



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN



Institut National de Statistique  
et d'Economie Appliquée

## RAPPORT DE STAGE DE FIN D'ETUDES

Organisme d'accueil : Axa Assurances Maroc

### ELABORATION D'UN MODELE PROBABILISTE POUR LA GESTION SPECIALE DES RENTES AT

Préparé par :

SELMAOUI Soumia

3<sup>ème</sup> année option : Actuariat-finance

Sous la direction de :

Mr BOUMASSAOUD Mohamed

Encadré par :

Mr LEBBAR Mustafa

2012-2013



# RÉSUMÉ

Afin d'honorer ses engagements vis-à-vis de ses assurés, ou dans le cas de l'assurance accident de travail les bénéficiaires des rentes, Axa Assurance Maroc se trouve dans la nécessité d'estimer ses engagements futurs envers lesdits bénéficiaires.

L'objet de ce stage est donc d'élaborer un modèle probabiliste pour calculer la *present value* des *cash flow* futurs que la compagnie est censée verser au compte des indemnisés en tenant compte de la mortalité humaine et l'actualisation financière.

L'apport de ce stage réside dans l'acquisition de connaissances à propos de la garantie accident de travail l'approfondissement des connaissances en matière de méthodes de provisionnement en assurance vie et un passage à la pratique qui consistait en l'étude et l'utilisation de méthodes récentes pour l'évaluation des portefeuilles de contrats d'assurance vie.

## MOTS CLÉS :

Accidents de travail, provision mathématique, réserve économique, rentes viagères, Embedded value.

## DÉDICACE

Je dédie ce travail :

A Dieu en reconnaissance pour toutes les merveilles qu'Il accomplit dans notre vie.

A mes parents Mr SELMAOUI Abderrahmane et Mme TOUNSI Malika ; aucun mot si sacré soit-il, ne suffira à apprécier à sa juste valeur, le soutien matériel et spirituel, les sacrifices que vous ne m'avez cessés de déployer. Je vous offre en guise de reconnaissance, ce modeste travail en vous souhaitant santé, bonheur et longue vie que je puisse combler à mon tour.

A mes très chers frères et sœurs pour leurs soutiens.

A mes proches pour leurs encouragements, et surtout la famille.

Au corps professoral de l'INSEA.

En témoignage de mon admiration et grand respect. J'ai eu l'insigne de joie de dédier ce modeste travail à mes amis et tous les étudiants de l'INSEA en leur souhaitant une vie pleine de succès.

Au personnel d'Axa Assurance Maroc

A tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin.

## REMERCIEMENTS

Je remercie la Direction Générale d'Axa Assurances Maroc pour m'avoir acceptée en tant que stagiaire au sein de la compagnie.

Mes remerciements vont à la Direction Actuariat et Risk management en personne de **Mr BOUMASSAOUD Mohamed** Directeur Général Adjoint Pôle Actuariat et Réassurance pour sa disponibilité, pour toutes les connaissances qu'il m'a transmises et tous les conseils qu'il m'a prodigués pour la bonne réussite de ce stage.

Mes remerciements vont aussi à Mme CHAIKHANI Leila, Mme BENHAMOU Ghofrane, Mr. DAOUDI Yassine et Mr. ABERKANE Massine actuaires d'Axa Assurances Maroc lauréats de l'INSEA pour m'avoir permis de passer mon stage dans un cadre amical et chaleureux.

Je remercie tout le personnel d'**Axa Assurances Maroc** pour m'avoir permis d'effectuer mon stage dans un cadre serein et professionnel.

Je tiens enfin à remercier toute ma famille pour son soutien et ses conseils.

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS :**

**BAM** : Bank Al Maghrib.

**HCP** : Haut Commissariat au Plan.

**FMSAR** : La Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurances et de Réassurance.

**PFS** : Provision pour fluctuation de sinistralité.

**SCR** : Société Centrale de Réassurance

**ARD** : Assurance risques divers

**PME** : Petites et moyennes entreprises

**FNACAM** : Fédération Nationale des Agents et Courtiers d'Assurances Au Maroc

**UTRF** : Unité de Traitement du Renseignement Financier

## GLOSSAIRE

**Courtier/agent** : Intermédiaire spécialisé dans la vente de contrats d'assurance ou de réassurance.

**Couverture** : Protection d'assurance ou de réassurance accordée sur une base contractuelle.

**Participation aux bénéfices** : Participation contractuelle du preneur d'assurance aux bénéfices de l'assureur direct / de l'assureur direct aux bénéfices du réassureur.

**Portefeuille**: Ensemble des risques pris en charge par l'assureur direct ou le réassureur.

**Risque aléatoire**: Eventualité qu'un objet sujet d'assurance soit touché par un péril exceptionnel de manière absolument inattendue et difficilement prévisible.

**Risque de modification structurelle** : Risque d'écart entre la sinistralité effective et les prévisions statistiques, imputable à des changements d'ordre technique, social, commercial ou politique.

**Provisions pour sinistres** : Provisions constituées au titre des sinistres survenus, mais non encore réglés de manière définitive.

## LISTE DES TABLEAUX ET FIGURES :

### LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2 Chiffre d'affaires global .....	20
Tableau 3 Primes émises par entreprise d'assurance en 2012 .....	21
Tableau 4 Ligne du portefeuille .....	47
Tableau 5 : Capital constitutif de la rente pour chaque ligne du portefeuille .....	48
Tableau 6 : Calcul de la réserve pour une tête du portefeuille .....	51
Tableau 7 : Calcul des projections de la réserve probable et déterministe pour une tête du portefeuille .....	53
Tableau 8 Calcul des projections de la réserve avec modification de la table de mortalité .....	56
Tableau 9 Projections de la réserve pour tout la portefeuille .....	58

### LISTE DES FIGURES

Figure 1 : <i>Organigramme général d'Axa assurance Maroc</i> .....	17
Figure 2 Primes émises en millions de dirhams .....	20
Figure 3 Evolution des écarts entre la réserve probable et la réserve économique .....	53
Figure 4 Evolution des écarts pour âge max 90 ans .....	54
Figure 5 Evolution des écarts pour âge max 85 ans .....	55
Figure 6 Ecarts avec table de mortalité modifiée .....	57
Figure 7 Ecarts avec table de mortalité et âge maximal modifiés .....	57
Figure 8 Evolution du nombre en vigueur .....	59
Figure 9 : Evolution de l'âge moyen .....	59
Figure 10 Evolution des écarts pour table de mortalité modifiée .....	60
Figure 11 Evolution des écarts pour âge maximal et table de mortalité modifiés .....	60



# INTRODUCTION

L'assurance accident de travail est une assurance obligatoire depuis novembre 2002<sup>1</sup>. Tous les employeurs soumis aux dispositions du Dahir du 27 Juillet 1972 relatif au régime de sécurité sociale sont tenus de la souscrire. Il en est de même des collectivités locales et des établissements publics ne relevant pas de la fonction publique ou du régime de sécurité sociale.

C'est une assurance à vocation sociale. Son objectif est d'assurer à la victime un complément de revenu pour compenser la perte de salaire consécutive à l'incapacité physique au travail. Elle garantit aux ayant droits une source de revenu en cas de décès de l'employé.

Le but de notre travail est d'adapter les approches de modélisation utilisées en matière d'assurance vie à la gestion spéciale des rentes relatives à la branche accident de travail.

Pour atteindre ce but, nous présenterons la garantie accident de travail, le risque couvert, les conditions générales et les caractéristiques de cette dernière.

Ensuite nous passerons à la présentation des différents modèles usuels de provisionnement et d'actualisation en avenir aléatoire en assurance vie notamment le modèle probabiliste de la durée de vie humaine et la méthode de l'Embedded Value.

Enfin, nous exposerons les étapes d'estimation de la réserve probabiliste avec les différentes hypothèses et nous comparerons les résultats obtenus aux montants initiaux pour tirer des conclusions.

---

<sup>1</sup> Source : <http://www.fmsar.org.ma>

## Table des matières


Résumé.....	1
Résumé.....	3
Dédicace.....	3
Remerciements.....	4
Liste des abréviations :.....	5
Glossaire.....	6
Liste des tableaux et figures :.....	7
Introduction.....	9
CHAPITRE I : PRESENTATION DE L'ORGANISME D'ACCEUIL Et le secteur d'ASSURANCES AU MAROC.....	14
I.1.1 Historique de la société :.....	16
I.2. Organigramme de l'organisme d'accueil :.....	17
I.3. Chiffres clés de l'exercice 2012 :.....	18
I-2-1 .Un contexte économique national favorable.....	19
I-2-1 .Chiffres clés :.....	19
CHAPITRE II : PRESENTATION DE l'assurance accident de travail.....	22
II.1 Généralités :.....	23
II.2 Prestations garanties:.....	23
II.3 Mode de calcul de la rente annuelle.....	24
II.4 Indemnité en cas de décès.....	24
II.5 La gestion spéciale des rentes :.....	25
CHAPITRE I : Principes de modélisation en assurance vie.....	27
I.1.La durée de vie considérée comme aléatoire :.....	28
I.1.1.Probabilités de survie :.....	28
I.1.2.Probabilités de décès :.....	29
I.1.3.Relations entre les fonctions de survie de différents âges :.....	29
I.1.4.L'indicateur de survie :.....	29
I.2 Caractère Markovien de l'indicateur de survie :.....	30
I-2-2.Les tables de survie (ou de mortalité) :.....	31
I.3. Actualisation en avenir aléatoire : Capital différé et annuités viagères.....	32
I.3.1Le taux d'intérêt technique :.....	32
I.3.2 Le modèle stochastique/probabiliste sous-jacent :.....	32
I.3.3 Valeur actuelle aléatoire et valeur actuelle probable :.....	33
I.3.4 Généralisation à un échéancier quelconque :.....	33
I.3.5 Le capital différé :.....	34
I.3.6 Les annuités viagères :.....	34

I.4. Les primes pures uniques des contrats de rentes :	36
I.4.1 Les rentes viagères :	37
I.4.2 Les commutations vie :	37
I.5 Les provisions mathématiques :	37
I.5.1 Les provisions mathématiques pures : Les méthodes de calcul	38
Définitions et principes généraux	38
I.5.2 Exemple de calcul de provisions mathématique :	40
II.1. Introduction	41
II.2. Généralités	41
II.3 Objectifs de la valorisation d'une société	42
II.4 Traditional Embedded Value: Embedded Value déterministe	42
II.4.1 La valeur du stock de contrats (Value of In-Force – VIF)	43
II.4.2 L'actif net réévalué	43
II.4.3 Le coût lié à l'immobilisation de la marge de solvabilité	43
<b>CHAPITRE II : APPLICATION SUR EXCEL VBA</b>	44
I.1 Introduction	45
I.2 La prime pure :	45
I.3 Table de mortalité :	45
I.4 Taux d'intérêt technique	46
I.5 Calcul de provision mathématique:	46
III.1 Modification âge maximal	54
Conclusion :	55
III.2 Modification de la table de mortalité :	55
Conclusion	57
IV.1 Analyse des résultats :	59
IV.2 Conclusion	61
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	62
Bibliographie	62




# PREMIERE PARTIE:

## GENERALITES



Dans cette partie on donnera un aperçu de l'organisme d'accueil ainsi que la position du secteur d'assurance au Maroc, enfin on donnera une présentation générale de la branche assurance AT 'accident de travail'



# CHAPITRE I : PRÉSENTATION DE L'ORGANISME D'ACCUEIL ET LE SECTEUR D'ASSURANCES AU MAROC

*Dans cette partie on donnera une présentation générale de la compagnie à savoir les faits marquants de son histoire, son organisation et sa gouvernances, ses performances et ambitions, ses valeurs, le contexte économique dans lequel elle exerce ; en ce sens on fournira des chiffres clés concernant Axa Assurances Maroc ainsi que ces réalisations et son apport à l'économie marocaine.*

## Introduction

« Pour AXA, être responsable, c'est d'abord assumer durablement le transfert des risques de nos clients. Il s'agit aussi d'innover en analysant les attentes de l'individu ou de l'entreprise et en prenant en compte l'impact de son comportement sur la Société sur le long terme. C'est aussi le sens que nous donnons à l'exercice de notre métier : permettre à nos clients, dans une relation durable avec eux, de vivre confiants. Pour nous, l'enjeu d'entreprise citoyenne vient ici converger avec l'enjeu métier ».

**Henri de Castries - Président du directoire du Groupe AXA**

Axa Assurance Maroc est une compagnie solide et homogène qui dispose d'un réseau de distribution couvrant l'ensemble du royaume ; 178 agents généraux et 86 courtiers partenaires commercialisent ses solutions

Pour atteindre son objectif de devenir la compagnie préférée des Marocains, Axa Assurance Maroc a mis en place un ambitieux plan stratégique, principalement axé sur le développement du réseau traditionnel d'agents généraux, sur la qualité des relations avec les courtiers partenaires et sur l'amélioration continue de la qualité de services. En outre elle a poursuivi avec succès sa politique d'innovation, proposant à ses clients des produits adaptés à leurs besoins, et multipliant les efforts pour réinventer l'assurance et l'épargne.

Le contexte économique des deux dernières années a démontré la constance du secteur des assurances au Maroc et sa capacité d'adaptation pour atténuer l'incidence de la crise. Axa a-t-elle survécu les conséquences de cette crise ? Quelle est sa position dans le marché d'assurance Marocain ?

## I.1 Aperçu de l'organisme d'accueil :

### I.1.1 Historique de la société :

#### Novembre 1996 :

AXA arrive au Maroc. La marque fait son apparition à la faveur du rapprochement international AXA-UAP (union des assurances de Paris). Jusque-là, l'UAP était présente au Maroc à travers Assurance Al Amane qui deviendra pour la circonstance AXA Al Amane.

#### Septembre 1999 :

AXA Al Amane devient AXA-ONA, holding financier né d'un accord de partenariat entre AXA et ONA, 1er groupe privé marocain exerçant des activités industrielles et financières.

#### Mai 2000 :

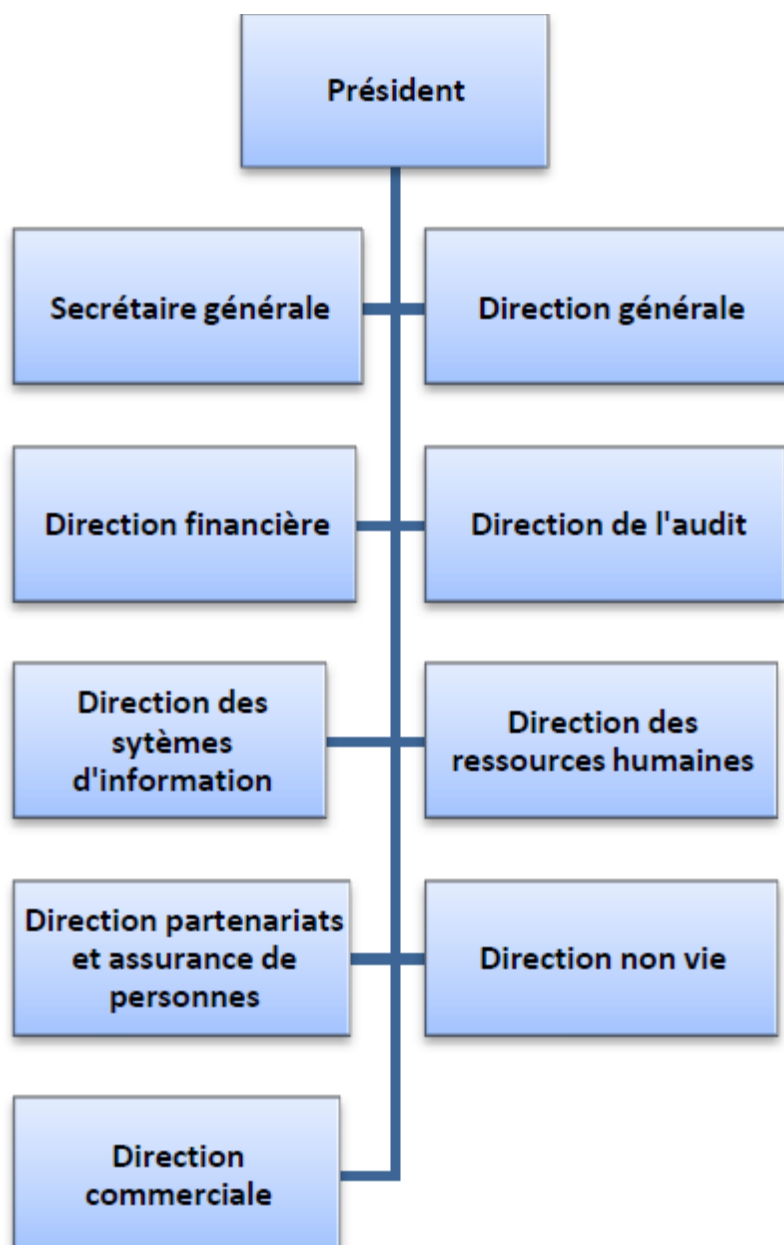
AXA Assurance Maroc voit le jour avec la fusion entre AXA Al Amane et la Compagnie Africaine d'Assurance. Le Groupe AXA détient 51% du capital de la nouvelle Compagnie tandis que les 49% reviennent au Groupe ONA.

