



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC  
\*.\*.\*.\*.\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*.\*.\*.\*.\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



**INSEA**

## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

**Etude de la rentabilité du produit décès emprunteur  
sous SBR et application de l'apprentissage  
automatique pour l'optimisation des calculs**

Préparé par : *Mme IKRAM RADI*

Sous la direction de : *M. MARRI FOUAD (INSEA)*  
*M. FADILI SOUFIANE (SANAD Assurance)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

## **Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- *M. MARRI FOUAD (INSEA)*
- *M. KHALIL SAID (INSEA)*
- *M. FADILI SOUFIANE (SANAD Assurance)*

**Juin 2019/ PFE N° 28**



## RESUME

---

Dans la suite logique de la mise en place de Solvabilité II en Europe pour le secteur des assurances, Le Maroc réforme son cadre prudentiel assurantiel à son tour par le biais du projet de Solvabilité Basée sur les Risques (SBR). En plus, cette réforme, en modifiant le capital réglementaire requis par assureur, va nécessairement modifier la rentabilité des produits d'assurance. C'est dans ce contexte que cette étude prend place. Nous essaierons à travers ce présent travail, en nous focalisant sur un produit de l'assurance vie à savoir le produit décès emprunteur, de découvrir de plus près le nouveau système prudentiel marocain, mais aussi d'étudier la rentabilité du produit.

Après avoir introduit le produit décès-emprunteur et détaillé l'assurance de ce produit, nous nous devons de bien comprendre le cadre ainsi que les apports de Solvabilité II, avant d'enchaîner avec SBR. Nous allons alors, en premier lieu, présenter le régime prudentiel européen, ensuite introduire les piliers et surtout focaliser sur les exigences quantitatives derrière SBR, pour pouvoir enfin comparer les deux réformes et énumérer les différences entre elles.

Une fois le cadre réglementaire établi, nous allons nous intéresser à l'étude de rentabilité du produit décès emprunteur de SANAD. Nous allons mettre en avant dans cette partie, un ensemble d'indicateurs, ainsi que la raison derrière et les calculs y afférents.

Ensuite, pour mettre en pratique l'aspect théorique de cette étude, nous allons procéder à la réalisation d'un simulateur. Pour ce faire, nous allons détailler la totalité des calculs derrière ce simulateur dans les parties « Modélisation » et « Courbe des Taux ». Le simulateur en question, se chargera alors de projeter le bilan de la compagnie, calculer les indicateurs de rentabilités tels la VIF et la NBV, ainsi que le Best Estimate des engagements futurs de l'assureur qui doit respecter des principes généraux propres à SBR, pour enfin aboutir à la valeur du capital de solvabilité requis.

Etant donné que chaque assureur et réassureur se doit de demeurer solvable, aux vues de ses engagements et de son activité, les calculs de cette étude se fondent sur la réalisation d'une multitude de scénarios ; ce qui alourdit le simulateur. Pour cette raison, nous proposons dans le dernier chapitre, l'apprentissage automatique comme une méthode probable qui pourrait optimiser les calculs du simulateur.

**Mots-clés** : Solvabilité II, SBR, Formule standard, SCR, Best Estimate, ALM, Produit décès-emprunteur, Rentabilité, VIF, NBV, Apprentissage automatique, Algorithmes supervisés, Arbres aléatoires.

## DEDICACE

---

*A* tous ceux qui ont contribué à la rédaction d'**une** page de ce rapport, ceux qui liront **une** page de ce rapport et ceux qui jugent qu'ils devraient être inclus dans **cette** page du rapport.

## REMERCIEMENTS

---

Je devrai particulièrement remercier en premier lieu, mon encadrant au sein de SANAD Assurance, pour sa disponibilité, son encadrement et ses précieux conseils durant ces quatre mois de stage.

Ce travail n'aurait également pas abouti sans l'aide et l'implication des membres du département Actuariat au sein de SANAD.

Je remercie également M.MARRI FOUAD, mon encadrant à l'INSEA pour ce mémoire pour son soutien et ses conseils avisés tout au long de la réalisation de mon mémoire.

Et je suis finalement infiniment reconnaissante d'avoir le soutien de ma famille, sans lequel ma carrière académique n'aurait certainement pas abouti aux mêmes résultats.

# TABLE DE MATIERE

---

<b>RESUME</b> .....	3
<b>DEDICACE</b> .....	5
<b>REMERCIEMENTS</b> .....	6
<b>LISTE DES ABREVIATIONS</b> .....	10
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	11
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	12
<b>INTRODUCTION</b> .....	13
<b>CHAPITRE 1 : PRESENTATION DE L'ORGANISME</b> .....	14
<b>CHAPITRE 2 : PRODUIT DECES EMPRUNTEUR</b> .....	16
1. Garantie et Objet .....	16
2. Tableau d' Amortissement .....	16
2.1 Annuité Constante : .....	17
2.2 Amortissement Constant : .....	18
2.3 Amortissement In Fine : .....	18
3. Assurance Décès Emprunteur .....	19
3.1 Tarification .....	19
3.2 Provisions .....	22
<b>CHAPITRE 3 : SOLVABILITE BASEE SUR LES RISQUES</b> .....	25
1. Solvabilité 2 .....	25
1.1. Solvabilité 1 .....	25
1.2. Calendrier de S2 .....	26
1.3. Modifications de S2 .....	27
1.4. Organisation en 3 piliers : .....	29
2. Solvabilité Basée sur les Risques .....	33
2.1. Règlementation actuelle .....	33
2.2. Calendrier de SBR .....	34
2.3. Modifications .....	34
2.4. Organisation .....	34
3. Différences entre Solvabilité 2 et Solvabilité Basée sur les Risques .....	39
<b>CHAPITRE 4 : RENTABILITE</b> .....	42
1. Définition Générale .....	42

2. Indicateurs traditionnels .....	44
3. Nouveaux Indicateurs.....	44
3.1. Résultat .....	44
3.2. PVFP .....	45
3.3. CoC.....	46
3.4. VIF .....	46
3.5. VIF Stochastique .....	47
3.6. NBV.....	48
<b>CHAPITRE 5 : MODELISATION .....</b>	<b>50</b>
1. Passif .....	50
1.1. Rentabilité.....	53
1.2. Solvabilité Basée sur les Risques .....	55
2. Actif .....	59
2.1. La courbe des taux.....	59
2.2. Les actions .....	60
2.3. L'actif immobilier .....	61
<b>CHAPITRE 6 : COURBE DES TAUX .....</b>	<b>62</b>
1. Courbe des taux empirique .....	62
1.1. Interpolation Linéaire .....	63
1.2. BOOTSTRAP .....	63
2. Courbe des taux théorique .....	65
2.1. Le Modèle de Vasicek .....	65
2.2. Le Modèle de Cox Ingersoll Ross .....	67
3. Application .....	68
4. Calibrage par la prime de risque .....	73
<b>CHAPITRE 7 : SIMULATEUR.....</b>	<b>75</b>
1. Le Cadre Général .....	75
1.1. Hypothèses Générales.....	75
1.2. Hypothèses sur le produit .....	76
1.3. Hypothèses Réglementaires .....	78
1.4. Hypothèses Financières .....	78
2. Les Résultats.....	79
2.1. Approche déterministe.....	79
2.2. Approche stochastique.....	82
<b>CHAPITRE 8 : MACHINE LEARNING .....</b>	<b>84</b>
1. Model Point .....	84

2. Machine Learning .....	85
2.1. Concept .....	85
2.2. Variables explicatives .....	86
2.3. Variables de sortie .....	87
2.4. Base de Données .....	87
2.5. Apprentissage automatique supervisé.....	88
<b>CONCLUSION</b> .....	<b>95</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>97</b>

## LISTE DES ABREVIATIONS

---

<b>ACAPS</b>	Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale
<b>APE</b>	Annual Premium Equivalent
<b>BAM</b>	Bank Al Maghrib
<b>BEL</b>	Best Estimate of Liabilities
<b>BSCR</b>	Basic Solvency Capital Required
<b>CIR</b>	Cox Ingersoll Ross
<b>CoC</b>	Cost of Capital
<b>CRD</b>	Capital Restant Dû
<b>CSR</b>	Capital de solvabilité requis
<b>EIOPA</b>	European Insurance and Occupational Pensions Authority
<b>FP</b>	Fonds Propres
<b>IAIS</b>	International association of Insurance Supervisors
<b>ICP</b>	Insurance Core Principles
<b>LOOCV</b>	Leave One Out Cross Validation
<b>MAE</b>	Mean Absolute Error
<b>MEGP</b>	Meilleure Estimation des Garanties Probables
<b>NBV</b>	New Business Value
<b>PB</b>	Participation aux bénéfices
<b>PSAP</b>	Provisions pour Sinistres à Payer
<b>PT</b>	Provisions Techniques
<b>PVFP</b>	Present Value of Future Profit
<b>QIS/EIQ</b>	Quantitative Impact Study / Etude d'Impact Quantitative
<b>RMSE</b>	Root Mean Squared Error
<b>S2</b>	Solvabilité II
<b>SBR</b>	Solvabilité basée sur les Risques
<b>SCR</b>	Solvency Capital Required
<b>TRA</b>	Taux de rendement des actifs
<b>VIF</b>	Value in Force

## LISTE DES FIGURES

---

Figure 1 Evolution du chiffre d'affaire de SANAD.....	15
Figure 2 Structure de Solvabilité II.....	29
Figure 3 Le Bilan économique sous Solvabilité II.....	30
Figure 4 Calcul du capital requis de solvabilité .....	31
Figure 5 Revalorisation de l'Actif .....	35
Figure 6 Revalorisation du Passif .....	36
Figure 7 Calcul du CSR en SBR .....	37
Figure 8 Les matrices de corrélation en S2 et en SBR.....	39
Figure 9 Corrélation des sous modules du risque "Marché".....	40
Figure 10 Corrélation des sous modules de souscription vie.....	40
Figure 11 Calcul du CSR pour le produit de l'étude .....	56
Figure 12 Chocs à appliquer à la courbe des taux en S2 .....	57
Figure 13 Tableaux des taux forward.....	60
Figure 14 Le TMP en jours.....	69
Figure 15 Comparaison entre Vasicek, CIR et la courbe réelle.....	73
Figure 16 Les modèles point utilisés pour la projection .....	76
Figure 17 Cadence de règlement des sinistres annuelle.....	77
Figure 18 Cadence de règlement des sinistres mensuelle .....	77
Figure 19 Courbe Zero Coupon.....	79
Figure 20 Sortie R du réseau de neurones .....	91

# LISTE DES TABLEAUX

---

Tableau 1 Courbe des taux de l'année 2019 .....74

Tableau 2 Calcul des indicateurs de rentabilité et le BEL.....79

Tableau 3 Calcul du CSR marché.....81

Tableau 4 Calcul du CSR vie .....81

Tableau 5 Calcul du CSR opérationnel .....81

Tableau 6 Indicateurs après simplification des models point .....85

Tableau 7 Indicateurs avant simplification des models point.....85

Tableau 8 Une partie de la base de données utilisée pour le Machine learning .....88

## INTRODUCTION

---

Le produit décès-emprunteur est l'un des produits les plus commercialisés de la branche assurance vie. Il s'agit d'une assurance obligatoire à souscrire lors de l'octroi d'un crédit. L'assureur s'engage alors à rembourser le capital restant dû à l'établissement de crédit au cas où l'assuré décède. Il est primordial dès lors d'étudier la rentabilité d'un tel produit ; c'est ce que ce travail vise à établir en partie : Etudier la rentabilité d'un produit décès emprunteur de la compagnie SANAD Assurance.

Or vu le poids des assureurs dans la sphère économique, et leur rôle autant qu'investisseurs et assureurs de la bienveillance des citoyens, il est nécessaire que la réglementation qui les régit s'améliore continuellement et s'adapte aux nouvelles exigences quantitatives comme qualitatives. Après les limites qu'a divulgué le système de Solvabilité I en Europe, on a mis en place une nouvelle réglementation prudentielle à savoir Solvabilité II. Quelques années après, tout comme l'assureur Européen, l'assureur Marocain va se voir obligé de s'adapter à un nouveau changement au niveau de la réglementation ; on parle alors du projet intitulé Solvabilité Basée sur les Risques. Le sujet de ce rapport de fin d'étude s'inscrit donc dans ce contexte de préparation active et nécessaire pour cette nouvelle phase. Parallèlement à l'étude de rentabilité, nous allons calculer les indicateurs exigés par le nouveau cadre réglementaire SBR pour un portefeuille-vie constitué du produit en question.

En conclusion, notre travail tourne autour de ces deux études homogènes, puisque les deux nécessitent globalement des calculs qui se basent sur des projections de cashflow utilisant des hypothèses et des techniques actuarielles et financières complexes, et débouchera sur l'utilisation du Machine Learning comme suggestion de méthode pour optimiser les calculs faits tout au long de notre travail.

## CHAPITRE 1 : PRESENTATION DE L'ORGANISME

---

C'est au sein de SANAD Assurances que ce mémoire a pu voir le jour. Donc dans cette partie préliminaire, nous allons introduire cet organisme.

### 1. Généralités :

SANAD assurance est une filiale phare du pôle finance du groupe HOLMARCOM, Groupe Marocain multisectoriel d'envergure, et la Caisse de dépôt et de Gestion, premier Groupe financier du royaume. Il a été créé en 1946. C'est une société anonyme au capital de 250 Millions de Dirhams. Il opère sur le marché national depuis plus de 100 ans sur l'ensemble des branches d'assurance notamment les risques d'entreprise, les risques industriels et de construction.

### 2. Historique :

**1917** : Création des assurances Henri Croze, exclusivement Assurances Maritime.

**1946** : La Protectrice, Compagnie d'Assurances Marocaine, devient l'EMPIRE.

**1949** : Les Assurances Henri Croze se lancent dans l'Assurance des Risques Industriels.

**1957** : Création de CPA, courtier leader dans l'Assurance des Risques Industriels.

**1973** : Marocanisation des Intermédiaires d'Assurances, SAMIR entre dans le capital de CPA à hauteur de 25%.

**1975** : M a r o c a n i s a t i o n des Compagnies d'Assurances, CPA rachète l'EMPIRE à hauteur de 73% et la rebaptise SANAD Assurances.

**1999** : Holmarcom rachète SANAD Assurances et CPA.

**2005** : CDG entre dans le capital de SANAD Assurances à hauteur de 40%.

**2007** : Introduction en Bourse d'Atlanta qui détient 100% de SANAD Assurances.

**2014** : Le Groupe Holmarcom renforce sa position dans le capital de SANAD Assurances/ Atlanta en le portant à 70%.

### 3. Chiffre D'affaire

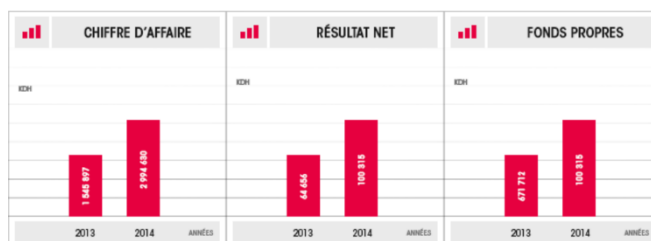


Figure 1 Evolution du chiffre d'affaire de SANAD

SANAD Assurance est une compagnie d'un chiffre d'affaire égal à 2 994 630 KDH en 2014. En effet, comme le montre le graphique, nous remarquons une évolution favorable claire entre 2014 et 2013 pour les trois critères ci-dessus. Les fonds propres ainsi que le chiffre d'affaire de la compagnie ont augmenté ; le résultat net a suivi la même tendance haussière.

