



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC

\*\_\*\_\*\_\*\_\*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

**INSEA**



Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

**SBR : Contexte, Evaluation et étude d'impact  
Cas d'un produit retraite**

Préparé par : **Mme Nihad EL YADARI (Actuariat-Finance)**

Sous la direction de : **M. Fouad MARRI (INSEA)**

**M. Soufiane SABAOU (LA MAROCAINE VIE)**

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- **M. Fouad MARRI (INSEA)**
- **M. Yassine EL QALLI (INSEA)**
- **M. Soufiane SABAOU (LA MAROCAINE VIE)**

**Juin 2018 / PFE N° 11**



## Résumé

A quelques mois de la mise en place de la nouvelle réforme dite Solvabilité basée sur les risques, les assureurs doivent désormais maîtriser les modalités de calcul de l'exigence en capital imposée dans ce nouveau cadre réglementaire, c'est l'occasion de mener des analyses par produit pour comprendre leur contribution à l'exigence en capital globale de la compagnie. Ces études permettent dans un premier temps d'acquérir une connaissance plus approfondie des risques auxquels est exposé chaque produit puis dans un deuxième temps d'identifier, le cas échéant, des leviers de rentabilité pour adapter les politiques de souscription. Le présent rapport s'inscrit dans ce champ d'intérêt, nous avons calculé et analysé le besoin en fonds propres pour le risque de souscription sous la nouvelle directive pour un produit d'épargne de LA MAROCAINE VIE.

Pour se faire, nous avons procédé dans une première partie à la construction de la courbe des taux que nous avons utilisé dans l'actualisation des flux de trésorerie futurs par la méthode de Smith Wilson fixée par la réglementation.

Nous avons par la suite modélisé les taux de rachats en nombre et en montant sur la base desquelles nous avons effectué la projection des prestations dues aux rachats, en mettant en concurrence les modèles linéaires généralisés, le modèle TOBIT ainsi que l'estimateur de Kaplan Meier.

Après avoir modélisé les lois de rachat et retenu le modèle Gamma qui s'est avéré le plus adéquat à nos données, nous sommes passés à la projection des flux de trésorerie, à savoir, les prestations dues aux rachats, les prestations dues à la mortalité ainsi que les frais de gestion, en se reposant sur les outils et hypothèses retenues, ces flux ont été actualisés par la suite pour obtenir les provisions techniques prudentielles, qui sont majoritairement constituées par les flux dus aux rachats.

Dans une quatrième partie, nous avons procédé au calcul du capital de solvabilité requis pour le risque de souscription en envisageant plusieurs scénarios, puis, nous avons analysé les résultats obtenus suite aux différents chocs appliqués, et vu la non prise en compte des coefficients des corrélations entre les sous modules de risque dans la formule SBR, nous avons proposé d'aller plus loin en calculant l'exigence en capital pour le même module de risque en appliquant les spécification de Solvabilité 2 qui représente l'équivalent de la SBR en Europe en s'aidant par la matrice de corrélations entre risques.

**Mots clés :** Capital de solvabilité requis, engagement, mortalité, rachat, risque, solvabilité.

## **Dédicace**

*Je ne peux commencer ce mémoire sans le  
dédier*

*A celle qui m'a donné le jour. Je t'aime maman*

*A mon père, sans qui jamais je ne serai devenu  
ce que je suis*

*A ma sœur et mes frères, merci d'être là pour  
moi et me soutenir jusqu'au bout*

*A vos âmes; mes défunts chers grands-pères et  
grand-mère.*

*A ma grande famille, que Dieu vous offre  
bonheur et longue vie. ... spéciale dédicace à  
mes petites nièces et mon petit neveu*

*A ceux avec qui j'ai passé les meilleurs  
moments, mes amies et amis*

*A tous les INSEAsites*

*Nihad*

## Remerciements

Je voudrais tout d'abord exprimer ma profonde reconnaissance à mon professeur **Monsieur Fouad MARRI**, pour l'effort particulier qu'il a déployé, pour sa disponibilité, son aide prestigieuse, ses conseils et ses encouragements permanents.

J'adresserais également ma sincère gratitude à **Monsieur Soufiane SABAUI**, Directeur des Etudes Actuarielles de LA MAROCAINE VIE, qui a dirigé mon travail, ses conseils et ses commentaires précieux m'ont permis de surmonter les difficultés et de progresser dans mon travail.

J'adresse un remerciement tout particulier au directeur technique de LA MAROCAINE VIE, **Monsieur Faïçal ZAHLANE**, pour avoir suivi de près mon travail, ainsi qu'à toute l'équipe Actuariat pour les moments et le savoir partagés ainsi que leur motivation contagieuse.

Mes remerciements s'adressent également à **Monsieur Yassine EL QALLI** pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de siéger parmi les membres du jury.

Je tiens également à exprimer mes remerciements à l'ensemble du corps professoral et administratif de l'Institut National de Statistique et d'Économie Appliquée pour leur contribution à ma formation.

Pour clôturer, j'adresse mes remerciements à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réussite de ce projet.

## Table des matières:

<b>Résumé.....</b>	<b>- 1 -</b>
<b>Dédicace .....</b>	<b>- 2 -</b>
<b>Remerciements .....</b>	<b>- 3 -</b>
<b>Table des matières: .....</b>	<b>- 4 -</b>
<b>Liste des abréviations .....</b>	<b>- 7 -</b>
<b>Liste des figures.....</b>	<b>- 8 -</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>- 8 -</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>- 9 -</b>
<b>Chapitre1 : Présentation de l’assurance vie au Maroc et LA MAROCAINE VIE.....</b>	<b>- 10 -</b>
I. Présentation de l’assurance vie au Maroc.....	- 10 -
I.1. Evolution de l’assurance vie au Maroc .....	- 10 -
I.2. Les principaux types de contrats .....	- 11 -
I.2.1 Les contrats d’épargne.....	- 11 -
I.2.2 Les contrats de prévoyance.....	- 11 -
II. Présentation de la marocaine vie.....	- 12 -
<b>Chapitre2 : Présentation de la réforme solvabilité basée sur les risques .....</b>	<b>- 14 -</b>
Détail du premier pilier : .....	- 14 -
LA MEILLEURE ESTIMATION DES ENGAGEMENTS POUR LES OPERATIONS D’ASSURANCE VIE, DECES OU DE CAPITALISATION.....	- 15 -
I. les opérations d’assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte .....	- 15 -
I.1 La meilleure estimation des garanties probabilisées .....	- 15 -
I.2 Les bénéfices discrétionnaires futurs : .....	- 16 -
II. les opérations d’assurance en unités de compte.....	- 16 -
III. les frais de gestion : .....	- 17 -
PART DES CESSIONNAIRES DANS LES PROVISIONS TECHNIQUES PRUDENTIELLES.....	- 17 -
CAPITAL DE SOLVABILITE REQUIS.....	- 17 -
EXIGENCE DE CAPITAL SUPPLEMENTAIRE .....	- 18 -
FONDS PROPRES.....	- 18 -
<b>Chapitre 3 : Construction de la courbe des taux fixée par la réglementation .....</b>	<b>- 19 -</b>
I. Interpolation de la courbe des taux de référence .....	- 19 -
II. Transformation en courbe de taux zéro-coupons .....	- 20 -
III. Extrapolation par l’algorithme de Smith-Wilson.....	- 21 -
<b>Chapitre 4: Modélisation des lois de rachat .....</b>	<b>- 25 -</b>
<b>Présentation du produit.....</b>	<b>- 25 -</b>
<b>Modélisation du taux de rachat en nombre .....</b>	<b>- 27 -</b>

I.	Exploration des données .....	- 27 -
II.	Calcul du taux de rachat en nombre : .....	- 28 -
III.	Modélisation du taux de rachat en nombre par le modèle TOBIT.....	- 30 -
III.1.	Estimation du modèle .....	- 30 -
III.2.	Validation du modèle.....	- 31 -
IV.	Modélisation du taux de rachat en nombre par les modèles linéaires généralisés .....	- 31 -
IV.1.	Segmentation des variables.....	- 31 -
IV.2.	Etude de dépendance entre les variables âge et ancienneté.....	- 32 -
IV.3.	Détermination de la loi .....	- 33 -
IV.4.	Estimation du modèle .....	- 34 -
IV.5.	Adéquation du modèle: .....	- 35 -
IV.6.	Comparaison avec le modèle TOBIT: .....	- 36 -
V.	Estimation par Kaplan Meier.....	- 37 -
	<b>Modélisation du taux de rachat en montant.....</b>	<b>- 39 -</b>
I.	Calcul du taux de rachat en montant: .....	- 39 -
II.	Modélisation du taux de rachat en montant par le modèle TOBIT .....	- 41 -
II.1.	Estimation du modèle .....	- 41 -
II.2.	Validation du modèle.....	- 41 -
III.	Modélisation du taux de rachat en montant par les modèles linéaires généralisés .....	- 41 -
III.1.	Segmentation des variables.....	- 41 -
III.2.	Détermination de la loi .....	- 42 -
III.3.	Estimation du modèle .....	- 44 -
III.4.	Adéquation du modèle .....	- 44 -
III.5.	Comparaison avec le modèle TOBIT.....	- 45 -
	<b>Chapitre 5 : Projection des flux de trésorerie .....</b>	<b>- 47 -</b>
I.	Hypothèses de projection.....	- 47 -
II.	Aperçu sur l'outil de calcul : .....	- 47 -
III.	Projection des flux :.....	- 48 -
III.1.	Projection des PM : .....	- 48 -
III.2.	Projection des montants des décès : .....	- 49 -
III.3.	Projection des montants de rachat : .....	- 50 -
III.4.	Projection du nombre de contrats : .....	- 51 -
III.5.	Projection des frais de gestion: .....	- 52 -
IV.	Actualisation des flux futurs et valeur du best estimate .....	- 53 -
	<b>Chapitre 6 : Exigence de capital relative au risque de souscription en vie .....</b>	<b>- 54 -</b>
I.	Exigence de capital relative aux risques de mortalité .....	- 54 -
II.	Exigence de capital relative au risque de rachat.....	- 55 -
III.	Exigence de capital relative au risque de frais .....	- 56 -
IV.	Remarque :.....	- 57 -

V.	Approche Solvabilité 2 .....	- 58 -
V.1	Description des chocs .....	- 58 -
V.2.	Valeur du CSR .....	- 58 -
<b>Conclusion générale:</b> .....		<b>- 60 -</b>
<b>Bibliographie</b> .....		<b>- 62 -</b>
<b>Webographie</b> .....		<b>- 62 -</b>
<b>Annexes :</b> .....		<b>- 63 -</b>
Annexe 1 : Segmentation de la table des taux de rachat en nombre .....		- 63 -
Annexe 2 : Segmentation de la table du taux de rachat en montant .....		- 64 -
Annexe 3 : La Déviance normalisée et la statistique de Khi-deux de Pearson.....		- 65 -
Annexe 4 : Matrice de corrélation pour le risque de souscription en Solva2 .....		- 66 -
Annexe 5 : Code SAS de la loi de rachat en nombre .....		- 66 -
Annexe 6 : Code SAS de la loi de rachat en montant .....		- 70 -

## Liste des abréviations

SBR: Solvabilité basée sur les risques

BE: Best estimate

CSR: Capital de solvabilité requis

ACAPS : Autorité de contrôle des assurances et de la prévoyance sociale

NAV : Net Asset Value

GLM : Generalized linear model

## Liste des figures

Figure 1: Parts du marché des différents acteurs marocains en assurance vie .....	10 -
Figure 2: Organigramme de LA MAROCAINE VIE .....	13 -
Figure 3: interpolation linéaire.....	20 -
Figure 4: Transformation en courbe de taux zéro-coupons .....	21 -
Figure 5: courbe zéro-coupons.....	23 -
Figure 6: outil d'extrapolation .....	23 -
Figure 7: Nombre des nouveaux épargnants par année.....	27 -
Figure 8: Nombre de rachats totaux par année.....	28 -
Figure 9: Histogramme du taux moyen par ancienneté.....	29 -
Figure 10: Histogramme du taux moyen par classe d'ancienneté.....	32 -
Figure 11: Diagrammes Quantile-Quantile .....	34 -
Figure 12: comparaison entre le modèle gamma et le modèle TOBIT.....	36 -
Figure 13: Taux de rachat en nombre estimé par la méthode de Kaplan Meier .....	38 -
Figure 14: Histogramme du taux moyen par ancienneté.....	40 -
Figure 15: Histogramme du taux moyen par classe d'ancienneté.....	42 -
Figure 16: Diagrammes Quantile-Quantile.....	43 -
Figure 17: comparaison entre le modèle gamma et le modèle TOBIT.....	45 -
Figure 18 : Outil de calcul Excel.....	48 -
Figure 19: projection des PM.....	49 -
Figure 20: projection des montants de décès .....	50 -
Figure 21: projection des montants de rachat.....	51 -
Figure 22: projection du nombre de contrats.....	52 -
Figure 23: projection des frais de gestion .....	53 -
Figure 24: Arbre de décision de la variable ancienneté .....	63 -
Figure 25: Arbre de décision de la variable âge.....	64 -
Figure 26: Arbre de décision de la variable ancienneté .....	64 -
Figure 27: Arbre de décision de la variable âge.....	65 -

## Liste des tableaux

Tableau 1:Evolution des émissions d'assurance vie par sous catégories entre 2015-2016 .....	10 -
Tableau 2:taux de référence du marché secondaire des bons du trésor, date 12/03/2018 .....	19 -
Tableau 3:Statistique descriptive des taux de rachat moyens .....	29 -
Tableau 4:Estimation du modèle Tobit .....	30 -
Tableau 5:Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle TOBIT .....	31 -
Tableau 6:Test de khi deux de pearson entre les variables Age_ assuré et ancienneté .....	33 -
Tableau 7:Estimation des paramètres.....	35 -
Tableau 8:Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle Gamma .....	35 -
Tableau 9:Statistiques d'ajustement des modèles TOBIT et gamma .....	36 -
Tableau 10:Calcul du taux de rachat en nombre par la méthode basée sur l'estimateur de Kaplan Meier .....	38 -
Tableau 11:Statistique descriptive des taux de rachat moyens.....	39 -
Tableau 12:Estimation du modèle Tobit .....	41 -
Tableau 13:Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle TOBIT .....	41 -
Tableau 14:Estimation de la loi Gamma .....	44 -
Tableau 15:Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle Gamma .....	44 -
Tableau 16:Statistiques d'ajustement des modèles TOBIT et gamma .....	45 -
Tableau 17:CSR mortalité.....	55 -
Tableau 18:CSR rachat .....	56 -
Tableau 19:CSR frais .....	57 -
Tableau 20:Matrice de corrélation pour le risque de souscription en Solvabilité 2 .....	66 -

## **Introduction générale**

Aujourd'hui, le secteur des assurances connaît un véritable chamboulement. En effet, l'intensification de la concurrence et les transformations du secteur accentuent les tensions qui s'exercent sur les entreprises d'assurance et justifie que l'on renforce le contrôle prudentiel, c'est dans ce cadre que l'ACAPS a transmis aux différents acteurs un nouveau projet de circulaire relatif à une réforme sur la solvabilité des compagnies d'assurance, dite « solvabilité basée sur les risques » (SBR).

L'objectif de la réforme est d'une part, l'évaluation approfondit des engagements de l'assureur et du « Capital de solvabilité requis » ou « fonds propres », permettant de garantir ces engagement, En d'autres termes, il est demandé aux différents acteurs de faire un effort de provisionnement supplémentaire en tenant compte de l'ensemble des risques encourus par les compagnies d'assurances et qui peuvent entraîner une perte ou un changement défavorable de la situation financière, d'autre part, La mise en place d'une vision économique du bilan par une valorisation de l'actif de l'entreprise qui favorise la valeur du marché. En adoptant cette réforme dont l'équivalent en Europe est Solvabilité II, Le Maroc cherche donc à se mettre en conformité avec les exigences internationales de meilleure gestion du risque tout en respectant la réalité du marché des assurances marocain.

Nous nous sommes proposé dans ce projet d'étudier l'impact de la nouvelle réforme sur un produit d'épargne qui nous a été confié par LA MAROCAINE VIE, en calculant la provision Best Estimate et le Capital de solvabilité requis généré par le risque de souscription.

# Chapitre 1 : Présentation de l'assurance vie au Maroc et LA MAROCAINE VIE

## I. Présentation de l'assurance vie au Maroc

### I.1. Evolution de l'assurance vie au Maroc

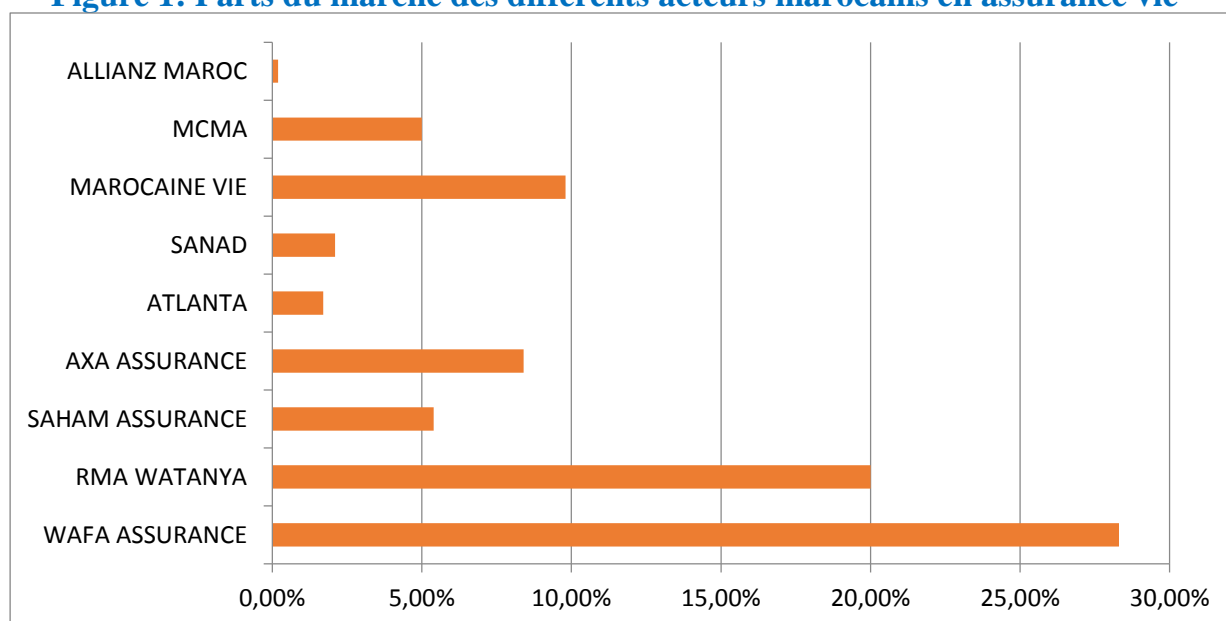
L'assurance vie constitue un outil fondamental de protection et de planification. C'est un contrat par lequel l'assureur s'engage envers le souscripteur à verser au bénéficiaire désigné une somme déterminée dont l'exécution dépend d'un événement ou d'un terme convenu dans le contrat.

Le marché marocain de l'assurance vie se démarque et s'impose comme l'un des plus performants d'Afrique. En effet cette branche a évolué de 19,1% passant à 17 milliards de DH en 2017 contre 14,2 milliards une année plus tôt. Elle vient donc au deuxième rang après les assurances non vie avec une part de 43,6% des primes émises. Au cours des trois dernières années, l'assurance vie capitalisation croît en moyenne de 17,3% sous l'effet de la bancassurance qui a drainé près de 90% du chiffre d'affaires.

En millions de dirham	2015	2016	Part dans le total	Variation
<b>Epargne</b>	7485,16	11086,98	31,80%	48,10%
<b>Décès</b>	2580,91	2684,97	7,70%	4,00%
<b>Contrats à capital variable (UC)</b>	460,14	493,56	1,40%	7,30%
<b>Autres opérations vie</b>	33,24	27,06	0,10%	-18,60%
<b>Total</b>	10559,45	34914,83	41,00%	40,80%

Tableau 1: Evolution des émissions d'assurance vie par sous catégories entre 2015-2016

Figure 1: Parts du marché des différents acteurs marocains en assurance vie



Source : FMSAR

## **I.2. Les principaux types de contrats**

Le marché de l'assurance vie au Maroc est composé principalement des contrats modernes, dans lesquels l'assuré vise à constituer une épargne. A ce type de contrat s'ajoutent les contrats de retraite dans lesquels l'assuré vise à compléter sa retraite et les contrats de prévoyance dans lesquels l'assuré vise à se prémunir contre les risques de décès, d'incapacité, d'invalidité, etc.

### **I.2.1 Les contrats d'épargne**

Il existe schématiquement deux types de contrats d'épargne qui conduisent à des prises de risques totalement différentes pour l'assureur :

#### **Les produits en devises :**

Les produits en devises se caractérisent par le fait que leur garantie est exprimée en dirhams. Cette garantie correspond toujours pour l'assureur à un engagement de taux de rendement envers ses clients.

Exemple : L'assuré verse 1000 dirhams et l'assureur s'engage à revaloriser cette somme à un taux annuel au moins à 3%. En d'autres termes, l'assureur s'engage sur un montant d'épargne acquise au moins égale à 1030 dirhams à la fin de l'année (à laquelle peuvent s'ajouter des participations aux bénéfices).

#### **Les contrats en unités de compte :**

Un contrat en unités de compte se caractérise par une garantie exprimée par un nombre d'unités de compte (action, obligation, OPCVM...). En d'autres termes, l'assureur garantit à son assuré en contrepartie des primes versées un nombre de titres sans s'engager sur la valeur de ces titres.

Exemple : L'assuré verse 1000 dirhams avec lesquels l'assureur achète des parts de la SICAV X. La part vaut à cette date 100 dirhams. L'assureur acquiert donc 10 parts et s'engage à verser à toute date la valeur de 10 parts de la SICAV X. Si au bout d'un an l'assuré souhaite récupérer son épargne, l'assureur lui verse ainsi 1200 dirhams si la valeur de la part a augmenté de 20% et 800 dirhams si la valeur de la part a baissé de 20%.

### **I.2.2 Les contrats de prévoyance**

Ces contrats ont pour vocation de couvrir les risques de décès, avec des modulations éventuelles selon que le décès résulte d'une maladie ou d'un accident, ainsi que les risques d'arrêt de travail et d'invalidité.

#### **Conclusion :**

Le marché de l'assurance vie marocain a connu un grand essor, la progression continue de ce secteur fait l'objet d'une compétitivité de plusieurs compagnies d'assurance, ces dernières et face au besoin progressif de la clientèle, cherchent à créer et diversifier leurs produits

Parmi ces compagnies qui s'intéressent à l'Assurance Vie nous trouvons La Marocaine Vie, la seule compagnie d'assurance au Maroc qui se spécialise dans l'assurance vie et l'assurance de personnes.