#### Décembre 2006 :

Enfin, dernier fait marquant de l'histoire d'AXA Assurance Maroc, le rachat par le Groupe AXA des 49% détenus dans le capital de la Compagnie par le Groupe ONA. En décembre 2006, AXA Assurance Maroc devient alors filiale à 100% du Groupe AXA.

## I.2. Organigramme de l'organisme d'accueil :

Figure 1 : *Organigramme général d'Axa assurance Maroc*



### I.3. Chiffres clés de l'exercice 2012 :

Tableau1 Chiffres clés d'affaires et part de marché

	Chiffre d'affaires	Part marché	Evolution 2011/2012
Assurance vie et capitalisation	7 650,60	32,0%	15,9%
Automobile	7 531,30	31,5%	6,4%
Accidents corporels	2 799,60	11,7%	2,7%
Accidents de travail	1 957,30	8,2%	3,3%
Incendie	1 062,70	4,4%	2,9%
Assistance-Crédit-Caution	763,70	3,2%	3,4%
Transport	730,00	3,1%	9,2%
Responsabilité civile générale	490,50	2,1%	7,0%
Autres opérations non vie	405,60	1,7%	11,5%
Risques techniques	339,50	1,4%	113,7%
Acceptations en réassurance	163,20	0,7%	-23,0%
Total	23 893,90	100,0%	9,2%

## I.2 Le secteur d'assurance au Maroc

Au Maroc, le secteur des assurances, de par son rôle essentiel en matière de collecte et d'injection des flux financiers dans le système économique, constitue un levier de développement et un stimulateur de la croissance. Avec un chiffre d'affaires de l'ordre de 26 milliards de dirhams au titre de l'exercice 2012<sup>2</sup>, le marché marocain des assurances est considéré comme le plus important sur le continent africain, derrière celui de l'Afrique du Sud.

### I-2-1 .Un contexte économique national favorable

L'économie nationale a su maintenir un cap positif en 2010 en dépit d'un contexte international défavorable et assez mouvementé, marqué par la hausse des cours du pétrole et les crises des dettes souveraines dans la zone euro. Le plan d'infrastructure national dans sa globalité, le Plan Maroc Vert dans sa spécificité, les résultats du secteur du tourisme et les progrès réalisés dans le domaine du transport sont autant de facteurs qui ont permis ce bilan positif.

Selon le Haut Commissariat au Plan (HCP), la croissance du produit intérieur brut en 2010 a été d'environ 3,2 %. On observe également une inflation stable à 2,2 %, un taux de couverture de 74,3 % du déficit de la balance commerciale (biens et services) ainsi qu'une hausse des recettes des Marocains Résidents à l'Étranger et de l'excédent de la balance voyage (respectivement 7,7 % et 5 %). L'année 2010 a également enregistré une performance de 21,2 % du marché boursier, après avoir connu une baisse de 5 % en 2009 et une hausse de 13 % en 2008.

### I-2-1 .Chiffres clés :

- **Le chiffre d'affaires en 2012**  
26,03 milliards de dirhams  
8,84 milliards de dirhams en assurance vie  
17,19 milliards de dirhams en assurance non vie
- **Les actifs gérés par les entreprises d'assurances en 2011**  
**105,74 milliards de dirhams** couvrant l'intégralité des engagements pris par les entreprises d'assurances à l'égard des assurés.
- **Densité et pénétration de l'assurance en 2011**  
**Le taux de pénétration (% du PIB) : 2,9%** (49<sup>ème</sup> rang au niveau mondial et 2<sup>ème</sup> dans le monde arabe)  
**La densité (primes par tête) : 89 dollars** (71<sup>ème</sup> rang au niveau mondial et 9<sup>ème</sup> rang dans le monde arabe).

---

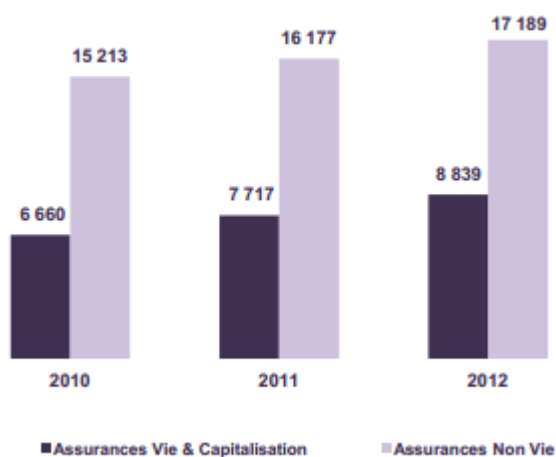
<sup>2</sup> Source <http://www.fmsar.org.ma>

Tableau 1 Chiffre d'affaires global<sup>3</sup>

<b>Chiffre d'Affaires global</b>	
	<b>Primes émises</b>
<b>Assurances Vie &amp; Capitalisation</b>	<b>8 776,3</b>
Assurances Individuelles	5 596,8
Assurances Groupes	2 026,9
Assurances Populaires	0,24
Capitalisation	933,5
Contrats à Capital Variable	218,9
<b>Assurances Non Vie</b>	<b>17 063,7</b>
Accidents Corporels	2 941,2
Accidents du Travail	2 039,5
Automobile	8 020,9
Responsabilité Civile Générale	477,0
Incendie	1 223,6
Assurances des Risques Techniques	337,7
Transport	657,5
Autres Opérations Non Vie	525,8
Assistance - Crédit - Caution	840,6
<b>Acceptations en réassurance</b>	<b>187,7</b>
Acceptations Vie	62,8
Acceptations Non Vie	124,9
<b>Total</b>	<b>26 027,7</b>

*En millions de dirhams*

Figure 2 Primes émises en millions de dirhams<sup>4</sup>



<sup>3</sup> Source <http://www.fmsar.com>

<sup>4</sup> Source <http://www.fmsar.com>

## Primes émises par entreprise d'assurances Exercice 2012

### Assurances Vie et Non Vie

	2010	2011	2012	Evolution 2011/2012	Part marché
Atlanta	1 189,2	1 211,0	1 331,6	10,0%	5,1%
Axa Assistance Maroc	29,9	36,3	47,4	30,7%	0,2%
Axa Assurance Maroc	2 984,5	3 273,9	3 482,1	6,4%	13,4%
CAT	662,3	662,2	657,1	-0,8%	2,5%
Cnia Saada Assurance	2 973,7	3 038,0	3 227,4	6,2%	12,4%
Euler Hermes ACMAR	55,4	82,3	73,5	-10,7%	0,3%
ISAAF Assistance	297,5	308,7	297,3	-3,7%	1,1%
MAMDA	405,8	554,9	628,9	13,3%	2,4%
Maroc Assistance Internationale	313,7	326,0	357,0	9,5%	1,4%
Marocaine Vie	918,9	1 010,6	1 080,7	6,9%	4,2%
MATU	215,8	215,2	214,1	-0,5%	0,8%
MCMA	747,7	1 165,9	1 233,4	5,8%	4,7%
RMA Watanya	4 448,5	4 378,6	5 085,1	16,1%	19,5%
Sanad	1 217,9	1 293,5	1 438,6	11,2%	5,5%
Wafa Assurance	4 498,5	5 280,0	5 728,0	8,5%	22,0%
Wafa IMA Assistance	N.S	6,6	65,1	886,0%	0,3%
Zurich	913,4	1 050,1	1 080,5	2,9%	4,2%
<b>Total</b>	<b>21 872,8</b>	<b>23 893,9</b>	<b>26 027,7</b>	<b>8,9%</b>	<b>100,0%</b>

*En millions de dirhams*

**Tableau 2 Primes émises par entreprise d'assurance en 2012**

L'on constate donc clairement que le secteur des assurances au Maroc est partagé par plusieurs compagnies dont aucune n'est en situation de monopole. Cette concurrence entre les différents opérateurs a évidemment un impact positif sur la qualité des services. Ce qui permet au marché des assurances au Maroc d'avoir cette réputation d'être l'un des plus importants en Afrique.

## CHAPITRE II : PRESENTATION DE L'ASSURANCE ACCIDENT DE TRAVAIL

*Cette partie parle du contexte de la garantie accident de travail, elle donne une brève présentation de celle ci, ses caractéristiques, les conditions de la garantie, les risques couverts et les risques exclus, le champ d'application de cette garantie et enfin elle fournit une introduction à la gestion spéciale des rentes.*

## II. L'assurance accident de travail :

### II.1 Généralités :

L'assurance accident du travail est une assurance de responsabilité souscrite par l'employeur au profit de ses employés pour les couvrir contre les risques qu'ils encourent dans l'exercice de leur activité professionnelle<sup>5</sup>.

*Selon le DAHIR DU 25 HIJA 1345 (25 JUIN 1927) RELATIF A LA REPARATION DES ACCIDENTS DU TRAVAIL : Article 3*

*« Est considéré comme accident du travail, même si cet accident résulte d'un cas de force majeure ou si les conditions du travail ont mis en mouvement ou aggravé les effets des forces de la nature, à moins que l'employeur ou l'assureur ne rapporte la preuve d'une disposition pathologique de la victime, l'accident, quelle qu'en ait été la cause, survenu par le fait ou à l'occasion du travail à toute personne salariée ou travaillant à quelque titre ou en quelque lieu que ce soit, pour un ou plusieurs des employeurs ou chefs d'entreprises visés ci-dessous, même si l'employeur n'exerçait pas sa profession dans un but lucratif. »*

Cette assurance couvre aussi les accidents de trajet auxquels est exposé l'employé pendant le trajet d'aller ou de retour entre :

- Le lieu du travail et sa résidence ;
- Le lieu de travail et le lieu où il prend habituellement ses repas ;
- Le lieu où l'employé prend habituellement ses repas et sa résidence.

### II.2 Prestations garanties:

#### **Frais généraux**

- Les frais médicaux et pharmaceutiques ainsi que les frais d'appareillage et de prothèse
- L'assistance d'une tierce personne pour les besoins de la vie courante ;
- Les frais funéraires en cas de décès.

#### **Indemnités journalières**

L'indemnité journalière est égale aux deux tiers de la rémunération quotidienne à compter du premier jour suivant la date d'accident ou de la révélation de la maladie professionnelle.

---

<sup>5</sup> Source <http://www.fmsar.org.ma>

## **Indemnité pour Incapacité Physique Permanente (IPP)**

- Un capital en cas d'IPP inférieure à 10% ;
- Une rente viagère en cas d'IPP supérieure ou égale à 10%.

### **II.3 Mode de calcul de la rente annuelle**

#### Article 83 :

« La rente allouée à la victime atteinte d'une incapacité permanente de travail est égale à la rémunération annuelle(...) multipliée par les taux d'incapacité calculés comme suit:

- La moitié du taux d'incapacité permanente de travail, lorsque ce taux est inférieur ou égal à 30% ;
- 15% plus la partie qui excède 30% augmentée de moitié pour une incapacité permanente de travail comprise entre 30% et 50% ;
- 45% plus la partie qui excède 50% pour une incapacité permanente de travail supérieure à 50%.

#### Article 84 :

*Le taux de l'incapacité permanente est déterminé d'après la nature de l'infirmité, l'état général, l'âge, les facultés physiques et mentales de la victime, ainsi que d'après ses aptitudes et sa qualification professionnelle, suivant un barème indicatif d'invalidité établi par un arrêté du ministre délégué au travail et aux affaires sociales.*

Article 85 : *Le taux d'incapacité est, dans tous les cas, la réduction de capacité professionnelle produite par l'accident exprimée par rapport à la capacité que possédait la victime au moment où s'est produit cet accident.*

### **II.4 Indemnité en cas de décès**

- 30% du salaire utile pour la veuve si elle a moins de 60 ans et 50% dudit salaire quand elle atteint 60 ans ;
- 15 % du salaire utile pour chaque enfant ;
- 10% du salaire utile pour chaque ascendant à charge.

## II.5 La gestion spéciale des rentes :

Le règlement des arrérages de rente constitue pour l'assureur la dernière étape des prestations légales mises à sa charge en vertu des dispositions contractuelles de la police accident du travail souscrite par l'employeur

Dès qu'une décision d'attribution de rente, non rachetable est devenue définitive et passée au stade de règlement, il est procédé au paiement, au profit du bénéficiaire victime ou ayants droit, de ladite rente sous forme d'arrérages trimestriels

Les premiers arrérages sont réglés depuis la date de départ de la rente jusqu'au jour de règlement, dans le cadre du dossier sinistre accidents du travail (Type grave)


Il est ensuite procédé à l'ouverture d'un dossier rente (Gestion Spéciale de rente)

Ce dossier est destiné à remplacer le dossier sinistre accidents du travail et se substitue à lui pour continuer le règlement des arrérages par période de 3mois échus soit à la fin de chaque trimestre de l'année civile.

Donc, le dossier rente, comme le dossier sinistre accidents du travail passe par de différentes étapes allant de l'ouverture jusqu'à la liquidation définitive, en passant par la création de la provision (réserve mathématique) et la maintenance des règlements des arrérages.

## DEUXIEME PARTIE:

### PRINCIPES ET APPLICATION



Dans cette partie on  
détaillera les principes  
de la modélisation de  
la vie humaine pour les  
appliquer à la gestion  
spéciale de rentes

# CHAPITRE I : PRINCIPES DE MODÉLISATION EN ASSURANCE VIE

*Dans cette partie on va traiter les principes de modélisation en assurance vie, ces même qu'on utilisera pour construire notre modèle, en premier lieu on entamera la modélisation de la durée de vie humaine et son application pour actualisation en avenir aléatoire, puis on donnera une présentation de la méthode de l'Embedded Value.*

# I. Modèle probabiliste pour représenter la durée de vie humaine :

Les calculs actuariels de l'assurance vie sont basés sur un modèle probabiliste simple que l'on va présenter. Il s'agit essentiellement d'un processus stochastique, autrement dit d'une famille de variables aléatoires indexées par l'âge de l'assuré.

## I.1. La durée de vie considérée comme aléatoire :

On considère un individu à la date de naissance prise pour origine du temps et l'on note  $T_0$  sa durée de vie future. En l'absence de certitude sur cette durée, on est naturellement conduit à supposer que  $T_0$  est une variable aléatoire définie sur un certain espace probabilisé noté  $(\Xi, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ . La fonction de répartition de  $T_0$  étant notée  $F_0$  nous aurons pour tout réel  $t$

$$F_0(t) = P\{T_0 \leq t\}.$$

$$F_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq \omega \end{cases}$$

Avec  $\omega$  est de l'ordre de 110 ans.

Considérons une tête d'âge  $x$  on désigne par  $T_x$  la durée de vie future ou résiduelle de  $(x)$  nous avons donc :

$$\text{Puisque } T_0 = x + T_x.$$

$$\begin{aligned} F_x(t) &= P\{T_0 - x \leq t / T_0 > x\} \\ &= \frac{P\{x < T_0 \leq x + t\}}{P\{T_0 > x\}} \end{aligned}$$

On introduit une famille de variables aléatoires  $T_x$ , indexées par l'âge  $x$ , ainsi que la famille de leurs lois de probabilité données par les fonctions de répartition  $F_x$  lorsque  $t \in [0, \omega - x]$ .