## CHAPITRE 2 : PRODUIT DECES EMPRUNTEUR

---

Notre étude ne se portera pas sur le portefeuille Vie de SANAD dans sa totalité, mais elle se limitera au produit Décès Emprunteur. Ce chapitre alors veillera à expliquer ce produit de l'assurance vie en général, sa tarification et tous les calculs y afférents. Quant aux caractéristiques spécifiques à ce produit chez SANAD, elles seront présentées par la suite dans le chapitre « Simulateur », plus précisément dans la partie relative aux hypothèses sur le produit.

### 1. Garantie et Objet

Une assurance décès emprunteur se définit comme suit : En cas de décès de l'emprunteur, l'assureur se substitue à lui et rembourse son capital restant dû à l'établissement prêteur.

D'un point de vue assurantiel, ce produit est une assurance de personnes temporaire, limitée à la durée du crédit, engageant l'assureur à se substituer à l'emprunteur en cas de réalisation d'un risque prévu dans le contrat.

### 2. Tableau d'Amortissement

Dans ce type de contrat, l'assureur s'engage à verser une prestation en contrepartie d'un montant de cotisation qui est fixé à l'origine et pour la durée du prêt. Ce montant de cotisation est calculé en multipliant le capital initial ou le capital restant dû par un taux de primes. La première étape alors est de reconstruire l'ensemble des tableaux d'amortissement de la dette, permettant d'obtenir les capitaux restant dûs pour chaque période, pour chaque individu.

En effet, le tableau d'amortissement est un échéancier détaillé qui permet de visualiser le détail mensuel et annuel des remboursements sur toute la durée d'un crédit. Il prend en compte le montant du prêt, sa durée, le taux d'intérêt appliqué et la date de début des remboursements. Un facteur à prendre en considération lors du calcul de

l'amortissement est l'option de remboursement. Dès lors, trois cas se présentent : **Annuité Constante**, **Amortissement Constant**, et **In fine**.

**N.B** : La période de remboursement pourrait être une année, un trimestre ou n'importe quelle durée fixée par le contrat. On commencera alors par définir le taux d'intérêt correspondant à la période par la formule suivante :

$$i_p = (1 + i)^{\frac{1}{p}} - 1$$

Où

- $i$  : Taux d'intérêt annuel.
- $p$  : Périodicité choisie. Par exemple un remboursement trimestriel correspond à  $p=4$ .

Il faut également prendre en considération les taxes, on définit alors un nouveau taux d'intérêt  $i_{TTC}$  tel que :

$$i_{TTC} = i_p * (1 + tx_{taxe})$$

## 2.1 Annuité Constante :

Dans ce cas, l'emprunteur rembourse le même montant pour chaque période  $p$  durant toute la période du contrat. Pour faciliter le service de l'emprunt, et étaler dans le temps les charges financières supportées par les emprunteurs, on convient souvent de fixer une cadence de remboursement telle que les annuités demeurent constantes. Pour cela, nous allons définir les deux notations d'assurance vie suivantes :

$a_N$  = Somme des valeurs actuelles des  $N$  paiements pour 1 dh emprunté

$$\begin{aligned} a_N &= v + v^2 + \dots + v^N \\ &= \frac{1}{(1 + i_{TTC})} + \frac{1}{(1 + i_{TTC})^2} + \dots + \frac{1}{(1 + i_{TTC})^N} \\ &= \frac{1 - (1 + i_{TTC})^{-N}}{i_{TTC}} \end{aligned}$$

La première étape consiste alors à calculer le montant remboursé. Pour ce faire, on se base sur l'équation des valeurs actuelles . Cette équation traduit que la valeur actuelle de la somme empruntée est égale à la somme actualisée des remboursements.

$$CI = R * (1 + i_{TTC})^{-1} + R * (1 + i_{TTC})^{-2} + \dots + R * (1 + i_{TTC})^{-N}$$

$$CI = R * a_N$$

D'où

$$R = \frac{CI}{a_N}$$

Où :

- CI : Capital Initial emprunté.
- N : Durée de l'emprunt en périodes.
- R : Montant remboursé périodiquement.

Le tableau d'amortissement pour l'annuité constante se présente comme suit :

Année	CRD début	Intérêts	R	Amortissement	CRD Fin
1	CI	$I = i * CI$	R	$A_1 = R_1 - I_1$	$CRD_1 = CI - A_1$
$1 < j < N$	$CRD_{j-1}$	$I_j = i * CRD_{j-1}$	R	$A_j = R - I_j$ $= CI * \frac{1 - (1+i)^{j-N-1}}{1 - (1+i)^{-N}}$	$CRD_j$ $= CI * \frac{1 - (1+i)^{j-N}}{1 - (1+i)^{-N}}$

### 2.2 Amortissement Constant :

L'amortissement correspond à la dépréciation du capital restant dû à chaque échéance. Lors d'un prêt à amortissements constants, la même part du capital emprunté est remboursée annuellement. Le montant total versé chaque année par l'emprunteur n'est pas constant en raison de la valeur des intérêts.

Année	CRD début	Intérêts	R	Amortissement	CRD Fin
1	CI	$I = i * CI$	$R_1$ $= I_1$ $+ A_1$	$A_1 = R_1 - I_1 = \frac{CI}{N}$	$CRD_1$ $= CI * (1 - \frac{1}{N})$
$1 < j < N$	$CRD_{j-1}$	$I_j = i * CRD_{j-1}$	$R_j$ $= I_j + A_j$	$A_j = \frac{CI}{N}$	$CRD_j$ $= CI * (1 - \frac{j}{N})$

### 2.3 Amortissement In Fine :

Lors de la souscription d'un prêt à remboursement in fine, l'emprunteur rembourse les intérêts pendant toute la durée du prêt. Le capital initial emprunté n'est quant à lui remboursé qu'à l'échéance du prêt. Pour un prêt à remboursement in fine, nous obtenons le tableau d'amortissement suivant :

Année	CRD début	Intérêts	Remboursements	Amortissement	CRD Fin
$1 < j < N$	CI	$I = i * CI$	$R_j = I_j$	$A_j = 0$	$CRD_j = CI$
N	CI	$I_N = i * CI$	$R_N = CI + I_N$	$A_N = CI$	$CRD_N = 0$

### 3. Assurance Décès Emprunteur

#### 3.1 Tarification

La tarification de la garantie se base sur le principe d'équivalence actuarielle. Elle consiste à déterminer la prime à verser par l'assuré à chaque échéance. Cette prime correspond au montant qui permet d'égaliser la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur et celle de l'engagement de l'assuré.

$$VAP_{Assuré} = VAP_{Assureur}$$

Où VAP : Valeur actuelle probable des engagements

#### ➤ Engagement de l'assureur :

L'engagement de l'assureur est, d'une façon générale :

$$VAP_A = \sum_{j=1}^N CRD_j * p_x^{\frac{j}{p}} * q_{x+\frac{j}{p}}^{\frac{1}{p}} * v^{\frac{j-0.5}{p}}$$

Où -  $v = \frac{1}{(1+i')}$  tel que  $i'$  est le taux annuel pratiqué par la compagnie d'assurance.

$$- p_x^{\frac{j}{p}} = \frac{j}{p} P_x$$

$$- q_{x+\frac{j}{p}}^{\frac{1}{p}} = \frac{1}{p} q_{x+\frac{j}{p}}$$

**N.B :** Comme les périodes en question ne coïncident pas nécessairement avec des années, il faut faire attention au calcul des probabilités de décès. On se base sur la table TD-8890, et on utilise l'une des méthodes suivantes pour calculer la probabilité de décès pour les âges fractionnaires :

- Interpolation Linéaire
- Interpolation Exponentielle
- Interpolation Harmonique

En utilisant l'interpolation linéaire, nous retrouvons l'expression suivante :

$${}_yq_{x+t} = \frac{y \cdot q_x}{1 - t \cdot q_x}$$

Tel que :  $0 \leq t \leq 1$  et  $0 \leq y \leq (1 - t)$

### 3.1.1 Prime Pure :

#### a- Prime Unique :

##### ➤ Engagement de l'assuré :

L'engagement de l'assuré est :

$$VAP_{assuré} = Prime_{unique}$$

Donc, en faisant appel à l'expression du CRD dans le cas de l'annuité constante, nous obtenons la prime suivante :

$$Prime_{unique} = \sum_{j=1}^N CRD_j * p_x^{\frac{j}{p}} * q_{x+\frac{j}{p}}^{\frac{1}{p}} * v^{\frac{j-0.5}{p}}$$

#### b- Prime Périodique (en fonction du capital initial) :

Dans ce qui suit, on considère que l'assuré paie une prime à l'assureur sur une durée N' de m' périodes . Ces dernières pourraient coïncider avec la durée et la période établies par l'établissement de crédit comme elles pourraient y différer.

Par exemple, pour un client avec un crédit de durée 7 ans, qu'il rembourse mensuellement, on aurait : N=7\*12 et p=12. Ce même client décide quant au paiement de la prime d'assurance décès-emprunteur, de la payer tous les deux mois sur une durée de 4 ans, alors N'=4\*6=24 et m'=6.

##### ➤ Engagement de l'assuré :

L'engagement de l'assuré est :

$$VAP_a = P * \sum_{j=1}^{N'} v^{\frac{j}{m'}} * p_x^{\frac{j}{m'}}$$

Donc, la prime périodique est égale à :

$$P = \frac{\sum_{j=1}^N CRD_j * p_x^{\frac{j}{p}} * q_x^{\frac{1}{p}} * v^{\frac{j-0.5}{p}}}{\sum_{j=1}^{N'} v^{\frac{j}{m'}} * p_x^{\frac{j}{m'}}$$

On définit alors un taux de prime :  $Taux\ Prime = \frac{P}{CI}$

3.1.1.3 Prime périodique (en fonction du capital restant dû) :

➤ **Engagement de l'assuré :**

L'engagement de l'assuré est :

$$VAP_\alpha = \sum_{j=1}^{N'} P_j * v^{\frac{j}{m'}} * p_x^{\frac{j}{m'}} = \sum_{j=1}^{N'} (\alpha * CRD_j) * v^{\frac{j}{m'}} * p_x^{\frac{j}{m'}}$$

Nous retrouvons alors la formule du taux de prime  $\alpha$  :

Et par la suite, la prime :

$$P_j = \alpha * CRD_j$$

Tel que

$$\alpha = \frac{\sum_{j=1}^N CRD_j * p_x^{\frac{j}{p}} * q_x^{\frac{1}{p}} * v^{\frac{j-0.5}{p}}}{\sum_{j=1}^{N'} CRD_j * v^{\frac{j}{m'}} * p_x^{\frac{j}{m'}}$$

3.1.2 Prime Inventaire

La prime d'inventaire correspond à la prime pure chargée des frais de gestion. Ces frais sont répartis en deux catégories :

- g1 : frais relatifs à l'encaissement de la prime.
- g2 : autres frais relatifs à la gestion du contrat.

Le calcul des chargements de gestion se fait également selon le principe d'équivalence.

3.1.2.1 Prime Unique :

$$PUI = Prime_{unique} + g_2 * \sum_{j=1}^N CRD_j * p_x^{\frac{j}{p}} * v^{\frac{j}{p}}$$

### 3.1.2.2 Prime Périodique :

$$PPI = P + g_1 * \sum_{j=1}^{N'} CRD_j * p_x^{\frac{j}{m'}} * v^{\frac{j}{m'}} + g_2 * \sum_{j=1}^N CRD_j * p_x^{\frac{j}{p}} * v^{\frac{j}{p}}$$

### 3.1.3 Prime Commerciale

<i>Prime Commerciale = Prime d'inventaire + f * Prime Commerciale</i>
---

La prime commerciale correspond à la prime d'inventaire majorée des frais d'acquisition. Ces derniers sont calculés en pourcentage f de la prime commerciale :

Donc :

$$Prime\ commerciale = \frac{Prime\ d'inventaire}{1 - f}$$

## 3.2 Provisions

Dans un contrat d'assurance emprunteur, à chaque période, la prime payée par l'assuré ne correspond pas nécessairement au niveau de risque supporté par l'assureur. Il est alors nécessaire de constituer une provision pendant la première période qui permette de faire face, au cours de la deuxième période, à l'insuffisance de primes perçues par l'assureur par rapport au risque supporté. Cette provision correspond à ce qu'on appelle les provisions mathématiques. Les provisions mathématiques décès sont définies comme étant la différence entre l'engagement de l'assureur et l'engagement de l'assuré à chaque date k.

### 3.2.1 Provisions Mathématiques Pures

La provision mathématique pure à l'instant k se calcule selon la formule suivante :

$PMP(k) = VAP_A(k) - VAP_a(k)$
--------------------------------

➤ Engagement Assureur :

$$VAP_A(k) = \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * q_{x+j} * v^{\frac{j-k}{p}}$$

➤ Engagement Assuré :

**a- Prime Unique :**

Nous avons :  $VAP_a(k) = 0$

Donc

$$PMP(k) = \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * q_{x+j} * v^{\frac{j-k}{p}}$$

**b- Prime Périodique :**

La valeur actuelle probable de l'assuré vérifie :

$$VAP_a(k) = \sum_{j=k}^{N'} P_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{m'}}$$

Donc

$$PMP(k) = \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * q_{x+j} * v^{\frac{j-k}{p}} * p_{x+k}^{j-k} - \sum_{j=k}^{N'} P_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{m'}}$$

3.2.2 Provisions Mathématiques d'Inventaire :

La provision mathématique d'inventaire à l'instant k se calcule comme suit :

$$PMI(k) = VAP_A(k) + VAP_A^{Gestion}(k) - VAP_{a(k)}$$

**a-Prime Unique :**

Pour les frais de gestion :

$$VAP_A^{Gestion}(k) = g_2 * \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{p}}$$

D'où, finalement :

$$PMI(k) = PMP(k) + g_2 * \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{p}}$$

**b-Prime Périodique :**

Et les frais de gestion sont incorporés de la manière suivante :

$$VAP_A^{Gestion}(k) = g_1 * \sum_{j=k}^{N'} CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{m'}} + g_2 * \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{p}}$$

Pour enfin avoir :

$$PMI(k) = PMP(k) + g_1 * \sum_{j=k}^{N'} CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{m'}} + g_2 * \sum_{j=k}^N CRD_j * p_{x+k}^{j-k} * v^{\frac{j-k}{p}}$$

### 3.2.1 Provisions pour sinistre à payer

Lorsque l'assureur ne règle pas les charges des sinistres d'un seul coup, on dit qu'il suit une cadence de paiement, où le sinistre n'est totalement payé qu'après quelques mois de sa survenance. Dans ce cas, nous pouvons calculer ce que nous appelons des provisions pour sinistres à payer (PSAP) . La PSAP de la ième période correspondra donc à la formule suivante, avec  $tx_{cadence}$  le taux de la chronique de liquidation des sinistres propre à l'assureur :

$$PSAP(i) = \sum_{k=0}^{\min(maxcad-1, i-1)} Sinistre(i-k) * (1 - \sum_{j=0}^k tx_{cadence}(j))$$

**N.B** : Lorsque l'assurance décès emprunteur comprend les risques Incapacité/Invalidité, il faut calculer d'autres types de provision comme la provision pour risque croissant (PRC) , ...