Une présentation détaillée de La Marocaine Vie sera l'objet du chapitre suivant.

## II. Présentation de la marocaine vie

Crée en 1978, La Marocaine Vie est la seule compagnie d'assurance au Maroc spécialisée dans les branches d'assurance de personnes.

Parmi les valeurs essentielles fixées par la Marocaine Vie nous trouvons :

- L'esprit d'équipe : Le partage du savoir et du savoir-faire est l'une des caractéristiques du travail en groupe qui permet d'aboutir à un travail efficace et par suite une amélioration remarquable des prestations.
- L'innovation : la marocaine vie essaye d'anticiper les besoins de ces clients en leur offrant les produits et les services qui répondent le mieux à leurs attentes.
- La responsabilité : L'éthique du métier consiste à répondre aux besoins des clients avec rapidité et efficacité tout en étant attentifs aux risques encourus et en préservant l'intérêt de la relation à long terme.
- L'engagement : Dans la finalité que la qualité du service soit irréprochable, la satisfaction des clients est au cœur des préoccupations de la Marocaine vie.

Après avoir été acquise par le Groupe Société Générale en 2001, la Marocaine Vie s'est fixé comme objectif le développement de la bancassurance à travers les réseaux et les filiales de la Société Générale au Maroc. Ainsi une gamme de produits de bancassurance a été mise en place. Il s'agit de Vital Retraite, Vital Projet, Vital Education, Vital Protection et Vital Hospitalisation.

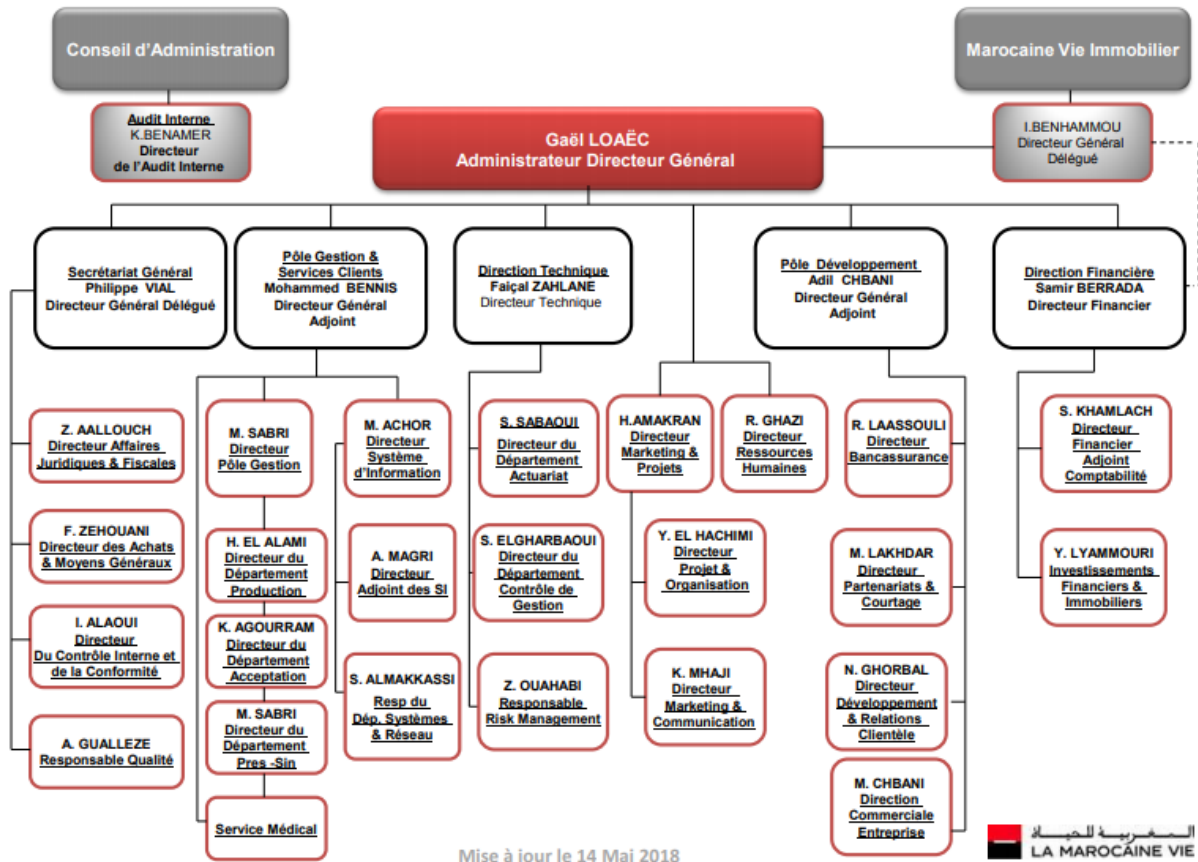
En 2007, la Marocaine Vie a lancé les premiers contrats multi-supports en unités de compte avec la Société Générale.

L'année 2010, La Marocaine Vie vient de lancer «Retraite Multi support Entreprise». Il s'agit d'une solution d'assurance complémentaire collective destinée aux entreprises. Les contrats souscrits sont adossés à des supports en dirhams, des OPCVM actions, monétaires ou encore obligataires. Ce type de contrat suppose une prise de risque sur les marchés. De même il offre un ensemble d'avantages :

- Il permet de basculer d'un support à l'autre sans imposition.
- Chaque salarié pourra gérer son épargne selon sa propre politique d'investissement.
- Plusieurs avantages fiscaux accompagnent ce contrat.
- Pour l'entreprise, Les primes versées sont déductibles du calcul de l'IS.
- Pour le salarié, l'avantage fiscal se situe à l'entrée et au moment du départ à la retraite.
- Le capital et la rente bénéficient d'un abattement de 40%.

Les différentes divisions composant la Marocaine Vie sont présentées dans l'organigramme suivant :

**Figure 2: Organigramme de LA MAROCAINE VIE**



Source : Site de LA MAROCAINE VIE

## **Chapitre2 : Présentation de la réforme solvabilité basée sur les risques**

Une directive inspirée de la réforme solvabilité II, vient combler les lacunes de l'ancienne directive et modifie en profondeur le régime existant, elle a pour objectif de :

- Renforcer la résilience du secteur des assurances face aux risques encourus
- Renforcer les systèmes de gouvernance ;
- Renforcer la culture de gestion des risques ;
- Se conformer aux normes internationales.

Elle s'organise en trois niveaux de textes

- Articles 239 et 239-2 de la loi n°17-99 portant code des assurances ;
- Circulaire d'application : projet en consultation ;
- Instruction et décisions éventuelles

La réforme dite « solvabilité basée sur les risques » (SBR) s'articule autour de 3 piliers :

- ✓ Premier pilier quantitatif : dont l'objectif est de revoir la manière avec laquelle les fonds propres minimums exigés d'une compagnie d'assurance sont calculés. Nous nous attarderons plus tard sur ce pilier qui nous intéresse dans ce rapport.
- ✓ Deuxième pilier : relatif aux exigences qualitatives et à la gouvernance. Ce pilier étoffe le dispositif actuel concernant le contrôle de la gestion de risque et la partie audit interne dans l'objectif d'établir une gouvernance globale appropriée, des politiques clairement définies et de mettre en place des fonctions essentielles suffisamment indépendantes dont le rôle est clairement défini.
- ✓ Troisième pilier : L'autorité, s'attend également à ce que les opérateurs adoptent un système d'information fiable, Le pilier 3, quant à lui, touche les systèmes d'information des compagnies de telle façon à ce que leurs systèmes de reporting soient des systèmes automatisés.

Vu que les exigences quantitatives retiennent plus l'attention, nous détaillerons le premier pilier qui nous intéresse :

### **Détail du premier pilier :**

Ce pilier a pour objectif de définir les normes quantitatives en matière de provisions techniques et de fonds propres en tenant compte de tous les risques inhérents à l'activité de l'entreprise. En effet seul le risque de souscription est actuellement pris en compte, ce qui conduit à des calculs de ratios de solvabilité qui ne reflètent pas la situation réelle de l'assureur. Ces risques sont :

- ✓ Le Risque de souscription : résultant des hypothèses inadéquates en matière de sinistralité, de tarification, ou de provisionnement.
- ✓ Le Risque de marché : c'est un risque généré par les fluctuations que connaît le niveau de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers.

- ✓ Risque de contrepartie : résultant d'un défaut de paiement d'une contrepartie.
- ✓ Risque opérationnel : qui peut être résultat de procédures internes, de membres du personnel, de systèmes inadéquats ou défectueux, ou d'événements extérieurs.
- ✓ Risque de concentration : résultant d'un manque de diversité des émetteurs auxquels l'entreprise d'assurance est exposée.

Le changement touchera également à la valorisation des bilans, ces derniers seront valorisés aux valeurs économiques.

Ainsi ce pilier concernera :

- La valorisation des actifs et des passifs.
- Les fonds propres (FP).
- Le SCR : Capital de Solvabilité Requis (Solvency Capital Requirement).
- Provisions techniques : La valeur des provisions techniques représente le montant actuel que les entreprises d'assurance et de réassurance devraient payer si elles transféraient sur le champ leurs engagements à une autre entreprise d'assurance ou de réassurance. Ces provisions techniques doivent être calculées de manière prudente, fiable, objective et en cohérence avec le marché, afin qu'elles puissent tenir compte des différents risques.

Elles sont évaluées en additionnant :

1) La meilleure estimation des engagements correspond à la valeur probabilisée et actualisée de flux de trésorerie futurs afférents aux engagements de l'entreprise d'assurances et de réassurance au titre des contrats souscrits et déterminée, selon la nature des opérations d'assurance.

2) La meilleure estimation des frais de gestion correspond à la valeur probabilisée et actualisée du montant relatif à la gestion des contrats et déterminée, selon la nature des opérations d'assurance.

3) La marge de risque correspond au coût d'immobilisation du capital de solvabilité requis afférent aux engagements garantis. Elle est déterminée en appliquant à la meilleure estimation des engagements, selon la nature des opérations d'assurance, un coefficient qu'on déterminera ultérieurement.

Nous allons nous intéresser principalement à la branche assurance de personnes :

## **LA MEILLEURE ESTIMATION DES ENGAGEMENTS POUR LES OPERATIONS D'ASSURANCE VIE, DECES OU DE CAPITALISATION**

### **I. Les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte**

La meilleure estimation des engagements comprend la meilleure estimation des garanties probabilisées et les bénéficiaires discrétionnaires futurs.

#### **I.1 La meilleure estimation des garanties probabilisées**

Est calculée garantie par garantie et tête par tête, en actualisant les flux de trésorerie futurs probabilisés, afférents aux engagements garantis.

Les flux de trésorerie futurs probabilisés précités correspondent à la différence entre les encaissements et les décaissements futurs.

- Les encaissements futurs sont les flux correspondants aux engagements des assurés.
- Les décaissements correspondent aux règlements de toutes prestations garanties au titre des contrats, y compris les rachats. Ils sont déterminés en tenant compte des engagements contractuels et en utilisant, le cas échéant, les bases techniques suivantes :

-La table de mortalité : La Table de mortalité TV 88-90 pour les assurances en cas de vie ou la table de mortalité TD 88-90 pour les assurances en cas de décès, auxquelles l'entreprise d'assurances et de réassurance peut substituer une table de mortalité d'expérience, matérialisant la mortalité propre à la population de ses assurés et ce, après accord de l'Autorité ;

- La table de rachat en montant pour chaque groupe homogène de contrat, sur la base d'un historique de données de rachat en montant propre à son portefeuille de contrats et supérieur ou égal à dix (10) ans ;

- La table de résiliation pour chaque groupe homogène de contrats, sur la base d'un historique de données de résiliation propre à son portefeuille de contrats et supérieur ou égal à dix (10) ans ;

- Un taux de sortie en rente pour chaque groupe homogène de contrats, sur la base d'un historique de données de sorties en rente propres à son portefeuille de contrats et supérieur ou égal à dix (10) ans ;

## **I.2 Les bénéfices discrétionnaires futurs :**

Sont évalués en additionnant :

a) Le montant de la provision pour participation aux bénéfices évaluée à la valeur comptable ;

b) Le montant déterminé en multipliant le taux de participation aux bénéfices moyen servi aux assurés par la différence, lorsqu'elle est positive, entre d'une part, la valeur des actifs affectés aux opérations vie hors unités de compte, et d'autre part, la somme de la meilleure estimation des garanties probabilisées et de la meilleure estimation des frais de ainsi que du montant visé en a) ;

## **II. les opérations d'assurance en unités de compte**

La meilleure estimation des engagements est calculée garantie par garantie et tête par tête. Elle correspond à la différence entre :

- La somme de la valeur de rachat des unités de compte et de la valeur des garanties s'y rattachant et ;

- La somme probabilisée des prélèvements pour chargement de gestion futurs et actualisée sur la base de la courbe des taux ;

Les prélèvements pour chargement de gestion futurs correspondent au produit des provisions mathématiques par le taux de chargement de gestion contractuel. Lesdites provisions mathématiques sont évaluées en fonction du montant des provisions

mathématiques à la date d'inventaire en tenant compte, le cas échéant, des bases techniques citées auparavant.

Les prélèvements pour chargement de gestion futurs sont estimés sur la base d'une projection effectuée sur une période suffisante compte tenu de la des engagements contractuels.

### **III. Les frais de gestion :**

Pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation, y compris les opérations en unités de compte, la meilleure estimation des frais de gestion est déterminée en actualisant la somme des frais de gestion futurs probabilisés liés aux contrats.

Les frais de gestion futurs sont estimés sur la base d'une projection effectuée sur une période suffisante compte tenu des engagements contractuels. Ils sont déterminés pour chaque année de projection en multipliant le nombre de contrats par le montant de frais de gestion.

Le nombre de contrats précité est estimé par sous-catégories compte tenu des bases techniques.

Le montant de frais de gestion unitaire moyen est estimé en considérant la moyenne sur les trois derniers exercices clos des montants de frais de gestion unitaires.

Le montant de frais de gestion unitaire au titre de chaque exercice clos, correspond au rapport entre le montant de frais de gestion déterminé par sous-catégories et le nombre de contrats ou d'adhérents pour les contrats d'assurance de groupe, à l'ouverture de l'exercice clos considéré.

Les frais de gestion non récurrents ne sont pas pris en considération dans la détermination du montant des frais de gestion précité.

## **PART DES CESSIONNAIRES DANS LES PROVISIONS TECHNIQUES PRUDENTIELLES**

Pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation, la meilleure estimation des engagements cédés visée est évaluée en multipliant la meilleure estimation des engagements par le rapport entre d'une part, la part des cessionnaires dans les provisions mathématiques et dans les provisions pour capitaux, rentes et rachats à payer et d'autre part, la somme des provisions mathématiques, des provisions pour capitaux, rentes et rachats à payer bruts de réassurance.

### **CAPITAL DE SOLVABILITE REQUIS**

Le capital de solvabilité requis est constitué de la somme de :

- L'exigence de capital relative aux risques de marché, déterminée ;
- L'exigence de capital relative au risque de contrepartie ;
- L'exigence de capital relative aux risques de concentration ;
- L'exigence de capital relative aux risques de souscription en vie ;
- L'exigence de capital relative aux risques de souscription en non-vie ;
- L'exigence de capital relative aux risques opérationnels ;

## **EXIGENCE DE CAPITAL SUPPLEMENTAIRE**

L'Autorité peut exiger un capital supplémentaire au capital de solvabilité, lorsqu'elle constate que les hypothèses de détermination du capital de solvabilité définies auparavant s'écartent du profil de risque de l'entreprise d'assurances et de réassurance ou lorsque son système de gouvernance ne répond pas aux exigences prévues au circulaire.

## **FONDS PROPRES**

Les fonds propres sont constitués des fonds propres de catégorie 1, des fonds propres de catégorie 2.

Les fonds propres ne doivent en aucun cas être inférieurs au capital de solvabilité requis majoré, le cas échéant, par l'exigence de capital supplémentaire.

Toutefois, les fonds propres de catégorie doivent représenter au minimum 70 % du capital de solvabilité requis majoré, le cas échéant, par l'exigence de capital supplémentaire.

Avec :

Les fonds propres de catégorie 1 sont constitués des éléments suivants :

1. Capital social appelé et versé ;
2. Fonds d'établissement ;
3. Emprunts pour augmentation du fonds d'établissement ;
4. Primes d'émission, de fusion, d'apport ;
5. Ecart de réévaluation ;
6. Réserve légale ;
7. Autres réserves non liées à des engagements ;
8. Report à nouveau ;
9. Fonds social complémentaire ;
10. Résultats nets en instance d'affectation ;
11. Résultat net de l'exercice.
12. Les dettes subordonnées lorsque celles-ci sont à durée indéterminée, ne sont pas financées directement ou indirectement par l'entreprise d'assurances et de réassurance ou rémunérées sur les bénéfices distribuables de ladite entreprise et ne font l'objet d'aucun dispositif de rehaussement du rang de subordination des créances.

Les fonds propres de catégorie 2 sont constitués des éléments suivants :

1. La réserve de réconciliation, lorsque celle-ci est positive ;
2. Les capitaux appelés non versés ;
3. Les dettes subordonnées lorsque celles-ci sont à durée déterminée supérieure ou égale à 5 ans, ne sont pas financées directement ou indirectement par l'entreprise d'assurances et de réassurance et ne font l'objet d'aucun dispositif de rehaussement du rang de subordination des créances.

## **Chapitre 3 : Construction de la courbe des taux fixée par la réglementation**

La courbe des taux de référence utilisée est celle des taux actuariels des bons du Trésor publiée par Bank Al Maghrib le 12/03/2018.

Date d'échéance	Transaction	Taux moyen pondéré	Date de la valeur	Maturité en années
15/01/2018	65	2,20%	20/12/2017	0,072222222
19/03/2018	76,38	2,18%	28/12/2017	0,225
16/06/2018	52,51	2,35%	27/12/2017	0,475
17/09/2018	40,35	2,36%	29/12/2017	0,727777778
10/10/2018	80,44	2,38%	29/12/2017	0,791666667
19/11/2018	270,01	2,39%	29/12/2017	0,902777778
05/12/2018	513,78	2,37%	29/12/2017	0,947222222
14/01/2019	55,63	2,40%	29/12/2017	1,058333333
18/03/2019	49,04	2,43%	29/12/2017	1,233333333
14/04/2019	40,29	2,46%	29/12/2017	1,308333333
16/09/2019	160,81	2,53%	29/12/2017	1,738888889
20/04/2020	39,29	2,58%	29/12/2017	2,341666667
20/07/2020	55,9	2,61%	29/12/2017	2,594444444
18/10/2021	50,84	2,80%	29/12/2017	3,858333333
03/04/2023	244,52	2,80%	29/12/2017	5,336111111
14/06/2027	270,82	3,20%	29/12/2017	9,594444444
16/04/2029	430,89	3,51%	29/12/2017	11,461111111
18/07/2031	24,84	3,65%	28/12/2017	13,75
18/08/2036	145,49	3,88%	29/12/2017	18,908333333
19/02/2046	56,28	4,33%	28/12/2017	28,555555556

Tableau 2:taux de référence du marché secondaire des bons du trésor, date 12/03/2018

### **I. Interpolation de la courbe des taux de référence**

Nous disposons des taux des transactions de maturités non entières calculés à partir des dates de valeur et d'échéance, par interpolation linéaire nous obtenons les taux actuariels de maturités pleines [1,2,3,4,5,6,7,8,8,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20].

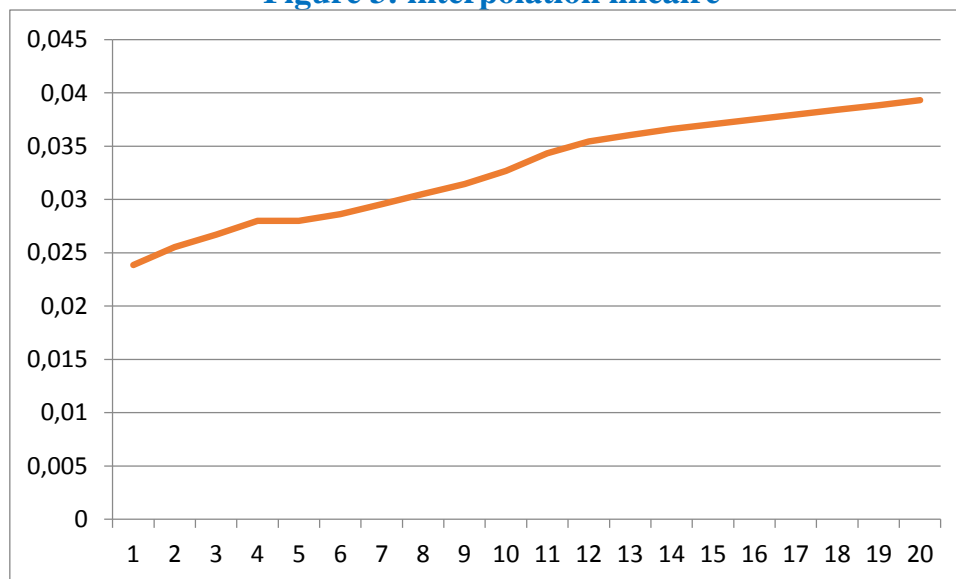
La formule de l'interpolation linéaire utilisée est la suivante :

$$R(t_p) = R(t_1) + (R(t_2) - R(t_1)) * \frac{t_p - t_1}{t_2 - t_1}$$

En connaissant  $R(t_1)$  et  $R(t_2)$  nous obtenons une valeur approximative de  $R(t_p)$  avec  $t_p$  est la maturité pleine.

La courbe des taux obtenue après interpolation sous VBA est la suivante :

**Figure 3: interpolation linéaire**



Source : élaboré par nos soins

## II. Transformation en courbe de taux zéro-coupons

La courbe des taux interpolée obtenue à l'étape précédente est transformée en une courbe zéro-coupons en supposant que les prix des obligations des bons du trésor sont « au pair » (le prix d'émission de l'obligation est égal à 100% de la valeur nominale).

