



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC  
\*.\*.\*.\*.\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*.\*.\*.\*.\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



**INSEA**

## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

**Quel provisionnement non vie sous SBR ?**

Préparé par : *M. Zakaria Rezqallah*

Sous la direction de : *M. Fouad Marri (INSEA)*  
*M. Thomas Mghinia (Wafa Assurance)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- *M. Fouad Marri (INSEA)*
- *M. Fouad El Abdi (INSEA)*
- *M. Thomas Mghinia (Wafa Assurance)*

**Juin 2018 / PFE N°18**





## Dédicace

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ma chère famille qui a toujours été présente à mes cotés tout au long de mon parcours scolaire et universitaire, qui m'a soutenu lors des moments difficiles et qui m'a accordé les bons conseils qui m'ont été d'une grande utilité dans ma vie.*

*A tous mes amis avec qui j'ai passé des moments de joie et de bonheur.*

*A mes oncles et tantes pour leur soutien et affection et également pour leurs prières qui m'ont été d'un grand secours dans ma vie.*

*Zakaria Rezqallah*

## Remerciements

*Je tiens à saisir cette occasion afin de présenter mes sincères remerciements à M. Thomas Mghinia, directeur Adjoint ALM au sein de Wafa Assurance qui m'a offert l'opportunité de passer mon stage de fin d'études au sein de sa direction, pour la confiance qu'il m'a accordé pour réaliser ce modeste travail , pour sa disponibilité et également d'avoir répondu présent a toutes mes questions.*

*Je témoigne également ma reconnaissance à M. Marri Fouad, d'avoir été un excellent professeur d'actuariat à l'INSEA et d'avoir accepté de m'encadrer lors de ce stage de fin d'études.*

*Et puis finalement, je témoigne ma gratitude aux personnels de Wafa Assurance pour leurs sympathies et soutiens qu'ils m'ont accordés.*

## Résumé

Le secteur des assurances connaît des mutations exceptionnelles ces derniers temps, ceci s'illustre par l'avènement de plusieurs projets de lois structurants. La circulaire de « la solvabilité basée sur les risques » va donc représenter le projet phare et le point d'inflexion des compagnies d'assurances. Elle vise un changement majeur qui touche principalement le calcul de la marge de solvabilité qui doit désormais tenir compte de tous les risques encourus par la compagnie.

Sur la lignée des changements, nous avons choisi d'étudier une autre mesure que va subir les compagnies au niveau de leur bilan qui doit être effectué en version économique et plus particulièrement les provisions devront être calculées en version Best Estimate. Cette étude sera menée sur quatre branches à savoir la RC Auto Corporel, la RC Auto Matériel, Auto AG et Incendie.

Ce rapport s'articulera donc autour de quatre parties :

- La première partie concerne la présentation de l'organisme d'accueil.
- La seconde partie donne un aperçu de la SBR.
- La troisième partie expose la partie théorique des méthodes utilisées.
- Et finalement, la quatrième partie présente les résultats retrouvés.

## Mots clés

*Solvabilité basée sur les risques, Best Estimate non vie, Chain Ladder, Chain London, DeVyllder, Bornhuetter Ferguson, Bootstrap, GLM.*

# Table des matières

<b>Dédicace</b> .....	<b>2</b>
<b>Remerciements</b> .....	<b>3</b>
<b>Résumé</b> .....	<b>4</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>7</b>
<b>I. Présentation de l'organisme d'accueil</b> .....	<b>8</b>
Chapitre 1: Wafa Assurance.....	10
1.1. Présentation de l'organisme .....	10
<b>II. La solvabilité basée sur les risques</b> .....	<b>12</b>
Chapitre 2: Aperçu sur la SBR.....	14
Chapitre 3: Cadre technique.....	16
3.1. Les provisions techniques prudentielles .....	16
3.2. Opérations d'assurance non vie hors rentes .....	16
<b>III. Méthodes de projection</b> .....	<b>18</b>
Chapitre 4: Méthodes déterministes.....	20
4.1. Notations .....	20
4.2. Méthode de référence : Chain Ladder .....	20
4.3. Méthode de London Chain .....	22
4.4. Méthode des facteurs de développement par année de survenance .....	23
4.5. Méthode de DeVyllder .....	24
4.6. Méthode de Bornhuetter-Ferguson .....	25
4.7. Choix de la méthode de projection .....	26
Chapitre 5: Méthodes stochastiques.....	27
5.1. Méthode Bootstrap .....	27
5.2. Méthodes GLM .....	29
Chapitre 6: Méthodes basées sur les triangles des charges et règlements.....	32
6.1. Chain Ladder sur triangle des charges et cadences de règlements .....	32
6.2. Utilisation des provisions constituées : La méthode Projected Case Estimate .....	33

Chapitre 7: Calcul du Best Estimate .....	36
7.1. Constitution du triangle des règlements décumulés futurs par année de survenance .....	36
7.2. Actualisation des flux de règlements futurs .....	36
<b>IV. Application et résultats.....</b>	<b>37</b>
Chapitre 8: Présentation des données.....	39
8.1. Comparaison des branches .....	39
Chapitre 9: Résultats des méthodes déterministes .....	42
Chapitre 10: Résultats des méthodes basées sur le triangle des charges et règlements .....	50
Chapitre 11: Résultats des méthodes stochastiques .....	53
<b>Tableaux récapitulatifs des résultats .....</b>	<b>57</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>59</b>
<b>Liste des abréviations.....</b>	<b>60</b>
<b>Table des figures.....</b>	<b>61</b>
<b>Liste des tableaux .....</b>	<b>62</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>63</b>
<b>Annexe 1 .....</b>	<b>64</b>
<b>Annexe 2 .....</b>	<b>66</b>
<b>Annexe 3 .....</b>	<b>67</b>
<b>Annexe 4.....</b>	<b>69</b>

## Introduction

Une compagnie d'assurance se distingue par le fait d'avoir un cycle de production inversé ; autrement dit elle encaisse les primes de ses assurés avant de leur fournir une prestation d'où l'importance primordiale qu'accorde un assureur vis-à-vis des engagements de ses assurés. Les primes collectées seront donc nécessaires afin de constituer des provisions pour les sinistres à venir, ces sinistres devront avoir le critère d'être réalisés d'une manière aléatoire. Cependant, l'enjeu crucial pour la compagnie et particulièrement l'actuaire est de constituer ces provisions afin de faire face à tous les règlements futurs relatifs aux sinistres survenus durant la période de couverture de la police d'assurance.

Dans le cadre de ce rapport, nous allons nous intéresser uniquement aux opérations d'assurance non vie. Ces opérations se distinguent en général par des règlements qui peuvent s'étaler sur plusieurs années de développement ce qui est le cas par exemple de la branche RC auto corporel, d'où un autre enjeu pour l'actuaire qui réside en la répartition de ces provisions sur toutes ces années de développement. Le cadre actuel prévoit un calcul de provisions règlementaires (Méthodes Dossier/Dossier, Cout moyen et cadences de règlements) en retenant la méthode la plus prudente par contre dans le cadre de la SBR, le bilan sera évalué en version économique et par conséquent un passif en version Best Estimate.

L'objectif de ce rapport serait alors de calculer ce Best Estimate en introduisant plusieurs méthodes, le critère de prudence n'est plus utilisé dans le cadre de la SBR et donc nous avons pensé à introduire une méthode de sélection de la méthode la plus adaptée aux données de chaque triangle de développement. Au fil de ce rapport, nous nous sommes référés principalement au livre de Denuit et Charpentier.

## Première partie

### Présentation de l'organisme d'accueil

*Cette partie concerne la présentation de l'organisme d'accueil « Wafa Assurance »*

## Chapitre 1: Wafa Assurance

### 1.1. Présentation de l'organisme :

Wafa Assurance est une compagnie d'assurance marocaine présente sur le marché depuis 1972. Elle est détenue principalement par la société Al Mada et 20% de son capital est coté en bourse.

Elle se positionne comme leader du marché assurantiel marocain depuis plus de 10 ans avec 20.7% de parts de marché ce qui la pousse à renforcer son réseau exclusif de distribution qui a atteint 336 points de vente ainsi qu'une collaboration avec 200 courtiers. Elle a pu également étoffer ses offres afin de les rendre le mieux adaptés que ça soit pour les particuliers ou les entreprises.

Et afin de tirer profit des évolutions technologiques, Wafa Assurance a pu développer une application de la réalité augmentée afin de sensibiliser les entreprises contre les risques qu'elles encourent.

#### 1.1.1. Wafa Assurance en chiffres :

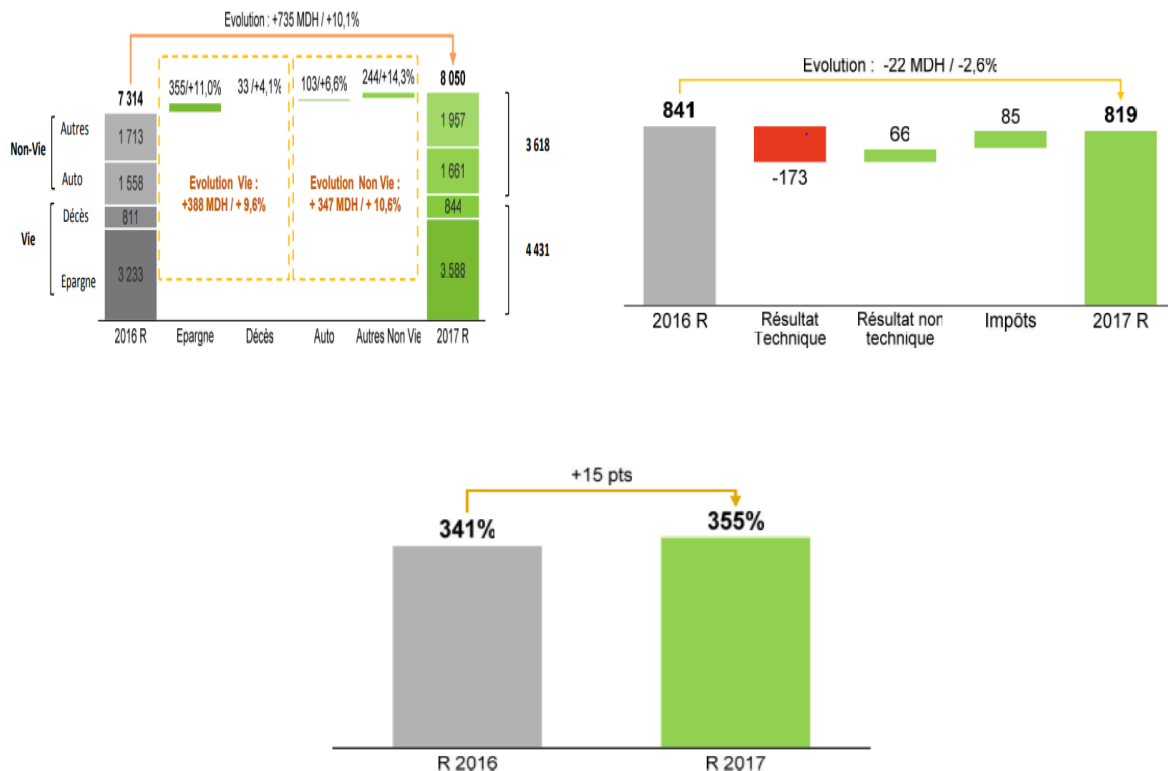


Figure 1: Chiffres Clés de Wafa Assurance

Le chiffre d'affaire globale de Wafa assurance ressort à 8.05 Milliards de DH à fin 2017 soit une évolution de 10.1% par rapport à 2016. Le chiffre d'affaire généré par les opérations non vie s'élèvent à 3.61 milliards de DH soit une progression de 10.6% et pour les opérations d'assurance vie (décès et épargne) leur chiffre d'affaire s'est établit à 4.43 Milliards de DH soit une hausse de 9.6% par rapport à 2016.

Concernant le résultat net, il a diminué de 2.6% par rapport à 2016 ce ci est dû principalement à la baisse du résultat technique de 173 Millions de DH.

Et puis comme indicateur de solvabilité, la marge de solvabilité s'est située autour de 366% soit une hausse de 15% par rapport à 2016.

### 1.1.2. Wafa Assurance en Afrique :

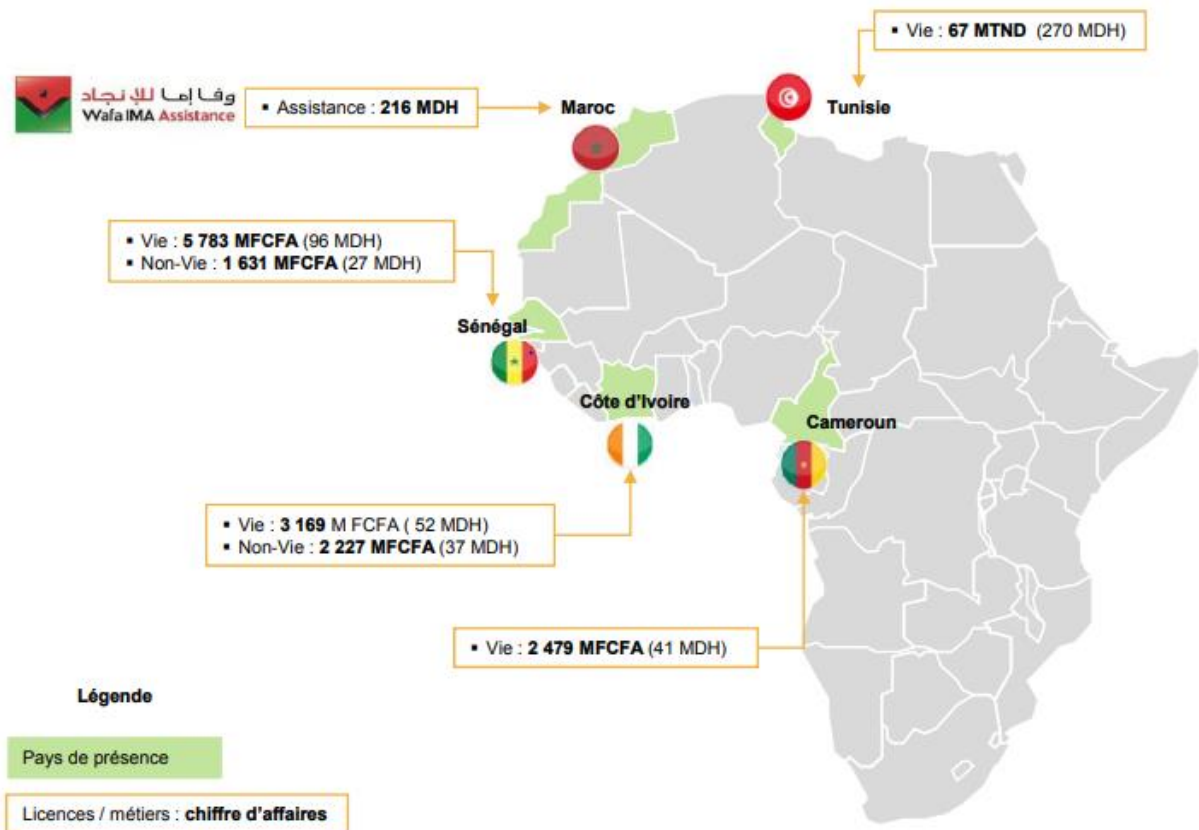


Figure 2: Filiales de Wafa Assurance

Le chiffre d'affaires globales des filiales de Wafa Assurance en Afrique s'est établit autour de 736 Millions de DH. A noter que la filiale d'assistance à elle seule a drainée 216 Millions de DH.

## Deuxième partie

### La solvabilité basée sur les risques

*L'objet de cette partie est d'introduire la nouvelle réglementation « Solvabilité basée sur les risques » en mettant l'accent essentiellement sur le cadre technique des opérations d'assurances non vie hors rente*

## Chapitre 2: Aperçu sur la SBR

Dans ce chapitre, nous allons donner un aperçu rapide sur la SBR, ensuite présenter ses trois piliers et finalement exposer la méthode de calcul du capital CSR.

« La Solvabilité basée sur les risques » représentera le nouveau cadre réglementaire de la solvabilité des compagnies d'assurance, il a été instauré afin de renforcer la solidité du secteur des assurances, d'intégrer la culture de la gestion des risques où seul le risque de souscription était pris en considération jusqu'à présent, ainsi que de renforcer le système de gouvernance en accordant une attention très particulière à certains métiers et puis finalement de pouvoir s'aligner aux normes internationales. En outre, cette réglementation sera organisée au niveau de trois textes qui sont, deux articles du code des assurances (article 239 et 239-2), la circulaire de la SBR qui est en phase de consultation et de discussion avec les acteurs concernés et puis toutes instructions ou décisions éventuelles.