## CHAPITRE 3 : SOLVABILITE BASEE SUR LES RISQUES

---

Le secteur prépare depuis quelques années son passage vers les normes de **Solvency II**, ou Solvabilité II en français, ou même SBR, la **Solvabilité basée sur les risques**, selon la nomenclature retenue par le régulateur marocain.

Dans la suite logique de la mise en place de Bâle II, IFRS 17 , une nouvelle réglementation a vu donc le jour en Europe: Solvabilité 2 . Celle-ci vise à protéger davantage les assurés, introduire des exigences de capitaux plus sensibles que ceux présentés par la réglementation actuelle aux niveaux de risques encourus et proposer des méthodes adéquates pour la gestion de risque au sein des compagnies d'assurances.

Quelques années après, le secteur de l'assurance au Maroc essaie à son tour de s'adapter à ces changements et de les incorporer dans sa réglementation, d'où la naissance du projet SBR.

Nous présenterons alors dans cette partie, les axes fondamentaux de Solvabilité 2, et ceux de SBR pour pouvoir dégager les similarités ainsi que les différences, en nous focalisant pour la partie technique sur le volet Vie.

### 1. Solvabilité 2

#### 1.1. Solvabilité 1

La Commission Européenne a lancé en 2000 l'ambitieux projet de réformer le système de contrôle de la solvabilité des assureurs européens. Avant cette date, les compagnies d'assurance exerçaient leurs activités sous le cadre de Solvabilité 1.

Solvabilité 1 regroupait un ensemble d'exigences fondées principalement sur les axes suivants :

- Les provisions techniques mises en place par l'assureur doivent être calculées de manière prudente.
- Les assureurs doivent détenir, en représentation de leurs engagements, des actifs sûrs, liquides et rentables.

- La marge de solvabilité de l'assureur doit être à tout moment supérieure à l'exigence de marge de solvabilité (ou au fonds minimum de garantie si celui-ci est plus élevé), sous peine de se faire imposer un plan de redressement.

La majorité des calculs introduits par cette réglementation se faisaient selon une méthode déterministe et rétrospective, ce qui donnait à ce système un trait de simplicité relative. Puisque les données utilisées étaient des données comptables, et les calculs suivaient des méthodes forfaitaires, Solvabilité 1 était aisément compréhensible.

Or cette dernière s'est avérée présenter tout de même plusieurs limites :

- Peu de différenciation par branche d'activité
- Absence d'inclusion des risques associés aux placements et à l'adéquation Actif/passif
- Prise en compte non satisfaisante de la réassurance
- Appréciation purement quantitative et insuffisamment prospective
- Les méthodes forfaitaires ne présentent aucun lien avec les risques encourus
- Absence de la prise en compte de l'effet de volatilité des marchés financiers
- La réforme comptable IFRS 17 n'est pas prise en compte
- Le principe de valorisation du bilan en « juste valeur » doit notamment s'appliquer au lieu du principe de la « valeur historique »
- L'absence de la couverture des risques de mauvaise gestion.
- Les spécificités de chaque compagnie ne sont pas prises en considération.

Pour toutes ces raisons, le projet Solvabilité II a été mis en place. En effet, solvabilité 2 est une réforme qui a pour but de fixer un nouveau cadre prudentiel pour l'ensemble des organismes d'assurance en Europe, avec l'objectif de prendre en compte l'ensemble des risques auxquels les organismes peuvent être soumis.

## 1.2. Calendrier de S2

Un projet de la taille de S2 ne peut se réaliser en une courte durée de temps. Cette réforme nécessite du temps pour la conception d'abord, et encore. C'est pour cela que le calendrier initial de mise en place a été assoupli devant l'ampleur des chantiers à

mener pour les acteurs, et afin de définir les modalités pratiques d'application de la directive :

**QIS 1 (2005)** : Etude du niveau de prudence des provisions techniques

**QIS 2 (2006)** : Suite de l'étude sur le niveau des provisions techniques et premier calcul des montants de fonds propres nécessaires (MCR et SCR).

**QIS 3 (2007)** : Calibrage des formules standards pour le calcul du MCR et du SCR, et introduction de la problématique des groupes.

**QIS 4 (2008)** : Raffiner et détailler les mesures quantitatives de deuxième niveau.

**2009** : Vote de la directive Solvabilité 2

**QIS 5 (2010)** : Dernière opportunité d'évaluer l'adaptation de l'ensemble des processus par tous les acteurs concernés et détermination des derniers ajustements en termes de calibrage.

**2011-2012** : Négociations autour de la directive Omnibus 2. Incertitudes sur le calendrier.

**Juin 2012-Juin 2013** : Etude LTGA ou QIS bis (modification du QIS 5) menée par EIOPA

**Novembre 2013** : Accord au Trilogue

**Décembre 2013** : Reprise des travaux sur le niveau 2

**Mars 2014** : Vote de la directive Omnibus 2 par le Parlement Européen

**Printemps 2014** : Publication de la directive Omnibus 2 au Bulletin Officiel

**Fin Octobre 2014** : Première séquence d'adoption par la Commission des projets d'Implementing Technical Standards (ITS ) réalisés par l'Eiopa

**Avril 2015** : Début de certaines procédures d'approbation (Modèles Internes)

**Janvier 2016** : Entrée en application du régime Solvabilité 2

### 1.3. Modifications de S2

Cette réforme a essayé de corriger les limites qui ont été relevées pour Solvabilité 1, et a donc apporté plusieurs modifications :

#### **-Gestion des risques :**

Au lieu des exigences qui étaient essentiellement quantitatives, de nouvelles exigences relatives à la gestion des risques et au contrôle interne seront mis en place.

Auparavant la liste des risques pris en compte était non exhaustive et peu discriminante, alors que Solvabilité 2 exige une prise en compte de tous les risques (souscription, crédit, opérationnel, ...).

De plus, le nouveau projet propose une formule standard plus fine et instaure une individualisation du calcul par les modèles internes.

**-Harmonisation :**

L'un des inconvénients majeurs de l'ancienne réglementation est que le niveau de prudence des provisions était variable entre les pays et les typologies d'organismes assureurs. Or sous la réforme, le système de l'assurance connaîtra une harmonisation du niveau de prudence des provisions par une référence quantitative (quantile).

Les pratiques de supervision étaient également variées selon les pays, Solvabilité 2 a essayé donc d'harmoniser ces dernières entre les différents pays.

**-Calcul :**

On a tant reproché à l'ancienne réglementation la simplicité des calculs qui ne tenait pas compte de l'ensemble des risques auxquels l'entreprise de l'assurance est exposée, alors en élaborant les formules de calcul pour Solvabilité 2, il y avait une conscience de la nécessité d'une granularité très fine dans les calculs (données, systèmes d'information)

**-Gouvernance :**

Le nouveau système a également veillé au renforcement des exigences en matière de gouvernance, de contrôle interne et de gestion des risques où une maîtrise de tous les risques, plus de travail, de nouvelles fonctions sont exigées.

**- Reporting :**

L'aspect du reporting est aussi un volet axial sur lequel a travaillé la nouvelle réglementation : un reporting aux autorités de contrôle plus fréquent, plus complet et renforcement des capacités de contrôle. La transparence et traçabilité imposent également des tâches de reporting plus complexes et plus techniques.

1.4. Organisation en 3 piliers :

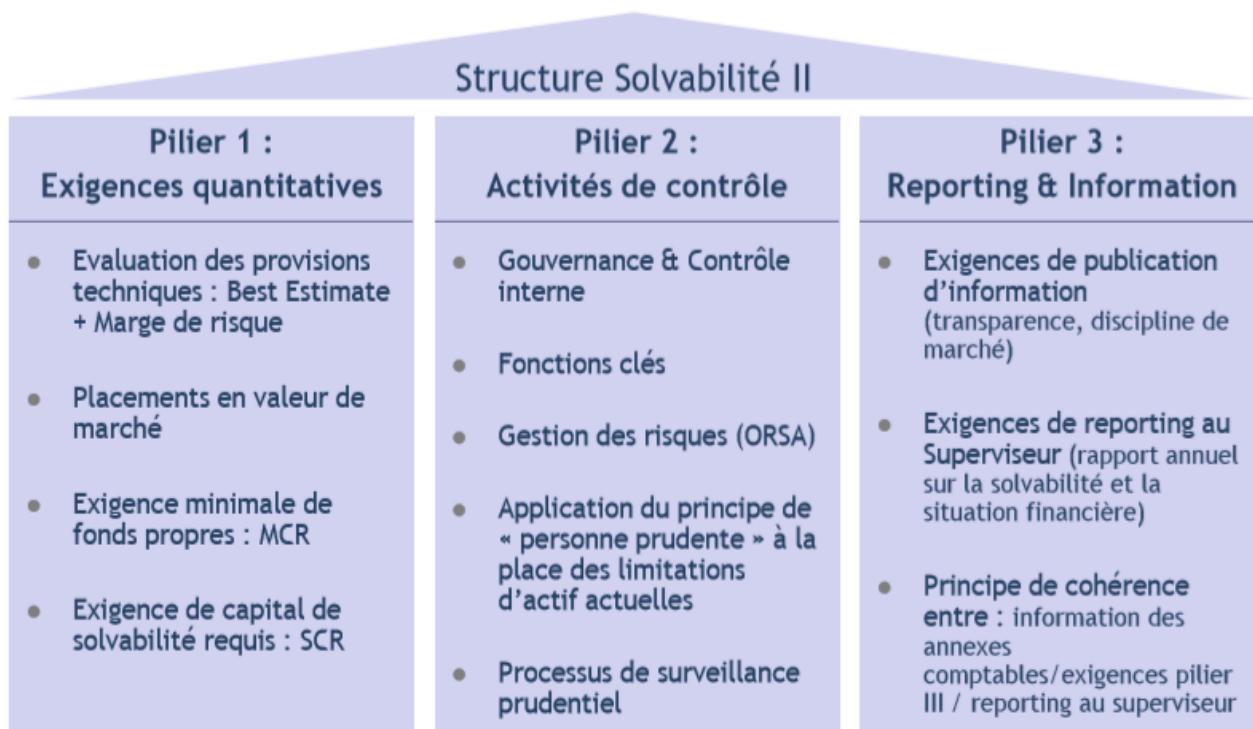


Figure 2 Structure de Solvabilité II

Pour mieux expliquer comment S2 va apporter ces modifications, il est indispensable d'explicitier l'organisation de ce projet et ses grandes bases fondatrices. En effet à l'image de Bâle II, Solvabilité II a adopté une organisation en trois Piliers :

1. Le premier pilier :

Ce pilier est constitué des règles relatives aux ressources financières, règles prudentielles sur les provisions techniques et les exigences des fonds propres :

- Evaluation de la meilleure estimation des provisions techniques et d'une marge de risque explicite.
- Etablissement d'un bilan prudentiel en valorisation économique
- Mise en place de deux niveaux d'exigences des fonds propres : SCR et le MCR

L'intervention de l'autorité de contrôle dépend alors du niveau des fonds propres par rapport à ces deux niveaux .

La bilan économique de l’organisme assureur se présente comme suit sous l’optique S2 .

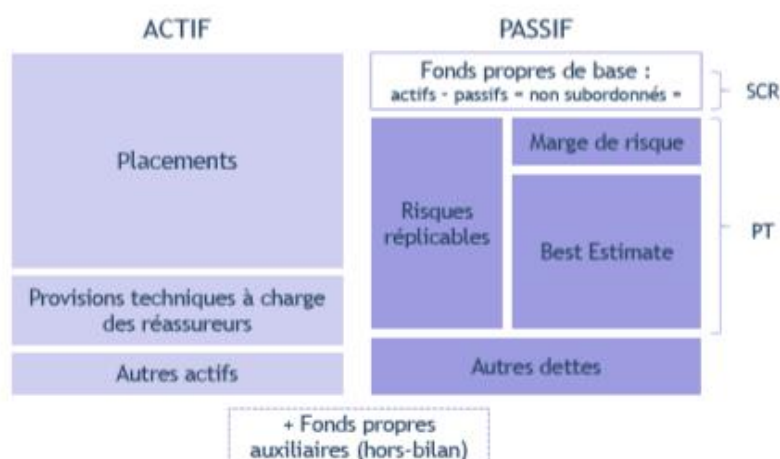


Figure 3Le Bilan économique sous Solvabilité II

Il faut mentionner que dans solvabilité 2 , les fonds propres sont obtenus comme une différence entre l’actif et le passif pour déterminer la richesse réelle de l’organisme assureur. En nous focalisant sur le passif de la compagnie , nous remarquons qu’il est construit par :

- **Les Fonds Propres** : Ils sont répartis en deux catégories à savoir les fonds propres de base et les fonds propres auxiliaires . Les règles de prudence imposées par le projet Solvabilité 2 requiert que les fonds propres respectent la formule suivante :

$$FPB + FPA \geq SCR \text{ et } FPB \geq 70\% * SCR$$

- **Capital de Solvabilité Requis SCR** : C’est le niveau de capital permettant d’absorber la réalisation des risques encourus. Cette exigence correspond aux fonds propres requis pour remplir toutes les obligations à horizon 1 an avec une probabilité de 99,5%.
- **Minimum de Capital Requis MCR** : C’est le niveau des fonds propres au dessous duquel l’activité présente un risque inacceptable pour les assurés. Il est calculé à partir de formules factorielles en distinguant les activités vie et non vie.

En ce qui concerne les provisions techniques, nous parlons de BEST ESTIMATE et de la MARGE DE RISQUE , qui sont définis comme :

- **Best Estimate** : Flux futurs probables rattachables aux contrats existants et actualisés suivant une courbe de taux sans risque de référence. Il doit tenir compte de toutes les garanties et options offertes par le contrat , ainsi que de l'ensemble des versements discrétionnaires futurs ( par exemple PB future )
- **Marge de risque** : Cout du capital permettant de couvrir tous les SCR successifs jusqu'à extinction des passifs , dans l'hypothèse de transfert de l'ensemble de ses engagements à une coquille vide.

Néanmoins d'autres mesures supplémentaires ont été discutées pour réduire la volatilité du bilan S2 comme la prime de volatilité , prime d'adossement , ...