La méthode utilisée est celle de bootstrap

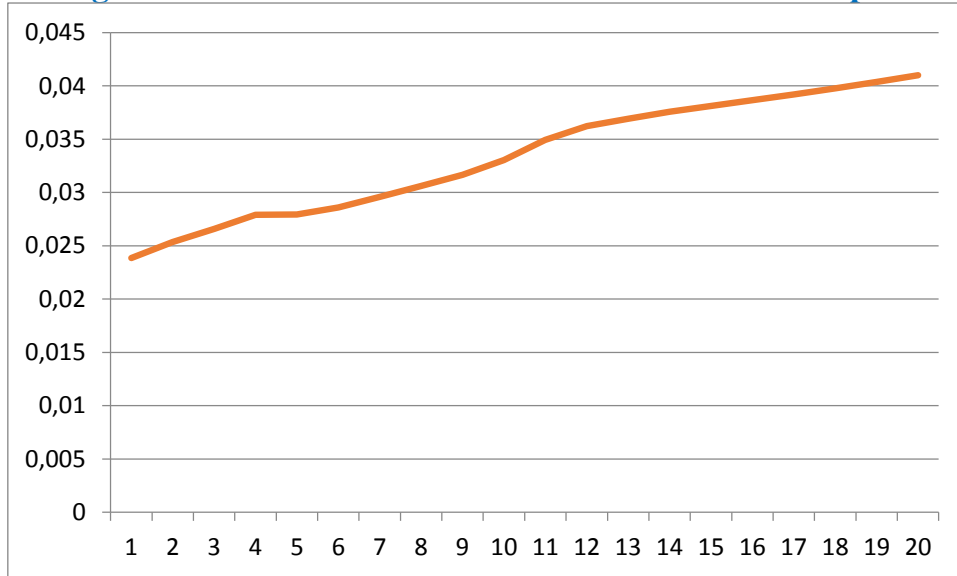
Cette méthode se base sur le principe que «le prix théorique d'une obligation égalise la somme des différents flux actualisés au différents taux zéros coupon respectifs au maturités de chacun de ses mêmes flux

Le taux zéro coupon  $R(t_a)$  qu'on souhaite déterminer pour un nominal  $N$  et un coupon versé  $C_a$  est :

$$R(t_a) = \left( \frac{N + C_a}{N - C_a * \sum_{i=1}^{a-1} \left( \frac{1}{1 + R(t_i)} \right)^i} \right)^{\frac{1}{a}} - 1$$

La courbe des taux zéro coupon obtenue sous VBA est la suivante :

**Figure 4: Transformation en courbe de taux zéro-coupons**



Source : élaboré par nos soins

### III. Extrapolation par l'algorithme de Smith-Wilson

La méthode de Smith-Wilson permet d'estimer la fonction de prix  $P(t)$  des zéro-coupons pour toutes les maturités  $t > 0$ . Cette fonction est supposée satisfaire les caractéristiques suivantes :

- $P$  est une fonction positive
- $P$  est une fonction strictement décroissante de la maturité
- $P(t = 0) = 1$
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = 0$

1. La fonction des prix est définie pour tout  $t > 0$ . Elle est déterminée de la façon suivante :

$$P(t) = e^{-TFU \times t} + \sum_{j=1}^N \varepsilon_j K_j(t) \quad , t \geq 0$$

Où  $t$  représente la variable maturité et  $(\varepsilon_j)_{j=1..N}$  sont les inconnues à ajuster par rapport à la courbe des taux zéro-coupon disponible avant extrapolation.

- D'un terme  $e^{-TFU \times t}$  pour le comportement asymptotique à long terme du facteur d'actualisation. Le terme TFU correspond au « Taux Forward Ultime », il correspond à une estimation du taux zéro-coupon des obligations à long terme dans 20 ans.

- D'une combinaison linéaire  $\sum_{j=1}^N \varepsilon_j K_j(t)$  de  $N$  fonctions noyau (le nombre  $N$  correspondant au nombre de maturités de zéro-coupons disponibles avant extrapolation, ici 20). Chacune des fonctions noyau prend en compte des données de marché ainsi que deux autres arguments :

- o Le TFU : Taux Forward Ultime.

o La vitesse de convergence vers le TFU :  $\alpha$

- Les fonctions noyaux  $K_j(t)$  sont définies de la manière suivante :

$$\forall j = 1..N, K_j(t) = e^{-TFU \times (t+u_j)} \cdot \left\{ \alpha \cdot \min(t, u_j) - 0.5 \cdot e^{-\alpha \times \max(t, u_j)} \cdot (e^{-\alpha \times \min(t, u_j)} - e^{-\alpha \times \max(t, u_j)}) \right\}$$

2. Les inconnues  $(\varepsilon_j)_{j=1..N}$  sont ajustées de la façon suivante :

- Si on note  $m_i$  ( $i=1,..,N$ ) les prix de marché respectifs des zéro-coupons disponibles, alors, les paramètres  $(\varepsilon_j)_{j=1..N}$  à ajuster sont les solutions du système d'équations linéaires suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = P(u_1) = e^{-TFU \times u_1} + \sum_{j=1}^N \varepsilon_j K_j(u_1) \\ \vdots \\ m_i = P(u_i) = e^{-TFU \times u_i} + \sum_{j=1}^N \varepsilon_j K_j(u_i) \\ \vdots \\ m_N = P(u_N) = e^{-TFU \times u_N} + \sum_{j=1}^N \varepsilon_j K_j(u_N) \end{array} \right.$$

- Le système ci-dessous peut être retranscrit sous forme matricielle. Les paramètres  $(\varepsilon_j)_{j=1..N}$  sont alors déduit par inversion matricielle. Il reste plus qu'à les injecter dans la fonction de prix de Smith Wilson pour obtenir la valeur du prix d'un zéro-coupon pour les maturités au-delà de la dernière maturité disponible. Les taux zéro coupons  $(R_t)_{t>N}$  sont ensuite déduits en utilisant la relation suivante :

$$R_t = \frac{1}{P(t)}^{\frac{1}{t}} - 1$$

3. Les paramètres **TFU** et  $\alpha$  sont calibrés de la façon suivante :

Le taux forward ultime (TFU) correspond à la somme des éléments suivants :

o La moyenne des taux réels 1 an (correspondant aux taux zéro coupon 1 an au 31/12 ajustés de l'inflation annuelle) sur l'historique disponible ;

o Le taux d'inflation cible fixé calibré sur l'historique d'inflation disponible et selon une moyenne géométrique pondérée de la façon suivante :

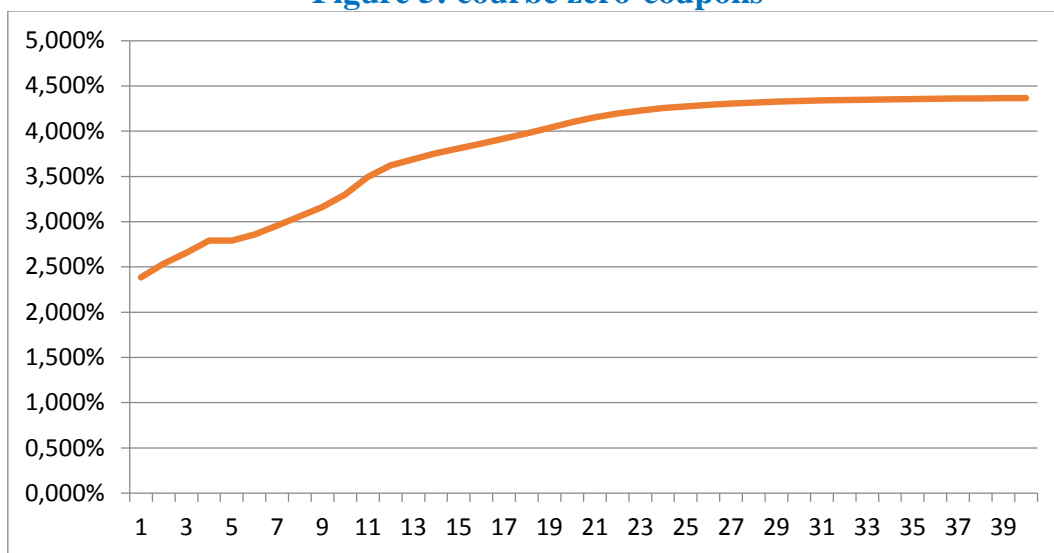
$$\text{taux d'inflation cible} = \exp\left(\frac{\sum_{i=0}^n w_i \times \ln(1 + \text{taux}_{inflation})}{\sum_{i=1}^n w_i}\right) - 1$$

Où :

- n est le nombre d'années d'historique d'inflation disponible.
- $w_i$  est le poids associé au ième taux d'inflation avec  $w_i = \beta^{n-i}$  et  $\beta = 0,99$


La vitesse de convergence  $\alpha$  est calibrée de façon à ce que la différence entre les taux forward 1 an projetés et le TFU converge vers zéro à horizon 60 ans.

**Figure 5: courbe zéro-coupons**




Source : élaboré par nos soins

**Figure 6: outil d'extrapolation**



المغربية للحياة  
LA MAROCAINE VIE  
GROUPE SOCIETE GENERALE



INSEA

Paramètres	
UFR	4,41%
α	0,2
T2 (années)	60

Maturité (années)	Taux zéro coupon
1,00	0,0238425
2,00	0,025356573
3,00	0,026570018
4,00	0,027902213
5,00	0,027920434
6,00	0,028585649
7,00	0,029591373
8,00	0,030608947
9,00	0,031640745
10,00	0,033021993
11,00	0,034934442
12,00	0,03620997
13,00	0,036913917
14,00	0,037582728
15,00	0,038106062
16,00	0,038643879
17,00	0,039196587
18,00	0,039764795
19,00	0,040352053
20,00	0,04098492

Calibrate alpha

Source : élaboré par nos soins sous VBA-Excel

L'outil présenté ci-dessus permet l'obtention de la courbe zéro coupon pour toutes les maturités dans une feuille de résultats, il suffit à l'utilisateur de faire entrer les données pour calibrer le paramètre  $\alpha$  et calculer par la suite les taux zéro coupon pour les maturités supérieures à 20 ans.

## **Chapitre 4 : Modélisation des lois de rachat**

Dans la finalité de trouver un modèle adéquat permettant d'effectuer la projection des rachats pour prévoir les flux sortants et les intégrer dans les calculs du Best Estimate des provisions, nous allons procéder à l'estimation des lois de rachat en nombre et en montant.

Le rachat est l'opération qui permet au souscripteur d'obtenir avant le terme du contrat, le versement total ou partiel de son épargne résultant des versements effectués, déduction faite des frais d'entrée et majorée des intérêts.

Le rachat est un risque prépondérant pour les contrats d'épargne de l'assurance vie. Il est nécessaire pour les assureurs de mettre en place une modélisation précise pour maîtriser ce risque.

Commençons tout d'abord par une présentation du produit en question :

### **Présentation du produit**

Un contrat à adhésion facultative, régi par la loi n° 17-99 portant code des assurances, ainsi que par des textes d'application.

Il s'agit d'un contrat collectif souscrit par la Contractante au bénéfice de ses clients qui ont la qualité d'assuré.

L'objet du contrat est la constitution d'une retraite en mettant à la disposition de la clientèle de la contractante :

#### **les garanties:**

- pendant la vie de l'adhérent: remboursement de l'épargne constitué
- Au terme de la durée initiale: si l'adhérent est en vie soit recevoir l'épargne constitué soit proroger son adhésion.
- En cas de décès de l'adhérent: Quelles qu'en soit la date et la cause, l'assureur verse l'épargne constituée aux bénéficiaires désigné(s).
- Si l'adhérent décède avant son 60ème anniversaire: le versement d'un capital relatif à la garantie contre-assurance correspondant aux cumuls des frais prélevés sur les versements aux bénéficiaires désigné(s).

#### **En terme de garanties prévoyance :**

- En cas de Décès Accidentel avant la durée initiale de l'adhésion: l'Assureur versera aux bénéficiaires désignés un capital supplémentaire égal au montant e l'épargne constituée à la date du décès.
- En cas d'Invalidité Permanente et Totale de l'Adhérent (un taux d'invalidité supérieur à 66%) avant le terme de la durée initiale de l'adhésion : l'Assureur prendra en charge les versements programmés entre la date de reconnaissance de l'invalidité et le terme de l'adhésion.

#### **Conditions de l'adhésion :**

Pour adhérer au contrat, l'adhérent doit signer un Bulletin d'Adhésion

#### **Date d'effet et durée de l'adhésion :**

La date du prélèvement du versement initiale fixe la date d'effet de l'adhésion

Les garanties prendront fin au premier des évènements suivants :

- décès de l'adhérent ;
- Rachat total de l'adhésion ;
- 60ème anniversaire de l'adhérent ;
- 60ème anniversaire de l'adhérent pour la garantie prévoyance ;
- 31 décembre suivant la suspension de programme de versement pour la garantie prévoyance.

**Programmation des versements:**

L'adhérent fixe le montant et la périodicité des versements programmés et peut les modifier, les suspendre et reprendre à tout moment.

**La participation aux bénéfices :**

L'assureur fait participer les adhérents du présent contrat aux bénéfices techniques et financiers qu'il a obtenu.

Le taux de participation aux bénéfices est de 90% du solde de l'état de participation aux bénéfices fixé par la réglementation en vigueur (Article 100 de la loi n° 17-99 portant code des assurances). Ce taux ne peut en aucun cas être inférieur à 70%.

**Rachat :**

À tout moment, l'adhérent peut demander un rachat partiel ou total. Si la demande de rachat, partiel ou total, intervient au cours des cinq premières années d'adhésion, la valeur de rachat sera diminuée d'une pénalité de rachat égale au maximum à 3%.

**Avance :**

Dès la première année de son adhésion, et par demande écrite, l'adhérent peut demander une avance. Tant que l'avance n'est pas remboursée en totalité, un rachat partiel n'est pas possible.

**Résiliation :**

En cas de résiliation du contrat, les garanties accordées sont maintenues aux adhésions en cours, dans les mêmes conditions de fonctionnement du présent contrat. Aucune adhésion nouvelle ne pourra être acceptée à compter de la date de résiliation.

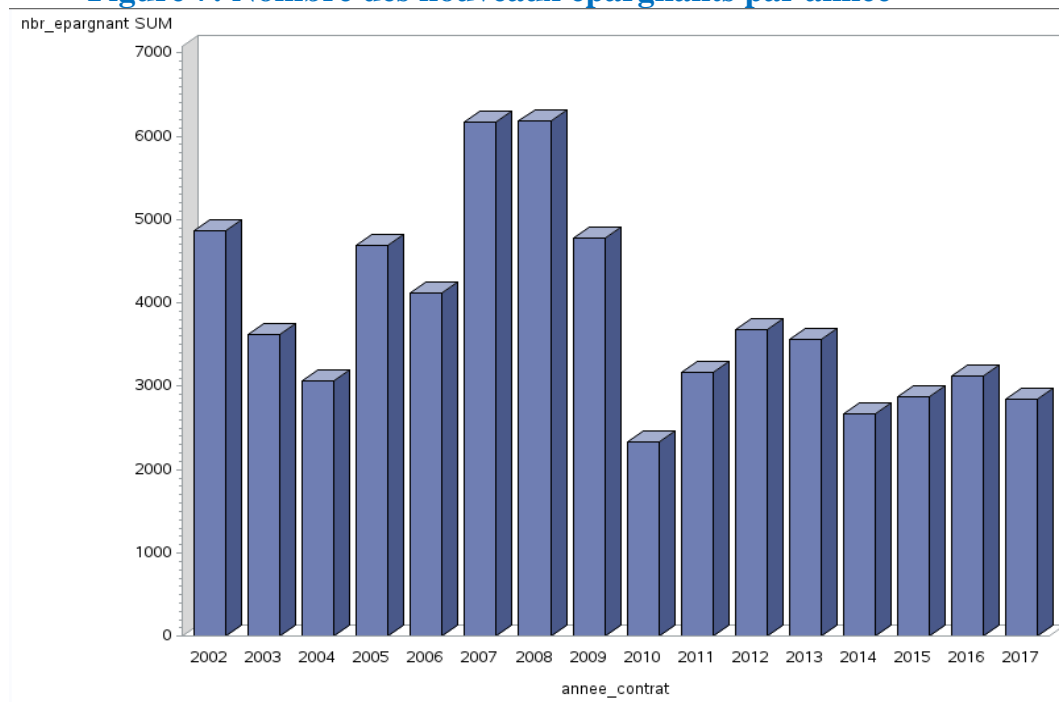
## Modélisation du taux de rachat en nombre

La base de données contient les contrats inscrits depuis 2002, il comporte les informations relatives à chaque sortie, à savoir :

- Le numéro de contrat
- Le type du client
- La fréquence de la prime
- Date d'effet du contrat
- Date de naissance de l'assuré
- Date d'annulation
- Libellé d'annulation
- Provision mathématique
- Date de la provision mathématique
- Prestation servie

### I. Exploration des données

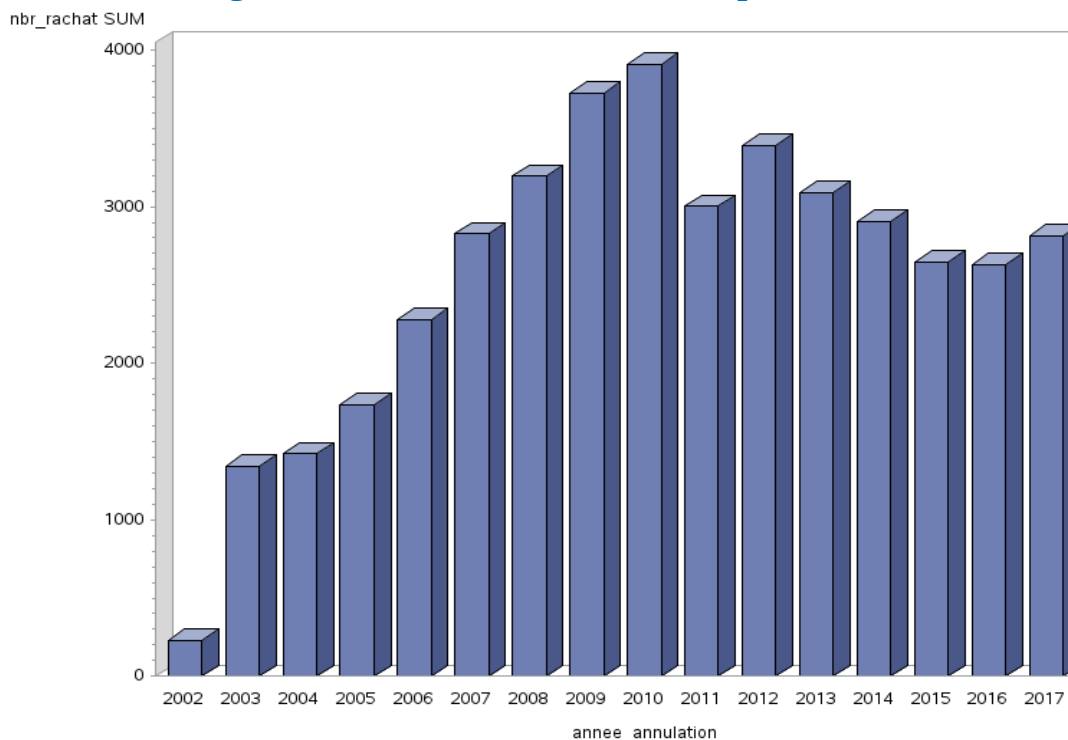
Figure 7: Nombre des nouveaux épargnants par année



Source : Sortie SAS

Afin d'obtenir le nombre de rachats par année, une variable indicatrice a été créé :

$$\varphi_i = \begin{cases} 1 & \text{si Libellé d'annulation} = \text{Rachattotal} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

**Figure 8: Nombre de rachats totaux par année**

Source : Sortie SAS

Le nombre de contrats rachetés atteint son maximum en 2010, ceci est expliqué par le fait qu'après 8ans d'existence, les contrats d'épargne souscrits en 2002 ne sont plus exemptés d'impôts.

## II. Calcul du taux de rachat en nombre :

En sommant la variable  $\varphi_i$  par âge de l'assuré, l'ancienneté du contrat et l'année de rachat, nous obtenons le nombre de rachat total par âge et ancienneté pour chaque année.

Pour chaque année, ce nombre de rachat a été divisé par le nombre de contrats en cours, à savoir les nouveaux contrats ainsi que les contrats restants des années antérieures.

Après avoir élaboré les tables des taux de rachat par année, des taux moyens sur la base desquelles se feront les modélisations ont été calculés en utilisant la formule :

$$tm_x(a) = \frac{\sum_{k=i}^j t_x(a, k)}{j - i + 1}$$

Avec :

- $[i, j]$ : L'intervalle d'années à prendre en compte pour le calcul du taux moyen
- $t_x(a, k)$  : Le taux de rachat totale pour la classe d'individus d'âge  $x$ , d'ancienneté  $a$  et pour l'année  $k$ .
- $tm_x(a)$  : Le taux moyen pour l'âge  $x$  et l'ancienneté  $a$ .

Variable d'analyse : tx					
Moyenne	Médiane	Quartile inférieur	Quartile supérieur	Minimum	Maximum
0.12	0.10	0.07	0.16	0.02	0.38

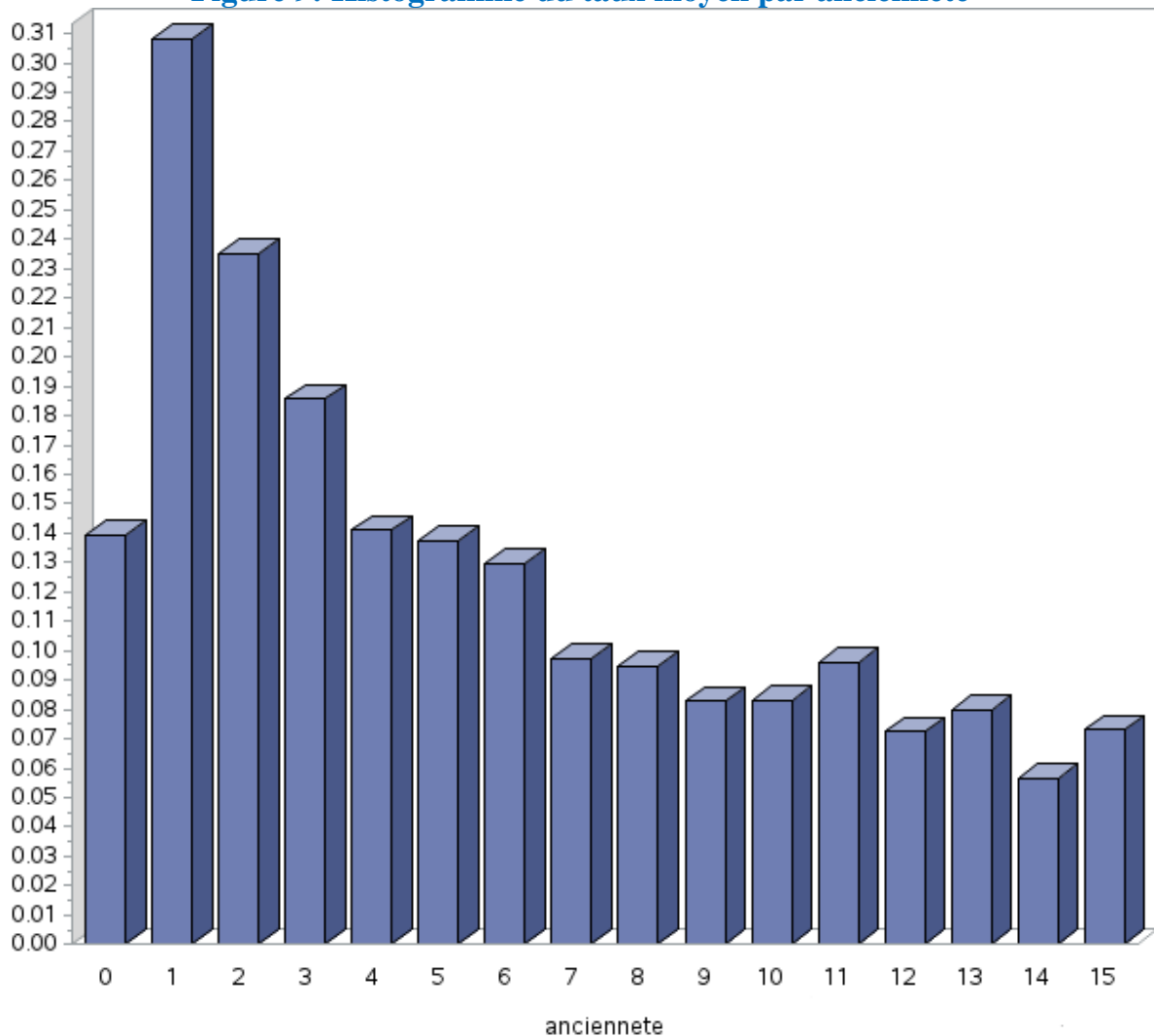
Tableau 3: Statistique descriptive des taux de rachat moyens

Sur 565 classes d'assurés obtenues en regroupant les contrats par âge et ancienneté, nous trouvons un taux moyen de rachat total de 0,12.