D'une autre part, ce cadre réglementaire s'articulera autour de trois piliers à savoir le pilier quantitatif, qualitatif et le reporting :

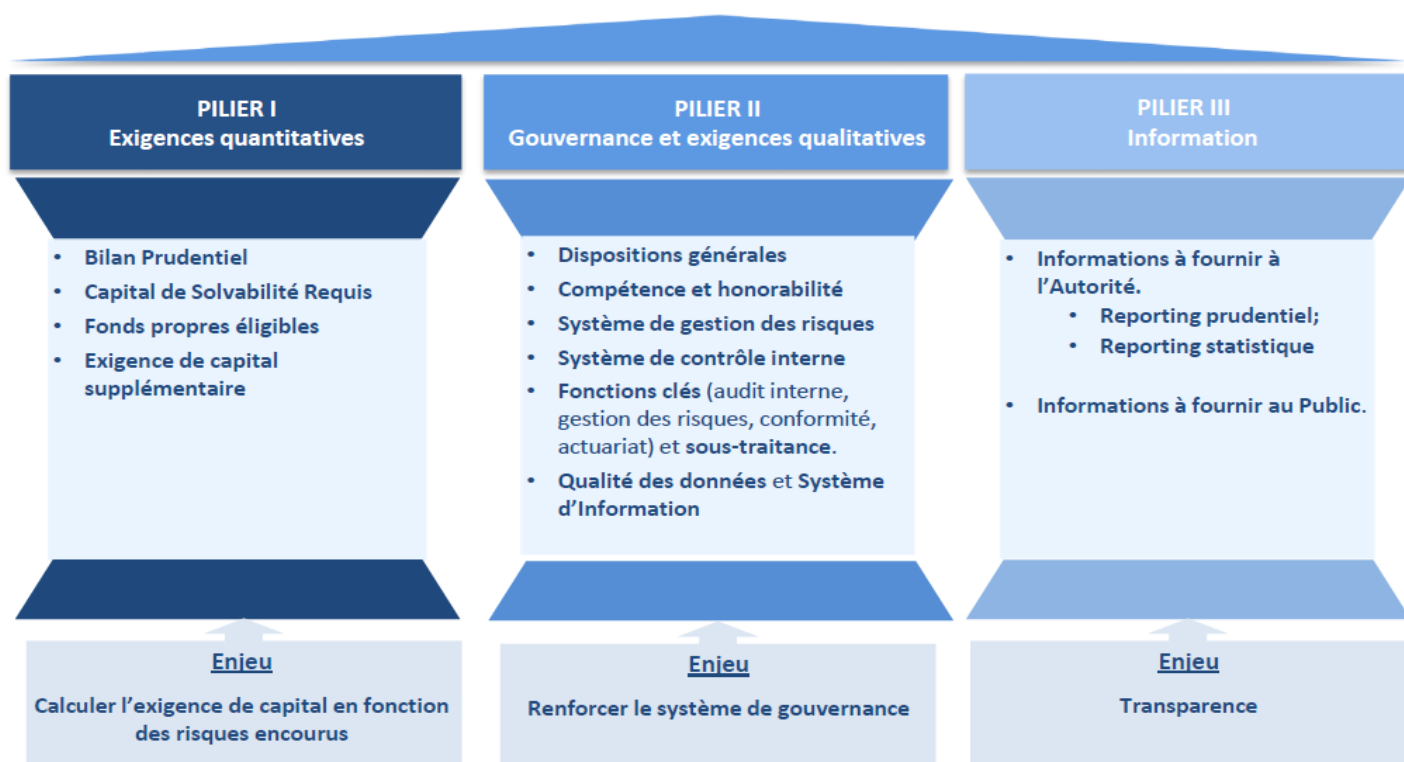
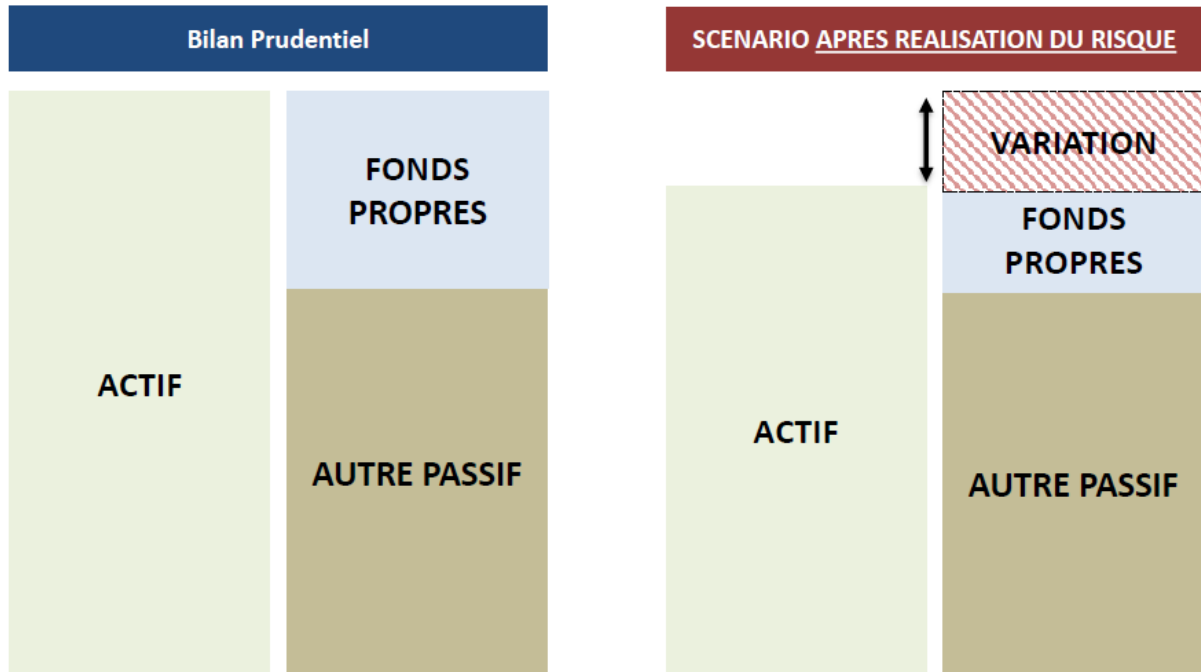


Figure 3: Les trois piliers de la SBR

Cependant, il existe quelques différences fondamentales avec le cadre actuel, cela concerne notamment le bilan qui devra être évalué en valeur économique (dont le passif est déterminé en vision Best Estimate) et la prise en compte de l'ensemble des risques qu'encourent une compagnie d'assurance (Cf. Annexe2).

Pour chacun des risques encourus, un capital de solvabilité requis (CSR) est calculé et est égal à la variation de fonds propres correspondant à la réalisation du choc défavorable :



*Nous allons exposer lors du chapitre suivant une part du cadre technique de la SBR qui sera l'objet de notre étude.*

## Chapitre 3: Cadre technique

*Dans ce chapitre, nous allons donner quelques définitions relatives aux cadres techniques de la SBR, puis mettre l'accent sur le cadre relatif aux opérations d'assurances non vie.*

### 3.1. Les provisions techniques prudentielles :

Sous ce nouveau cadre réglementaire, les provisions techniques seront dénommées provisions techniques prudentielles et correspondent à la somme d'un Best Estimate des engagements et d'un Best Estimate des frais de gestion en plus d'une marge pour risque :

Le Best Estimate des engagements est calculé en sommant les flux de trésorerie futurs actualisés pour l'ensemble des engagements de l'entreprise.

Le Best Estimate des frais de gestion est calculé en sommant la valeur actualisée du montant relatif à la gestion des contrats de la compagnie.

La marge pour risque correspond au coût d'immobilisation du capital, elle est calculée en appliquant un coefficient déterminé par l'ACAPS au Best Estimate des engagements selon la nature de l'opération d'assurance.

A noter que ce calcul relève principalement du champ d'application de la fonction actuarielle qui doit entre autres assurer la pertinence de ces calculs, ainsi que de vérifier les hypothèses utilisées lors des projections et qui doivent être en adéquation avec les recommandations de la SBR et en fin de compte, elle devra apprécier la suffisance de ces provisions techniques prudentielles face aux engagements de l'entreprise d'assurance.

### 3.2. Opérations d'assurance non vie hors rentes :

Pour les opérations d'assurance non vie hors rentes, le Best Estimate des engagements défini ci-dessus comprend un Best Estimate des engagements pour sinistres nets de recours, un Best Estimate des engagements pour primes et un autre pour les frais de gestion ;

Le Best Estimate des engagements pour sinistres nets de recours est déterminé en sommant flux de règlements futurs actualisés et nets de recours, ces flux peuvent être récupérés en sommant les diagonales futures des triangles de règlements nets de recours. Les engagements ciblés doivent être en cours à la date d'inventaire.

Le Best Estimate des engagements pour prime est calculé en multipliant un loss ratio combiné moyen par la provision pour primes non acquises. Ce ratio est obtenu en sommant le rapport des charges ultimes et des primes acquises des trois derniers exercices de survenance avec le rapport des frais de gestion et des primes émises des trois derniers exercices clos.

Le Best Estimate des frais de gestion est obtenu pour chaque année de projection en multipliant le Best Estimate des engagements pour sinistres nets de recours par le taux de frais de gestion moyen réévalué annuellement à un taux de 2%. Ce taux moyen est calculé comme moyenne des taux de frais de gestion des trois derniers exercices clos. A noter que ce dernier est défini comme le rapport des frais de gestion de l'exercice clos considéré et le Best Estimate des engagements pour sinistres de l'exercice précédent celui qui est clos.

Dans la suite de ce rapport nous allons se focaliser uniquement sur le calcul du Best Estimate pour sinistres dû aux restrictions liées à l'accès aux données de la compagnie, et généralement le Best Estimate pour sinistres représente la plus grande part dans les provisions techniques prudentielles.

*Afin d'appliquer ce cadre technique, nous allons exposer dans les chapitres suivant une panoplie de méthodes déterministes et stochastiques.*

# Troisième partie

## Méthodes de projection

*Dans cette partie, nous allons présenter l'ensemble des méthodes déterministes et stochastiques utilisées pour projeter les triangles de règlements/charges.*

## Chapitre 4: Méthodes déterministes

Ce chapitre expose le principe d'application de cinq méthodes déterministes classiques à savoir Chain Ladder, Chain London, Facteur de développement par année de survenance, DeVyllder et Bornhuetter Ferguson. Ensuite, la dernière partie de ce chapitre décrit une façon de choisir la méthode qui semble s'adapter aux données des triangles des règlements.

### 4.1. Notations :

Notons  $n + 1$  la taille du triangle de règlements cumulés où :

- $C_{i,j}$ : Les règlements cumulés pour la  $j^{\text{ème}}$  année de développement des sinistres survenus l'année  $i$ .
- $Y_{i,j}$ : Les règlements non cumulés ou incréments pour la  $j^{\text{ème}}$  année de développement des sinistres survenus l'année  $i$ .

On a donc :  $C_{i,j+1} = C_{i,j} + Y_{i,j+1} \quad \forall j \geq 0$  et  $C_{i,0} = Y_{i,0}$

$i/j$	0	1	....	n-1	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	...	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$				
...	...				
n-1	$C_{n-1,0}$				
n	$C_{n,0}$				

- Ce triangle de règlements ci haut représente donc un triangle de développement ; c'est un tableau à double entrée dont la seule partie supérieure gauche est connue et qui correspond à l'agrégation des coûts de l'ensemble des sinistres correspondant à chaque année de survenance et de développement (Valeur réellement observée). Et c'est sur la base de ce triangle que nous allons effectuer nos projections.

A noter que ces triangles peuvent se lire de trois manières différentes :

- Les lignes correspondent aux années de survenance  $i$  des sinistres.
- Les colonnes aux années de développement  $j$ .
- Les diagonales aux années calendaires  $i+j$ .

### 4.2. Méthode de référence : Chain Ladder :

Cette méthode compte parmi les plus populaires, car elle est facile à mettre en œuvre, et facile à comprendre. Elle s'applique aux montants cumulés  $C_{i,j}$  et suppose que la cadence des règlements dépend de l'année de développement des sinistres. Cela revient à écrire :

$$C_{i,j+1} = f_j * C_{i,j} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n - 1$$

Où  $f_j$  est le facteur de développement de l'année de développement  $j$  à  $j + 1$ .

#### 4.2.1. Hypothèses :

La méthode de Chain Ladder repose sur deux hypothèses à savoir :

- ✓ **(H1)** Les années de survenance sont indépendantes.
- ✓ **(H2)** Pour chaque année de développement  $j$ , le nuage de points représentant les règlements cumulés d'une année  $j + 1$  par rapport aux règlements cumulés de l'année  $j$  doit être approché significativement par une droite, ce qui revient à supposer la stabilité des facteurs de développement.

#### 4.2.2. Méthode :

Sous ces hypothèses, les facteurs de développement sont estimés par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n - 1$$

Ces facteurs de développement permettent de compléter le triangle inférieur : On estime alors :

$$\begin{aligned} \widehat{C_{i,j+1}} &= \hat{f}_j * \widehat{C_{i,j}} \text{ Pour } i + j > n \\ &= C_{i,n-1} * \prod_{k=n-i}^j \hat{f}_k \end{aligned}$$

#### 4.2.3. Critiques :

Le principal avantage de la méthode est sa simplicité de mise en œuvre .Mais les hypothèses sous jacentes ne sont pas toujours vérifiées en pratique :

- (H1) Il s'agit d'une hypothèse forte qui suppose en particulier une stabilité des années calendaires, c'est-à-dire pas de changement dans la législation, la gestion des sinistres etc... En effet ces phénomènes peuvent affecter plusieurs années de survenance et donc entraîner la non réalisation de l'hypothèse d'indépendance entre des années de survenance. De plus, les sinistres survenus au cours d'une année donnée sont censés n'avoir aucune influence sur les sinistres pouvant survenir les années suivantes.
- (H2) Cette hypothèse suppose que la seule explication de l'évolution du montant des sinistres au cours des années de développement est justement la durée de ce développement.

Une autre critique provient du dernier facteur de développement qui n'est estimé que sur une seule observation  $\widehat{f_{n-1}} = \frac{C_{0,n}}{C_{0,n-1}}$ . De plus ces dernières données sont très anciennes (n année avant l'année courante).

D'autre part, l'instabilité de la prévision du règlement final pour les années récentes est très importante. De fait, le règlement final correspondant à la dernière année de survenance du triangle est le résultat du produit de tous les facteurs de développement estimés par le règlement observé de la 1<sup>ère</sup> année de développement, ce qui induit une forte sensibilité de cette première valeur.

Un autre inconvénient de cette méthode est qu'elle ne fait aucune hypothèse sur la loi suivie par les couts et les fréquences des sinistres et donc, comme toutes les méthodes déterministes, elle ne permet pas d'évaluer la précision de l'estimation obtenue.

### 4.3. Méthode de London Chain :

Cette méthode a été introduite par Benjamin et Eagles afin de calculer des provisions aux Lloyd's. Elle est moins utilisée, mais permet d'étudier les résultats obtenus lorsqu'on ne se contraint plus à avoir une relation linéaire entre  $C_{i,j}$  et  $C_{i,j+1}$  comme la méthode de Chain Ladder.

#### 4.3.1. Hypothèses :

Ce modèle reprend les hypothèses précédentes, mais repose sur une relation moins contraignante entre les états  $C_{i,j}$  et  $C_{i,j+1}$  selon laquelle l'un est fonction affine de l'autre :

$$\forall j \in \{0, \dots, n-1\} \exists f_j \text{ et } \alpha_j \text{ tels que:}$$

$$\forall i \in \{0, \dots, n-j-1\} C_{i,j+1} = f_j C_{i,j} + \alpha_j$$

$$C_{i,n} = f_{n-1} * C_{i,n-1} \text{ et } \alpha_{n-1} = 0$$

#### 4.3.2. Méthode :

On a dans ce modèle deux fois plus de paramètres à estimer que dans la méthode de Chain Ladder : les  $f_j$  et les  $\alpha_j$  pour  $j = 0, \dots, n$ . Ce modèle se présente sous la forme de régressions linéaires et ainsi, la manière qui semble la plus naturelle pour estimer ces paramètres consiste en la méthode des moindres carrés. Les estimateurs vérifient donc, pour tout  $j = 0 \dots n$  :

$$(\hat{f}_j, \hat{\alpha}_j) = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - \alpha_j - f_j C_{i,j})^2 \right\} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n-1$$

Ainsi on obtient :

$$\hat{f}_j = \frac{\frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} C_{i,j+1} - \bar{C}_j \bar{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - (\bar{C}_j)^2} \text{ Et } \hat{\alpha}_j = \bar{C}_{j+1} - \hat{f}_j \bar{C}_j$$

Avec :

$$\bar{C}_j = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \quad \bar{C}_{j+1} = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}$$

#### 4.3.3. Apports de cette méthode :

La méthode de London Chain est plus élaborée et souple que la méthode de Chain Ladder dans la mesure où elle tient compte d'une tendance multiplicative, mais aussi d'une tendance additive (ou incrémentale). En posant cette dernière à zéro, on retrouve le modèle de Chain Ladder.

Ainsi contrairement à la méthode de Chain Ladder qui ne pouvait être appliquée que lorsque les points  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  étaient sensiblement alignés sur une droite passant par l'origine, la méthode de London Chain suppose elle aussi un alignement des points sur une même droite, mais relâche l'hypothèse d'alignement avec l'origine.

#### 4.4. Méthode des facteurs de développement par année de survenance :

Cette méthode calcule un facteur de développement pour chaque année de développement et pour chaque année de survenance :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \text{ pour } 0 \leq i, j \leq n-1$$

Ainsi on peut calculer un facteur moyen par année de développement :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} f_{i,j}}{n-j} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n-1$$

En notant les facteurs de développement de Chain Ladder sous la forme :

$$f_j^{CL} = \sum_{i=0}^{n-j-1} \frac{C_{i,j}}{\sum_{k=0}^{n-j-1} C_{k,j}} f_{i,j}$$

On voit apparaître une moyenne pondérée dont les poids sont  $\frac{C_{i,j}}{\sum_{k=0}^{n-j-1} C_{k,j}}$  (idem une moyenne pondérée par les règlements cumulés) tandis que la méthode des facteurs de développement par année de survenance est une moyenne non pondérée.

Cette méthode donne des résultats moins stables que la méthode Chain Ladder, mais permet d'étudier la dispersion des facteurs de développement entre les années de survenance.

Le Coefficient de variation (CV) permet de quantifier la dispersion des facteurs de développement individuels.

$$CV_j = \frac{\sigma(f_{i,j})}{\bar{f}_{i,j}} \text{ où } \bar{f}_{i,j} : \text{moyenne des } f_{i,j} \text{ et } \sigma(f_{i,j}) : \text{écart type des } f_{i,j}$$

Un coefficient de variation nul correspond à une série de valeurs identiques (pas de variation), et à l'inverse un coefficient élevé correspond à une dispersion importante. Enfin, notons que le coefficient de variation permet la comparaison entre des séries de tailles variées.

#### 4.5. Méthode de DeVyllder :

Cette méthodologie repose sur une modélisation des incréments (et non plus sur des règlements cumulés comme jusqu'à présent) de la forme :

$$Y_{i,j} = r_j * p_i$$

où  $p_i$  correspond à la charge ultime des sinistres survenus au cours de l'année de survenance  $i$ , et  $r_j$  la proportion du montant  $p_i$  payé l'année de développement  $j$ . Le triangle des règlements s'écrit alors :

$r_1 \cdot p_1$	$r_2 \cdot p_1$	.....	$r_{n-1} \cdot p_1$	$r_n \cdot p_1$
$r_1 \cdot p_{12}$	$r_2 \cdot p_2$	.....	$r_{n-1} \cdot p_2$	
.....	.....			
$r_1 \cdot p_{n-1}$	$r_2 \cdot p_{n-1}$			
$r_1 \cdot p_n$				

Les coefficients  $r_j$  et  $p_i$  sont obtenus en minimisant la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées  $Y_{i,j}$  et leur forme théorique  $r_j \cdot p_i$ , soit :

$$\operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} (Y_{i,j} - r_j \cdot p_i)^2 \right\}$$

avec pour contrainte d'identifiabilité  $r_1 + \dots + r_n = 1$

Ceci donne que :

$$\hat{p}_i = \frac{\sum_{j=0}^{n-i} \hat{r}_j Y_{i,j}}{\sum_{j=0}^{n-i} \hat{r}_j^2} \quad \text{et} \quad \hat{r}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} \hat{p}_i Y_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-j} \hat{p}_i^2}$$

Les équations  $\hat{p}_i$  et  $\hat{r}_j$  dépendent l'une de l'autre, une solution est alors obtenue par itération.