### Calcul du SCR :

Ce niveau peut être déterminée selon deux méthodes différentes , soit en suivant la méthode standard instaurée par le réguler , soit en se basant sur un modèle interne développé par la compagnie mais validé par le régulateur . La méthode interne évalue ce montant par la formule suivante :

$$SCR = BSCR + SCR_{op} - \max(0, Adj)$$

Ce calcul incorpore les modules de risques suivants

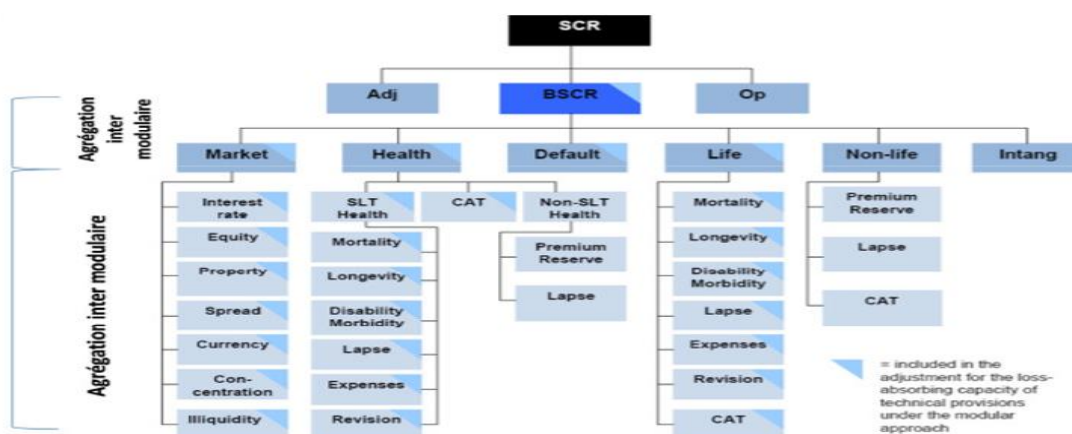


Figure 4 Calcul du capital requis de solvabilité

Le BSCR résulte de l'agrégation des charges modulaires via l'application d'une matrice de corrélation

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corf_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{intangible}$$

Corr	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non Vie
Marché	100,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%
Défaut	25,0%	100,0%	25,0%	25,0%	50,0%
Vie	25,0%	25,0%	100,0%	25,0%	0,0%
Santé	25,0%	25,0%	25,0%	100,0%	0,0%
Non Vie	25,0%	50,0%	0,0%	0,0%	100,0%

En conclusion , le pilier 1 permet à la compagnie d'assurance de renforcer sa connaissance et sa maîtrise du risque de souscription , mais aussi de diversifier les risques au sein de son portefeuille . Il présente également une opportunité pour redéfinir les schémas de réassurance , d'envisager le recours aux modes de transfert alternatif des risques et de globalement optimiser l'allocation du capital et d'accroître la rentabilité du modèle économique .

## 2. Le deuxième pilier :

Le pilier 1 permet d'offrir une image fidèle de la situation de solvabilité de l'entreprise à l'horizon d'un an . Toutefois , une telle image n'a d'intérêts que si elle s'accompagne d'une gouvernance garantissant une gestion saine , prudente et efficace de l'organisme.

Solvabilité 2 vise à un renforcement de la gouvernance et de la gestion des risques , et ceci par l'intermédiaire du pilier 2 . Ce dernier permet de décrire le plus clairement possible le système de gestion des risques .

Les principales évolutions que ce pilier a apporté par rapport au pilotage de l'entreprise résident dans la plus grande formalisation de l'appétence au risque qu'il exige , et la plus forte tracabilité qu'il demande des résultats chiffrés en parallèle avec la cohérence du reporting interne . Ce pilier discute également le choix des scénarios de stress et des hypothèses des modèles qui doivent être justifiés et validés par le management. Il insiste aussi sur une architecture informatique robuste assurant la qualité des données . Et tout cela ne peut se réaliser sans une implication de l'ensemble de l'organisme ( opérationnel , gouvernance , ... ).

La construction de ce pilier repose néanmoins sur des travaux qui devraient déjà exister au sein de l'organisme tel le contrôle interne , ALM , ...

### 3. Le troisième pilier :

Ce pilier a pour objectif principal de transmettre l'information financière aux superviseurs ( autorités de contrôle) mais aussi au public ( assurés , actionnaires, professionnels du métier , ... ). Dès lors , il se base sur plusieurs grands principes tels :

**La transparence** : les informations devront permettre d'apprécier la situation financière et l'état de solvabilité de l'organisme d'assurance.

**La cohérence** : les informations devront être compréhensibles et cohérentes avec les éléments présentés aux différents utilisateurs.

**L'homogénéité** : les mêmes états de reporting sont demandés aux organismes d'assurance de tous les états membres de l'union européenne.

**La traçabilité** : les organismes d'assurance devront prouver la fiabilité de toutes les informations utilisées.

Pour conclure , le pilier 3 est une opportunité pour optimiser l'organisation de la compagnie , de rassurer et fidéliser les clients mais aussi de capter de nouveaux et aussi de séduire les investisseurs potentiels .

## 2. Solvabilité Basée sur les Risques

### 2.1. Règlementation actuelle

Le cadre prudentiel actuel marocain du secteur des assurances se caractérise par être trop simpliste où ce dernier ne tient pas compte de tous les risques. De plus, il n'aborde quasiment pas des normes en matière de gouvernance et de gestion des risques et ne présente également pas de conformité par rapport aux principes de bases de l'assurance (ICP) de l'IAIS. Ce qui fait du système prudentiel actuel un système assez limité. Simultanément, avec l'apparition des nouveaux cadres cognitifs chez les acteurs du monde assurantiel et la mise en place de « Solvabilité II » en Europe ; le régulateur marocain s'est inspiré pour réformer le cadre prudentiel des assurances.

## 2.2. Calendrier de SBR

L'ACAPS lance alors en 2017 l'ambitieux projet de réformer le système de contrôle de la solvabilité des assureurs au Maroc.

**Aout 2016** : Amendement de l'article 239 du code des assurances.

**Avril 2017** : Communication du projet de circulaire d'application au secteur pour consultation

**Novembre 2017** : Lancement de la phase de concertation avec le secteur

**Décembre 2017** : Mise à jour du chapitre pilier 1

**Avril 2018** : Mise à jour du chapitre pilier 1 (partie : bilan prudentiel)

**Mai 2018** : Lancement de la première phase de l'étude d'impacts EIQ1

**Novembre 2018** : Remise des états de l'EIQ1

## 2.3. Modifications

Les modifications fondamentales que va apporter la nouvelle réforme par rapport au cadre actuel réside dans, d'un côté, la valorisation des bilans ne se fera plus que d'une façon comptable, mais les assureurs devront valoriser leurs bilans sur les valeurs économiques. D'un autre coté, en ce qui concerne les risques étudiés, les assureurs ne vont plus se contenter que du risque de souscription, mais ils devront incorporer dans leurs études une multitude de risques qui pourrait affecter leurs portefeuilles.

## 2.4. Organisation

En suivant les pas du régulateur Européen, SBR s'organise de la même façon que solvabilité 2 à savoir sur la base de trois lignes directrices :

### **i. Pilier 1 : Exigences Quantitatives**

Ce pilier concerne l'aspect technique du projet. Il répond à l'enjeu du calcul des exigences de capital en fonction des risques encourus. C'est ce premier pilier qui présentera la nouvelle forme du bilan prudentiel, et qui explicitera le calcul des fonds propres éligibles et du capital de solvabilité requis.

La partie « ACTIF » du bilan est revalorisée selon le tableau suivant :

Type	Valorisation
Actions cotées	Valeur de Marché au dernier cours avant la date d'inventaire
OPCVM	Valeur de Marché à la dernière VL avant la date d'inventaire
Obligations & TCN	Valeur de Marché : actualisation des flux futurs aux derniers taux actuariels constatés avant la date d'inventaire (Prix Plein Coupon)
Actifs Immobiliers	Valeur de transaction évaluée par un expert au moins une fois tous les 5 ans
	Entre deux évaluations, mise à jour annuelle en fonction de l'évolution de l'indice des prix des actifs immobiliers (IPA) publié par BAM
	Si absence d'évaluation par un expert : Valeur Comptable
	Exigence de réévaluation si l'Autorité le juge nécessaire
Prêts, Dépôts et autres Créances financières	Valeur Comptable
Immobilisations en Non valeurs & Incorporables	Valeur Nulle
Ecart de conversion - Actif	Valeur Nulle
Provisions Techniques cédées	Meilleure estimation des engagements cédés ajustée du défaut des contreparties
Charges d'acquisitions reportées	Valeur Nulle
Différence sur prix de remboursement à percevoir sur titres	Valeur Nulle
Autres Créances de l'actif circulant	Valeur Comptable
Trésorerie - Actif	Valeur Comptable
Autres actifs	Valorisation à dire d'expert. A défaut Valeur Comptable
Impôts différés actif	Taux IS x (Différence de valorisation des actifs entre bilan prudentiel et bilan comptable + Report à nouveau des pertes cumulées sur 4 ans)

Figure 5 Revalorisation de l'Actif

Pour le calcul des provisions techniques prudentielles cédées, pour la partie VIE uniquement, nous avons :

**La meilleure estimation des engagements cédés :**

*ME cédés*

=

**Part des cessionnaires** dans les provisions mathématiques et dans les provisions pour capitaux, rentes et rachats à payer  
 La somme des provisions mathématiques , des provisions pour capitaux, rentes et rachats à payer **bruts de réassurance.**

×

*ME engagements*

✓ **L'ajustement pour défaut de contrepartie:**

$$Ajustement_{defaut} = \sum_{i>t} \frac{Adj_i}{(1 + r_i)^i}$$

$$Adj_i = ME_{engagements_i} \times PD \times (1 - PD)^{i-1}$$

La probabilité de défaut annuelle *PD* du réassureur correspond à la probabilité de défaut annuelle associée à la deuxième meilleure notation financière du réassureur la plus récente durant les dix-huit (18) derniers mois et évaluée par une agence de notation reconnue. Elle est définie à partir au tableau ci-dessous.

En l'absence de notation financière durant les dix-huit (18) derniers mois, la probabilité de défaut devant être retenue est celle correspondant à la notation la plus faible.

Notation financière	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC ;CC ;R ; SD/D,R
Probabilité de défaut annuelle	0,002%	0,010%	0,050%	0,240%	1,200%	4,200%	4,200%

Et la partie « Passif » se revalorise comme suit :

**BEST ESTIMATE engagement vie :**

BEST ESTIME VIE = MEGP (Best Estimate Garanti) + BDF (Bénéfices Discrétionnaires Futurs)

MEGP = actualisation des flux de trésorerie futurs probabilisés, afférents aux engagements contractuels garantis. Sous SBR, il se calcule dans l’absence d’interactions actif/Passif dans les projections.

BDF = valeur actuelle des prestations futures servies au titre de la participation aux bénéfices

$$BDF = Taux_{PB\ contractuel} * Max(0, (Actif VM - Actif VC) + (PT - MEGP)) + PPB$$

- **BDF** Les bénéfices discrétionnaires futurs
- **MEGP** La meilleure estimation des garanties probabilisées
- **Taux<sub>PB contractuel</sub>** Le taux de participation aux bénéfices contractuel
- **Actif VM** La valeur SBR des actifs admis en représentation des provisions techniques
- **Actif VC** La valeur comptable des actifs admis en représentation des provisions techniques
- **PPB** Provision pour participation aux bénéfice comptable
- **PT** la somme des provisions mathématiques, des provisions pour capitaux, rentes et rachats à payer

Dettes de financement autres que les emprunts obligataires	Valeur Comptable
Emprunts obligataires	Actualisation des flux futurs aux derniers taux actuariels constatés avant la date d'inventaire
Provisions durables pour risques et charges	Valeur Comptable
Provisions Techniques prudentielles	Evaluation par canton en additionnant : Meilleure estimation des engagements Meilleure estimation des frais de gestion Marge de risque
Dettes pour espèces remises par les cessionnaires	Valeur Comptable
Dettes de passif circulant	Valeur Comptable
Autres passifs	Valeur Comptable
Impôts différés passif	Taux IS x (Différence de valorisation des passifs entre bilan prudentiel et bilan comptable)

Figure 6 Revalorisation du Passif

**BEST ESTIMATE Frais de Gestion :**

La meilleure estimation des frais de gestion correspond à l’actualisation des flux de frais de gestion futurs. Les flux de frais de gestion futurs correspondent au produit du nombre de contrats par le montant de frais de gestion unitaire moyen (calculé sur historique de 3 ans).

L’actualisation, invoquée dans le calcul des meilleures estimations, s’effectue à la base d’une courbe des taux communiquée par l’Autorité selon la méthodologie suivante et qui sera plus détaillée par la suite dans la partie « courbe des taux » :

-Choix de la courbe des taux de référence : taux actuariels des bons de trésors publié par BAM.

-Interpolation linéaire de la courbe de référence afin d’obtenir les taux actuariels de maturités pleines.

-Transformation en courbe zéro-coupons en supposant que les prix des Bons de Trésor sont au pair « BootStraping ».

Nous rappelons que le cadre de notre étude tourne autour de la branche vie uniquement, donc nous nous limiterons au calcul du capital de solvabilité requis (CSR) pour cette branche :

Le Capital de Solvabilité Requis (CSR) capture la perte inattendue à supporter dans le cas d’un scénario catastrophe avec une probabilité d’occurrence très faible. Il peut être calculé selon deux méthodes : une méthode par scénarios ; où la charge en capital est égale à la variation de fonds propres correspondant à la réalisation du choc défavorable ou une méthode forfaitaire où la charge en capital est calculée à partir d’une formule mathématique (application d’un facteur à une assiette).

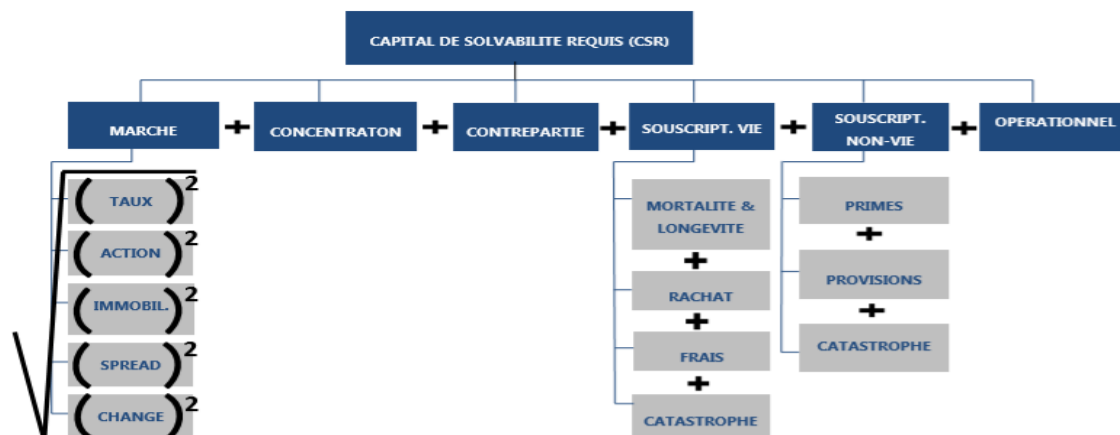


Figure 7 Calcul du CSR en SBR

La suite et le détail des calculs seront proprement présentés dans le chapitre « Modélisation ».