A noter que, la population des assurés est scindée en deux : à savoir 50% des classes d'assurés ont un taux moyen au-dessous de 0,10 et l'autre moitié ont un taux moyen supérieur 0,10.

Dans l'optique d'observer l'évolution du taux de rachat en fonction de l'ancienneté nous avons calculé le taux moyen par ancienneté :

**Figure 9: Histogramme du taux moyen par ancienneté**



Source : Sortie SAS

Le constat de l'évolution du taux moyen par ancienneté du contrat démontre une hausse pour l'ancienneté 1, en effet, au bout de la première année, nombreux assurés constatent

que le produit ne leur convient pas et qu'il leur a mal été vendu et rachètent leurs contrats. Après la première année les taux tendent à baisser à mesure que l'ancienneté augmente.

### III. Modélisation du taux de rachat en nombre par le modèle TOBIT

Nous allons à présent envisager le cas des modèles à variable dépendante limitée : ceux sont des modèles pour lesquels la variable dépendante est continue mais n'est observable que sur un certain intervalle ([0,1] pour le cas des taux). Ainsi, ce sont des modèles qui se situent à mi-chemin entre les modèles de régression linéaires où la variable endogène est continue et observable et les modèles qualitatifs. En effet, les modèles à variable dépendante limitée dérivent des modèles à variables qualitatives, dans le sens où l'on doit modéliser la probabilité que la variable dépendante appartienne à l'intervalle pour lequel elle est observable. La structure de base des modèles à variable dépendante limitée est représentée par le modèle Tobit. Toutefois, ces modèles sont aussi appelés modèles de régression censurées (censored regression models) ou modèle de régression tronquée (truncated regression models).

Dans cet esprit, Cox and Lin (2006) utilisent le modèle Tobit pour la modélisation du taux de rachat et insistent sur l'importance de l'ancienneté du contrat comme facteur explicatif.

#### III.1. Estimation du modèle

Dans le modèle Tobit on admet l'existence d'une variable latente  $Y^*$  tel que :

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{si } Y^* \leq 0 \\ X'\beta + \varepsilon & \text{si } 0 < Y^* < 1 \text{ avec } \varepsilon \sim \text{Normal}(0, \sigma^2) \\ 1 & \text{si } Y^* \geq 1 \end{cases}$$

Par conséquent, la réponse  $Y$  délimitée par [0,1] pourrait être considérée comme la partie observable d'une variable  $Y^*$  ( $X'\beta + \varepsilon, \sigma^2$ ) normalement distribuée définie sur la ligne réelle. Les valeurs non observables hors l'intervalle [0,1] ne sont pas dues à la censure mais du fait que toute valeur hors [0,1] n'est pas théoriquement définie.

Le modèle de Tobit est mis en œuvre par l'utilisation de la procédure PROC LIFEREG sous SAS.

Les résultats de l'estimation du modèle sous le logiciel SAS (par maximum de vraisemblance) se rapportent aux tableaux ci-dessus :

Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance							
Paramètre	DDL	Valeur estimée	Erreur type	95% Intervalle de confiance		Khi-2	Pr > Khi-2
Intercept	1	0.1805	0.0040	0.1727	0.1882	2079.14	<.0001
anciennete	1	-0.0107	0.0005	-0.0117	-0.0096	378.99	<.0001
Echel	1	0.0489	0.0016	0.0459	0.0522		

Tableau 4: Estimation du modèle Tobit

Comme nous le montre le tableau la p-values du test de Wald est inférieure à 5%. L'effet explicatif de la variable ancienneté est donc confirmé.

### III.2. Validation du modèle

Statistiques d'ajustement	
-2 log-vraisemblance	-1477.18
AIC (préférer les petites valeurs)	-1471.18
AICC (préférer les petites valeurs)	-1471.13
BIC (préférer les petites valeurs)	-1458.77

Tableau 5: Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle TOBIT

Dans notre modèle le degré de liberté est de 545, la déviance normalisée est égale à -2log-vraisemblance prend la valeur -1477.18. Cette statistique est distribuées approximativement selon une loi du khi-deux à 545 degrés de liberté. On en déduit que l'hypothèse nulle est vérifiée, c'est-à-dire le modèle est adéquat.

## IV. Modélisation du taux de rachat en nombre par les modèles linéaires généralisés

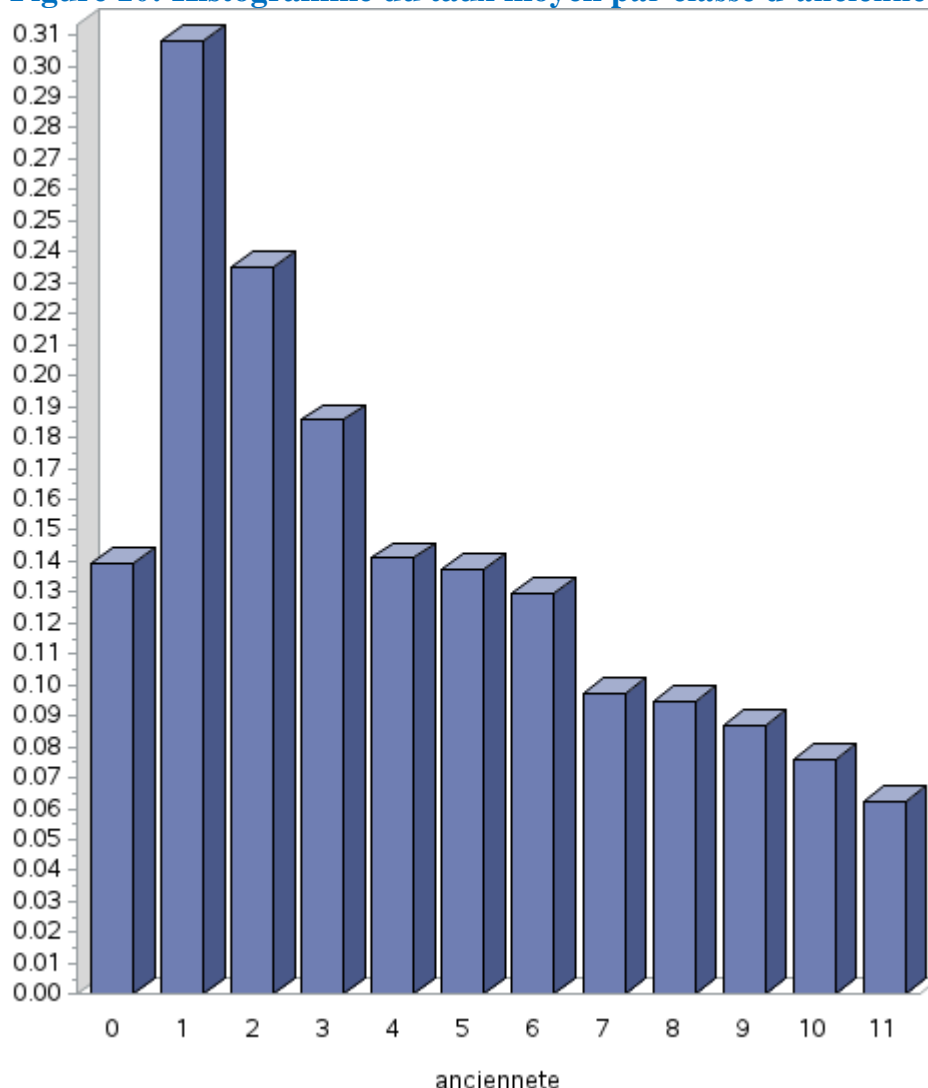
Dans la modélisation, on essaie d'ajuster une forme mathématique à la variation, « en moyenne », du phénomène, en ayant recours à des méthodes. C'est dans ce cadre que s'inscrit le Modèle Linéaire Généralisé (GLM) qui est l'outil le plus général, le plus utile et, par conséquent, le plus utilisé de la panoplie des instruments dévolus à la modélisation.

### IV.1. Segmentation des variables

Pour segmenter notre base de données sous le logiciel SAS nous nous sommes basé sur les arbres de décision construits sous SAS ENTREPRISE MINER, L'objectif est de produire dans l'espace de la variable explicative des régions où la valeur de la variable à expliquer est homogène (variance faible) avec le minimum de perte d'information.

Dans l'optique d'observer l'évolution du taux de rachat en fonction de l'ancienneté après segmentation nous avons calculé le taux moyen par classe ancienneté :

**Figure 10: Histogramme du taux moyen par classe d'ancienneté**



Source : Sortie SAS

Après avoir segmenté la variable ancienneté nous constatons que l'évolution du taux moyen par classe d'ancienneté a gardé la même allure.

#### **IV.2. Etude de dépendance entre les variables âge et ancienneté**

La colinéarité statistique, peut perturber les estimations des paramètres du modèle. Une telle colinéarité existe généralement entre l'âge de l'assuré et l'ancienneté du contrat dans le cas d'un produit d'épargne, l'un représente la durée de vie de l'assuré et l'autre représente la durée de vie du contrat.

Afin de vérifier cette colinéarité, il était judicieux de procéder à un test d'indépendance du Khi-carré de PEARSON

L'hypothèse nulle (H0) de ce test est la suivante : les deux variables sont indépendantes.

En termes de valeur-p, l'hypothèse nulle est rejetée lorsque  $p \leq 0,05$

Coefficients de corrélation de Pearson, N = 622 Proba >  r  sous H0: Rho=0		
	anciennete	age_assure
anciennete	1.00000	0.23396 <.0001
age_assure	0.23396 <.0001	1.00000

Tableau 6: Test de khi deux de Pearson entre les variables Age\_assuré et ancienneté

Comme on peut le constater à partir de ce tableau, le coefficient de corrélation entre l'âge de l'assuré et l'ancienneté est  $r = 0,23396$  est significatif au seuil  $p = 0,0001$ . La corrélation est donc confirmée.

De ce fait, nous nous contenterons seulement de la variable ancienneté.

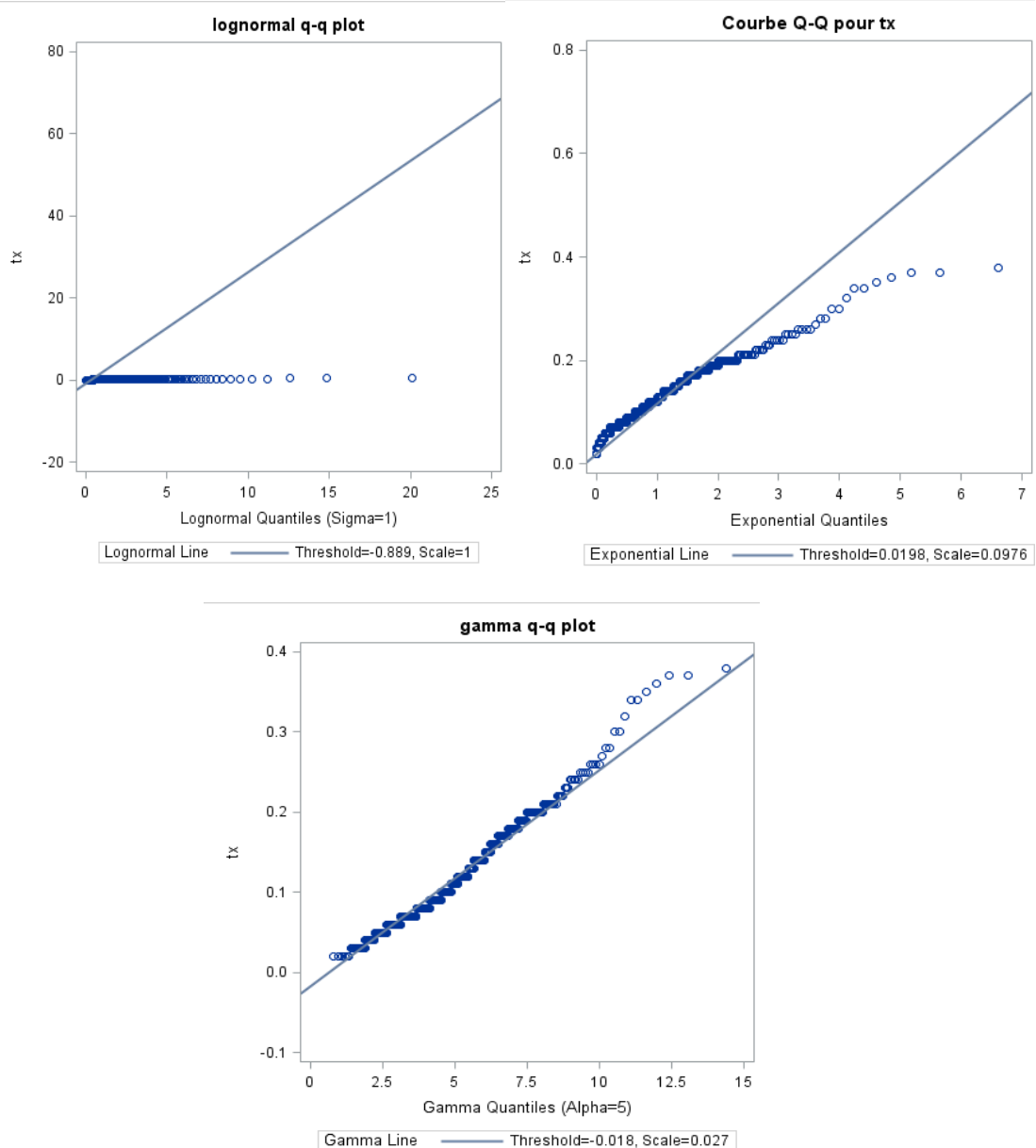
### IV.3. Détermination de la loi

Afin de décrire le comportement aléatoire des taux moyens des rachats, nous faisons recours aux lois de probabilité. Dans le but de prévoir le type de lois que le phénomène suit, nous procédons à des méthodes graphiques pour déterminer la loi la plus adéquate pour passer ensuite à l'estimation statistique du modèle.

Dans la finalité de tester la pertinence de l'ajustement des distributions données au modèle théorique, nous avons eu recours à un outil statistique graphique, qu'est le Q-Q Plot ou Diagramme Quantile-Quantile.

Les résultats se présentent comme suit :

**Figure 11: Diagrammes Quantile-Quantile**



Source : Sorties SAS

Le nuage de points sur ce dernier diagramme est proche de la droite contrairement au diagramme de la log-normale et exponentielle dans lesquels les points s'écartent de celles-ci. Cela signifie que les observations pourront être modélisées par un modèle Gamma.

#### IV.4. Estimation du modèle

Le modèle Gamma est mis en œuvre par l'utilisation de la procédure PROC GENMOD sous SAS.

Les résultats de l'estimation du modèle se présentent comme suit:

Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Wald 95% intervalle de confiance		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept		1	-2.6474	0.0559	-2.7570	-2.5379	2243.56	<.0001
anciennete	0	1	0.6963	0.0863	0.5271	0.8655	65.08	<.0001
anciennete	1	1	1.4704	0.0873	1.2993	1.6415	283.65	<.0001
anciennete	2	1	1.1988	0.0889	1.0245	1.3731	181.69	<.0001
anciennete	3	1	0.9630	0.0901	0.7864	1.1397	114.18	<.0001
anciennete	4	1	0.6879	0.0914	0.5088	0.8671	56.64	<.0001
anciennete	5	1	0.6881	0.0921	0.5076	0.8686	55.84	<.0001
anciennete	6	1	0.6053	0.0928	0.4235	0.7872	42.56	<.0001
anciennete	7	1	0.3147	0.0959	0.1266	0.5027	10.76	0.0010
anciennete	8	1	0.2904	0.0987	0.0970	0.4839	8.66	0.0032
anciennete	9	1	0.2017	0.0744	0.0558	0.3477	7.34	0.0067
anciennete	10	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
Scale		1	4.4459	0.2573	3.9692	4.9798		

Tableau 7: Estimation des paramètres

Comme nous le montre le tableau les p-values de toutes les classes retenues de la variable ancienneté sont inférieures à 5% et ce, en sachant qu'au début, nous avons eu une classes non significatives, et nous avons procédé à un regroupement. L'effet explicatif de la variable ancienneté est donc confirmé.

#### IV.5 Adéquation du modèle:

Critères d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	545	129.7248	0.2380
Scaled Deviance	545	576.7402	1.0582
Pearson Chi-Square	545	198.5190	0.3643
Scaled Pearson X2	545	882.5909	1.6194
Log Likelihood		808.9086	
Full Log Likelihood		808.9086	
AIC (smaller is better)		-1593.8171	
AICC (smaller is better)		-1593.2425	
BIC (smaller is better)		-1541.9679	

Tableau 8: Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle Gamma

Dans notre modèle le degré de liberté est de 545, la déviance normalisée prend la valeur de 576.7402 et la statistique khi-deux de Pearson normalisée prend la valeur de 882.5909. Ces deux statistiques sont distribuées approximativement selon une loi du khi-

deux à 545 degrés de liberté. On en déduit que l’hypothèse nulle est vérifiée, c’est-à-dire le modèle est adéquat.

### IV.6. Comparaison avec le modèle TOBIT:

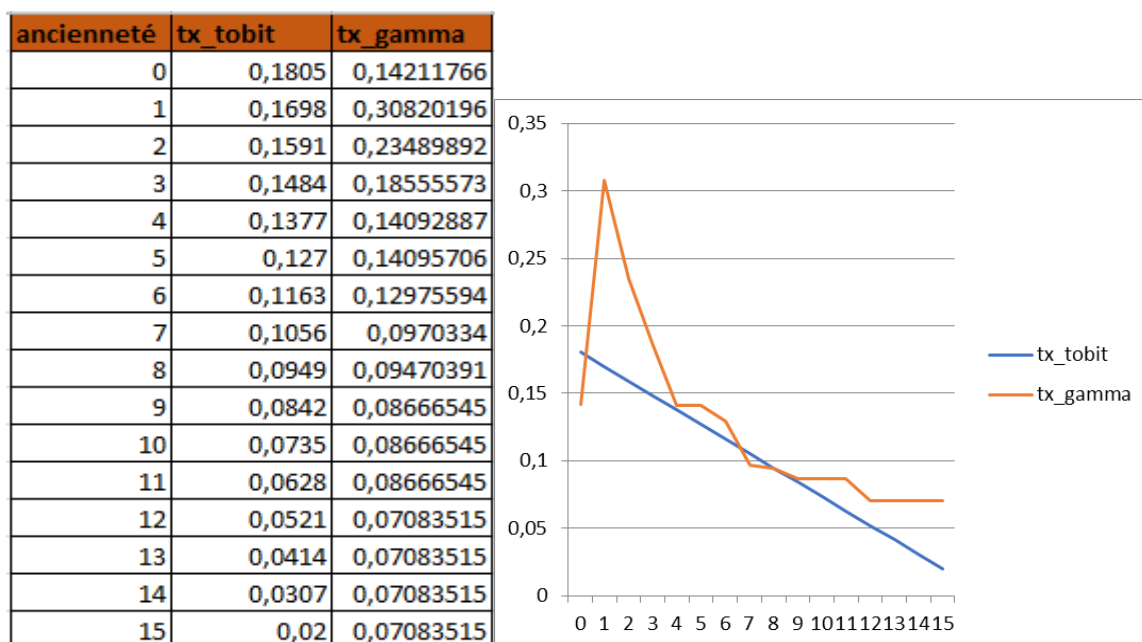
Statistiques d'ajustement		Critères d'évaluation de l'adéquation			
		Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
-2 log-vraisemblance	-1477.18	Deviance	545	129.7248	0.2380
AIC (préférer les petites valeurs)	-1471.18	Scaled Deviance	545	576.7402	1.0582
AICC (préférer les petites valeurs)	-1471.13	Pearson Chi-Square	545	198.5190	0.3643
BIC (préférer les petites valeurs)	-1458.77	Scaled Pearson X2	545	882.5909	1.6194
		Log Likelihood		808.9086	
		Full Log Likelihood		808.9086	
		AIC (smaller is better)		-1593.8171	
		AICC (smaller is better)		-1593.2425	
		BIC (smaller is better)		-1541.9679	

Tableau 9: Statistiques d'ajustement des modèles TOBIT et gamma

Afin de choisir le meilleur modèle nous nous baserons sur les critères AIC et BIC

D’après les tableaux ci-dessus, le modèle possédant l’AIC et le BIC les plus faibles, est le modèle Gamma, donc le modèle gamma est meilleur que le modèle TOBIT.

Figure 12: comparaison entre le modèle gamma et le modèle TOBIT



Source: élaboré par nos soins

L'inconvénient qui fait le point faible du modèle TOBIT est que sa forme linéaire ne permet pas d'illustrer le pic correspondant à la maturité 1 contrairement au modèle gamma.

## V. Estimation par Kaplan Meier

Une méthode dérivée de l'estimateur de Kaplan Meier est utilisée pour calculer les taux de rachats.

L'estimateur de Kaplan Meier, est l'estimateur le plus utilisé pour l'estimation non paramétrique d'une fonction de survie.

Après avoir déterminé l'âge des contrats, on passe au calcul des grandeurs  $R_x$ ,  $N_x$  et  $C_x$  qui sont nécessaires pour estimer le taux de rachat

On calcule :

**$R_x + C_x$**  : Le nombre de contrats d'âge  $x$  ayant subi une sortie

**$C_x$**  : Le nombre de contrats d'âge  $x$  censurés, dans notre cas ce sont les contrats ayant subi une sortie autre que le rachat (le décès par exemple)

**$R_x$** : Le nombre de contrats d'âge  $x$  rachetés

**$N_x$** : Le nombre de contrats non rachetés, non censurés d'âge  $x$  tel que :

$$N_x = N_{x-1} - R_{x-1} - C_{x-1}$$

**$S_x$**  : La fonction de survie du contrat est définie, autant dans le cas discret que continu, comme étant la probabilité de survie au-delà de l'âge  $x$

L'estimation par Kaplan-Meier découle du principe suivant : survivre jusqu'à l'âge  $x$  c'est survivre jusqu'à l'âge  $x-1$  et ne pas subir l'événement à l'instant  $x$ .