### I.1.1. Probabilités de survie :

Conformément à la notation actuarielle internationale, la fonction de survie est notée

$${}_t p_x = P\{T_x > t / T_x > 0\} = 1 - F_x(t)$$

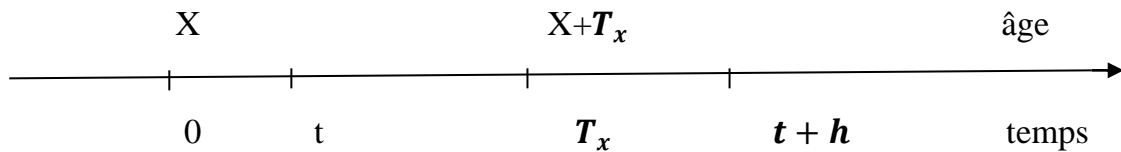
$${}_0 p_x = 1 \text{ et}$$

$${}_t p_x = 0 \text{ pour tout } t > \omega - x$$

### I.1.2. Probabilités de décès :

Considérons une tête d'âge  $x$  ainsi que deux nombres  $t$  et  $h > 0$ . La probabilité de décès de  $(x)$  entre les instants  $t$  et  $t+h$  est notée  ${}_{t/h} q_x$  et définie par :

$${}_{t/h} q_x = P\{t < T_x < t+h / T_x > 0\}.$$



Etant donné l'événement :  $\{T_x > t\} = \{t < T_x < t+h\} \cup \{T_x < t+h\}$

Ce qui donne  ${}_{t/h} q_x = {}_t p_x - {}_{t+h} p_x$  aussi on a  ${}_t p_x + {}_{t/h} q_x = 1$

### I.1.3. Relations entre les fonctions de survie de différents âges :

Compte tenu du caractère irréversible de la mort on a :

$$\{T_x > t+h\} = \{T_x > t \text{ et } \{T_{x+t} > h\}\}$$

Soit, avec les notations précédentes,

$${}_{t+h} p_x = {}_t p_x {}_h p_{x+t}$$

Si on pose  $t=y-x$  il vient

$${}_{y-x+h} p_x = {}_{y-x} p_x {}_h p_y$$

### I.1.4. L'indicateur de survie :

Etant donné un individu d'âge  $x$  à un instant pris pour origine, on définit son *indicateur de survie* comme la famille des variables aléatoires  $X(t)$  définies pour  $t \geq 0$  par :

$$X(t) = \begin{cases} 1 & \text{si l'individu est vivant à l'instant } t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On voit que  $X(t)$  n'est autre que l'indicatrice de l'événement.

$$A_t = \{(x) \text{ est vivant à l'époque } t\}$$

Nous avons donc  $X(t) = 1_{A_t}$  cette variable aléatoire suit la loi de Bernoulli de paramètre  ${}_t p_x$ , ce qui entraîne :

$$E X(t) = {}_t p_x \qquad \text{Var}(X(t)) = {}_t p_x {}_t q_x$$

## I.2 Caractère Markovien de l'indicateur de survie :

On appelle *processus stochastique* une famille de variables aléatoires  $(Y(t))_{t \in J}$  définies sur l'espace probabilisé  $(\Xi, \mathcal{F}, \mathbf{P})$  et dépendant du temps.

On voit clairement que l'indicateur de survie introduit plus haut fournit un exemple simple.

Le processus stochastique  $(X(t))_{t \in J}$  défini comme l'indicateur de survie d'une tête d'âge  $x$  à l'époque  $t=0$ , possède la propriété de Markov.

Etant donné les  $k+1$  instants:  $t_1, t_2, \dots, t_k$  et  $t$  vérifient :

$$0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < t, \text{ et si } i_1, i_2, \dots, i_k \text{ sont } k+1 \text{ valeurs dans}$$

l'ensemble  $\{0,1\}$ , on a l'égalité :

$$P\{X(t) = i / X(t_1) = i_1, \dots, X(t_k) = i_k\} = P\{X(t) = i / X(t_k) = i_k\}$$

Autrement dit, la loi de  $X(t)$  ne dépend que de la dernière observation du processus antérieur à  $t$ , c'est-à-dire que si l'égalité  $i_k = 1$  est vraie on a l'implication :

$$\{X(t_k) = 1\} \Rightarrow \{X(t_1) = 1, \dots, X(t_k) = 1\}$$

### I.2.1. Le nombre moyen de vivants et la loi de survie :

Considérons à présent un groupe composé de deux ou plusieurs individus. Pour ce faire il est utile de définir la notion de groupes homogène de risques qui est d'un usage constant dans la pratique de l'assurance.

Etant donné un groupe homogène d'individus, on observe l'évolution de la mortalité sur un certain nombre d'années. On suppose qu'à l'intérieur de ce groupe et à un instant pris comme origine le nombre des individus d'âge  $x$  est  $L_x$ .

Puisque ce groupe est homogène, la probabilité de décès au cours d'une année donnée est identique pour chacun de ces  $L_x$  individus. Dans le groupe considéré, définissons l'indicateur de survie de l'individu  $i$  à l'instant  $t$  par :

$$X_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si l'individu } i \text{ est vivant à l'instant } t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$i \in [1, n]$ , pour tout  $i$  dans cet intervalle, la variable aléatoire  $X_i(t)$  suit la loi de Bernoulli de paramètre  ${}_t p_x$

Ainsi on pourra écrire  $L_{x+t} = \sum_{i=1}^{L_x} X_i(t)$ .

Supposons aussi que les individus de ce groupe décèdent *indépendamment* les uns des autres ainsi les variables aléatoires

$X_i(t)$  sont indépendantes et de même loi de Bernoulli  $B(1, {}_t p_x)$  d'où l'on déduit que la variable aléatoire  $L_{x+t}$  suit la loi binomiale  $B(L_x, {}_t p_x)$  dont l'espérance mathématique et la variance sont données par :

$$E(L_{x+t}) = L_x \cdot {}_t p_x \quad \text{et} \quad \text{Var}(L_{x+t}) = L_x \cdot {}_t p_x \cdot {}_t q_x$$

Notons  $l_x = E(L_x) = L_x$ . Cette quantité est souvent appelée *nombre moyen*, ou *nombre probable* de vivants à l'âge  $x+t$ .

On en tire la relation entre les probabilités de survie et les nombres moyens théoriques de vivants :

$${}_t p_x = l_{x+t} / l_x$$

En particulier pour l'âge limite  $\omega$  nous avons, quel que soit  $\alpha > 0$ ,

$$l_{\omega+\alpha} = l_x \cdot {}_{\omega-x+\alpha} p_x = 0$$

### I-2-2. Les tables de survie (ou de mortalité) :

Les tables de survie (ou de mortalité) fournissent pour chaque âge entier  $x$  le nombre moyen de survivants  $l_x$  d'une population comportant initialement  $l_0$  individus d'âge 0 (nouveau-nés). On en déduit la valeur  $d_x$  le nombre moyen de décès entre les âges  $x$  et  $x+1$ , soit :

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Le taux annuel de mortalité  $q_x = \frac{d_x}{l_x}$

### I.3. Actualisation en avenir aléatoire : Capital différé et annuités viagères

Souvent dans les calculs actuariels on se trouve dans des situations dont il est nécessaire de faire intervenir, en plus du mécanisme d'actualisation déterministe, la probabilité pour qu'un événement se réalise ou non. Il peut concerner l'état viager d'un individu ou d'un groupe d'individus.

#### I.3.1 Le taux d'intérêt technique :

Dans l'évaluation des engagements de l'assureur, le taux d'intérêt sera supposé constant, car il s'agit du *taux d'intérêt technique* fixé contractuellement, en conformité avec la législation en vigueur. L'assureur est tenu de l'utiliser pour l'évaluation des primes payées par les assurés et celles des provisions mathématiques qui doivent être calculées chaque année.

#### I.3.2 Le modèle stochastique/probabiliste sous-jacent :

On reprend le modèle probabiliste déjà introduit. On considère donc l'espace probabilisé  $(\Xi, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ . La tribu  $\mathcal{F}$  contient tous les événements possibles.

Un *processus stochastique* est une famille  $((\mathbf{W}(\mathbf{t}))_{t \geq 0})$  de variables aléatoires dépendant du temps.

Pour tout  $\mathcal{E} \in \Xi$ , en temps discret l'application :

$n \rightarrow W_n(\mathcal{E})$  de  $N$  dans  $R$  est la trajectoire associée à  $\mathcal{E}$ .

On suppose en outre que ces  $\sigma$ -algèbres vérifient une propriété de croissance, ce qui est exprimé par l'implication :  $0 \leq s < t \Rightarrow \mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t$

En effet, la  $\sigma$ -algèbre  $\mathcal{F}_t$  prend en compte l'information disponible lorsque l'on se trouve à l'époque  $t$ . Elle représente l'ensemble des événements possibles entre 0 et  $t$ .

On dit que la famille des  $\mathcal{F}_t$  est une *filtration*.

Le processus  $(\mathbf{W}(\mathbf{t}))$  est dit *adapté* à la filtration  $\mathcal{F}_t$  si, pour tout  $\mathbf{t} \geq 0$ , la variable aléatoire est mesurable relativement à la tribu ...

Autrement dit, pour tout  $t$  appartenant à  $\mathbf{R}$  ou à  $\mathbf{N}$  suivant le cas et pour tout intervalle  $\mathbf{I}$  de  $\mathbf{R}$ , le sous-ensemble  $\{\omega \in \Xi : W(t)(\omega) \in \mathbf{I}\}$  appartient à  $\mathcal{F}_t$ .

Nous allons maintenant définir les notions de valeur actuelle aléatoire et de valeur actuelle probable d'un échéancier.

Cette définition est donnée en temps discret.

### I.3.3 Valeur actuelle aléatoire et valeur actuelle probable :

La **valeur actuelle aléatoire** d'un capital unité payable à l'époque  $t$ , associé à la réalisation de l'événement  $A_t \in \mathcal{F}_t$  est notée  $W_t$  en temps discret  $t=n$  elle est définie par :

$$W_n = \frac{1}{(1+i)^n} \mathbf{1}_{A_n} = \begin{cases} \frac{1}{(1+i)^n} & \text{si } A_n \text{ est réalisé} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$\mathbf{1}_{A_n}$  désigne la variable aléatoire indicatrice de l'événement  $A_n$ .

$$\mathbf{1}_{A_n}(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{Si } \omega \in A_n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ Si } \omega \in A_n \text{ et suit la loi de Bernoulli, de paramètre } P(A_n)$$

La **valeur actuelle probable** en abrégé vap d'un capital unité payable à l'époque  $t$ , associé à la réalisation de l'événement  $A_t$  est l'espérance mathématique de  $W_t$ , soit en temps

discret :  $EW_n = \frac{P(A_n)}{(1+i)^n}$

### I.3.4 Généralisation à un échéancier quelconque :

On va se placer uniquement en temps discret. Considérons un échéancier  $C(t)$ ,  $t \geq 0$ , pour lequel le capital  $C(t)$  sera payé à l'époque  $t$  si et seulement si l'événement  $A_t$  est réalisé.

L'échéancier est dans ce cas défini par la donnée d'une suite  $(C_j)$ , pour  $j=0,1,\dots,n$ . Sa valeur actuelle aléatoire à l'époque  $0$  a pour expression  $w_n = \sum_{j=0}^n C_j \frac{1}{(1+i)^j} \mathbf{1}_{A_j}$ .

$w_n$  est une variable aléatoire qui dépend de l'éventualité  $\omega \in \Xi$ .

Ainsi la valeur actuelle probable de l'échéancier n'est autre que

$$EW_n = \sum_{j=0}^n C_j \frac{1}{(1+i)^j} p(A_j)$$

$$= \sum_{j=0}^n C_j v^j p(A_j). \quad \text{Avec} \quad v = \frac{1}{1+i} \text{ facteur d'actualisation}$$

### I.3.5 Le capital différé :

On considère une tête d'âge  $x$  à l'instant  $t=0$  qu'on note  $(x)$ . Un capital de unité payable à l'époque  $t$  si  $(x)$  est vivant est par définition *le capital différé* à l'époque  $t$  pour un assuré âgé de  $x$  années à l'époque 0.

$${}_n w_x = X(n)v^n = \begin{cases} 0 & \text{si } T_x < n \\ v^n & \text{si } T_x \geq n \end{cases}$$

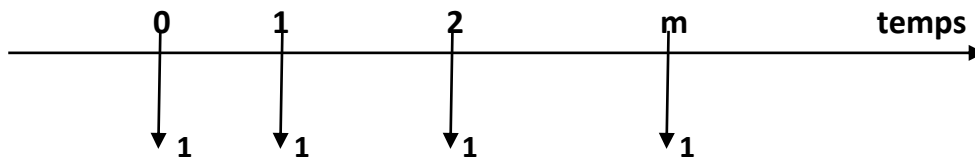
$$E({}_n w_x) = {}_n p_x v^n \quad \text{qu'on note } {}_n E_x$$

### I.3.6 Les annuités viagères :

Il s'agit d'échéanciers définis par des versements périodiques effectués par l'assuré ou l'assureur. En matière d'assurance vie sont payées sous certaines conditions liées à l'état viager d'un ou plusieurs assurés, et sont donc aléatoires. Une annuité peut être :

- **Payable d'avance** (en début de période) ou **payable à terme échu** (en fin de période).
- **Vie entière** (tant que l'assuré concerné est vivant) ou **temporaire** (pendant un nombre maximum d'années fixé à l'avance)
- **Immédiate** ou **différé** (dans ce dernier cas le premier versement n'a lieu qu'après un délai d'attente),
- **Constante** ou **non** son montant dépend de l'époque du paiement (annuités en progression arithmétiques ou géométriques).
  
- **Les annuités vie entière** : Il s'agit des annuités liées à la durée de vie humaine, elles cessent d'être payées au décès de  $(x)$ .

**Les annuités vie entière payable d'avance** : Les versements d'une unité monétaire commencent à partir de l'époque 0 et continueront tant que l'assuré sera vivant.



Le paiement du capital unité à une époque  $k$  quelconque est conditionné par la réalisation de l'événement  $\{X(k) = 1\} = \{\text{l'assuré est vivant à l'époque } k\}$ .

La valeur actuelle aléatoire en 0 de cette annuité notée

$$\ddot{W}_x = \sum_{k=0}^{\infty} X(k)v^k$$

Sa valeur annuelle probable notée

$$\ddot{a}_x = E\ddot{W}_x = \sum_{k=0}^{\infty} k p_x v^k = \sum_{k=0}^{\infty} k E_x$$

- **Les annuités vie entière payable à terme échu :**

Le premier paiement est effectué à la fin de la première année.

Sa valeur actuelle aléatoire en 0 de cette annuité notée

$$W_x = \sum_{k=1}^{\infty} X(k)v^k$$

Sa valeur annuelle probable notée

$$a_x = E\dot{W}_x = \sum_{k=1}^{\infty} k p_x v^k = \sum_{k=1}^{\infty} k E_x$$

Soit  $\ddot{a}_x = 1 + a_x$

**Les annuités temporaires de durée  $n$  :** Dont le paiement cesse au plus tard à l'époque  $n$ .

- **Les annuités temporaires de durée  $n$  payable d'avance :**

$${}_n \ddot{W}_x = \sum_{k=0}^{n-1} X(k)v^k$$

$${}_n \ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} k E_x$$

- **Les annuités temporaires de durée  $n$  payable à terme échu :**

$${}_n W_x = \sum_{k=1}^n X(k)v^k$$

$${}_n a_x = \sum_{k=1}^n k E_x$$

- **Les annuités vie entière différées de m années** : Le premier versement aura lieu à l'époque m+1

- **Les annuités vie entière différées de m années payable d'avance** :

$${}_{m/}\ddot{W}_x = \sum_{k=m}^{\infty} X(k)v^k$$

$${}_{m/}\ddot{a}_x = {}_mE_x + {}_{m/}a_x$$

- **Les annuités vie entière différées de m années à terme échu** :

$${}_{m/}W_x = \sum_{k=m+1}^{\infty} X(k)v^k$$

$${}_{m/}a_x = \sum_{k=m+1}^{\infty} {}_kE_x$$

- **Les annuités différées de m années et temporaires de n années** :

- ✓ **Les annuités différées de m années et temporaires de n années payables à terme échu** :

$${}_{m/n}W_x = \sum_{k=m+1}^{m+n} X(k)v^k$$

$${}_{m/n}a_x = \sum_{k=m+1}^{m+n} {}_kE_x$$

- ✓ **Les annuités différées de m années et temporaires de n années payables d'avance** :

$${}_{m/n}\ddot{W}_x = \sum_{k=m}^{m+n-1} X(k)v^k$$

$${}_{m/n}\ddot{a}_x = \sum_{k=m}^{m+n-1} {}_kE_x$$

#### I.4. Les primes pures uniques des contrats de rentes :

Les contrats de rentes proposent deux types de garanties. Les garanties en cas de vie (tant que l'assuré est vivant) et les garanties en cas de décès, prévoyant le paiement d'une rente à un bénéficiaire désigné après le décès de l'assuré.