## ii. Pilier 2 : Gouvernance et exigences qualitatives

Toujours selon la même logique de Solvabilité 2, SBR consacre son deuxième pilier au renforcement du système de gouvernance au sein des organismes des assureurs. Ce pilier discute alors les systèmes de gestion des risques et de contrôle interne, il insiste sur la

qualité des données et le système d'information et souligne quelques dispositions générales que les assureurs seront tenus à respecter dans le cadre de la gouvernance.

SBR affirme la nécessité d'une gouvernance appropriée qui se bâtit à travers une direction générale et un conseil d'administration possédant collectivement les qualifications, les compétences et expériences nécessaires mais aussi, parmi tant d'autres choses, un système opérationnel et efficace de coopération, de reporting interne et de communication des informations.

Ce pilier vient également spécifier les fonctions clés qui contribueront à la mise en œuvre d'un système de gouvernance efficient :

- **Fonction actuarielle** : responsable de l'aspect technique tel que le calcul des provisions techniques, assure la validité des méthodes utilisées et donne une opinion technique sur la stratégie de souscription. Elle émet un rapport actuariel qui sera soumis au conseil d'administration.
- **La fonction de gestion des risques** : accompagne la direction générale à la mise en place du système de gestion des risques, et travaille sur l'identification des risques tout en coordonnant le calcul du CSR.
- **La fonction de vérification de la conformité** : assure le respect de la réglementation et la conformité aux politiques fixées par la direction générale. Elle joue également un rôle de conseil pour cette dernière.
- **La fonction d'audit interne** : doit être indépendante de la direction générale pour assurer son efficacité. Elle est responsable de la mise en œuvre du plan d'audit interne avec la réalisation d'un rapport annuel d'audit interne. Ce dernier document devrait contenir les actions de contrôle réalisées ainsi que les insuffisances relevées tout en leur rajoutant les mesures correctives appropriées.

#### **i. Pilier 3 : Information**

La transparence est une valeur clé dans SBR. C'est pour cette raison, que le troisième et dernier pilier cherche à instaurer cette valeur à partir de plusieurs pratiques, dont la plus importante est la publication des informations à fournir, à la fois, à l'Autorité, et aussi au public.

### 3. Différences entre Solvabilité 2 et Solvabilité Basée sur les Risques

Quoique d'un point de vue global, SBR paraît être une transposition exacte du projet européen Solvabilité 2, il existe en effet certaines dissimilarités entre les deux réformes. Bien évidemment, la logique derrière les deux systèmes est à peu près la même, sauf que les calculs pour l'appliquer diffèrent un peu. Nous présenterons par la suite, les majeures de ces différences.

- **Matrice de corrélation :**

Pour le calcul du SCR ou ce que SBR nomme CSR , une matrice de corrélation est à interpellé pour pouvoir sommer les différents modules de risque. Contrairement à Solvabilité 2 , qui propose des coefficients de corrélation différents , le régulateur marocain a supposé une corrélation parfaite entre les divers risques des branches de l'assurance.

S2	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non Vie
Marché	100%	25%	25%	25%	25%
Défaut	25%	100%	25%	25%	50%
Vie	25%	25%	100%	25%	0%
Santé	25%	25%	25%	100%	0%
Non Vie	25%	50%	0%	0%	100%

SBR	Marché	Défaut	Vie	Non Vie
Marché	100%	100%	100%	100%
Défaut	100%	100%	100%	100%
Vie	100%	100%	100%	100%
Non Vie	100%	100%	100%	100%

Figure 8 Les matrices de corrélation en S2 et en SBR

Au sein de ces modules mêmes, il existe certaines différences entre les composantes de quelques risques.

- **Module « Risque de Marché » :**

- SBR n'intègre pas le risque de concentration

- Les sous modules du risque de marché sont décorrélés, alors qu'en S2, les coefficients de corrélation entre ces sous modules sont assez élevés (50%,75%)

S2	Taux	action	Imm.	Spread	Conc.	Devises
Taux	100%	A	A	A	0%	25%
action	A	100%	75%	75%	0%	25%
Imm.	A	75%	100%	50%	0%	25%
Spread	A	75%	50%	100%	0%	25%
Conc.	0%	0%	0%	0%	100%	0%
Devises	25%	25%	25%	25%	0%	100%

A = 0% si hausse, 50% si baisse

SBR	Taux	action	Imm.	Spread	Devises
Taux	100%	0%	0%	0%	0%
actions	0%	100%	0%	0%	0%
Imm.	0%	0%	100%	0%	0%
Spread	0%	0%	0%	100%	0%
Devises	0%	0%	0%	0%	100%

Figure 9 Corrélation des sous modules du risque "Marché"

- **Module « Risque de Souscription-Vie » :**

-Regroupement des sous modules « Mortalité » et « longévité » dans un seul sous module sous SBR.

-Absence des sous modules « Invalidité » et « Révision » sous le système prudentiel marocain.

- Une corrélation parfaite entre les sous modules retenus

S2	Mortalité	Longévité	Invalidité	Dépenses	Révision	Rachats	CAT Vie
Mortalité	100%	-25%	25%	25%	0%	0%	25%
Longévité	-25%	100%	0%	25%	25%	25%	0%
Invalidité	25%	0%	100%	50%	0%	0%	25%
Dépenses	25%	25%	50%	100%	50%	50%	25%
Révision	0%	25%	0%	50%	100%	0%	0%
Rachats	0%	25%	0%	50%	0%	100%	25%
CAT Vie	25%	0%	25%	25%	0%	25%	100%

SBR	Mort/Long	Dépenses	Rachats	CAT Vie
Mort/Long	100%	100%	100%	100%
Dépenses	100%	100%	100%	100%
Rachats	100%	100%	100%	100%
CAT Vie	100%	100%	100%	100%

Figure 10 Corrélation des sous modules de souscription vie

- **Module « Risque de Contrepartie » :**

- La corrélation retenue entre les risques des expositions des cessionnaires et des Créances et prêts = est de 100% contre 75% en Solvabilité 2.

- 3 qualités de créances sont proposées dans le projet SBR : « douteuse », « pré-douteuses » et « autres » contre Solvabilité 2 qui utilise la durée de la créance comme critère où le régulateur européen distingue entre deux types de créances « inférieur à 3 mois » et « supérieur ou égal à 3 mois »

Pour conclure, nous remarquons que les modifications apportées par SBR par rapport à Solvabilité 2 sont principalement des moyens pour simplifier les calculs. Nous pourrions expliquer ces différences également par soit une adaptation aux données du marché marocain ; surtout pour les modifications concernant les marchés financiers, où un grand écart sépare la sphère financière marocaine et européenne, soit par le manque de données puisque nous sommes dans les premiers stades de la mise en œuvre du projet en question.

## CHAPITRE 4 : RENTABILITE

---

Dans le cadre de l'assainissement de leurs portefeuilles, les compagnies d'assurances se retrouvent obligées d'étudier la rentabilité de leurs produits, afin d'améliorer leurs chiffres d'affaires d'un côté, mais également, pour pouvoir respecter ce que la nouvelle réglementation exige en termes de provisions et de prudence surtout lorsqu'il s'agit des produits à déroulement long, où les résultats de l'année actuelle ne suffisent pas pour pouvoir prononcer sur leur rentabilité.

En effet, étant donné l'inversion du cycle de production pour l'activité assurantielle, et tenant compte du décalage probable, parfois important, entre la survenance et le règlement des sinistres, et puisque de façon globale, l'engagement entre l'assureur et l'assuré s'étale sur le long terme, les compagnies d'assurances sont tenues à calculer des indicateurs de rentabilité propres à eux. De plus, le monde de l'assurance connaît plusieurs changements au niveau de la réglementation à savoir le passage des mesures de Solvabilité I vers Solvabilité II en Europe par exemple, et notamment la mise en vigueur du projet SBR au Maroc, entrainera naturellement plusieurs changements sur ces indicateurs de rentabilité.

Notre étude alors va porter sur la rentabilité du produit décès emprunteur de la compagnie SANAD Assurances.

### 1. Définition Générale

Il est indispensable d'initier ce chapitre sur le volet « rentabilité » par une définition de la notion en question dans son cadre général, puis sa transposition pour l'assurance, avant de présenter les divers indicateurs numériques utilisés.

D'une manière générale, la rentabilité est la capacité d'un capital à dégager un revenu. Il s'agit donc de mettre en relation les profits réalisés dans une entreprise et les capitaux engagés pour les obtenir.

La première notion de rentabilité est la rentabilité comptable ; il s'agit du rapport entre l'accroissement de richesse et les capitaux investis, quelle que soit leur source. Elle permet de mesurer la performance des capitaux indépendamment de leur financement.

$$\text{Rentabilité comptable} = \frac{\text{Résultat}}{\text{Capitaux Investis}}$$

Cette notion est importante pour la compagnie, puisqu'elle lui permet de savoir si l'entreprise est en mesure de créer de la valeur. En d'autres termes, en se basant sur la valeur de la rentabilité comptable, nous pouvons avoir une idée sur est ce que la compagnie dégage une rentabilité au moins égale à celle exigée par ses actionnaires et créanciers ou non.

Une seconde notion de rentabilité est la rentabilité financière, ou dite des capitaux propres ou même connue sous le nom de Return On Equity (ROE). Elle se calcule par le rapport entre le résultat net et les capitaux propres :

$$\text{Rentabilité financière} = \frac{\text{Résultat Net}}{\text{Capitaux propres}}$$

En outre, en assurance, le bilan et le compte de résultat ne reflètent que partiellement l'enrichissement de la société, en raison du caractère long terme des produits et des contrats. Seule une vision sur plusieurs exercices en tenant compte, sous certaines conditions, des résultats futurs sur les affaires déjà conclues permettra d'apprécier la rentabilité de l'entreprise d'assurance. Quoique la description comptable est un point de départ indispensable pour une analyse de la rentabilité, elle reste tout de même insuffisante, surtout pour l'activité d'assurance.

Afin d'estimer alors cette rentabilité attendue au sein d'une compagnie d'assurance, nous procédons alors, par projection du compte de résultats sur les années à venir et ce sur la base des hypothèses réalistes. Cette projection peut répondre également à des objectifs de pilotage de l'activité de la compagnie : Il est dorénavant possible de déterminer les rendements à respecter pour les fonds pour atteindre un tel niveau de résultat, ou bien déterminer un niveau de participation aux bénéfices, au-delà des minimums réglementaires, peut être offert aux assurés sans menacer la rentabilité de la compagnie.

## 2. Indicateurs traditionnels

Les indicateurs de rentabilité traditionnels (résultat consolidé IFRS, Expense Ratio, Cost of Income...) sont basés sur une vision par exercice ; ils reflètent donc mal le caractère « long terme » de l'activité d'assurance, comme ce qui a été avancé dans le paragraphe précédent.

Si jamais alors , un produit présente un résultat comptable négatif pour la première année, mais améliore sa situation durant les années à venir pour atteindre des résultats comptables positifs , les indicateurs comptables traditionnels de rentabilité ne souligneront que le résultat durant chaque exercice , et ne prendront pas en considération les résultats positifs futurs durant la première année , comme ils ne tiendront pas compte durant les autres exercices de l'investissement mis à coté lors de la première année. D'où la nécessité d'utiliser des indicateurs de rentabilité prospectifs permettant de mieux prendre en compte la durée des contrats et les incertitudes liées à la réalisation des profits sur plusieurs exercices comptables.

## 3. Nouveaux Indicateurs

Il est clair alors qu'il est nécessaire de mettre en place des indicateurs qui sauront donner la valeur la moins biaisée de la rentabilité des produits des assureurs. Pour ce faire, nous introduirons dans ce qui suit deux indicateurs, à savoir la VIF et la NBV ; à l'addition de quelques ratios de rentabilité qui seront basés sur ces derniers.

### 3.1. Résultat

Avant de commencer tout autre calcul, il faut d'abord déterminer le résultat de l'exercice. Pour ce, nous nous basons sur le compte de résultats de l'exercice. Ce dernier est un document de synthèse, faisant partie des états financiers, et ayant pour fonction d'indiquer la performance de l'entreprise. Il synthétise l'ensemble des charges et des produits de l'entreprise pour un exercice comptable.

Nous commençons alors par calculer le résultat net d'import pour chaque exercice suivant la formule suivante :

$$Res_{NET} = Res_{technique} + Res_{frais\ d'acquisition} + Res_{FG} + Res_{net\ financier} - Solde_{Reassurance}$$

Tel que :

- Résultat technique = Primes pures - Charges de sinistres- ΔPT
- Résultat sur frais d'acquisition= Chargement d'acquisition-frais d'acquisition
- Résultat sur frais de gestion= Chargement de gestion - frais gestion
- Résultat financier net = Produits financiers - charges de placement
- Solde réassurance= Primes cédées - Part des réassureurs dans les sinistres

### 3.2. PVFP

La Present Value Of Future Profits est un indicateur moyen terme qui permet d'apprécier dans la durée la rentabilité des affaires en cours. La PVFP permet de capturer la rentabilité d'une compagnie d'assurance vie de manière prospective et donc de dépasser la vision statique que la seule compréhension des états comptables et financiers pourrait apporter.

La PVFP est égale à la valeur actuelle des profits futurs, nets d'impôts, générés par les contrats du portefeuille en vigueur.

Elle est calculée selon la formule suivante, avec  $taux_j$  qui correspond au taux sans risque de l'année  $j$  :

$$PVFP = \sum_{j=1}^N \frac{Resultat\ Net\ D'impot}{(1 + taux_j)^j}$$

Nous obtenons ainsi une chronique de profits futurs dont l'on calcule la valeur actuelle à l'aide d'un taux d'actualisation. Ce taux d'actualisation revêt un caractère important puisqu'il doit présenter le risque lié au portefeuille de la compagnie. En pratique, celui-ci est égal au taux sans risque augmenté d'une prime de risque censée refléter le risque du portefeuille (calculé dans la partie « COURBE DES TAUX »)

Pour finaliser le calcul, et obtenir la VIF, il convient de prendre en compte l'impact de la fiscalité ainsi que le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition d'un capital requis pour exercer son activité (le capital réglementaire). En effet, ce qui intéresse les sociétés d'assurances, c'est de capturer la rentabilité réelle de leurs activités, c'est-à-dire leurs marges réelles (donc déduction faite des impôts) diminuées des coûts nécessaires à l'exercice de leurs activités (CoC).