D'où on trouve l'expression de l'estimateur de la fonction de survie suivante :

$$S_x = \prod_{i \leq x} \left(1 - \frac{R_i}{N_i}\right)$$

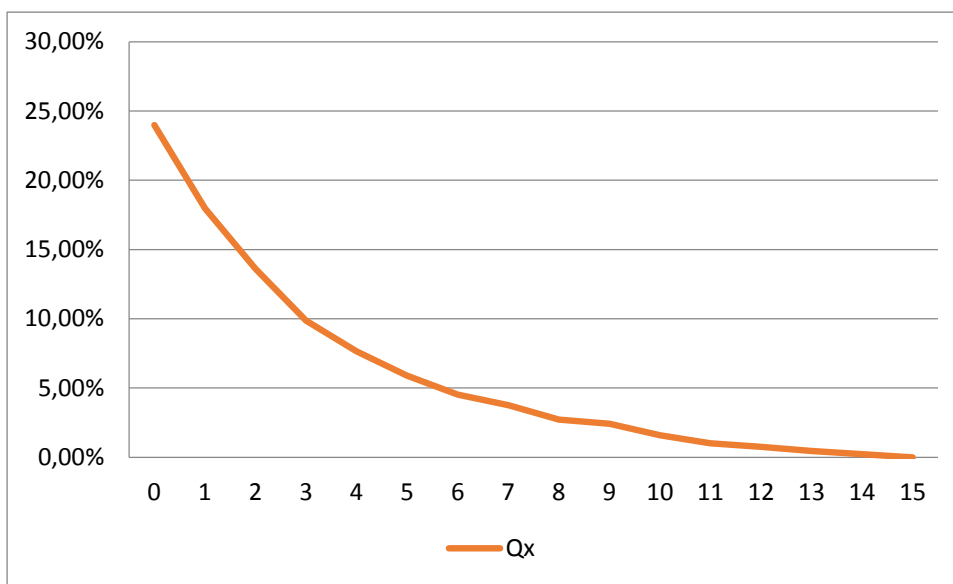
**$Q_x$**  : Le taux de rachat :

$$Q_x = 1 - \frac{S_{x+1}}{S_x}$$

anciennete	Rx	Cx	Nx	Rx/Nx	1-Rx/Nx	Sx	Qx
0	5 478	716	61 759	0,08869962	0,91130038	0,91130038	23,98%
1	13 323	318	55 565	0,23977324	0,76022676	0,69279493	17,98%
2	7 536	81	41 924	0,17975384	0,82024616	0,56826238	13,59%
3	4 664	57	34 307	0,13594893	0,86405107	0,49100772	9,87%
4	2 919	36	29 586	0,09866153	0,90133847	0,44256415	7,64%
5	2 034	22	26 631	0,07637715	0,92362285	0,40876236	5,88%
6	1 445	14	24 575	0,05879959	0,94120041	0,3847273	4,52%
7	1 044	13	23 116	0,04516352	0,95483648	0,36735166	3,76%
8	830	6	22 059	0,03762637	0,96237363	0,35352955	2,71%
9	575	12	21 223	0,02709325	0,97290675	0,34395129	2,41%
10	498	3	20 636	0,02413258	0,97586742	0,33565085	1,58%
11	318	4	20 135	0,01579339	0,98420661	0,33034979	1,00%
12	198	5	19 813	0,00999344	0,99000656	0,32704846	0,76%
13	149	0	19 610	0,00759816	0,99240184	0,32456349	0,44%
14	86	0	19 461	0,00441909	0,99558091	0,32312921	0,21%
15	41	0	19 375	0,00211613	0,99788387	0,32244543	0,00%

Tableau 10: Calcul du taux de rachat en nombre par la méthode basée sur l'estimateur de Kaplan Meier

Figure 13: Taux de rachat en nombre estimé par la méthode de Kaplan Meier



Source : élaboré par nos soins

La méthode basée sur l'estimateur de Kaplan Meier ne permet pas d'illustrer le pic correspondant à l'ancienneté 1.

## Modélisation du taux de rachat en montant

Dans cette partie nous abordons la modélisation des taux de rachats en montant, c'est-à-dire la proportion du montant racheté par rapport au montant de la provision constituée.

La modélisation concerne les rachats partiels et totaux relatifs à la période allant de 31/12/2006 à 31/12/2017.

Les données dont nous aurons besoin afin d'effectuer les différents calculs seront tirés des bases de données suivantes:

- La base contenant les rachats partiels s'étalant sur la période 2007-2017
- La base contenant les rachats totaux s'étalant sur la période 2007-2017
- Les provisions mathématiques depuis 31/12/2006

### I. Calcul du taux de rachat en montant:

$$t_x(a, n) = \frac{R(x, a, n)}{PM(x, a, n)}$$

Avec :

$t_x(a, n)$ : Le taux de rachat pour l'âge  $x$  et l'ancienneté  $a$  relatif à l'année  $n$

$R(x, a, n)$ : Le montant de rachat pour l'âge  $x$  et l'ancienneté  $a$  relatif à l'année  $n$ , obtenu en sommant les montants rachetés des contrats ayant l'ancienneté  $a$  et l'âge  $x$  à l'année  $n$ .

$PM(x, a, n)$ : Le montant de la provision mathématique pour l'âge  $x$  et l'ancienneté  $a$  relatif à l'année  $n$ , obtenu en sommant les provisions mathématiques des contrats ayant l'ancienneté  $a$  et l'âge  $x$  à l'année  $n$ .

Après avoir élaboré les tables des taux de rachat par année, des taux moyens sur la base desquelles se feront les projections ont été calculés en utilisant la formule :

$$tm_x(a) = \frac{\sum_{k=i}^j t_x(a, k)}{j - i + 1}$$

Avec :

- $[i, j]$ : L'intervalle d'années à prendre en compte pour le calcul du taux moyen.
- $t_x(a, k)$  : Le taux de rachat pour la classe d'individus d'âge  $x$ , d'ancienneté  $a$  et pour l'année  $k$ .
- $tm_x(a)$  : Le taux moyen pour l'âge  $x$  et l'ancienneté  $a$ .

Variable d'analyse : tx_moy					
Moyenne	Médiane	Quartile inférieur	Quartile supérieur	Maximum	Minimum
0.19	0.15	0.11	0.24	0.91	0.00

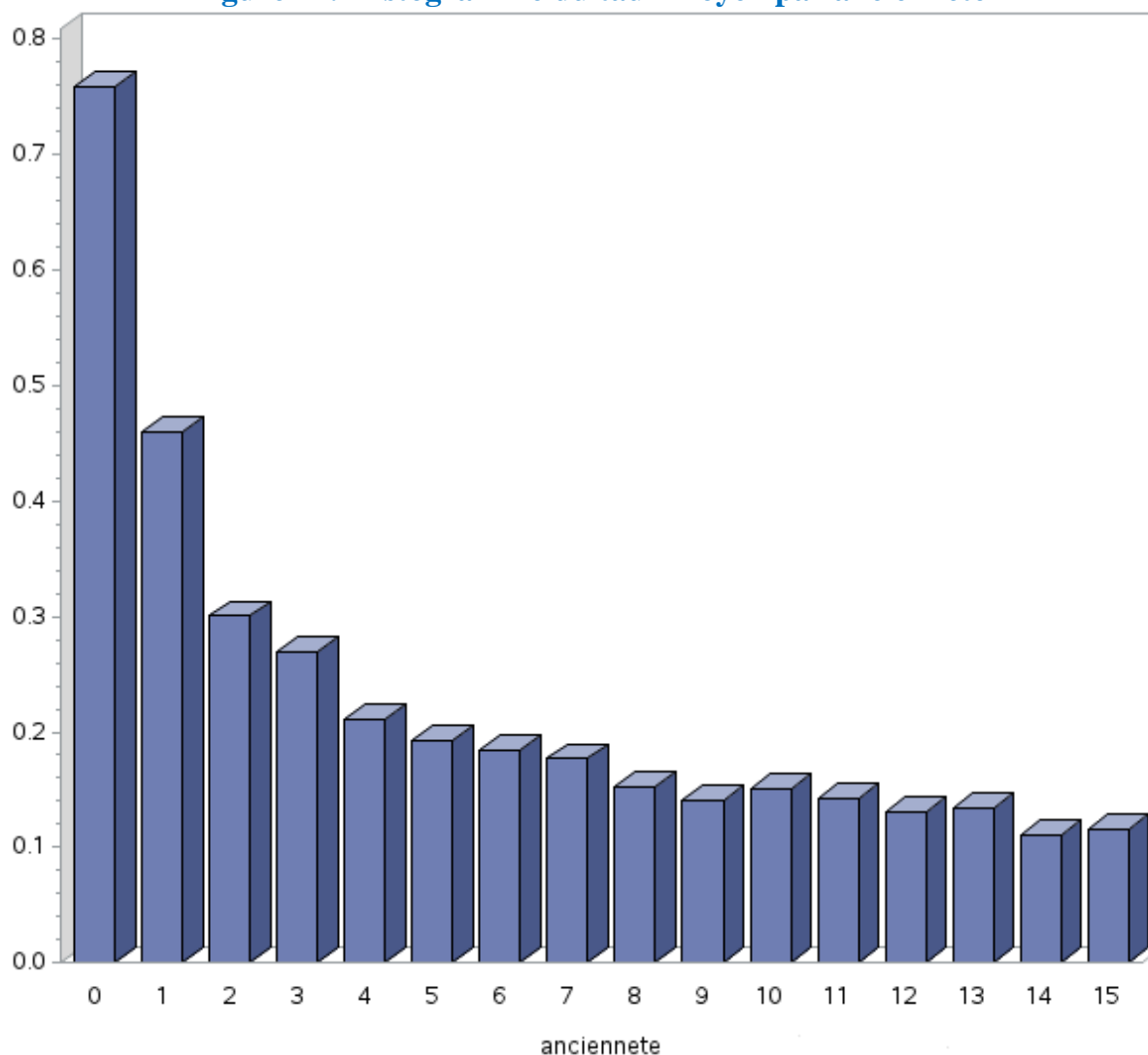
Tableau 11: Statistique descriptive des taux de rachat moyens

Sur 481 classes d'assurés obtenues en regroupant les contrats par âge et ancienneté, nous trouvons un taux moyen de rachat de 0,19.

A noter que, la population des assurés est scindée en deux : à savoir 50% des classes d'assurés ont un taux moyen au-dessous de 0,15 et l'autre moitié ont un taux moyen supérieur 0,15.

Dans l'optique d'observer l'évolution du taux de rachat en fonction de l'ancienneté nous avons calculé le taux moyen par ancienneté :

**Figure 14: Histogramme du taux moyen par ancienneté**



Source : Sortie SAS

Le constat de l'évolution du taux moyen par ancienneté du contrat démontre une hausse pour l'ancienneté 0, Ce phénomène peut s'expliquer en partie par le constat de l'assuré que les garanties du produit sont inadéquates à ses besoins, d'autre part, dès la première année de son adhésion, l'assuré peut faire un rachat partiel pour besoins de liquidité, ce qui contribue à la hausse du taux de rachat, les taux tendent à baisser à mesure que l'ancienneté augmente.

## II. Modélisation du taux de rachat en montant par le modèle TOBIT

### II.1. Estimation du modèle

Les résultats de l'estimation du modèle sous le logiciel SAS se rapportent aux tableaux ci-dessus :

Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance							
Paramètre	DDL	Valeur estimée	Erreur type	95% Intervalle de confiance		Khi-2	Pr > Khi-2
Intercept	1	0.3420	0.0092	0.3240	0.3601	1377.98	<.0001
anc	1	-0.0214	0.0011	-0.0236	-0.0192	356.43	<.0001
Echel	1	0.1032	0.0033	0.0969	0.1100		

Tableau 12: Estimation du modèle Tobit

Comme nous le montre le tableau la p-values du test de Wald est inférieure à 5%. L'effet explicatif de la variable ancienneté est donc confirmé.

### II.2. Validation du modèle

Statistiques d'ajustement	
-2 log-vraisemblance	-815.996
AIC (préférer les petites valeurs)	-809.996
AICC (préférer les petites valeurs)	-809.946
BIC (préférer les petites valeurs)	-797.481

Tableau 13: Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle TOBIT

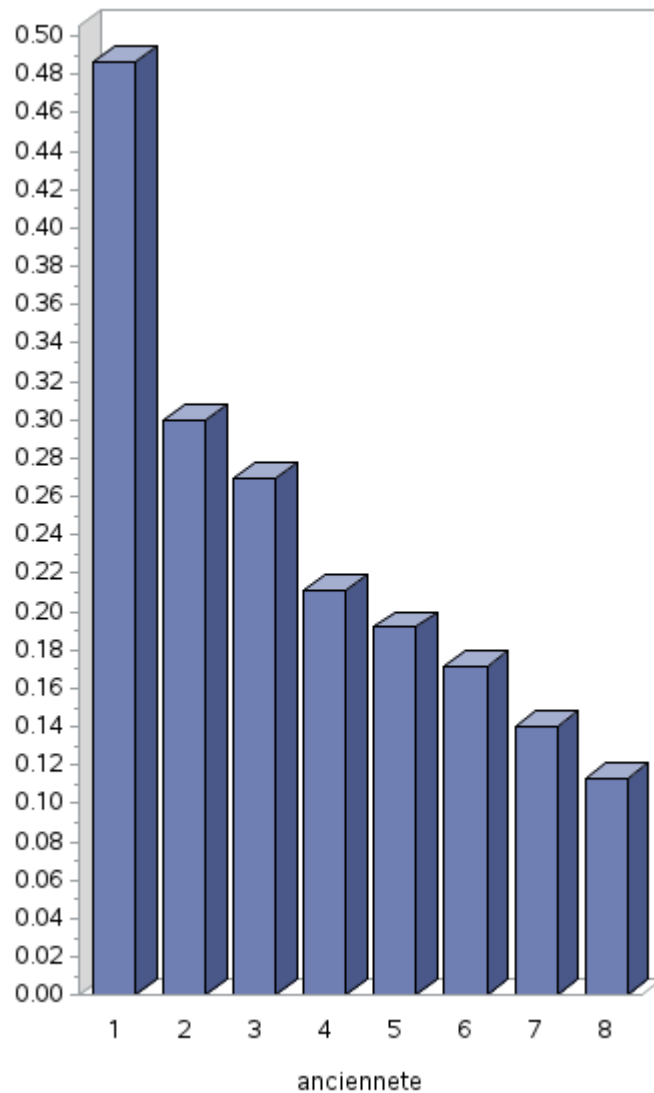
Dans notre modèle le degré de liberté est de 468, la déviance normalisée est égale à -2log-vraisemblance prend la valeur -815.996. Cette statistique est distribuées approximativement selon une loi du khi-deux à 468 degrés de liberté. On en déduit que l'hypothèse nulle est vérifiée, c'est-à-dire le modèle est adéquat.

## III. Modélisation du taux de rachat en montant par les modèles linéaires généralisés

### III.1. Segmentation des variables

Après avoir segmenté notre table à l'aide des arbres de décision construits sous SAS ENTREPRISE MINER, nous avons procédé au calcul du taux moyen par classe ancienneté.

**Figure 15: Histogramme du taux moyen par classe d'ancienneté**



Source : Sortie SAS

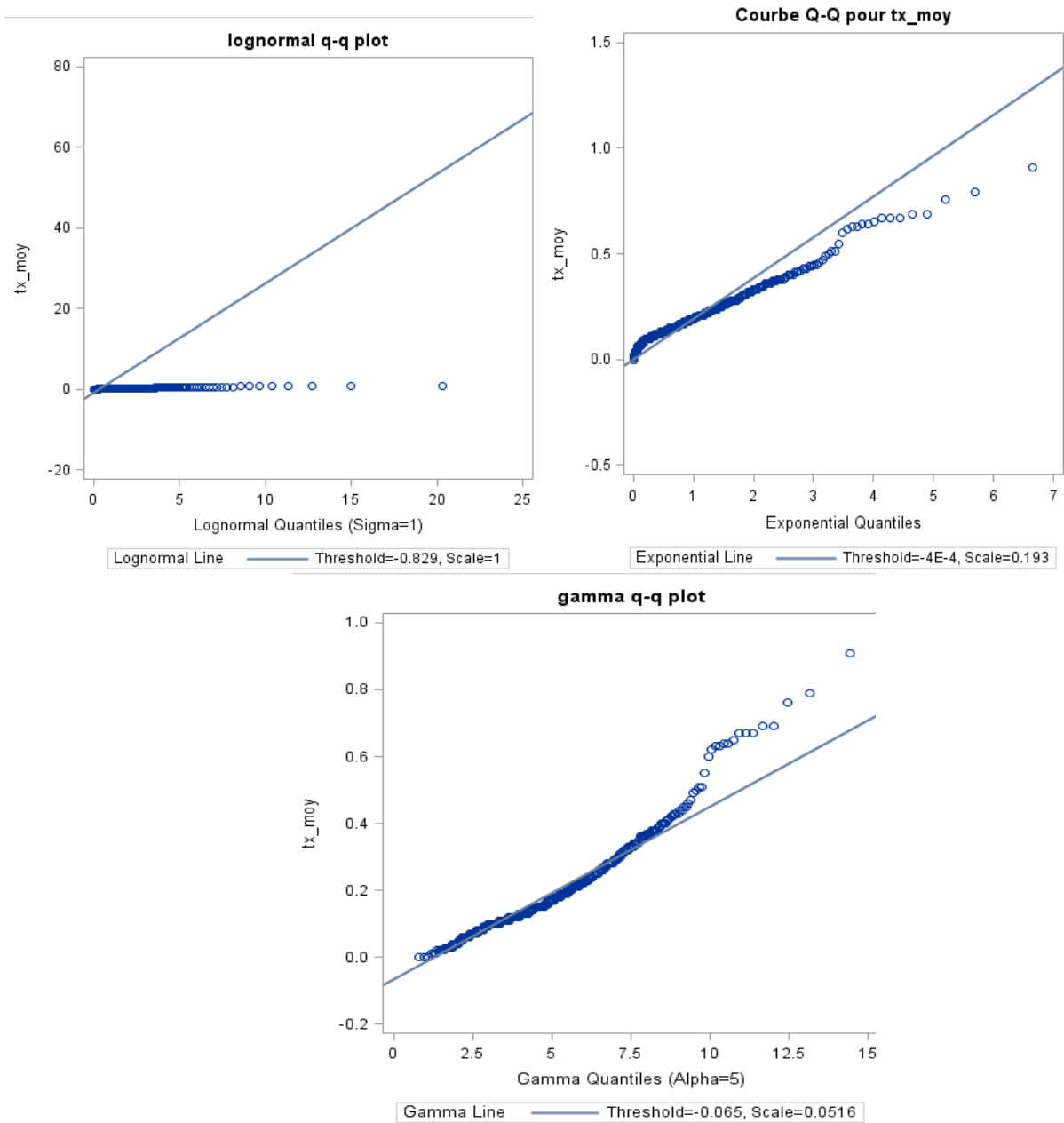
Après avoir segmenté la variable ancienneté nous constatons que l'évolution du taux moyen par classe d'ancienneté a gardé sa tendance baissière.

### **III.2. Détermination de la loi**

En s'aidant par l'outil statistique graphique Q-Q Plot ou Diagramme Quantile-Quantile, nous testons la pertinence de l'ajustement des distributions données au modèle théorique.

Les résultats se présentent comme suit :

**Figure 16: Diagrammes Quantile-Quantile**



Source : Sorties SAS

Le nuage de points sur ce dernier diagramme est proche de la droite contrairement au diagramme de la log-normale et exponentielle dans lesquels les points s'écartent de celles-ci. Cela signifie que les observations pourront être modélisées par un modèle Gamma.

### III.3. Estimation du modèle

Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Wald 95% intervalle de confiance		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept		1	-2.3477	0.0785	-2.5016	-2.1938	894.28	<.0001
anciennete	1	1	1.6002	0.1040	1.3963	1.8041	236.66	<.0001
anciennete	2	1	1.1257	0.1062	0.9176	1.3338	112.39	<.0001
anciennete	3	1	0.9594	0.1074	0.7488	1.1699	79.78	<.0001
anciennete	4	1	0.7711	0.1074	0.5605	0.9816	51.54	<.0001
anciennete	5	1	0.6095	0.1095	0.3949	0.8240	31.00	<.0001
anciennete	6	1	0.4286	0.0908	0.2507	0.6065	22.29	<.0001
anciennete	7	1	0.2132	0.0875	0.0417	0.3846	5.94	0.0148
anciennete	8	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
Scale		1	4.7721	0.2991	4.2204	5.3959		

Tableau 14: Estimation de la loi Gamma

On remarque que toutes les classes sont significatives au seuil de 5%. L'effet explicatif de la variable ancienneté est donc confirmé.

### III.4. Adéquation du modèle

Critères d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	468	103.2157	0.2205
Scaled Deviance	468	492.5529	1.0525
Pearson Chi-Square	468	104.0521	0.2223
Scaled Pearson X2	468	496.5446	1.0610
Log Likelihood		568.1357	
Full Log Likelihood		568.1357	
AIC (smaller is better)		-1118.2713	
AICC (smaller is better)		-1117.8851	
BIC (smaller is better)		-1080.7826	

Tableau 15: Critères d'évaluation de l'adéquation du modèle Gamma

Dans notre modèle le degré de liberté est de 468, la déviance normalisée prend la valeur de 492.5529 et la statistique khi-deux de Pearson normalisée prend la valeur de 496.5446. Ces deux statistiques sont distribuées approximativement selon une loi du khi-deux à 468 degrés de liberté. On en déduit que l'hypothèse nulle est vérifiée, c'est-à-dire le modèle est adéquat.

