u>

Liste des abréviations :

Abréviation	Libellé
AAM	AXA Assurance Maroc
ACAPS	Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale
ACAVI	Assurance à Capital Variable Immobilier
APE	Annualized Premium Equivalent
BAM	Bank Al-Maghrib
BMCE	Banque Marocaine du Commerce Extérieur
BS	Black and Scholes
CA	Chiffre d'Affaires
CE	Certainty Equivalent
CFO Forum	Chief of Financial Officers
CNFR	Cost of Non-Financial Risk
CoC	Cost of Capital
Cot	Cotisation
CR	Capital Réglementaire
CSR	Capital Sous Risque
CSR	Capital Sous Risque
DAPS	Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale
DF	Deflation Factor
EDS	Equation Différentiel Stochastique
FCP	Fonds Commun de Placement
FFSA	Fédération Française des Sociétés d'Assurance
GLM	General Linear Model
IAIS	International Association of Insurance Supervisors
ICPs	Insurance Core Principles
IS	Impôt sur les Sociétés
IT	Intérêts Techniques
MASI	Moroccan All Shares Index
MFP	Ministre des Finances et de la Privatisation
MP	Model Point
MS	Marge de solvabilité
MSR	Marge de Solvabilité Réglementaire
NBM	New Business Margin
NBV	New Business Value
ONA	Omnium Nord-Africain

OPCVM	Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières
PB	Participation aux Bénéfices
PGP	Provision de la Garantie Plancher
PM	Provision Mathématique
PPU	Prime Pure Unique
PT	Provision Technique
PVEP	Present Value of Expected Premiums
PVFP	Present Value of Future Profits
RMA	Royale Marocaine d'Assurance
SBR	Solvabilité Basée sur le Risque
SGMB	Société Générale Marocaine de Banques
SICAV	Société d'Investissement à Capital Variable
TME	Taux Moyen des emprunts de l'Etat
TMG	Taux Minimum Garanti
TRA	Taux de rendement comptable des actifs
TRI (IRR)	Taux de Rendement Interne (Internal Return rate)
TVOG	Time Value of Financial Options and Guarantees
UC	Unité de Compte
VAP	Valeur Actuelle Probable
VIF	Value In Force
VL	Valeur Liquidative
ZC	Zéro-Coupon

Liste des Figures

<i>Figure 1 : AXA Assurance dans le monde</i>	15
<i>Figure 2 : Evolution du chiffre d'affaires du Groupe AXA au fil des années</i>	16
<i>Figure 3 : Répartition du chiffre d'affaires du Groupe AXA par zone géographique</i>	16
<i>Figure 4 : Évolution des primes émises des contrats à capital variable sur le marché marocain</i>	24
<i>Figure 5 : Illustration de la garantie plancher simple</i>	27
<i>Figure 6 : Illustration de la garantie plancher majorée</i>	28
<i>Figure 7 : Illustration de la garantie plancher cliquet</i>	28
<i>Figure 8 : Illustration de la garantie plancher indexée</i>	29
<i>Figure 9 : Outil de tarification de la garantie plancher</i>	58
<i>Figure 10 : Exemple d'évolution d'un compte de résultat</i>	65
<i>Figure 11 : Estimation du taux actuariel</i>	77
<i>Figure 12 : Estimation du taux actuariel</i>	79
<i>Figure 13 : Hypothèse techniques de l'outil de rentabilité</i>	81
<i>Figure 14 : Compte de Résultat</i>	85
<i>Figure 15 : Calcul du Coût du Capital</i>	85

Liste des Tableaux

<i>Tableau 1 : Indicateurs clés du secteur des assurances au Maroc</i>	18
<i>Tableau 2 : Répartition des primes émises en Assurance-Vie et Capitalisation par sous-catégorie au cours de l'exercice 2018 (en millions de dirhams)</i>	19
<i>Tableau 3 : Comparaison entre les contrats classiques et les contrats en UC</i>	20
<i>Tableau 4 : Avantages et inconvénients des contrats en UC</i>	21

N.B : Pour des raisons de confidentialité, l'ensemble des informations et des données présentées sur ce rapport ont été ajustées et adaptées.

Introduction Générale :

L'un des faits marquants qu'a connu le marché d'Assurance au Maroc pendant cette dernière décennie est l'adoption du nouveau code des assurances en 2003. En préparation depuis plus d'une quinzaine d'années, le nouveau cadre réglementaire avait finalement vu le jour le 7 novembre 2002. L'ancienneté et l'éparpillement de l'ensemble des textes de loi qui régissaient l'assurance au Maroc, avant l'arrivée de ce nouveau projet, constituait des handicaps sérieux à l'évolution observée sur le plan commercial, ainsi qu'au niveau des besoins de la clientèle réelle et potentielle des entreprises d'assurances.

Cette inadéquation des textes aux réalités socioéconomiques peut constituer un frein à la promotion de certains produits en particulier et du secteur des assurances en général.

En effet, l'évolution des besoins en matière d'assurance engendre la nécessité d'introduire des règles appropriées à certaines opérations nouvelles.

C'est le cas notamment de l'introduction des assurances de personnes à capital variable dites aussi assurances en unités de compte, prévues dans l'article 98 de la nouvelle loi. De ce fait, l'Assurance au Maroc instaure encore une fois son rôle d'acteur de développement socio-économique en répondant aux mutations en termes et des besoins de la clientèle et des tendances des marchés financiers.

Dans ce même sens, la faiblesse des rendements des placements classiques pousse un certain nombre d'épargnants à reconsidérer leur placement en assurance vie pour optimiser la rémunération de leur épargne. Ainsi les contrats à capital variable s'avèrent comme la solution efficace pour les compagnies d'assurance afin de palier à cette fuite de clients cherchant des perspectives de rendement plus intéressantes.

Ce travail s'inscrit dans la même optique et portera sur la conception et la mise en place d'un produit AXA en unités de compte en essayant à traiter trois dimensions de l'offre, à savoir : la tarification, le provisionnement et la rentabilité.

Néanmoins, les contrats en unités de compte demeurent encore moins connus et nécessitent davantage une introduction de l'ensemble de leurs caractéristiques et leurs aspects réglementaires. C'est ainsi qu'avant de passer aux trois parties précitées du projet, il est primordial de commencer par un chapitre introductif traitant le contexte général de l'étude à savoir les deux volets suivants : l'organisme d'accueil et les contrats en unités de compte.

CHAPITRE 1

CONTEXTE **GÉNÉRAL**

I. Introduction de l'organisme d'accueil :

1. Généralités sur le groupe AXA :

Axa est un groupe international Français spécialisé dans l'assurance depuis sa création, et dans la gestion d'actifs depuis 1994. Elle est issue de la fusion de plusieurs sociétés d'assurance dont la plus ancienne date de 1817. Présent dans 64 pays, le groupe Axa engage 166 000 collaborateurs auprès de 107 millions de clients dont 9 millions en France.

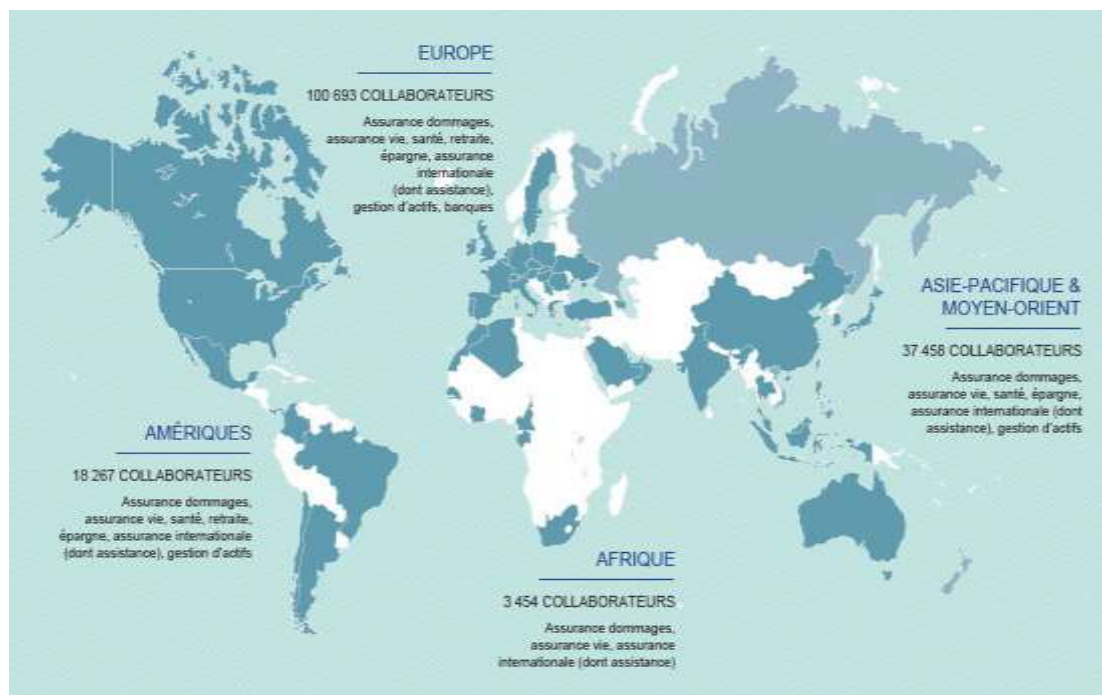


Figure 1 : AXA Assurance dans le monde

Les activités du groupe AXA :

AXA propose aux particuliers et aux entreprises des produits et des services d'assurance, des produits d'épargne, santé et prévoyance ainsi que des produits financiers et services bancaires.

Le groupe développe ses activités dans 3 secteurs :

- **Assurance Dommages** : assurance auto, habitation, responsabilité civile et professionnelle, services d'assistance, assurance internationale pour les grandes entreprises européennes, assurances marine et aviation
- **Assurance Vie et Santé** : contrats d'assurance vie, produits d'épargne et de retraite, produits de prévoyance et de santé
- **Gestion d'actifs** pour les sociétés d'assurance du groupe et leurs clients, ainsi que pour les particuliers et les entreprises.

- Autres activités : dans certains pays, le groupe propose des services bancaires en complément de ses contrats d'assurance. Il est également implanté dans plus de 30 pays pour des activités d'assistance.

Quelques Chiffres Clés :

- Le Groupe AXA Assurance :

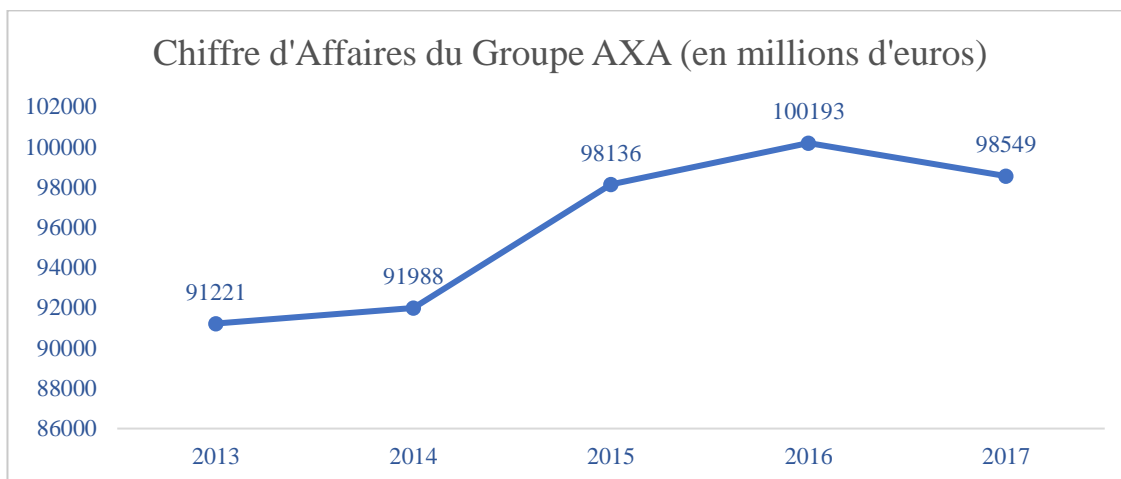


Figure 2 : Evolution du chiffre d'affaires du Groupe AXA au fil des années

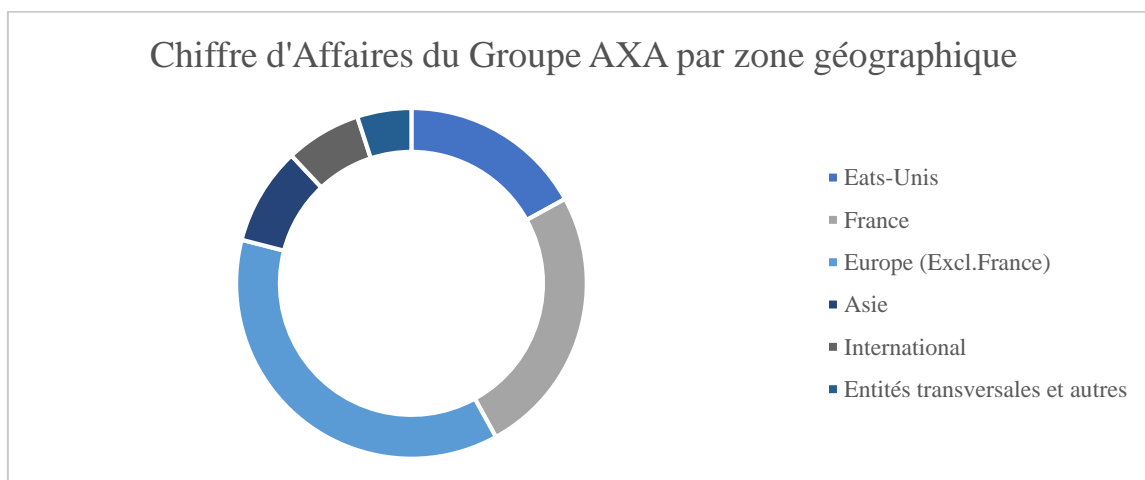
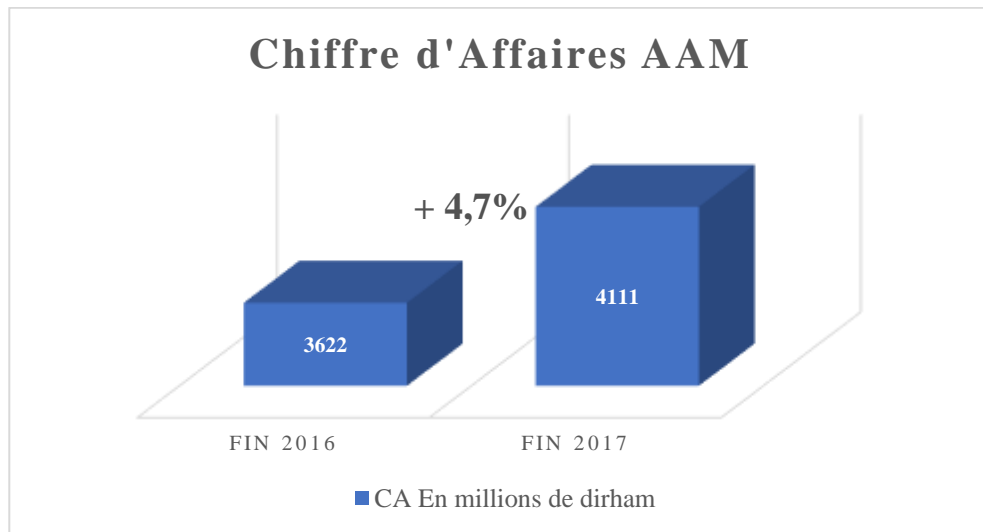


Figure 3 : Répartition du chiffre d'affaires du Groupe AXA par zone géographique

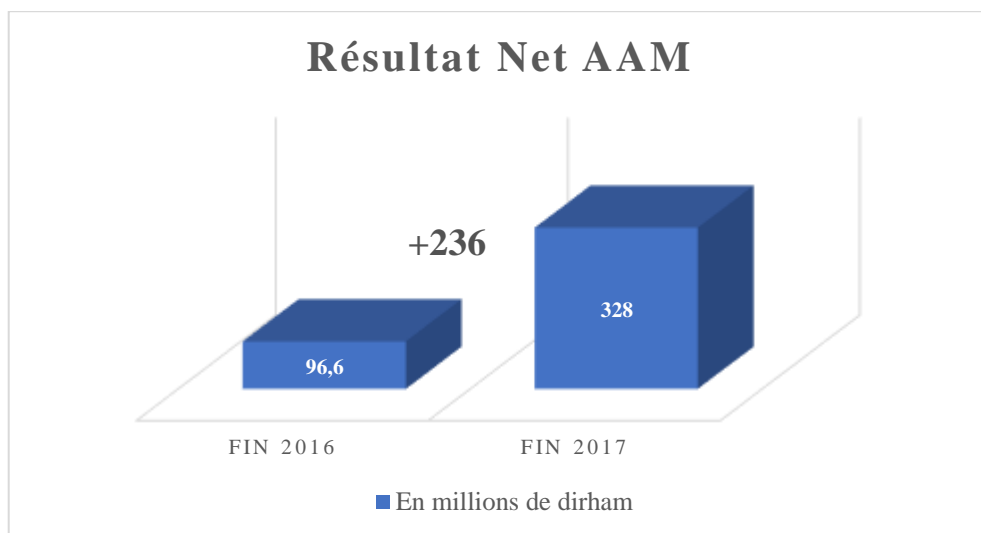
- AXA Assurance Maroc :

AXA Assurance Maroc est née en 2000 de la fusion entre AXA Al Amane et la Compagnie Africaine d'Assurance. A l'époque détenue par l'ONA et AXA, le groupe finit par racheter la part de l'ONA en 2006 faisant ainsi d'AXA Assurance Maroc une filiale à part entière du groupe.

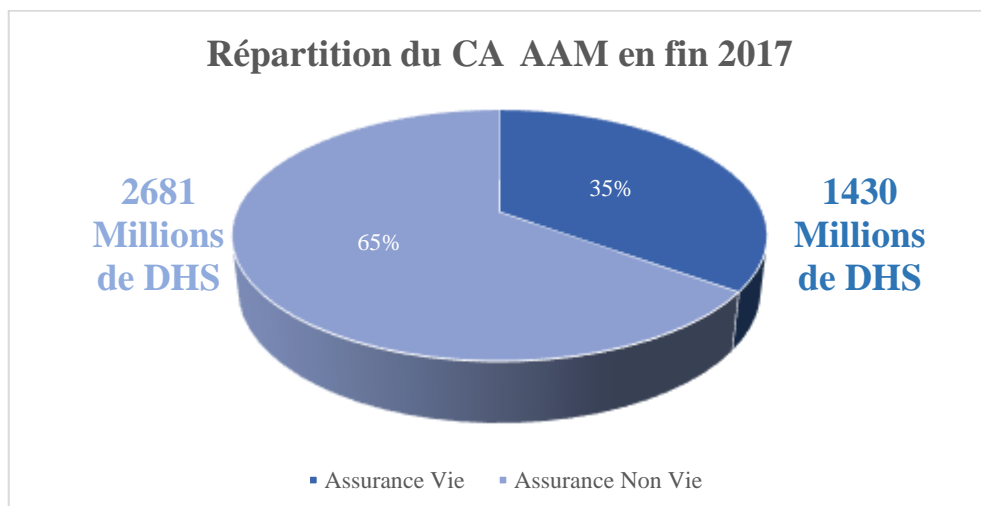
Chiffre d'affaires :



Résultat Net :



Répartition du CA d'AAM à fin 2017 :



2. Bref aperçu sur le marché de l'assurance au Maroc :

Le secteur des assurances compte 21 entreprises en activité, dont 17 Sociétés Anonymes et 4 Sociétés d'Assurances Mutuelles. La ventilation de ces entreprises par catégories d'assurances exercées est la suivante :

1. 8 entreprises pratiquent aussi bien des opérations d'assurances non-vie que des opérations d'assurances vie et capitalisation ;
2. 3 entreprises se limitent aux opérations d'assurances non-vie ;
3. 2 entreprises pratiquent exclusivement les opérations d'assurances vie et capitalisation ;
4. 4 entreprises pratiquent des opérations d'assistance ;
5. 2 entreprises pratiquent l'assurance-crédit ;
6. 2 entreprises sont spécialisées dans la réassurance

INDICATEURS CLÉS DU SECTEUR
1^{er} marché dans le monde arabe en termes de pénétration d'assurance ;
2^{ème} marché dans l'Afrique en termes du volume des primes ;
21 Entreprises d'Assurance et de Réassurance
1873 intermédiaires d'assurances (1427 agents et 446 courtiers), 463 bureaux de gestion directe et 6152 agences bancaires ;
35,2 milliards de dirhams de primes (+15,4%) ;
134,8 milliards de dirhams d'actifs affectés ;
3,2 milliards de dirhams de résultat net global ;
34,0 milliards de dirhams de fonds propres ;
449% taux de marge de la solvabilité ;

Tableau 1 : Indicateurs clés du secteur des assurances au Maroc

Focus sur l'assurance vie au Maroc :

Les opérations vie et capitalisation pèsent environ 44% du marché de l'assurance en 2018. Le secteur de l'Assurance-Vie et Capitalisation a réalisé en 2018 un chiffre d'affaires de 18189,7 millions de dirhams, une progression de 7,1% par rapport à l'année 2017. La répartition de ce chiffre d'affaires selon les sous-catégories se présente comme suit :

	Exercice 2017	Exercice 2018	Variation	Part du CA de 2018
Epargne	13633,9	14622,4	7,3%	80,4%
Assurance en cas de Décès	2735,1	2842,5	3,9%	15,6%
Contrats à Capital Variable	584,9	712,7	21,8%	3,9%
Acceptations-Vie	0,5	0,4	-20,0%	0,0%
Autres Opérations	30,8	11,7	-62,0%	0,1%
Assurance Vie et Capitalisation	16985,2	18189,7	7,1%	100,0%

Tableau 2 : Répartition des primes émises en Assurance-Vie et Capitalisation par sous-catégorie au cours de l'exercice 2018 (en millions de dirhams)

II. Introduction des contrats en Unités de Compte :

1. Présentation des contrats en unités de compte :

Historique des contrats en unités de Compte :

Né aux Etats-Unis et en Grande Bretagne, les contrats en unités de compte dits encore contrats à capital variable ont été introduits en France dans les années 1970 pour neutraliser les effets de l'instabilité monétaire (Elhabbouli H., [2015]).