### 3.3. CoC

En économie et comptabilité, le coût du capital correspond au coût des fonds d'une entreprise (à la fois en dette et en actions) ou, du point de vue de l'investisseur, c'est le rendement minimum que les investisseurs attendent pour fournir des capitaux à la société, établissant ainsi une référence à laquelle un nouveau projet doit répondre. Il est utilisé pour évaluer les nouveaux projets d'une entreprise.

Pour notre cas, les assureurs sont dans l'obligation de détenir un montant minimum de fonds propres, à immobiliser par les actionnaires. Il convient donc de prendre en compte le coût généré pour l'assureur par la mise à disposition du capital requis pour exercer son activité :

$$CoC = FP_{initial} + \sum_{t=1}^N \frac{FP(t) - FP(t-1) - FP(t-1) * TRA(t) * (1 - IS)}{(1 + taux_t)^t}$$

### 3.4. VIF

En assurance vie, la Value of In-force est la valeur actuelle des bénéfices qui seront générés par un bloc de polices d'assurance vie au fil du temps. La VIF constitue alors une des mesures les plus intéressantes de la rentabilité d'un portefeuille de contrats d'assurance. Elle représente une mesure de la richesse générée dans le futur à partir des contrats en cours au sein du portefeuille et revenant à l'assureur. Elle présente donc un intérêt fort dans le cadre de ce mémoire.

La VIF est calculée comme la valeur actuelle des bénéfices futurs attendus sur les affaires en vigueur, moins le coût en valeur actuelle de la détention du capital nécessaire pour soutenir les affaires en vigueur.

$$VIF = PVFP - CoC - TVOG - CNHR$$

Tel que :

-**TVOG** (Time Value of Options and Guarantees // Valeur temps des options et garanties) : C'est le coût relatif aux options et garanties des contrats ; à savoir, à titre d'exemple : l'option de rachat, la participation aux bénéfices et le taux minimum garanti en épargne, la rémunération des provisions pour sinistres à payer en prévoyance ...

De façon générale, la valeur temps d'une option représente la différence entre le prix de l'option et sa valeur intrinsèque. Ainsi, pour valoriser la valeur temps des options et

garanties contenues dans les engagements de la compagnie, la valeur intrinsèque des options est calculée à partir d'un scénario central « Certainty Equivalent » et la valeur des options par simulation de Monte Carlo. Nous obtenons alors la valeur temps des options par :

$TVOG = \text{Valeur stochastique des résultats futurs (1000 simulations)} - \text{Valeur des résultats futurs déterministes (scénario Certainty equivalent)}$

Dans notre cas, le produit décès emprunteur n'incorpore aucune option / garantie spécifique.

- **CNHR** (Cost of non-Hedgeable Risks // Cout des risques non couvrables) : Correspond aux coûts des risques non répliquables : coûts des risques qui n'ont pas été considéré dans le calcul des coûts des options et garanties. Ce cout représente le cout de l'ensemble des risques non couvrables de nature financière ou non financières. Nous pouvons notamment citer comme exemples de ces risques :

- Risque Opérationnel : Panne informatique
- Risque comportemental : Réaction Irrationnelle des assurés
- Risque Assurantiel : Mortalité, longévité, ...

En tenant compte de la spécificité de notre portefeuille, et en considérant que TVOG et CNHR prennent des valeurs nulles dans ce cas, la Value In Force devient :

$$VIF = PVFP - CoC$$

La VIF est une mesure intéressante car elle capture la rentabilité réelle de l'activité, c'est-à-dire la marge réelle diminuée des coûts nécessaires à l'exercice de l'activité d'assurance. Une VIF positive signifie que le contrat crée de la valeur, une richesse aux actionnaires. Mais cette information n'est pas suffisante et pour pouvoir pleinement l'exploiter, il faut l'accompagner d'une analyse et de mesures de sensibilités.

### 3.5. VIF Stochastique

Pour incorporer les nouvelles exigences de SBR et pour être apte à respecter les mesures prudentielles, il ne faut pas s'arrêter à la valeur déterministe de la VIF. Comme le projet Solvabilité II l'indique, la nécessité de prendre en considération la multitude de scénarios s'impose pour optimiser les mesures prudentielles. En choquant alors la table de mortalité, les frais de gestion et les taux d'intérêt, et en prenant par la suite la moyenne

des valeurs trouvées pour les J scénarios, nous obtiendrons la valeur de la VIF stochastique :

$$VIF_{stochastique} = \frac{1}{J} * \sum_{j=1}^J VIF_j$$

Où  $VIF_j$  est la valeur de la VIF pour le scénario j.

### 3.6. NBV

En assurance vie, la NBV est la valeur actuelle des bénéfices futurs associés aux affaires nouvelles enregistrées au cours de l'exercice. Elle est principalement une mesure de la qualité des affaires nouvelles générées au cours de la période en mettant l'accent sur sa rentabilité. Elle encourage également la discipline commerciale qui devrait conduire à réaliser une rentabilité plus élevée avec le temps. C'est aussi une mesure utilisée pour rémunérer la direction sur la performance globale des activités d'assurance et autres activités de gestion de patrimoine.

La valeur de la production nouvelle (NBV) est égale à la Value Of In-force des nouvelles affaires de l'exercice diminuée de l'effort ou le gain d'acquisition des contrats appelé Strain.

### 3.7. NBV stochastique

De la même façon que la VIF stochastique, l'indicateur NBV stochastique est calculé de la même manière que l'indicateur déterministe mais en prenant l'espérance de celui-ci sur l'ensemble des scénarios J. Nous appliquerons alors aléatoirement des chocs à la mortalité, aux frais de gestion et aux taux d'intérêt pour simuler des centaines de scénarios pour avoir la valeur de la NBV stochastique :

$$NBV_{stochastique} = \frac{1}{J} * \sum_{j=1}^J NBV_j$$

Pour conclure, afin de juger de la rentabilité du produit décès emprunteur chez SANAD, et pour être le plus correct possible sous le cadre des nouvelles réglementations, nous ne pouvons pas nous baser uniquement sur l'un de ces indicateurs. Nous allons, alors, prendre en considération, les valeurs prises à la fois par la VIF et la NBV, comparer les valeurs déterministes aux valeurs stochastiques tout en

tenant compte des valeurs prises par la PVFP. Nous pouvons également baser notre jugement en raisonnant par rapport à de nouveaux ratios comme :

- Un ratio qui semble fort intéressant et qui met surtout en question la rentabilité d'un produit par rapport au référentiel qu'est le système réglementaire qui règne est le suivant  $\frac{VIF}{Capital\ Réglementaire}$ . Ce ratio calculé avant et après SBR pourra accentuer les différences entre ces deux régimes. Il peut également jouer le rôle d'une fonction cible à atteindre par la compagnie.
- Un autre ratio est envisageable sur la base de la NBV. Celui-ci exprime la valeur de la nouvelle production par unité de prime annuelle. Il s'agit du rapport entre la NBV et la valeur actuelle probable des primes (PVP).
- Par la même logique de l'indicateur précédent, nous pouvons considérer le rapport entre la NBV et l'équivalent annuel des primes APE. Comme en effet, les primes peuvent être uniques comme périodiques, l'APE se calcule comme

$$APE = 100\% * Primes_{périodiques} + 10\% * Primes_{uniques}$$

## CHAPITRE 5 : MODELISATION

---

Après avoir présenté la logique derrière le cadre prudentiel, il faut maintenant exposer les calculs proposés par ce dernier. Cette partie veillera alors à introduire la totalité des formules utilisées. Il faut préciser que, comme le projet SBR est toujours dans ses phases préliminaires, plusieurs données chiffrées n'ont toujours pas été publiées à savoir la valeur des chocs à appliquer par exemple, nous allons alors avoir recours aux valeurs proposées par Solvabilité 2 dès lors qu'une donnée s'avère manquante pour SBR afin d'effectuer nos calculs.

### 1. Passif

Afin de réaliser ce que nous avons avancé dans l'aspect théorique de ce mémoire, nous devons principalement nous focaliser sur la projection du portefeuille avant de commencer les calculs et dans le cadre de SBR et dans le cadre de la rentabilité.

- **Table de Survie :**

Afin de modéliser les primes, les sinistres et les provisions, il est primordial de connaître les probabilités de décès. Nous allons utiliser par la suite la table TD-8890. Or, comme notre projection se réalise mois par mois, nous devons transformer les probabilités annuelles de décès en probabilité de décès mensuelles. Nous utilisons alors l'interpolation linéaire.

- **Nombre de contrats :**

A chaque date de projection, à savoir chaque mois  $i$ , nous devons évaluer le nombre d'assurés encore présents dans le portefeuille. Dans ce modèle, nous considérons qu'il n'y a pas de nouvelles souscriptions. Le nombre d'individus présents évolue donc de manière décroissante tout au long de la projection en raison des décès des assurés et d'échéance des contrats. Pour le premier mois, le nombre de contrat serait égal à :

$NB(i) = NB * (1 - q_x(0))$
-----------------------------

Et pour les mois  $i$  à venir :

$NB(i) = NB (i - 1) * (1 - q_x(i-1))$
---------------------------------------

Tel que NB(i) : le nombre de contrats pour le mois i

NB : le nombre de contrats initial du model point

Q<sub>x</sub>(i) : la probabilité de mortalité correspondante à l'âge du model point au mois i avec q<sub>x</sub>(0) la probabilité de décès correspondante à l'âge du model point.

- **CRD :**

$$CRD(j) = CI * \frac{1 - (1 + i)^{-N+j}}{1 - (1 + i)^{-N}}$$

Tel que i : le taux mensuel

N : durée du contrat

j : Durée écoulée en mois

- **Primes :**

L'assuré paye une prime mensuelle au début du mois. Dans cette étude, le taux de prime est supposé être un pourcentage du montant initial du crédit (noté CI) :

$$\text{Primes}(i) = CI * \text{Taux}_{\text{Prime}} * (1 - q_x(i))$$

- **Primes de Réassurance :**

L'assureur à son tour verse des primes mensuelles au réassureur Le montant de ces primes se calcule de la manière suivante :

$$\text{Primes\_Reass}(i) = \text{Primes}(i) * \text{Taux}_{\text{Reass}}$$

- **Frais Généraux :**

Puisque le coût unitaire est généralement un coût de frais généraux annuel , nous avons considéré que le coût unitaire mensuel est comme présenté dans la formule suivante :

$$FG(i) = \frac{CU}{12} * NB(i)$$

- **Commissions :**

L'assureur doit payer une commission aux intermédiaires ; cette somme est un pourcentage des primes émises :

$$\text{Commission}(i) = \text{Primes}(i) * Tx_{\text{Commission}}$$

- **Chargements :**

En contrepartie des frais qu'il doit payer, l'assureur exige des chargements de gestion que l'assuré paye implicitement dans la prime. Ce montant de chargement est égal à :

$$Chargements(i) = Primes(i) * Tx_{Chargement\ de\ gestion}$$

- **Charges sinistres :**

Dans le cadre de cette garantie, l'assureur verse à l'établissement de crédit le capital restant dû en cas de décès de l'assuré. Au cours du mois j, le montant des sinistres pour la garantie Décès correspond à la multiplication entre la probabilité de décès de l'individu et le montant du capital restant dû. Pour chaque modèle point, le montant des sinistres pour le mois i est le suivant :

$$Sinistre(i) = CRD(i) * q_x(i)$$

- **Règlements sinistres :**

L'assureur ne paye pas la charge du sinistre en une seule fois ; son règlement suit une cadence déjà précisée. Dès lors, pour un modèle point et pour chaque mois i, l'assureur règle le montant suivant :

$$Règlement_{sinistre}(i) = \sum_{k=0}^{\min(maxcad-1, i-1)} Sinistre(i - k) * tx_{cadence(k)}$$

- **Provisions pour Sinistres à Payer (PSAP) :**

En cas de décès, il y a nécessité de provisionner des montants si l'exercice se clôt avant le règlement. Le montant des PSAP correspondantes au mois i serait :

$$PSAP(i) = \sum_{k=0}^{\min(maxcad-1, i-1)} Sinistre(i - k) * (1 - \sum_{j=0}^k tx_{cadence(j)})$$

- **PSAP de Réassurance :**

De la même manière pour les PSAP des assureurs , le réassureur provisionne les montants suivants pour sinistres à payer :

$$\begin{aligned}
 PSAP\_Reas(i) &= \sum_{k=0}^{\min(maxcad-1, i-1)} Sinistre\_Reas(i-k) * (1 \\
 &\quad - \sum_{j=0}^k tx_{cadence}(j))
 \end{aligned}$$

A présent , tous les éléments du bilan sont prêts pour être projetés. Nous fixons l’horizon de projection à 21 ans , une durée qui est assez suffisante vu les durées des contrats de notre portefeuille. Une fois le bilan projeté, nous pouvons nous lancer dans le calcul des indicateurs de rentabilité .

### 1.1. Rentabilité

Avant d’arriver à la valeur finale des indicateurs attendus, nous allons passer par des calculs intermédiaires pour pouvoir déterminer le résultat de chaque exercice t :

#### **Marge financière :**

La marge financière représente le gain réalisé par le placement des provisions techniques duquel sont retirés les chargements de placement. Ceci correspondra alors à multiplier les provisions techniques de l’exercice par le taux de rendement des actifs net des chargements de placement relatif à l’année t . Pour notre cas , les provisions techniques sont représentés par les provisions des sinistres à payer ; comme la valeur des provisions mathématiques est nulle . Nous obtenons alors :

$$Marge_{Financiere}(t) = TRA(t) * PSAP(t)$$

#### **Marge FG :**

La marge des frais généraux concerne les gains/pertes des frais de gestion et des frais d’acquisition. Elle correspond à la différence entre les chargements des frais généraux qui sont supportés par l’assuré et les frais généraux qui sont réellement payé par l’assureur.

$$Marge_{FG}(t) = Chargement_{FG}(t) - FG(t)$$

#### **Marge Technique :**

La marge technique est le gain/perte réalisé dûment à l'activité technique de l'assurance. Ce montant correspond la différence entre les produits techniques et les charges techniques. La formule de calcul de cette marge se présente comme suit :

$$Marge_{Technique}(t) = Primes_{Nettes}(t) - R\grave{e}glement_{sinistre}(t) - \Delta PT$$

Tel que :  $Primes_{Nettes}(t) = Primes(t) - Chargement(t) - Commissions(t)$

### **Marge Réassurance :**

La marge de réassurance est similaire à la marge technique, sauf qu'elle concerne l'activité de réassurance. Elle se calcule alors de la même manière en rajoutant un élément propre au réassureur qui est l'intérêt de dépôt :

$$Marge_{Reass}(t) = Primes_{Reas}(t) - R\grave{e}glement_{reas}(t) - \Delta PT_{reas}(t) - Interet_{depot}(t)$$

Tel que :  $Interet_{depot}(t) = Taux_{DepotPSAP} * PSAP(t)$

En nous basant sur ces différentes marges, nous obtenons la valeur du résultat net d'impôt :

### **Résultat Net D'Impôt :**

$$Resultat\ Net(t) = Resultat(t) * (1 - Tx_{Impot})$$

Où  $Resultat(t) = Marge_{financiere}(t) + Marge_{technique}(t) + Marge_{FG}(t) - Marge_{Reass}(t)$

Dans la suite, nous allons juste rappeler les formules, déjà détaillées dans le chapitre « Rentabilité ».