### III.5. Comparaison avec le modèle TOBIT

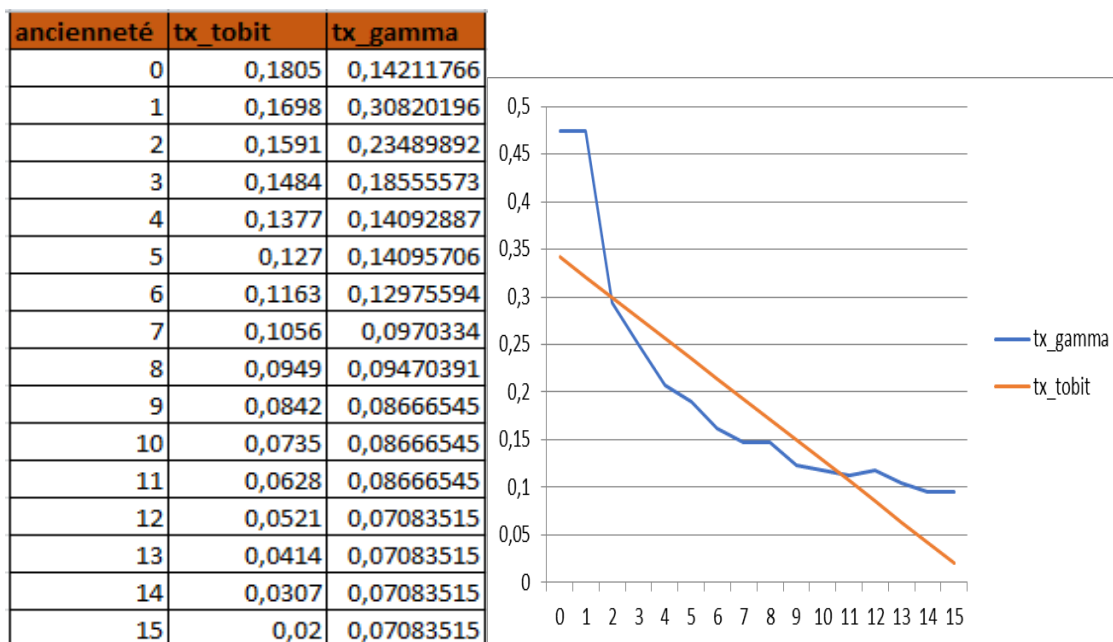
Statistiques d'ajustement		Critères d'évaluation de l'adéquation		
		DDL	Valeur	Valeur/DDL
-2 log-vraisemblance	-815.996			
AIC (préférer les petites valeurs)	-809.996			
AICC (préférer les petites valeurs)	-809.946			
BIC (préférer les petites valeurs)	-797.481			
Deviance		468	103.2157	0.2205
Scaled Deviance		468	492.5529	1.0525
Pearson Chi-Square		468	104.0521	0.2223
Scaled Pearson X2		468	496.5446	1.0610
Log Likelihood			568.1357	
Full Log Likelihood			568.1357	
AIC (smaller is better)			-1118.2713	
AICC (smaller is better)			-1117.8851	
BIC (smaller is better)			-1080.7826	

Tableau 16: Statistiques d'ajustement des modèles TOBIT et gamma

Afin de choisir le meilleur modèle nous nous baserons sur les critères AIC et BIC

D'après les tableaux ci-dessus, le modèle possédant l'AIC et le BIC les plus faibles, est le modèle Gamma, donc le modèle gamma est meilleur que le modèle TOBIT.

Figure 17: comparaison entre le modèle gamma et le modèle TOBIT



Source : élaboré par nos soins

Pareillement aux taux en nombre, le modèle TOBIT représente mal l'allure du taux en montant contrairement au modèle GAMMA qui illustre bien sa tendance baissière, ainsi que les taux élevés correspondant aux petites anciennetés.

Nous allons retenir par la suite le modèle GAMMA pour effectuer la projection des flux de trésorerie, et ce, pour la loi de rachat en nombre ainsi que pour la loi de rachat en montant.

## **Chapitre 5 : Projection des flux de trésorerie**

### **I. Hypothèses de projection**

- Portefeuille fermé : Les projections s'effectuent sur un portefeuille fermé, cela veut dire que l'assureur n'aura pas de nouveaux contrats, ni de nouvelles cotisations pour alimenter son portefeuille.
- Horizon de projection : jusqu'à extinction du portefeuille
- Age limite : 60 ans
- Pas de sorties en rentes
- Les assurés ayant fait une prorogation et dont l'âge dépasse 60ans à la date d'évaluation vont tous effectuer un rachat total à la première année de projection.
- A 60 ans, l'ensemble des contrats restants est racheté.
- Modèle de projection : Un Model Point, Les Model Points (MP) sont des lignes de contrats agrégés, un MP représente donc un ou plusieurs contrats qui ont des caractéristiques similaires (âge des assurés, anciennetés des contrats ...). En effet, projeter chaque contrat nécessite un temps de calcul important, les données doivent donc être agrégées pour optimiser le temps de calcul, nous avons choisi Un regroupement par âge de l'assuré et ancienneté moyenne du contrat.
- Les décès et les rachats surviennent au milieu de l'année.

### **II. Aperçu sur l'outil de calcul :**

Nous avons effectué l'ensemble des calculs sur un fichier Excel permettant de faire les projections par génération du taux des différents flux sur des feuilles séparées en s'aidant par une feuille de paramètres.

Les résultats sont affichés sur une feuille résultats

Figure 18 : Outil de calcul Excel

المصرية للحياة LA MAROCAÏNE VIE GROUPE SOCIÉTÉ GÉNÉRALE														
Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Décès	2 494 078	2 119 658	1 777 373	1 524 624	1 311 679	1 141 934	988 260	845 850	732 833	614 738	531 687	458 729	392 139	339 744
rachat	120 551 318	56 512 429	41 711 417	33 504 492	26 527 262	22 566 488	19 435 816	15 323 033	13 914 189	10 562 524	8 987 362	7 823 803	6 215 782	5 800 282
tx-zero-coup	0	2,384%	2,536%	2,657%	2,790%	2,792%	2,859%	2,959%	3,061%	3,164%	3,302%	3,493%	3,621%	3,691%
Flux actualisé	123 045 395	57 266 705	41 364 472	32 379 001	24 937 075	20 658 803	17 246 447	13 183 349	11 507 953	8 444 599	6 878 565	5 677 040	4 312 128	3 832 790
FG	3 384 477	2 967 594	2 619 733	2 316 069	2 050 821	1 831 957	1 642 021	1 466 451	1 308 039	1 163 351	1 031 256	910 424	800 587	701 757
Flus actualisé	3 384 477	2 898 487	2 491 765	2 140 848	1 837 049	1 596 312	1 386 551	1 195 676	1 027 708	878 930	745 197	624 026	522 438	438 058

La table de mortalité TD 88-90				Les taux de rachat en montant				Les taux de rachat en nombre			
age	Lx-TD 88-90	Qx après ch	Coef	Qx	ancienneté	tx_rachat a	tx_pénalité	tx_rachat	ancienneté	tx_rachat a	tx_rachat
0	100 000	0,000%	1,0212	0,000%	0	47,35%	3%	47,35%	0	14,21%	14,21%
1	99 129	0,871%	1,0212	0,871%	1	47,35%	3%	47,35%	1	30,82%	30,82%
2	99 057	0,073%	1,0212	0,073%	2	29,46%	3%	29,46%	2	23,49%	23,49%
3	99 010	0,047%	1,0212	0,047%	3	24,95%	3%	24,95%	3	18,56%	18,56%
4	98 977	0,033%	1,0212	0,033%	4	20,67%	3%	20,67%	4	14,09%	14,09%
5	98 948	0,029%	1,0212	0,029%	5	19,03%	0%	19,03%	5	14,10%	14,10%
6	98 921	0,027%	1,0212	0,027%	6	16,12%	0%	16,12%	6	12,98%	12,98%
7	98 897	0,024%	1,0212	0,024%	7	14,67%	0%	14,67%	7	9,70%	9,70%
8	98 876	0,021%	1,0212	0,021%	8	14,67%	0%	14,67%	8	9,47%	9,47%
9	98 855	0,021%	1,0212	0,021%	9	12,38%	0%	12,38%	9	8,67%	8,67%
10	98 835	0,020%	1,0212	0,020%	10	11,83%	0%	11,83%	10	8,67%	8,67%
11	98 814	0,021%	1,0212	0,021%	11	11,29%	0%	11,29%	11	8,67%	8,67%
12	98 793	0,021%	1,0212	0,021%	12	11,83%	0%	11,83%	12	7,08%	7,08%

TMGA	2%
CU FG	100
taux-DA	2,12%
tx-valorisation	0%
Choque mort	0,00%
Choque rachat	0,00%
Choque départ	0,00%

Source : élaboré par nos soins sous Excel

Il suffit à l'utilisateur de changer un paramètre ou de déterminer le choc à appliquer pour changer la valeur du best estimate dans la feuille résultats

### III. Projection des flux :

#### III.1. Projection des PM :

Les provisions mathématiques sont ventilées par génération du taux, ainsi les projections s'effectueront comme suit :

$$PM(n, a, x) = \sum_{i=1}^3 PM_i(n-1, a-1, x-1) * (1 - tx_{rachat}(a-1)) * (1 - tx_{mortalité}(x-1)) * (1 + T_i) * (1 - \frac{0,007}{2}) - PM_i(n-1, a-1, x-1) * (1 - \frac{0,007}{2})$$

Avec :

$PM(n, a, x)$  : La provision mathématique correspondante à l'année n, l'ancienneté a et l'âge x.

$$T_1 = 4,5\%$$

$$T_2 = 3,25\%$$

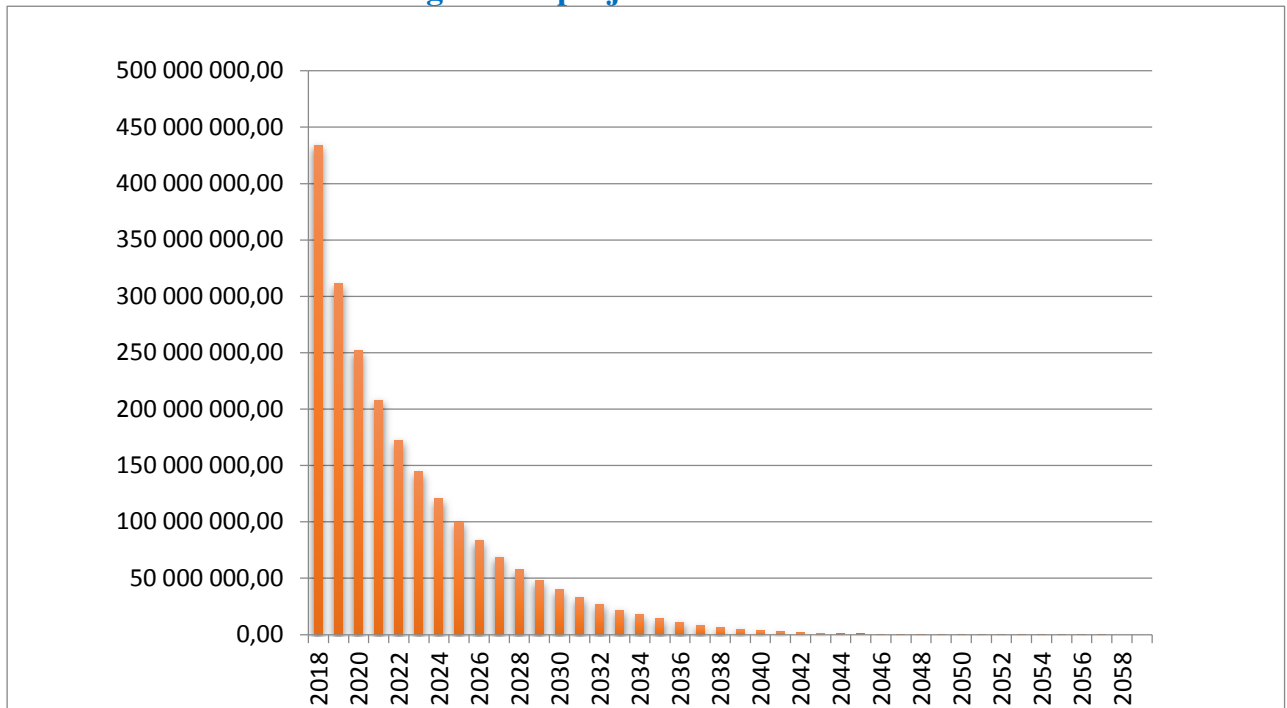
$T_2 = TMGA$  : L'assureur fixe chaque année un taux minimum garanti pour l'année suivante dans la limite de la réglementation en vigueur. Ce taux est porté à la connaissance de la Contractante, il peut être révisé en cours d'année pour les primes futures.

$tx_{rachat}(a)$  : Le taux de rachat de l'ancienneté a

$tx_{mortalité}(x)$  : Le taux de mortalité relatif à l'âge x de la table TD 88-90

Le taux **0,007** correspond au taux des frais prélevés annuellement qui sont égale à ce dernier taux multiplié par la moyenne de la provision de l'année en cours et la provision de l'année précédente.

**Figure 19: projection des PM**



Source : élaboré par nos soins

Les provisions mathématiques décroissent avec le temps. Ceci est tout à fait normal compte tenu de nombreuses sorties dans le portefeuille au fil des années. Ces sorties sont principalement les rachats, les décès et les sorties dues au terme du contrat, en effet l'âge médiane des adhérents à la date d'évaluation est 43 ans, donc au bout de 17 ans la moitié des adhérents sera déjà sortie du portefeuille.

### III.2 Projection des montants des décès :

Le montant des décès correspond à la somme payée par l'assureur suite aux décès des assurés

- Avant 60 ans

$Décès(n, a, x)$

$$= \sum_{i=1}^3 PM_i(n, a, x) * tx_{mortalité}(x) * (1 + T_i)^{0,5} * (1 - Tx_{DA} + 2 * Tx_{DA}) + FG(a, x) * tx_{mortalité}(x)$$

Avec :

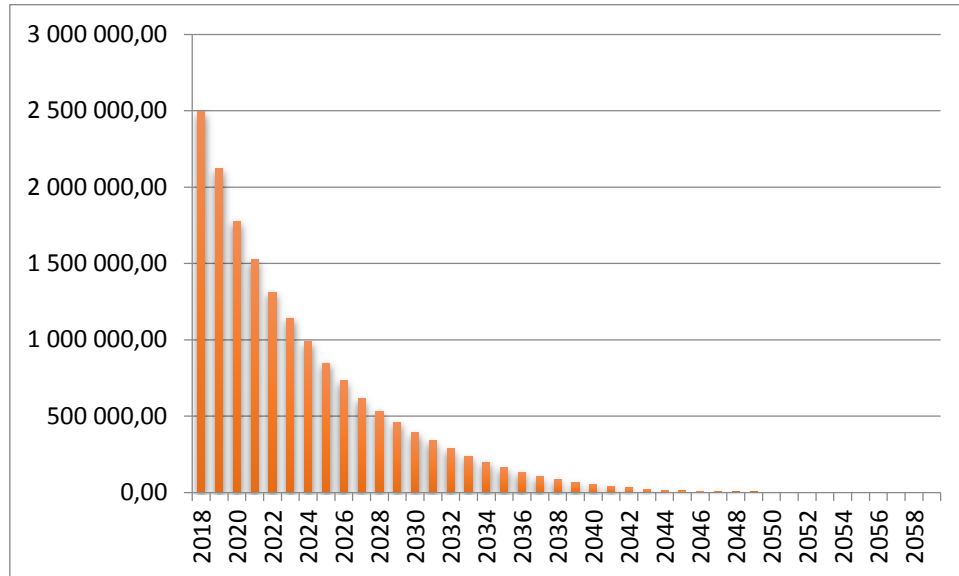
$Tx_{DA}$  : Le taux du décès accidentel

$FG(a, x)$  : Le capital relatif à la garantie contre-assurance égale aux cumuls des frais prélevés sur les versements correspondant à l'ancienneté a et l'âge x.

- Après 60 ans

$$Décès(n, a, 60) = \sum_{i=1}^3 PM_i(n, a, 60) * tx_{mortalité}(60) * (1 + T_i)^{0,5}$$

**Figure 20: projection des montants de décès**



Source : élaboré par nos soins

Les prestations dues aux décès sont décroissantes au fil des années, ceci est expliqué par la réduction du nombre des assurés dans le portefeuille.

### III.3 Projection des montants de rachat :

La formule de la projection des montants de rachat total ou partiel est la suivante :

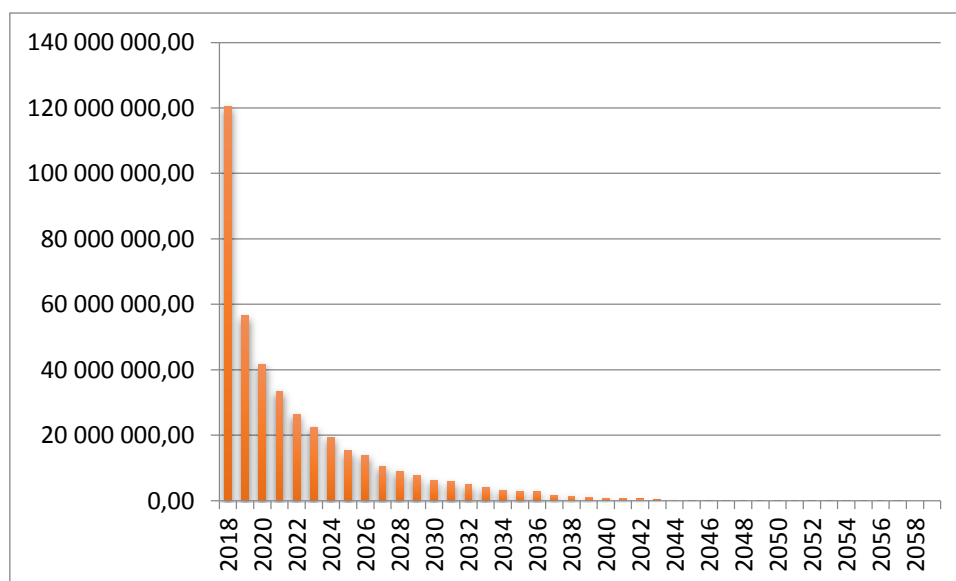
$$Rachat(n, a, x) = \sum_{i=1}^3 PM_i(n, a, x) * tx_{rachat}(a) * (1 - tx_{pénalité}(a)) * (1 + T_i)^{0,5}$$

Avec :

$tx_{rachat}(a)$ : Le taux de rachat en montant correspondant à l'ancienneté a

$tx_{pénalité}(a)$  : Le taux de pénalité du rachat relatif à l'ancienneté a

**Figure 21: projection des montants de rachat**



Source : élaboré par nos soins

Pareillement aux prestations dues aux décès, les montants de rachat ont une tendance baissière vu la réduction du nombre des assurés dans le portefeuille. le montant élevé pendant la première année est du à notre hypothèse de projection selon laquelle Les assurés ayant fait une prorogation et dont l'âge dépasse 60ans à la date d'évaluation vont tous effectuer un rachat total à la première année de projection.

### III.4. Projection du nombre de contrats :

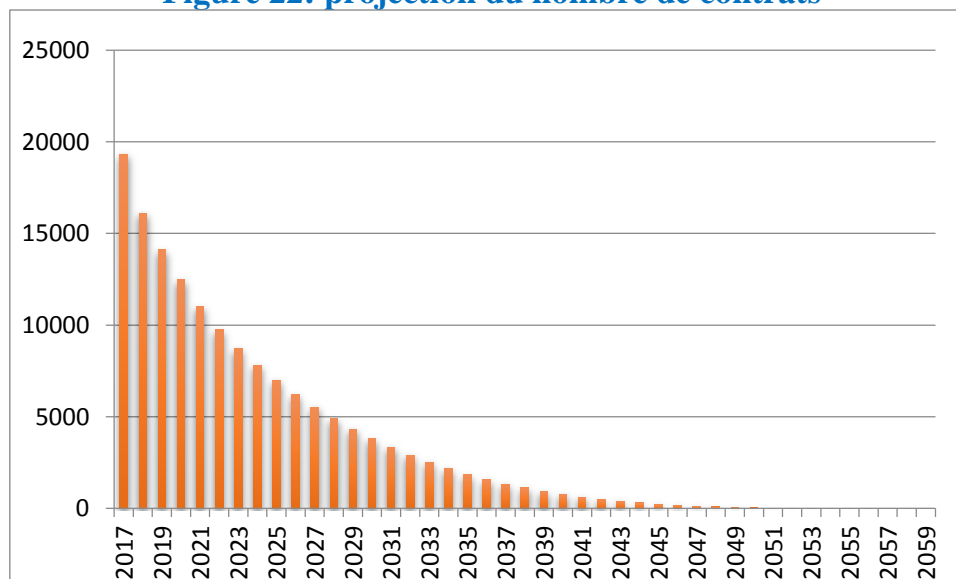
La projection du nombre de contrats pour lesquels l'assureur a encore des engagements est explicitée par la formule suivante :

$$NB(n, a, x) = NB(n - 1, a - 1, x - 1) * (1 - tx_{rachat}(a - 1)) * (1 - tx_{mortalité}(x - 1))$$

Avec :

$tx_{rachat}(a)$  : le taux de rachat en nombre correspondant à l'ancienneté a

**Figure 22: projection du nombre de contrats**



Source : élaboré par nos soins

Suites aux nombreuses sorties dans le portefeuille, le nombre de contrats diminue au fil des années.

### III.5 Projection des frais de gestion:

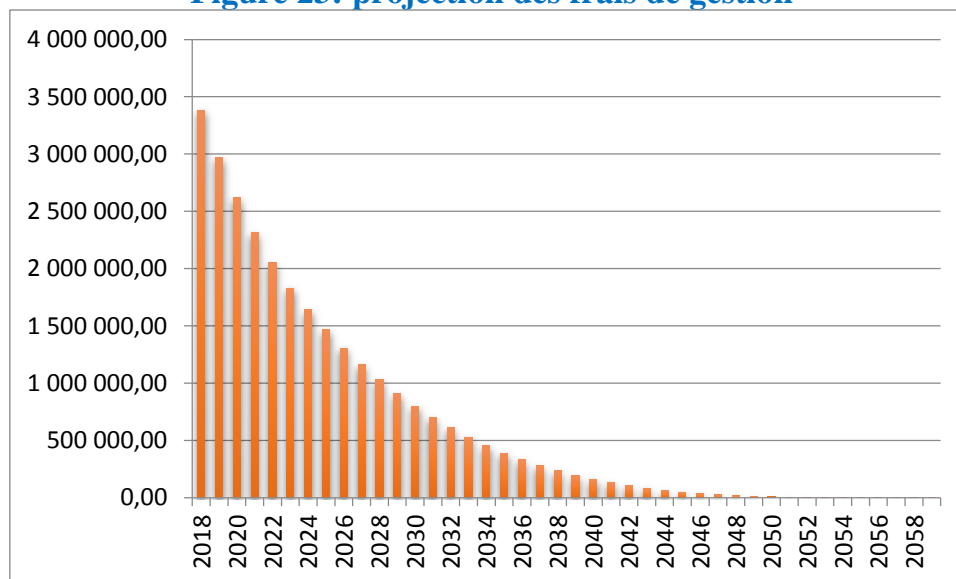
La projection du montant relatif à la gestion des contrats est explicitée comme suit :

$$FG(n) = NB(n) * MGU$$

Avec :

**MGU** : Le montant de frais de gestion unitaire moyen est estimé en considérant la moyenne sur les trois derniers exercices clos des montants de frais de gestion unitaires. Le montant de frais de gestion unitaire au titre de chaque exercice clos, correspond au rapport entre le montant de frais de gestion et le nombre de contrats ou d'adhérents, à l'ouverture de l'exercice clos considéré.