En France, la contrainte réglementaire résidait dans la nécessité de la mise en place d'une base légale à la pratique des contrats en unités de compte qui, certes s'est développée avec l'accord de la Direction des Assurances le 5 Mars 1997 mais en marge des dispositions littérales du Code des Assurances Français qui définissent les assurances de personne à la base de la fixité du capital garanti.

Au Maroc, les assureurs ont commencé à la fin des années 1990, sans base juridique, la commercialisation des contrats en unités de compte. L'officialisation de la pratique de vente des contrats à capital variable n'a eu lieu qu'en 2002 avec l'entrée en vigueur du nouveau code des assurances.

Définition du Code des Assurances Marocain :

Le Code Marocain des Assurances dresse dans son article 98 la définition suivante des contrats en unités de compte :

Article 98 :

« Les contrats d'assurance sur la vie peuvent être des contrats à capital variable. Dans ce cas, le capital ou la rente garanti est exprimé, totalement ou partiellement, en unités de compte dites valeurs de référence. »

Ces unités de compte sont constituées de valeurs mobilières ou de titres figurant sur une liste fixée par circulaire de l'Autorité et prenant en considération la sécurité et la rentabilité de ces valeurs ou titres. »

Les contrats monosupports et multisupports :

En pratique, l'assuré a la possibilité, dans le cadre du même contrat, d'investir dans un ou plusieurs supports à la fois afin de profiter pleinement des avantages de la diversification des fonds à moyen et à long terme. Quand un contrat est adossé à un seul support financier, on parle d'un contrat monosupport et lorsqu'il est adossé à plusieurs supports financiers, on parle d'un contrat multisupport.

Les contrats multisupports sont les plus répandus et sont dans la plupart des cas composés :

- D'un compartiment en UC pures (autre que le fonds en dirhams) : généralement investis dans des actifs plus risqués offrant la possibilité de capter la hausse des marchés financiers.
- D'un compartiment en dirhams ayant les mêmes caractéristiques qu'un contrat en dirhams (TMG, PB, ...) servant de sécurité.

Une première comparaison aux contrats classiques :

En Assurance-Vie et Capitalisation, il existe deux grandes familles de produits :

- Les contrats classiques
- Les contrats libellés en unités de compte

Les contrats Classiques	Les contrats en Unités de Compte
Le capital ou la rente garantie, la prime et la provision mathématique sont exprimés en Dirham .	Le capital ou la rente garantie, la prime et la provision mathématique sont exprimés en Unités de Compte approuvées par l'assuré.
L'argent du souscripteur est mis dans un fonds général de la compagnie directement géré par l'assureur pour le compte de ses assurés.	L'argent du souscripteur est mis dans un fonds en UC géré par l'assureur pour son propre compte.
Les placements se font majoritairement en obligations , en emprunts d'états et en Bons de Trésor .	Ces contrats dits aussi à capital variable, sont investis à 100% sur les marchés financiers (Fond Action, Fond Diversifié, ...)

Tableau 3 : Comparaison entre les contrats classiques et les contrats en UC

Toutefois, comme toute autre catégorie de produits d'Assurance Vie, les contrats en unités de compte présentent à la fois des avantages et des inconvénients :

	Avantages	Inconvénients
<u>Assureur</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Transfert du risque de revalorisation et de dépréciation à l'assuré. 2. Accroître les encours gérés sans engagement de taux. 3. Créer un nouveau flux de collecte. 	<p>Gestion lourde due au :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Besoin de conseil au profit des assurés. 2. Besoin d'assistance en cas d'exercice d'option annexe (ex : Arbitrage et transfert d'épargne). 3. Nécessité de l'organisation des back-offices et la communication permanente de l'information financière.
<u>Assuré</u>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diversification des placements et des stratégies pouvant être mises en place. 2. Gestion profilée et aspect personnalisé : offre sur-mesure. 3. Forte rentabilité en cas de bons investissements. 4. Avantages fiscaux de l'assurance-vie (Exonération fiscale au bout de la 8^{ème} année). 5. Exonération totale des taxes appliquées sur les plus-values réalisées contrairement aux placements bancaires taxés. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Risque de perte en capital. 2. Rendement non garanti à cause des fluctuations des marchés contrairement aux contrats classiques (support sécurisé en dhs). 3. Nécessité d'une certaine culture financière : produit destiné en premier temps à une clientèle bien avisée en matière d'investissement.

Tableau 4 : Avantages et inconvénients des contrats en UC

Particularités des contrats en Unités de Compte :

Dans les contrats en UC, **les primes, les sommes assurées** et la provision mathématique, au lieu d'être fixées en montants nominaux, sont définies par rapport à la valeur d'une unité de compte dite encore **valeur de référence**.

Au terme du contrat, **les droits du souscripteur** sont mesurés à partir de la valeur atteinte à cette date par les unités retenues.

Le nombre d'UC pour chaque support choisi est obtenu en divisant la quantité de prime investie par **la valeur liquidative du support** à la date d'investissement. Ce nombre d'UC peut par la suite diminuer ou augmenter en fonction des **rachats partiels**, des prélèvements sociaux, des revenus dégagés par **les supports financiers** (dividendes, coupons, intérêts, revenus fonciers,), des **frais de gestion** ou **d'arbitrage**, etc.

C'est ainsi que, dans la suite de cette deuxième partie, nous traitons séparément chacun des concepts de base des contrats en UC précités dans le point ci-dessus, portant sur les particularités de ce type de contrats.

Les supports d'Investissement selon la réglementation :

- **Le cas Français** : Les articles R.131-1 et R.332-2 du Code des Assurances Français fixent la liste des valeurs références à quinze éléments, il s'agit en fait des supports SICAV, FCP et ACAVI pour les contrats dits à capital variable immobilier.

- **Le cas Marocain** : Selon l'article premier de l'arrêté du MFP du 27 décembre 2004 relatif au contrats d'assurance « *...les unités de compte sont constituées d'actions des sociétés d'investissement à capital variable ou de parts de fonds communs de placement...* ».

On constate donc, que contrairement au droit français, le droit marocain arrête une liste restrictive des valeurs pouvant servir comme valeur de référence des unités de compte ne comportant pas les valeurs immobilières.

Aspects d'ordre réglementaire relatifs aux contrats en UC :

➤ Les Normes Internationales de Supervision :

L'IAIS à travers ses principes, standards internationaux et orientations relatifs à la supervision du secteur des assurances traite également du cas des contrats en Unités de Compte dans le cadre de des deux ICP 15 et 19 (Voir Annexe 3)

➤ La Directive Solvabilité II :

La sous-section n°2 de la directive de 2009 portant sur l'assurance vie inclut dans l'article 185 à propos des informations à mettre à l'attention des preneurs d'assurance l'numération des valeurs de références utilisées (unités de compte) dans les contrats à capital variable. (Annexe 4)

➤ Solvabilité Basée sur les Risques :

L'article 20 du projet de la circulaire de l'ACAPS portant sur la SBR dresse, de façon exhaustive, l'ensemble des modalités de provisionnement dans le cas des contrats d'assurance en unités de compte. (Voir Annexe 1)

➤ Marge de solvabilité réglementaire :

La marge de solvabilité correspond au capital minimum de fonds propres que doit détenir la compagnie afin de s'assurer d'une stabilité financière.

Dans la cadre des contrats multisupport incluant une garantie plancher, l'assureur fait face à un risque financier (à cause du support en dirham) et un risque de mortalité (à cause de la garantie).

➤ Fiscalité des contrats en UC au Maroc :

Les produits UC sont soumis aux dispositions fiscales avantageuses des contrats de capitalisation contenues dans la note circulaire N : 724 de la Direction Générale des Impôts, relative aux dispositions fiscales de la loi de finance N : 100-14 pour l'année budgétaire 2015 (Annexe 6)

Le souscripteur de ces contrats bénéficie alors d'une panoplie d'incitations fiscales telles que :

- L'exonération d'impôts en cas de décès.
- L'exonération fiscale, en cas de rachat partiel ou total, après une durée d'adhésion supérieure à 8 ans.
- L'exonération des taxes sur les plus-values réalisées par arbitrage d'un OPCVM vers un autre.
- En cas d'assurance-retraite complémentaire, l'assuré bénéficie à l'entrée de la déductibilité des versements de son revenu imposable et à la sortie d'un abattement fiscal.

Commercialisation des contrats UC :

○ L'activité de **bancassurance**, essentiellement exercée par le biais du système bancaire, est le modèle le plus adéquat pour la distribution des contrats à capital variable. Ce modèle de distribution propose des avantages pour les assurés surtout en termes d'information financière et d'adéquation de l'offre financière aux besoins de la clientèle.

○ C'est ainsi que l'efficacité de l'approche commerciale associée aux contrats UC repose davantage sur la culture financière des conseillers de clientèle du réseau bancaire mais également sur l'information disponible portant sur les clients patrimoniaux de la banque.

Les contrats multisupports sur le marché Marocain :

La figure ci-dessus montre dans un premier temps l'évolution du CA des contrats à capital variable sur le marché marocain :



Figure 4 : Évolution des primes émises des contrats à capital variable sur le marché marocain

Les premiers contrats d'Assurance-Vie libellés en UC au Maroc ont été commercialisés par la compagnie « La Marocaine-Vie ». La génération la plus récente de ces contrats date de 2007.

En 2007 la Marocaine-Vie avait lancé, en partenariat avec la SGMB, une nouvelle gamme de produits Assurance Vie dite « Vital Multisupport » et ceci après homologation par la DAPS en mois d'octobre cette année même. Il s'agit des deux produits suivants :

- Vital Multisupport : produit individuel d'Assurance Vie multisupport
- Vital Retraite Multisupport : produit individuel d'Épargne Retraite Complémentaire

En 2002, RMA Watanya décide de rejoindre le marché des contrats en UC. En collaboration avec la banque BMCE, la compagnie d'assurance lance sa nouvelle gamme de produits bancassurance « BMCE CRESCENDO PLUS ». Il s'agit des deux produits suivants :

- BMCE CRESCENDO : produit individuel d'Assurance Vie multisupport
- EPARGNE PLUS : est un produit d'épargne identique à **BMCE CRESCENDO** mais destiné aux MRE

Au premier semestre de 2018, Wafa Assurance lance son premier produit d'assurance en UC. Il s'agit de deux produits :

- Epargne Symphonie : produit individuel d'Assurance Vie
- Age d'Or Symphonie : produit de Retraite Complémentaire

2. Fonctionnement des contrats en UC :

➤ Différents modes de gestion :

A la souscription du contrat, le souscripteur a le droit de choisir, en fonction de ses objectifs, le mode de gestion de son épargne.

Décider de gérer soi-même exige un minimum de connaissances des mécanismes financiers et du temps pour assurer un suivi régulier de son contrat.

- **Gestion pilotée ou sous mandat** : Le souscripteur confie la gestion de son contrat, en temps réel, à des spécialistes de la gestion d'actifs au sein de grandes sociétés de gestion, moyennant un coût de gestion supplémentaire.
- **Gestion automatisée** : dite encore gestion profilée sous laquelle la répartition des versements se fait en fonction d'un profil d'investisseurs prédéfini à la souscription, selon l'appétence au risque et le rendement espéré de l'assuré.
- **Gestion libre guidée** : ce mode est totalement assuré par le souscripteur qui devra prendre toutes les décisions relatives à son contrat sous réserve de respecter certaines contraintes (respecter des limites d'investissements, exprimées en pourcentage de la valeur de l'épargne ou parfois en valeurs nominales).
- **Gestion dédiée** : Une gestion très personnalisée, sur mesure et réservée aux clients ayant investi des capitaux d'un montant importants fixé par chaque assureur.

➤ **Modalités de versement :**

L'assuré paye généralement une prime unique, ou des primes périodiques ou libres en Dirham ou encore une combinaison des trois types de versements. A chaque versement, la prime est ventilée sur les différents supports d'investissement.

Dans les différents contrats existant sur le marché français, les assureurs fixe un versement initial à la souscription qui peut être augmenté par la suite par des versements libres ou des versements programmés (mensuellement, trimestriellement, semestriellement, annuellement). La prime nette est aussitôt investie dans les différents supports financiers dans les proportions indiquées dans le contrat.

3. Les engagements dans le cadre des contrats en UC :

➤ **Les engagements principaux :**

- **En cas de Vie** : jusqu'à l'échéance fixée par le contrat, délivrer aux bénéficiaires désignés soit :
 - L'équivalent en monnaie du nombre d'UC inscrits au compte individuel.
 - Les UC elles-mêmes quand cela est possible (**Article 98** du code des assurances marocain).

- **En cas de Décès** : Au moment du décès, verser soit :
 - La somme égale à la contre-valeur du nombre de chaque UC inscrite sur le contrat.
 - Les UC elles-mêmes quand cela est possible (Article 98 du code des assurances marocain).

En effet, l'extrait suivant de l'**article 98** du code des assurances marocain explicite les modalités de règlement possibles dans le cadre des contrats d'assurance sur la vie à capital variable :

« ...Dans tous les cas, l'assuré ou le bénéficiaire a la faculté d'opter soit pour le règlement en espèces, soit pour la remise de valeurs ou de titres. Toutefois, lorsque les unités de compte sont constituées de titres ou de valeurs non négociables, le règlement ne peut être effectué qu'en espèces. »

Il est primordial de comprendre que dans le cadre des contrats en UC, l'assureur ne s'engage en aucun cas sur **les montants des différents règlements** qui dépendent en réalité des marchés financiers. Il assure plutôt **le nombre d'unités de compte** inscrite sur le contrat. Ainsi, la valeur du contrat suit l'évolution du sous-jacent à la hausse comme à la baisse d'où l'appellation « les contrats à Capital Variable ».

Il s'avère ainsi que dans le cadre d'un contrat en UC sans garantie spécifique, le risque de placement est entièrement supporté par l'assuré contrairement aux contrats classiques en Dirhams.

De ce fait, pour rendre ce type de contrats plus attractifs et en cherchant à minimiser l'exposition des assurés aux aléas financiers, les assureurs commercialisent des produits UC avec des garanties annexes spécifiques moyennant le versement d'un capital supplémentaire. Ainsi, le risque est partagé entre assureur et assuré.

Ces garanties peuvent être obligatoires (le cas de la France avant le code des Assurances de 1992) ou optionnelles. Dans ce sens, l'assureur permet alors à l'assuré de profiter des performances des marchés financières tout en lui garantissant un capital minimum. L'objectif est d'associer la rentabilité à la sécurité). Ces garanties peuvent être proposées en cas de vie comme en cas de décès.

➤ Les engagements annexes :

Les garanties les plus classiques associées aux contrats UC sont les garanties dites « plancher ». Souvent appliquée en cas de décès, la garantie plancher peut-être envisagée en cas de vie également. Elles permettent aux bénéficiaires de recevoir avec certitude un montant minimal dont les modalités d'estimation sont fixées à la souscription du contrat et ceci quelle que soit la valeur de l'unité de compte à la date de survenance de l'événement ouvrant droit au paiement de la prestation. L'assureur prend donc en charge l'éventuelle moins-value du contrat. (Doulaye Ousseini I.,[2016])

Selon la formule de calcul du montant minimal garanti sur le contrat, on distingue les formes suivantes de la garantie plancher :

- Garantie plancher simple :

Le capital versé ne peut être inférieur à la somme des versements nets de frais (de gestion et d'acquisition), non encore rachetés investis sur le support en UC. Les graphiques ci-dessus illustrent un cas simplifié d'un contrat ne comportant qu'un seul versement effectué à la souscription.

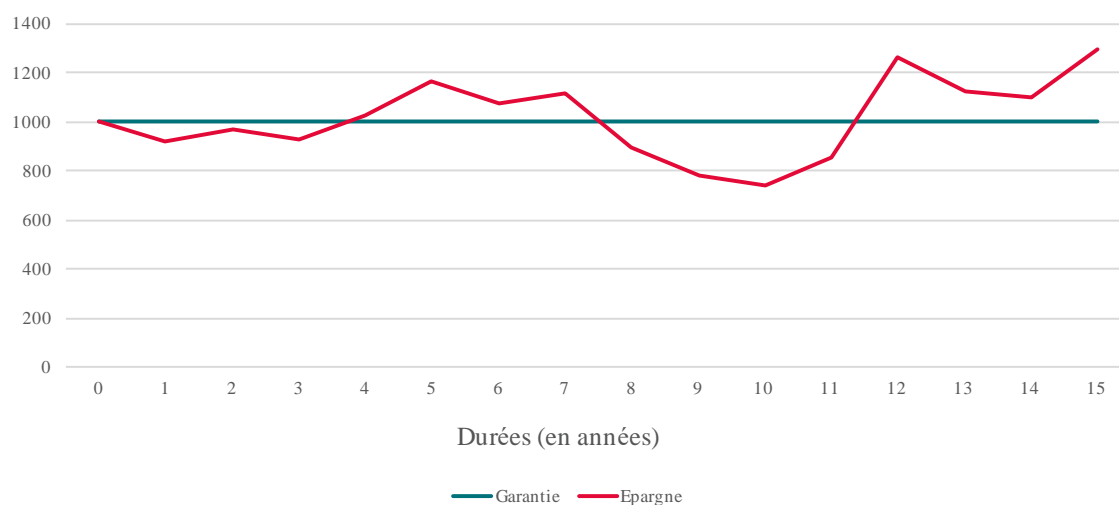


Figure 5 : Illustration de la garantie plancher simple

- **Garantie plancher majorée :**

Le capital versé est augmenté d'un capital proportionnel au cumul des versements nets de frais (de gestion et d'acquisition), non encore rachetées. Par exemple, le capital minimum disponible au décès à 150% du versement effectué initialement sur le support UC.

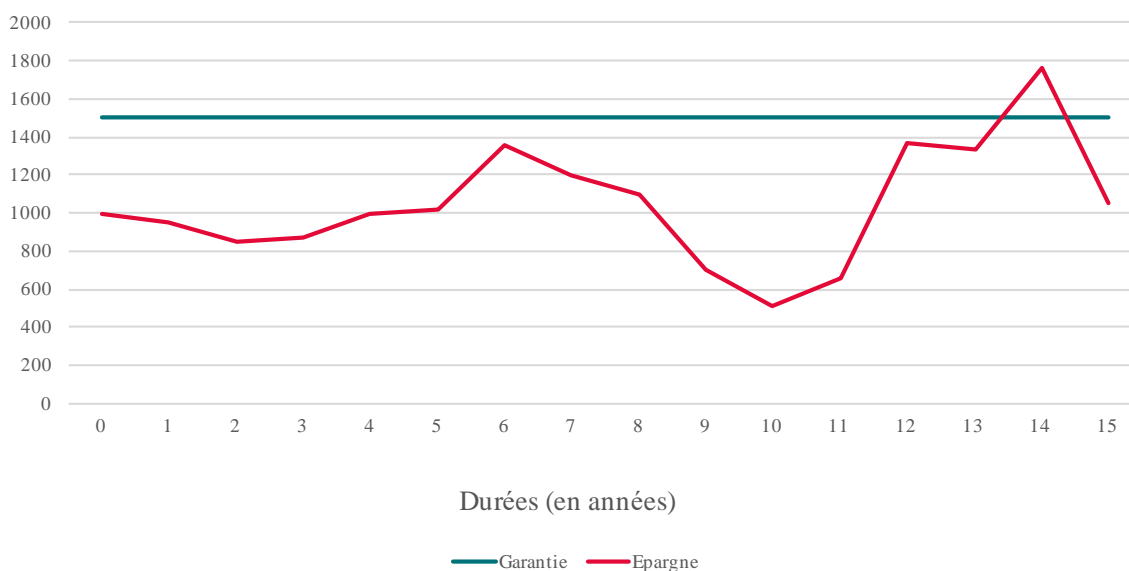


Figure 6 : Illustration de la garantie plancher majorée

- **Garantie cliquet :**

Le capital versé ne peut être inférieur à la somme des versements nets non encore rachetés cliquetés au plus haut de l'épargne du contrat ou encore valorisés au plus haut cours enregistré depuis la souscription.

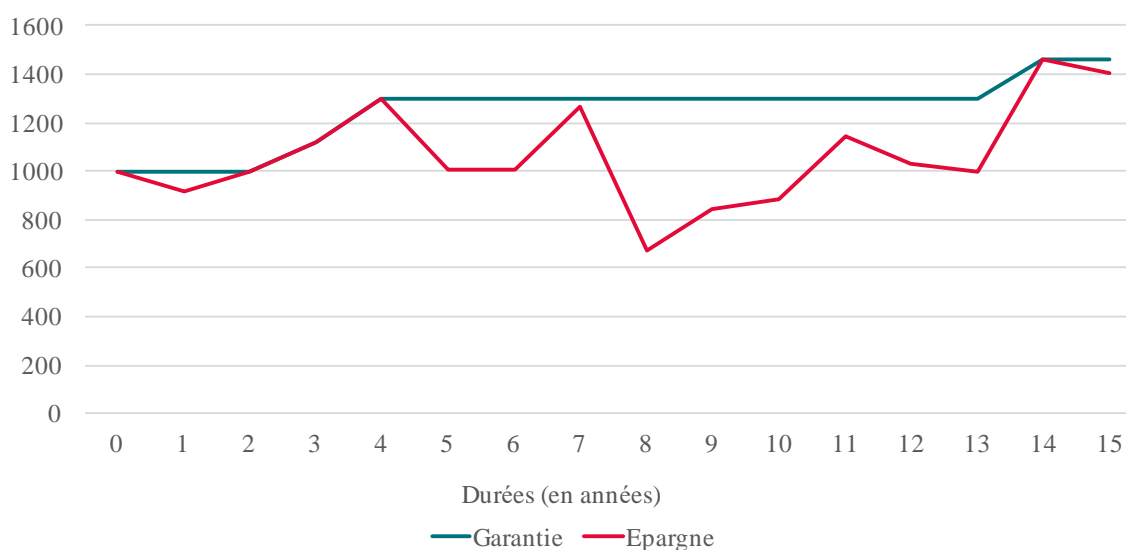


Figure 7 : Illustration de la garantie plancher cliquet

- **Garantie plancher indexée :**

Le capital versé ne peut être inférieur à la somme des versements nets de frais et non encore rachetés, indexée à un taux d'évolution annuel fixé à la souscription (afin d'éviter des comportements opportunistes de l'assuré) de manière arbitraire ou sur la base d'un indice.