On pose :

$$\hat{r}_j^{(0)} = \frac{1}{n} \quad \hat{p}_i^{(N+1)} = \frac{\sum_{j=0}^{n-i} \hat{r}_j^{(N)} Y_{i,j}}{\sum_{j=0}^{n-i} \hat{r}_j^{(N)2}} \quad \hat{r}_j^{(N+1)} = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} \hat{p}_i^{(N)} Y_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-j} \hat{p}_i^{(N)2}}$$

où N représente le numéro de l'itération.

En général une dizaine d'itérations suffisent à obtenir un écart très faible entre deux itérations successives. L'avantage de cette méthode est qu'elle n'est pas contrainte par des hypothèses comme celle de Chain Ladder.

#### 4.6. Méthode de Bornhuetter-Ferguson :

Cette méthode (notée BF) a été développée en 1972 par Bornhuetter et Ferguson et publiée dans *The Actuary and IBNR*. Là où pour Chain Ladder le montant de la charge ultime dépend de la dernière position connue (si elle est nulle, la charge ultime est nulle), la méthode de BF introduit une donnée exogène pour palier à ce problème. Le modèle de BF est une alternative très répandue du modèle de Chain Ladder et est souvent utilisé pour les triangles dits «instables».

##### 4.6.1. Hypothèses :

- (H1) Les sinistres cumulés  $C_{i,j}$  sont indépendants suivant l'année de survenance  $i$ .
- (H2) Il existe des paramètres  $\mu_1, \dots, \mu_n$  et des cadences  $\beta_1, \dots, \beta_n > 0$  avec  $\beta_n = 1$  tels que :

$\forall 0 \leq i \leq n$  et  $0 \leq j \leq n-1$  et  $0 \leq k \leq n-j$  Nous avons :

$$E(C_{i,0}) = \beta_0 \mu_i$$

$$E(C_{i,j+k} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j}) = C_{i,j} + (\beta_{j+k} - \beta_j) \mu_i$$

La suite  $(\beta_j)_{j=0 \dots n}$  représente les cadences de développement. Si  $C_{i,j}$  sont les règlements cumulés, alors  $(\beta_j)_j$  sont les cadences de règlements cumulés.

##### 4.6.2. Méthodes :

###### 4.6.2.1. Estimation des paramètres :

- ✓ Le paramètre  $\mu_i$  nécessite un estimateur *a priori*  $\hat{\mu}_i$ . C'est une donnée exogène qui doit être estimée *a priori* sur avis d'expert.
- ✓ Pour le paramètre  $(\beta_j)_j$ , il convient d'utiliser un estimateur *a priori* si nous voulons appliquer la méthode BF au sens strict. L'estimation doit être indépendante des observations. Cependant, dans la plupart des applications pratiques, l'estimation du facteur ci-dessous s'éloigne de l'approche BF et utilise les facteurs de développement de CL. Si  $\hat{f}_j$  représente les estimateurs de CL pour  $f_j$ , on pose alors :

$$\hat{\beta}_j^{CL} = \hat{\beta}_j = \frac{1}{\prod_{k=j}^{n-1} f_k} = \prod_{k=j}^{n-1} \frac{1}{\hat{f}_k}$$

###### 4.6.2.2. Projection des flux :

Le paramètre  $\mu_i$  représente une charge ultime *a priori*, elle est déterminée par le produit des primes acquises par année survenance et un *loss ratio* déterminé par l'avis de l'expert.

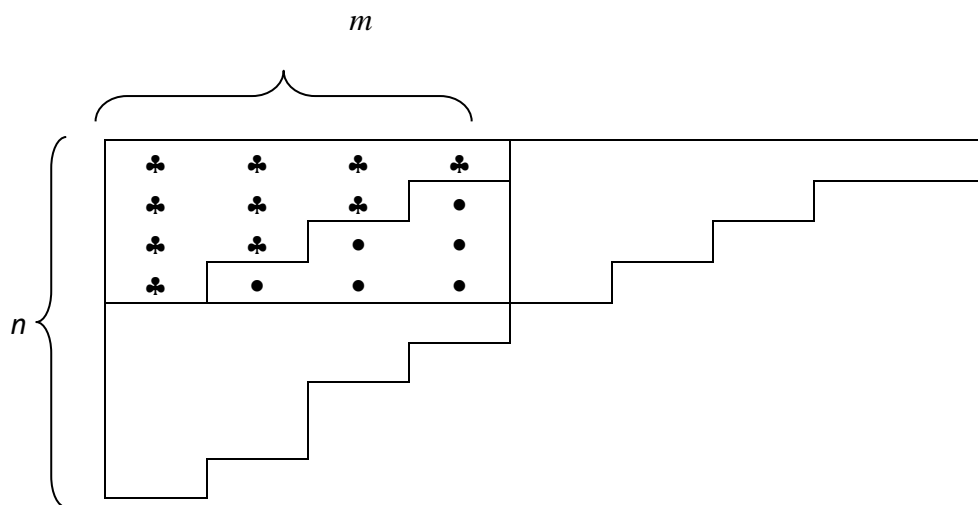
Et sur la base de ces paramètres, les règlements cumulés futurs sont estimés :

$$\hat{C}_{i,k} = C_{i,n-i} + (\hat{\beta}_k - \hat{\beta}_{n-i}) * \hat{\mu}_i$$

#### 4.7. Choix de la méthode de projection :

Dans ce panorama des méthodes de projection décrites auparavant, nous avons constaté qu'un très grand nombre de modélisations pouvaient être proposées. Et comme il n'existe pas à priori de méthode universelle qui puisse s'appliquer à toutes les compagnies, tous les types de gestion de sinistres, tous les types de risques et toutes les branches .... Le choix de l'actuaire s'avère délicat. Le problème se pose d'autant plus que le déroulement est lent (RC,...).

En pratique, face à l'ensemble des estimations possibles, il peut s'avérer difficile de trouver le niveau du Best Estimate le plus adéquat. Quelques idées peuvent néanmoins être utilisées pour choisir entre les différentes méthodes. On peut ainsi par exemple étudier la façon dont le triangle a grossi par le passé, et voir quelle méthode a proposé les meilleures estimations. On dispose d'un triangle comprenant  $n$  exercices, et on s'intéresse au premier sous triangle de  $m$  années :



Trois ensembles sont alors à distinguer dans le triangle :

- ✓ Le triangle supérieur (♣), correspondant au triangle observé de taille  $m$ .
- ✓ Le complément du triangle supérieur (•), correspondant à ce qui a été prédit à l'aide du triangle supérieur.
- ✓ Le complément (en blanc dans le triangle), comprenant les années de survenance récente (les  $m-n$  années) et qui ne seront pas prises en compte lors de la constitution du triangle supérieure.

Une idée naturelle peut être d'utiliser le modèle proposé sur le triangle supérieur et de lui appliquer les méthodes décrites auparavant afin de prédire sa partie inférieure, puis de vérifier ces valeurs prédites avec les vraies valeurs. La meilleure méthode sera celle qui minimise la somme des carrés des erreurs.

A noter que dans le cas notre étude nous allons étendre ce procédé de sorte à tenir compte d'une plus large quantité de données du triangle, en allant jusqu'à la dernière diagonale sans arrêter au plus grand sous triangle intérieur. Ceci nous conduit à définir l'erreur globale comme étant la combinaison de la somme des carrés des erreurs sur les sous triangles et sur les diagonales.

*Afin d'avoir une panoplie plus larges de méthodes à utiliser, nous allons exposer dans le chapitre suivant quelques méthodes stochastiques.*

## Chapitre 5: Méthodes stochastiques

Dans ce chapitre, nous allons présenter deux méthodes stochastiques de projection des triangles de règlements à savoir la méthode de Bootstrap et les méthodes GLM où nous allons utiliser la distribution Log normale et Gamma.

### 5.1. Méthode Bootstrap :

#### 5.1.1. Principe générale :

Le Bootstrap est une théorie assez récente. La méthode consiste à fabriquer de l'information à partir de rien. Elle permet de fournir des réponses là où d'autres méthodes ne sont pas applicables (manque d'informations, calculs impossibles...). Elle se base sur le principe de ré-échantillonnage.

Soit  $X=(X_1, \dots, X_n)$  un échantillon initial de variables aléatoires réelles indépendantes et identiquement distribuées. On note  $\theta$  la variable aléatoire dont on veut déterminer un intervalle de confiance, et  $\hat{\theta} = f(X_1, \dots, X_n)$  l'estimation de  $\theta$  à partir de l'échantillon initial.

À partir de cet échantillon initial, on construit un échantillon bootstrap. On effectue un tirage avec remise de  $n$  éléments parmi les  $n$  variables de l'échantillon initial, où chaque réalisation a la même probabilité de tirage, qui est donc  $1/n$ . Cet échantillon bootstrap généré est noté  $X^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)$ . On peut alors estimer une nouvelle fois  $\theta$ , mais cette fois à partir de l'échantillon bootstrap :  $\theta^* = (\theta_1^*, \dots, \theta_n^*)$ .

On renouvelle cette procédure  $B$  fois afin d'obtenir  $B$  échantillons bootstrap,  $X^{*(k)} = (X_1^{*(k)}, \dots, X_n^{*(k)})$  pour  $k \in \{1, \dots, B\}$ , à partir desquels on estime  $B$  fois la variable  $\theta$  :  $\theta^{*(k)} = f(X_1^{*(k)}, \dots, X_n^{*(k)})$  pour  $k \in \{1, \dots, B\}$ .

À partir de ces  $B$  observations, pour  $B$  suffisamment grand, on est en mesure d'estimer la distribution empirique suivie par la variable aléatoire  $\theta$ , ainsi que sa moyenne empirique et son écart type empirique :

$$\text{Moyenne empirique : } \bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{k=1}^B \widehat{\theta}^{*(k)}$$

$$\text{Ecart type empirique : } \widehat{\sigma}^* = \sqrt{\frac{1}{B-1} * \sum_{k=1}^B (\widehat{\theta}^{*(k)} - \bar{\theta}^*)^2}$$

Si la distribution empirique peut être approximée grâce à une loi connue, on peut fournir un intervalle de confiance pour la variable  $\theta$  à un certain niveau de confiance  $1 - \alpha$ .

#### 5.1.2. Méthode :

On souhaite obtenir un intervalle de confiance pour la variable *Best Estimate* qui modélise la valeur du Best Estimate. Pour cela, on se base sur les règlements des années précédentes. Cependant on ne peut pas utiliser directement le triangle des règlements cumulés car ces variables ne sont pas indépendantes. En effet, excepté ceux de la première colonne, les montants cumulés dépendent des observations précédentes. Afin de contourner ce problème

de la non indépendance, le ré-échantillonnage ne s'effectue pas sur ces règlements cumulés mais sur des résidus, qui seront définis plus tard, calculés à partir de ces observations.

Les étapes de réalisation de cette procédure sont les suivantes :

- A partir du triangle des règlements cumulés, on calcule les coefficients de développement de la même manière que dans la méthode de Chain Ladder :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n - 1$$

- Grâce à ces coefficients et à la diagonale du triangle des règlements cumulés, c'est à dire les dernières valeurs observées, on calcule un nouveau triangle, que l'on appelle triangle prédit des règlements cumulés que l'on note  $(D_{i,j})$ , en procédant par récursion arrière :

$$D_{i,n-i+1} = C_{i,n-i+1} \text{ pour } i \in \{1, \dots, n\}$$

$$D_{i,j} = \frac{1}{\hat{f}_j} * D_{i,j+1} = \frac{1}{\prod_{k=j}^{n-i} \hat{f}_k} * C_{i,n-i+1} \text{ pour } i \in \{1, \dots, n-1\}, j \in \{1, \dots, n-i\}$$

- On décumule le triangle des règlements cumulés  $(C_{i,j})$ , et le triangle prédit des règlements cumulés  $(D_{i,j})$ , afin d'obtenir le triangle des règlements non cumulés  $(Y_{i,j})$ , et le triangle prédit des règlements non cumulés  $(Z_{i,j})$ :

$$Y_{i,1} = C_{i,1} \text{ et } Z_{i,1} = D_{i,1} \text{ pour } i \in \{1, \dots, n\}$$

$$Y_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1} \text{ et } Z_{i,j} = D_{i,j} - D_{i,j-1} \text{ pour } i \in \{1, \dots, n-1\}, j \in \{2, \dots, n-i+1\}$$

- A l'aide de ces deux nouveaux triangles, on calcule le triangle des résidus de Pearson, noté  $(r_{i,j})$ :

$$r_{i,j} = \frac{Y_{i,j} - Z_{i,j}}{\sqrt{Z_{i,j}}} \text{ pour } i \in \{1, \dots, n-1\}, j \in \{2, \dots, n-i+1\}$$

Ces résidus sont indépendants et identiquement distribués, excepté les deux situés aux extrémités de la diagonale qui sont nuls par construction, et devront donc être exclus du ré-échantillonnage.

- Ces résidus sont ensuite ré-échantillonnés aléatoirement avec remise pour former un triangle de résidus « Bootstrap » que l'on note  $(r_{i,j}^*)$ . On effectue ensuite le chemin inverse : on calcule le triangle des règlements non cumulés « Bootstrap »  $(Y_{i,j}^*)$  :

$$Y_{i,j}^* = Y_{i,j} + r_{i,j}^* * \sqrt{Z_{i,j}} \text{ pour } i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{1, \dots, n-i+1\}$$

grâce auquel on détermine le triangle des règlements cumulés « Bootstrap »  $(C_{i,j}^*)$ :

$$C_{i,j}^* = \sum_{k=1}^j Y_{i,k}^* \text{ pour } i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{1, \dots, n - i + 1\}$$

Ce triangle nous permet alors de calculer un BestEstimate « Bootstrap » à l'aide de la méthode Chain Ladder.

On réitère B fois cette dernière étape, afin d'obtenir un échantillon de B observations du Best Estimate  $BE$ . On peut alors calculer sa moyenne et son écart type.

$$\text{Moyenne empirique : } \overline{BE} = \frac{1}{B} \sum_{k=1}^B \widehat{BE}^{*(k)}$$

$$\text{Ecart type empirique : } \widehat{\sigma}^* = \sqrt{\frac{1}{B-1} * \sum_{k=1}^B (\widehat{BE}^{*(k)} - \overline{BE})^2}$$

Pour un nombre d'itérations suffisamment grand (1000, 10000,...) l'échantillon suit une loi normale. On peut ainsi déterminer une Value At Risk, ainsi qu'un intervalle de confiance de niveau  $1 - \alpha$  pour le  $BE$  :

$$\left[ \overline{BE} - q_{1-\frac{\alpha}{2}} * \widehat{\sigma}^*, \overline{BE} + q_{1-\frac{\alpha}{2}} * \widehat{\sigma}^* \right]$$

Où  $q_{1-\frac{\alpha}{2}}$  est le quantile d'ordre  $1 - \frac{\alpha}{2}$  d'une loi normale standard centrée réduite.

## 5.2. Méthodes GLM :

### 5.2.1. Principe :

Les GLM supposent les incréments  $Y_{i,j}$  distribués selon une loi appartenant à la famille exponentielle linéaire.

La modélisation stochastique GLM part de la supposition que les incréments de paiement du triangle de liquidation sont des variables aléatoires.

Les éléments supérieurs du triangle ont été en effet observés. Il s'agit donc de réalisation bien connue.

On suppose par la suite que les  $Y_{i,j}$  pour  $i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$  sont des variables aléatoires identiquement distribuées. On y rajoute l'hypothèse d'indépendance pour pouvoir utiliser l'approche GLM.

Les variables choisies pour leur influence explicite sur la variable dépendance  $Y_{i,j}$  sont :

- L'année de survenance  $i$  qui sera paramétrée par un coefficient  $\alpha_i$ .
- L'année de développement  $j$  qui sera paramétrée par un coefficient  $\beta_j$ .

### 5.2.2. Les modèles GLM :

Ces modèles sont formés de trois composantes : la composante aléatoire, la composante systématique et la fonction de lien.

- **La composante aléatoire :**

On cherche à expliquer les variables aléatoires réelles  $(Y_{i,j})_{i,j}$  indépendantes et dont la loi de probabilité est de type exponentiel. On se situe donc dans le cadre suivant :

**(H1)** Les incréments  $(Y_{i,j})$  sont indépendants.

**(H2)** Les incréments  $(Y_{i,j})$  appartiennent à la famille exponentielle, de densité :

$$f(Y_{i,j}; \theta_{i,j}; \varphi) = \exp\left(\frac{Y_{i,j}\theta_{i,j} - b(\theta_{i,j})}{\varphi} + c(Y_{i,j}; \varphi)\right)$$

Où :  $\theta_{i,j}$  est un paramètre réel, appelé paramètre naturel,

$\varphi$  est un paramètre de dispersion strictement positif,

$w_{i,j}$  est une pondération (=1 par la suite),

$b$  et  $c$  sont deux fonctions spécifiques de la distribution,

$b$  étant deux fois dérivable à valeurs dans  $\mathbb{R}$  et  $c$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^2$ .

On peut alors montrer que :

$$\begin{cases} \mu_{i,j} = \mathbb{E}(Y_{i,j}) = b'(\theta_{i,j}) \text{ soit } \theta_{i,j} = b'^{-1}(\mu_{i,j}), \text{ si } b' \text{ est inversible} \\ \text{Var}(Y_{i,j}) = b''(\theta_{i,j})\varphi = b''(b'^{-1}(\mu_{i,j}))\varphi = V(\mu_{i,j})\varphi \end{cases}$$

La fonction  $V(.) = b''(b'^{-1}(.))$  est appelée fonction variance de la distribution et joue un rôle essentiel dans la modélisation GLM.

- **La composante systématique :**

Soit  $M$  la matrice de régression et  $\vartheta$  le vecteur des paramètres. La composante systématique est notée  $\omega$  et est définie par  $\omega = M \vartheta$ .

Dans le cas du calcul du BestEstimate à deux variables exogènes comme décrit précédemment, la composante systématique s'écrit alors :

$$\omega_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j \text{ pour } 0 \leq i \leq n; 0 \leq j \leq n$$

- **La fonction lien :**

C'est la fonction qui fait le lien entre la composante aléatoire et la composante systématique. Il s'agit d'une fonction réelle  $g$ , strictement monotone et dérivable telle que :

$$\omega_{i,j} = g(\mu_{i,j}) \text{ ou } \mu_{i,j} = g^{-1}(\omega_{i,j})$$

➤ Pour le modèle log-Normale :

On considère que les  $Y_{i,j} \sim \mathcal{N}(\alpha_i + \beta_j; \sigma^2)$  pour  $0 \leq i \leq n; 0 \leq j \leq n$

On peut donc projeter le triangle des règlements à l'aide des estimateurs  $\widehat{\alpha}_i$  et  $\widehat{\beta}_j$ , à noter qu'on ne peut pas utiliser ;  $\widehat{Y}_{i,j} = \exp(\widehat{\alpha}_i + \widehat{\beta}_j)$  car cette estimateur est toutefois biaisé (car  $\exp(\mathbb{E}(\log(Y))) \neq \mathbb{E}(Y)$ ). Si l'on souhaite corriger le biais on utilisera  $\widehat{Y}_{i,j} = \exp(\widehat{\alpha}_i + \widehat{\beta}_j + \widehat{\sigma}^2/2)$ .