**Figure 23: projection des frais de gestion**



Source : élaboré par nos soins

La diminution du nombre d'adhérents dans le portefeuille se traduit par une baisse des frais de gestion au fur et à mesure que les années passent.

#### **IV. Actualisation des flux futurs et valeur du best estimate**

La courbe d'actualisation utilisée est celle obtenue par la méthode fixée par l'autorité.

La provision best estimate est obtenue en sommant la meilleure estimation des engagements qui est égale à 384 532 208 dh, plus la meilleure estimation des frais de gestion dont la valeur est de 23 024 131 dh. Nous obtenons une valeur de 407 556 339 dh qui est inférieure à la provision mathématique initiale qui est égale à 433 801 614 dh, ce qui signifie que cette dernière est suffisante pour faire face aux engagements.

La provision best estimate et la provision mathématique initiale sont toutes deux de l'ordre de  $4 \times 10^8$  ce qui nous indique que le résultat paraît cohérent.

Dans la suite nous allons évaluer l'exigence en capital pour le module de souscription vie ( $CSR_{vie}$ ), Le montant de CSR pour chaque sous-module du risque de souscription correspond à l'impact des chocs sur les provisions en Best Estimate

## **Chapitre 6 : Exigence de capital relative au risque de souscription en vie**

Le CSR ou capital de solvabilité requis représente le capital cible nécessaire pour absorber le choc provoqué par des événements imprévus.

La réforme solvabilité basée sur les risques a introduit une nouvelle valorisation du besoin en capital, dans laquelle les risques prennent une place très importante. Parmi les risques inhérents à l'activité d'une compagnie d'assurance on trouve le module risque de souscription vie, qui regroupe l'ensemble des risques élémentaires provenant de la souscription des contrats d'assurance vie, c'est à dire :

- Le risque de mortalité : il s'agit du risque d'augmentation des provisions techniques dû à une augmentation des taux de mortalité.
- Le risque de longévité : il s'agit du risque d'augmentation des provisions techniques dû à une baisse des taux de mortalité.
- Le risque de rachats : ce risque est engendré par la variation des taux de rachat, de résiliation et de réduction de couverture.
- Le risque de frais : ce risque est dû à la variation des frais de gestion des contrats d'assurance vie.
- Le risque catastrophe : ce risque est engendré par les événements de mortalité extrêmes qui ne sont pas capturés dans le risque de mortalité.

Il concerne uniquement les contrats exposés à la hausse des taux de mortalité.

L'exigence de capital relative au risque de souscription en vie notée  $CSR_{vie}$  se calcule comme suit :

$$CSR_{vie} = CSR_{mortalité \& \text{ longévité}} + CSR_{rachat} + CSR_{frais} + CSR_{catastrophe}$$

Où :

- $CSR_{mortalité \& \text{ longévité}}$  : exigence de capital relative aux risques de mortalité et de longévité.
- $CSR_{rachat}$  : exigence de capital relative au risque de rachat.
- $CSR_{frais}$  : exigence de capital relative au risque de frais.
- $CSR_{catastrophe}$  : exigence capital relative au risque de catastrophe.

Dans la suite, seuls les principaux risques liés au produit étudié ont été pris, à savoir : le risque de rachat, le risque de mortalité et le risque de frais.

### **I. Exigence de capital relative aux risques de mortalité**

L'exigence de capital pour risque de mortalité est calculée en mesurant la perte de fonds propre résultant d'une revalorisation des provisions techniques prudentielles suite à une hausse de  $X_1\%$  des taux de mortalités ( $q_x$ ) relatifs à la table de mortalité utilisée.

Le SCR correspond à la variation de la Net Asset Value qui est définie comme la valeur de marché de l'actif diminué de la meilleure estimation des engagements

La formule du SCR en considérant que l'actif ne varie pas est la suivante :

$$CSR_{\text{mortalité}} = BE(\text{après choc}) - BE(\text{avant choc})$$

Vu que le pourcentage  $X_1\%$  n'a pas été déterminé nous allons envisager plusieurs scénarios de hausse et de baisse des taux de mortalité

taux de hausse X1%	BE hausse de X1%	NAV	CSR
5%	407 791 032	234 692	234 692
10%	408 025 012	468 673	468 673
15%	408 258 285	701 946	701 946
20%	408 490 851	934 512	934 512
25%	408 722 715	1 166 376	1 166 376
30%	408 953 880	1 397 541	1 397 541
35%	409 184 347	1 628 008	1 628 008
40%	409 414 121	1 857 782	1 857 782
45%	409 643 203	2 086 864	2 086 864
50%	409 871 598	2 315 259	2 315 259
55%	410 099 307	2 542 968	2 542 968
60%	410 326 334	2 769 995	2 769 995
65%	410 552 681	2 996 342	2 996 342
70%	410 778 352	3 222 013	3 222 013
75%	411 003 348	3 447 009	3 447 009
80%	411 227 674	3 671 335	3 671 335
85%	411 451 331	3 894 992	3 894 992
90%	411 674 323	4 117 984	4 117 984
95%	411 896 652	4 340 313	4 340 313

Tableau 17: CSR mortalité

Le choc, en pourcentage des taux de mortalité, en application de la formule, fait augmenter le  $CSR_{\text{mortalité}}$ , un constat qui s'avère logique car en effet, une augmentation des taux de rachat fait augmenter l'engagement de l'assureur et augmente par la suite l'exigence en capital nécessaire pour faire face au engagement. Comme l'indique le tableau ci-dessus, en moyenne, une augmentation des taux de mortalité 5 % fait augmenter le  $CSR_{\text{mortalité}}$  de 228 090 dh.

## II. Exigence de capital relative au risque de rachat

L'exigence de capital pour risque de rachat est égale à la plus élevée des exigences de capital suivantes :

- L'exigence de capital pour risque de hausse des taux de rachat.
- L'exigence de capital pour risque de baisse des taux de rachat.

Les exigences de capital ci-dessus sont calculées en mesurant la perte de fonds propre résultante d'une revalorisation des provisions techniques prudentielles suite à une hausse de  $Y_1\%$  et une baisse de  $(1-Y_1\%)$  des taux de rachat en montant ainsi qu'à une hausse de  $Z_1\%$  et une baisse de  $(1-Z_1\%)$  des taux de rachat en nombre.

Avec :

$$Z_1 = Y_1 * \frac{tx\_nombre}{tx\_montant}$$

Une équation qui illustre la dépendance entre le choc sur les taux de rachat en nombre et le choc sur les taux de rachat en montant

Ainsi on a :

$$CSR_{\text{rachat}} = BE(\text{après choc}) - BE(\text{avant choc})$$

Vu que les pourcentages  $Y_1\%$  et  $Z_1\%$  n'ont pas été déterminés nous allons envisager plusieurs scénarios de hausse et de baisse des taux de rachat en montant et en nombre.

taux de hausse X1%	BE hausse de Y1%	NAV	BE baisse de 1-Y1%	NAV	CSR
5%	409 151 230	1 594 891	346 889 451	-60 666 888	1 594 891
10%	410 655 604	3 099 265	352 383 314	-55 173 025	3 099 265
15%	412 075 486	4 519 147	357 498 062	-50 058 277	4 519 147
20%	413 416 455	5 860 116	362 263 467	-45 292 872	5 860 116
25%	414 683 676	7 127 337	366 706 718	-40 849 621	7 127 337
30%	415 881 939	8 325 600	370 852 663	-36 703 676	8 325 600
35%	417 015 687	9 459 347	374 724 027	-32 832 313	9 459 347
40%	418 089 040	10 532 701	378 341 610	-29 214 729	10 532 701
45%	419 105 829	11 549 490	381 724 469	-25 831 871	11 549 490
<b>50%</b>	<b>420 069 609</b>	<b>12 513 270</b>	<b>384 890 069</b>	<b>-22 666 270</b>	<b>12 513 270</b>
55%	420 983 686	13 427 347	387 854 438	-19 701 901	13 427 347
60%	421 851 137	14 294 798	390 632 288	-16 924 051	14 294 798
65%	422 674 825	15 118 486	393 237 137	-14 319 203	15 118 486
70%	423 457 414	15 901 075	395 681 414	-11 874 925	15 901 075
75%	424 201 389	16 645 049	397 976 558	-9 579 781	16 645 049
80%	424 909 064	17 352 725	400 133 098	-7 423 241	17 352 725
85%	425 582 599	18 026 260	402 160 738	-5 395 601	18 026 260
90%	426 224 010	18 667 671	404 068 427	-3 487 912	18 667 671
95%	426 835 178	19 278 839	405 864 419	-1 691 920	19 278 839

Tableau 18: CSR rachat

Remarquons le  $CSR_{\text{rachat}}$  est toujours égale à la variation du best estimate due au scénario de hausse des taux de rachat vu que ce dernier est celui qui génère une hausse des sorties dans le portefeuille et fait augmenter l'engagement de l'assureur, les montants du  $CSR_{\text{rachat}}$  sont plus importants que ceux du  $CSR_{\text{mortalité}}$  vu l'importance des prestations dues aux rachats dans le portefeuille, il est à noter qu' en moyenne, une augmentation des taux de rachat 5 % fait augmenter le  $CSR_{\text{rachat}}$  de 982 442 dh.

### III. Exigence de capital relative au risque de frais

Le risque de frais résulte de la variation des dépenses afférentes aux contrats d'assurance vie.

Nous augmentons toutes les dépenses futures par rapport à ce qui était prévu puis nous calculons la NAV pour les trois scénarios de hausse suivants :

taux de hausse	BE	NAV	CSR
5%	408 707 546	1 151 207	1 151 207
10%	409 858 752	2 302 413	2 302 413
15%	411 009 959	3 453 620	3 453 620

Tableau 19: CSR frais

Pareillement aux  $CSR_{mortalité}$  et  $CSR_{rachat}$ , le  $CSR_{frais}$  augmente au fur et à mesure que les frais augmentent.

#### Valeur du $CSR_{vie}$

Après avoir analysé les valeurs du capital nécessaire pour chacun des trois risques pris isolément, il y a lieu d'agréger ces différents résultats à l'aide des chocs utilisés en Solvabilité 2 sous les spécifications du QIS5 (indiqués en rouge dans les tableaux ci-dessus), nous obtenons la valeur du  $CSR_{vie}$  suivante :

$$\begin{aligned}
 CSR_{vie} &= CSR_{mortalité \& \text{ longévité}} + CSR_{rachat} + CSR_{frais} \\
 CSR_{vie} &= 701\,946 + 12\,513\,270 + 2\,302\,413 \\
 CSR_{vie} &= 15\,517\,629
 \end{aligned}$$

Donc le  $CSR_{vie}$  dans le cadre de la formule SBR approchée en utilisant les chocs de Solvabilité 2 s'élève à 15 517 629 dh.

#### IV. Remarque :

Les chocs sur les taux de rachat et les taux de mortalité affecte le risque frais, en effet, rappelons que la formule de projection des frais de gestion est la suivante :

$$FG(n) = NB(n) * MGU$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 NB(n, a, x) &= NB(n - 1, a - 1, x - 1) * (1 - tx_{rachat}(a - 1)) \\
 &\quad * (1 - tx_{mortalité}(x - 1))
 \end{aligned}$$

Remarquons que la formule de projection des frais de gestion dépend de la formule de projection du nombre de contrats qui dépend elle-même des taux de rachat en nombre ainsi que les taux de mortalité, ce qui démontre l'existence d'une corrélation entre d'une part le risque frais et risque mortalité, et le risque frais et le risque rachat d'une autre part.

Nous pouvons donc remettre en cause la formule de calcul du CSR vu qu'elle n'inclut pas les coefficients de corrélation entre les différents sous modules de risques et nous proposerons ensuite d'aller plus loin en calculant l'exigence en capital pour le même module

de risque en appliquant les spécifications de Solvabilité 2 en s'aidant par la matrice de corrélations entre risques.

## V. Approche Solvabilité 2

L'objet de la présente partie est de comparer les approches des deux régulateurs pour le risque de souscription vie.

Le cadre prudentiel Solvabilité 2 a des manières assez éloignées de déterminer l'exigence de capital en fonction des facteurs de risques. En effet, dans sa formule standard, définit le niveau des chocs à appliquer aux paramètres considérés, les organise en modules et fait intégrer les corrélations entre risques.

### V.1 Description des chocs

Dans la formule standard de Solvabilité 2, le risque de souscription vie est couvert par les CSR suivants :

-  $CSR_{mortalité}$  est obtenu en déterminant l'impact sur le bilan d'une augmentation de 15% des taux de mortalité, pour les contrats pour lesquels la révision de ce paramètre à un effet négatif pour l'assureur

-  $CSR_{longévité}$  est obtenu en déterminant l'impact sur le bilan d'une baisse de 20% des taux de mortalité, pour les contrats pour lesquels la révision de ce paramètre à un effet négatif pour l'assureur

-  $CSR_{rachat}$  est obtenu sous les spécifications du QIS5 en déterminant l'impact sur le bilan du plus négatif des scénarios suivants :

- Choc de baisse : diminution de 50% des taux de rachat (le taux de rachat ne peut diminuer sous la barre des 0%).
- Choc de hausse : augmentation de 50% des taux de rachat (le taux de rachat ne peut dépasser la barre des 100%).
- Choc rachats massif : tous les taux de rachats sont fixés à 30%

-  $CSR_{frais}$  est obtenu en déterminant l'impact d'une augmentation de 10% des frais.

### V.2. Valeur du CSR

$$CSR_{mortalité} = 502\ 003$$

$$CSR_{rachat} = \max(12\ 513\ 270, -22\ 666\ 270, 15\ 751\ 006) = 15\ 751\ 006$$

$$CSR_{frais} = 2\ 302\ 413$$

$$CSR_{vie} = \sqrt{[701\ 946 \quad 15\ 751\ 006 \quad 2\ 302\ 413] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,25 \\ 0 & 1 & 0,5 \\ 0,25 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 701\ 946 \\ 15\ 751\ 006 \\ 2\ 302\ 413 \end{bmatrix}} = 17\ 057\ 592$$

Exigence de capital relative au risque de souscription en vie

Il apparaît logique de trouver un CSR supérieur à celui obtenu par la formule de la réforme SBR puisque cette dernière ne tient pas compte des coefficients de corrélation entre les différents risques.

## Conclusion générale :

Pour calculer l'exigence en capital pour faire face au risque de souscription, nous avons procédé dans ce rapport à la projections des flux de trésorerie tout en passant par la modélisation de la courbe des taux utilisée dans l'actualisation de ces flux ainsi que la modélisation des lois de rachat, cette dernière a montré qu'une hausse des taux de rachat est constatée les deux premières années après la création du produit, un comportement que nous avons justifié par l'inadéquation des garanties aux besoins de certains assurés. Nous avons retenu le modèle Gamma qui est le plus adéquat à nos données et modélise bien l'évolution des taux de rachat en fonction de l'ancienneté du contrat.

Grace aux projections réalisées en s'aidant par la table de mortalité TD 88-90, les lois de rachat précédemment modélisés ainsi que les hypothèses retenues, nous avons pu calculer les provisions techniques prudentielles en additionnant « la meilleure estimation des engagements » et « la meilleure estimation des frais de gestion ». ainsi la valeur de l'engagement est majoritairement influencée par le comportement de l'assuré qui est caractérisé par le rachat qui représente la réaction de l'assuré face au besoin de liquidité d'une part, et le taux de rendement que l'assureur lui verse d'une autre part. Le montant de la provision best estimate est aussi influencé par les taux de mortalité et le cout unitaire des frais de gestion. L'intérêt de cette étude réside dans le calcul du capital de solvabilité requis au titre du risque de souscription avec deux méthodes à savoir la formule de SBR ainsi que la formule de Solvabilité 2 faisant intervenir la matrices des corrélations entre les sous modules de risques, en comparant les exigences en capital pour chaque sous module de risque nous constatons que le risque le plus important est le risque de rachat massif qui correspond au manque à gagner due à une sortie anticipée des assurés, vu l'importance des prestations dues aux rachat dans le portefeuille.

La nouvelle réforme SBR s'est vue assigner des objectifs ambitieux en incitant les compagnies d'assurance à améliorer la connaissance et la gestion de leurs risques, toutefois les mesures d'ajustements du capital de solvabilité requis mises en place ne précisent pas les niveaux de chocs à appliquer sur le bilan économique ce qui met les assureurs face à un dilemme, par ailleurs, la non prise en compte des coefficients des corrélations entres les sous module de risque nous incite à remettre en cause la formule du CSR qui de ce fait sous-estime le montant des fonds propres permettant de garantir les engagement. L'ACAPS est donc appelée à déterminer le niveau de chocs adapté au marché marocain et de prendre en compte la dépendance entre les différents risques.

Nous nous somme restreint dans ce rapport sur le calcul de l'exigence en capital pour le risque de souscription, par ailleurs, les assureurs devront calculer leur capital minimum en fonction de l'ensemble de l'activité, c'est-à-dire non seulement la partie souscription, mais aussi les risques de marchés, la politique d'investissement, les risques opérationnels, risques de concentration ou encore de contrepartie, et ce pour l'ensemble des produits afin d'aboutir à l'exigence en capital globale de la compagnie.

## Bibliographie

### Ouvrages

- Mémoire « Solvabilité II : Calcul du best estimate et du Solvency Capital Requirement », par Maurel EDZIVANTALI et Mericain CLAUDE.
- Projet de circulaire « Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) », version du 25/04/2018.

### Cours

- « ANNUITY LAPSE RATE MODELING: TOBIT OR NOT TOBIT » SAMUEL H. COX AND YIJIA LIN
- « GLM » et « Analyse de la durée de vie » Professeur Chaoubi Abdelaziz ; INSEA
- Introduction au logiciel SAS (Assurance Non Vie II : tarification et provisionnement) Professeur Marri Fouad ; INSEA

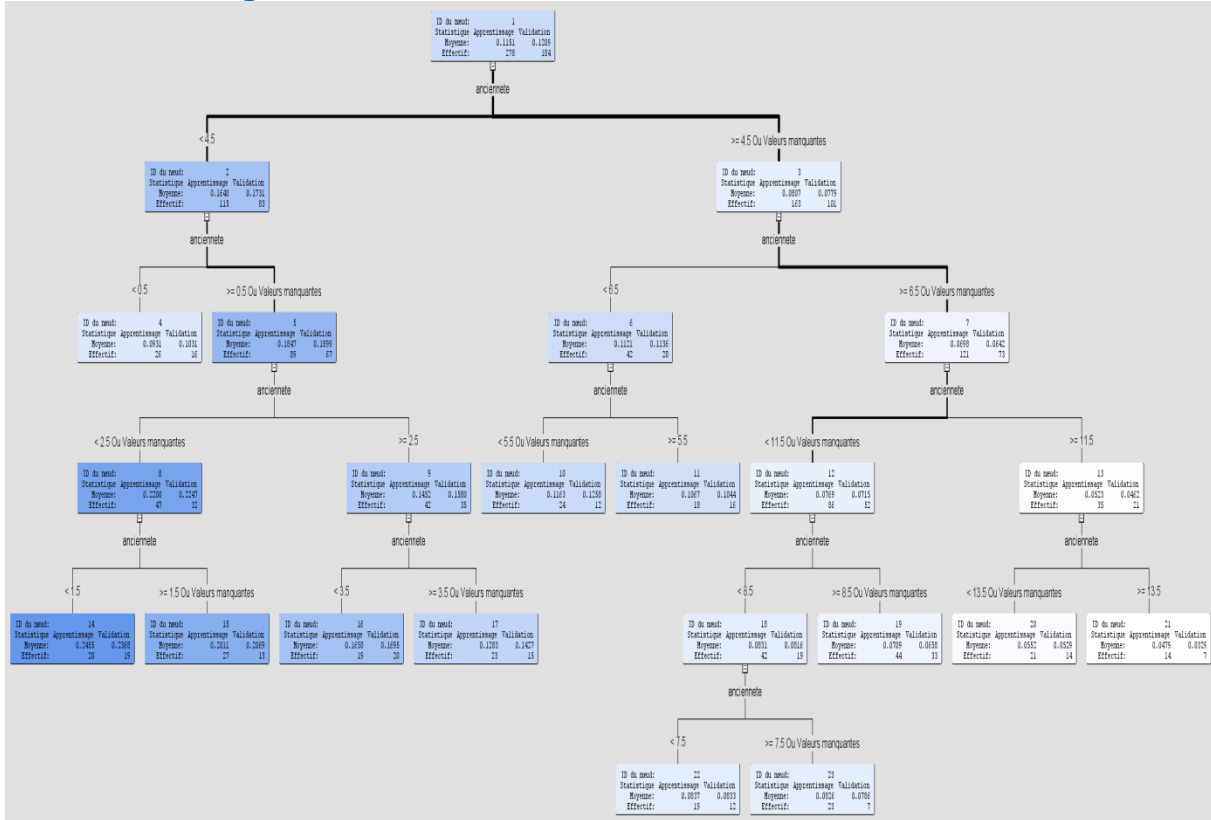
## Webographie

- Base SAS(R) 9.4 Procedures Guide: Statistical Procedures, Third Edition:
- <http://eiopa.europa.eu/>
- <http://Ressources-actuarielles.net>
- <https://support.sas.com/en/support-home.html>