#### I.4.1 Les rentes viagères :

Etant donné un assuré d'âge  $x$  à l'époque 0, l'assureur s'engage à lui verser une rente tant qu'il est vivant.

-Pour l'annuité perpétuelle :

$$a_x = \sum_{k=1}^{\infty} {}_kE_x$$

#### I.4.2 Les commutations vie :

Nous avons vu que :  ${}_nE_x = {}_np_x v^n$

Qui peut s'écrire :  ${}_nE_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \frac{v^{n+x}}{v^x}$

Ce qui nous conduit à poser :  $D_x = l_x v^x$

Ainsi on aura :  ${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$

Considérons maintenant la vap  $a_x$  d'une annuité vie entière payable d'avance :

$$a_x = \sum_{k=1}^{w-x} {}_kE_x = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{D_{x+k}}{D_x}$$

En introduisant la fonction  $N_x = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k}$  on aura

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

### I.5 Les provisions mathématiques :

En matière d'assurance vie, les chargements de l'assureur et de l'assuré sont généralement répartis dans le temps sur plusieurs années. En outre, les probabilités de survenance des événements aléatoires mentionnés au contrat (décès, survie à une date donnée, etc.) varient par nature au cours du temps. Etant donné que, par ailleurs, les primes annuelles versées par l'assuré sont le plus souvent constantes, il y aura décalage entre la prime annuelle payée par l'assuré et la couverture du risque de l'année.

C'est ce décalage ainsi que l'obligation pour l'assureur de présenter des comptes annuels intégrant la prévision des dépenses futures qui rendent nécessaire la constitution de réserves appropriées. Ces réserves sont appelées *provisions mathématiques* (en abrégé PM), le pluriel souvent utilisé, venant de ce que leur calcul doit être effectué contrat par contrat.

Elles apparaissent au passif dans le bilan annuel de la société d'assurances et constituent une épargne destinée à couvrir les dépenses à venir. Elles représentent généralement 80 à 90 pour cent du passif, d'où l'importance de leur évaluation numérique précise.

### I.5.1 Les provisions mathématiques pures : Les méthodes de calcul

On va d'abord examiner le calcul des provisions mathématiques pures qui ne concernent que le risque assuré, à l'exclusion des frais divers supportés par l'assureur. Après avoir défini ces provisions, on verra qu'il existe trois manières de les calculer.

#### Définitions et principes généraux

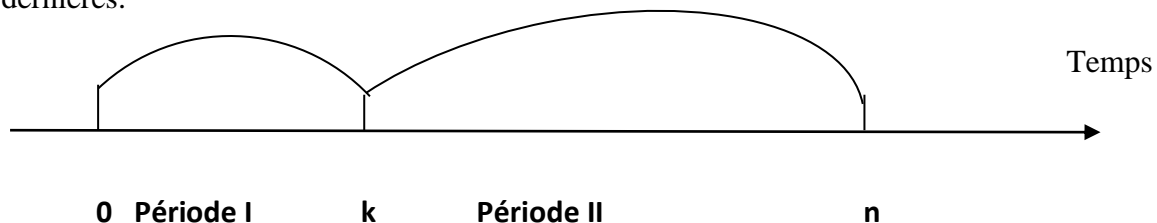
Considérant un contrat ne concernant qu'une seule tête ( $x$ ). On suppose que ce contrat est temporaire, de durée  $n$  années. Cela ne restreint pas la généralité, car, même dans le cas d'un contrat vie entière, on peut considérer que la valeur de  $n$  est finie et égale à  $\omega - x$ .

Supposons par exemple, qu'il s'agit d'une garantie décès ou d'un capital différé. Toutes les garanties des contrats de l'assurance vie sont d'ailleurs des combinaisons plus ou moins complexes de ces deux garanties élémentaires.

Concernant le paiement de primes, on suppose que l'on se trouve dans l'une des situations suivantes :

- Paiement d'une prime unique  $\Pi$
- Paiement d'une prime annuelle constante  $P$  durant  $n$  années.

La date de signature du contrat est prise pour origine des temps. Etant donné un entier  $K$  strictement compris entre 0 et  $n$ , on distingue les deux périodes notés I et II. La période I recouvre les  $K$  premières années du contrat, tandis que la période II recouvre les  $n-k$  dernières.



On va mettre en évidence les provisions mathématiques de l'année  $k$ , en les actualisant à une certaine époque. Pour les évaluer, nous verrons que trois points de vue ou méthodes, sont possible, à savoir : la méthode rétrospective, la méthode prospective et la méthode par récurrence.

Pour cela, introduisons les notations suivantes :

$\Pi$  = Valeur de la prime pure unique payable à l'époque 0

$P$  = Valeur de la prime pure annuelle constante payable pendant toute la durée du contrat, tant que l'assuré est vivant

$P_I$  = Valeur actuelle en 0 des  $k$  premières primes annuelles  $P_I = P \cdot k \ddot{a}_x$

$P_{II}$  = Valeur actuelle en 0 des  $n-k$  dernières primes annuelles  $P_{II} = P \cdot {}_{n-k/k} \ddot{a}_{x+k}$

$E$  = Valeur actuelle probable en 0 des engagements de l'assureur

$E_I$  = Valeur actuelle probable en 0 des engagements de l'assureur pour la période I.

$E_{II}$  = Valeur actuelle probable en 0 des engagements de l'assureur pour la période II.

A l'origine nous avons l'égalité

(1)  $\Pi = E$  Elle permet la détermination de la prime pure unique  $\Pi$  à partir des engagements que l'assureur a pris envers les assurés. On en déduit ensuite la valeur de la prime pure annuelle constante  $P$  par la relation :

$$P = \frac{\Pi}{n\ddot{a}_x}$$

Pour la période des  $k$  premières années, nous avons en règle générale

$$P_I > E_I$$

Le paiement d'une prime constante oblige donc l'assureur à constituer une réserve durant les premières années du contrat. Durant cette période, la prime annuelle est supérieure au risque de l'année. Les réserves ainsi constituées seront utilisées durant les dernières années du contrat. A ce moment, en effet, la prime annuelle ne suffira plus à couvrir le risque annuel.

Les réserves précédentes sont appelées *provisions mathématiques pures* du contrat. De manière plus précise, la différence  $P_I - E_I$  correspond aux provisions mathématiques pures de l'année  $k$ .

Dans la notation actuarielle internationale, les provisions mathématiques pures de la  $k^{\text{ème}}$  année de ce contrat, actualisées à l'époque  $j$ , sont notées  ${}_kV_x(j)$

Nous avons donc

$$P_I = E_I + {}_kV_x(0).$$

Vu qu'on a exprimé les provisions mathématiques à l'époque  $k$  en fonction d'éléments antérieurs, l'approche précédente correspond à la *méthode rétrospective* qui consiste à évaluer les engagements passés de l'assureur et ceux de l'assuré.

Inversement, pour les  $n-k$  années suivantes, nous avons:  $P_{II} < E_{II}$ . Ce sont les provisions constituées durant le première période du contrat qui permettent de rétablir l'équilibre, ce qui est exprimé par l'égalité :

$$P_{II} + {}_kV_x(0) = E_{II}.$$

Cette seconde approche correspond à la *méthode prospective* qui consiste à évaluer les engagements futurs des deux parties, à une époque donnée.

Pour qu'il y ait cohérence entre les deux méthodes, il faut et il suffit que l'on ait

$${}_k V_x(0) = P_I - E_I = P_{II} - E_{II} .$$

Or cette condition est bien réalisée puisque d'après l'égalité (1) et l'additivité des engagements des deux parties sur des périodes disjointes, nous avons

$$P_I + P_{II} = \Pi = E = E_{II} + E_I$$

Il existe une troisième méthode qui permet le calcul des provisions de proche en proche :

On calcule les provisions mathématiques de la k ème année à partir de celles de la (k-1)ème année, l'entier k varie de 1 à n. Il s'agit de la *méthode par récurrence*.

La relation de récurrence s'écrit :

$${}_{k-1} V_x + P_{k-1} - E_{k-1} = {}_{k-1} V_x(k-1)$$

Avec

$P_{k-1}$  =Prime payée à l'époque k-1, au début de la k ème année par l'assuré.

$E_{k-1}$  =Engagements de l'assureur pour l'année k (de k-1 à k) actualisés en k-1.

La condition initiale est  ${}_0 V_x = 0$ , ce qui correspond à la situation avant la signature du contrat.

Dans certains cas, la récurrence peut être descendante, c'est-à-dire commencer à l'époque n pour se terminer à l'époque 0.

### 1.5.2 Exemple de calcul de provisions mathématique :

A une époque prise pour origine, un individu d'âge x souscrit un contrat dont la garantie consiste dans le versement d'une annuité viagère à terme échu de montant r, à partir de l'époque n, s'il est vivant.

La prime pure unique est  ${}_n P_x = r {}_n a_x$

Supposons que l'assuré paie une prime pure annuelle constante durant les n premières années.

Son montant est :  ${}_n P_x = \frac{n \Pi_x}{n \ddot{a}_x}$

Pour écrire l'expression des provisions mathématiques, il convient de distinguer deux périodes successives, soit

(i) La période précédant le versement de l'annuité,

(ii) La période durant laquelle l'annuité est versée à l'assuré.

- En utilisant la méthode prospective, on obtient d'abord

$${}_k V_x = \begin{cases} r {}_{n-k} a_{x+k} - {}_{n-k} \ddot{a}_{k+x} {}_n P_x & \text{si } k < n \\ r {}_a_{x+k} & \text{si } k \geq n \end{cases}$$

- Par la méthode rétrospective, on arrive à

$${}_kV_x = \begin{cases} \frac{{}_k\ddot{a}_x \cdot {}_nP_x}{{}_kE_x} & \text{si } k \leq n \\ \frac{{}_k\ddot{a}_x \cdot {}_nP_x - r_{n/k-n}a_x}{{}_kE_x} & \text{si } k > n \end{cases}$$

- Enfin si l'on applique la méthode par récurrence, on obtient

$${}_kV_x = \begin{cases} \frac{{}_{k-1}V_x + {}_nP_x}{{}_1E_{x+k-1}} & \text{si } k \leq n \\ \frac{{}_{k-1}V_x}{{}_1E_{x+k-1}} - r & \text{si } k > n \end{cases}$$

## II. Evaluation d'un contrat d'assurance par la méthode de l'Embedded value :

### II.1.Introduction

Au fur et à mesure des développements de la finance, le besoin de valorisation des entreprises s'est fait croissant. La valorisation d'une entreprise consiste à calculer sa valeur financière en tenant compte des données comptables passées et du potentiel de développement de la société. C'est une opération complexe en raison de la pluralité des éléments qui entrent en compte. Elle va au delà des pures considérations financières que représentent ses bilans et comptes de résultat. Plusieurs facteurs plus qualitatifs que quantitatifs influencent de façon non négligeable la valorisation finale de la société.

### II.2. Généralités

Dans un contrat d'assurance Vie classique, un assuré verse à l'ouverture du contrat ou périodiquement sur plusieurs années, une prime à son assureur, avant d'en recevoir les bénéfices à la maturité du contrat. Durant ce temps, l'assureur place les primes pour les faire fructifier, supportant des coûts administratifs et facturant des frais de gestion. Comment celui-ci peut-il alors mesurer les bénéfices espérés lors de l'ouverture d'un contrat d'assurance Vie ? Le problème principal dans l'estimation du rendement vient de l'aspect temps. Pour certains contrats, il faut attendre plus de vingt ans avant de pouvoir calculer si la compagnie a réalisé une perte ou un profit. De plus, avec des périodes de développement si longues, les cash-flows futurs sont extrêmement incertains et volatils car sensibles à de nombreux paramètres économiques et non économiques : taux d'intérêt, frais, mortalité etc.

Concrètement, l'EV - Embedded Value - représente la valeur économique de la compagnie évaluée au plus juste, sans tenir compte de la production future appelée le Goodwill. Elle se compose de la valeur actuelle des profits futurs des contrats en portefeuille, ajoutée à l'Actif Net Réévalué, et diminuée du coût de l'exigence en capital. La valeur globale de la compagnie - Appraisal Value - s'obtient en ajoutant le Goodwill à l'EV.

Plusieurs techniques d'évaluation de l'EV ont successivement fait leur apparition : la Traditional Embedded Value, méthode déterministe d'évaluation de l'EV, l'European Embedded Value, EV stochastique standardisée, et la Market Consistent Embedded Value, EV stochastique évaluée de manière cohérente avec le marché. Ces deux dernières émanent des principes du CFO (Chief Financial Officers) Forum et ont pour but de pallier les faiblesses de l'EV traditionnelle, notamment en incluant l'évaluation des options et garanties financières.

## II.3 Objectifs de la valorisation d'une société

Une entreprise cherche à connaître sa valorisation pour plusieurs raisons :

- Proposer un prix de ses actions à ses futurs actionnaires : la valorisation peut ainsi être affectée par les raisons de l'introduction. Une société qui s'introduit pour se désendetter sera valorisée de façon moindre qu'une entreprise qui s'introduit pour se développer. Il en est de même s'il s'agit juste d'un actionnaire qui souhaite vendre ses titres sur le marché. La liquidité future du titre aura aussi un impact sur la valorisation.
- Appuyer un dossier auprès des banques : il est plus simple d'emprunter si on est capable de présenter des bilans solides et un actif économique cessible. Connaître les résultats futurs de l'entreprise et son actif comptable constituent pour la banque une garantie de solvabilité de l'entreprise. La valorisation est alors patrimoniale.
- Connaître la valeur du patrimoine dans le cadre d'une organisation de succession : L'entreprise est alors valorisée au niveau du montant de ses actifs réévalués, et bien souvent à un niveau moindre que si elle était valorisée dans le cadre d'un rachat.
- Pour l'acquisition de l'entreprise, par l'intermédiaire d'une OPA (Offre Publique d'Achat) ou tout simplement d'un rachat si la société n'est pas cotée, les valorisations tiendront davantage compte des perspectives d'avenir de la société.

## II.4 Traditional Embedded Value: Embedded Value déterministe

En Embedded Value, l'évaluation d'un nouveau contrat d'assurance conduit à prendre en compte l'ensemble des flux futurs générés par ce contrat. Ainsi un nouveau contrat d'assurance est valorisé positivement.

Basée sur une projection déterministe de l'actif et du passif, elle intègre le coût des risques financiers et non financiers via une marge de risque.

De manière basique, la Traditionnal Embedded Value est calculée comme étant la somme de trois éléments : la valeur du stock de contrats, l'actif net réévalué et le coût de la marge de solvabilité.

#### II.4.1 La valeur du stock de contrats (Value of In-Force - VIF)

La VIF se confond dans le cas de la Traditionnal Embedded Value avec la valeur des résultats futurs distribuables (le point de vue adopté reste celui de l'actionnaire) actualisés à un taux égal au taux sans risque plus une prime de risque forfaitaire (Present Value of Future Profits – PVFP).

Dans une compagnie d'assurance, le résultat se calcule habituellement comme suit :

**Primes+ Produits financiers- Prestations- Variations des provisions techniques**

**- Participation des assurés aux bénéfices- Frais d'acquisition et d'administration (frais, commission et autres charges)- Impôts+/- Divers (ex : Participation des salariés)**

**= Résultat disponible de l'année k (noté Rk)**

D'où : Les flux futurs sont calculés à l'aide d'hypothèses prises en Best Estimate : taux de mortalité, taux de rachats/chutes, frais, impôts, hypothèses financières. La prime de risque est censée refléter les aléas possibles de ces paramètres. Enfin, il n'y a pas de période délimitée de calcul, mais celle-ci se situe généralement autour de 30 ans.