➤ Pour la loi Gamma :

La loi Gamma est caractérisée par la densité suivante :

$$f(y|\mu, \vartheta) = \frac{1}{\Gamma(\vartheta)} \left(\frac{\vartheta}{\mu}\right)^{\vartheta} y^{\vartheta-1} \exp\left(-\frac{\vartheta}{\mu}y\right), y \in \mathbb{R}^+,$$

Et qui appartient à la famille exponentielle.

On a donc :

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{-1}{\mu}, b(\theta) = -\log(-\theta), c(y, \varphi) \\ &= \left(\frac{1}{\varphi} - 1\right) \log(y) - \log\left(\Gamma\left(\frac{1}{\varphi}\right)\right) \text{ et } \varphi = \vartheta^{-1} \end{aligned}$$

A noter que ces méthodes GLM citées ci haut ne sont pas applicables dans le cas où nous aurons des triangles disposant d'incrément de valeurs négatives ou nulles. Elles présentent également l'inconvénient d'avoir une estimation de paramètres très lourde (beaucoup de paramètres à estimer) et sans oublier qu'elles offrent l'avantage de choisir la distribution des incréments.

*Et afin de prendre en compte plus d'informations pour réaliser les projections, nous allons donc présenter lors du chapitre suivant deux méthodes faisant intervenir à la fois un triangle de règlements et de charges.*

## Chapitre 6: Méthodes basées sur les triangles des charges et règlements

*Dans ce chapitre, nous allons exposer deux méthodes de projection combinant à la fois deux triangles et qui sont la méthode de Chain Ladder sur triangle des charges et cadences de règlements puis la méthode Projected Case Estimate.*

### 6.1. Chain Ladder sur triangle des charges et cadences de règlements :

Toutes les techniques citées précédemment nous permettent d'estimer la partie inférieure du triangle des règlements, néanmoins ces estimations peuvent être plus ou moins précises selon la nature et la qualité de l'information disponible ainsi que la robustesse des évolutions dans le temps.

Et comme nous le verrons dans la partie application, certains triangles de règlements manquent de profondeur ce qui empêche d'atteindre réellement une charge ultime à la dernière année de développement. Pour mettre en évidence ce phénomène nous allons utiliser Chain Ladder pour projeter le triangle des règlements cumulés d'une part et le triangle des charges cumulées d'autre part

Si nous voulons retenir comme valeurs définitives celles obtenues sur la base du triangle des charges cumulées, il faudrait alors transformer les flux intermédiaires du triangle des règlements afin de garder la même liquidation. Quelques contraintes sont imposables à savoir :

- ♣ La partie supérieure du triangle (celle observée) ne doit pas être modifiée.
- ♣ Atteindre en dernière année un règlement cumulé égale à la charge ultime obtenue par la projection du triangle des charges.
- ♣ Conserver la loi générale de liquidation des règlements.

Une solution pour respecter ces contraintes, est d'utiliser la formule suivante (on reproduit la cadence de règlements de Chain Ladder correspondante à chaque année de survenance et de développement) :

$$\hat{S}_{i,j} = C_{i,n-i} + (\hat{F}_{i,n} - C_{i,n-i}) * \frac{(\hat{C}_{i,j} - C_{i,n-i})}{(\hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i})} \quad \forall 1 < i \leq n \text{ et } n - i < j \leq n$$

Avec :

- $\hat{S}_{i,j}$  correspond aux nouvelles valeurs des règlements.
- $\hat{F}_{i,n}$  correspond à la valeur finale retenue depuis le triangle des charges.
- $C_{i,n-i}$  correspond à la dernière valeur observée depuis le triangle des règlements.
- $\hat{C}_{i,j}$  correspond à la valeur estimée du règlement à l'aide de ChainLadder.

A noter que pour la première année de survenance la deuxième contrainte n'est pas respectée.

## 6.2. Utilisation des provisions constituées : La méthode Projected Case Estimate :

### 6.2.1. Principe :

Notons que les méthodes présentées ci-dessus comme projection des règlements futurs, peuvent généralement être adaptées à la modélisation de la charge totale (règlements et réserves dites dossier-dossier, constituées par le gestionnaire de sinistres).

Ces projections sont généralement inadéquates principalement pour deux raisons :

- ❑ Tout d'abord, elles ne sont constituées que pour les sinistres déclarés à la compagnie d'assurance (et ne prennent donc pas en compte les sinistres survenus non encore déclarés, qu'il convient pourtant de prendre en compte lors des projections).
- ❑ De plus, elles sont éventuellement constituées à l'ouverture d'un sinistre, en utilisant des montants forfaitaires (basés sur les premières informations rapportées à l'assureur, type de sinistre, nombre de personnes impliquées, etc....).

TAYLOR(2000) propose ainsi la méthode suivante, dite « *Projected Case Estimate* ». Deux facteurs de développement sont alors utilisées, un pour les règlements, et un pour les réserves. Notez que l'utilisation de la méthode de Chain Ladder sur la charge (Règlements+ Réserves) de sinistres suppose que les règlements et les réserves se développent d'une façon identique. La méthode étudiée ici présente deux types de facteurs de développement : l'un pour les réserves et l'autre pour les règlements. Cette méthode permet d'utiliser toute l'information disponible, tout en liant entre elles les évolutions des règlements et des réserves.

L'utilisation du triangle des réserves peut s'avérer pertinente dans certaines branches à déroulement très lent, où très peu de sinistres ont été réglés la première année. La méthode Chain Ladder donne des résultats peu robustes compte tenu de la grande sensibilité à la première valeur à la dernière année. L'utilisation des réserves constituées est alors une alternative particulièrement intéressante.

### 6.2.2. Modèle pour les réserves :

Notons  $Q_{i,j}$  la provision pour les sinistres survenus au cours de l'année  $i$ , inscrite au passif du bilan en fin d'année  $i + j - 1$ . Le modèle retenu pour l'évolution des réserves est le suivant :

$$Q_{i,j+1} = k_{j+1} * Q_{i,j} - Y_{i,j+1}$$

Où  $k_{j+1}$  mesure la variation que subit, entre les années  $j$  et  $j + 1$ , la prévision qu'on fait sur le coût total des sinistres survenus en l'année de survenance  $i$ .

En effet,  $Q_{i,j+1}$  représente l'estimation de ce qu'il reste à payer à la fin de l'année de développement  $j + 1$  et  $Q_{i,j}$  représente cette même estimation à la fin de l'année de développement  $j$ . Si l'estimation n'a pas changé (c'est-à-dire  $k_{j+1} = 1$ ), alors  $Q_{i,j+1}$  est égal à la différence entre  $Q_{i,j}$  et ce qui est payé en l'année  $j + 1$ , soit  $Y_{i,j+1}$ .

L'estimateur de  $k_{j+1}$  choisi est une moyenne pondérée par les  $Q_{ij}$  des coefficients individuels :

$$\widehat{k}_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} (Y_{ij+1} + Q_{ij+1})}{\sum_{i=1}^{n-j} Q_{ij}}$$

### 6.2.3. Modèle les règlements :

Le montant  $Y_{ij+1}$  payé au cours de l'année de développement  $j + 1$  est une fraction de  $Q_{ij}$ , ce qui avait été mis en réserve à la fin de l'année précédente :

$$Y_{ij+1} = h_{j+1} * Q_{ij}$$

A nouveau, ces coefficients de développement sont estimés par une moyenne pondérée par les  $Q_{ij}$  des coefficients individuels :

$$\widehat{h}_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} Y_{ij+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} Q_{ij}}$$

### 6.2.4. Extrapolation des triangles :

Le triangle des règlements et le triangle des réserves sont complétés simultanément, diagonale par diagonale, à l'aide des deux modèles précédents (règlements et réserves) , utilisés l'un après l'autre.

On commence par la première diagonale inconnue du triangle des règlements :

$$Y_{i,n-i+2} = \widehat{h}_{n-i+2} * Q_{i,n-i+1} \text{ pour } i = 2, \dots, n$$

On complète ensuite la première diagonale inconnue du triangle des réserves de sinistres :

$$Q_{i,n-i+2} = \widehat{k}_{n-i+2} * Q_{i,n-i+1} - Y_{i,n-i+2} \text{ pour } i = 2, \dots, n$$

On continue avec la diagonale suivante de la matrice des règlements :

$$Y_{i,n-i+3} = \widehat{h}_{n-i+3} * Q_{i,n-i+2} \text{ pour } i = 3, \dots, n$$

Et ainsi de suite ...

### 6.2.5. Lien avec la méthode de Chain Ladder :

Si on combine les deux modèles cités précédemment dans cette section en un seul, on aura :

$$Q_{i,j+1} = (k_{j+1} - h_{j+1}) * Q_{i,j}$$

En remplaçant les différents termes du facteur  $k_{j+1} - h_{j+1}$  par les estimateurs calculés, nous obtenons :

$$\widehat{Q}_{i,j+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} Q_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} Q_{i,j}} * Q_{i,j}$$

Ce qui revient à appliquer la méthode de Chain Ladder standard au triangle des réserves.

Plutôt que de procéder tel qu'expliqué plus haut, on peut donc tout simplement compléter le triangle des réserves par la méthode de Chain Ladder, calculer les coefficients  $\hat{h}_{j+1}$  et enfin compléter le triangle des règlements.

*Après avoir exposé tous cet éventail de méthodes de projection dans ces trois derniers chapitres, nous allons donc présenter dans le chapitre suivant la formule du Best Estimate.*

## Chapitre 7: Calcul du Best Estimate

*Dans ce chapitre, nous allons énumérer les étapes à suivre afin de calculer le Best Estimate.*

### 7.1. Constitution du triangle des règlements décumulés futurs par année de survenance :

A partir des triangles de règlements cumulés et projetés à l'aide des méthodes citées précédemment, on détermine alors une version décumulée de ces triangles :

$$\hat{Y}_{i,j} = \hat{C}_{i,j} - \hat{C}_{i,j-1} \text{ avec } 1 \leq i \leq n \text{ et } 1 \leq j \leq n$$

Et

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j} \text{ lorsque } i \leq j$$

### 7.2. Actualisation des flux de règlements futurs :

A partir du triangle des règlements décumulés, le calcul du Best Estimate se déduit rapidement comme la somme des flux futurs actualisés (somme des diagonales).

La courbe des taux utilisée est fixée par l'autorité de contrôle et on suppose que les flux tombent au milieu de l'année, on peut ainsi écrire :

$$BE = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1 + r_{t-0.5})^{t-0.5}}$$

*Nous allons donc présenter lors des chapitres suivants le résultat de l'application de toutes les méthodes citées précédemment.*

# Quatrième partie

## Application et résultats

*Dans cette partie, nous allons exposer l'ensemble des résultats obtenus par l'outil construit sur VBA Excel ainsi que la partie réalisée sur R.*

## Chapitre 8: Présentation des données

Ce chapitre concerne la présentation des données utilisées, nous allons dans un premier temps comparer les branches étudiées en utilisant le critère de stabilité puis effectuer un calcul de duration.

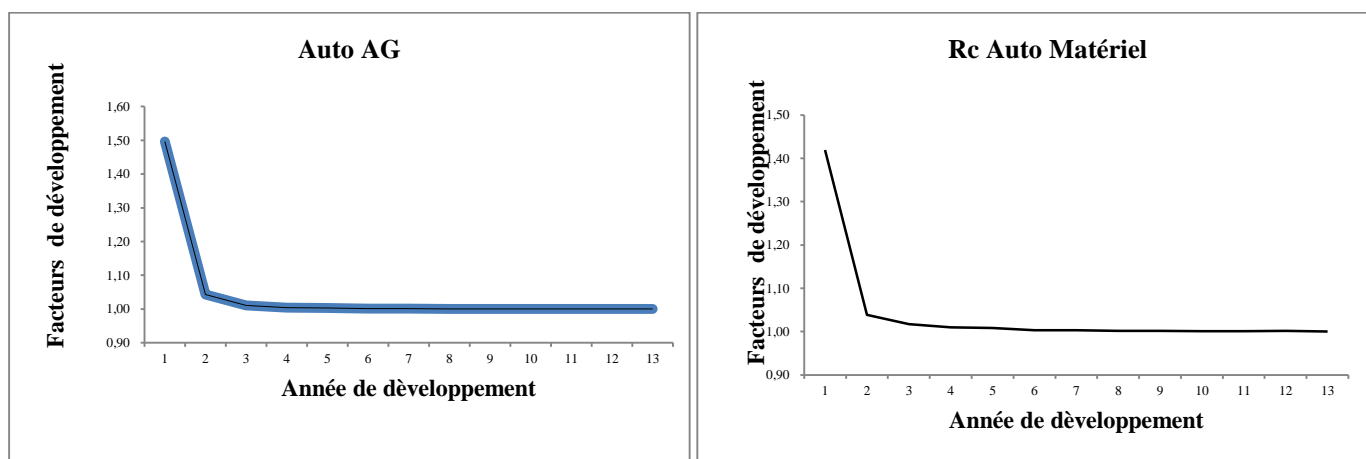
L'ensemble des projections réalisées dans cette partie se basent sur des triangles de règlements/charges issues de Wafa Assurance. Les données ont été modifiées afin de garder la confidentialité des résultats de la compagnie. Les branches étudiées sont « La RC auto dommage matériel », « La RC auto dommage Corporel », « Autres garanties Auto » et « Incendie ».

Lors de la construction de ces triangles (pour chacune des branches citées) une partie de l'information sera perdue puisque les données spécifiques à chaque police seront ignorées et seul l'étalement des règlements qui est retenu, mais bien qu'ils présentent l'inconvénient de raisonner sur une information réduite, ils présentent l'avantage d'être simple à utiliser et projeter.

Les chiffres seront exprimés en millions de dirhams, et l'outil informatique utilisé est VBA\_Excel/Excel à l'exception des méthodes GLM qui seront testées avec le logiciel R.

### 8.1. Comparaison des branches :

Nous allons à présent comparer les branches en terme de développement. Grâce à une première lecture graphique, nous pouvons observer que la stabilisation des facteurs de développement de la branche RC auto Corporel est bien plus lente par rapport à la RC auto Matériel et Auto AG, sa stabilité est atteinte entre la 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> année alors pour les deux autres branches leur stabilité se situe après la 2<sup>ème</sup> année et puis finalement la branche incendie atteint sa stabilité entre la 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> année de développement.



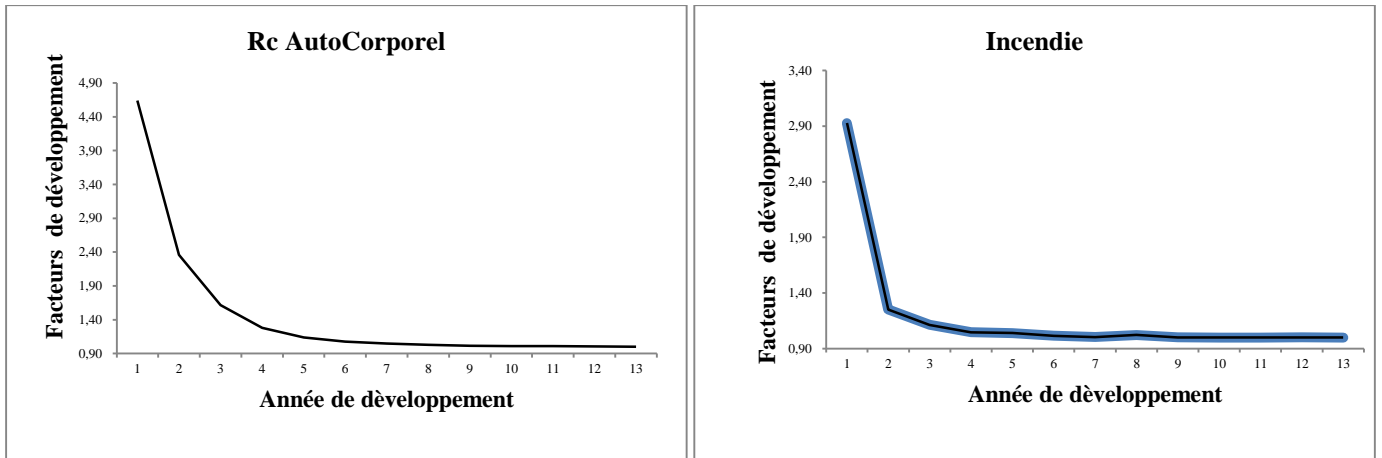


Figure 4: Représentation graphique des coefficients de Chain Ladder pour les branches d'assurance étudiées.

Nous pouvons aussi quantifier ces délais de stabilisation grâce à un calcul de durée des flux futurs extrait depuis les triangles projetés avec les méthodes déterministes. Nous supposons que ces flux futurs vont tomber au milieu de l'année lors du calcul de la durée.

Duration				
Méthodes	RC Auto Matériel	RC Auto Corporel	Auto AG	Incendie
Chain Ladder	1,390	2,542	0,897	1,643
Chain London	0,323	2,396	0,842	1,499
Facteur Non Pondéré	1,232	2,543	0,900	1,968
DeVylder	1,550	2,546	0,896	1,426
CL ajustée	1,410	2,529	0,907	1,422
CL&BF	1,392	2,512	0,912	1,640
B.Ferguson	1,391	2,516	0,912	1,641

Tableau 1: Valeur de la durée des branches d'assurance étudiées

D'après le tableau ci-dessus, nous pouvons confirmer que la RC Auto Corporel est une branche à développement long suivi de la branche Incendie puis la RC Auto Matériel et Finalement la branche Auto AG.