Mais au fil du temps, un taux fixe peut devenir disproportionné à la hausse comme à la baisse par rapport au marché.

Une manière efficace de faire évoluer le taux de revalorisation en cours de vie du contrat, sans intervention du souscripteur tout en liant l'évolution des marchés, est d'utiliser le taux de rendement des fonds en dirhams pour revaloriser le capital garanti.

Ainsi, l'assureur garantit à l'assuré, au moins un rendement égal à celui du fonds en dirhams.

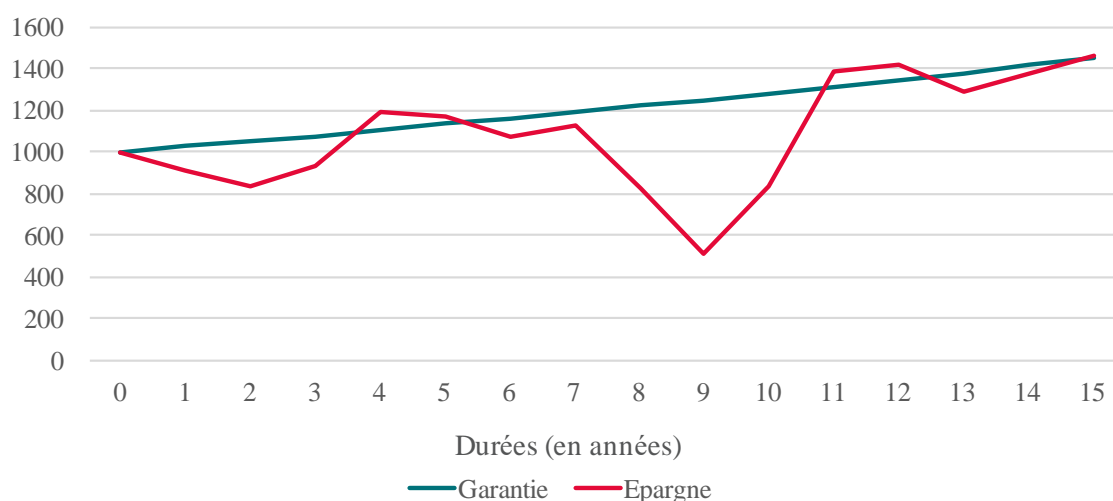


Figure 8 : Illustration de la garantie plancher indexée

➤ **Les Limitations des garanties :**

Pour limiter leur exposition au risque de garanties plancher, les assureurs ont souvent prévu des limitations de garantie. Celles-ci peuvent porter sur :

- La durée de couverture de la garantie :
 - Existence d'une durée maximale
 - Existence d'un âge maximal
- Les prestations servies au titre de la garantie :
 - Plafonnement par un montant absolu
 - Plafonnement par un montant proportionné aux primes
 - Plafonnement par une part de l'épargne

4. Évolution de l'épargne :

➤ Les valeurs liquidatives :

La valeur en monnaie de l'épargne varie dans les mêmes proportions que le cours des supports. L'assuré bénéficie de l'intégralité de la plus-value et supporte l'intégralité des pertes liées à l'UC.

Dans les contrats multisupports, le compartiment en dirhams bénéficie des mêmes avantages qu'un contrat classique notamment la revalorisation par le TMG en vigueur augmenté de la participation aux bénéfices.

➤ Participation aux bénéfices :

Il s'agit du pourcentage réglementaire des résultats techniques et financiers de la compagnie d'assurance accordé aux assurés. Le législateur marocain précise dans l'article 100 (Voir Annexe 2) du code des assurances que cette clause de PB ne s'applique pas sur les contrats purement en UC et qu'elle concerne uniquement le support en dirhams dans le cas des contrats multisupport.

➤ L'option d'arbitrage :

Dans les contrats multisupports, le client a la faculté en fonction soit du contexte financier soit, de son contexte patrimonial de modifier la composition de la répartition initiale de son épargne. C'est ce que les assureurs appellent l'acte d'arbitrage. En d'autres termes, il s'agit du transfert de l'épargne d'un support d'investissement vers un autre.

Dans le cas de gestion profilée, la nécessité d'arbitrer peut émaner non pas d'un choix de l'assuré mais plutôt d'un besoin de réorientation de l'épargne afin de maintenir un certain profil de risque, cette opération est considérée comme de l'arbitrage automatique.

➤ Les différents chargements :

- **D'adhésion** : couvrant les frais, d'adhésion et d'association ou de dossier, appliqués à la souscription.
- **D'acquisition** : frais de commercialisation exposés par l'assureur comme commissions lors du versement de la première prime.
- **De gestion** : frais de gestion du contrat (l'assureur et la société de gestion).
- **D'arbitrage** : appliqués en cas d'autorisation des opérations d'arbitrage.
- **Les frais de gestion et d'arbitrage** sont généralement prélevés par diminution du nombre d'UC du compartiment d'investissement

- **De sortie** : appliqués au dénouement du contrat sur les arrérages ou en cas de rachat.

➤ Les primes liées à la garantie :

Les primes de la garantie sont prélevées par diminution de l'épargne du compartiment d'investissement au prorata de l'épargne atteinte sur chacun des supports d'investissement de ce compartiment. Pour les supports en UC, cela se traduit par une diminution du nombre d'UC.

➤ Les avances :

Selon l'article 32 de l'arrêté du Livre III, « *le montant des avances sur chaque contrat visé au 6° de l'article 27 ci-dessus ne peut excéder 80% de sa provision mathématique. Toutefois, pour les contrats à capital variable, le montant des avances sur chaque contrat ne peut excéder 60% de sa provision mathématique* ».

➤ Le rachat partiel ou total :

Le rachat du contrat est toujours possible et le rachat partiel ou retrait est généralement autorisé, surtout pour les contrats à versement libres. Les rachats partiels sont autorisés à condition que l'épargne atteigne une certaine valeur fixée par l'assureur. Ces rachats partiels entraînent une diminution de la garantie. Les rachats ne font l'objet d'aucune garantie. Le montant retiré s'accompagne parfois de pénalités ou frais de rachat.

5. Les risques liés aux contrats UC :

➤ Risque de mortalité / Risque de longévité :

Le risque de mortalité existe sur les contrats pour lesquels une hausse de la mortalité entraîne une augmentation des provisions techniques, ce qui est principalement le cas des contrats garantissant une prestation en cas de décès. Il traduit l'écart entre l'évolution réelle de la mortalité et la table utilisée pour la tarification et le provisionnement. Dans le cas de la garantie plancher, ce risque est présent si le contrat prévoit le versement du capital à la date de décès de l'assuré d'où la nécessité de souscrire à une réassurance pour couvrir la garantie plancher.

Le risque de longévité concerne les contrats pour lesquels une baisse de la mortalité conduit à une augmentation des provisions techniques, ce qui est principalement le cas des contrats offrant une prestation en cas de vie.

➤ Risques liés aux placements :

L'un des objectifs des assureurs pour ces contrats en unités de compte est de transférer tout le risque financier à l'assuré. Pourtant dans les contrats multisupports, il y a un support en dirhams qui garantit un taux minimum d'où la présence de ce risque.

➤ Risques liés aux arbitrages :

Les contrats multisupports offrent une liberté d'arbitrage. De ce fait, si l'assuré se permet de faire plusieurs arbitrages, il peut même arriver qu'il change carrément de profil d'investissement. Pourtant la tarification de la garantie plancher pour deux profils d'investissement n'est pas la même. Ainsi, il se pourrait que la prime payée à l'avance ne couvre pas la prestation garantie.

➤ Risque de garanties complémentaires :

Ce risque est traduit par le fait que l'assureur est appelé à verser une prestation minimale à l'assuré dans une situation défavorable des marchés financiers. Mais, il se pourrait que la prime versée par l'assuré soit insuffisante pour couvrir la prestation garantie.

➤ Risque de rachats :

Le risque de rachat résulte de l'option de sortie exercée par les assurés (soit par besoin de liquidité ou soit parce que son rendement est inférieur à celui des marchés financiers). Ceci provoque une diminution de la PM et peut entraîner une perte considérable pour l'assureur. Les rachats peuvent influencer fortement profitabilité et liquidité au travers des coûts d'acquisition, de l'antisélection et des montants à verser en cash lors des rachats.

Les rachats massifs peuvent bouleverser toutes les prévisions financières de l'assureur, entraîner des pertes liées à la mauvaise adéquation actif-passif, voire la faillite de l'assureur. L'assureur est alors appelé à bien modéliser ce risque.

➤ Risques liés aux frais généraux :

Le risque de frais résulte de l'augmentation des frais de gestion du contrat. Cette hausse des frais entraîne logiquement une augmentation des provisions.

➤ Risque opérationnel

Le risque opérationnel se définit comme le risque de pertes provenant de processus internes inadéquats ou défectueux, de personnes et systèmes ou d'événements externes.

Dans le cas des contrats multisupport, nous avons un risque de pricing, de conseils, des pannes des systèmes d'information.

Risque de liquidité

Le risque de liquidité est le risque de ne pas disposer de trésorerie au moment de la prestation. Il est important de savoir investir des actifs rentables et liquides selon les types de contrat.

Quelques méthodes de limitation des risques :

Afin de limiter les risques encourus, l'assureur peut jouer sur certains éléments :

- La nature des garanties offertes et leurs caractéristiques (âge de perception, taux de revenu garanti viager, intégration ou pas de mécanismes de revalorisation et/ou roll-up, la durée de la garantie) ;
- La méthode Stop-Loss : Au-delà d'une certaine perte subie sur les supports en UC, les fonds en UC sont immédiatement transférés sur le compartiment monétaire et sont gérés comme un contrat classique ;
- D'autres assureurs jouent sur la plus-value. En effet, les plus-values sur les supports en UC sont immédiatement transférées sur le compartiment monétaire pour plus de sécurité

➤ La couverture du risque par la réassurance :

Au regard de l'ensemble de ces risques, l'assureur n'a pas intérêt à en conserver la totalité et doit définir dans sa stratégie quels sont ceux qu'il estime pouvoir conserver et ceux qu'il souhaite externaliser. La couverture de ces risques peut être partielle en interne (gestion directe par l'assureur) ou en externe (délégation auprès d'une banque) ou encore totale au travers d'une réassurance de l'ensemble des risques techniques et financiers.

L'assureur peut envisager d'externaliser l'intégralité des risques (financiers et techniques) auprès d'un réassureur.

L'externalisation totale des risques techniques et financiers permet à l'assureur de réduire la volatilité sur son propre résultat mais cela génère aussi un risque de contrepartie élevé vis-à-vis du réassureur.

En effet, le réassureur centralise non seulement l'ensemble des risques liés à la garantie pour l'assureur et peut également être exposé plus largement sur des garanties similaires sensibles à une dégradation des marchés financiers (risque systémique non mutualisé).

➤ La couverture du risque par les produits dérivés :

L'assureur peut couvrir les risques financiers en achetant des instruments financiers via le marché.

Pour couvrir ses risques financiers, l'assureur peut soit constituer lui-même son portefeuille (achat/vente d'options financières), soit recourir à un partenariat bancaire pour déléguer la gestion de la couverture financière.

En retenant une gestion interne de la couverture, il subsiste néanmoins des risques au niveau de l'assureur : réplification imparfaite du portefeuille, exposition aux chocs boursiers et complexité de la mise en œuvre de la couverture dynamique sur un horizon de long terme.

En revanche, le recours à un partenariat bancaire permet de pouvoir s'appuyer sur l'expertise de celui-ci sur le marché des dérivés et d'externaliser le risque de marché et le risque lié aux flux de trésorerie générés à l'ajustement de la couverture en cas de forte hausse ou baisse des rachats. Ce mécanisme présente en revanche également des inconvénients : stabilité du tarif non garanti, admissibilité des instruments financiers en couverture complexe et risque sur la pérennité de la banque retenue.

CHAPITRE 2

TARIFICATION ET
PROVISIONNEMENT DE
LA GARANTIE
PLANCHER

Partie I : Tarification

I. Formalisation de l'engagement :

La garantie retenue pour l'étude est la garantie plancher simple qui se déclenche en cas de décès. Le montant garanti versé en cas de décès aux ayant-droits correspond au cumul des versements nets de frais (de gestion et d'acquisition) non encore rachetés.

Elle permet aux bénéficiaires du contrat de recevoir le maximum entre la valeur de l'épargne le jour du décès et un montant minimum garanti par le contrat. Si l'assuré décède alors que la valeur de son épargne est inférieure au montant garanti, l'assureur devra financer la différence.

En cas de décès de l'assuré en T , l'assureur reverse au bénéficiaire :

$$\text{Max}(K, PM_T) = PM_T + \underbrace{\text{Max}(K - PM_T; 0)}_{\text{Engagement de l'Assureur}}$$

Engagement de l'Assureur

PM_T étant la provision mathématique de l'assuré au moment du décès T .

K est le montant garanti par l'assureur = cumul des versements nets des frais.

- Si $PM_T < K$ l'assureur devra financer un capital supplémentaire de $K - PM_T$ afin de pouvoir reverser le montant K garanti à l'assuré
- Si $PM_T > K$ la garantie plancher ne coûtera rien à l'assureur

II. Les types de tarification de la garantie :

Il existe deux options de tarification de la garantie plancher. Bien qu'elles cherchent toutes les deux de couvrir le risque lié à la garantie, elles n'abordent pas le sujet avec la même vision. Il s'agit de la tarification a posteriori et la tarification a priori (Mantel A., Merlus S., [2003]).

• Tarification a posteriori :

Le prélèvement se fait périodiquement en pourcentage du capital sous risque observé (le capital sous risque étant la part du capital garanti qui dépasse la provision mathématique).

$$\text{Coût}_t^{\text{Garantie}} = \alpha \times CSR_t \times \text{Proba de survenance de l'évènement},$$

avec :

$$CSR_t = [Garantie - Epargne_t]^+.$$

Le mode de tarification a posteriori adapte mécaniquement les prélèvements aux prestations de garanties plancher, les survivants finançant à peu près les prestations versées aux décédés. Pour les assurés, la contrepartie est que les prélèvements sont d'autant plus élevés que leur épargne diminue du fait de la baisse de valeur des unités de compte.

Le calcul du prélèvement a posteriori, fonction du capital sous risque, conduit à ne pas pouvoir afficher à la souscription les valeurs de rachat après déduction des prélèvements au début du contrat souvent exigé par le contrôleur.

Aussi, en matière d'équité, les prélèvements de ce type nuisent aux droits de l'assuré s'ils conduisent à une diminution de la valeur de rachat bien au-delà de la seule conséquence de la baisse des unités de compte, sans que l'assuré ne s'en rende compte, ni même n'ait pu l'anticiper par la consultation du tableau des valeurs de rachat fourni à la souscription.

Cette situation se présente lorsque les prélèvements sont susceptibles d'être importants, plus particulièrement dans trois cas :

- Pour les assurés d'âge élevé
- Pour les assurés de garanties de niveau élevé
- Pour les assurés dont les contrats comportent une part importante investie en UC

Malgré le souci de transparence que présente cette option de tarification, elle suscite un grand intérêt technique. En effet, la prime recalculée périodiquement permet à l'assureur de se provisionner correctement tout en tenant compte du risque réellement encouru. Et si la fréquence de prélèvement des frais est suffisamment élevée, les frais de gestion de la garantie prélevés périodiquement par l'assureur lui permettent d'avoir une couverture assez solide contre le risque financier.

Par exemple, pour un contrat dont le prélèvement est fait mensuellement et a posteriori ; à la fin de chaque mois, les frais de gestion de la garantie desquels s'acquitte l'assuré permettent de couvrir presque avec exactitude le risque encouru jusqu'au prochain prélèvement. Autrement, le risque financier lié à la garantie plancher est quasi-inexistant : quel qu'elle soit la situation de l'épargne (bonne ou catastrophique), l'assureur, lui, est sûr de percevoir des frais qui couvrent ses engagements.

- **Tarification a priori**

Le prélèvement se fait indépendamment du capital sous risque. Cette tarification conduit à financer la garantie un prélèvement périodique et fixe (1% par exemple) sur la prime ou sur l'épargne. Le niveau de frais de la garantie est déterminé au début du contrat par le principe d'équivalence actuarielle.

Cependant un tarif calculé au plus juste en tenant compte du contexte financier et économique du moment, ne peut être valable que pour une période de temps réduite, de l'ordre de quelques semaines (les contrats qui proposent des tarifs fixes quelle que soit la période de souscription, sont nécessairement plus prudents et plus chers). Chaque nouveau versement peut être amené à recevoir un tarif spécifique pour une échéance propre ou commune au contrat. Dans le cas de versements programmés, un tarif unique est néanmoins envisageable pour l'ensemble des versements, calculé en tenant compte de l'engagement de versement ; ce tarif est éventuellement revu en cas d'arrêt des versements.

D'ailleurs, si les réalités des marchés financiers s'écartent des hypothèses tarifaires au point de révéler la provision mathématique insuffisante, l'assureur peut revoir ses hypothèses et réajuster les frais de gestion de la garantie.

Malheureusement, ce type de tarification expose les sociétés d'assurance à un risque financier important, dans la mesure où :

- Si le risque décès propre à la garantie plancher est mutualisable, le risque de baisse des unités de compte ne l'est pas, une baisse des unités de compte survenant en même temps pour tous les assurés ;
- La baisse de l'encours entraîne également mécaniquement une baisse des prélèvements destinés à couvrir un risque accru.

Ce risque peut être réduit, avec plus ou moins d'efficacité, de différentes façons. Les garanties peuvent être limitées contractuellement (en durée, le niveau de la prestation maximal en fonction de l'épargne). Il est aussi possible de limiter l'encours de risque en imposant des pourcentages d'investissement minimal en supports non risqués, garantissant à terme l'absence de capital sous risque ou encore faire appel à la réassurance ou une couverture financière.

• **Choix du type de tarification :**

À la vue des limites que présentent la tarification **a posteriori**, nous opterons pour la tarification **a priori** pour la suite.

Nous prenons comme hypothèse que les décès sont uniformément répartis sur l'année. Nous supposons aussi que les prestations au titre de la garantie décès seront versées en fin d'année. Ainsi, si l'assuré décède entre la $i^{\text{ème}}$ et la $(i+1)^{\text{ème}}$ année, l'assureur va devoir verser au bénéficiaire désigné par l'assuré une prestation égale à $Max(K, S_i)$ où S_i représente le cours de l'actif à la date i (S_0 étant le cours de l'actif à la souscription) et où K représente le capital minimum garanti. On observe alors que :

$$Max(K, S_i) = S_i + [K - S_i]^+.$$

L'assureur possède dans son portefeuille les actifs représentant l'investissement de l'assuré et de valeur S_i . Le coût de la garantie à la charge de l'assureur à la date du décès est donc égal à :

$$[K - S_i]^+.$$

De manière plus formelle, avec l'aide du théorème des probabilités totales, en conditionnant par la survenance du décès, le flux actualisé auquel doit faire face l'assureur est donné, pour un assuré d'âge x , par :

$$e^{-rT_x} [K - S_{T_x}]^+ \mathbb{I}_{T_x \leq T},$$

où T désigne le terme du contrat. La valeur à l'origine de ce flux est donc, si la mutualisation est parfaite :

$$\begin{aligned} V &= \mathbb{E}^{\mathbb{P} \otimes \mathbb{Q}} [e^{-rT_x} [K - S_i]^+ \mathbb{I}_{T_x \leq T}] \\ &= \sum_{n=1}^T {}_n p_x \times q_{x+n} \times E^{\mathbb{Q}} [e^{-rn} [K - S_n]^+]. \end{aligned}$$

On reconnaît en particulier l'expression $E^{\mathbb{Q}} [e^{-rn} [K - S_n]^+]$ le prix d'une option de vente européenne de prix d'exercice K et de maturité n . Nous chercherons alors à expliciter la formule déterminée ci-dessus.

III. Les méthodes de tarification de la garantie :

Deux méthodes sont souvent utilisées pour tarifier la garantie plancher dans le cas des contrats UC. Il s'agit de la méthode déterministe et la méthode des puts.

- **Méthode déterministe :**

Dans cette méthode, la garantie est évaluée comme la valeur actuelle des prestations découlant d'un scénario déterministe choisi arbitrairement. Elle est plus simple et plus facile à appréhender et elle est d'ailleurs la méthode réglementaire appliquée dans certains états des Etats-Unis. Le scénario peut inclure une forte baisse initiale, ou bien supposer la stabilité des marchés. Il peut être suivi d'une stabilité des cours, ou d'une remontée progressive.

Le scénario supposant la stabilité des cours revient au calcul d'engagements en cas de décès égaux aux capitaux sous risque constatés chaque année de la période de garantie au titre de la garantie plancher. Ces capitaux sont constants lorsque le contrat ne prévoit aucun prélèvement sur la provision mathématique et croissants dans le cas plus fréquent où le contrat prévoit un prélèvement annuel. Mais ce calcul est imprudent lorsque les capitaux sous risque sont nuls ou faibles : il néglige le risque de baisse ultérieure de l'unité de compte.

Même si les méthodes de l'actuariat classique en assurance-vie sont basées sur une approche déterministe, la tarification des garanties liées aux UC se prête malheureusement assez mal à ce type d'approche. Garder une méthode déterministe

reviendrait à se placer implicitement sur un chemin donné pour le cours du sous-jacent qui est malheureusement aléatoire et souvent très instable.

Nous sommes en présence des actifs très risqués et le choix d'un modèle pertinent s'avère compliqué. Par exemple, conserver une hypothèse de « scénario pessimiste » permettrait en théorie de choisir une approche prudentielle, mais les tarifs obtenus risquent fort d'aboutir à des chargements commercialement inacceptables. Pourtant conserver une hypothèse de « scénario optimiste » reviendrait à sous-estimer la prime.