#### II.4.2 L'actif net réévalué

L'ANR est constitué du capital libre et du capital requis. Le capital requis est à minima la marge de solvabilité imposée par le régulateur local mais il peut-être supérieur selon des critères de rating ou de modèle interne. Le capital libre est l'actif (par opposition au passif de la compagnie) en excédent du capital requis. Capital libre et capital requis sont calculés en valeur de marché retraitée de certaines provisions spécifiques et des plus-values latentes.

#### II.4.3 Le coût lié à l'immobilisation de la marge de solvabilité

Il se calcule habituellement comme la différence entre le montant des capitaux immobilisés souvent égal à la marge de solvabilité qui est placée et génère des flux futurs calculés suivant le taux de rendement des actifs, et le taux d'actualisation utilisé dans le calcul de la valeur du stock qui correspond au rendement attendu par les actionnaires.

CoC = capital immobilisé \* (taux de rendement des actifs – taux attendu par les actionnaires)

Et finalement on trouve que :

<b><i>Traditionnel Embedded value = Actifs nets réévalués + Valeur du portefeuille - Coût pour l'actionnaire dû à L'immobilisation de la marge de solvabilité</i></b>
---

# CHAPITRE II : APPLICATION SUR EXCEL VBA

*Dans cette partie on va appliquer les principes mentionnés dans la partie précédente afin d'évaluer les cash flow futurs et voir si l'assureur pourra honorer ces engagements futurs.*

# I Calcul de la réserve

## I.1 Introduction

Dans cette dernière partie, nous allons appliquer la méthode de l'Embedded value pour calculer la « present value » d'un portefeuille d'assurance accident de travail comportant des contrats de plusieurs types et ayant commencé à des dates différentes. Ce calcul se fera par le tableur Excel et VBA.

### **Lien entre gestion spéciale des rentes et assurance vie :**

Dans notre étude on utilisera l'approche de modélisation en assurance vie pour la gestion spéciale des rentes.

## I.2 La prime pure :

La prime pure d'un contrat d'assurance-vie est déterminée de sorte qu'elle réalise l'équilibre technique des engagements de l'assureur et ceux de l'assuré à la date de souscription du contrat. Ainsi donc, l'équation fondamentale en assurance-vie permettant de déterminer la prime pure est :

Valeur à la souscription des engagements de l'assuré = valeur à la souscription des engagements de l'assureur.

Or pour notre étude on va considérer que le prime qu'elle soit pure ou commerciale est unique et vu l'absence d'informations considérant cette dernière on va l'omettre de notre analyse et considérer qu'elle est nulle.

Dans ce qui suit, on ne prendra en considération que l'engagement de l'assureur qui n'est autre que le paiement des rentes et pour ce faire on va prendre en compte deux outils fondamentaux : une table de mortalité et un taux d'intérêt.

## I.3 Table de mortalité :

Les tables de mortalité constituent l'outil statistique de premier rang dans l'assurance vie, puisqu'elles permettent de déterminer la probabilité de survie ou de décès des personnes assurées, qui sont la base du calcul de la prime pure.

Au Maroc, les tables utilisées sont les tables TD 88-90 pour les assurances en cas de décès et TV 88-90 pour les assurances en cas de vie.

La différence entre les tables tire son origine du fait que la première a été établie suite à des observations sur une population masculine avec une mortalité enregistrée supérieure à celle de la TV 88-90 basée sur des observations féminines.

Ainsi, lors de la tarification pour assurance en cas de décès, le portefeuille contenant les deux sexes, il est plus prudent de considérer les probabilités de décès les plus élevées (Table TD) dans le calcul de la prime pure.

De même, pour le calcul d'une assurance en cas de vie, il serait plus prudent d'utiliser celle qui affiche les probabilités de survie les plus élevées.

Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser la table TD 88-90.

La première colonne indique l'âge ; la seconde le nombre de personnes encore vivantes à l'âge considéré sur les 100 000 de référence présentes au départ (i.e. à l'âge 0).

## I.4 Taux d'intérêt technique

Le choix du taux d'intérêt technique est important parce que les engagements des deux parties sont fixés à l'origine et ne varient pas durant la vie du contrat.

Or, les taux de rendement réellement réalisés diffèrent de ce taux technique a priori. Ce qui pose un dilemme pour l'assureur. En effet :

- Ce taux ne peut être trop élevé, car il s'agit pour l'assureur d'un engagement ferme à long terme : un assureur souscrivant un contrat verra tous ses versements futurs à l'origine du contrat, gratifiés d'un taux de rendement au moins égal au taux technique fixé à la constitution du contrat.

- Ce taux doit tenir compte des conditions financières du moment, de manière à offrir un produit compétitif par rapport à d'autres formes d'épargne, les tarifs étant construits sur ce seul taux technique.

Une bonne estimation du taux d'intérêt technique est donc essentielle pour proposer des produits compétitifs dans le marché sans pour autant courir le risque de ruine.

## I.5 Calcul de provision mathématique:

Dans ce qui suit, on assimilera la réserve qu'on cherche à calculer à travers notre modèle à une provision mathématique.

Les provisions mathématiques ont leur origine dans le fait que les preneurs versent des primes par avance et qu'à tout instant l'assureur a un engagement moyen, envers les assurés, supérieur à l'engagement résiduel réciproque des payeurs de primes.

De là, la définition classique des provisions mathématiques: ce sont les sommes qui seront payées ultérieurement par l'assureur compte tenu de leur accroissement annuel par bonification d'intérêts (composés) et compte tenu de l'échelonnement des primes que les preneurs ont encore à payer. Autrement dit, c'est la différence entre les engagements de l'assureur (paiement ultérieur des sinistres) et ceux de l'assuré (paiement ultérieur des primes).

C'est ainsi qu'à l'origine du contrat d'assurance :

- la provision mathématique est égale à la prime unique, si le contrat est souscrit en prime unique ;

La définition ci-dessus permet de calculer les provisions mathématiques par la méthode prospective, qui est la plus générale : la provision  ${}_tV_x$  à l'instant  $t$  d'un contrat souscrit à l'âge  $x$  est, en effet, égale à la différence entre la valeur des engagements futurs de l'assureur et la valeur des engagements futurs de l'assuré, soit la valeur actuelle en  $t$  des primes futures (0 si le contrat est souscrit en prime unique).

Comme on a supposé la nullité des primes pour notre étude, on ne prendra compte que de l'engagement de l'assureur.

Ainsi on aura dans le cas de versement de rentes viagères  $R$  au bénéficiaire lui-même ou son conjoint :

$${}_tV_x = R a_x$$

Or si c'est le descendant qui est bénéficiaire on sera face à une annuité temporaire à partir de l'âge  $x$  jusqu'à l'âge de 21 ans :

$${}_tV_x = R {}_{21}a_x$$

Ainsi en premier lieu on calculera la provision mathématique contrat par contrat :

n de sin	âge	Lien fam	$a_x$	rente	Capital
194400070873	81	0	5,00384101	34,4	170,186612

Tableau 3 Ligne du portefeuille

Ici le capital n'est autre que le capital constitutif de la rente à savoir la provision mathématique  ${}_tV_x$ .

Le fichier ci-dessus nous donne la réserve pure pour chaque tête de notre portefeuille.

**Tableau 4 : Capital constitutif de la rente pour chaque ligne du portefeuille**

test	n	n de sin	age	Lien fam	ax	rente	Capital
1	1	194400070873	81	0	5,00384101	34,4	170,186612
0	2	194400070878	92	0	2,27332525	10	22,7332525
0	3	194400071615	92	0	2,27332525	19,6	44,5571749
0	4	194500072607	85	1	3,82762759	59,76	228,739025
0	5	194500073039	83	0	4,39095997	12,6	55,3260956
0	6	194500336031	83	0	4,39095997	26	114,164959
0	7	194600525062	104	0	0,50916086	19,2	9,77588852
0	8	194600525081	94	0	1,95086042	11,04	21,537499
0	9	194600525109	100	0	1,01869326	44,48	45,3114761
0	10	194600525129	83	0	4,39095997	37,8	165,978287
0	11	194600525995	81	0	5,00384101	18	90,0691382
0	12	194600526283	93	0	2,10964634	40,16	84,7233969
0	13	194600526283	79	0	5,67652925	43	244,090758
0	14	194600526307	91	0	2,45635734	12	29,4762881
0	15	194600526321	88	0	3,07242899	20,28	62,3088599
0	16	194600526618	91	0	2,45635734	21,6	53,0573185
0	17	194600526706	92	0	2,27332525	44,56	101,299373
0	18	194600526749	93	0	2,10964634	19,2	40,5052097
0	19	194600529015	91	0	2,45635734	39	95,7979362
0	20	194600529142	87	1	3,30962181	60	198,577309
0	21	194600912566	101	0	0,90774902	17,16	15,5769731
0	22	194600926650	89	1	2,85667739	169	482,778479
0	23	194700010018	88	0	3,07242899	16,24	49,8962468
0	24	194700337176	93	0	2,10964634	10,2	21,5183926
0	25	194700525129	93	0	2,10964634	31,76	67,0023676
0	26	194700525213	97	0	1,45648485	28,72	41,8302448
0	27	194700525359	86	0	3,56411359	24,52	87,3920653
0	28	194700526095	90	1	2,65195048	147,36	390,791423
0	29	194700526132	101	0	0,90774902	57,72	52,3952732
0	30	194700526239	95	2	FAUX	44,12	0
0	31	194700526252	86	0	3,56411359	50,56	180,201583
0	32	194700526341	100	0	1,01869326	51,88	52,8498062
0	33	194700526478	89	0	2,85667739	47,48	135,635042
0	34	194700526479	97	0	1,45648485	66,84	97,3514473
0	35	194700526667	89	0	2,85667739	44,16	126,150874
0	36	194700527077	113	0	0	13,88	0
0	37	194700529039	101	1	0,90774902	100	90,7749015
0	38	194700529111	79	0	5,67652925	15	85,1479388
0	39	194700529121	88	0	3,07242899	32,84	100,898568
0	40	194700529638	102	0	0,78817598	16,12	12,7053968

test	n	n de sin	age	Lien fam	ax	rente	Capital
0	41	194800150162	95	0	1,79386597	105	188,355927
0	42	194800525141	91	0	2,45635734	58,32	143,25476
0	43	194800525232	93	0	2,10964634	96,6	203,791836
0	44	194800525683	100	1	1,01869326	291,68	297,132449
0	45	194800525804	99	0	1,13510966	16,64	18,8882247
0	46	194800526289	82	0	4,69172374	52,5	246,315496
0	47	194800526303	99	0	1,13510966	37	41,9990573
0	48	194800526580	90	0	2,65195048	33,84	89,7420043
0	49	194800526723	97	0	1,45648485	41,52	60,4732509
0	50	194800526747	99	0	1,13510966	76,08	86,3591427
0	51	194800526851	99	1	1,13510966	445,08	505,214606
0	52	194800526994	87	0	3,30962181	70	231,673527
0	53	194800527175	84	0	4,10260093	20,32	83,364851
0	54	194800529053	95	0	1,79386597	33,48	60,0586328
0	55	194800529086	84	0	4,10260093	24,52	100,595775
0	56	194800529123	75	0	7,13168222	105	748,826633
0	57	194800902061	90	0	2,65195048	35	92,8182669
0	58	194900100255	90	0	2,65195048	143,32	380,077543
0	59	194900150113	91	0	2,45635734	187,64	460,910891
0	60	194900150197	94	0	1,95086042	27,2	53,0634035
0	61	194900150322	87	0	3,30962181	28,08	92,9341805
0	62	194900150334	99	0	1,13510966	50,68	57,5273574
0	63	194900525190	86	0	3,56411359	227,52	810,907125
0	64	194900525200	93	0	2,10964634	46,6	98,3095193
0	65	194900525410	91	0	2,45635734	60,76	149,248272
0	66	194900525442	104	0	0,50916086	112,52	57,29078
0	67	194900525501	98	0	1,26589186	32,76	41,4706173
0	68	194900525585	92	0	2,27332525	128,4	291,894962
0	69	194900525650	103	0	0,67157214	160,52	107,80076
0	70	194900525661	91	0	2,45635734	82,96	203,779405
0	71	194900525739	91	0	2,45635734	503,08	1235,74425
0	72	194900525916	93	1	2,10964634	454,68	959,213996
0	73	194900525916	83	1	4,39095997	454,68	1996,48168
0	74	194900525956	93	0	2,10964634	25,12	52,994316
0	75	194900525967	102	0	0,78817598	38,52	30,3605387
0	76	194900526199	101	0	0,90774902	35	31,7712155
0	77	194900526216	93	0	2,10964634	217	457,793255
0	78	194900526226	94	0	1,95086042	140	273,120459
0	79	194900526698	88	0	3,07242899	134,16	412,197073

test	n	n de sin	age	Lien fam	ax	rente	Capital
0	80	194900526700	89	0	2,85667739	30,6	87,4143281
0	81	194900526812	91	0	2,45635734	69,64	171,060725
0	82	194900526891	93	1	2,10964634	415,2	870,276599
0	83	196200500851	33	4	0	557,44	0
0	84	196200501639	30	4	0	1626,72	0
0	85	196200502514	33	4	0	897,24	0
0	86	196200502515	24	4	0	647,72	0
0	87	196200503137	24	4	0	1140	0
0	88	196200503137	21	4	1	1140	1140
0	89	196200504289	34	4	0	408	0
0	90	196200504408	35	4	0	1588,72	0
0	91	196200504409	31	4	0	1483,41	0
0	92	196270503849	25	4	0	639,04	0
0	93	196270503849	22	4	0	639,04	0
0	94	196300500808	35	4	0	624,04	0
0	95	196300500811	34	4	0	535,2	0
0	96	196300502043	29	4	0	998,2	0
0	97	196300502104	30	4	0	396	0
0	98	196300502104	33	4	0	396	0
0	98	196300502104	33	4	0	396	0
0	99	196300502105	14	4	6,15589161	1248,75	7687,16965
0	100	196300502105	26	4	0	786,25	0
0	101	196300502105	17	4	3,68501939	1248,75	4601,66797
0	102	196300502105	23	4	0	786,25	0
0	103	196300502105	20	4	0,9671433	832,5	805,146796
0	104	196300502394	33	4	0	1010	0
0	105	196300502740	33	4	0	1018,48	0
0	106	196300502765	27	4	0	481,39	0
0	107	196300503069	16	4	4,53474375	388,65	1762,42816

## II- Application sur Excel-VBA

Notre application vise à calculer pour chaque contrat les composantes suivantes :

- 1) La réserve
- 2) Le produit financier
- 3) La rente probabilisée
- 4) Les frais de gestion
- 5) La marge brute
- 6) La réserve économique

Et ceci est fait en tenant compte de la mortalité humaine soit en multipliant ces composantes par le nombre en vigueur diminué d'une année à autre du nombre de décès survenus pour chaque tête d'âge x.

Prenant pour exemple une tête âgée de 81 ans en 2012

**Tableau 5 : Calcul de la réserve pour une tête du portefeuille**

t	année	Age	Prob de décès	Nbr de décès	Nbr en vigueur	prime	réserve
0		0	0		1		
1	2013	81	0,08240055	0,082	0,918	0	172,13213
2	2014	82	0,09228450	0,085	0,833	0	148,09623
3	2015	83	0,10142075	0,084	0,748	0	125,81164

La réserve en t=1 n'est autre que :

$${}_1V_{81} = r a_{81}$$

$$Nb \text{ en vigueur}(t) = Nb \text{ en vigueur}(t-1) - Nb \text{ de décès}(t)$$

Or pour t quelconque on a :

$${}_tV_{x+t} = r a_{x+t} * Nb \text{ en vigueur}(t)$$

$$Produit \text{ financier}(t) = Réserve(t) * \text{taux de placement}$$

$f$  = frais de gestion sont considérés forfaitaires

$$\text{Frais de gestion}(t) = f * Nb \text{ en vigueur}(t)$$

$$\text{Rente probabilisée}(t) = r * Nb \text{ en vigueur}(t)$$

$$\text{Rente économique}(t) = \text{Rente probabilisée}(t) + \text{Frais de gestion}(t)$$

$$\text{Marge brute}(t) = \text{Primes}(t) + \text{Produit financier}(t) - \text{Augmentation de la réserve}(t) - \text{rentes}(t)$$

$$PV \text{ Réserve éco}(t) = \sum_{t=1}^{(105-x)} \frac{\text{Rentes}(t)}{(1+i)^t}$$

On effectue le même algorithme jusqu'à atteindre un âge maximale qu'on a supposé de 105 ans.