- **PVFP :**

Selon la formule précédemment avancée, la Present Value of Future Profit est égal à

$$PVFP = \sum_{t=0}^{21} \frac{Resultat\ Net(t)}{(1 + i_t)^t}$$

- **STRAIN OF NEW BUSINESS :**

Ce montant représente la somme dédiée aux frais d'acquisition de la première année de commercialisation. Il représente les charges à soustraire de ce que rapporterait dans le futur les affaires nouvelles.

$$Strain = CU_{acquisition} * NB(0)$$

- **CoC :**

Le coût d'immobilisation du capital se calcule selon la formule :

$$CoC = FP_0 - \sum_{t=1}^{21} \frac{FP_{t-1} - FP_t + FP_{t-1} * (1 - IS) * TRA(t)}{(1 + i_t)^t}$$

- **NBV :**

Le calcul de la NBV consiste à déduire de la NBC (New Business Contribution) le coût de l'immobilisation de la marge de solvabilité réglementaire (CoC) et ainsi de mesurer le plus justement possible la richesse effectivement dégagée par les affaires nouvelles pour le compte de la compagnie.

La NBC n'est rien d'autre que  $NBC = PVFP - Strain$ . D'où le calcul :

$$NBV = PVFP - Strain - CoC$$

Ou, en utilisant la formule que nous avons présenté auparavant qui se base sur la notion du VIF :

$$NBV = VIF - Strain$$

## 1.2. Solvabilité Basée sur les Risques

### Exigences en Capital : CSR

Nous rappelons que cette étude porte uniquement sur le portefeuille vie qui est supposé être composé d'un seul produit. Les données ainsi que les calculs avancés par la suite seront présentés dans cette logique ; il existe d'autres modules de risques et d'autres indicateurs à calculer qui ne font pas l'objet de notre étude, et ne seront par conséquent pas discutés. Sur ce, nous limiterons les risques étudiés aux modules suivants :

- **Risque de Marché :**

- Risque Action
- Risque Taux
- Risque Immobilier

- **Risque de souscription vie :**
  - Risque de mortalité
  - Risque de dépenses
  
- **Risque opérationnel**

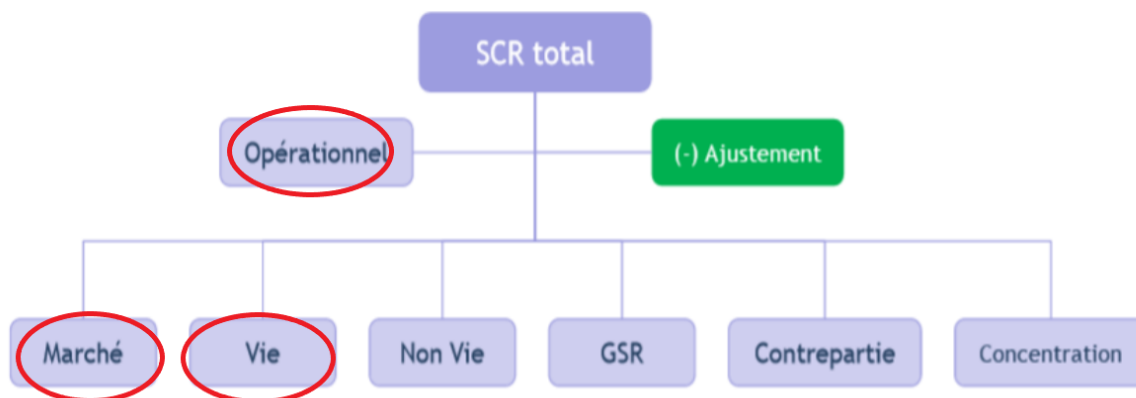


Figure 11 Calcul du SCR pour le produit de l'étude

**Risque de Marché :**

Le risque de marché résulte du niveau de la volatilité des cours des instruments financiers. Il est mesuré via l'impact des évolutions des variables financières comme le cours des actions, les taux d'intérêts,... sur la Net Asset Value(NAV).

Tel que  $NAV = \text{Valeur de marché des actifs} - \text{BE passif}$  et nous avons :

$$SCR_{Marché} = \sqrt{actions^2 + imm^2 + spread^2 + change^2 + taux^2}$$

**1. Risque Action :**

- Pour les actions de type 1 :

Ce type regroupe : les actions cotées listées dans l'EEE ou l'OCDE, les actions détenues dans des fonds d'investissement collectif social et les fonds d'investissement alternatifs de type fermé ne recourant pas à l'effet levier. On applique à ce type un choc de 39%.

- Pour les actions de type 2 :

Ce type concerne les actions cotées dans des pays hors EEE ou OCDE et les actions non cotées, ... On applique à ce type un choc de 49%.

- Pour les titres stratégiques :

On applique à ce type un choc de 22%.

▸ Exemple :

Expositions (VM)	Avant	Choc	Après
Type 1	10 000		6 610
Non stratégiques	7 000	39%	4 270
Stratégiques	3 000	22%	2 340
Type 2	7 000		4 110
Non stratégiques	5 000	49%	2 550
Stratégiques	2 000	22%	1 560
Total	17 000		10 720
SCR avant diversification	6 280		
SCR après diversification	5 877		

## 2. Risque Immobilier :

Pour SBR , le choc à appliquer à la valeur de marchés des actifs immobiliers après application du coefficient relatif au risque de concertation .Pour S2 , le choc est fixé à 25%

Expositions (VM)	Avant	Choc	Après
Immobilier	50 000	25%	37 500
SCR immobilier	12 500		

## 3. Risque de Taux :

Perte maximale de FP qui serait le résultat d'une hausse ou baisse de la courbe des taux d'intérêt sur les valeurs de l'actif et passif . Les chocs à appliquer sont :

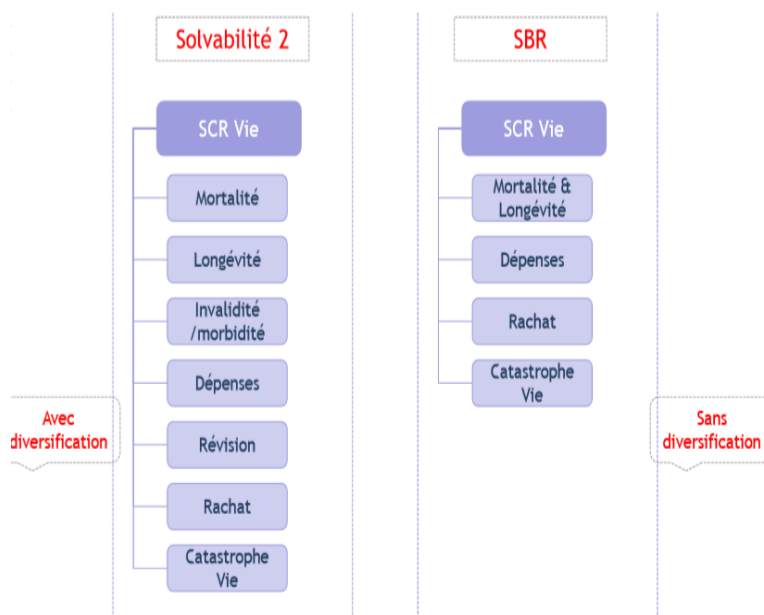
Maturité	Choc up	Choc down
≤1	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%
11	39%	-30%
12	37%	-29%
13	35%	-28%
14	34%	-28%
15	33%	-27%
16	31%	-28%
17	30%	-28%
18	29%	-28%
19	27%	-29%

Figure 12 Chocs à appliquer à la courbe des taux en S2

**Risque de souscription vie :**

Pour ce qui concerne le produit décès emprunteur , notre portefeuille n’est affecté que par le module « Mortalité et longévité » plus précisément par le risque de mortalité, et « dépenses » .

$$SCR_{vie} = SCR_{Mort/Long} + SCR_{Rachat} + SCR_{Dépense} + SCR_{(CAT)}$$



**1. Risque de mortalité et longévité :**

Le montant correspondant à ce risque représente la perte de FP résultant de l’application de coefficient à la hausse/baisse aux taux de mortalité utilisés pour le calcul des PT prudentielles . S2 a fixé un taux de 15% pour le risque de mortalité, et 20% pour le risque de longévité.

**2. Risque de Dépenses :**

Le montant en question correspond à la perte de FP résultant de l’application à la hausse de 10% ( selon les normes de S2 ) aux montants de frais de gestion retenus dans la détermination du BE frais de gestion.

**Risque Opérationnel :**

L’exigence ,sous SBR, de capital relative aux risques opérationnels correspond à 30% des primes émises au titre de l’exercice inventorié . La valeur de 30% a été choisie en se basant sur la logique de solvabilité 2 .

**Ajustement :**

Le module « Ajustement » des CSR n'est pas encore explicité dans le projet SBR. Nous allons alors nous contenter de la somme des exigences déjà calculées sans ajustement pour la valeur finale du CSR .

**Exigence en provision : La Meilleure estimation des engagements (BEL )**

Les provisions consistent d'une sommation d'une meilleure estimation et d'une marge de risque . Le passif fondé sur la meilleure estimation (BEL) correspond à la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs attendus, actualisée au moyen d'une courbe de rendement «sans risque». Toutes les hypothèses doivent être basées sur la meilleure estimation, sans marges prudentielles. Comme nous l'avons vu , la meilleure estimation des engagements sous SBR est une sommation des deux éléments suivants :

- MEGP : C'est la valeur attendue de la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs liés aux obligations en cours, projetée au cours de la période de liquidation du contrat (mode Run – Off), en tenant compte de toutes les informations actuarielles et du marché financiers à jour. En effet, la provision Best Estimate est la moyenne des valeurs actuelles des flux de prestations obtenues pour chacun des scénarios.
- BDF : Bénéfices Discrétionnaires Futurs

Dans la pratique, pour le produit décès emprunteur, nous n'avons pas de clause de participation aux bénéfices ce qui annule la valeur des BDF. Nous calculons dès alors, le BE à partir du modèle ALM utilisé en suivant la formule :

$$BE = MEGP = \sum_{t=1}^N \frac{Flux_t}{(1 + taux_t)^t}$$

**2. Actif****2.1. La courbe des taux**

La modélisation de la courbe des taux est une partie qui nécessite une contextualisation théorique importante, avant de débiter l'aspect pratique de la chose. Alors et en tenant compte du volume des informations que cette partie contienne, la modélisation de la courbe des taux va être présentée à part, dans un chapitre propre à elle. Le chapitre en question, est celui qui suivra celui-là, intitulé « Courbe des Taux ».

### 2.2. Les actions

Pour valoriser les actions, nous allons utiliser le taux forward. Ce dernier est construit à partir de la courbe zéro-coupon ; celle-ci nous permet d'obtenir des informations sur les taux qui prévaudraient dans le futur. En effet, nous pouvons déduire les taux forward, en utilisant les taux zéro-coupon de différentes échéances. L'utilité des taux forward réside dans leurs usages pour les investissements. Les investisseurs peuvent, grâce aux taux forward, avoir une idée sur les taux d'intérêts futurs du marché, et y baser ainsi leurs stratégies d'investissements. La formule suivante explicite le calcul des taux forward:

$$F(t_1, t_2) = \left( \frac{(1 + r_2)^{d_2}}{(1 + r_1)^{d_1}} \right)^{\frac{1}{d_2 - d_1}} - 1$$

Avec : -  $F(t_1, t_2)$  : Taux forward entre  $t_1$  et  $t_2$  .

- $r_1$ : Taux zéro-coupon d'échéance  $t_1$ .
- $r_2$ : Taux zéro-coupon d'échéance  $t_2$ .
- $d_1$  : Nombre d'années entre la date initiale et l'échéance  $t_1$ .
- $d_2$  : Nombre d'années entre la date initiale et l'échéance  $t_2$ .

TAUX FORWARD																		
T1	T2																	
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	0,02512075	0,02575031	0,02643864	0,02716088	0,02791893	0,02870386	0,02951767	0,03035285	0,03123059	0,0321446	0,03309646	0,03407096	0,03508906	0,03614816	0,03724985	0,03838633	0,03956884	0,04080205
2	0	0,08124688	0,02709821	0,02784183	0,02861966	0,02942199	0,03025232	0,03110247	0,03199688	0,03292799	0,03389744	0,03488848	0,03592411	0,03700132	0,03812168	0,03927678	0,04047858	0,04173192
3	0	0	0,02781667	0,02857339	0,02936722	0,03018383	0,03102849	0,03189162	0,03280176	0,03374939	0,03473607	0,03574317	0,03679612	0,03789136	0,03903041	0,04020414	0,04142533	0,04269899
4	0	0	0	0,02933067	0,03014337	0,03097409	0,03183301	0,03270854	0,03363496	0,03459971	0,03560427	0,03662766	0,03769837	0,03881212	0,03997039	0,04116318	0,04240424	0,04369877
5	0	0	0	0	0,03095671	0,03179678	0,03266847	0,03355474	0,03449797	0,0354805	0,03650361	0,03754341	0,03863231	0,03976505	0,04094308	0,04215534	0,04341675	0,0447327
6	0	0	0	0	0	0,03263754	0,03352542	0,0344222	0,03538519	0,03638764	0,037431	0,0384878	0,03959577	0,04074839	0,04194702	0,04317941	0,04446186	0,04579999
7	0	0	0	0	0	0	0,03441407	0,03531569	0,03630269	0,03732729	0,03839235	0,03946606	0,04059362	0,04176672	0,04298657	0,0442395	0,04554349	0,0469044
8	0	0	0	0	0	0	0	0,03621811	0,0372483	0,03830019	0,03938931	0,04047941	0,04162713	0,04282136	0,04406312	0,04533696	0,046663	0,04804734
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0,03827952	0,0393428	0,04044854	0,04154748	0,04271232	0,04392598	0,04518868	0,04648244	0,04783002	0,04923766
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04040717	0,04153475	0,04263908	0,04382347	0,04505895	0,04634466	0,04765957	0,04902999	0,05046235
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04266354	0,04375683	0,04496473	0,04622515	0,04753622	0,04887321	0,05026764	0,05172607
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04485126	0,04611722	0,04741505	0,04875795	0,05011957	0,05154037	0,05302713
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,04738472	0,0486993	0,05006342	0,0514408	0,05288333	0,05439598
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05001553	0,05140533	0,05279631	0,05426248	0,05580385
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05279697	0,05418946	0,05568195	0,05725591
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05558379	0,0571274	0,05874641
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05867327	0,06033128
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06199188
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 13 Tableaux des taux forward

### 2.3. L'actif immobilier

Le prix des actifs immobiliers a un impact immédiat sur le bilan de la compagnie d'assurance. L'assureur se retrouve alors assujéti au risque immobilier lors du calculs des mesures prudentielles. Pour modéliser alors l'actif immobilier, nous utiliserons un indice des biens immobiliers. Cet indice a été développé par Bank Al Maghrib et l'ANCFCC tel que :

$$Imm_{N+1} = Imm_N * (1 + i)$$

Avec: –  $Imm_N$  :valeur de marché de l'immobilier de l'année N ;

–  $i$  :indice des prix des actifs immobiliers.