Il s'avère alors que trouver le meilleur scénario s'avère très compliqué même si l'on a une bonne connaissance des marchés financiers. Une méthode beaucoup plus subtile serait de pondérer un ensemble de scénarios assez proches de la réalité des marchés financiers et représentant tous les états de la nature. Cependant, même si l'on arrivait à trouver un ensemble de scénarios pertinents, le problème de la meilleure pondération se pose.

Nous nous rendons compte alors que l'utilisation exclusive de cette méthode pose un problème pratique et théorique, lié au choix des scénarios, qui doivent être raisonnablement prudents et fixés en fonction des unités de compte. La meilleure façon de rendre compte de façon satisfaisante de l'optionalité de la garantie est alors de combiner les techniques traditionnelles de l'actuariat et des techniques plus proches de la finance pure. Cette démarche, consiste finalement à adopter une optique de tarification stochastique.

- **Méthode des puts**

C'est d'ailleurs la méthode recommandée par la FFSA aux sociétés d'assurances en France. Il s'agit en effet d'évaluer la garantie comme une série d'options de vente européennes pondérées par les probabilités de décès des assurés (Mantel A., Merlus S., [2003]).

Une **option** est un produit dérivé qui donne le droit, et non l'obligation,

- Soit d'acheter (option d'achat, appelée aussi « call »),
 - Soit de vendre (option de vente, appelée aussi « put »),
 - Une quantité donnée d'un actif financier (action, obligation, indice boursier, devise, matière première, un autre produit dérivé, etc.), appelé actif sous-jacent,
 - À un prix précisé à l'avance (prix d'exercice),
 - À une échéance convenue.
 - À sa date d'échéance, la valeur, appelée « valeur intrinsèque », d'un put de prix d'exercice K , sur un actif sous-jacent dont le cours vaut S est :
 - Si $S < K$, le détenteur de l'option a alors intérêt à exercer l'option et réalise ainsi un profit égal à $K-S$,
 - Si $S > K$, le détenteur de l'option n'a alors pas intérêt à exercer l'option.
- Ainsi, la valeur du put est $\max(0, K-S)$.

La valorisation des options de vente européennes est effectuée à l'aide d'un modèle mathématique ; le modèle le plus répandu étant celui de Black et Scholes. Le résultat obtenu par cette méthode représente le prix théorique des options de vente présentant les caractéristiques de la garantie. L'achat par l'assureur des options correspondantes reste toutefois théorique aujourd'hui car ces options ne se trouvent pas sur le marché (long terme : 8ans, 10 ans, 20 ans et sous-jacent complexe).

Aussi, cette méthode pose un premier problème fondamental. En valorisant la garantie plancher comme une série d'options de vente, on se place dans un référentiel de gestion des risques qui n'est plus assurantiel, mais financier. En assurance, le risque d'une garantie est « provisionné » : l'assureur inscrit à son passif un montant de provision qu'il juge suffisant pour pallier les sinistres futurs. Le prix de la garantie est donc le coût probable du risque.

En finance, la gestion du risque est tout autre. Le vendeur d'une garantie est censé couvrir son engagement au moyen d'un portefeuille d'actifs capable de reproduire les flux de la garantie, le portefeuille de réplication. Le portefeuille de réplication d'une option de vente, par exemple, est une combinaison de l'actif sous-jacent à l'option et d'un actif sans risque qui produira à l'échéance de l'option un résultat strictement égal au payoff de l'option.

La couverture du risque n'est donc pas passive, comme en assurance (où une somme d'argent est « simplement » placée de côté). Elle est dynamique : c'est la constitution du portefeuille de réplication qui permet au vendeur d'une garantie d'assumer son engagement. Dans ce contexte, le prix d'une garantie financière n'est donc pas le coût probable du risque afférent, mais le coût nécessaire à l'achat d'un portefeuille de réplication de ses flux (ce qui justifie l'utilisation d'une probabilité artificielle pour valoriser les options).

Le résultat obtenu par cette méthode peut cependant s'interpréter, à un coefficient correctif près, comme l'espérance de la perte de l'assureur, sous les hypothèses du modèle mathématique de valorisation. La nécessaire prudence du provisionnement ne peut alors découler que du choix de paramètres prudents.

D'ailleurs, lorsque le capital sous risque est faible (c'est-à-dire lorsque l'unité de compte a une valeur proche de la garantie), cette méthode est plus prudente qu'une méthode déterministe ne prévoyant pas d'évolution ultérieure défavorable. En effet, elle tient compte de la probabilité de baisse de l'unité de compte. En revanche, lorsque le capital sous risque devient élevé, cette méthode n'est plus prudente : elle suppose « en moyenne » une remontée du cours de l'unité de compte au taux à court terme dans le cas du modèle de Black-Scholes.

Par ailleurs, cette méthode de tarification demande de disposer de certaines informations concernant les supports d'investissements telles que le rendement, la volatilité ; des paramètres estimés à partir de l'historique du support. Malheureusement, pour les nouveaux supports, nous ne disposons pas d'historique et il est difficile d'estimer les paramètres les concernant pour une bonne tarification.

- **Choix d'une méthode de tarification :**

Somme toute, cette méthode de tarification est beaucoup plus cohérente et pratique avec les marchés financiers mais peut être très critiquable sur le long terme, ce qui est d'ailleurs notre cas. Néanmoins, notre tarification sera basée sur cette méthode des puts beaucoup plus pratique. Pour ce faire, nous chercherons à évaluer le prix de l'option de vente trouvée dans l'expression de l'engagement. En ce sens, nous distinguons deux approches : **l'approche financière** et **l'approche actuarielle**.

IV. Approche de tarification de la garantie :

Il existe deux approches de tarification à savoir : l'approche actuarielle se basant sur le principe d'équivalence et l'approche financière se basant sur le principe d'absence d'opportunité d'arbitrage (FRANTZ C., [2002]).

- **Approche financière : Probabilité risque-neutre**

Cette approche consiste à adopter la démarche du financier qui voudrait évaluer la PPU du contrat qui nous concerne, c'est à dire élaborer une stratégie financière dupliquant les flux de paiement futurs de notre contrat et calculer le coût de cette stratégie.

Notons que nous adoptons les hypothèses selon lesquelles le modèle de l'actif financier est décrit par l'équation différentielle stochastique. Nous supposons qu'il existe un taux sans risque sur les marchés financiers et nous valoriserons l'option dans un environnement risque-neutre. Cependant cette hypothèse peut apparaître forte et, à certains égards, mal adaptée au contexte de l'évaluation d'un engagement.

Pourtant, dans le cadre dans la mise en place d'une couverture financière, cette approche est la mieux adaptée. Malheureusement, les options évaluées ont des maturités longues, jusqu'à 8 ou 10 ans ; il n'existe pas sur les marchés d'options de ce type, et la construction explicite du portefeuille de couverture n'est pas possible. Par ailleurs, si l'assureur ne met pas en œuvre une stratégie de couverture, mais reste dans une logique de l'évaluation d'un engagement et du calcul d'une provision, il peut sembler plus naturel et cohérent d'utiliser le principe d'équivalence, et donc de mener les évaluations sous la probabilité historique ; ce qui nous conduira à l'approche actuarielle.

- **Approche actuarielle : Probabilité historique**

Notre objectif est ici de déterminer la prime pure pour le contrat qui nous concerne en utilisant le principe d'équivalence actuarielle selon laquelle la prime pure est égale à la valeur moyenne des coûts futurs actualisés, et la couverture du risque passant par la constitution de provisions.

Nous devons dans un premier temps modéliser l'actif financier et déterminer la loi du rendement de cet actif puis dans un deuxième temps nous devons calculer la prime pure unique (PPU) du contrat en évaluant l'espérance des flux futurs sous la mesure de probabilité physique P. Cette approche convient mieux à notre étude et c'est elle que nous adopterons par la suite.

Il nous reste alors à trouver le prix théorique de nos options de vente européenne à l'aide des modèles mathématiques que nous vous présentons ci-dessous.

V. Le modèle de Black-Scholes

Le modèle de référence pour la modélisation de l'évolution des actifs risqués est, dans les modèles d'assurance, celui de Black-Scholes (1973).

Ce modèle repose sur la résolution d'une équation différentielle stochastique (EDS), en supposant que le cours d'une action suit un mouvement brownien géométrique (ou processus de Wiener généralisé).

Cette équation (EDS) s'écrit pour tout instant $t > 0$:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dB_t,$$

où :

S_t est le prix de l'action à la date t ,

μ et σ sont des constantes, respectivement le rendement et la volatilité de l'actif,

B est un mouvement brownien géométrique qui suit une loi normale $\mathcal{N}(0, \sqrt{t})$.

Dans sa version unidimensionnelle, le modèle de Black-Scholes peut s'écrire :

$$S_t = S_0 + \int_0^t \mu S_u du + \int_0^t \sigma S_u dB_u, \quad 0 \leq t \leq T,$$

où μ et σ sont des constantes fixées et S_0 est le cours observé à la date $t=0$.

En utilisant le lemme d'Itô, à la condition à l'origine $S(0) = S_0$, la solution de cette équation différentielle stochastique est sous la forme, pour tout $0 \leq t \leq T$:

$$S_t = S_0 \exp\left(\sigma B_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right), \quad 0 \leq t \leq T.$$

➤ Les hypothèses de ce modèle :

▪ Marchés efficients :

- Pas d'investisseurs dominants sur le marché ;
- Tous les investisseurs ont accès à toutes les informations concernant les titres et sont rationnels ;
- Pas de restrictions sur le volume de transactions ;
- Absence d'opportunité d'arbitrage ;

- Pas de coûts de transaction, pas d'impôts ;
- Les titres sont infiniment divisibles ;
- Marché complet :
 - Pour tout actif, il existe une stratégie permettant de le dupliquer ;
 - Le placement à la banque est sans risque et le taux d'intérêt r est un taux continu et déterministe, tel que l'actif sans risque est égal à $S_t^0 = e^{rt}$;
 - Les rendements de l'actif sous-jacent sont gaussiens, indépendants et stationnaires ;

Ainsi, selon le modèle de Black-Scholes, le cours de l'actif sous-jacent S_t suit une loi Log-Normale. Plus précisément, $\log S_t$ est un mouvement Brownien (non nécessairement standard). De plus le processus $(S_t)_{t \in [0, T]}$ vérifie les propriétés suivantes :

- Continuité des trajectoires ;
- Indépendance des accroissements relatifs : si $u \leq t$, l'accroissement relatif $(S_t - S_u)/S_u$ est indépendant de la tribu $\sigma(S_v, v \leq u)$;
- Stationnarité des accroissements relatifs : si $u \leq t$, la loi de $(S_t - S_u)/S_u$ est identique à celle de $(S_{t-u} - S_0)/S_0$;

➤ **Prix d'une option de vente par le modèle de Black-Scholes :**

Le prix évolue suivant différents paramètres dans le modèle de BS :

- **Le prix de l'actif sous-jacent** : le prix de l'option de vente est fonction inverse du prix de l'actif sous-jacent. Plus le cours de l'actif diminue, plus la valeur du put augmente et inversement pour un call.
- **Le prix d'exercice de l'option ou le Strike** : de l'expression de la valeur du put découle également de façon évidente que celle-ci augmente avec son prix d'exercice. Ici encore, c'est le raisonnement inverse qui sous-tend l'évolution d'un call.
- **La volatilité de l'actif (volatilité annuelle)** : Le niveau de la prime augmente avec la volatilité de l'actif et inversement, quel que soit le type d'option considéré, call ou put. Cette augmentation du prix de l'option est la contrepartie de l'accroissement du risque supporté par le vendeur lorsque les fluctuations du cours de l'actif sont importantes.
- **La durée de vie de l'option (durée annuelle)** : la valeur de l'option décroît à mesure que sa durée de vie se réduit, dans la mesure où la probabilité de

voir la valeur de l'option être ou devenir positive diminue. C'est conjointement le risque supporté par le vendeur qui s'amenuise à mesure que le jour d'expiration du contrat se rapproche.

- **Le taux d'intérêt sans risque / le rendement de l'actif (annuel) :** un taux d'intérêt élevé tend à diminuer la valeur du put dans la mesure où, l'investisseur préfère effectuer sa vente pour replacer son capital au taux sans risque plutôt que de conserver son actif risqué jusqu'à son échéance. Mais travaillant sous la probabilité historique, nous utiliserons plutôt le rendement de l'actif dans l'expression de l'actif sous-jacent.

Exemple de Pricing d'un Put :

Nous voulons pricer un put de Strike K et de maturité T sur un actif dont le cours à l'instant t est S_t . Cet actif décrit une dynamique de Black-Scholes. Nous avons donc :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dB_t,$$

$$S_T = S_t \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t) + \sigma(W_T - W_t)\right), t \leq T.$$

avec μ et σ des constantes représentant respectivement le rendement et la volatilité de l'actif ; S_T étant le cours de l'actif à l'instant T et la variable $W_T - W_t$ est une gaussienne centrée de variance T-t.

Le Payoff de ce Put n'est rien d'autre que $h(S_T) = \max(0 ; K - S_T)$. L'actualisation de ce Payoff à l'instant t par un taux sans risque nous donnera le prix de ce Put. Nous avons alors :

$$\begin{aligned} V_t &= \mathbb{E}\left(e^{-r(T-t)} h(S_T) / \mathcal{F}_t\right) \\ &= \mathbb{E}\left(e^{-r(T-t)} h\left(S_t e^{\mu(T-t) + \sigma(W_T - W_t) - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}\right) / \mathcal{F}_t\right) \\ &= \mathbb{E}\left(e^{-r(T-t)} \left(K - S_t e^{\mu(T-t)} e^{\sigma(W_T - W_t) - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}\right)^+\right) \\ &= \mathbb{E}\left(K e^{-r(T-t)} - S_t e^{(\mu-r)(T-t)} e^{\sigma\sqrt{(T-t)}G - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}\right)^+, \end{aligned}$$

où G est une variable aléatoire gaussienne réduite. Introduisons les quantités :

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

et :

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

avec ces notations, nous avons :

$$V_t = \mathbb{E} \left[\left(K e^{-r(T-t)} - S_t e^{(\mu-r)(T-t)} e^{\sigma\sqrt{(T-t)}G - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)} \right) \mathbb{1}_{\{G \leq -d_2\}} \right]$$

$$= \int_{-\infty}^{-d_2} \left(K e^{-r(T-t)} - S_t e^{(\mu-r)(T-t)} e^{-\sigma\sqrt{(T-t)}y - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)} \right) \frac{e^{-y^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dy.$$

En écrivant cette expression comme la différence de deux intégrales et en faisant dans la première le changement de variable $z = y + \sigma\sqrt{T-t}$, on obtient le prix du Put suivant :

$$V_t = Put(S_t, K, \mu, r, \sigma, T) = K e^{-r(T-t)} \mathcal{N}(-d_2) - S_t e^{(\mu-r)(T-t)} \mathcal{N}(-d_1)$$

avec :

$$\mathcal{N}(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^d e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

➤ Estimation des paramètres dans le modèle de Black-Scholes :

- [Estimation du taux sans risque :](#)

Le taux sans risque est obtenu à partir des taux annuels zéro-coupon. Ces taux annuels zéro-coupons sont donnés par la courbe des taux.

La courbe des taux correspond à une représentation graphique des rendements offerts par les titres obligataires d'un même émetteur selon leur échéance, de la plus courte à la plus longue. La courbe des taux la plus commune, et qui sert de référence à l'ensemble du marché obligataire d'un pays donné, est celle des emprunts d'Etat.

La BAM publie régulièrement les taux moyens pondérés sur le marché obligataire et les montants de transactions sur les Bons de Trésor pour des maturités de moins d'un an à 30 ans maximum. Les rendements sont exprimés par des taux monétaires pour les maturités inférieures à un an et par des taux actuariels pour les maturités supérieures à un an. Ces données serviront de bases de calcul pour la reconstitution des de la courbe des taux zéro-coupon.

La reconstitution de cette courbe est rendue nécessaire par le fait qu'il n'existe pas suffisamment d'obligation zéro-coupon cotées sur le marché. Par conséquent, il n'est pas possible d'obtenir les taux zéro-coupon pour un continuum de maturité. En outre, les obligations zéro-coupon ont souvent une moindre liquidité que les obligations à coupons.

L'objectif de la reconstitution de la courbe des taux est de pallier le problème de la maturité des taux moyens pondérés publiés par la BAM qui n'est pas pleine. Il nous

faut d'abord convertir ces taux monétaires en taux actuariel ; ensuite calculer les taux actuariels à des maturités pleines par une interpolation et enfin estimer la courbe des taux zéro-coupons par la méthode du Bootstrapping.

La constitution de la courbe zéro-coupons a été expliquée et mise en œuvre sur ce rapport ultérieurement pour des fins d'étude de rentabilité des contrats en UC. En effet, ce choix émane du fait qu'en pratique on se base sur le Taux Moyen des emprunts d'État TME publié trimestriellement par Bank Al Maghrib pour ressortir le taux sans risque à appliquer pour le modèle de valorisation. Dans le cas de notre étude, il s'agit plutôt de 70% du TME.

- [Estimation de la volatilité](#)

La volatilité que nous utiliserons est la volatilité historique. Elle est calculée à l'aide de l'historique des cours du sous-jacent. Le paramètre de volatilité n'est pas observable mais son estimation empirique est facile si les rentabilités sont indépendamment et identiquement distribuées.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$$

La volatilité annualisée n'est rien d'autre que : $\sigma = \sqrt{\frac{250}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$, 250 étant le nombre de jours de trading dans une année, r_i étant le rendement journalier de l'actif à l'instant i et \bar{r} étant la moyenne des rendements journaliers observés.

Le calcul n'est pas compliqué, cependant l'estimation étant effectuée sur des données historiques, le choix de la profondeur de l'historique est délicat. La perspective de long terme a des conséquences en termes de choix de modèle mais aussi au niveau de l'estimation des paramètres. Celle-ci doit en effet être menée sur des séries dont la fréquence et la profondeur doivent être cohérentes avec l'horizon de projection envisagé, ce qui conduit en général à rechercher des séries annuelles sur quelques dizaines d'années.

- [Estimation du rendement](#)

Le rendement annualisé n'est rien d'autre que $\mu = 250 \times \bar{r}$, \bar{r} étant la moyenne des rendements journaliers :

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n r_i,$$

et
$$r_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right),$$

avec S_i étant le cours de l'actif sous-jacent à l'instant i .

Nous venons donc d'évaluer une formule permettant, par passage à l'espérance mathématique sous la mesure de probabilité physique P , d'actualiser les flux de paiement futurs effectués en T à la date t . Cette formule ressemble fort à la formule de tarification d'une option de vente européenne de Black-Scholes, à la différence qu'ici μ remplace r . dans le cas présent, nous ne considérons pas un instrument financier mais nous appliquons simplement le principe d'équivalence bien connu en assurance-vie.

Cependant la valorisation d'une option par le modèle de Black-Scholes suppose ainsi que la dynamique de l'épargne de l'assuré est assimilée à celle d'un mouvement brownien géométrique. Cependant les hypothèses de ce modèle semblent s'éloigner un tout petit peu de la réalité des marchés financiers et sont d'ailleurs sujettes à de nombreuses critiques.

➤ Les limites de la valorisation par Black-Scholes :

Quelle est la validité des hypothèses du modèle de Black-Scholes dans un contexte d'assurance ?

La durée de couverture et la volatilité à utiliser sont certainement les paramètres les plus discutables dans le domaine de l'assurance.

- En effet **la volatilité**, nous percevons dans le contexte actuel (des actifs risqués) plutôt une croissance de la volatilité des actifs. La volatilité, ne variant pas beaucoup à court terme, nous pouvons alors supposer qu'elle est constante sur le court terme. Cependant, pour des options à maturité longue, supposer la volatilité constante rend le modèle obsolète.
- **Les coûts de transactions** supposés et **les impôts** supposés nuls ne reflètent pas la réalité. Ainsi, des coûts de transactions et des impôts élevés fausseraient les résultats obtenus avec la valorisation par le modèle de Black-Scholes
- Le modèle de Black-Scholes est normalement utilisé sur des **durées courtes** (2, 3, 6 mois) mais pas sur des durées de plusieurs années comme il faut le faire dans l'assurance vie. En effet, comme les conditions du marché changent sans cesse, l'attente de l'évolution des marchés se pratique en général sur des périodes courtes et pas sur un nombre important d'années. Ainsi, les paramètres utilisés dans le modèle changent à travers le temps donnant évidemment une toute autre évaluation du prix de l'option.
- Le fait que les rendements soient considérés comme **gaussien** amène à négliger les fortes variations de l'action, c'est-à-dire à négliger les variations brutales du cours du sous-jacent dues à l'arrivée d'information, bonnes ou mauvaises ou encore les krachs boursiers qui sont effectivement présents et principalement pris en compte depuis la crise des sub-primes en 2008.

Cependant, malgré ses faiblesses, le modèle de Black-Scholes reste toujours le modèle de référence utilisé en assurance, essentiellement dans le cadre de la détermination d'allocations stratégiques et de l'évaluation d'options des garanties plancher sur des contrats en unités de compte. Cependant, il est toujours intéressant de

comparer le résultat obtenu par le modèle de Black & Scholes avec des méthodes plus pragmatiques.

Dans le souci de nous approcher de plus en plus des réalités du marchés financiers, nous introduisons alors les modèles à sauts. Ces modèles prennent en compte les ruptures constatées dans les trajectoires boursières, dues notamment à l'arrivée de bonnes ou mauvaises informations propres à l'actif. Nous pouvons citer à titre d'exemple le modèle à sauts gaussiens de Merton et le modèle à sauts exponentiels doubles de Kou. Nous introduirons plus précisément *le modèle à sauts de Merton*.

VI. Le modèle de Merton :

Le modèle de Merton, développé en 1976 (Planchet F., [2017]), est un modèle de diffusion par sauts. On l'appelle ainsi un mélange de processus continus et de sauts. Elaboré pour le pricing d'options, Merton propose un modèle non gaussien permettant de généraliser le modèle de Black-Scholes à travers une représentation du cours et du taux sous forme exponentielle de processus de Lévy.