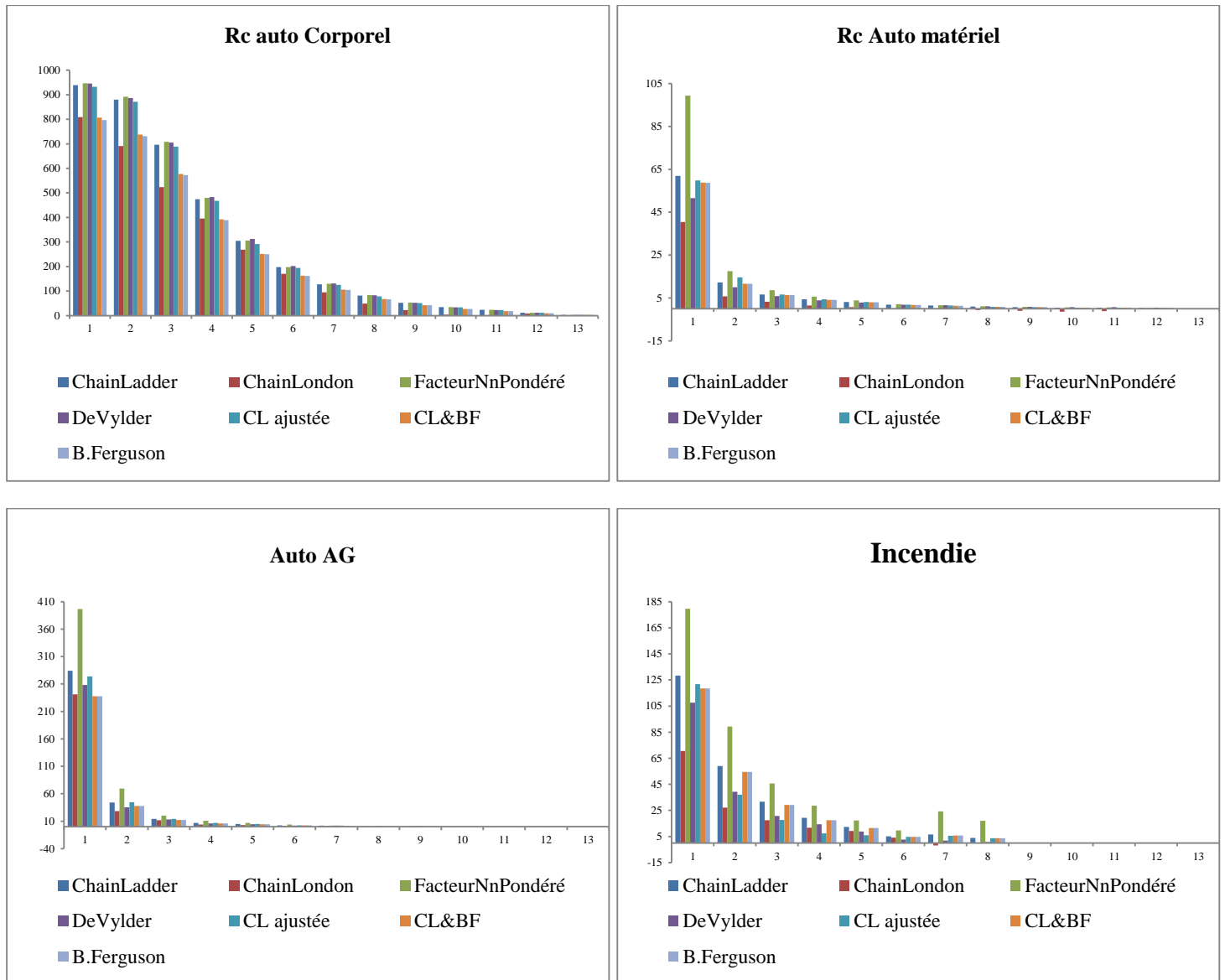


Figure 5: Histogramme des Cash-flows futurs des branches d'assurance étudiées

Graphiquement on constate que les cash flows des branches RC auto Matériel et Auto AG sont concentrées autour de la 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> année par contre pour la RC auto Corporel les flux ont tendance à décroître progressivement jusqu'à la 7<sup>ème</sup> année. Pour la branche Incendie, les cash flows baissent progressivement jusqu'à la 3<sup>ème</sup> année. Il faut aussi constater que la méthode des facteurs non pondérés donnent des cash flows extrêmes et même entre les autres méthodes il peut apparaitre certains écarts significatifs comme on le voit clairement lors de la deuxième année de la branche Incendie.

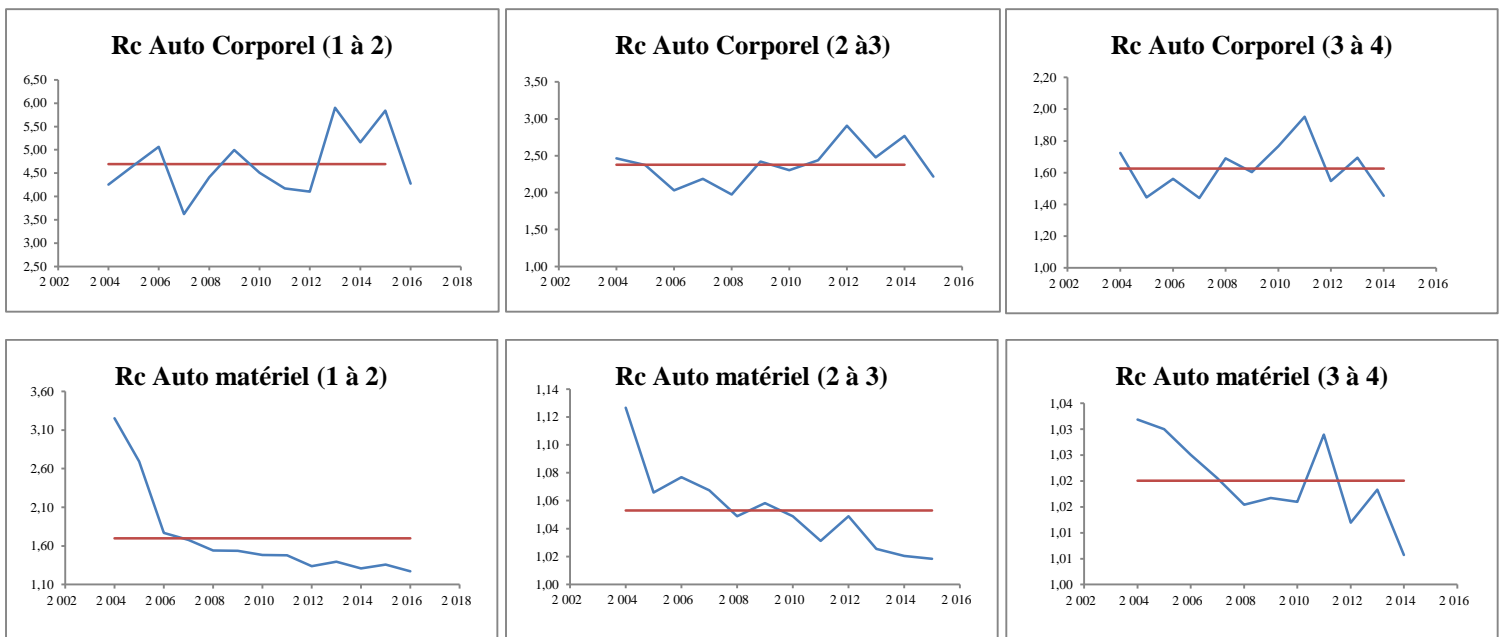
*Comme nous pouvons bien le constater, chacune des branches étudiées affiche une stabilité et une durée particulière. Nous allons donc vérifier si cette particularité aura aussi un impact en appliquant des méthodes de projection différentes.*

## Chapitre 9: Résultats des méthodes déterministes

Dans ce chapitre nous allons réaliser une projection de nos triangles de règlements des différentes branches d'assurances étudiées en utilisant les méthodes déterministes, nous allons par la suite garder la méthode de Chain Ladder comme référence puisqu'elle est recommandée par la SBR et ses résultats seront comparés avec ceux des autres méthodes. A la fin nous allons choisir la méthode qui semblerait être adéquate avec les données de chaque branche.

- **Les méthodes déterministes sans ajustements :**

Nous allons à présent exposer les résultats des méthodes déterministes, à commencer par la méthode de **Chain Ladder** qui reste une méthode de référence (et qui préconisé par la circulaire de la SBR) celle ci exige la réalisation de deux hypothèses qui seront vérifiées à l'aide des graphiques suivants :



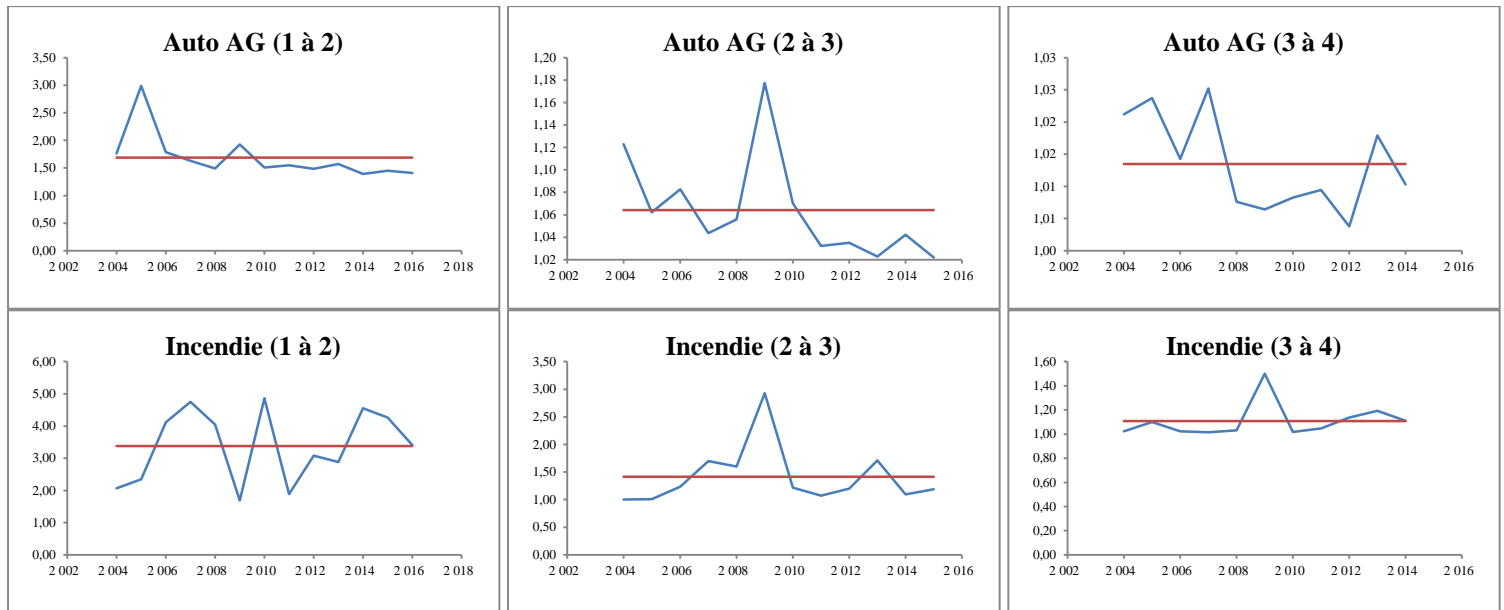


Figure 6: Illustration de l'hypothèse 1 de Chain Ladder sur les branches étudiées pour les 3 premières années de développement

Nous remarquons que la première hypothèse de la méthode de Chain Ladder qui stipule l'égalité des facteurs individuels sur les années de survenance n'est pas totalement vérifiée puisque certains de ces facteurs s'éloignent de la moyenne mais ceci n'entrave rien à l'utilisation de cette méthode pour projeter les triangles de règlements/charges. Et généralement la dispersion de ces facteurs est liée à un changement de politique de souscription, de gestion et également pour des raisons réglementaires surtout pour les années de survenance récentes. Nous pouvons aussi quantifier cette dispersion à l'aide d'un calcul du coefficient de variation par année de développement tel qu'il a été défini dans le chapitre 4 :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>RC Auto Corpo</b>	14,38%	11,39%	9,81%	6,29%	3,47%	1,94%	0,62%	0,45%	0,30%	0,29%	0,59%	0,29%
<b>RC Auto Mat</b>	34,90%	2,86%	0,80%	0,59%	0,35%	0,25%	0,25%	0,08%	0,15%	0,08%	0,11%	0,07%
<b>Auto AG</b>	24,91%	4,30%	0,73%	0,44%	0,39%	0,50%	0,20%	0,01%	0,07%	0,02%	0,00%	0,00%
<b>Incendie</b>	33,56%	38,20%	12,86%	8,86%	6,42%	2,02%	0,83%	17,19%	0,23%	0,00%	0,00%	0,05%

Tableau 2: Coefficient de variation par année de développement des branches étudiées

Nous pouvons constater que le coefficient de variation est élevé durant les 4 et 5 premières années de développement pour les branches RC auto Corporel et Incendie ce qui veut dire qu'il y a une grande dispersion des facteurs de développement individuels autour de leur moyenne durant ces années, puis il tend à diminuer rapidement durant les années qui suivent. Par contre pour les autres branches, ce coefficient affiche un pic important durant la première année de développement puis il chute vers une valeur quasi nulle la 3<sup>ème</sup> année. Il faut aussi signaler que la branche Incendie affiche un cas particulier lors de la 8<sup>ème</sup> année (Coefficient de variation de 17%) ceci est dû à un manque de traitement préliminaire des données utilisées dans lesquels il aurait pu y avoir des sinistres exceptionnels.

Passons maintenant à la seconde hypothèse de la méthode de Chain Ladder qui énonce qu'il existe une relation de proportionnalité entre les montants cumulés, d'une année de développement à la suivante de plus ce coefficient doit être le même pour toutes les années de survénance. Nous allons vérifier ceci à l'aide des graphiques suivants :

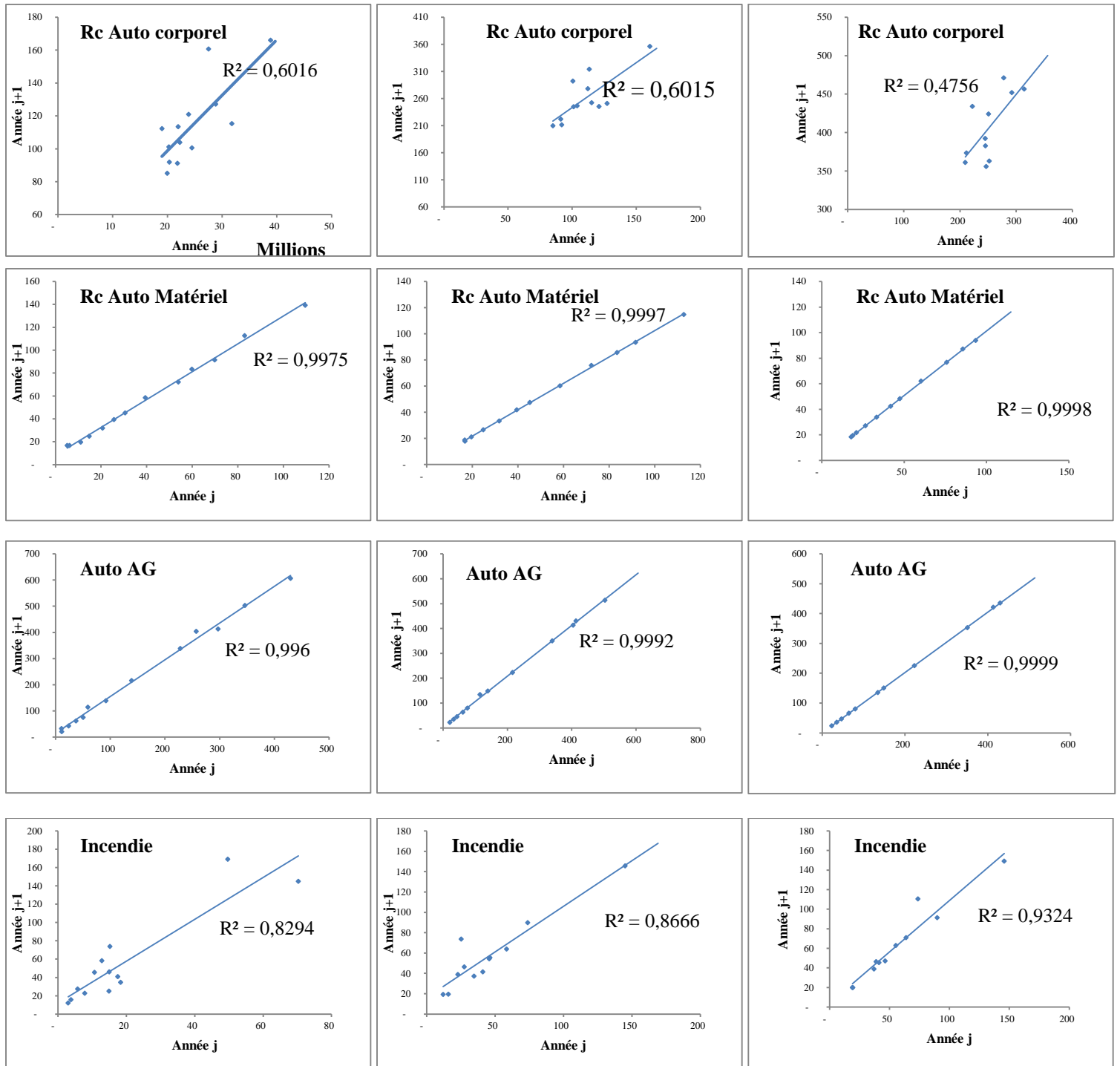


Figure 7: Illustration de l'hypothèse 2 de Chain Ladder sur les branches étudiées pour les 3 premières années de développement

Au regard des graphes ci-dessus, la seconde hypothèse de Chain Ladder semble être vérifiée pour toutes les branches RC Auto Matériel, Auto AG et incendie car il paraît que les points s'alignent sur une droite passant par l'origine. Pour la branche RC Auto corporel, le nuage de points semble ne pas être ajusté parfaitement par une droite passant par l'origine.

Le tableau suivant donne un récapitulatif des résultats obtenus par l'application de la méthode de **Chain Ladder** aux branches d'assurance étudiées :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	3 563	90	352	254

Tableau 3: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de Chain Ladder

Afin d'être moins contraint par la seconde hypothèse de la méthode de Chain Ladder, nous avons choisi d'appliquer une variante de cette méthode qui est **Chain London** et qui donne les résultats suivants :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	2 845	47	287	133
$\Delta\%$ <b>Chain Ladder</b>	-20%	-48%	-19%	-48%

Tableau 4: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de Chain London

Nous remarquons que cette méthode donne des résultats inférieurs à ceux obtenus par Chain Ladder essentiellement pour les branches RC Auto Corporel et incendie qui ont un résultat représentant la moitié de celui trouvé précédemment.

D'une autre part, comme les facteurs de développement de Chain Ladder sont une moyenne des facteurs de développement individuels pondérés par les règlements cumulés, nous avons alors décidé d'appliquer la méthode des **facteurs non pondérés** dans laquelle nous avons choisi d'utiliser la moyenne des facteurs individuels par année de survenance, elle donne les résultats suivants :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	3 603	137	500	389
$\Delta\%$ <b>Chain Ladder</b>	1%	51%	42%	53%

Tableau 5: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode des facteurs non pondérés

En utilisant cette méthode, les résultats ont pratiquement été doublés pour toutes les branches à l'exception de la branche RC Auto Corporel qui donne un résultat proche de celui de Chain Ladder.