# Annexes :

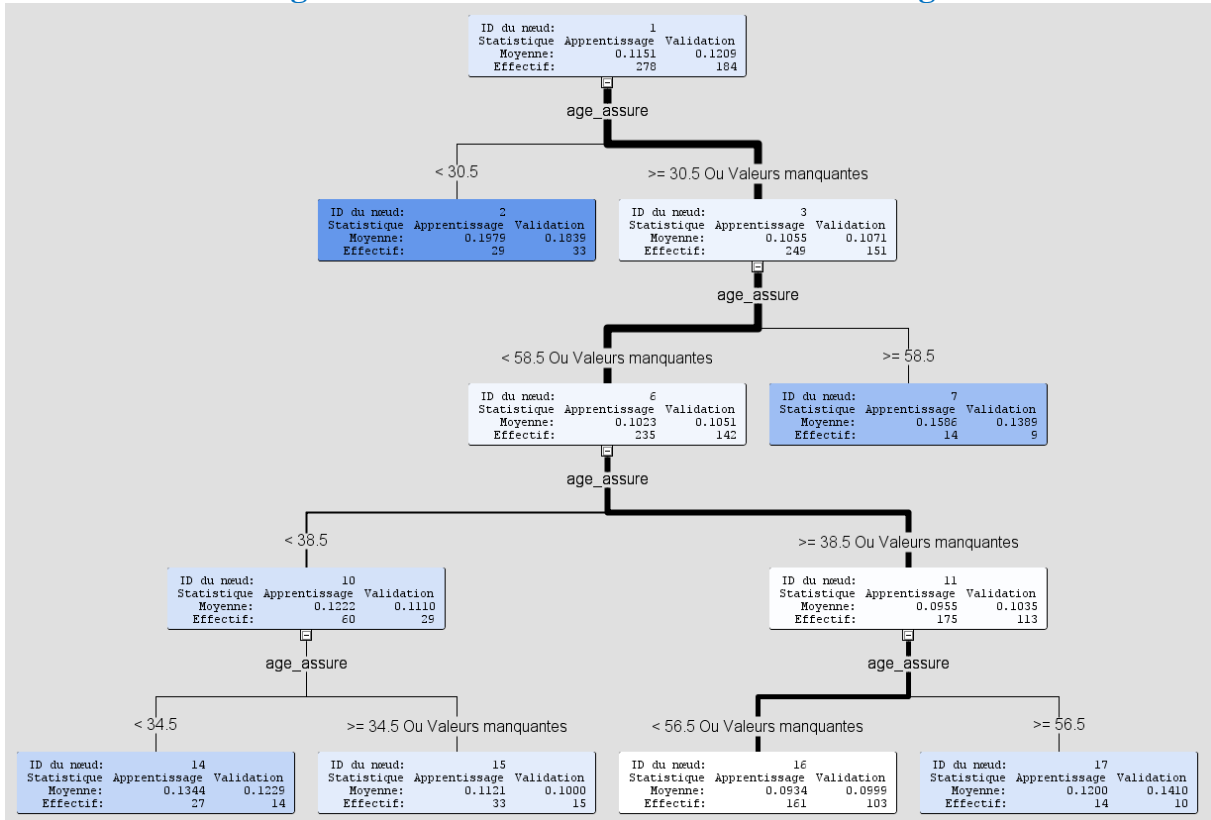
## Annexe 1 : Segmentation de la table des taux de rachat en nombre

Figure 24: Arbre de décision de la variable ancienneté



Source : Sortie SAS Enterprise Miner

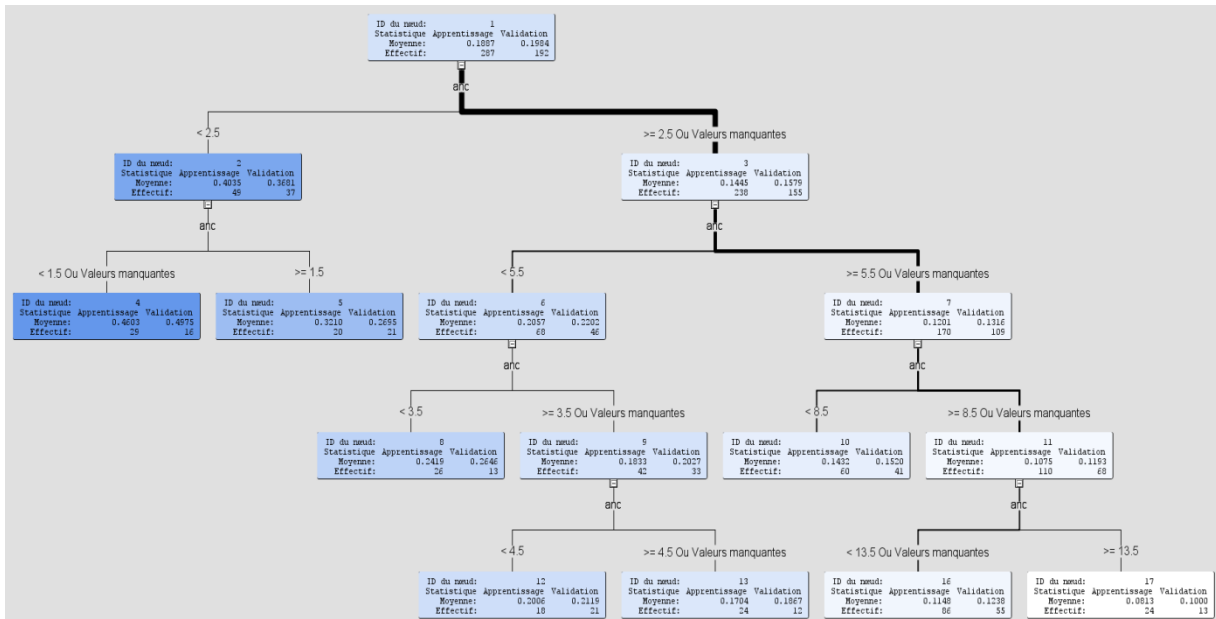
Figure 25: Arbre de décision de la variable âge.



Source : Sortie SAS Entreprise Miner

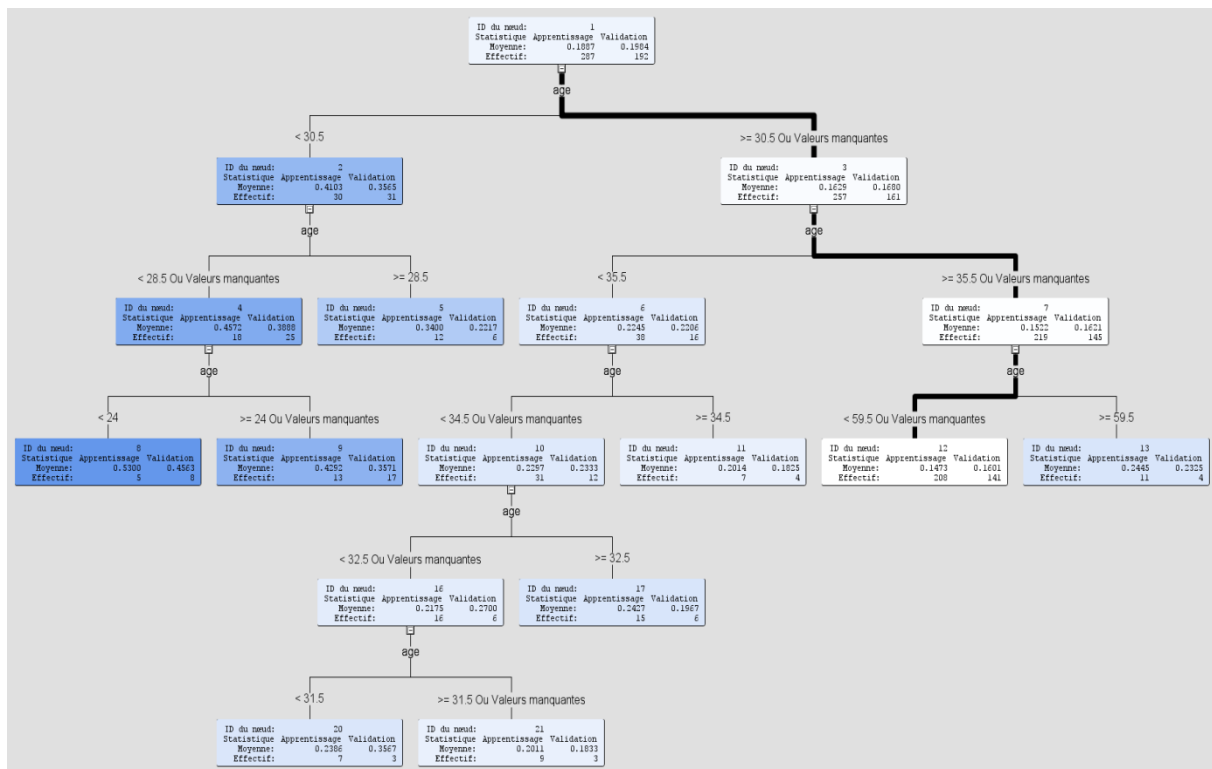
Annexe 2 : Segmentation de la table du taux de rachat en montant

Figure 26: Arbre de décision de la variable ancienneté



Source : Sortie SAS Entreprise Miner

Figure 27: Arbre de décision de la variable âge.



Source : Sortie SAS Entreprise Miner

### Annexe 3 : La Déviance normalisée et la statistique de Khi-deux de Pearson

#### La Déviance normalisée:

$$D^* = 2 \log \lambda = 2 \log \left( \frac{L(\mathbf{b}_{max}; \mathbf{y})}{L(\mathbf{b}; \mathbf{y})} \right) = 2[l(\mathbf{b}_{max}; \mathbf{y}) - l(\mathbf{b}; \mathbf{y})]$$

Lorsque le modèle étudié est exact, la déviance normalisée  $D^*$  suit approximativement une loi de khi-deux à  $n-k$  degrés de liberté.

#### La statistique de Khi-deux de Pearson:

$$\chi^2 = \sum \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{V(\hat{\mu}_i)}$$

Comme la déviance normalisée, cette statistique est distribuée approximativement selon la loi de khi-deux à  $n-k$  degrés de liberté si le modèle étudié est exact.

## Annexe 4 : Matrice de corrélation pour le risque de souscription en Solva2

Souscription Vie	Mortalité	Longévité	Incap/invalid	Rachats	Frais	Révision	Catastrophe
Mortalité	100%	-25%	25%	0%	25%	0%	25%
Longévité	-25%	100%	0%	25%	25%	25%	0%
Incap/invalid	25%	0%	100%	0%	50%	0%	25%
Rachats	0%	25%	0%	100%	50%	0%	25%
Frais	25%	25%	50%	50%	100%	50%	25%
Révision	0%	25%	0%	0%	50%	100%	0%
Catastrophe	25%	0%	25%	25%	25%	0%	100%

Tableau 20: Matrice de corrélation pour le risque de souscription en Solvabilité 2

## Annexe 5 : Code SAS de la loi de rachat en nombre

### Importation de la base de données

```
libname pfe "C:\Users\NIHAD YADARI\Desktop\pfe";
data pfe.adhesion;
length   PRODUCT_ID$2   CONTRAT_ID$5   TYPE_CLIENT$6   PREMIUM_FREQ$1
CONTRAT_EFFECTIVE_DATE$10
INSURED_BIRTHDATE$10   GENERATION$2   OPTION$1   DANNULAT$10   LIBANN$40
DATEPM$10               MR$15   DATEEFFETRACHAT$10
PRESTATION_SERVIE$15;
infile "C:\Users\NIHAD YADARI\Desktop\pfe\71-final_v3_yadari.csv" dlm=';' dsd firstobs=3
trunccover;
input PRODUCT_ID CONTRAT_ID TYPE_CLIENT PREMIUM_FREQ CONTRAT_EFFECTIVE_DATE
INSURED_BIRTHDATE GENERATION OPTION DANNULAT LIBANN DATEPM
MR DATEEFFETRACHAT PRESTATION_SERVIE;
run;
```

### Suppression des lignes ne contenant pas la date d'effet et la date de naissance

```
proc sql;
create table pfe.adhesion1 as
select   PRODUCT_ID,   CONTRAT_ID,   TYPE_CLIENT,   PREMIUM_FREQ,
CONTRAT_EFFECTIVE_DATE,
INSURED_BIRTHDATE, GENERATION, OPTION, DANNULAT, LIBANN, DATEPM,
MR,   DATEEFFETRACHAT,   PRESTATION_SERVIE   from   pfe.adhesion   where
CONTRAT_EFFECTIVE_DATE NE''
and INSURED_BIRTHDATE NE'';
run;
```

### Calcul de l'âge et de l'ancienneté

```
proc sql;
create table pfe.adhesion2 as
select
intck('year',input(INSURED_BIRTHDATE,ddmmyy10.),input(CONTRAT_EFFECTIVE_DATE,ddm
myy10.)) as
age_assure,
intck('year',input(CONTRAT_EFFECTIVE_DATE,ddmmyy10.),input(CONTRAT_EFFECTIVE_DAT
E,ddmmyy10.))
as anciennete from pfe.adhesion1 ;
run;
```

### **nombre de souscriptions par année**

```
proc sql;
create table pfe.nbr_epargnant as
select count(CONTRAT_ID) as nbr_epargnant, annee_contrat from pfe.nbr_epargnant
group by annee_contrat;
run;
proc gchart data=pfe.nbr_epargnant;
title'nbr_epargnant par annee_contrat';
vbar3D annee_contrat/discete sumvar=nbr_epargnant;
run;
```

### **Calcul du taux moyen de rachat**

```
proc sql;
create table pfe.tx_moyen as
select round(mean(tx_rachat),0.01) as tx_moyen, anciennete, age_assure from
pfe.tx_moyen
group by age_assure, anciennete;
run;
```

### **Statistiques descriptives des taux de rachat**

```
proc means data=pfe.tx_moyen
mean median q1 q3 min max
maxdec=2;
var tx_moyen ;
run;
```

### **/\* taux moyen par anciennete du contrat\*/**

```
proc sql;
```

```
create table pfe.tx_moyen1 as
select mean(tx_moyen) as tx_moyen, anc as anciennete from pfe.tx_moyen group by
anciennete;
run;
proc gchart data=pfe.tx_moyen1;
title'taux moyen par anciennete du contrat';
vbar3D anciennete/discete sumvar=tx_m;
run;
```

### **Test de corrélation entre les variables âge et ancienneté**

```
PROC CORR DATA= pfe.tx_moyen;
VAR age_assure anciennete;
RUN;
```

### **Modélisation par le modèle TOBIT**

```
data pfe.tx_moyen;
set pfe.tx_moyen;
if tx_moyen=0 then lower=.;
else lower=tx_moyen;
proc lifereg data=pfe.tx_moyen;
model (lower,tx_moyen)=anciennete/d=normal;
run;
```

### **Ajustement par Gamma**

```
title'gamma q-q plot';
proc univariate data=pfe.tx_moyen noprint;
qqplot tx_moyen/gamma(theta=est ALPHA=est sigma=est) square
odstitle=title;
run;
```

### **Ajustement par Lognormal**

```
title'lognormal q-q plot';
proc univariate data=pfe.tx_moyen noprint;
qqplot tx_moyen/lognormal(theta=est zeta=1 sigma=1) square
odstitle=title;
run;
```

### **Ajustement par Exponentielle**

```
title'exponentielle Q-Q plot';
```

```
proc univariate data=pfe.tx_moyen noprint;
var tx_moyen;
qqplot tx_moyen/square exp(theta=est sigma=est color=red);
run;
```

### **Classes d'âge et ancienneté après segmentation**

```
data pfe.tx_moyen1;
set pfe.tx_moyen;
if anciennete < 0.5 then anciennete=0;
if anciennete < 1.5 AND anciennete >= 0.5 then anciennete=1;
if anciennete < 2.5 AND anciennete >= 1.5 then anciennete=2;
if anciennete < 3.5 AND anciennete >= 2.5 then anciennete=3;
if anciennete < 4.5 AND anciennete >= 3.5 then anciennete=4;
if anciennete < 5.5 AND anciennete >= 4.5 then anciennete=5;
if anciennete < 6.5 AND anciennete >= 5.5 then anciennete=6;
if anciennete < 7.5 AND anciennete >= 6.5 then anciennete=7;
if anciennete < 8.5 AND anciennete >= 7.5 then anciennete=8;
if anciennete < 11.5 AND anciennete >= 8.5 then anciennete=9;
if anciennete >= 11.5 then anciennete=10;
if anciennete >= 13.5 then anciennete=11;
if age_assure < 30.5 then age=1;
if age_assure < 34.5 AND age_assure >= 30.5 then age=2;
if age_assure < 38.5 AND age_assure >= 34.5 then age=3;
if age_assure < 56.5 AND age_assure >= 38.5 then age=4;
if age_assure < 58.5 AND age_assure >= 56.5 then age=5;
if age_assure >= 58.5 then age=6;
run;
```

### **Statistiques descriptives des taux de rachat après segmentation**

```
proc gchart data=pfe.tx_moyen1;
title'taux moyen par classe_anciennete du contrat';
vbar3D anciennete/discete sumvar=tx_m;
run;
```

### **GLM**

```
proc genmod data=pfe.tx_moyen1;
class anciennete;
```

```
model tx_moyen=anciennete/ dis=gamma link=log;
run;
```

## **Annexe 6 : Code SAS de la loi de rachat en montant**

### **Importation de la base de données des rachats partiels**

```
libname pfe "C:\Users\NIHAD YADARI\Desktop\pfe";
data pfe.adhesionRP;
length DANNULAT$10 Type_Prest$2 DATE_PM$10
PM$15 DATERACHAT$10 PRESTATION$15 ADHESION$5 CATEGORIE$2;
infile "C:\Users\NIHAD YADARI\Desktop\pfe\Rachat71_yadari.csv" dlm=';' dsd firstobs=3
trunccover;
input DATE_PM CATEGORIE ADHESION PM DATERACHAT PRESTATION Type_Prest
DANNULAT;
run;
```

### **Calculs des ages et des anciennetés de la base rachats partiels**

```
Proc sql;
create table pfe.RP as
select DATE_PM, ADHESION, PM, DATERACHAT, PRESTATION, CONTRAT_EFFECTIVE_DATE,
INSURED_BIRTHDATE from
pfe.adhesionRP left join pfe.adhesion on adhesionRP.ADHESION=adhesion.CONTRAT_ID;
run;
Data pfe.RP1;
set pfe.rp;
age_assure=intck('year',input(INSURED_BIRTHDATE,ddmmyy10.),input(DATERACHAT,ddmm
yy10.));
anciennete=intck('year',input(CONTRAT_EFFECTIVE_DATE,ddmmyy10.),input(DATERACHAT,
ddmmyy10.));
run;
```

### **Union des tables rachats partiels et rachats totaux**

```
proc sql;
create table pfe.table as
select* from PFE.adhesion2
UNION
select* from PFE.RP1;
run;
```

```
proc sql;
create table pfe.table1 as
select contrat_id, prestation, anciennete, age_assure, substr(daterachat, 7, 10)
as annee_rachat from pfe.table;
run;
```

### **Somme des prestations par âge, ancienneté et année d rachat**

```
proc sql;
create table pfe.table1 as
select age_assure, anciennete, annee_rachat, sum(input(prestation,7.)) as prest from
pfe.table1
where age_assure>=18 and age_assure<=60 and prestation NE'0' group by age_assure,
anciennete, annee_rachat;
run;
```

### **Importation de la base de données des provisions**

```
libname pfe "C:\Users\NIHAD YADARI\Desktop\pfe";
data pfe.prov;
length ANNEE$4 NUMCAT$2 PM$10 ADHESION$10;
infile "C:\Users\NIHAD YADARI\Desktop\pfe\prov.csv" dlm=';' dsd firstobs=3 truncover;
input ANNEE NUMCAT PM ADHESION;
run;
```

### **Calcul des âges et des anciennetés dans la table provision**

```
Proc sql;
create table pfe.prov1 as
select ANNEE, NUMCAT, PM, ADHESION, CONTRAT_EFFECTIVE_DATE,
INSURED_BIRTHDATE from
pfe.adhesion left join pfe.prov on prov.ADHESION=adhesion.CONTRAT_ID where PM NE'';
run;
data pfe.prov2;
set pfe.prov1;
an_nais=substr(INSURED_BIRTHDATE, 7, 10);
an_contrat=substr(CONTRAT_EFFECTIVE_DATE, 7, 10);
run;
```

```
data pfe.prov2;
set pfe.prov2;
age=annee-an_nais;
anc=annee-an_contrat;
run;
```

### **jointure avec table1**

```
proc sql;
create table pfe.prov3 as
select age, anc, annee, sum(input(PM,7.)) as PM1 from pfe.prov2
where age>=18 and age<=60 and PM NE'0' group by age, anc, annee;
run;
proc sql;
create table pfe.join as
select age, anc, annee, PM1, prest from
pfe.prov3 left join pfe.table1 on prov3.age=table1.age_assure and
prov3.anc=table1.anciennete
and prov3.annee=table1.annee_rachat;
run;
```

### **Calcul du taux de rachat**

```
data pfe.join;
set pfe.join;
tx=prest/PM1;
run;
```

### **Calcul des taux moyens de rachat**

```
proc sql;
create table pfe.tx as
select age, anc, mean(tx) as tx_moy from pfe.join
group by age, anc ;
run;
```

### **Statistique descriptive des taux moyens**

```
proc means data=pfe.tx_moyen
mean median q1 q3 min max
maxdec=2;
```

```
var tx_moyen;  
run;
```

### **/\*taux moyen par anciennete\*/**

```
proc sql;  
create table pfe.tx1 as  
select mean(tx_moy) as tx_moyen, anc as anciennete from pfe.tx group by anciennete;  
run;  
proc gchart data=pfe.tx1;  
title'taux moyen par anciennete';  
vbar3D anciennete/discete sumvar=tx_moyen;  
run;
```

### **Modélisation par le modèle tobit**

```
data pfe.tx_moyen;  
set pfe.tx;  
if tx_moy=0 then lower=.;  
else lower=tx_moy;  
proc lifereg data=pfe.tx_moyen;  
model (lower,tx_moy)=anciennete/d=normal;  
run;
```

### **Ajustement par Gamma**

```
title'gamma q-q plot';  
proc univariate data=pfe.tx noprint;  
qqplot tx_moy/gamma(theta=est ALPHA=est sigma=est) square  
odstitle=title;  
run;
```

### **Ajustement par Lognormal**

```
title'lognormal q-q plot';  
proc univariate data=pfe.tx noprint;  
qqplot tx_moy/lognormal(theta=est zeta=1 sigma=1) square  
odstitle=title;  
run;
```

### **Ajustement par Exponentielle**

```
title'exponentielle Q-Q plot';
```

```
proc univariate data=pfe.tx noprint;
var tx_moy;
qqplot tx_moy/square exp(theta=est sigma=est color=red);
run;
```

### **Classes d'âge et d'ancienneté après segmentation**

```
data pfe.tx_moy;
set pfe.tx;
if anc < 1.5 then anciennete=1;
if anc < 2.5 AND anc >= 1.5 then anciennete=2;
if anc < 3.5 AND anc >= 2.5 then anciennete=3;
if anc < 4.5 AND anc >= 3.5 then anciennete=4;
if anc < 5.5 AND anc >= 4.5 then anciennete=5;
if anc < 8.5 AND anc >= 5.5 then anciennete=6;
if anc < 13.5 AND anc >= 8.5 then anciennete=7;
if anc >= 13.5 then anciennete=8;
if age < 24 then age= 1;
if age < 28.5 AND age >= 24 then age= 2;
if age < 30.5 AND age >= 28.5 then age=3;
if age < 31.5 AND age >= 30.5 then age=4;
if age < 32.5 AND age >= 31.5 then age=5;
if age < 34.5 AND age >= 32.5 then age=6;
if age < 35.5 AND age >= 34.5 then age=7;
if age < 59.5 AND age >= 35.5 then age=8;
if age >= 59.5 then age=9;
run;
```

### **Statistique descriptive après segmentation**

```
proc sql;
create table pfe.tx_moyen1 as
select mean(tx_moy) as tx_m, anciennete from pfe.tx_moy group by anciennete;
run;
proc gchart data=pfe.tx_moyen1;
title'taux moyen par classe_anciennete du contrat';
vbar3D anciennete/discete sumvar=tx_m;
run;
```

## GLM

```
proc genmod data=pfe.tx_moyen1;  
class anciennete;  
model tx_moyen=anciennete/ dis=gamma link=log;  
run;
```