Le modèle de Merton est alors une généralisation du modèle de Black-Scholes en y intégrant des sauts des cours boursiers à des instants imprévisibles. L'introduction des sauts va non seulement permettre de rendre compte de deux phénomènes qualitatifs ci-dessus mais aussi d'expliquer simplement ces phénomènes en termes d'anticipation sur le marché. Dans ce modèle, une composante à sauts est ajoutée à la composante brownienne et il est un cas particulier des processus de Lévy. On suppose alors qu'entre deux sauts, le cours de l'actif sous-jacent suit par moment une loi log-normale.

➤ Rappel de la forme générale des processus mixtes de Lévy :

Le cours de l'actif support des options étudiées est représenté par une exponentielle d'un processus de Lévy particulier qui est la somme d'un mouvement Brownien arithmétique et d'un processus de Poisson composé. Un tel processus est appelé processus mixte saut-diffusion, ou plus simplement processus mixte de Lévy. La loi particulière de la taille des sauts conduit à retenir trois processus particuliers. Formellement, le cours du sous-jacent de l'option à l'instant t s'écrit : $S_t = S_0 \exp(X_t)$ avec S_0 le prix de l'actif à l'instant 0. (Quittard-Pinon F., Randrianarivony R., [2008]).

Nous reprenons le modèle proposé par Merton en 1976. Nous considérons ainsi que le prix de l'actif présente des sauts log-normaux Y_1, \dots, Y_j à des instants aléatoires τ_1, \dots, τ_n qui sont les instants de saut d'un processus de Poisson. Entre deux instants de saut on suppose que la dynamique du cours suit le modèle de Black et Scholes. Dans ce modèle, un saut est représenté par une variable aléatoire Y qui fait passer le prix de l'actif de S_t à YS_t . Le cours de l'actif sous-jacent est alors donné par :

$$S_t = S_0 \exp(at + \sigma W_t) \prod_{i=1}^{N_t} Y_i,$$

S_0 Prix en $t=0$,

W_t un mouvement brownien standard,

a et σ dérive et volatilité de la partie diffusive ($a = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$),

N_t est un processus de Poisson simple d'intensité λ ,

En notant $J_i = \ln(Y_i)$, tel que les J_i sont identiquement distribués selon la même loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma_j)$ et représentant la taille des sauts pouvant survenir, on peut écrire encore :

$$S_t = S_0 \exp \left(at + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} J_i \right).$$

Dans un souci de simplicité, les sauts sont ici, supposés symétriques et en moyenne nuls : $J_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_j)$. Le modèle ainsi obtenu permet d'ores et déjà de représenter les différentes situations auxquelles nous nous intéressons : $\sigma_j = 0$ ramène au modèle classique de Black-Scholes, $\sigma = 0$ nous donne une évolution purement discontinue, et dans les autres cas le modèle intègre les deux composantes.

Une des forces du modèle de Merton est que, contrairement à d'autres modèles de diffusion par sauts, il possède une forme analytique de la loi de S_t . Celle-ci s'exprime toutefois sous la forme d'une série infinie. En effet, en supposant que $S_0 = 1$, on a :

$$\begin{aligned} \Pr[S_t \leq x] &= \Pr \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} J_i \leq \ln(x) \right] \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \Pr \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} J_i \leq \ln(x), N_t = n \right] \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \Pr \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^n J_i \leq \ln(x) \right] \Pr[N_t = n] \end{aligned}$$

D'autre part, puisque N_t , W_t et J_t sont supposés mutuellement indépendants et les processus $\sum_{i=1}^n J_i$ et σW_t étant indépendants et gaussiens, leur somme est également gaussienne : $\sum_{i=1}^n J_i + \sigma W_t \sim \mathcal{N}(0; \sqrt{n\sigma_j^2 + t\sigma^2})$. Enfin, comme N_t est un processus de Poisson d'intensité λ , pour tout $t > 0$ donc $\Pr[N_t = n] = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$, d'où la formule suivante :

$$\Pr[S_t \leq x] = \sum_{n=0}^{+\infty} \Phi \left[\frac{\ln(x) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t}{\sqrt{n\sigma_j^2 + t\sigma^2}} \right] e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!},$$

avec Φ la fonction de répartition d'une loi normale centrée et réduite.

Lorsque $\lambda = 0$ (cas de l'absence de sauts) on retrouve la loi log-normale usuelle du brownien géométrique. Dans le cas général, l'expression de la formule ci-dessus permet d'approcher numériquement la distribution de l'actif en ne conservant qu'un nombre fini de termes dans la somme.

➤ **Prix d'une option de vente européenne par le modèle de Merton :**

Le prix d'une option d'achat ou de vente européenne donnée par le modèle à sauts de Merton dépend du cours initial de l'actif S_t à l'instant t , du strike K , du taux sans risque r , du paramètre μ de la volatilité de la composante systématique σ , la volatilité des sauts σ_j , la moyenne des sauts qui est dans notre cas nulle, l'intensité du processus de Poisson ou encore la fréquence annuelle des sauts λ , de la maturité T .

Procédons alors au pricing d'un Put de Strike K et de maturité T .

Le Payoff de ce Put est toujours $h(S_T) = \max(0; K - S_T)$; identique à celui utilisé dans le modèle de Black-Scholes. Le prix de l'option en date initiale t est alors donné par l'espérance de son payoff actualisé sous la probabilité physique P sachant l'information disponible en t (Kélani A., [2012]) :

$V_t = \mathbb{E}(e^{-r\tau} h(S_T) / \mathcal{F}_t)$, avec $\tau = T - t$, le temps restant avant l'échéance, donc :

$$V_t = \mathbb{E} \left(e^{-r\tau} h \left(S_t e^{a\tau + \sigma W_\tau + \sum_{i=1}^{N_\tau} J_i} \right) \right), \text{ avec } a = \mu - \frac{\sigma^2}{2}.$$

En conditionnant par le nombre de sauts $N_\tau = n$ et en utilisant la loi d'espérance itérée, il vient d'une part :

$$V_t = e^{-r\tau} \sum_{n \geq 0} \mathbb{Q}(N_\tau = n) \mathbb{E} \left(h \left(S_t e^{a\tau + \sigma W_\tau + \sum_{i=1}^n J_i} \right) \right).$$

Par ailleurs, $\sum_{i=1}^n J_i$ suit une loi normale de moyenne 0 et de variance $n\sigma_j^2$, d'où :

$$V_t = e^{-r\tau} \sum_{n \geq 0} \mathbb{Q}(N_\tau = n) \mathbb{E} \left(h \left(S_t e^{a\tau + \frac{1}{2} n\sigma_j^2 + \sigma_n W_\tau} \right) \right),$$

avec $\sigma_n^2 = \frac{n\sigma_j^2}{\tau} + \sigma^2$.

En prenant $S_n = S_t \exp \left(\frac{n\sigma_j^2}{2} - \lambda \tau \left(\exp \left(\frac{\sigma_j^2}{2} \right) - 1 \right) \right)$, on a :

$$V_t = e^{-r\tau} \sum_{n \geq 0} \mathbb{Q}(N_\tau = n) \mathbb{E} \left(h \left(S_n e^{\left(\mu - \frac{\sigma_n^2}{2} \right) \tau + \sigma_n W_\tau} \right) \right).$$

D'autre part, nous savons que le processus de comptage de sauts suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda\tau$. Il vient ensuite :

$$\begin{aligned}
 V_\tau &= e^{-r\tau} \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\lambda\tau} (\lambda\tau)^n}{n!} \mathbb{E} \left(h \left(S_n e^{\left(\mu - \frac{\sigma_n^2}{2}\right)\tau + \sigma_n W_\tau} \right) \right) \\
 &= \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\lambda\tau} (\lambda\tau)^n}{n!} e^{-r\tau} \mathbb{E} \left(h \left(S_n e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma W_\tau} \right) \right).
 \end{aligned}$$

Cette série s'interprète comme la somme de prix d'options européennes sachant que n sauts de Poisson se sont produits ; pondérée par la probabilité d'occurrence de ces sauts. Nous pouvons alors approximer cette série par la formule close de BS.

L'expression $e^{-r\tau} \mathbb{E} \left(h \left(S_n e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma W_\tau} \right) \right)$ n'est rien d'autre que l'espérance du Payoff actualisé d'un Put dont le sous-jacent S_n décrit la dynamique de Black-Scholes. Nous avons alors :

$$\text{Put_Merton}(S_t, K, \mu, r, \sigma, \sigma_j, \lambda, \tau) = \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\lambda\tau} (\lambda\tau)^n}{n!} \text{Put}_{\text{BS}}(S_n, K, \mu, r, \sigma_n, \tau).$$

Nous venons d'évaluer une option de vente européenne avec le modèle de Merton sous la probabilité physique P . L'introduction des sauts dans le modèle de BS augmente la précision des résultats surtout sur le long terme. Malheureusement, quand le nombre de paramètres modifiables augmentent, la stabilité du modèle devient faible.

➤ Estimation des paramètres

L'Estimation des paramètres de ce modèle se fait selon deux étapes (Planchet F., [2018]) :

- Calculer des estimateurs par la méthode des moments ;
- Utiliser ces estimateurs comme valeurs pour initialiser un algorithme de maximisation de vraisemblance ;

Étape 0 : Densité du rendement logarithmique de l'actif :

En démarrant de l'expression du rendement sur l'intervalle $[t, t+h]$: S_{t+h}/S_t et en considérant par la suite des courts équiréparties aux instants $t_i = \frac{iT}{n}$ sur l'intervalle de temps $[0, T]$, les variables aléatoires $x_i = x(t_i) = \ln \left(\frac{S_i}{S_{i-1}} \right)$ sont i.i.d. et la distribution du rendement dépend de la longueur de l'intervalle mais pas de la position. Numériquement, on suppose que le pas de la subdivision est égal à un $\frac{T}{n} = 1$ et on est ramené alors à déterminer la loi de $R = \ln \left(\frac{S(t+1)}{S(t)} \right)$ qui est indépendante de t et qui est absolument continue (comme étant une combinaison de lois absolument continues). Ainsi, on a la densité suivante :

$$f_r(x) = \frac{e^{-\lambda}}{\sqrt{2\pi}} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\lambda^n}{n! \times \sqrt{(n\sigma_j^2 + \sigma^2)}} \exp\left(-\frac{(x - \mu + \frac{\sigma^2}{2})^2}{2(n\sigma_j^2 + \sigma^2)}\right) \right] \right]$$

On peut montrer également que la transformée de Laplace de r simplifiée s'écrit :

$$E[e^{-\beta r}] = \exp\left\{-\beta\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \frac{\beta^2 \sigma^2}{2} + \lambda \left[\exp\left(\frac{\beta^2 \sigma_j^2}{2}\right) - 1\right]\right\}.$$

Étape 1 : Méthode des Moments :

Nous allons à présent estimer les 4 paramètres permettant de définir intégralement le modèle de Merton : $\mu, \sigma^2, \lambda, \sigma_j^2$. Pour ce faire, nous allons procéder par la méthode dite des moments. Cette méthode consiste à égaliser les moments théoriques avec les moments empiriques des log-rendements, qui conduit ensuite à un système d'équations non linéaires à 4 inconnues permettant d'obtenir les paramètres. L'égalisation de quatre moments empiriques avec les moments théoriques correspondants conduit un à système de quatre équations à quatre inconnues qui va nous permettre d'en déterminer des estimateurs.

De la densité précédemment trouvée, on peut déduire les moments centrés. Le modèle étant symétrique, les moments centrés d'ordre impair sont nuls, et les moments centrés d'ordre pair s'écrivent :

$$E\left[(R - E(R))^{2k}\right] = \frac{(2k)!}{2^k k!} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n \exp(-\lambda)}{n!} (\sigma^2 + n\sigma_j^2)^k.$$

Pour paramétrer le modèle, on utilise donc le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{R} = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T R(t) = \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \\ \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T (R(t) - \bar{R})^2 = E\left[(R - E(R))^{2 \times 1}\right] = \sigma^2 + \lambda \sigma_j^2, \\ \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T (R(t) - \bar{R})^4 = E\left[(R - E(R))^{2 \times 2}\right] = 3e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} (\sigma^2 + n\sigma_j^2)^2, \\ \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T (R(t) - \bar{R})^6 = E\left[(R - E(R))^{2 \times 3}\right] = 15e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} (\sigma^2 + n\sigma_j^2)^3, \end{array} \right.$$

où T est le nombre de données observées.

La résolution du système non linéaire à quatre équations et quatre inconnues pour obtenir les valeurs des paramètres par cette méthode peut être effectuée par un algorithme de type Newton-Raphson et ne pose pas de difficulté particulière.

Étape 2 : Maximum de Vraisemblance :

La méthode des moments va permettre d'obtenir un premier jeu d'estimateurs pour les paramètres du modèle ; nous allons par la suite utiliser ce jeu comme valeur initiale pour déterminer le maximum local de la vraisemblance dans son voisinage. Compte tenu l'expression de la densité ci-dessus, on obtient l'expression suivante de la vraisemblance :

$$L(x_1, \dots, x_n, \mu, \sigma^2, \lambda, \sigma_J^2) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda}}{\sqrt{2\pi}} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\lambda^n}{n! \times \sqrt{(n\sigma_J^2 + \sigma^2)}} \exp\left(-\frac{\left(x - \mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)^2}{2(n\sigma_J^2 + \sigma^2)}\right) \right] \right]$$

Le but est ainsi de maximiser la vraisemblance sous les contraintes évidentes des variances positives ($\sigma^2 \geq 0$ et $\sigma_J^2 \geq 0$).

D'autre part, comme nous disposons des estimateurs obtenus par la méthode des moments. Nous considérons que ces estimateurs approchent à plus ou moins 10% les estimateurs du maximum de vraisemblance. Par conséquent, nous retenons d'imposer quatre contraintes d'inégalité pour l'optimisation de la log-vraisemblance.

➤ **Tarifification proprement dite**

Nous chercherons à expliciter la formule déterminée ci-dessus dans différentes situations. Pour ce faire, nous disposons d'un contrat à un seul support UC et un support en Dirhams. Nous verrons alors que nous disposons d'une formule fermée si nous modélisons l'évolution du cours de l'actif par un mouvement brownien géométrique et un modèle à sauts. Nous présenterons en particulier dans ce cas, le lissage du coût de la garantie sur la durée de vie du contrat (Planchet F., [2018]).

- Hypothèses de la tarification

Il s'agit de l'ensemble des hypothèses suivantes :

- Un support en dirhams revalorisé au TMG et un support UC ;
- Pas de rachat du contrat ;
- Pas d'arbitrage pendant la vie du contrat ;
- Le taux de chargement f_g prélevé sur l'encours du support UC mensuellement ;
- Le taux de chargement du support en Dirhams est prélevé sur la PB annuellement ;

- Le taux de prélèvement pour la gestion de la garantie plancher α mensuellement ;
- On suppose que l'assuré ne fera de versements libres ;

Comme, nous l'avons vu précédemment, le coût de la garantie s'exprime comme suit :

$$V = \sum_{n=1}^T \frac{n}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{n}{12}} \times Put \left(S, K, \mu, r, \sigma, \frac{n}{12} \right),$$

avec n , la périodicité.

Cette expression ci-dessus n'est rien d'autre que celle de la PPU. Cependant, se pose alors la question du financement de cette garantie ; la préfinancer complètement n'est pas forcément optimal et peut induire un coût élevé lors de la souscription du contrat. On s'intéresse alors à étaler ce financement sur la durée du contrat. On suppose donc que la société finance la garantie par un prélèvement annuel sur l'encours des placements, prélèvement au taux α chaque mois.

- Cas de versement unique

Nous pouvons écrire les flux actualisés espérés, conditionnellement à l'environnement financier, respectivement pour l'assureur :

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{t}{12}} \times e^{-r(t/12)} \left[K - S_t(1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t \right]^+,$$

et l'assuré :

$$C = \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \alpha \times e^{-r((t-1)/12)} S_{t-1} (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^{t-1}.$$

Les expressions ci-dessus traduisent le fait que la prestation est payée au moment du décès alors que les cotisations sont perçues tant que l'assuré est vivant. La valeur économique de ces flux s'obtient alors par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(P) &= \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{t}{12}} \\ &\times \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(e^{-r(t/12)} \left[K - S_t(1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t \right]^+ \right). \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(C) &= \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left(e^{-r((t-1)/12)} S_{t-1} \right) (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^{t-1}, \\ &= \alpha \times S_0 \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^{t-1}. \end{aligned}$$

L'expression de l'option de vente européenne contenue dans l'expression de l'engagement de l'assureur évaluée avec la formule close Black-Scholes nous permet d'écrire :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(P) = \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{t}{12}} \times Put_BS \left(S_0 (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t, K, \frac{t}{12} \right),$$

avec :

$\frac{t}{12} p_x$: la probabilité qu'une tête d'âge x soit en vie dans $\frac{t}{12}$ années, t étant le nombre de mois jusqu'à l'échéance du Put ;

$\frac{1}{12} q_{x+\frac{t}{12}}$: la probabilité qu'une tête d'âge $x + \frac{t}{12}$ années décède avant le mois suivant ;

S_0 : le versement initial et unique ;

K : Le montant garanti par l'assureur à verser en cas de décès aux ayant-droits ;

et :

$$Put_BS \left(S_0 (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t, K, \frac{t}{12} \right) = Ke^{-r(\frac{t}{12})} \mathcal{N}(-d_2) - S_0 (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t e^{(\mu-r)(\frac{t}{12})} \mathcal{N}(-d_1),$$

tel que:

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\log\left(\frac{S_0(1-f_g)^t(1-\alpha)^t}{K}\right) + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)\left(\frac{t}{12}\right)}{\sigma \times \sqrt{\left(\frac{t}{12}\right)}}; \\ d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{\left(\frac{t}{12}\right)}. \end{cases}$$

L'expression de l'option de vente européenne contenue dans l'expression de l'engagement de l'assureur évaluée avec le modèle à sauts de Merton nous permet d'écrire :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(P) = \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{t}{12}} \times Put_Merton \left(S_0 (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t, K, \frac{t}{12} \right),$$

avec :

$$Put_Merton(S_0(1-f_g)^t(1-\alpha)^t, K, \frac{t}{12}) = \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\lambda(\frac{t}{12})} \left(\lambda\left(\frac{t}{12}\right)\right)^n}{n!} Put_BS \left(S_0 (1 - f_g)^t (1 - \alpha)^t, K, \frac{t}{12} \right).$$

Pour les deux modèles, le taux naturel de tarification pour un assuré d'âge x , noté α_x est obtenu en égalant l'engagement de l'assureur et l'engagement de l'assuré soit :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(P) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(C).$$

La résolution de cette équation en α (par dichotomie par exemple), conduit à un taux applicable pour chaque âge à la souscription x fixé.

- Cas de versements périodiques

Nous avons un versement initial S_0 effectué au début du contrat qui est par la suite alimenté par des cotisations périodiques bien définis Cot . L'engagement de l'assureur s'écrit comme suit :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(P) = \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{t}{12}} \times Put_{BS} \left[\left(S_0(1-f_g)^t(1-\alpha)^t + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{Cot}{(1+r)^i} \times (1-f_g)^i(1-\alpha)^i, K, \frac{t}{12} \right) \right],$$

et celui de l'assuré :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(C) = \sum_{t=1}^T \frac{t}{12} p_x \times \alpha \times \left[\left(S_0(1-f_g)^t(1-\alpha)^{t-1} + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{Cot}{(1+r)^i} \times (1-f_g)^i(1-\alpha)^{i-1} \right) \right].$$

VII. Présentation de l'outil de tarification :

Rappelons que l'ultime objectif de cette première partie est de dégager un taux de prime à appliquer sur l'encours, contrat par contrat, pour couvrir le risque couru par l'assureur en raison de la garantie plancher activée en cas de décès.

L'ensemble des fondements théoriques, ayant été étalés dans les paragraphes ci-dessus, nous ont permis de mettre en œuvre un outil de tarification de ladite garantie sous Excel VBA. L'application permet ainsi de ressortir deux valeurs de taux de prélèvement au titre de la garantie et ceci selon les deux modèles précités : Merton et Black-Scholes.

Le classeur de calcul comporte ainsi les données suivantes :

- Une feuille qui contient le détail des calculs portant sur la courbe des taux
- Une feuille consacrée pour le cas des versements uniques
- Une feuille consacrée pour le cas des versements périodiques

Afin de remonter au taux de prélèvement au titre de la garantie plancher, il suffit de renseigner l'ensemble des informations portant sur l'assuré, les unités de compte et les caractéristiques de la garantie.

La figure ci-dessus visualise l'environnement de travail pour la tarification :

Tarification et Provisionnement de la Garantie Plancher

Age de l'assuré	<input type="text"/>	Rendement BS	<input type="text"/>	Calculer le taux de prime	
Age limite de la garantie	<input type="text"/>	Volatilité BS	<input type="text"/>		
Durée du contrat	<input type="text"/>	Rendement Merton	<input type="text"/>	Taux de prime BS	<input type="text"/>
Table de mortalité	<input type="text"/>	Vol. compo. systématique	<input type="text"/>	Taux de prime Merton	<input type="text"/>
Montant garanti	<input type="text"/>	Vol compo. Diversifiable	<input type="text"/>		
Versement initial	<input type="text"/>	lambda	<input type="text"/>		
Versement annuel	<input type="text"/>				
Part investi en dhs	<input type="text"/>				
Part investi en UC	<input type="text"/>				

Figure 9 : Outil de tarification de la garantie plancher

Partie II : Provisionnement

Introduction :

Comme vu dans la précédente partie, une garantie plancher est assimilée une option de vente détenue par le bénéficiaire du contrat en unités de compte, de prix d'exercice égal au montant investi par l'assuré et exerçable au moment de son décès dans le cas d'une garantie en cas de décès et à la maturité dans le cas d'une garantie en cas de vie. La valorisation de la garantie est alors obtenue à partir de la somme pondérée par les probabilités de décès d'une série de puts. Le strike de chacun des puts étant le capital garanti et le sous-jacent l'épargne de l'assuré en support de l'UC.