Passant maintenant à la méthode de **DeVylder** qui a l'avantage de ne pas imposer des hypothèses afin de l'appliquer, elle donne les résultats suivants :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	3 604	77	316	189
$\Delta\%$ <b>Chain Ladder</b>	1%	-14%	-10%	-26%

Tableau 6: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de DeVylder

Cette méthode donne des résultats relativement faibles par rapport à Chain Ladder, cet écart est accentué pour la branche Incendie.

▪ **Choix de la méthode adéquate :**

Afin de choisir la méthode qui semble le mieux s'adapter à chaque branche, nous avons procédé par la méthode des sous triangles décrites dans le chapitre 5 ; elle nous a fourni les résultats suivants :

Erreur sur les règlements décumulés (RC Auto Corporel)				
Nombres années retirées	Chain Ladder	Chain London	Facteur Non Pondéré	DeVylder
1	6,38E+15	5,50E+15	6,74E+15	9,75E+15
2	7,97E+15	2,13E+16	7,36E+15	9,05E+15
3	9,56E+15	1,93E+16	8,91E+15	1,27E+16
4	3,25E+16	2,16E+16	3,12E+16	3,07E+16
5	3,71E+16	2,58E+16	3,60E+16	3,62E+16
6	3,62E+16	3,45E+16	3,45E+16	3,51E+16
7	4,17E+16	8,20E+16	3,97E+16	4,26E+16
8	1,97E+16	2,87E+16	1,88E+16	2,02E+16
9	6,31E+15	1,10E+16	6,71E+15	6,43E+15
10	4,11E+16	6,11E+16	4,09E+16	4,36E+16
11	1,31E+15	2,30E+15	1,29E+15	1,51E+15
12	8,27E+13	8,27E+13	8,27E+13	8,27E+13
<b>Erreur Globale</b>	<b>2,40E+17</b>	<b>3,13E+17</b>	<b>2,32E+17</b>	<b>2,48E+17</b>

Tableau 7: Somme des carrés des erreurs des données de la RC Auto Corporel

Nous pouvons conclure que la méthode des facteurs non pondérés semble s'adapter aux données de la branche RC Auto Corporel puisqu'elle fournit la plus petite somme des carrés des erreurs.

Erreur sur les règlements décumulés (RC Auto Matériel)				
Nombres années retirées	Chain Ladder	Chain London	Facteur Non Pondéré	DeVylder
1	4,28E+14	1,78E+13	2,61E+15	1,68E+14
2	1,33E+14	1,77E+13	1,24E+15	2,81E+13
3	2,60E+14	1,58E+13	1,31E+15	1,06E+14
4	1,19E+14	1,30E+13	8,20E+14	2,70E+13
5	2,84E+14	1,74E+13	1,03E+15	1,43E+14
6	8,78E+13	2,84E+13	4,30E+14	3,09E+13
7	9,04E+13	1,47E+13	3,42E+14	3,93E+13
8	9,12E+13	2,92E+13	2,90E+14	4,68E+13
9	1,37E+14	1,05E+13	2,89E+14	1,03E+14
10	1,07E+14	4,05E+16	1,80E+14	9,88E+13
11	1,78E+14	8,94E+12	1,86E+14	1,79E+14
12	1,22E+13	1,22E+13	1,22E+13	1,22E+13
<b>Erreur Globale</b>	<b>1,93E+15</b>	<b>4,07E+16</b>	<b>8,74E+15</b>	<b>9,82E+14</b>

Tableau 8: Somme des carrés des erreurs des données de la RC Auto Matériel

Il en ressort du tableau ci-dessus que la méthode de DeVylder fournit la plus petite somme des carrés des erreurs, donc elle semble concordante avec les données de la branche RC Auto Matériel.

Erreur sur les règlements décumulés (Auto AG)				
Nombres années retirées	Chain Ladder	Chain London	Facteur Non Pondéré	DeVylder
1	2,35E+15	3,58E+14	1,73E+16	9,52E+14
2	1,16E+15	8,85E+13	1,07E+16	2,95E+14
3	3,84E+15	1,72E+15	1,38E+16	2,39E+15
4	6,68E+14	6,30E+14	4,26E+15	4,99E+14
5	2,15E+15	1,05E+15	7,03E+15	1,44E+15
6	7,46E+14	8,47E+14	2,29E+15	6,70E+14
7	8,50E+14	5,33E+14	1,68E+15	8,03E+14
8	3,13E+14	1,02E+15	1,36E+14	4,86E+14
9	3,90E+14	1,05E+13	8,09E+14	2,58E+14
10	2,79E+14	1,10E+13	4,46E+14	2,60E+14
11	2,02E+14	6,66E+16	2,14E+14	3,38E+14
12	1,79E+14	1,79E+14	1,79E+14	1,79E+14
<b>Erreur Globale</b>	<b>1,31E+16</b>	<b>7,31E+16</b>	<b>5,89E+16</b>	<b>8,57E+15</b>

Tableau 9: Somme des carrés des erreurs des données de l'Auto AG

D'après le tableau ci-dessus, il semblerait que la méthode de DeVlylder s'adapte aussi bien avec le triangle de la branche Auto AG.

Erreur sur les règlements décumulés (Incendie)				
Nombres années retirées	Chain Ladder	Chain London	Facteur Non Pondéré	DeVylder
1	9,28E+14	3,78E+15	2,72E+14	1,59E+15
2	4,62E+14	2,51E+14	9,34E+14	4,42E+14
3	1,20E+15	9,92E+14	1,31E+15	1,38E+15
4	6,32E+14	5,21E+14	6,68E+14	7,54E+14
5	7,31E+14	8,42E+14	1,06E+15	7,38E+14
6	2,01E+15	2,01E+15	4,25E+15	1,94E+15
7	5,38E+15	4,80E+15	3,99E+15	5,94E+15
8	3,48E+15	3,16E+15	3,26E+15	3,72E+15
9	4,47E+14	4,03E+14	3,62E+14	4,72E+14
10	5,99E+14	4,44E+14	5,02E+14	6,18E+14
11	7,22E+13	1,64E+13	6,74E+13	7,44E+13
12	2,38E+13	2,38E+13	2,38E+13	2,38E+13
<b>Erreur Globale</b>	<b>1,60E+16</b>	<b>1,72E+16</b>	<b>1,67E+16</b>	<b>1,77E+16</b>

Tableau 10: Somme des carrés des erreurs des données de la branche Incendie

Puis finalement, la méthode de Chain Ladder semble pertinente avec les données de la branche incendie.

▪ **Les méthodes déterministes ajustées ou nécessitant un avis d'expert (donnée exogène) :**

Nous avons procédé dans un second temps à un **ajustement** des facteurs de développement de Chain Ladder, l'idée était de se focaliser sur les années de développement qui ont un coefficient de variation élevé puis de supprimer les facteurs individuels présentant une valeur extrême.

Cette démarche nous a mené aux résultats suivants :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	3 513	86	342	180
<b>Δ% Chain Ladder</b>	-1%	-5%	-3%	-29%

Tableau 11: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode Chain Ladder Ajustée

Nous constatons que la branche Incendie a été fortement sensible suite à l'ajustement des facteurs de développement puisque le résultat qu'elle a fourni a diminué de 29% par rapport à celui retrouvé par Chain Ladder standard, par contre, les autres branches n'ont pas affiché une grande différence suite à l'ajustement.

D'une autre part, après avoir disposé d'un *Loss Ratio* ultime(S/P) à priori, nous avons pu appliquer la méthode de **Bornhuetter-Ferguson** dont les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	2 957,07	86,26	297,24	235,13
<b>Δ% Chain Ladder</b>	-17%	-5%	-16%	-8%

Tableau 12: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de Bornhuetter-Ferguson

Nous pouvons conclure qu'en introduisant une donnée exogène aux calculs, le Best Estimate affiche des écarts négatifs par rapport à la méthode de Chain Ladder avec une différence un peu plus accrue pour les branches RC Auto corporel et Auto AG. Il faut signaler de cette méthode garde des résultats subjectives puisque le niveau du LR peut varier en fonction de l'information disponible, dans notre cas nous avons utiliser la moyenne des LR issu des méthodes Chain Ladder, Chain London, DeVlyder et Facteur non pondéré à titre d'exemple pour la branche RC Auto Corporel nous avons les LR suivants :

	S/P à Priori	S/P à postérieurs (BF)	Ecart
<b>2005</b>	23%	23%	0,01%
<b>2006</b>	26%	26%	0,08%
<b>2007</b>	24%	24%	0,11%
<b>2008</b>	28%	28%	0,24%
<b>2009</b>	24%	25%	0,26%
<b>2010</b>	21%	21%	0,29%
<b>2011</b>	18%	19%	0,33%
<b>2012</b>	17%	18%	0,40%
<b>2013</b>	16%	17%	0,46%
<b>2014</b>	15%	16%	0,94%
<b>2015</b>	18%	18%	0,39%
<b>2016</b>	18%	18%	0,10%
<b>2017</b>	18%	18%	-0,04%

Comme nous pouvons le remarquer il existe des écarts entre le S/P à postérieurs et celui à priori, donc il est intéressant de signaler qu'un choix différent de ce ratio aurait un effet non négligeable sur la valeur du Best Estimate.

D'une autre part, les dernières années de survenance se distinguent par une tendance différente par rapport aux années antérieures car celles-ci subissent un changement du mode de gestion, de souscription etc. Donc nous avons décidé de combiner la méthode de **Chain Ladder** et de **Bornhuetter-Ferguson (BF)** dans un seul triangle ; pour être plus précis nous allons appliquer aux dernières années de survenance (les quatre dernières années dans notre cas) la méthode de BF pour prendre en considération l'information supplémentaire (à savoir le changement de mode de gestion) et pour les années les plus anciennes nous allons appliquer Chain Ladder standard. Toutefois, nous avons retrouvé les résultats suivants :

	<b>RC Auto Corporel</b>	<b>RC Auto Matériel</b>	<b>Auto AG</b>	<b>Incendie</b>
<b>Best Estimate</b>	2 982,18	86,52	297,25	235,18
<b><math>\Delta\%</math> Chain Ladder</b>	-16%	-5%	-16%	-8%

Tableau 13: Valeur du Best Estimate par la combinaison de Bornhuetter-Ferguson & Chain Ladder

En combinant les deux méthodes, nous remarquons une différence qui se chiffre à quelques milliers de dirhams par rapport aux résultats précédents. Ces résultats peuvent aussi varier fortement pour un autre niveau du S/P.

*Comme nous pouvons bien le constater, chaque méthode utilisée peut présenter un point fort ce qui est le cas par exemple en appliquant la méthode de DeVyllder qui ne nécessite la réalisation d'aucune hypothèse de modèle, et d'autres méthodes peuvent afficher un point faible par exemple la complexité de réalisation de certaines hypothèses de base. En plus, nous pouvons remarquer l'écart qui réside par rapport à la méthode de CL ce qui nous mène à conclure qu'il n'existe pas de méthode universelle qui peut s'adapter à toutes les branches.*

## Chapitre 10: Résultats des méthodes basées sur le triangle des charges et règlements

Dans ce chapitre nous allons utiliser les méthodes faisant intervenir à la fois un triangle de règlements et de charges

- **Méthode Projected Case Estimate :**

Nous allons à présent exposer le résultat de la méthode **Projected Case Estimate**, cette s'avère intéressante puisqu'elle prend en considération la variation de la réserve d'une année à l'autre :

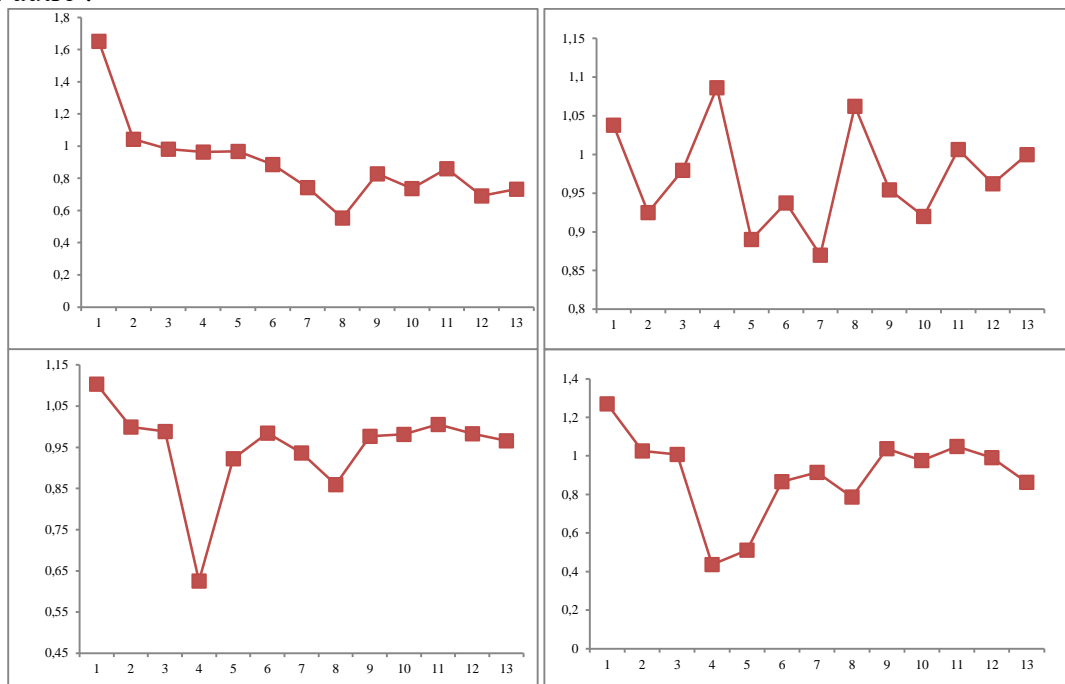


Figure 8: Variation de la réserve des différentes branches étudiées

Nous remarquons graphiquement que la variation de la réserve est fluctuante en affichant des pics importants pour certaines années.

Toutefois elle nous a fourni les résultats suivants :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	2 518	61	599	399
<b><i>Δ% Chain Ladder</i></b>	-29%	-33%	70%	57%

Tableau 14: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode Projected Case Estimate

Cette méthode faisant intervenir un triangle supplémentaire à savoir le triangle des charges donne une valeur du Best Estimate inférieure à celle de Chain Ladder pour les branches RC Auto corporel et RC Auto Matériel par contre elle est supérieure pour les autres branches surtout pour la branche Auto AG qui affiche une augmentation de 70%.

• **Charges ultimes et cadences de règlements :**

Pour rappel, le but de cette méthode était de faire concilier la charge ultime avec le règlement ultime, néanmoins nous avons procédé à un ajustement de la charge pour tenir compte du problème de la prescription lors de la projection des triangles. Nous pouvons illustrer ceci à l'aide des graphiques suivants :

Nous prenons pour exemple la branche Auto RC Corporel

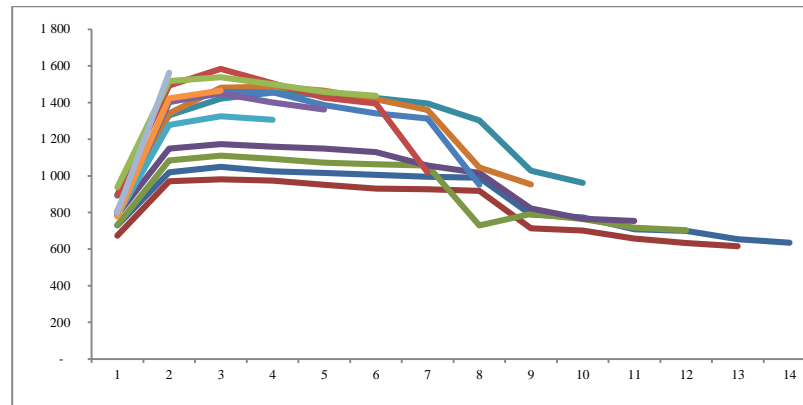


Figure 9: Charges de la branche RC Auto Corporel

Comme nous pouvons le remarquer graphiquement, la courbe des charges des exercices dépassant les huit ans de développement affiche une cassure au bout de la sixième ou la septième année de développement ; cette cassure est due à la clôture des dossiers prescrits. Donc en négligeant cet effet (c'est-à-dire en procédant à une projection directe du triangle des charges à l'aide de Chain Ladder standard sans ajustement) nous allons obtenir des résultats biaisés comme le montre les graphes ci-dessous :

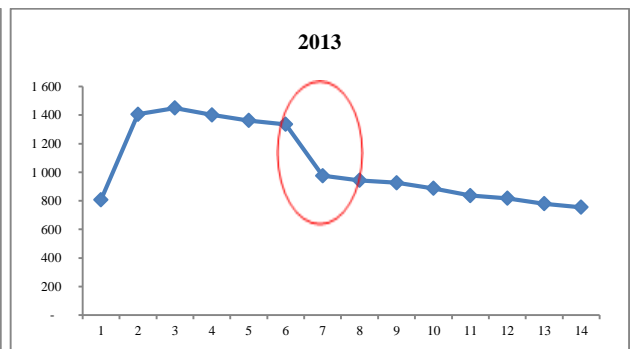
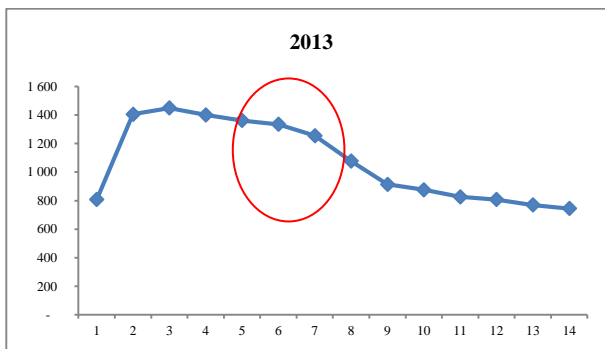


Figure 10: Charge de l'exercice 2013 sans ajustement Figure 11: Charge de l'exercice 2013 avec ajustement

Comme nous pouvons le remarquer, avant ajustement, la cassure de la courbe des charges s'étalent sur trois années de développement par contre après l'ajustement la cassure s'est limitée à une seule année d'où l'importance de cet ajustement.

Toutefois après avoir réalisé ce procédé a toutes les branches étudiées nous avons adapté les flux intermédiaires du triangle des règlements afin d'atteindre la charge ultime, nous avons donc obtenu les résultats suivants :

	RC Auto Corporel	RC Auto Matériel	Auto AG	Incendie
<b>Best Estimate</b>	2 645	68	694	156
$\Delta\%$ <i>Chain Ladder</i>	-26%	-24%	97%	-39%

Tableau 15: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de la charge ultime et cadences de règlements

Nous remarquons que les résultats fournis par cette méthode sont inférieurs à ceux obtenus par l'application directe de Chain Ladder sans prendre en considération le triangle des charges à l'exception de la branche Auto AG dont le résultat a été doublé.