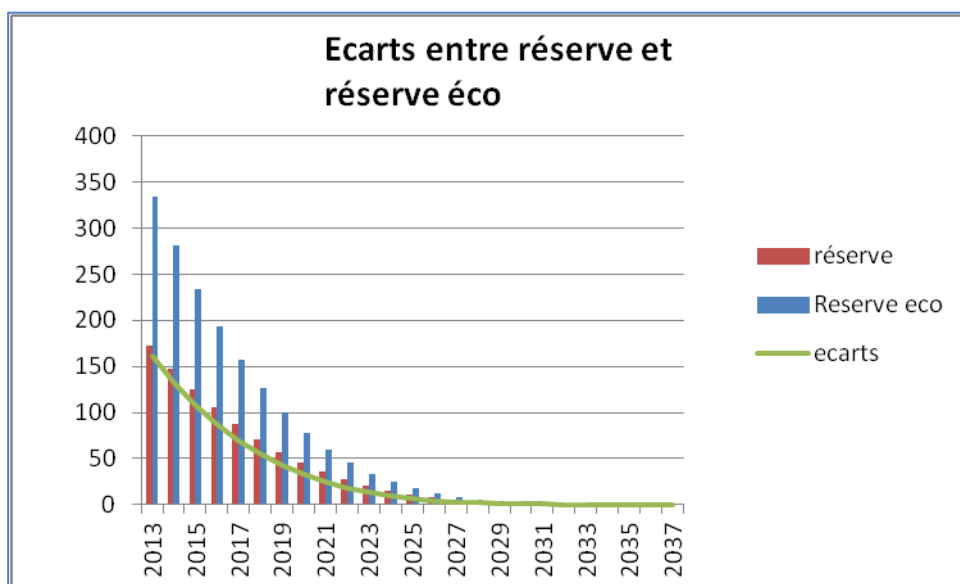
Si on prend l'exercice 2013 on constate qu'il y ait un écart significatif entre **la réserve actuelle probable**  ${}_tV_{x+t}$  qui n'est autre que le capital constitutif de la rente que l'assureur garde afin d'honorer ses futurs engagements et **la réserve économique déterministe** qui est la present value des rentes futures à verser en faveur du bénéficiaire.

Ce qui montre qu'on est face à un sous-provisionnement, autrement dit le capital constitutif de la rente est insuffisant pour répondre aux besoins futurs.

On rappelle que la réserve économique déterministe tient compte des frais de gestion alors que celle probabiliste non.

**Tableau 6 : Calcul des projections de la réserve probable et déterministe pour une tête du portefeuille**

t	année	Age	Prob de décès	Nbr de décès	Nbr en vigueur	prime	réserve	augment de la	Prod fin	frais de gestion	Frais d'acq	prestatio n décès	rentes	marge brute	Rentes eco	Reserve eco
0		0	0		1											
1	2013	81	0,082	0,082	0,918	0	172,13213	-24,03590	5,6	20,00	0	0	34,40000	-24,76981	54,4	333,80829
2	2014	82	0,092	0,085	0,833	0	148,09623	-22,28460	4,8	18,35	0	0	31,58542	-22,819685	49,91741	281,12064
3	2015	83	0,1014	0,084	0,748	0	125,81164	-20,18414	4,1	16,66	0	0	28,85242	-21,03779	45,310807	234,29627
4	2016	84	0,1115	0,083	0,665	0	105,62750	-18,06758	3,4	14,97	0	0	25,74647	-19,214873	40,715351	193,13094
5	2017	85	0,1226	0,082	0,583	0	87,55992	-16,02093	2,8	13,30	0	0	22,87577	-17,309002	36,175631	157,30497
6	2018	86	0,1341	0,078	0,505	0	71,53898	-14,01713	2,3	11,67	0	0	20,07203	-15,399665	31,74181	126,47552
7	2019	87	0,1461	0,074	0,431	0	57,52186	-11,92459	1,9	10,10	0	0	17,38019	-13,690902	27,484952	100,27612
8	2020	88	0,1609	0,069	0,362	0	45,59727	-10,02324	1,5	8,63	0	0	14,84079	-11,964005	23,469153	78,304374
9	2021	89	0,1775	0,064	0,298	0	35,57403	-8,40989	1,2	7,24	0	0	12,45294	-10,126969	19,69302	60,133454
10	2022	90	0,1923	0,057	0,240	0	27,16414	-6,84298	0,9	5,96	0	0	10,24308	-8,4725414	16,198356	45,366131
11	2023	91	0,2078	0,050	0,191	0	20,32116	-5,42222	0,7	4,81	0	0	8,27288	-7,000041	13,082698	33,601716
12	2024	92	0,2252	0,043	0,148	0	14,89894	-4,18631	0,5	3,81	0	0	6,55381	-5,6936313	10,364161	24,399199
13	2025	93	0,2452	0,036	0,111	0	10,71262	-3,23518	0,3	2,95	0	0	5,07792	-4,4468623	8,0302041	17,338407
14	2026	94	0,2618	0,029	0,082	0	7,47744	-2,40207	0,2	2,23	0	0	3,83289	-3,416234	6,0613202	12,039872
15	2027	95	0,2790	0,023	0,059	0	5,07537	-1,76582	0,2	1,64	0	0	2,82929	-2,5434643	4,4742297	8,1663485
16	2028	96	0,2937	0,017	0,042	0	3,30956	-1,21129	0,1	1,19	0	0	2,03980	-1,9068905	3,225737	5,3970633
17	2029	97	0,3180	0,013	0,029	0	2,09827	-0,85459	0,1	0,84	0	0	1,44064	-1,3554382	2,2782203	3,4633682
18	2030	98	0,3363	0,010	0,019	0	1,24368	-0,50355	0,0	0,57	0	0	0,98245	-1,0096765	1,5536487	2,140658
19	2031	99	0,3878	0,007	0,012	0	0,74013	-0,33352	0,0	0,38	0	0	0,65203	-0,6735496	1,0311211	1,2670196
20	2032	100	0,4194	0,005	0,007	0	0,40661	-0,19625	0,0	0,23	0	0	0,39915	-0,4217455	0,6312133	0,7054565
21	2033	101	0,4487	0,003	0,004	0	0,21036	-0,10966	0,0	0,13	0	0	0,23174	-0,2499712	0,366466	0,3725096
22	2034	102	0,4759	0,002	0,002	0	0,10070	-0,05573	0,0	0,07	0	0	0,12776	-0,1430436	0,202044	0,1852938
23	2035	103	0,5132	0,001	0,001	0	0,04497	-0,02837	0,0	0,04	0	0	0,06697	-0,0760646	0,1058989	0,085325
24	2036	104	0,5405	0,001	0,000	0	0,01660	-0,01245	0,0	0,02	0	0	0,03260	-0,0385621	0,0515561	0,0345768
25	2037	105	0,5882	0,000	0,000	0	0,00415	0,00000	0,0	0,01	0	0	0,01498		0,0236879	0,0106482



**Figure 3 Evolution des écarts entre la réserve probable et la réserve économique**

On constate d'après le graphique ci-dessus que ces écarts décroissent dans le temps. Dans la partie qui suit on effectuera des simulations en modifiant les paramètres du modèle à savoir l'âge maximal et la table de mortalité.

### III. Simulation par modifications des paramètres :

#### III.1 Modification âge maximal

L'espérance de vie humaine est de l'ordre de 80 ans. Or dans notre modèle on a pris comme âge maximal 105 ans pour couvrir au maximum le risque de survie.

Si on prenait comme âge maximal 90 ans ; on aura pour la même tête de 81 ans :

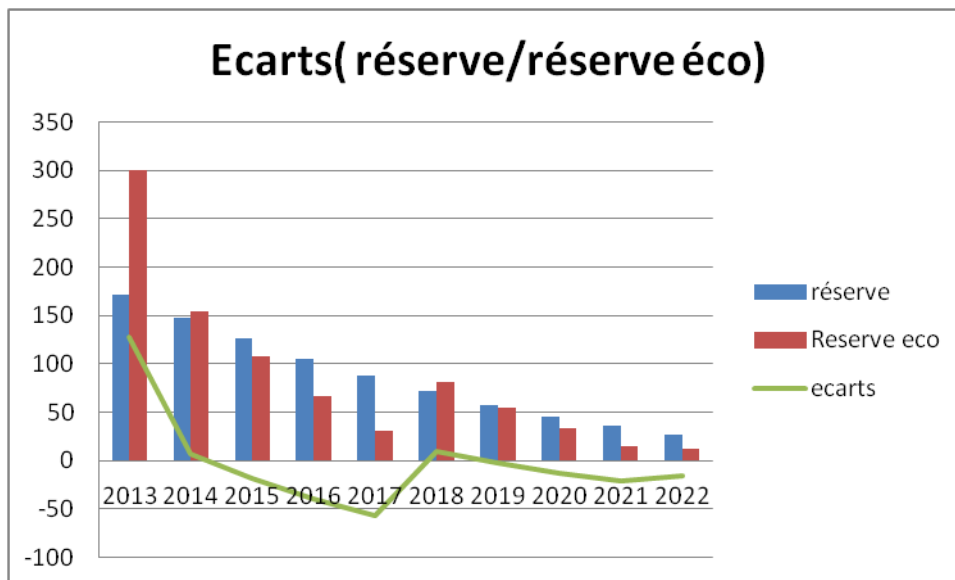
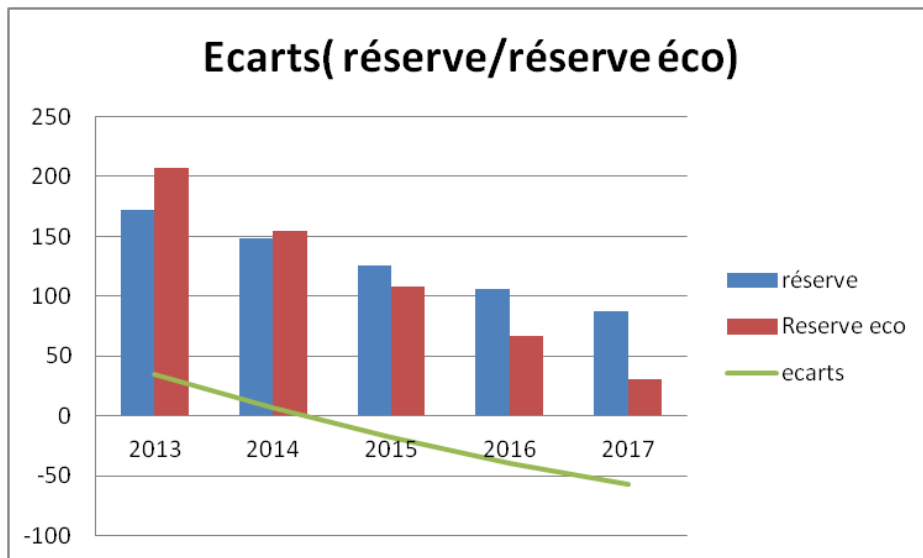


Figure 4 Evolution des écarts pour âge max 90 ans

On voit que les écarts ont diminué significativement, voyant maintenant pour un âge maximal de 85 ans



**Figure 5 Evolution des écarts pour âge max 85 ans**

**Conclusion :**

Plus on s'approche de l'espérance de vie moyenne plus notre réserve économique/déterministe converge vers la réserve probabilisée pure même si cette dernière ne tient pas compte des frais de gestion.

**III.2 Modification de la table de mortalité :**

Supposons à présent que les probabilités de décès pour chaque âge sont multipliées par 150% en gardant l'âge maximal 105 ans.

On trouve alors pour notre contrat type (la tête de 81 ans) :

**Tableau 7 Calcul des projections de la réserve avec modification de la table de mortalité**

t	année	Age	Prob de décès	Nbr de décès	Nbr en vigueur	prime	réserve	augment de la	Prod fin	frais de gestion	Frais d'acq	prestation décès	rentes	marge brute	Rentes eco
0		0	0		1										
1	2013	81	0,124	0,124	0,876	0	172	-30,68543	5,6	20,00	0	0	34,40000	-18,12028	54,4
2	2014	82	0,138	0,121	0,755	0	141	-27,39229	4,6	17,53	0	0	30,14813	-15,6868	47,67611
3	2015	83	0,1014	0,077	0,679	0	114	-18,29791	3,7	15,10	0	0	25,97482	-19,07179	41,07647
4	2016	84	0,1115	0,076	0,603	0	96	-16,37915	3,1	13,57	0	0	23,34044	-17,41922	36,91046
5	2017	85	0,1226	0,074	0,529	0	79	-14,52376	2,6	12,06	0	0	20,73800	-15,69146	32,79498
6	2018	86	0,1341	0,071	0,458	0	65	-12,70721	2,1	10,58	0	0	18,19628	-13,96055	28,77551
7	2019	87	0,1461	0,067	0,391	0	52	-10,81022	1,7	9,16	0	0	15,75599	-12,41147	24,91645
8	2020	88	0,1609	0,063	0,328	0	41	-9,08656	1,3	7,82	0	0	13,45390	-10,84596	21,27594
9	2021	89	0,1775	0,058	0,270	0	32	-7,62398	1,0	6,56	0	0	11,28920	-9,180594	17,85269
10	2022	90	0,1923	0,052	0,218	0	25	-6,20350	0,8	5,40	0	0	9,28585	-7,680774	14,6846
11	2023	91	0,2078	0,045	0,173	0	18	-4,91551	0,6	4,36	0	0	7,49977	-6,34588	11,86011
12	2024	92	0,2252	0,039	0,134	0	14	-3,79510	0,4	3,45	0	0	5,94135	-5,161556	9,395619
13	2025	93	0,2452	0,033	0,101	0	10	-2,93285	0,3	2,68	0	0	4,60339	-4,031298	7,279773
14	2026	94	0,2618	0,026	0,075	0	7	-2,17759	0,2	2,02	0	0	3,47471	-3,096983	5,494884
15	2027	95	0,2790	0,021	0,054	0	5	-1,60080	0,1	1,49	0	0	2,56489	-2,305775	4,056108
16	2028	96	0,2937	0,016	0,038	0	3	-1,09809	0,1	1,08	0	0	1,84918	-1,72869	2,924289
17	2029	97	0,3180	0,012	0,026	0	2	-0,77473	0,1	0,76	0	0	1,30601	-1,228771	2,065318
18	2030	98	0,3363	0,009	0,017	0	1	-0,45650	0,0	0,52	0	0	0,89064	-0,915321	1,408459
19	2031	99	0,3878	0,007	0,011	0	1	-0,30235	0,0	0,34	0	0	0,59110	-0,610606	0,934762
20	2032	100	0,4194	0,004	0,006	0	0	-0,17791	0,0	0,21	0	0	0,36185	-0,382333	0,572226
21	2033	101	0,4487	0,003	0,003	0	0	-0,09941	0,0	0,12	0	0	0,21008	-0,226611	0,332219
22	2034	102	0,4759	0,002	0,002	0	0	-0,05052	0,0	0,07	0	0	0,11582	-0,129676	0,183163

En augmentant la probabilité de décès à tout âge on constate que les écarts diminuent ce qui traduit la convergence de la réserve déterministe vers la réserve probable.

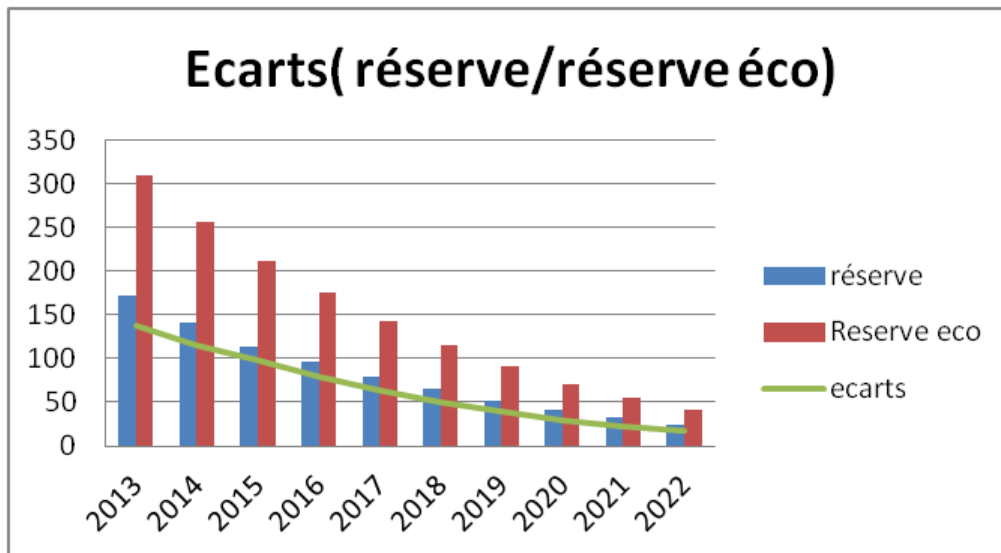


Figure 6 Ecart avec table de mortalité modifiée

Si on considère un âge maximal de 85 ans et l'augmentation des probabilités de décès de 50% on trouve alors l'égalité des deux réserves.