Le provisionnement se fait ainsi de manière prospective par la méthode classique de calcul des provisions mathématiques : différence entre les valeurs actuelle probables des engagements futurs respectivement pris par l'assureur et l'assuré (Corre M., [2005]).

$$PGP = VAP_{Engagement\ Assureur} - VAP_{Engagement\ Assuré},$$

avec : PGP : Provision pour Garantie Plancher à la date de calcul,

et : VAP : Valeur Actuelle Probable à la date d'évaluation de la PGP.

I. Notion de valeur actuelle probable :

D'après le principe d'équivalence, une somme C payable dans t années avec une probabilité p peut être remplacée par un versement certain de valeur Cp à la même époque t . Si les placements rapportent le taux de rendement r_t sur la durée $[0;t]$, alors le montant Cp de l'époque t est financièrement équivalent à $C \cdot \frac{1}{(1+r_t)^t} \cdot p$ à la date d'évaluation de la PGP. Cette dernière grandeur est la valeur actuelle probable (à la date d'évaluation de la PGP) d'une somme C payable à la date t avec la probabilité p . Dans ce qui suit, nous calculerons des sommes de valeurs actualisées à la date d'évaluation de la PGP et pondérées par des probabilités de versements.

II. Engagement de l'assureur :

La partie en dirhams ne représente aucun risque pour l'assureur au niveau de la garantie plancher.

L'engagement de l'assureur se détermine contrat par contrat. Sur chaque contrat, il correspond au capital sous risque réduit au prix du put. L'engagement de l'assureur est la somme du prix des puts, pondéré par les taux de sortie.

L'assureur est considéré comme un vendeur de put au(x) bénéficiaire(s) du contrat et d'échéance la date de décès de l'assuré. Notons cependant qu'il ne s'agit pas d'une option de vente classique car la date de décès de l'assuré n'est pas connue d'avance. L'engagement de l'assureur est donc équivalent au prix d'une série de puts calculés indépendamment et pondérés par les probabilités de décès de l'assuré.

III. Engagement de l'assuré :

L'engagement de l'assuré se détermine contrat par contrat selon les types de versements choisis et en appliquant des taux de persistance aux différents flux de primes futures attendues.

L'expression des deux types d'engagement, à savoir celui de l'assuré et celui de l'assureur ont été présentés dans la partie tarification sous les deux modèles de Black and Scholes et Merton.

Ainsi, la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par l'assuré à la date d'inventaire correspond alors au niveau de provision mathématique à cette date.

CHAPITRE 3

ÉTUDE DE RENTABILITÉ

I. Problématique :

Les produits d'assurance vie sont des produits dits « longs termes ». En effet, l'échéance de ces contrats pourraient s'étendre sur plusieurs années après la souscription. De plus, l'activité est caractérisée par l'inversion du cycle de production. L'assureur perçoit aujourd'hui une prime qui servira à payer des sinistres futurs, des options et garanties définies à la souscription du contrat et dont on ne connaît pas la valeur aujourd'hui. Il lui est alors impossible de connaître aujourd'hui les résultats futurs liés à un produit. A cet effet, il lui est important de simuler ses résultats futurs à la base des hypothèses minutieusement choisies afin d'approcher au mieux la réalité. Cette étude de la rentabilité est alors nécessaire avant la commercialisation d'un nouveau produit et même après ; afin de toujours s'assurer de la rentabilité du produit.

Ces études contiennent l'évaluation de la valeur d'un portefeuille considéré par la société mais aussi des tests de sensibilité permettant de connaître la sensibilité du portefeuille par rapport à certaines hypothèses.

En effet, l'environnement de travail d'une société peut être amené à changer et différents facteurs peuvent contribuer à ce changement. La législation peut par exemple contraindre une entreprise à revoir ses hypothèses de tarification, voire les modifier. La concurrence peut aussi l'amener à revoir sa stratégie. Faire varier les paramètres d'un modèle et tester la variation des indicateurs de rentabilité permettra à l'actuaire de savoir à quel point le produit d'assurance est profitable mais aussi de connaître quels sont les paramètres les plus décisifs à la rentabilité. D'ailleurs, il n'est pas suffisant de savoir qu'un produit est profitable si un changement d'hypothèse, relativement possible, rend ce produit non-rentable.

Cette étude de rentabilité se fait à travers plusieurs indicateurs qui nous permettent d'évaluer la capacité d'un produit à générer de la richesse pour l'assureur. L'objectif est donc de s'assurer que les produits proposés sont en ligne avec la rentabilité souhaitée par l'actionnaire.

IV. La rentabilité : questions à se poser :

Afin de prendre la décision d'investir dans un projet, l'actionnaire qui apporte le capital à la compagnie d'assurance sera désireux d'évaluer la rentabilité de celle-ci. Se posent alors plusieurs questions cruciales :

- Quels seront les cashflows futurs probables que dégagera le nouveau produit ?
- A partir de quelle année le projet pourra être rentable pour l'actionnaire ?

Plusieurs critères interviennent dans cette décision : le rapport entre le montant investi et le montant espéré en retour, mais aussi le risque supporté, la durée d'immobilisation du capital, les taux d'intérêt du marché, le rendement attendu par l'actionnaire etc...

V. Critères de décision :

Planchet F.[2010], nous explique que la procédure de mesure de rentabilité peut se décomposer en plusieurs étapes :

- **Étape 1 :** Choix d'une mesure de risque ;
- **Étape 2 :** Choix d'une fonction Objectif (indicateur que l'on souhaite optimiser) ;
- **Étape 3 :** Projection stochastique des flux du contrat ;
- **Étape 4 :** Calcul de la valeur prise par la fonction Objectif pour chacun de ces flux ;
- **Étape 5 :** Calcul de la valeur prise par la mesure de risque sur la distribution des valeurs prises par la fonction Objectif ;

La NBV est un indicateur souvent utilisé pour mesurer la rentabilité. Prenons comme indicateur la NBV. De façon simpliste, la NBV peut fournir un critère de décision pour l'investisseur qui serait le suivant :

- Si $NBV(f, I_0) < 0$: refuser le projet ;
- Si $NBV(f, I_0) = 0$: zone d'indifférence ;
- Si $NBV(f, I_0) > 0$: accepter le projet ;

Afin d'appréhender cette notion de rentabilité et la mesurer selon les étapes décrites ci-dessus, il nous faut alors choisir minutieusement nos indicateurs de rentabilité.

II. Les principaux indicateurs de rentabilité

La rentabilité est le rapport entre les résultats obtenus par une entreprise et les moyens utilisés pour arriver à ce résultat. Elle peut être étudiée selon plusieurs critères. Il faut alors choisir minutieusement les indicateurs que nous souhaitons maximiser ou minimiser. (Sauldubois M., [2015]).

VI. TRI : Taux de Rentabilité Interne ou IRR : Internal Rate Return

Le TRI mesure la rentabilité dégagée par une activité nouvelle, en prenant en compte l'ensemble des résultats que cette activité va dégager dans le temps. Le TRI est donc utilisé :

- Soit pour estimer la rentabilité des nouvelles affaires produites dans l'année ;
- Soit pour valider le lancement d'un nouveau produit (profit testing).

Le TRI représente le taux d'actualisation qui annule la valeur des flux investis et dégagés par le produit ou l'activité. Ce calcul est fait en tenant compte des contraintes liées aux règles de solvabilité et intègre donc les flux nécessaires pour couvrir les exigences de capital minimum que l'actionnaire doit affecter à l'activité.

Les flux correspondent :

- À l'ensemble des marges techniques, administratives et financières prévues sur la durée de vie des contrats ;
- Au capital minimum nécessaire que doit immobiliser l'actionnaire pour pouvoir exercer son activité (marge de solvabilité);
- Aux produits des placements liés à cette marge de solvabilité ;
- À la charge d'impôt des sociétés de chaque exercice. Lorsque le résultat comptable sera négatif l'on tiendra compte d'une charge d'impôt négative ce qui suppose que ce gain fiscal puisse être imputé sur le résultat positif généré par d'autres produits de la société.

Bref, ces flux correspondent au résultat.

Le TRI est le taux d'actualisation tel que :

$$\sum_{i=0}^N \frac{CF_i}{(1 + TRI)^i} = 0.$$

Dans ce contexte, le TRI constitue un critère pertinent car il représente la rémunération attendue par l'actionnaire sur la durée de leur investissement, au regard du capital investi initialement. Le TRI apparaît donc comme le coût du capital immobilisé sur la durée considérée. Il peut représenter une valeur de rentabilité cible à atteindre pour ensuite pouvoir déterminer la tarification des produits

Un indicateur souvent associé au TRI est la **Payback Period**. Il s'agit du nombre d'années nécessaires pour que les flux futurs dégagés rentabilisent l'investissement de départ. Avec le schéma précédent il s'agit de : $T_0 = \min(T)$, avec T qui vérifie l'équation suivante :

$$|Flux_0| \leq \sum_i^N Flux_i.$$

Le TRI peut être perçu comme le taux de rendement d'un portefeuille de contrats. Il permet de comparer différents produits au regard de leurs durées de vie et du résultat initial. Cet indicateur est donc un complément à des outils plus classiques tel que la NBV.

VII. NBV : New Business Value

La NBV est un indicateur dérivé de l'Embedded Value et destiné à mesurer la valeur créée pour l'actionnaire par une année de production.

La NBV est définie par le CFO Forum comme étant la valeur actuelle des résultats projetés des contrats souscrits dans l'année, après déduction du coût du capital, de la valeur temps des options et garanties financières ainsi que du coût des risques résiduels non répliquables sur le marché financier.

Elle prend en compte la VIF relative aux nouveaux contrats, c'est-à-dire les profits que généreront ces nouveaux contrats au cours de l'année (y compris les coûts d'acquisition). Il s'agit d'une mesure couramment utilisée par les compagnies dans la gestion de la valeur mais le sujet est sensible car il représente la capacité de la compagnie à créer de la valeur.

Elle est alors égale à la Value Of Inforce du New Business de l'exercice diminuée du résultat de 1ère année du New Business (Strain) qui est fortement impacté par les frais internes d'acquisition et la marge d'acquisition (chargements - commissions) :

$$\text{NBV} = \text{Strain} + \text{VIF} = \text{Strain} + \text{PVFP} - \text{Coût du capital (Non Financial Risk)} - \text{TVOG}.$$

- [Strain](#) :

La souscription de nouveaux contrats engendre des coûts pour l'entreprise appelés frais d'acquisition. A titre d'exemple, pour un lancement d'un nouveau contrat d'assurance-vie, le résultat comptable de la première année est fortement négatif et ne tient pas compte des résultats positifs pour les prochaines années :

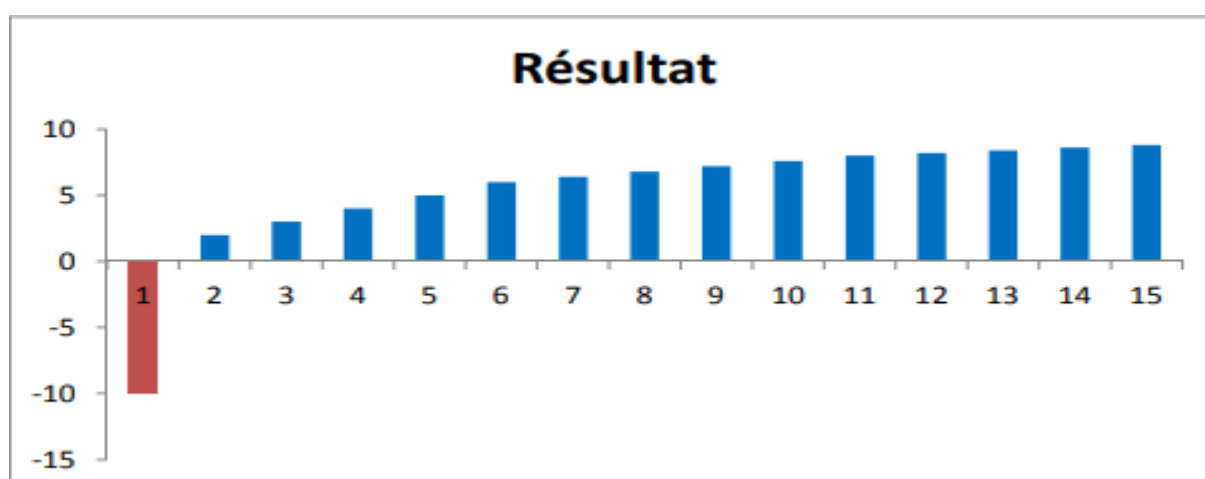


Figure 10 : Exemple d'évolution d'un compte de résultat

Ces coûts ne sont pas projetés car ils n'existent que pour l'année de souscription. Notre étude portant uniquement sur le New Business, ces coûts ne seront appliqués que pour la première année.

- [Value of In Force](#)

La VIF constitue une des mesures les plus intéressantes de la rentabilité d'un portefeuille de contrats d'assurance. Elle représente une mesure de la richesse générée dans le futur à partir des contrats en cours au sein du portefeuille et revenant à l'assureur.

La valeur actuelle des profits futurs est définie comme étant la valeur actuelle des cash-flows futurs à destination des actionnaires, générés par un portefeuille dit en run-off, c'est-à-dire sans prendre en compte les affaires nouvelles mais en tenant compte d'hypothèses de prestations (rachats et décès). Pour calculer la VIF, il est nécessaire d'établir des comptes de résultats de manière prévisionnelle pour l'ensemble des exercices à venir.

La VIF se décompose en plusieurs éléments :

- La PVFP, égale à la valeur actuelle des profits futurs ;
- La valeur temps des options et garanties financières, noté TVOG (Time Value of Financial Options and Guarantees) ;
- Le coût du capital, noté CoC ;
- Le coût des risques non financiers, noté CNFR (Cost of Non-Financial Risk) ;

- [PVFP](#)

La Present Value of Future Profits est la valeur actuelle des profits (ou pertes) probables futurs, nets d'impôts, distribuables aux actionnaires, générés par le portefeuille de contrats en cours. La PVFP est un indicateur moyen terme qui permet d'apprécier dans la durée la rentabilité des affaires en cours.

La PVFP permet de capturer la rentabilité d'une compagnie d'assurance vie de manière prospective et donc de dépasser la vision statique que la seule compréhension des états comptables et financiers pourrait apporter.

L'objectif est de réaliser des projections de l'activité d'assurance sur plusieurs années et de calculer ensuite la valeur de l'ensemble des cash-flows futurs probables, nets d'impôts, générés par le portefeuille de contrats à la date d'évaluation.

Ces flux sont ensuite actualisés à la date d'évaluation au taux sans risque, comme l'indique la formule suivante :

$$PVFP = \sum_{i=0}^N \frac{R_i \times (1 - IS)}{(1 + r_i)^i}.$$

- CoC : Cost of Capital

Le CoC (Cost of Capital) est le coût de la détention de l'exigence en capital pour satisfaire les contraintes réglementaires de solvabilité. Les régimes prudentiels imposent aux assureurs de détenir un montant minimum de fonds propres, à immobiliser par les actionnaires. Il convient donc de prendre en compte le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition du capital requis pour exercer son activité : il correspond à un manque à gagner lié au fait que le capital réglementaire est rémunéré généralement au taux sans risque, inférieur aux objectifs de rentabilité de l'actionnaire. Le CoC représente donc le coût d'immobilisation des fonds propres nécessaires à l'activité.

Pour le calcul de la VIF, le coût du capital doit être retranché de la PVFP afin d'obtenir une valeur ajustée des pertes ou bénéfices distribuables.

Quand les fonds propres immobilisés sont égaux à l'exigence en capital réglementaire (CR), ils génèrent, pour l'exercice comptable t, des produits financiers qui peuvent être représentés par :

$$\text{Produits financiers sur Fonds Propres (t)} = MSR(t - 1) \times TRA(t),$$

où :

- TRA(t) est le taux de rendement comptable des actifs ;
- MSR(t-1) est le montant du capital réglementaire calculé en fin d'année t-1, pour l'exercice suivant.

Le capital réglementaire, ses variations et ses intérêts constituent une série de flux pouvant être représentée de la manière suivante : à la fin de l'année t, l'actionnaire récupère le capital placée l'année précédente, ainsi que les produits financiers générés par ce capital l'année t, et il replace le capital requis calculée à la date t. Ainsi, le cashflow dégagé des fonds propres pour l'année t est égale à la différence entre le besoin en capital de l'année t-1 et celui de l'année t, augmenté des produits financiers sur fonds propres nets d'impôts sur les sociétés l'année t.

Le coût pour l'assureur représente alors :

$$-[MS(t - 1) - MS(t) + MS(t - 1) \times TRA(t) \times (1 - IS)].$$

En considérant un contrat prenant fin à la date T, l'expression du coût du capital peut alors s'écrire :

$$CoC = MS(0) - \sum_{t \geq 1} \frac{MS(t-1) - MS(t) + MS(t-1) \times TRA(t) \times (1 - IS)}{(1 + \tau_{actualisation})^t}$$

- Time Value of Option and Guaranties:

Le principe de calcul de la valeur des options et garanties financières reste le même, mais les hypothèses économiques utilisées pour la calculer sont plus encadrées. Pour le calcul de la valeur temps des options et garanties financières, les modèles stochastiques utilisés doivent être calibrés à partir des données de marché observables les plus récentes.

Ainsi la TVOG ajoutée à la valeur intrinsèque des options et garanties financières correspond au prix actuel d'une couverture similaire acquise sur le marché. Ces options et garanties sont les rachats, les garanties décès ...

➤ **APE et NBM :**

Les primes peuvent être uniques ou bien périodiques. Ces deux types de primes correspondant à des modalités de financement différentes, n'ont pas d'ordres de grandeurs comparables. Il est alors pratique de substituer aux primes uniques une quantité annuelle obtenue en les divisant par la durée conventionnelle de paiement des primes.

Pour chaque exercice comptable, nous définissons l'APE (Annualized Premium Equivalent) comme étant la prime annuelle équivalente (Annual Premium Equivalent). Elle correspond à l'ensemble des primes perçues au cours de l'année. Par convention, elle se calcule de la manière suivante :

$$APE = 100\% * Primes Périodiques + 10\% * Primes uniques et versements exceptionnels.$$

Il est alors possible de construire le ratio suivant, représentant la marge sur les affaires nouvelles : la NBM (New Business Margin).

$$NBM = \frac{NBV}{APE}$$

➤ **PVEP et NBV Profit**

La PVEP (Present Value of Expected Premiums) est la valeur actualisée des primes futures espérées par les sociétés d'assurance.

Notre PVEP de la manière suivante :

$$PVEP = \sum_{i=1}^n Primes_i * DF_i$$

Où DF_i au facteur d'actualisation obtenu à partir de la courbe des taux zéro coupon. Mais dans le calcul de la PVEP, les taux zéro-coupons sont actualisés au milieu de l'année.

Une autre approche passe par le calcul de la PVEP (Present Value of Expected Premiums). La PVEP est la valeur actuelle probable des primes futures projetée dans la production nouvelle. Le ratio suivant peut alors être construit :

$$NBV_{Profit} = \frac{NBV}{PVEP}.$$

Cependant afin de calculer ces indicateurs de rentabilité, il nous faut projeter le compte de résultat. En effet, l'analyse du compte de résultat permet de mesurer la rentabilité d'une entreprise, c'est-à-dire dans quelle mesure, la compagnie d'assurance du fait de son activité, dégage un bénéfice ou une perte.

➤ **Compte de Résultat :**

Un compte de résultat regroupe pour chaque année l'ensemble des ressources et des charges liées à l'exercice comptable. Il se décompose en trois parties : le résultat technique, financier et administratif. Nous raisonnerons ici en termes de marge. Nous allons présenter chacun de ces postes dans les parties suivantes.

- Marge technique :

La marge technique correspond à la différence entre les produits techniques et les charges techniques, à laquelle est soustraite la PB technique pour les fonds en dirhams. Les produits techniques sont constitués des versements nets de frais d'acquisition. Elles sont obtenues à partir des primes acquises par la société d'assurance après déduction des chargements. Les charges techniques correspondent aux prestations versées au titre des sinistres de l'année comptable. Elles sont constituées des sinistres auxquels est ajoutée la variation des provisions techniques.

Il est à noter que la marge technique est nette de réassurance. Les primes et les prestations cédées au titre de la réassurance sont donc soustraites respectivement aux produits et aux charges techniques.

- Marge technique :

Dans notre modélisation, la marge financière est égale aux produits financiers du placement des provisions techniques du fonds en dirhams desquelles est retirée la PB financière ainsi que les intérêts techniques distribués aux assurés.

- Marge de gestion :

La marge de gestion correspond à la différence entre les produits de gestion et les charges de gestion. Les produits de gestion sont les frais prélevés sur la réserve de

l'assuré afin dans le cadre de la gestion de son épargne. Quant aux charges, elles correspondent aux coûts liés à la gestion des contrats. Au niveau des contrats en UC, nous notons la rétrocession d'une partie des frais de gestion à la société gestionnaire des fonds.

- Marge d'acquisition :

La marge d'acquisition suit le même principe que la marge de gestion. Elle correspond à la différence entre les produits d'acquisition et les charges d'acquisition. Les produits d'acquisition sont les chargements sur les versements effectués. Il s'agit de la partie des versement effectués par les assurés ayant pour but de subvenir aux financements des frais générés par la souscription des contrats.

- Marge sur la garantie plancher

Elle correspond à la prime liée à la garantie plancher augmentée des produits financiers générés par le placement de cette prime diminué par le capital supplémentaire versé en cas de décès dans le cadre de la garantie plancher.

- Marge de réassurance :

Elle correspond à différence entre les primes cédées au titre de la garantie plancher en cas de décès et la charge du réassureur en cas de décès.

- Marge sur fonds propres

La marge sur fonds propres correspond au flux de MS récupérée par l'assureur additionné des intérêts générés par le placement des fonds propres.

Plus précisément, notons la MS_i requise pour l'année i . Chaque année le cash-flow dégagé pour l'assureur est égal à la différence entre la MSR en début d'année i et celle en début d'année $i+1$, à laquelle s'ajoute un produit financier généré par les fonds propres. Nous supposons que la dotation à la MSR est effectuée en début d'année.