*Il s'avère que les résultats de ces deux méthodes sont très différents par rapport à CL, ceci nous permet de conclure que le triangle des charges contient une information qui peut influencer le calcul du BE.*

## Chapitre 11: Résultats des méthodes stochastiques

Ce chapitre expose le résultat de deux méthodes projection stochastiques qui sont la méthode de Bootstrap où nous allons utiliser également le test de Kolmogorov Smirnov pour s'assurer de la distribution normale et les méthodes GLM où seront utilisées les distributions Log Normale et Gamma.

- **Bootstrap :**

Concernant la méthode de Bootstrap, nous avons procédé par un nombre de simulation graduel c'est-à-dire passer par 5000, 10 000 puis 20 000 simulations pour calculer une Value At Risk de la distribution des BestEstimates pour chacune des branches d'assurances étudiées. Nous avons alors obtenu les distributions empiriques suivantes :

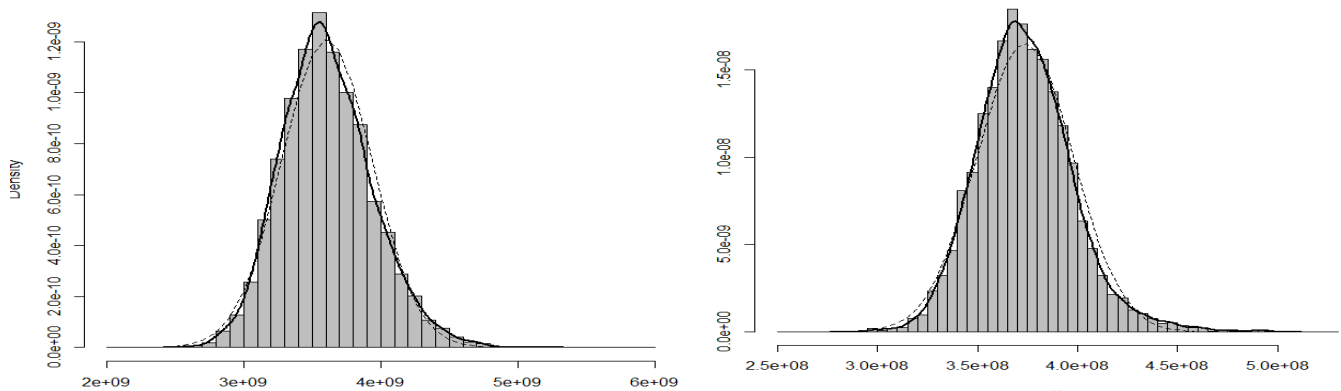


Figure 10: Densité empirique du BE pour 5000 simulations pour la RC Auto Corpo Et Auto AG

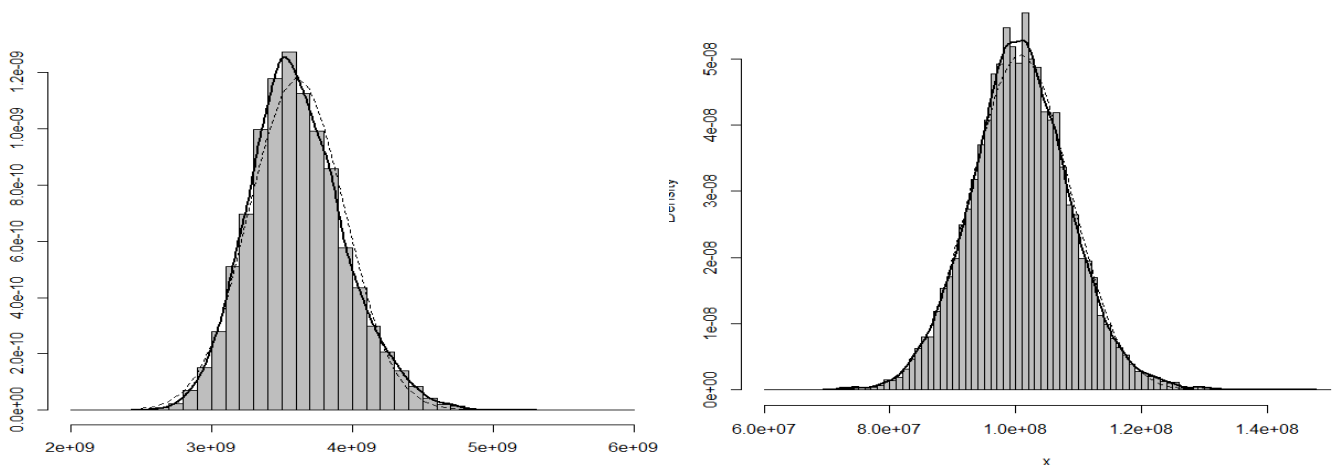


Figure 11: Densité empirique du BE pour 10000 simulations pour la RC Auto Corpo Et Matériel

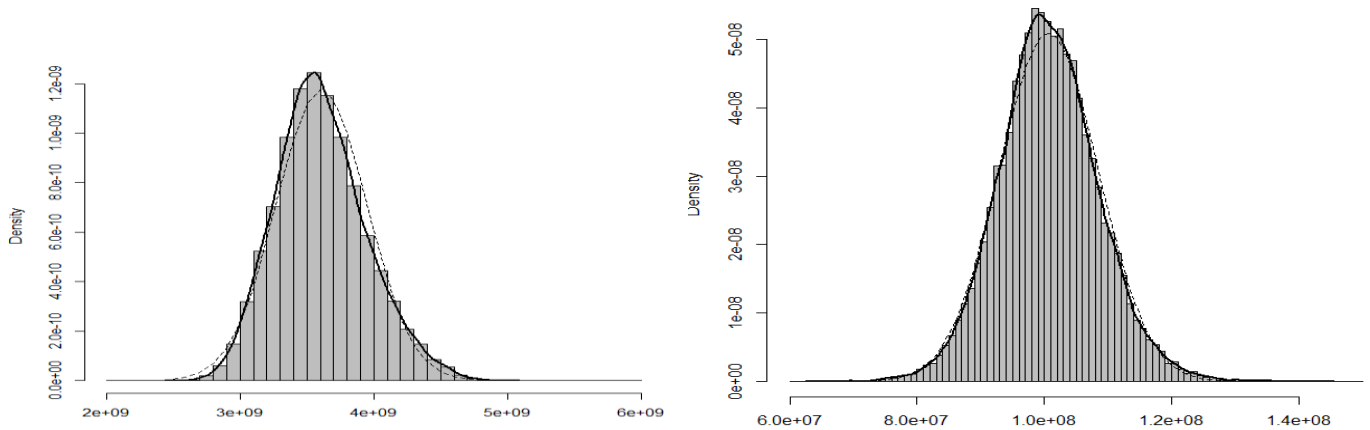


Figure 12: Densité empirique du BE pour 20000 simulations pour la RC Auto Corpo Et Matériel

A première vue, nous pouvons constater que ces distributions suivent une loi normale, ce que nous avons pu vérifier grâce au test de Kolmogorov-Smirnov sous le logiciel R :

<pre>One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: x D = 0.030578, p-value = 0.0001739 alternative hypothesis: two-sided</pre>	<pre>One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: x D = 0.029639, p-value = 0.0003061 alternative hypothesis: two-sided</pre>
---	---

Figure 13: Test de Kolmogorov Smirnov pour 5000 simulations pour la branche RC Corpo et Auto AG

<pre>One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: x D = 0.029772, p-value = 3.999e-08 alternative hypothesis: two-sided</pre>	<pre>One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: x D = 0.016166, p-value = 0.01074 alternative hypothesis: two-sided</pre>
---	---

Figure 14: Test de Kolmogorov Smirnov pour 10000 simulations pour la branche RC Corpo et Matériel

<pre>One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: x D = 0.016438, p-value = 4.046e-05 alternative hypothesis: two-sided</pre>	<pre>One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: x D = 0.031346, p-value &lt; 2.2e-16 alternative hypothesis: two-sided</pre>
---	--

Figure 15: Test de Kolmogorov Smirnov pour 20000 simulations pour la branche RC Corpo et Matériel

Nous remarquons que les p-values de ces tests sont faibles, ce qui nous permet de confirmer nos hypothèses. Toutefois, on constate que les p-values de ces tests tendent à diminuer tant que le nombre de simulation augmentent et donc plus la densité empirique se rapproche de la densité théorique. Nous remarquons aussi que pour un temps d'exécution pas très conséquent, les 20 000 simulations fournissent des résultats satisfaisants. Nous avons aussi pu calculer la moyenne, l'écart-type et un intervalle de confiance pour chacune de ces distributions :

Nbr de Simulations	Moyenne	Ecart-Type	Intervalle de Confiance		VaR 99.5%	$\Delta\%$ Chain Ladder
			Borne inf	Borne sup		
5 000	3608,28	329,00	2684,76	4531,81	4455,74	25%
10 000	3608,21	336,36	2664,03	4552,40	4474,63	26%
20 000	3608,75	338,68	2658,07	4559,43	4481,13	26%

Tableau 16: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche RC auto Corporel

Nous pouvons remarquer que pour la branche RC auto Corporel, la VAR à un niveau de confiance de 99.5% est supérieur au Best Estimate retrouvée en appliquant la méthode de Chain Ladder et ceux pour l'ensemble des simulations effectuées. Nous pouvons aussi constater qu'une différence de quelques milliers est affichée dans les résultats lorsqu'on augmente le nombre de simulation.

Nbr de Simulations	Moyenne	Ecart-Type	Intervalle de Confiance		VaR 99.5%	$\Delta\%$ Chain Ladder
			Borne inf	Borne sup		
5 000	100,71	7,65	79,25	122,18	120,42	33%
10 000	100,80	7,89	78,65	122,95	121,13	33%
20 000	100,69	7,85	78,66	122,71	120,90	33%

Tableau 17: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche RC auto Matériel

Nous pouvons remarquer que pour la branche RC auto Matériel, la VAR à un niveau de confiance de 99.5% est supérieur au Best Estimate retrouvée en appliquant la méthode de Chain Ladder pour l'ensemble des simulations effectuées. Nous pouvons aussi constater qu'une différence de quelques milliers apparait dans les résultats lorsqu'on augmente le nombre de simulation.

Nbr de Simulations	Moyenne	Ecart-Type	Intervalle de Confiance		VaR 99.5%	$\Delta\%$ Chain Ladder
			Borne inf	Borne sup		
5 000	373,83	24,19	305,94	441,72	436,13	24%
10 000	373,56	24,17	305,72	441,40	435,81	24%
20 000	373,77	24,16	305,96	441,57	435,99	24%

Tableau 18: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche Auto AG

Pareils aux résultats des deux branches précédentes, la branche Auto AG affiche aussi des résultats supérieurs à ceux de Chain Ladder.

Nbr de Simulations	Intervalle de Confiance					$\Delta\%$ <i>Chain Ladder</i>
	Moyenne	Ecart-Type	Borne inf	Borne sup	VaR 99.5%	
5 000	268,45	72,69	64,40	472,50	455,70	79%
10 000	267,52	71,99	65,45	469,59	452,95	78%
20 000	266,37	70,42	68,69	464,05	447,77	76%

Tableau 19: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche Incendie

Pour la branche Incendie, nous pouvons remarquer qu'elle fournit des résultats très supérieurs à ceux de Chain Ladder ; cette différence est de l'ordre de 78%. Toutefois, la différence entre les résultats par rapport aux nombres de simulations se chiffre à quelques milliers.

- **Les méthodes GLM :**

Lors de la mise en œuvre de ces méthodes, elles se sont avérées qu'elles ne sont pas adaptables aux triangles de règlements des branches étudiées (à l'exception de la branche RC Auto Corpo) puisqu'ils présentent des incréments nuls pour certaines années. Donc nous sommes contents d'appliquer uniquement ces méthodes pour la branche RC Auto Corpo.

- En utilisant la loi **log normale** nous avons pu retrouver le résultat suivant :

RC Auto Corporel	
<b>Best Estimate</b>	3531,05
$\Delta\%$ <i>Chain Ladder</i>	-1%

Tableau 20: Résultats de la méthode GLM (Log Normale) sur la branche RC Auto Corporel

Nous pouvons remarquer que le BestEstimate calculé est presque similaire à celui calculé à l'aide de Chain Ladder. Cet écart de 1% peut provenir du fait que les méthodes GLM font intervenir beaucoup de paramètres et donc l'existence des erreurs d'arrondis.

- En utilisant la loi **Gamma** nous avons pu retrouver le résultat suivant :

RC Auto Corporel	
<b>Best Estimate</b>	3469,11
$\Delta\%$ <i>Chain Ladder</i>	-3%

Tableau 21: Résultats de la méthode GLM (Gamma) sur la branche RC Auto Corporel

Nous pouvons aussi remarquer qu'en utilisant la loi Gamma, l'écart par rapport à Chain Ladder est très faible ; de l'ordre de 3% dû également aux erreurs d'arrondis.

*Comme nous pouvons le remarquer d'abord les méthodes GLM semblent ne pas être d'une grande utilité puisqu'elles ne peuvent pas être adaptées à tous types de données et ses résultats sont presque identiques à CL. Par contre pour la méthode de Bootstrap les résultats sont toujours supérieurs à CL en considérant une VAR à 99.5% pour une distribution normale du BE.*

## Tableaux récapitulatifs des résultats

	Méthodes	BE	Duration	SCE	$\Delta\%$ Chain Ladder
M. déterministes	Chain Ladder	3563,87	2,542	2,40E+17	-
	Chain London	2845,56	2,396	3,13E+17	-20%
	Facteur Non Pondéré	3603,02	2,543	2,32E+17	1%
	DeVylder	3604,28	2,546	2,48E+17	1%
	CL Ajusté	3513,32	2,529	-	-1%
	BF	2957,07	2,516	-	-17%
	BF & CL	2982,18	2,512	-	-16%
	Charges & Cadences CL	2645,28	2,523	-	-26%
	Projected Case Estimate	2518,99	-	-	-29%
M. Stochastiques	GLM log Normale	3531,05	-	-	-1%
	GLM Gamma	3469,11	-	-	-3%
	Bootstrap	4481,13	-	-	26%

Tableau 22: Récapitulatif des résultats de la branche RC Auto Corporel

	Méthodes	BE	Duration	SCE	$\Delta\%$ Chain Ladder
M. déterministes	Chain Ladder	90,84	1,390	1,93E+15	-
	Chain London	47,33	0,323	4,07E+16	-48%
	Facteur Non Pondéré	137,36	1,232	8,74E+15	51%
	DeVylder	77,84	1,550	9,82E+14	-14%
	CL Ajusté	91,04	1,410	-	0%
	BF	86,26	1,391	-	-5%
	BF & CL	86,28	1,392	-	-5%
	Charges & Cadences CL	68,74	1,507	-	-24%
	Projected Case Estimate	61,01	-	-	-33%
M. Stochastiques	GLM log Normale	-	-	-	-
	GLM Gamma	-	-	-	-
	Bootstrap	120,90	-	-	33%

Tableau 23: Récapitulatif des résultats de la branche RC Auto Matériel

	Méthodes	BE	Duration	SCE	$\Delta\%$ Chain Ladder
M. déterministes	Chain Ladder	352,48	0,897	1,31E+16	-
	Chain London	287,02	0,842	7,31E+16	-19%
	Facteur Non Pondéré	500,49	0,900	5,89E+16	42%
	DeVylder	316,50	0,896	8,57E+15	-10%
	CL Ajusté	342,70	0,907	-	-3%
	BF	297,24	0,912	-	-16%
	BF & CL	297,25	0,912	-	-16%
	Charges & Cadences CL	694,61	1,345	-	97%
	Projected Case Estimate	311,94	-	-	-12%
M. Stochastiques	GLM log Normale	-	-	-	-
	GLM Gamma	-	-	-	-
	Bootstrap	435,99	-	-	24%

Tableau 24: Récapitulatif des résultats de la branche Auto AG

	Méthodes	BE	Duration	SCE	$\Delta\%$ Chain Ladder
<b>M. déterministes</b>	<b>Chain Ladder</b>	254,92	1,643	1,60E+16	-
	<b>Chain London</b>	133,33	1,499	1,72E+16	-48%
	<b>Facteur Non Pondéré</b>	389,92	1,968	1,67E+16	53%
	<b>DeVylder</b>	189,35	1,426	1,77E+16	-26%
	<b>CL Ajusté</b>	196,21	1,422	-	-23%
	<b>BF</b>	235,13	1,641	-	-8%
	<b>BF &amp; CL</b>	235,18	1,640	-	-8%
	<b>Charges &amp; Cadences CL</b>	156,28	1,675	-	-39%
	<b>Projected Case Estimate</b>	399,76	-	-	57%
<b>M. Stochastiques</b>	<b>GLM log Normale</b>	-	-	-	-
	<b>GLM Gamma</b>	-	-	-	-
	<b>Bootstrap</b>	447,77	-	-	76%

Tableau 25: Récapitulatif des résultats de la branche Incendie

## Conclusion

Au fil de ce rapport, nous avons pu appliquer plusieurs méthodes de provisionnement déterministes et stochastique afin de pouvoir calculer une meilleure estimation des engagements pour sinistres nets de recours, et avons pu également comparer les différents résultats avec la méthode de Chain Ladder qui reste la méthode de référence comme préconisé par la circulaire de la SBR. Ceci nous a permis de mentionner l'existence de plusieurs écarts et disparités entre les Best Estimate calculés et ceux pour les quatre branches d'assurances étudiées.

D'une autre part, nous avons cherché à introduire un critère subjectif qui nous aider à choisir la méthode qui semblerait s'adapter aux données de chaque branche en tenant compte uniquement de la partie observée du triangle de règlements, et encore une fois il s'est avéré que la méthode de Chain Ladder n'est pas toujours appropriée. Ceci nous mène à se poser la question de la généralisation de la méthode de Chain Ladder à toutes les branches ou du moins de garder cette méthode comme référence pour le calcul de la meilleure estimation.

Nous avons pu également étayer notre étude en réalisant des comparaisons entre les branches étudiées en retenant comme critères la stabilité et la duration, et il s'est avéré que chacune des branches présentes des spécificités particulières.

Et finalement, bien qu'il existe une complexité quant au choix de la méthode adéquate, il est alors important de mener et réaliser un suivi des résultats et de les confronter à la réalité observée à posteriori. Et du fait que ce choix ne repose pas uniquement sur un calcul numérique, il faudrait également voir la réalisation des hypothèses de chaque méthodes, intégrer la politique de gestion, de souscription etc.... afin d'avoir plusieurs facteurs pour la sélection de la meilleure estimation.