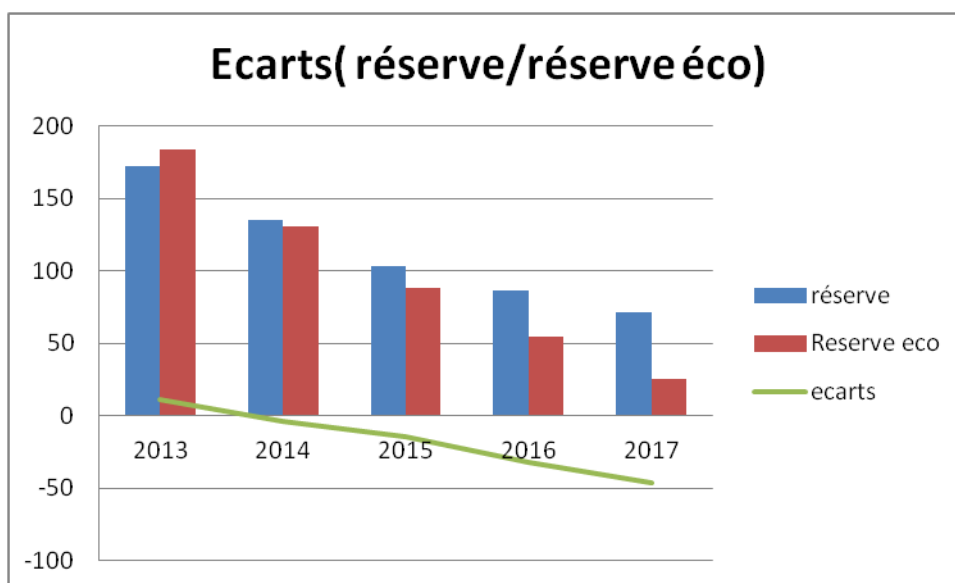


Figure 7 Ecart avec table de mortalité et âge maximal modifiés

## Conclusion

On conclut donc l'importance de choisir des paramètres adéquats quand il s'agit de modélisation de la mortalité humaine.

## IV Automatisation du système

Une fois que nous avons travaillé sur un contrat type, nous avons créé une application sur VBA qui nous permettra de calculer pour chaque type de police la « present value » des deux réserves, et de parcourir toutes les lignes de notre portefeuille.

Après avoir parcouru tous les contrats on aura le cumul des projections de tous les engagements de l'assureur jusqu'à l'extinction du dernier bénéficiaire.

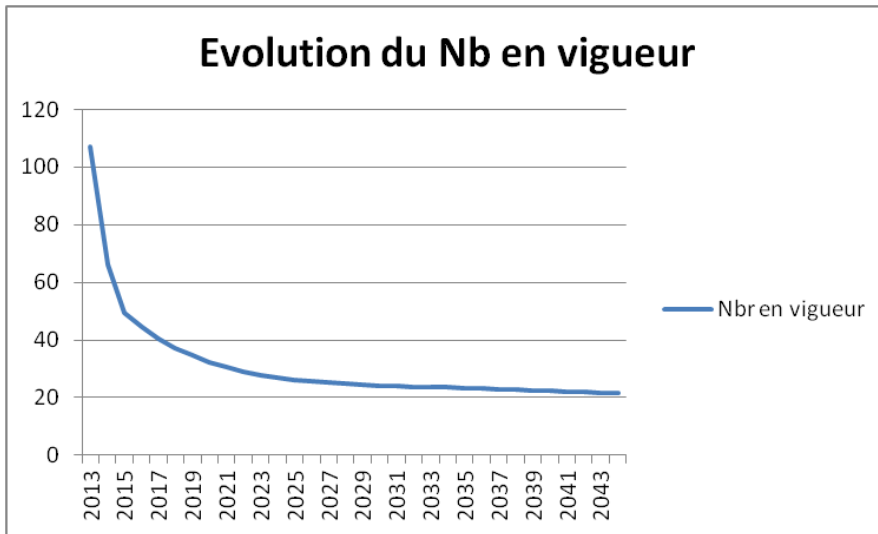
**Tableau 8 Projections de la réserve pour tout la portefeuille**

t	année	Hbr de décès	Hbr en vigueur	prime	réserve	augment de la	Prod fin	frais de gestion	rentes	marge brute	Rentes eco	Facteur d'act	Réserve eco
		0	107	0	0	0	0,00	0	0	0	0		
1	2013	39,733	66	0	32555,63	-10757,53	1058,1	1700,00	28445,25	-18315,8	30131,4	97%	53034
2	2014	16,828	49	0	21798,09	-7108,11	708,4	901,71	7175,51	-271,263	8077,22	93%	25550
3	2015	4,780	45	0	14692,94	-3878,17	477,5	547,63	4871,31	-1062,87	5418,94	90%	18852
4	2016	4,008	41	0	10814,68	-2444,74	351,5	453,94	4464,43	-2122,18	4318,37	87%	14458
5	2017	3,342	37	0	8369,95	-3166,26	272,0	375,42	4127,76	-1064,58	4503,18	84%	10568
6	2018	2,750	35	0	5203,63	-2168,56	169,1	290,17	2609,99	-561,614	2900,15	81%	7092
7	2019	2,259	32	0	3034,86	-436,59	98,6	216,59	2000,72	-1680,4	2217,31	79%	4969
8	2020	1,820	30	0	2597,86	-1600,60	84,4	172,55	1818,58	-305,965	1991,14	76%	3396
9	2021	1,462	29	0	997,24	-269,87	32,4	117,46	1676,74	-1491,38	1794,2	73%	2015
10	2022	1,159	28	0	727,26	-200,27	23,6	89,36	326,92	-192,376	416,284	71%	785
11	2023	0,919	27	0	526,99	-148,67	17,1	67,41	242,92	-144,195	310,325	68%	553
12	2024	0,723	26	0	378,25	-109,22	12,3	50,29	178,91	-107,322	229,2	66%	387
13	2025	0,569	26	0	268,95	-78,95	8,7	37,15	131,00	-78,4714	168,147	64%	269
14	2026	0,448	25	0	189,52	-56,91	6,2	27,10	94,76	-58,4841	121,859	62%	185
15	2027	0,360	25	0	132,55	-41,26	4,3	19,63	68,75	-41,67	88,9831	60%	126
16	2028	0,292	24	0	91,02	-28,61	3,0	14,00	48,99	-31,0607	62,9831	58%	85
17	2029	0,245	24	0	62,33	-20,37	2,0	9,90	34,93	-22,1716	44,8291	56%	57
18	2030	0,210	24	0	41,90	-13,98	1,4	6,86	24,41	-15,7466	31,2707	54%	37
19	2031	0,188	24	0	27,89	-9,72	0,9	4,69	16,85	-10,7826	21,539	52%	24
20	2032	0,173	24	0	18,14	-6,45	0,6	3,13	11,46	-7,36733	14,5911	50%	16
21	2033	0,167	24	0	11,65	-4,41	0,4	2,06	7,68	-4,91897	9,74292	49%	10
22	2034	0,166	23	0	7,23	-2,83	0,2	1,32	5,11	-3,32964	6,43554	47%	6
23	2035	0,169	23	0	4,39	-1,81	0,1	0,83	3,37	-2,0005	4,20285	45%	4
24	2036	0,175	23	0	2,52	-1,04	0,1	0,50	2,09	-1,4401	2,59184	44%	2
25	2037	0,184	23	0	1,47	0,00	0,0	0,31	1,34	-1,56954	1,65002	42%	1
26	2038	0,195	23	0	0,79	-0,39	0,0	0,17	0,80	-0,55772	0,97238	41%	1
27	2039	0,208	22	0	0,41	-0,21	0,0	0,10	0,46	-0,30327	0,55628	40%	0
28	2040	0,222	22	0	0,19	-0,11	0,0	0,05	0,24	-0,17715	0,28941	38%	0
29	2041	0,237	22	0	0,09	-0,05	0,0	0,02	0,13	-0,09492	0,15169	37%	0
30	2042	0,253	22	0	0,03	-0,02	0,0	0,01	0,06	-0,04913	0,07385	36%	0
31	2043	0,270	21	0	0,01	0,00	0,0	0,01	0,03	0	0,03393	34%	0

On constate qu'à partir de l'année 2043 les engagements d'Axa envers les indemnisés de son portefeuille s'annuleront.

## IV.1 Analyse des résultats :

**Figure 8 Evolution du nombre en vigueur**

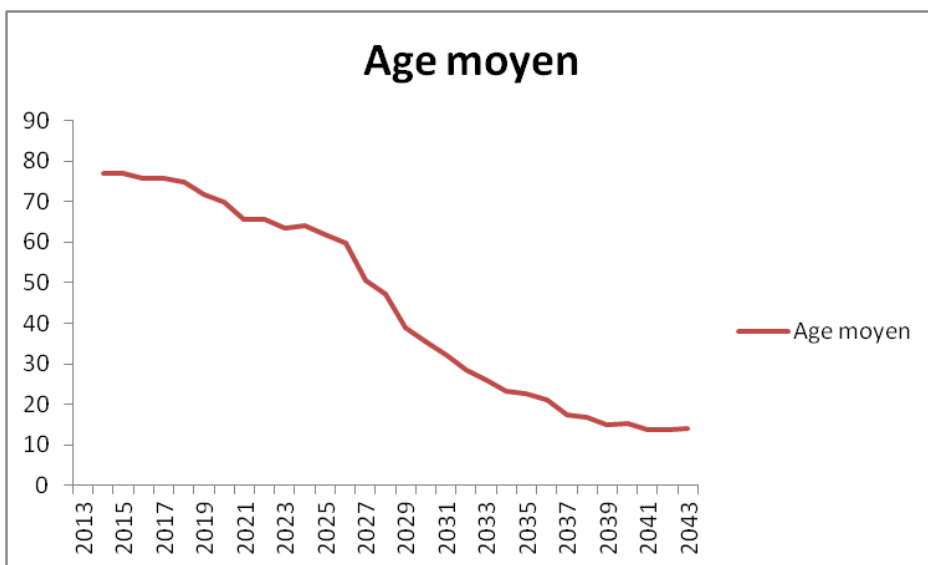


En ce qui concerne le nombre de bénéficiaire on voit bien qu'il chute entre 2013-2022 et se stabilise à partir de 2023.

Ceci s'explique par la forte mortalité qui affectera les têtes âgées de notre portefeuille dans les dix années à venir, tandis que les têtes survivantes elles ne sont autre que la descendance de ces bénéficiaires.

On peut expliquer ceci clairement à partir de la courbe d'évolution de l'âge moyen des bénéficiaires :

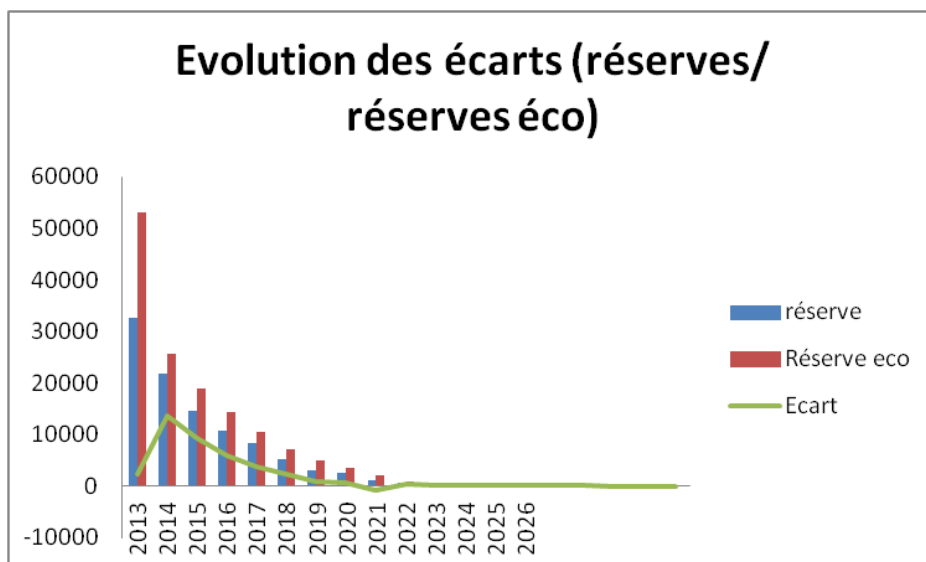
**Figure 9 : Evolution de l'âge moyen**



Dans un premier temps on est face à une population vieille puis après l'âge moyen décroît de manière significative pour qu'enfin on se trouve devant une population plus jeune.

Si on considère comme hypothèse l'âge maximal de 105 ans et on augmente les probabilités de décès de la moitié pour tout âge on aura pour notre portefeuille

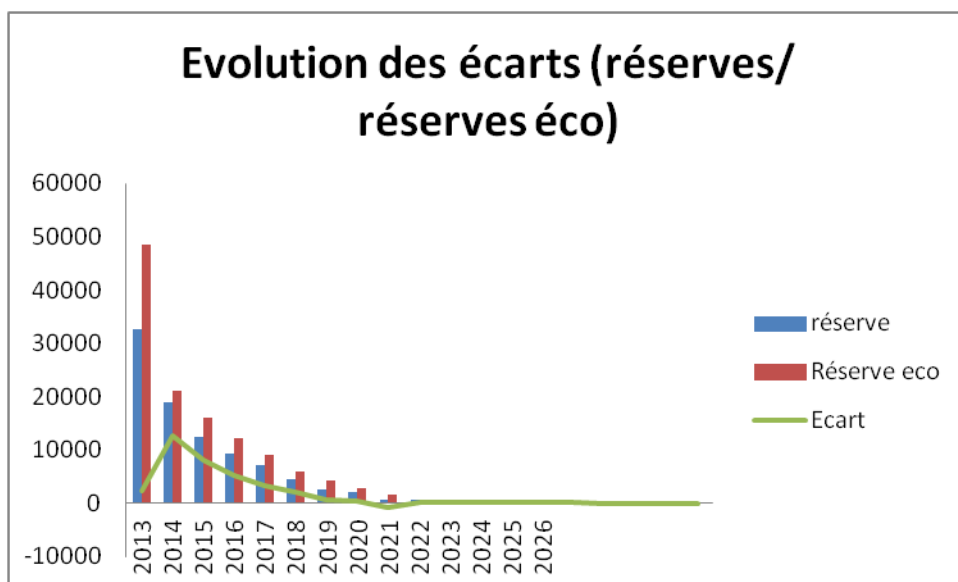
**Figure 10 Evolution des écarts pour table de mortalité modifiée**



On constate qu'il y a toujours un écart entre la réserve probabiliste et celle déterministe.

Alors que si on considère un âge maximal de 95 ans on obtient ce cas de figure :

**Figure 11 Evolution des écarts pour âge maximal et table de mortalité modifiés**



On voit alors que les écarts sont réduits, cependant on court toujours un risque de sous provisionnement.

## IV.2 Conclusion

On constate que les écarts entre le capital constitutif de la rente et la réserve déterministe sont fortement corrélés avec la mortalité humaine à savoir l'espérance de vie et les probabilités de décès, d'où la nécessité d'être à la fois rigoureux et méticuleux quand ça concerne le choix des paramètres d'un modèle lié à la mortalité humaine.

Tous calculs faits, actualisation à la bonne date ; on craint qu'on soit face à un sous-provisionnement, le capital constitutif de la rente n'est pas suffisant pour couvrir les engagements futurs de l'assureur.