III. Structure générale du modèle :

Avant de passer à l'estimation et au calcul de l'ensemble des éléments que comporte notre modélisation, nous commençons par une première introduction dans laquelle nous allons introduire le produit à modéliser puis définir l'ensemble des composantes que nous aurons à expliciter par la suite.

- Présentation du produit :

Objet de l'offre : contrat individuel d'Assurance-Vie libellé en UC permettant la constitution d'une épargne moyennant des versements tout en bénéficiant des avantages fiscaux et juridiques de l'Assurance-Vie.

Conditions à la souscription : portant soit sur l'assuré telles que son âge à la souscription, ou bien sur la ventilation de l'épargne telles que les limites de répartition des versements sur l'ensemble des supports proposés.

Garantie plancher : fonctionnement, éligibilité et souscription : il s'agit d'une garantie activée en cas de décès et ayant un montant maximal de couverture et un âge limite à la souscription.

Types de versements : initial, périodiques et libres.

Sorties possibles : versement de l'épargne constitué sous forme de capital.

Notre modélisation suit trois étapes classiques : les inputs, le moteur de calcul et les outputs.

- Les inputs :

Ils correspondent aux paramètres en entrée du modèle. Ils constituent l'ensemble des caractéristiques de modélisation du passif et de l'actif. Le descriptif de l'actif correspond à la composition du portefeuille d'actifs, le nombre d'obligations ou d'actions par exemple. Pour le passif il s'agit des données sur le portefeuille, des hypothèses sur les différents comportements des assurés, sur les tables.

Dans le cadre de notre étude, comme nous travaillons sur un portefeuille d'affaires nouvelles, nous ne modéliserons que la partie de passif de ce portefeuille. Nous ne modéliserons pas l'actif, car les affaires nouvelles sont supposées être couvertes uniquement avec des actifs sans risque.

- Nous distinguons trois catégories d'inputs :
- Le portefeuille : L'ensemble des informations concernant les contrats du produit étudié à savoir la prime annuelle équivalente, les taux de chargements ainsi que les taux de commissions et les frais généraux.
- La base financière : L'ensemble des hypothèses financières, à savoir le taux d'inflation, le taux d'actualisation et le taux de rendement des actifs (le taux forward), l'évolution des valeurs liquidatives des OPCVMs sur toute la durée de

projection (pour la partie UC) et de la marge de solvabilité, utilisés pour l'évaluation des indicateurs de rentabilité.

- La base actuarielle : L'ensemble des hypothèses actuarielles utilisées dans l'outil à savoir le taux d'évolution des cotisations, les lois de versements, le taux technique de PB, la loi de rachat

- Le moteur de calculs :

Le moteur de calculs réalise nos différents calculs tout en prenant en compte les différentes stratégies de l'entreprise ainsi que le comportement des assurés.

Les hypothèses relatives au portefeuille sont implémentées dans le moteur de calcul, qui projette les primes perçues par l'entreprise, les provisions ainsi que la charge de sinistres à l'aide de toutes les lois qui régissent le comportement des assurés.

- Les outputs :

Les outputs, quant à eux correspondent à l'ensemble des résultats des calculs réalisés jusqu'à l'horizon de projection souhaitée. Dans notre modélisation, il s'agit, pour chaque année de projection des marges technique, d'acquisition, de gestion, financière ainsi que la marge de solvabilité.

Ces flux nous permettent ensuite d'estimer nos indicateurs cités plus hauts tels que la NBV, la NBV Profit, NBM, le TRI et le Payback Period.

➤ **Inputs du modèle :**

L'élaboration des inputs et des hypothèses est une étape cruciale pour notre étude. En effet, tous nos résultats dépendront de ces hypothèses. Elles doivent alors être choisies minutieusement.

Tout d'abord pour construire un modèle prospectif, il est nécessaire de s'assurer de l'exhaustivité des informations sur lesquelles se baseront les futurs calculs. Etant donné que le produit est nouveau, nous ne disposons pas encore pas de bases de données le concernant. Nous réaliserons alors notre étude avec le portefeuille d'un produit de capitalisation d'AXA existant sur le marché. Ce portefeuille est composé : des matricules des assurés, de leur date de naissance, la catégorie de l'assuré, de la date d'effet de leur contrat, du type de versement (versement périodique ou exceptionnel), du montant de versement et la date de versement.

Cependant, dans notre modèle prospectif les calculs ne seront pas effectués tête par tête mais par Model Points. Ces derniers correspondent à des groupes de contrats présentant des caractéristiques communes. Dans notre modélisation, nous regrouperons nos contrats par garanties souscrites sous quatre Model Point qui dépendent de l'âge des assurés pour chaque catégorie. Chaque model point correspond à une classe d'âge et a un effectif.

➤ **Hypothèses générales**

Le modèle utilisé est stochastique et s'appuie sur une projection de la sinistralité d'un portefeuille de contrats. Le modèle repose sur des hypothèses CE et l'horizon de projection choisi est de 100 ans.

- Hypothèses du produit

- **Versements effectués**

La société gestionnaire des UC, dans son Business Case a fixé le montant du versement global qui sera effectué par les assurés au cours de la première année du contrat. De ce fait, nous n'utiliserons pas les primes moyennes de chaque Model Point. Cependant le montant global du Business Case est alors ventilé entre les différents Model Point en tenant compte de la loi de reversement des primes et de la fréquence de chaque Model Point dans le portefeuille globale considéré.

- **Taux de commissions**

Les taux de commissions sont fixés contractuellement et sont spécifiques à chaque produit. Les commissions correspondent aux versements effectués par la société d'assurance aux réseaux de distribution ayant souscrit et gérant les contrats d'assurance. Elles sont exprimées en pourcentage des primes.

Dans notre projection, les commissions correspondent à la totalité des frais d'acquisition prélevés sur les versements effectués par l'assuré. Pour ce produit, les affaires étant apportées par la Banque B, la commission lui est versée.

- **Frais généraux**

Les frais généraux sont calculés sur la base de l'année comptable précédente. Ils sont répartis en trois catégories :

- Frais d'acquisition
- Frais de gestion des provisions
- Le coût de la garantie plancher

Pour toute la durée du contrat, la gestion de l'épargne de l'assuré entraîne des coûts. Une proportion de son épargne est alors prélevée pour faire face à ces coûts.

- **Taux de chargements**

Les taux de chargements sont calculés sur la base des données comptables de la dernière année de clôture, sur un portefeuille de contrat d'un produit analogue à celui étudié. Ils sont exprimés en pourcentage des primes perçues et ils sont constants tout au long de la projection.

Ils représentent la partie des primes versées par les assurés qui est utilisée afin de subvenir aux financements des frais engendrés par la souscription des contrats,

notamment les commissions. Cependant, les chargements n'ont pas pour vocation à régler les prestations.

- **Réassurance**

La réassurance pour le décès étant obligatoire au Maroc, cette dernière est globalement modélisée avec un taux de cession des primes constant tout au long de la projection.

- **Participation aux bénéfices**

La PB est obligatoire uniquement pour les contrats d'assurance vie. Elle permet à l'assuré de participer aux bénéfices techniques et financiers de l'entreprise. Mais il peut exister aussi des produits de Prévoyance avec une clause de PB (l'assurance décès-emprunteur en France).

La PB est modélisée de la marge financière de l'entreprise, à l'aide d'un taux de PB financier. L'assiette de calcul de la PB financière est l'ensemble des PT de l'année comptable.

Pour les contrats avec une clause de PB, la modélisation nécessite la détermination des hypothèses sur les taux futurs de revalorisation et sur la répartition du profit entre les actionnaires et les assurés.

- **Intérêts techniques**

Indépendamment d'une clause de PB, l'assureur s'engage à verser des intérêts techniques aux clients. Ceci est présent dans les contrats épargne retraite où la réglementation exige la revalorisation de l'épargne de l'assuré par un taux minimum garanti peu importe les résultats financiers de l'assureur. Dans notre produit, il n'y a pas ce taux minimum garanti pour le compartiment en dirhams, donc pas d'IT.

- **Marge de solvabilité**

La réglementation impose aux entreprises pratiquant des opérations d'assurance, de disposer à tout moment d'une marge de solvabilité suffisante, en plus des PT, destinée à amortir les effets d'éventuelles variations économiques défavorables, comme par exemple des écarts sur les risques de sinistralité. Il s'agit d'un matelas de sécurité contre l'aléa dans la réalisation des divers risques qui peuvent affecter le passif ou l'actif d'une société d'assurance.

Dans la réglementation marocaine, la marge de solvabilité exigée en assurance vie est un montant de capital équivalent à :

Etude de rentabilité

- 5% des provisions mathématiques du compartiment en dirhams.
- 1% pour le compartiment en unités de comptes, où le risque financier est nul, ce ratio est de et correspond au seul risque opérationnel
- 0,3% des Capitaux Sous Risques (CSR). Les CSR désignent les capitaux versés en cas décès, déduction faite de la PM, au titre de la garantie plancher.

Pour une année la marge de solvabilité règlementaire est alors :

$$MSR = 5\% \times PM_{DHS} + 1\% \times PM_{UC} + 0.3\% \times CSR \times \text{taux de retention}_2,$$

avec : $\text{taux de retention}_2 = \max\left(50\% ; 1 - \frac{CSR_{cédés}}{CSR_{brut}}\right).$

- **Taux d'imposition sur les sociétés**

Les projections effectuées doivent être nets d'impôts. Nous utiliserons alors le taux réglementaire d'imposition sur les sociétés qui est de 37%.

- [Les hypothèses biométriques :](#)

- **Paiement des cotisations**

Cette loi permet de modéliser l'évolution annuelle des primes. Dans notre modèle nous appliquons aux versements périodiques et aux versements exceptionnels la loi de reversement. D'une année à une autre, on suppose que l'assuré n'effectuera pas le même versement périodique ; mais il fera un versement inférieur à celui convenu d'avance. C'est ce que nous appelons la loi de reversement.

- **Taux de sortie**

Nous supposons que les contrats sont reconduits par tacite reconduction (renouvellement automatique). Néanmoins les contrats peuvent ne pas être reconduits l'année suivante si l'assuré décide de résilier son contrat par rachat total, si l'assuré décède ou encore si le contrat arrive à maturité. Dans notre modèle le taux de sortie englobe les trois causes citées précédemment. Par la suite, nous supposerons que les décès ont d'abord lieu ; ensuite une partie des survivants rachètent leurs contrats puis les contrats d'une partie de ceux qui restent atteignent la maturité.

- **Loi de rachat**

Pour notre outil, nous n'avons fait aucune modélisation particulière au niveau de la loi de rachat. Nous avons plutôt utilisé deux lois de rachats afin de comparer les résultats donnés par chacun de deux. L'une des lois de rachats provient du produit donc le portefeuille a été retenu pour l'étude et le second est une loi modélisée avec GLM.

- **Loi de décès**

La loi de décès est calculée par âge de l'assuré. La table de mortalité utilisée est la TD 88-90 avec un abattement 20%.

- **Loi de sortie**

La loi de sortie s'écrit alors comme suit :

$$(1 - \tau_k^{sortie}) = (1 - q_x)(1 - \tau_k^{rachat})(1 - \tau_k^{maturité}).$$

- Les hypothèses financières :

- **Le taux d'inflation**

Le CFO Forum préconise la prise en compte de l'inflation dans les projections. La modélisation du taux d'inflation doit être cohérente sur le long terme. Mais dans le cadre de notre étude, nous avons supposé le taux d'inflation constant pour toute la durée de projection.

- **Taux d'actualisation**

Les taux d'actualisation sont utilisés pour déprécier des flux futurs et pour donner leur valeur actuelle. Ils varient lors de chaque inventaire et dépendent du niveau des taux obligataires. L'actualisation des flux futurs probables se fait sur la base d'une courbe de taux sans risque pertinente à la date de l'évaluation. Il s'agit de la courbe des taux Zéro-Coupon (ZC).

- **Estimation du taux sans risque**

Transformation en taux :

Tous les points de la courbe de taux doivent avoir la même base d'intérêt pour pouvoir interpoler entre eux, d'où la nécessité de convertir les taux monétaires en taux actuariels pour trouver les taux supérieurs à 1 an, et inversement, nous avons besoin de convertir les taux actuariels en taux monétaires pour trouver les taux inférieurs à 52 semaines.

Les obligations de maturité inférieure à 1 an, sont assimilables à des zéro-coupons car ils ne génèrent qu'un seul flux à maturité. Ces taux nommés "taux monétaires" sont calculés sur une base annuelle de 360 jours alors que les taux zéro coupon sont calculés sur une base actuarielle de 365 jours (Benjelloun S. [2014]).

La conversion du taux monétaire en taux actuariel se fait selon la formule suivante :

$$t_a = \left(1 + \frac{n * t_m}{360}\right)^{\frac{365}{n}} - 1.$$

Inversement, nous pouvons déduire le taux monétaire du taux actuariel comme suit :

$$t_m = \left((1 + t_a)^{\frac{n}{365}} - 1 \right) * \frac{360}{n},$$

avec :

t_m : le taux monétaire ;

t_a : le taux actuariel ;

n : nombre de jours de placements ;

Date de valeur	Taux moyen pondéré	Taux actuariel
31/12/2018	2.33%	2.39%
28/12/2018	2.33%	2.39%
31/12/2018	2.35%	2.41%
28/12/2018	2.42%	2.48%
28/12/2018	2.40%	2.47%
28/12/2018	2.44%	2.50%
28/12/2018	2.43%	2.49%
28/12/2018	2.46%	2.53%
31/12/2018	2.55%	2.62%
31/12/2018	2.56%	2.63%
31/12/2018	2.63%	2.71%
31/12/2018	2.72%	2.79%
31/12/2018	2.83%	2.91%
31/12/2018	3.22%	3.32%
31/12/2018	3.31%	3.41%
28/12/2018	3.41%	3.52%
28/12/2018	3.47%	3.57%
27/12/2018	3.70%	3.82%
27/12/2018	3.76%	3.88%
31/12/2018	3.76%	3.88%
28/12/2018	4.33%	4.48%

Figure 11 : Estimation du taux actuariel

L'interpolation

La courbe des taux actuariels obtenue est interpolée linéairement afin d'obtenir les taux actuariels de maturités pleines.

Grâce à cette interpolation linéaire, il sera désormais possible d'estimer le taux correspondant à une maturité pleine à partir de deux points de la courbe sachant que

cette maturité pleine est comprise dans l'intervalle engendrée par ces points. Nous supposons alors qu'entre deux points, la courbe des taux est alors une fonction affine.

Si la maturité t_k ne coïncide pas avec les points d'intérêts, le taux r_k correspondant peut-être défini moyennant la courbe de taux par une interpolation linéaire de deux valeurs de taux avoisinantes, par la formule suivante :

$$r_k = r_i + \frac{(r_{i+1} - r_i) * (t_k - t_i)}{(t_{i+1} - t_i)},$$

avec :

r_k : taux correspondant à la maturité t_k .

Construction des taux zéro-coupon par la méthode Bootstrapping

Le taux zéro-coupon est implicitement défini dans la relation suivante :

$$B(0, t) = \frac{1}{[1 + R(0, t)]^t},$$

où:

- $B(0,t)$ est le prix de marché à la date 0 d'une obligation zéro-coupon délivrant une unité monétaire à la date t. On appelle aussi $B(0,t)$, le facteur d'actualisation en 0 pour la maturité t.
- $R(0,t)$: taux de rendement en 0 de l'obligation zéro-coupon délivrant une unité monétaire en t. $R(0,t)$ est aussi le taux zéro-coupon en 0 de maturité t.

Le prix V de l'obligation à la date t s'écrit donc plus justement :

$$V_t = \sum_{i=t+1}^m \frac{F(i)}{[1 + R(t, i - t)]^{t-1}} = \sum_{i=t+1}^m F(i)B(t, i).$$

Il est à noter que les taux publiés par Bank Al-Maghrib correspondent à un échange au pair. En d'autres termes, le prix de l'obligation est égal à sa valeur nominale et le taux de coupon est égal au taux de rendement à l'échéance (taux actuariel).

Pour retrouver les taux zéro coupon associés au taux actuariel, nous utilisons la méthode du Bootstrap. Cette méthode permet de reconstituer la courbe zéro coupon pas à pas, à partir des prix des obligations.

La méthode de Bootstrap est une technique qui permet de construire une courbe de taux pas à pas, à partir d'éléments discontinus. La méthode consiste à choisir une suite d'instruments financiers liquides à maturités croissantes, et à inverser les formules de valorisation de ces instruments pour obtenir les facteurs d'actualisation au fur et à mesure de notre avancement.

Nous disposons alors des taux jusqu'à une maturité de 27 ans pourtant notre projection est réalisée sur un horizon de 100 ans. De ce fait, une interpolation pour calculer les taux ZC pour toutes les maturités. Mais pour simplifier l'étude, nous avons imputé le taux ZC de maturité 27 ans à toutes les autres maturités au-delà de 27 ans.

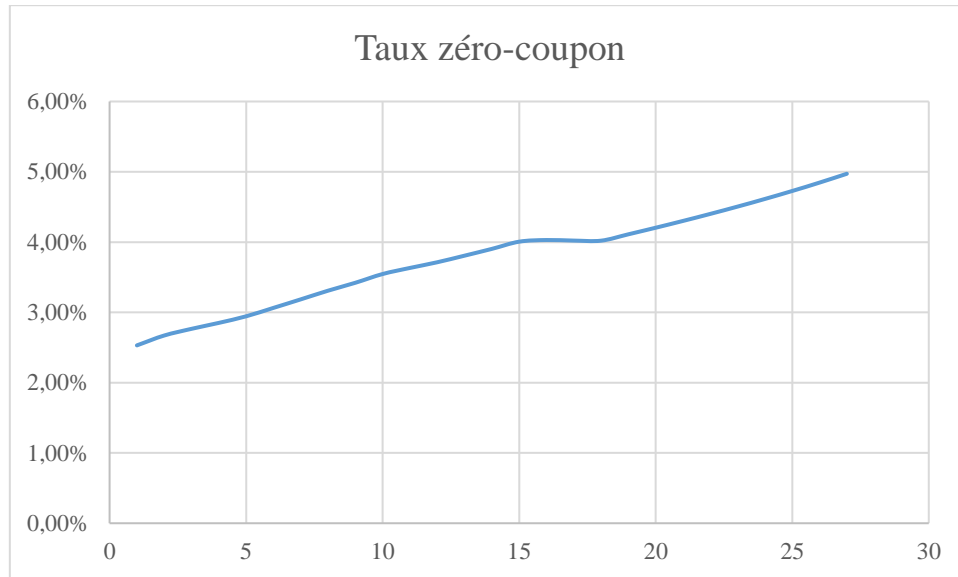


Figure 12 : Estimation du taux actuariel

- **Taux de rémunération des actifs : Le taux forward**

De la courbe des taux ZC, nous pouvons déduire la courbe des taux forward. En effet, la courbe ZC renseigne sur le rendement que nous pouvons avoir à une certaine maturité en investissant aujourd'hui dans un actif non risqué. Pourtant, nous avons besoin du taux de rendements des actifs correspondant à chaque année afin de projeter les produits financiers de chaque année. Le taux d'intérêt forward est un taux d'intérêt qui s'applique à une période dont le départ se situe à une date future au-delà des dates de valeur conventionnelles

Le taux forward se calcule de la manière suivante :

$$F(t_1, t_2) = \left[\frac{(1 + r_2)^{d_2}}{(1 + r_1)^{d_1}} \right]^{\frac{1}{d_2 - d_1}} - 1,$$

avec :

- $F(t_1, t_2)$: le taux forward entre t_1 et t_2 ;
- r_1 : le taux ZC de maturité t_1 ;
- r_2 : le taux ZC de maturité t_2 ;
- d_1 : nombre d'années entre la date initiale et la maturité t_1 ;
- d_2 : nombre d'années entre la date initiale et la maturité t_2 ;

➤ **Modélisation du portefeuille :**

• Cadre de l'étude

Nous rappelons que le but de cette étude est d'évaluer la capacité d'un contrat en unités de compte avec un compartiment en Dirhams à créer de la richesse et d'anticiper les principaux paramètres influant sur sa rentabilité. Adoptant une vision du New Business, nous calculerons donc la NBV qui correspond à la valeur d'une année de production. Les contrats pris en compte sont appelés « affaires nouvelles » car résultant uniquement de la souscription.

• Scénario central

Nous nous plaçons dans un premier dans un scénario que nous considérons beaucoup plus proche de la réalité que nous appelons scénario central. Les hypothèses de ce scénario ont été empruntées à d'autres produits de capitalisation déjà existant sur le marché. Nous évaluerons tout d'abord notre portefeuille sous ce scénario que nous stresserons par la suite.

• Model Point

Comme nous l'avons mentionné précédemment, nous disposons d'une feuille Excel de quatre Model Point par catégorie. Donc en tout, nous disposons de huit Model Point. A chaque Model Point est associé un âge, moyen, un versement initial, un versement périodique, un versement exceptionnel et un effectif en respectant les montants prévus dans le Business Plan. Toutes les projections seront alors effectuées pour chaque MP pour un horizon considéré.

• Hypothèses techniques

Nous disposons d'une seconde feuille Excel où nous renseignons toutes les hypothèses à savoir :

- Les paramètres techniques : les frais d'acquisition, de gestion, le taux de PB
- Les hypothèses sur la garantie plancher
- Les supports OPCVM et les profils (Prudence, Equilibre et Dynamique)
- Les hypothèses de projection
- Les hypothèses sur la mortalité (la table de mortalité et l'abattement)
- Les dépenses unitaires d'acquisition et de gestion du contrat
- Les hypothèses sur la marge de solvabilité réglementaire et l'IS
- Deux tables de rachat et les pénalités qui dépendent de l'ancienneté du contrat. Il est à noter que les pénalités de rachat sur le compte en dirham n'est pas le même que sur le compte en UC.