## Liste des abréviations

**AG** : Autres garanties

**BE** : Best Estimate

**BF** : Bornhuetter Ferguson

**CL** : Chain Ladder

**LR** : Loss Ratio

**RC** : Responsabilité civile

**SBR** : Solvabilité basée sur les Risques

**SCE** : Somme des carrées des erreurs

**VAR** : Value At Risk

## Table des figures

Figure 1: Chiffres Clés de Wafa Assurance .....	10
Figure 2: Filiales de Wafa Assurance .....	11
Figure 3: Les trois piliers de la SBR .....	14
Figure 4: Représentation graphique des coefficients de Chain Ladder pour les branches d'assurance étudiées.....	40
Figure 5: Histogramme des Cash-flows futurs des branches d'assurance étudiées .....	41
Figure 6: Illustration de l'hypothèse 1 de Chain Ladder sur les branches étudiées pour les 3 premières années de développement .....	43
Figure 7: Illustration de l'hypothèse 2 de Chain Ladder sur les branches étudiées pour les 3 premières années de développement .....	44
Figure 8: Variation de la réserve des différentes branches étudiées .....	50
Figure 9: Charges de la branche RC Auto Corporel .....	51
Figure 10: Densité empirique du BE pour 5000 simulations pour la RC Auto Corpo Et Auto AG .....	53
Figure 11: Densité empirique du BE pour 10000 simulations pour la RC Auto Corpo Et Matériel .....	53
Figure 12: Densité empirique du BE pour 20000 simulations pour la RC Auto Corpo Et Matériel .....	54
Figure 13: Test de Kolmogorov Smirnov pour 5000 simulations pour la branche RC Corpo et Auto AG .....	54
Figure 14: Test de Kolmogorov Smirnov pour 10000 simulations pour la branche RC Corpo et Matériel .....	54
Figure 15: Test de Kolmogorov Smirnov pour 20000 simulations pour la branche RC Corpo et Matériel .....	54

## Liste des tableaux

Tableau 1: Valeur de la duration des branches d'assurance étudiées .....	40
Tableau 2: Coefficient de variation par année de développement des branches étudiées .....	43
Tableau 3: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de Chain Ladder .....	45
Tableau 4: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de Chain London .....	45
Tableau 5: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode des facteurs non pondérés... ..	45
Tableau 6: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de DeVyllder .....	45
Tableau 7: Somme des carrées des erreurs des données de la RC Auto Corporel .....	46
Tableau 8: Somme des carrées des erreurs des données de la RC Auto Matériel.....	46
Tableau 9: Somme des carrées des erreurs des données de l'Auto AG .....	47
Tableau 10: Somme des carrées des erreurs des données de la branche Incendie .....	47
Tableau 11: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode Chain Ladder Ajustée .....	48
Tableau 12: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de Bornhuetter-Ferguson..	48
Tableau 13: Valeur du Best Estimate par la combinaison de Bornhuetter-Ferguson & Chain Ladder.....	49
Tableau 14: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode Projected Case Estimate ...	50
Tableau 15: Valeur du Best Estimate par l'application de la méthode de la charge ultime et cadences de règlements .....	52
Tableau 16: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche RC auto Corporel.....	55
Tableau 17: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche RC auto Matériel.....	55
Tableau 18: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche Auto AG .....	55
Tableau 19: Résultats de la méthode de Bootstrap sur la branche Incendie .....	56
Tableau 20: Résultats de la méthode GLM (Log Normale) sur la branche RC Auto Corporel ...	56
Tableau 21: Résultats de la méthode GLM (Gamma) sur la branche RC Auto Corporel.....	56
Tableau 22: Récapitulatif des résultats de la branche RC Auto Corporel.....	57
Tableau 23: Récapitulatif des résultats de la branche RC Auto Matériel.....	57
Tableau 24: Récapitulatif des résultats de la branche Auto AG.....	57
Tableau 25: Récapitulatif des résultats de la branche Incendie.....	58
Tableau 26: Triangle des règlements cumulés RC auto Corporel.....	64
Tableau 27: Triangle des règlements cumulés RC auto Matériel.....	64
Tableau 28: Triangle des règlements cumulés Auto AG.....	65
Tableau 29: Triangle des règlements cumulés Incendie.....	65
Tableau 30: Cash-flows futurs de la branche RC Auto Corporel.....	67
Tableau 31: Cash-flows futurs de la branche RC Auto Matériel .....	67
Tableau 32: Cash-flows futurs de la branche Auto AG .....	68
Tableau 33: Cash-flows futurs de la branche Incendie .....	68

## Bibliographie

- [1] Luzi M, Assurance IARD : Interprétation des chiffres, Economica, Janvier 2007.
- [2] Partrat C, Provisionnement technique en assurance non vie : perspectives actuarielles Modernes, juillet 2007.
- [3] Charpentier A, Denuit M, Mathématiques de l'assurance non vie : Tome 2, Tarification et provisionnement, Avril 2005.
- [4] Le Tesson A, Estimation de l'erreur de prédiction dans le cas de l'utilisation d'une combinaison de méthodes pour le calcul de provisions en assurance IARD, Mémoire d'actuariat, Euria, Mai 2014.
- [5] Habib I, Riban S, Quelle méthode de provisionnement non vie dans S2, Mémoire d'actuariat, ENSAE, Juin 2012.

## Annexe 1

Tableau 26: Triangle des règlements cumulés RC auto Corporel

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2 004	19,97	85,01	209,51	361,14	431,66	491,84	517,74	541,12	554,73	562,39	570,79	574,25	577,03	578,59
2 005	22,27	103,88	246,38	355,83	435,41	469,94	496,34	514,07	531,34	539,53	545,25	554,70	559,71	
2 006	23,86	120,82	245,26	382,89	454,37	519,13	554,47	581,27	602,37	614,26	620,92	626,22		
2 007	31,78	115,22	252,21	363,00	482,94	542,61	584,61	614,55	635,90	648,90	654,04			
2 008	28,82	127,14	250,84	424,15	552,56	653,20	730,11	764,13	786,03	801,88				
2 009	20,26	101,15	244,68	392,24	541,32	654,26	715,93	754,65	774,88					
2 010	20,35	91,82	211,38	373,61	531,72	615,56	663,96	700,45						
2 011	21,84	91,15	222,17	433,96	569,52	636,41	683,86							
2 012	24,48	100,54	292,14	451,97	575,41	635,83								
2 013	19,00	112,18	278,04	471,00	569,40									
2 014	21,97	113,40	314,15	456,65										
2 015	27,50	160,60	356,05											
2 016	38,86	166,01												
2 017	39,72													

Tableau 27: Triangle des règlements cumulés RC auto Matériel

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2 004	5,14	16,71	18,82	19,43	19,88	20,16	20,32	20,40	20,43	20,49	20,52	20,56	20,61	20,61
2 005	6,22	16,74	17,84	18,37	18,66	18,84	18,91	18,92	18,98	19,00	19,01	19,05	19,07	
2 006	11,08	19,60	21,11	21,63	22,02	22,24	22,41	22,44	22,46	22,48	22,49	22,49		
2 007	14,81	24,85	26,53	27,07	27,39	27,81	27,89	28,09	28,13	28,24	28,24			
2 008	20,64	31,79	33,34	33,86	34,11	34,38	34,50	34,65	34,75	34,75				
2 009	25,71	39,46	41,76	42,46	43,04	43,53	43,72	43,94	43,99					
2 010	30,56	45,28	47,48	48,24	49,04	49,43	49,57	49,63						
2 011	39,49	58,44	60,26	62,00	62,55	63,00	63,02							
2 012	53,92	72,25	75,77	76,68	77,23	77,54								
2 013	59,85	83,46	85,58	87,15	87,45									
2 014	69,89	91,55	93,42	93,95										
2 015	83,03	112,75	114,80											
2 016	109,55	139,30												
2 017	124,18													

Tableau 28: Triangle des règlements cumulés Auto AG

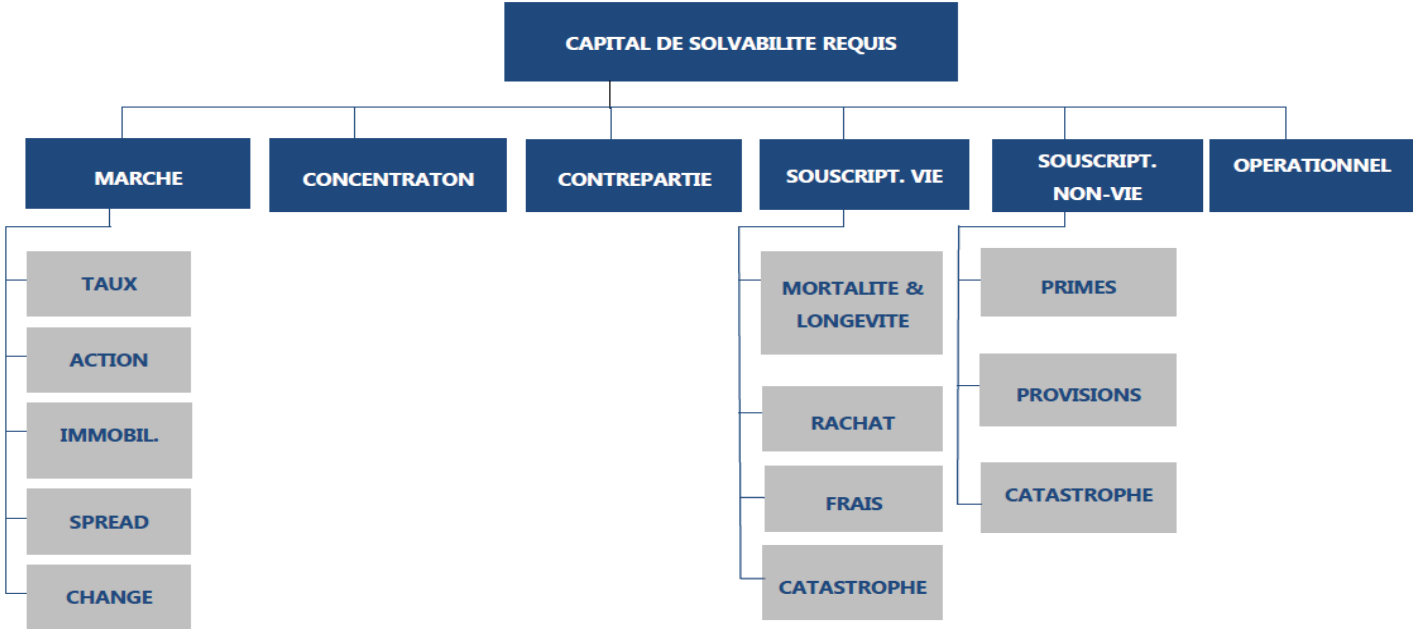
i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2 004	11,61	20,49	23,01	23,50	23,65	23,74	23,84	23,84	23,85	23,85	23,86	23,86	23,87	23,87
2 005	10,97	32,76	34,80	35,63	36,15	36,65	36,66	36,67	36,67	36,67	36,68	36,68	36,68	
2 006	23,83	42,56	46,08	46,74	47,13	47,15	47,85	48,13	48,13	48,15	48,17	48,17		
2 007	37,50	61,20	63,86	65,47	66,19	66,48	66,52	66,64	66,64	66,75	66,77			
2 008	50,56	75,48	79,71	80,32	80,85	80,96	81,05	81,06	81,07	81,08				
2 009	59,35	114,15	134,41	135,27	135,54	135,97	136,01	136,33	136,37					
2 010	92,12	139,00	148,76	149,99	150,22	150,57	150,61	150,72						
2 011	139,21	215,99	222,93	225,03	226,26	227,22	227,32							
2 012	228,22	339,11	350,98	352,30	352,93	353,91								
2 013	257,07	404,28	413,55	420,95	422,04									
2 014	297,18	412,93	430,37	434,80										
2 015	346,35	503,16	514,24											
2 016	429,74	606,37												
2 017	500,47													

Tableau 29: Triangle des règlements cumulés Incendie

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2 004	70,28	145,03	145,79	149,08	149,27	149,46	149,46	149,47	149,47	149,47	149,47	149,47	149,58	149,58
2 005	17,50	40,99	41,39	45,52	45,72	45,88	45,89	45,90	46,02	46,02	46,03	46,03	46,03	
2 006	3,83	15,76	19,49	19,91	19,93	19,93	19,94	20,15	29,30	29,30	29,31	29,31		
2 007	5,75	27,36	46,40	47,07	49,49	50,05	50,11	50,44	50,45	50,45	50,45			
2 008	2,98	12,03	19,21	19,81	25,25	25,25	25,29	25,88	25,88	26,01				
2 009	14,93	25,20	73,73	110,65	116,93	117,64	124,68	124,71	124,72					
2 010	15,21	73,87	89,88	91,42	96,68	112,69	114,14	114,99						
2 011	18,33	34,64	37,19	38,98	46,93	53,56	54,03							
2 012	14,98	46,18	55,40	62,99	64,51	64,52								
2 013	7,87	22,68	38,84	46,29	46,51									
2 014	12,84	58,42	63,82	70,95										
2 015	10,69	45,64	54,34											
2 016	49,67	169,23												
2 017	36,62													

# Annexe 2

- La cartographie des risques :



## Annexe 3

Cash flows futurs							
Année	Chain Ladder	Chain London	Facteur Non Pondéré	DeVylder	CL ajustée	CL&BF	B.Ferguson
1	939,22	808,55	946,54	945,31	931,95	806,12	796,66
2	879,94	690,71	891,89	886,61	871,08	737,27	731,12
3	696,46	523,58	707,81	705,15	688,22	576,91	572,87
4	474,58	395,37	479,45	483,29	467,79	391,89	389,25
5	305,02	269,04	306,25	311,95	291,78	251,75	250,06
6	197,33	170,71	197,66	202,38	194,25	162,78	161,66
7	128,12	94,74	129,40	130,57	126,06	105,64	104,80
8	82,17	49,14	83,51	82,93	78,14	67,36	66,90
9	52,19	22,38	52,85	52,35	51,38	42,41	42,26
10	34,29	4,06	35,13	33,61	33,79	27,52	27,52
11	23,48	1,46	24,13	22,80	23,00	18,64	18,64
12	11,67	8,53	11,96	11,29	11,35	9,18	9,18
13	3,40	2,41	3,48	3,30	3,28	2,66	2,66
	3827,88	3040,67	3870,05	3871,55	3772,07	3200,14	3173,57

Tableau 30: Cash-flows futurs de la branche RC Auto Corporel

Cash flows futurs							
Année	Chain Ladder	Chain London	Facteur Non Pondéré	DeVylder	CL ajustée	CL&BF	Ferguson
1	61,92	40,46	99,47	51,52	59,82	58,77	58,76
2	12,22	5,76	17,49	9,97	14,63	11,60	11,59
3	6,66	3,16	8,59	5,85	6,65	6,36	6,35
4	4,37	1,43	5,62	3,90	4,37	4,15	4,14
5	3,06	0,70	3,83	2,87	3,05	2,91	2,91
6	1,80	-0,03	2,13	1,85	1,80	1,71	1,71
7	1,42	-0,02	1,58	1,61	1,42	1,36	1,36
8	0,93	-0,62	1,05	1,09	0,89	0,88	0,88
9	0,72	-1,10	0,82	0,86	0,71	0,67	0,67
10	0,52	-1,37	0,58	0,68	0,52	0,50	0,50
11	0,50	-1,22	0,57	0,69	0,50	0,47	0,47
12	0,32	0,27	0,39	0,47	0,32	0,30	0,30
13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	94,43	47,44	142,10	81,34	94,68	89,69	89,67

Tableau 31: Cash-flows futurs de la branche RC Auto Matériel

<b>Cash flows futurs</b>							
<b>Année</b>	<b>Chain Ladder</b>	<b>Chain London</b>	<b>Facteur Non Pondéré</b>	<b>DeVylder</b>	<b>CL ajustée</b>	<b>CL&amp;BF</b>	<b>Ferguson</b>
<b>1</b>	284,011	241,085	396,472	258,452	273,880	237,858	237,855
<b>2</b>	43,953	28,492	69,703	35,460	44,444	37,570	37,568
<b>3</b>	14,318	11,612	20,303	13,235	14,205	12,534	12,533
<b>4</b>	6,909	4,140	10,659	5,792	6,872	6,149	6,149
<b>5</b>	4,836	3,051	6,764	4,281	4,802	4,301	4,300
<b>6</b>	2,665	1,009	4,022	2,205	2,651	2,370	2,369
<b>7</b>	1,867	1,661	2,067	1,939	1,850	1,612	1,612
<b>8</b>	0,744	0,949	0,687	0,901	0,694	0,702	0,702
<b>9</b>	0,765	0,838	0,778	0,874	0,760	0,665	0,665
<b>10</b>	0,395	0,235	0,473	0,442	0,392	0,342	0,342
<b>11</b>	0,167	0,135	0,182	0,209	0,167	0,157	0,157
<b>12</b>	0,169	0,160	0,192	0,208	0,167	0,145	0,145
<b>13</b>	0,059	0,056	0,069	0,068	0,059	0,049	0,049
	360,858	293,424	512,369	324,065	350,943	304,453	304,445

Tableau 32: Cash-flows futurs de la branche Auto AG

<b>Cash flows futurs</b>							
<b>Année</b>	<b>Chain Ladder</b>	<b>Chain London</b>	<b>Facteur Non Pondéré</b>	<b>DeVylder</b>	<b>CL ajustée</b>	<b>CL&amp;BF</b>	<b>Ferguson</b>
<b>1</b>	128,33	70,63	179,47	107,59	121,71	118,46	118,44
<b>2</b>	59,02	27,21	89,27	39,27	36,94	54,43	54,43
<b>3</b>	31,64	17,55	45,64	20,78	17,70	29,29	29,29
<b>4</b>	19,26	11,78	28,65	14,48	7,34	17,55	17,54
<b>5</b>	12,33	9,20	17,36	8,94	5,95	11,62	11,62
<b>6</b>	5,13	4,02	9,61	2,63	4,70	4,78	4,78
<b>7</b>	6,54	-1,92	24,35	1,78	5,61	5,74	5,74
<b>8</b>	3,86	-0,01	17,01	0,88	3,65	3,60	3,60
<b>9</b>	0,13	0,04	0,29	0,06	0,12	0,13	0,13
<b>10</b>	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
<b>11</b>	0,15	0,10	0,12	0,14	0,13	0,13	0,13
<b>12</b>	0,09	0,07	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09
<b>13</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	266,52	138,72	411,90	196,68	203,97	245,86	245,82

Tableau 33: Cash-flows futurs de la branche Incendie

## Annexe 4

### Test de Kolmogorov Smirnov :

La statistique de Kolmogorov Smirnov,  $D_n$ , est directement construite à partir de la notion de distance de Kolmogorov Smirnov entre deux fonctions de répartition. Cette distance est définie comme la plus grande différence entre les deux fonctions. La statistique est donc :

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