Cependant en modifiant quelques paramètres et en se rapprochant plus à la moyenne on voit que les écarts ont tendance à diminuer ou même à s'annuler.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Notre travail a porté sur l'étude de la garantie accident de travail et plus précisément la gestion spéciale des rentes pour un portefeuille de 107 contrats de la compagnie Axa Assurances Maroc.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude théorique de ladite garantie, ce qui nous a permis de mettre en évidence ses caractéristiques et ses particularités. D'où l'utilité d'application des méthodes actuarielles en assurance vie pour le traitement de cette dernière.

L'étude des modèles usuels d'actualisation en avenir aléatoire en assurance vie nous a permis de cerner les différents types de provisionnement, de voir dans quels cas chaque type est utilisé et de choisir un modèle adapté à notre étude.

La partie pratique de notre travail nous a permis d'appliquer ce que nous avons acquis comme connaissances en théorie et de les confronter à la réalité, d'apprendre à exploiter des données réelles afin de tirer des informations.

D'après ce travail on a conclu que considérant certaines hypothèses liées à la mortalité humaine la provision mathématique ou le capital constitutif de la rente n'est pas suffisant pour couvrir les engagements futurs, on est donc face à un sous-provisionnement, il serait avantageux d'alimenter cette réserve afin de surmonter toute fluctuation ou modification du risque couvert.

## BIBLIOGRAPHIE

## Quelques Sites consultés :

- <http://www.actuaris.com/>
- <http://www.ressources-actuarielles.net>
- <http://www.assurances.info>
- <http://www.baccouche.ensae.net/actuariat/French%20mortality%20tables.xls>  
(tables de mortalité utilisées)
- [www.axa-assurance.co.ma](http://www.axa-assurance.co.ma)
- <http://www.assuralia.be>

## Quelques Ouvrages consultés :

- The Geneva Papers on Risk and Insurance (Pierre DEVOLDER).
- Support du cours d'Assurance vie, Mr Abderrahim OULIDI.
- Les assurances sur la vie- 2003 de René Van Gompel, édité par le centre d'information de l'assurance.

# ANNEXE I : TABLE DE MORTALITÉ

TD 88-90						
Age	Lx	Proba dc	Dx	ax Victime	ax Conj	ax Orph
0	100 000	0	100000	26,9924	26,9924	14,8701
1	99 129	0,00871	96008,7	27,1146	27,1146	14,4883
2	99 057	0,00073	92919,1	27,0161	27,0161	13,9701
3	99 010	0,00047	89951,6	26,9074	26,9074	13,4309
4	98 977	0,00033	87091,2	26,7912	26,7912	12,8721
5	98 948	0,00029	84325,1	26,67	26,67	12,2943
6	98 921	0,00027	81648,5	26,5443	26,5443	11,6973

7	98 897	0,00024	79059,3	26,4136	26,4136	11,0804
8	98 876	0,00021	76554,4	26,2778	26,2778	10,443
9	98 855	0,00021	74129	26,1376	26,1376	9,78466
10	98 835	0,0002	71781,1	25,9926	25,9926	9,10471
11	98 814	0,00021	69506,9	25,843	25,843	8,40261
12	98 793	0,00021	67304,7	25,6886	25,6886	7,67754
13	98 771	0,00022	65171,6	25,5294	25,5294	6,92882
14	98 745	0,00026	63103,6	25,366	25,366	6,15589
15	98 712	0,00033	61096,9	25,1992	25,1992	5,35808
16	98 667	0,00046	59146,8	25,03	25,03	4,53474
17	98 606	0,00062	57249,6	24,8595	24,8595	3,68502
18	98 520	0,00087	55399,2	24,6898	24,6898	2,8081
19	98 406	0,00116	53593,3	24,5218	24,5218	1,90273
20	98 277	0,00131	51838,3	24,352	24,352	0,96714
21	98 137	0,00142	50135,1	24,1793	24,1793	1
22	97 987	0,00153	48482,7	24,0033	24,0033	0
23	97 830	0,0016	46881,4	23,8232	23,8232	0
24	97 677	0,00156	45334,7	23,636	23,636	0
25	97 524	0,00157	43838,9	23,4424	23,4424	0
26	97 373	0,00155	42393,3	23,2418	23,2418	0
27	97 222	0,00155	40995,2	23,0345	23,0345	0
28	97 070	0,00156	39642,7	22,8203	22,8203	0
29	96 916	0,00159	38334	22,5994	22,5994	0
30	96 759	0,00162	37067,2	22,3718	22,3718	0
31	96 597	0,00167	35840,3	22,1376	22,1376	0
32	96 429	0,00174	34651,8	21,8969	21,8969	0
33	96 255	0,0018	33500,5	21,6494	21,6494	0
34	96 071	0,00191	32384	21,3958	21,3958	0
35	95 878	0,00201	31301,6	21,1357	21,1357	0
36	95 676	0,00211	30252,5	20,8687	20,8687	0
37	95 463	0,00223	29235	20,595	20,595	0
38	95 237	0,00237	28247,7	20,3148	20,3148	0
39	94 997	0,00252	27289,6	20,028	20,028	0
40	94 746	0,00264	26360,8	19,7337	19,7337	0
41	94 476	0,00285	25458,3	19,4332	19,4332	0
42	94 182	0,00311	24580,2	19,1275	19,1275	0
43	93 868	0,00333	23727,1	18,8152	18,8152	0
44	93 515	0,00376	22893,8	18,5	18,5	0
45	93 133	0,00408	22082,6	18,1796	18,1796	0
46	92 727	0,00436	21294,3	17,8526	17,8526	0
47	92 295	0,00466	20527,9	17,5191	17,5191	0
48	91 833	0,00501	19782,3	17,1795	17,1795	0
49	91 332	0,00546	19055	16,8351	16,8351	0
50	90 778	0,00607	18343,3	16,4883	16,4883	0
51	90 171	0,00669	17647,1	16,1388	16,1388	0

52	89 511	0,00732	16966,5	15,7862	15,7862	0
53	88 791	0,00804	16300,3	15,4314	15,4314	0
54	88 011	0,00878	15648,5	15,0741	15,0741	0
55	87 165	0,00961	15010,3	14,7151	14,7151	0
56	86 241	0,0106	14383,7	14,3561	14,3561	0
57	85 256	0,01142	13771,8	13,9939	13,9939	0
58	84 211	0,01226	13174,8	13,628	13,628	0
59	83 083	0,01339	12589,2	13,262	13,262	0
60	81 884	0,01443	12017	12,8935	12,8935	0
61	80 602	0,01566	11456,5	12,5243	12,5243	0
62	79 243	0,01686	10908,8	12,1531	12,1531	0
63	77 807	0,01812	10374	11,7796	11,7796	0
64	76 295	0,01943	9852,18	11,4035	11,4035	0
65	74 720	0,02064	9345,08	11,0223	11,0223	0
66	73 075	0,02202	8851,66	10,6367	10,6367	0
67	71 366	0,02339	8372,54	10,2454	10,2454	0
68	69 559	0,02532	7903,68	9,85319	9,85319	0
69	67 655	0,02737	7445,36	9,45973	9,45973	0
70	65 649	0,02965	6997,19	9,06562	9,06562	0
71	63 543	0,03208	6559,54	8,67048	8,67048	0
72	61 285	0,03553	6127,31	8,28211	8,28211	0
73	58 911	0,03874	5704,56	7,89588	7,89588	0
74	56 416	0,04235	5291	7,51304	7,51304	0
75	53 818	0,04605	4888,47	7,13168	7,13168	0
76	51 086	0,05076	4494,25	6,75725	6,75725	0
77	48 251	0,05549	4111,23	6,38679	6,38679	0
78	45 284	0,06149	3736,97	6,02642	6,02642	0
79	42 203	0,06804	3373,09	5,67653	5,67653	0
80	39 041	0,07492	3022,15	5,33571	5,33571	0
81	35 824	0,0824	2685,83	5,00384	5,00384	0
82	32 518	0,09228	2361,23	4,69172	4,69172	0
83	29 220	0,10142	2054,97	4,39096	4,39096	0
84	25 962	0,1115	1768,37	4,1026	4,1026	0
85	22 780	0,12256	1502,79	3,82763	3,82763	0
86	19 725	0,13411	1260,29	3,56411	3,56411	0
87	16 843	0,14611	1042,28	3,30962	3,30962	0
88	14 133	0,1609	847,05	3,07243	3,07243	0
89	11 625	0,17746	674,804	2,85668	2,85668	0
90	9 389	0,19234	527,854	2,65195	2,65195	0
91	7 438	0,2078	405,005	2,45636	2,45636	0
92	5 763	0,22519	303,923	2,27333	2,27333	0
93	4 350	0,24518	222,184	2,10965	2,10965	0
94	3 211	0,26184	158,845	1,95086	1,95086	0
95	2 315	0,27904	110,916	1,79387	1,79387	0
96	1 635	0,29374	75,8703	1,62249	1,62249	0

97	1 115	0,31804	50,1117	1,45648	1,45648	0
98	740	0,33632	32,2111	1,26589	1,26589	0
99	453	0,38784	19,0978	1,13511	1,13511	0
100	263	0,41943	10,7387	1,01869	1,01869	0
101	145	0,44867	5,73419	0,90775	0,90775	0
102	76	0,47586	2,9109	0,78818	0,78818	0
103	37	0,51316	1,37254	0,67157	0,67157	0
104	17	0,54054	0,61078	0,50916	0,50916	0
105	7	0,58824	0,24358	0,27672	0,27672	0
106	2	0,71429	0,0674	0	0	0
107	0	1	0			

## ANNEXE II : BASE DE DONNÉE PORTEFEUILLE

Sinistre	Date de naissance	rente annuelle	âge	Parenté	FrancRente
194400070873	01/07/1932	34,4	81	0	5,6259772
194400070878	01/07/1921	10	92	0	2,59408035
194400071615	01/07/1921	19,6	92	0	2,59408035
194500072607	01/07/1928	59,76	85	1	4,35430275
194500073039	01/07/1930	12,6	83	0	4,96758481
194500336031	01/07/1930	26	83	0	4,96758481
194600525062	01/07/1909	19,2	104	0	0,86644496
194600525081	01/07/1919	11,04	94	0	2,20329521
194600525109	01/07/1913	44,48	100	0	1,30623685
194600525129	01/07/1930	37,8	83	0	4,96758481

194600525995	01/07/1932	18	81	0	5,6259772
194600526283	01/07/1920	40,16	93	0	2,39259777
194600526283	01/07/1934	43	79	0	6,32570346
194600526307	01/07/1922	12	91	0	2,8079197
194600526321	01/07/1925	20,28	88	0	3,5248163
194600526618	01/07/1922	21,6	91	0	2,8079197
194600526706	01/07/1921	44,56	92	0	2,59408035
194600526749	01/07/1920	19,2	93	0	2,39259777
194600529015	01/07/1922	39	91	0	2,8079197
194600529142	01/07/1926	60	87	1	3,78893762
194600912566	01/07/1912	17,16	101	0	1,19169977
194600926650	01/07/1924	169	89	1	3,27325155
194700010018	01/07/1925	16,24	88	0	3,5248163
194700337176	01/07/1920	10,2	93	0	2,39259777
194700525129	01/07/1920	31,76	93	0	2,39259777
194700525213	01/07/1916	28,72	97	0	1,70591746
194700525359	01/07/1927	24,52	86	0	4,0654922
194700526095	01/07/1923	147,36	90	1	3,03431004
194700526132	01/07/1912	57,72	101	0	1,19169977
194700526239	01/07/1918	44,12	95	2	2,02603504
194700526252	01/07/1927	50,56	86	0	4,0654922
194700526341	01/07/1913	51,88	100	0	1,30623685
194700526478	01/07/1924	47,48	89	0	3,27325155
194700526479	01/07/1916	66,84	97	0	1,70591746
194700526667	01/07/1924	44,16	89	0	3,27325155
194700527077	01/07/1900	13,88	113	0	0
194700529039	01/07/1912	100	101	1	1,19169977
194700529111	01/07/1934	15	79	0	6,32570346
194700529121	01/07/1925	32,84	88	0	3,5248163
194700529638	01/07/1911	16,12	102	0	1,08472812
194800150162	01/07/1918	105	95	0	2,02603504
194800525141	01/07/1922	58,32	91	0	2,8079197
194800525232	01/07/1920	96,6	93	0	2,39259777
194800525683	01/07/1913	291,68	100	1	1,30623685
194800525804	01/07/1914	16,64	99	0	1,4296295
194800526289	01/07/1931	52,5	82	0	5,29135318
194800526303	01/07/1914	37	99	0	1,4296295
194800526580	01/07/1923	33,84	90	0	3,03431004
194800526723	01/07/1916	41,52	97	0	1,70591746
194800526747	01/07/1914	76,08	99	0	1,4296295
194800526851	01/07/1914	445,08	99	1	1,4296295
194800526994	01/07/1926	70	87	0	3,78893762
194800527175	01/07/1929	20,32	84	0	4,65509865
194800529053	01/07/1918	33,48	95	0	2,02603504
194800529086	01/07/1929	24,52	84	0	4,65509865

194800529123	01/07/1938	105	75	0	7,82980503
194800902061	01/07/1923	35	90	0	3,03431004
194900100255	01/07/1923	143,32	90	0	3,03431004
194900150113	01/07/1922	187,64	91	0	2,8079197
194900150197	01/07/1919	27,2	94	0	2,20329521
194900150322	01/07/1926	28,08	87	0	3,78893762
194900150334	01/07/1914	50,68	99	0	1,4296295
194900525190	01/07/1927	227,52	86	0	4,0654922
194900525200	01/07/1920	46,6	93	0	2,39259777
194900525410	01/07/1922	60,76	91	0	2,8079197
194900525442	01/07/1909	112,52	104	0	0,86644496
194900525501	01/07/1915	32,76	98	0	1,56257669
194900525585	01/07/1921	128,4	92	0	2,59408035
194900525650	01/07/1910	160,52	103	0	0,97952083
194900525661	01/07/1922	82,96	91	0	2,8079197
194900525739	01/07/1922	503,08	91	0	2,8079197
194900525916	01/07/1920	454,68	93	1	2,39259777
194900525916	01/07/1930	454,68	83	1	4,96758481
194900525956	01/07/1920	25,12	93	0	2,39259777
194900525967	01/07/1911	38,52	102	0	1,08472812
194900526199	01/07/1912	35	101	0	1,19169977
194900526216	01/07/1920	217	93	0	2,39259777
194900526226	01/07/1919	140	94	0	2,20329521
194900526698	01/07/1925	134,16	88	0	3,5248163
194900526700	01/07/1924	30,6	89	0	3,27325155
194900526812	01/07/1922	69,64	91	0	2,8079197
194900526891	01/07/1920	415,2	93	1	2,39259777
196200500851	05/01/1962	557,44	33	4	0
196200501639	12/04/1962	1626,72	30	4	0
196200502514	18/06/1962	897,24	33	4	0
196200502515	16/06/1962	647,72	24	4	0
196200503137	01/01/1962	1140	24	4	0
196200503137	01/01/1962	1140	21	4	0
196200504289	27/10/1962	408	34	4	0
196200504408	20/11/1962	1588,72	35	4	0
196200504409	10/11/1962	1483,41	31	4	0
196270503849	09/10/1962	639,04	25	4	0
196270503849	09/10/1962	639,04	22	4	0
196300500808	12/01/1963	624,04	35	4	0
196300500811	10/01/1963	535,2	34	4	0
196300502043	12/03/1963	998,2	29	4	0
196300502104	20/03/1963	396	30	4	0
196300502104	20/03/1963	396	33	4	0
196300502105	01/01/1963	1248,75	14	4	6,3714132

196300502105	01/01/1963	786,25	26	4	0
196300502105	01/01/1963	1248,75	17	4	3,82873343
196300502105	01/01/1963	786,25	23	4	0
196300502105	01/01/1963	832,5	20	4	1,00784686
196300502394	25/03/1963	1010	33	4	0
196300502740	24/05/1963	1018,48	33	4	0
196300502765	15/07/1963	481,39	27	4	0
196300503069	11/04/1963	388,65	16	4	4,70567157

## Paramètres

LUI MEME	0
Conjoint	1
Père	2
Mère	3
Descendants	4
autre bénéficiaire	6