Paramètres Techniques	Frais Gestion Fonds DH Frais Gestion Fonds UC Frais Acquisition: Versement Périodique < 3MDH Frais Acquisition: 3MDH< Versement Périodique < 8MDH Frais Acquisition: Versement Périodique > 8MDH Frais Acquisition Versement Exceptionnel Taux Assurance décès Versement Périodique Taux de Rétrocession sur frais de gestion Taux de PB
Garantie Plancher	Age Limite de la Garantie Plafond de la Garantie Taux de Pénétration Taux de revalorisation GAP
Supports	Profil Part Dhs Part OPCVM Actions Part OPCVM Obligataire Part OPCVM Diversifié

Figure 13 : Hypothèse techniques de l'outil de rentabilité

- Hypothèses financières

Comme précisé précédemment, nous renseignons les années, les maturités, les taux ZC, les taux forward afin de faire les projections en CE. Nous disposons aussi d'une colonne qui renseigne sur les rendements réels de la compagnie afin de faire les projections en Best Estimate. Mais à la date de projection, nous ne disposons pas de ces rendements futurs. Nous ne pourrions procéder qu'en CE.

- Hypothèses de mortalité

Nous disposons ici de six tables de mortalité au total :

- PM 60-64
- PF 60-64
- RF 45-49
- AF 45-49
- TD 88-90
- TV 88-90

L'utilisateur de l'outil a la possibilité de projeter les décès avec n'importe lequel de ces tables de mortalité. Dans le cadre de notre étude, nous avons choisi la table TD 88-90.

- Hypothèses sur les VL des OPCVM

Les OPCVM ont été projetés sur une durée de 100 ans avec le modèle de Black-Scholes avec une discrétisation de Milshstein. Tous les OPCVM (Actions, Obligataires et Diversifiés) ont été considérés comme des actifs risqués. Il n'y a que les volatilités et les rendements qui les diffèrent. Bien évidemment, les OPCVM obligataires ont été considérés comme moins risqués que les OPCVM Actions. Quant aux OPCVM diversifiés, ils sont une combinaison des deux précédents.

Ne disposant pas d'un recul historique des OPCVM, les hypothèses sur leurs valeurs liquidatives, leurs rendements sont ceux observés du 31/12/2018 au 31/03/2019. Quant à la volatilité, nous avons imputé celle du MASI (avec un recul de 3 ans) aux OPCVM Actions. La volatilité du MASI pour les périodes où les rendements ont été positifs a été imputé aux OPCVM Obligataires. Nous avons supposé une combinaison 50% OPCVM Actions et OPCVM Obligations.

Pour simplifier la projection, nous avons supposé que la VL d'un OPCVM à la clôture N-1 est égale à la VL à l'ouverture N.

$$VL_{fin\ d'année\ N-1} = VL_{début\ d'année\ N}$$

Schéma de Milshstein :

Le modèle de Black-Scholes est le même que celui qui a été présenté dans la partie Tarification. Nous pouvons la discrétiser soit avec le schéma d'Euler, soit avec celui de Milshstein. Ces deux schémas servent à discrétiser et résoudre les EDS. Nous avons opté pour celui de Milshstein car elle converge beaucoup plus avec vers la solution explicite.

$$dS_t = (\mu dt + \sigma dB_t)S_t$$

Le schéma de Milshstein s'écrit : $S_{(k+1)h} = S_{kh} \left[1 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) h + \sigma W_k + \frac{1}{2}\sigma^2 (\Delta W_k)^2 \right]$, avec h le pas de discrétisation. Dans notre étude, le taux, la volatilité et les valeurs liquidatives sont annuelles donc, nous avons un pas h=1.

- Nombre de contrats :

Le nombre de contrats est projeté sur toute la durée de projection en tenant compte de la loi de sortie (décès, rachats partiels, maturité). Nous avons alors pour chaque MP, tous les contrats sortis par décès, par rachats, par maturité, les contrats existants en début d'année et fin d'année.

$$nbre_contrats_{cl\acute{o}ture} = nbre_contrats_{ouv} * \left(1 - loi_{de\ sortie\ ou} \right),$$

- Cotisations :

Nous projetons ensuite les versements (initial, périodique, exceptionnel) effectué chaque année par un seul individu en tenant compte de la loi de reversement jusqu'à l'horizon choisi en tenant compte des frais d'acquisition.

$$\text{Cotisations}_k = \text{Cotisations}_{\text{périodiques}} \times \text{loi}_{\text{de reversement}}$$

La loi de reversement utilisé est celle d'un produit de capitalisation.

La part de cotisation investie dans les UC chaque année est aussi revalorisé à un taux défini dans les hypothèses puis cumulé. Ceci nous servira à calculer les capitaux sous risque et le capital supplémentaire à verser en cas de décès au titre de la garantie plancher.

- Nombres d'UC :

Pour chaque année, le nombre d'UC (OPCVM Actions, OPCVM Obligataires, OPCVM Diversifiés) est projeté à l'ouverture, après les versements effectués au titre de l'année en cours et à la clôture en tenant compte des frais de gestion. Nous projetons également le nombre d'UC pour les décès, les rachats et les maturités et ceux prélevés comme coût de la garantie plancher. Cela nous servira à calculer le montant versée en cas de décès et le capital supplémentaire garanti.

- Réserves

Les réserves du compartiment dirhams sont projetés de façon classique et ne subissent aucun traitement particulier si ce n'est que les intérêts crédités ici sont nuls. A la PM d'ouverture et aux versements effectués, net de frais de gestion, n'est associée que la PB. Pour chaque MP, nous avons :

$$PM_{\text{cl\^oture } N} = PM_{\text{ouv } N} \times (1 - \text{frais}_{\text{gestion}}) + \text{Versements}_N - \text{Sorties}_N + PB_N.$$

La réserve en UC est tout simplement projeté en multipliant le nombre d'UC par la valeur liquidative de celui-ci à cette année.

$$\text{Montant_UC}_k = VL_k \times \text{nbre_d'UC}_k.$$

- Garantie Plancher

Ici, nous projetons les capitaux sous risque à chaque clôture, le capital supplémentaire garanti, les provisions de la garantie plancher avec la formule trouvée dans la partie Provisionnement. Le CSR brut est juste la différence entre le capital garanti et le niveau de l'épargne.

$$CSR_{cédés} = \max(0; \min(CSR ; Portée) - Priorité).$$

- Participations aux bénéficiaires :

A la moyenne des provisions techniques à l'ouverture et à la clôture, est appliqué le taux forward afin de calculer. A ces produits financiers est appliqué le Taux de PB pour déterminer la part qui revient à l'assuré.

$$Prod_{fin_N} = \frac{1}{2} \times (PT_{ouv} + PT_{clôture}) \times Taux_{forward_N}.$$

- Réassurance :

La réglementation oblige tous les assureurs à souscrire à une réassurance auprès de la SCR sur toutes les garanties décès. A cet effet, une partie de la prime payée par l'assuré dans le cadre de la garantie plancher est cédée au réassureur. Ce dernier n'interviendra en cas de décès que si le reliquat entre le capital garanti et le niveau de l'épargne se situe entre une certaine priorité et une portée. Cette portée et cette priorité sont individuelles. La charge du réassureur pour un individu se calcule alors par la formule suivante :

$$Charges_{réassureur_N} = \max(0; \min(Capital_{supplémentaire} ; Portée) - Priorité)$$

- PVFP :

La PVFP est projeté à partir du compte de résultat. Comme précisé précédemment, elle n'est que la somme des différents résultats nets actualisés.

CE PVFP less strain	0
	Year
	Primes
	Frais d'acquisition
	Sorties
	Pénalités sur rachats
	Variation de la réserve DHS
	Variation de la réserve UC
	IC
	Marge technique brute
	Coût de la garantie plancher
	Produits financiers sur le coût de la C
	Provisions pour la garantie plancher
	Capital supplémentaire décès
	Résultat sur garantie plancher
	Commission
	Coût d'acquisition
	Acquisition result
	Frais de gestion
	Commissions sur gestion
	Coût de gestion
	Marge de gestion

Figure 14 : Compte de Résultat

- CoC:

La CoC est projetée à partir de la formule présentée plus haut en tenant compte de la marge de solvabilité réglementaire et les capitaux sous risque.

COC	0
	Year
	AA SM (BOY)
	AA SM (EOY)
	Return on AA SM
	TAX AA SM
	Net AA SM cost
	Deflator

Figure 15 : Calcul du Coût du Capital

- La NBV :

La NBV calculé est stochastique et est la moyenne de 1000 à 10.000 simulations. En effet, nous simulons les valeurs liquidatives des OPCVM puis nous calculons la NBV pour chaque simulation. Ensuite, la moyenne des NBV devrait converger vers la NBV que l'on trouverait dans un cas déterministe avec les mêmes hypothèses.

Le principal indicateur utilisé est la NBV Profit et elle doit atteindre un certain seuil pour le scénario central avant que l'actionnaire ne considère le projet comme rentable. Nous nous servons aussi de la NBM.

➤ **Tests de sensibilité**

Plusieurs tests de sensibilité sont effectués dans le but d'étudier l'impact de nos hypothèses produits, biométriques, sur la rentabilité de notre portefeuille d'affaires nouvelles.

Dans cette partie, nous testons la sensibilité de notre portefeuille par rapport aux coûts d'acquisition et de gestion, aux rachats, et par rapport à la combinaison des coûts et des rachats. Nous effectuons ensuite des tests afin d'évaluer la sensibilité de nos indicateurs de rentabilité de notre portefeuille de contrats.

Nous faisons varier certains indicateurs à la hausse ou à la baisse afin de voir quelle serait la perte probable pour l'actionnaire en cas d'un scénario pessimiste ou quel serait son gain en cas de scénario optimiste.

Dans notre étude, nous pouvons clairement voir l'impact de ces tests de sensibilité sur les résultats. Nous y voyons que certains inputs telle la loi de rachat impacte très fortement la rentabilité par rapport aux autres inputs.

Conclusion :

Ce travail nous a permis d'explorer et d'approfondir chaque partie de la création d'un contrat d'assurance-vie (le volet financier, la mortalité, la fixation des primes, ...) mais également de consolider notre culture et notre technicité en finance de marché et en assurance-vie.

A travers nos études, nous avons pu remarquer que les contrats en UC sont très novateurs et offrent plusieurs perspectives séduisantes que ce soit à l'assureur et à l'assuré. Ce produit purement commercialisé dégage l'assureur de tout risque financier. Cependant, la garantie décès lui transfère à nouveau un risque financier très grand. Il est alors nécessaire de mettre en place des stratégies robustes lui permettant de les gérer.

Malheureusement, malgré la complexité de ces produits, les modes de tarification et de provisionnement n'étant pas réglementés, l'assureur essaie de trouver la méthode la plus adéquate possible. C'est d'ailleurs pour cela que nous avons exploré toutes les méthodes et approches de tarification possibles, les comparer et ne jamais se fier à un seul modèle. Cependant, selon la méthode choisie, on peut être confronté à plusieurs difficultés telle l'absence de l'historique de certains inputs. Il faudra alors trouver une méthode d'estimation très efficace afin de ne pas biaiser les calculs.

Par ailleurs, l'outil de rentabilité conçu nous a permis de projeter notre portefeuille afin de voir la valeur dégagée au travers des hypothèses d'un scénario central. De plus, les stress-tests nous ont apporté des informations précieuses concernant le comportement de notre portefeuille par rapport à la variation des hypothèses. Cela permettra à l'assureur et aux actionnaires d'avoir une idée sur le futur probable du produit en question et prendre les décisions nécessaires en ce sens.

En guise de conclusion, il est à noter que ces produits sont d'un avenir capital dans le monde assurantiel et particulièrement sur le marché marocain. Néanmoins, il faudra s'assurer de mettre en place des stratégies de gestion de risque liées à ces contrats comme précisées dans cette étude. Il sera alors important de suivre le marché de près, actualiser les inputs et adapter les outils de tarification et de gestion de risques.

Bibliographie

- **Benjelloun S. [2014]**, Construction d'un portefeuille Trading Obligataire : Immunisation contre le risque de taux et de crédit et Optimisation, EMI.
- **Introduction**
- **Doullaye Ousseini I. [2016]**, Étude sous Solvabilité 2 d'un contrat d'assurance-vie en unités de compte avec garantie plancher en cas de décès et en cas de vie, CNAM.
- **Elhabbouli H. [2015]**, Le contrat d'Assurance-Vie en droit Franco-Marocain, Ecole Doctorale SHOS.
- **Frantz C. [2002]**, Tarification Actuarielle contre Financière des Contrats en Unités de Compte, Magistère d'Actuariat de Strasbourg.
- **Kélani A., [2012]**, Gestion des contrats d'Assurance-Vie en unités de compte : une approche non-gaussienne, Université Claude Bernard Lyon I.
- **Mantel A., Merlus S. [2003]**, Rapport sur les contrats en unités de compte à garantie plancher, Commission De Contrôle Des Assurances.
- **Planchet F. [2010]**, La lettre Actuariat et Finance.
- **Planchet F. [2017-2018]**, Modèles financiers en assurance et analyses dynamiques, Support de cours ISFA.
- **Planchet F. [2018]**, Les garanties « plancher » sur les contrats en unités de compte à garantie plancher, ISFA.
- **Quittard-Pinon F., Randrianarivony R., [2008]**, Calibrage d'options pour trois modèles : mixtes, diffusions et sauts, Presses universitaires de Grenoble.
- **Sauldubois M. [2015]**, Les principaux paramètres déterminant la rentabilité d'un contrat de Prévoyance individuelle, ISFA.

Annexes

Annexe 1 : Article 20 du Projet de la Circulaire de l'ACAPS portant sur la SBR

Pour les opérations d'assurance en unités de compte, la meilleure estimation des engagements visée à l'article 12 ci-dessus est calculée garantie par garantie et tête par tête. Elle correspond à la différence entre :

- La somme de la valeur de rachat des unités de compte et de la valeur des garanties s'y rattachant et ;
- La somme des prélèvements pour chargement de gestion futurs probabilisée et actualisée sur la base de la courbe des taux visée à l'article 12 ci-dessus. **Toutefois, l'entreprise d'assurances et de réassurance peut procéder à une agrégation en retenant des critères homogènes, notamment l'âge et ce, après accord de l'Autorité.** Les prélèvements pour chargement de gestion futurs correspondent au produit des provisions mathématiques par le taux de chargement de gestion contractuel. Lesdites provisions mathématiques sont évaluées en fonction du montant des provisions mathématiques à la date d'inventaire en tenant compte, le cas échéant, des bases techniques suivantes :
 - La table de mortalité : La Table de mortalité TV 88-90 pour les assurances en cas de vie ou la table de mortalité TD 88-90 pour les assurances en cas de décès prévues à l'annexe N°3 de la présente circulaire, auxquelles l'entreprise d'assurances et de réassurance peut substituer une table de mortalité d'expérience, matérialisant la mortalité propre à la population de ses assurés et ce, après accord de l'Autorité ;
 - La table de rachat en montant, déterminée conformément à l'article 16 ci-dessus ;
 - La table de résiliation, déterminée conformément à l'article 17 ci-dessus ;
 - La courbe des taux fixée par l'Autorité et visée à l'article 12 ci-dessus. **Les prélèvements pour chargement de gestion futurs sont estimés en considérant un horizon de projection suffisant pour la couverture la durée de vie des engagements à la date d'inventaire.**

Annexe 2 : Article 100 du Code des Assurances Marocain traitant de la Participation aux Bénéfices

« Les assureurs doivent faire participer leurs assurés, dans le cadre des contrats d'assurances sur la vie, aux bénéfices techniques et financiers qu'ils réalisent au titre de ces contrats. Toutefois, les dispositions du présent article ne s'appliquent ni aux contrats ne comportant pas de valeur de réduction, ni aux contrats d'assurance Takaful ni aux contrats exprimés totalement en unités de compte lorsqu'ils ne comportent pas un élément viager. »

Annexe 3 : Les Principes de Base de l'Assurance (PBA) portant sur les contrats en UC :

ICP 15 : Investissement « Le contrôleur établit, à des fins de solvabilité, des exigences portant sur les activités d'investissement des assureurs en vue de faire face aux risques auxquels ils sont confrontés »

Standard 15.4 « Le contrôleur exige que l'assureur investisse d'une façon appropriée à la nature de ses passifs »

- Orientation 15.4.4 « Cependant, un appariement étroit des actifs et des passifs est généralement possible et doit être considéré comme une exigence potentielle dans le cas des contrats en unités de compte ou de fonds ... »

ICP 19 : Conduite des activités « Le contrôleur définit des exigences relatives à la conduite des activités d'assurance afin de s'assurer que les clients soient traités équitablement, aussi bien avant la souscription d'un contrat que jusqu'au moment où toutes les obligations aux termes dudit contrat ont été satisfaites »

Standard 19.8 : Service après-vente des polices

- i. Orientation 19.8.8 « Des informations complémentaires concernant l'assurance vie et les annuités (produits comportant un élément de placement) devraient présenter, au minimum : ... pour les produits d'assurance vie en unités de compte (« de fonds »), un rapport de la société de placement (avec notamment les résultats des fonds sous-jacents, les modifications apportées aux investissements, la stratégie de placement, le nombre et la valeur des unités et les

mouvements au cours de l'année écoulée, les frais administratifs, les taxes, les frais généraux et la situation courante du compte du contrat)... »

Annexe 4 : Extrait de la sous-section n°2 de la directive de 2009 portant sur l'assurance vie

17.12.2009

FR

Journal officiel de l'Union européenne

L 335/75

Les États membres peuvent exiger que le nom et l'adresse du représentant de l'entreprise d'assurance non-vie visé à l'article 148, paragraphe 2, point a), figurent également dans les documents visés au premier alinéa du présent paragraphe.

Sous-section 2

Assurance vie

Article 185

Informations à l'attention des preneurs d'assurance

1. Avant la conclusion du contrat d'assurance vie, sont communiquées au preneur d'assurance au moins les informations mentionnées aux paragraphes 2 à 4.

2. Les informations suivantes concernant l'entreprise d'assurance vie sont communiquées:

- a) dénomination ou raison sociale et forme juridique de l'entreprise;
- b) nom de l'État membre où sont situés le siège social et, le cas échéant, la succursale avec laquelle le contrat sera conclu;
- c) adresse du siège social et, le cas échéant, de la succursale avec laquelle le contrat sera conclu;
- d) une référence concrète au rapport sur la solvabilité et la situation financière prévu à l'article 51, qui permet au preneur d'assurance d'accéder facilement à ces informations.

3. Les informations suivantes concernant l'engagement sont communiquées:

- a) définition de chaque garantie et de chaque option;
- b) durée du contrat;
- c) modalités de résiliation du contrat;
- d) modalités de paiement des primes et durée des paiements;
- e) modalités de calcul et d'attribution des participations aux bénéfices;
- f) indications des valeurs de rachat et de réduction et nature des garanties y afférentes;
- g) informations sur les primes relatives à chaque garantie, qu'elle soit principale ou complémentaire, lorsque de telles informations se révèlent appropriées;
- h) énumération des valeurs de référence utilisées (unités de compte) dans les contrats à capital variable;
- i) indications sur la nature des actifs représentatifs des contrats à capital variable;

l) dispositions relatives au traitement des plaintes des preneurs d'assurance, assurés ou bénéficiaires, au sujet des contrats, y compris, le cas échéant, l'existence d'une instance chargée d'examiner les plaintes, sans préjudice de la possibilité d'intenter une action en justice;

m) droit applicable au contrat lorsque les parties n'ont pas de liberté de choix ou, lorsque les parties ont la liberté de choisir le droit applicable, droit que l'entreprise d'assurance vie propose de choisir.

4. En outre, des informations spécifiques sont fournies afin de permettre de bien percevoir les risques sous-jacents au contrat qui sont assumés par le preneur d'assurance.

5. Le preneur d'assurance doit être tenu informé pendant toute la durée du contrat de toute modification concernant les informations suivantes:

- a) les conditions générales et particulières de la police;
- b) la dénomination ou la raison sociale de l'entreprise d'assurance vie, sa forme juridique ou l'adresse de son siège social et, le cas échéant, de sa succursale avec laquelle le contrat a été conclu;
- c) toutes informations énumérées au paragraphe 3, points d) à j), en cas de modification des conditions de la police ou du droit applicable au contrat;
- d) chaque année, des informations concernant la situation de la participation aux bénéfices.

Dans le cas où l'assureur, en rapport avec l'offre ou la conclusion d'un contrat d'assurance vie, indique des chiffres relatifs au montant de possibles versements en sus et au-delà des versements convenus par contrat, l'assureur fournit au preneur un exemple de calcul dans lequel le possible versement à échéance est exposé, en appliquant la base de calcul des primes, sur la base de trois taux d'intérêt différents. Ceci ne s'applique pas aux assurances et contrats à terme. L'assureur informe le preneur, de manière claire et compréhensible, que cet exemple de calcul n'est que l'application d'un modèle fondé sur de pures hypothèses et que le preneur ne tire de cet exemple de calcul aucun droit contractuel.

Dans le cas d'assurances avec participation aux bénéfices, l'assureur informe le preneur, annuellement et par écrit, de la situation des droits du preneur, en incluant la participation aux bénéfices. En outre, lorsqu'il a indiqué des chiffres sur la possible évolution future de la participation aux bénéfices, l'assureur informe le preneur des différences entre l'évolution constatée et les données initiales.

6. Les informations visées aux paragraphes 2 à 5 doivent être formulées de manière claire et précise, par écrit, et être fournies dans une langue officielle de l'État membre de l'engagement.

Annexes 5 : Extrait de l'article 53 du l'arrête du ministre de l'Economie et des Finances relatif au Livre III (Les entreprises d'Assurances et de Réassurance) du code des assurances.

« ...Néanmoins, pour les contrats à capital variable, le pourcentage à appliquer aux provisions mentionnées aux 1°) et 2°) de l'article 15 ci-dessus brutes de cessions en réassurance est de 1% lorsque l'entreprise n'assume pas de risque de placement et de 4% lorsqu'elle en assume. Lorsque l'entreprise assume le risque de mortalité, il est ajouté au montant minimum sus indiqué 0,3% des capitaux sous risque multiplié par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des capitaux sous risque net de réassurance et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 50%. »