Dans le cadre de cette étude, nous déterminerons une valeur constante pour cet indice des prix durant toute la période de la projection. Cet indice serait égal à 0.25%.

## CHAPITRE 6 : COURBE DES TAUX

---

L'actualisation est une étape au cœur de notre étude. En effet, c'est un instrument primordial dans le calcul de plusieurs indicateurs ainsi que dans l'estimation des provisions des assurances de façon qu'elles puissent subvenir à leurs engagements sans pour autant mettre en péril leur santé financière. Elle constitue, en plus, l'un des éléments centraux de la réforme Solvabilité 2 / SBR.

Or l'actualisation passe par l'estimation d'un ou plusieurs taux pour pouvoir l'appliquer, et c'est cette estimation qui nous pousse vers l'étude de la courbe des taux. Nous commencerons alors par la présentation de la courbe des taux empirique, ensuite nous allons entamer la reconstruction de la courbe des taux théorique, en nous basant sur deux modèles classiques dans la matière.

### 1. Courbe des taux empirique

Nous utilisons la courbe des taux ZC, parce qu'elle fournit l'estimation la plus prudente en termes d'actualisation. En effet, pour nous rapprocher le plus possible d'un montant futur en investissant un capital initial, l'estimation la plus sûre de ce dernier serait réalisée en actualisant le montant futur à l'aide de la courbe zéro coupons.

Dans cette section, nous présentons le modèle empirique pour l'élaboration de la courbe des taux ZÉRO-COUPONS

En réalité, Bank Al Maghrib publie quotidiennement, hors les weekends, une courbe zéro-coupon, sauf que cette dernière ne s'interprète pas directement. Nous aurons nécessairement besoin de recourir à des méthodes présentées ci-dessous pour :

- Retrouver les taux correspondants aux maturités pleines par l'interpolation.
- Calculer le taux zéro-coupon par la méthode de Bootstrap.

### 1.1. Interpolation Linéaire

Les informations dont nous disposons sur la courbe des taux publiée par BAM ne correspondent pas nécessairement à des maturités pleines. Donc, comme première étape, nous allons trouver les taux pour ces maturités. L'objectif d'une interpolation est de retrouver des taux intermédiaires à partir des taux existants. La fonction la plus simple de cette méthode, est la fonction affine ce qui correspond à l'interpolation linéaire. La formule derrière est simple :

$$y_i = y_1 + (y_2 - y_1) \cdot \frac{(x_i - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Où :

x1 : Point inférieur sur l'abscisse

x2 : Point supérieur sur l'abscisse

xi : Point sur l'abscisse à interpoler

y1 : Point inférieur sur l'ordonnée

y2 : Point supérieur sur l'ordonnée

### 1.2. BOOTSTRAP

Une fois que les taux sont interpolés à la base d'une procédure d'interpolation, ici linéaire, nous pouvons à présent calculer le facteur d'actualisation de l'obligation à coupon zéro avec la méthode du Bootstrap. Cette méthode est basée sur l'hypothèse, que le prix théorique d'une obligation soit la somme de ses flux actualisés aux taux zéro-coupon de l'échéance de chaque flux.

Les titres avec une maturité inférieure à 1 an sont déjà des zéro-coupons, puisqu'ils ne génèrent aucun flux d'intérêt intermédiaire. Il ne reste plus qu'à trouver le taux actuariel correspondant aux taux monétaire mentionné par BAM par la formule suivante :

$$r = \left( \frac{C_m}{C_v} - 1 \right) * \frac{nbj_{base}}{nbj_{vm}}$$

Tel que :

$C_m$  Capital remboursé ( généralement le pair)

$C_v$  Valeur du titre à la date de valeur (i. e son prix)

$n b j_{base}$  Nombre de jours dans l'année( 360, 365, 366 selon la convention)

$n b j_{vm}$  Nombre de jours entre la date de valeur et la date de maturité

En ce qui concerne les titres d'une maturité supérieure à 1 an, il va falloir d'abord les décortiquer en plusieurs titres. Pour mieux comprendre le concept itératif de la méthode, nous allons considérer le cas d'une obligation de maturité 2 ans, de coupon annuel 3,5% et de prix 101,4 . Supposons que nous connaissons déjà le taux pour l'échéance 1 an, et qui est égal à  $r = 2.1972\%$ . Alors la première étape consiste à décomposer le titre en deux zéro-coupons : le premier A1 pour un montant de 3.5 (coupon) avec une maturité d'un an et le deuxième A2 d'un montant de 103.5 (coupon plus remboursement du nominal) avec une maturité de deux ans. Pour le coupon de la première année du titre A1 (3.50%), nous obtenons, en l'actualisant au taux zéro-coupon  $r$  de l'échéance 1 an, la valeur actuelle suivante :

$$VA(cpn_{2y}) = \frac{3.5}{(1 + 2.1972\%)} = 3.42475$$

Ensuite, nous savons que la valeur actuelle de A2 est :

$$VA(cpn_{3y}) = 101.4 - 3.42475 = 97.97525$$

Echéance du flux (en années)	Montant du flux	Taux <u>ZC</u> du flux	VA[TRM001373E] du flux
1	3.50	2.1972%	3.42475
2	103.50	?	97.97525 *
* = (101.40 - 3.42475)			101.40

Pour obtenir le taux zéro-coupon à deux ans, il suffit de calculer, par itération, le taux auquel il faut placer 97.97525 pour obtenir 103.5 au bout de deux ans :

$$97.97525 * (1 + i)^2 = 103.5$$

Une formule générale de cette méthode est la suivante :

$$t_{zCa} = \left( \frac{N + C_a}{N - C_a \sum_{i=1}^{a-1} (1 + t_{zCa})^{-i}} \right)^{\frac{1}{a}} - 1$$

## 2. Courbe des taux théorique

Dans la partie qui suit, nous allons essayer de construire la courbe des taux ou ce que nous appelons également la structure par terme. L'étude de la courbe des taux est devenue une étape incontournable pour la gestion des risques d'une compagnie d'assurance.

De manière plus concrète, dans notre étude, la structure par terme servira à projeter et actualiser les cash flows futurs, ce qui contribuera au calcul de quelques indicateurs relatifs à notre étude.

Pour obtenir un modèle explicite de la structure par terme des taux d'intérêt, il est nécessaire de déterminer les variables qui représentent l'information pertinente pour les investisseurs. En spécifiant ces éléments, on peut espérer pouvoir résoudre l'équation de la structure par terme des taux d'intérêt, et obtenir ainsi une solution en termes de prix, ou, de manière équivalente, en termes de taux. Il existe dans ce sens plusieurs types de modèles : A un seul facteur, à plusieurs facteurs,...

Dans notre étude, nous allons nous baser principalement sur les deux modèles : VASICEK et COX INGERSOLL ROSS. Ces deux modèles modélisent le taux court instantané à l'aide de l'équation différentielle stochastique (EDS) suivante :

$$dr_t = \mu(r_t, t)dt + \sigma(r_t, t)dW_t$$

où :

- $\mu$  est le coefficient de dérive (drift).
- $\sigma$  est le coefficient de diffusion.
- $W_t$  processus de Wiener.

### 2.1. Le Modèle de Vasicek

#### a. Présentation :

Ce modèle a été proposé par Vasicek (1977). On se place sur un espace de probabilité  $(\Omega, F, P)$  muni d'une filtration  $(F_t)_{0 \leq t \leq T}$ . On suppose que sous une probabilité risque-neutre  $Q$  le taux court instantané  $r$  suit un processus d'Ornstein-Uhlenbeck à coefficients constants :

$$\begin{cases} dr_t = \kappa[\theta - r_t]dt + \sigma dW_t \\ r(0) = r_0 \quad Q - p.s. \end{cases}, \quad (2.1)$$

Avec  $r_0$ ,  $\kappa$ ,  $\theta$  et  $\sigma$  constantes positives et  $W$  un  $Q$ -mouvement brownien  $F_t$  adapté. Le terme en  $dt$  du processus d'Ornstein-Uhlenbeck s'interprète classiquement comme un retour à la moyenne long-terme  $\theta$  avec une vitesse de retour à la moyenne  $\kappa$ .  $\sigma$  est la volatilité du taux court.

**b. Estimation des paramètres :**

Pour estimer les paramètres du processus d'Ornstein Uhlenbeck  $K$ ,  $\theta$  et  $\sigma$ , nous allons utiliser la discrétisation exacte proposée par GOURIEROUX, MONFORT et RENAULT qui est donnée sous la forme suivante :

$$r_t - r_{t-1} = \theta(1 - e^{-k}) + (e^{-k} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Avec  $\varepsilon_t \approx N(0, \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2k}))$

Ce qui montre que nous pouvons estimer les paramètres du processus par la méthode des Moindres Carrées Ordinaires (MCO), en utilisant des données discrètes du taux à court terme dans l'équation du processus autorégressif d'ordre (1). En Posant :

$$a = \theta(1 - e^{-k}) ; b = e^{-k}$$

L'équation discrétisée devient :

$$r_t = a + b * r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Avec

- $a$  et  $b$  des constantes positives
- $\varepsilon_t$  le résidu de l'équation de régression
- $r_{t-1}$  le taux  $r$  à l'instant  $t-1$

**c. Critique du modèle :**

Le modèle de Vasicek présente l'inconvénient majeur de fournir des taux négatifs. Ceci est dû à son caractère gaussien. C'est pour cette raison que nous allons étudier le modèle de CIR qui corrige cette anomalie. La courbe des taux obtenue par le modèle de Vasicek n'est également pas assez souple pour reproduire toutes les formes de courbes observées sur les marchés.

## 2.2. Le Modèle de Cox Ingersoll Ross

### a. Présentation :

Ce modèle (CIR) a été proposé par Cox, Ingersoll & Ross (1985). On se place sur un espace de probabilité  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  muni d'une filtration  $(\mathcal{F}_t)_{0 \leq t \leq T}$ . On suppose que sous une probabilité risque-neutre  $Q$  le taux court instantané  $r$  est solution de l'équation différentielle stochastique :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$$

Où on a introduit une racine carrée dans la dynamique du modèle de telle façon à corriger les valeurs négatives proposées par le modèle de Vasicek.

Avec  $a$ ,  $b$  et  $\sigma$  qui vérifient la relation suivante  $\sigma^2 < 2ab$ .

Cette dernière condition permet de garantir la stricte positivité du processus  $r_t$ . Ce processus n'admet ni une solution explicite, ni une discrétisation exacte. Nous utilisons alors les méthodes numériques à savoir le développement d'Ito Taylor pour retrouver la solution. Ce développement donne une première approximation discrète du taux court:

$$\tilde{r}_{t+\delta t} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta t + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\delta t\epsilon_{t+\delta t} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

C'est sur ce schéma que reposera notre modélisation du modèle CIR.

N.B : Or, il est important de savoir qu'une autre approximation plus détaillée a été proposée par Milstein. Cette dernière propose un schéma d'ordre 2 avec une meilleure convergence.

$$\tilde{r}_{t+\delta t} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta t + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\delta t\epsilon_{t+\delta t} + \frac{\sigma^2}{4}\delta t(\epsilon_{t+\delta t}^2 - 1) \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

### b. Estimation :

Rappelons la discrétisation approximative d'ordre 1 du processus du modèle de CIR :

$$\tilde{r}_{t+1} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t) + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

En divisant par  $\sqrt{r_t}$ , on remarque que :

$$\frac{\tilde{r}_{t+1}}{\sqrt{\tilde{r}_t}} = ab \frac{1}{\sqrt{\tilde{r}_t}} + (1-a) \frac{\tilde{r}_t}{\sqrt{\tilde{r}_t}} + \sigma \epsilon_{t+1} \quad \epsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

Et en posant donc  $Y_t = \frac{\tilde{r}_{t+1}}{\sqrt{\tilde{r}_t}}$ ,  $X_t^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{r}_t}}$ , et  $X_t^{(2)} = \frac{\tilde{r}_t}{\sqrt{\tilde{r}_t}}$ , on obtient :

$$Y = abX_t^{(1)} + (1-a)X_t^{(2)} + \sigma\epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

$$Y = \alpha_1 X_t^{(1)} + \alpha_2 X_t^{(2)} + \sigma\epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1) \quad (3)$$

L'équation à estimer par régression linéaire avec :

$$\begin{aligned} - \alpha_1 &= ab \\ - \alpha_2 &= 1 - a \\ - \hat{\sigma} &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_{t+1}^2}{n-3}} \end{aligned}$$

### 3. Application

En effet, nous pouvons procéder par deux méthodes, très similaires même, pour fournir ces deux modèles. Soit nous utiliserons une approche d'estimation à l'aide des séries temporelles, soit nous nous baserons sur une estimation avec un modèle économétrique.

Nous décidons par la suite d'opter pour l'estimation basée sur le modèle économétrique, dont la méthodologie est la suivante :

- 1. Stationnarité**
- 2. Régression : Vasicek et Cox-Ingersoll-Ross.**
- 3. Validation (R2, test de Fisher).**
- 4. Corrélacion des résidus (test de Durbin-Watson).**
- 5. Homoscédasticité (test de Breusch-Pagan, Goldfeld-Quandt).**
- 7. Calibrage par la prime de risque.**

Afin de pouvoir appliquer ce que nous avons avancé dans la partie théorique ci-dessus, nous allons utiliser le taux moyen pondéré du marché monétaire interbancaire au jour le jour comme taux court. C'est un taux moyen pondéré par les montants des transactions déclarées, pour l'ensemble des établissements du marché interbancaire. Les données sur lesquelles repose notre analyse d'étale du 21/07/2016 jusqu'au 16/04/2019, soit une base de données de 1000 observations.

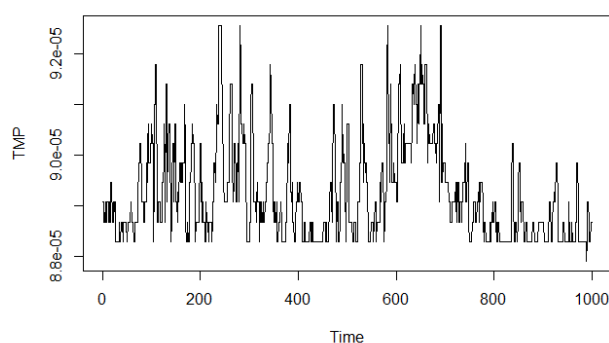


Figure 14 Le TMP en jours

a. STATIONNARITE :

Comme nous allons travailler dans le cadre des séries temporelles, il faut avant tout s'assurer de la stationnarité des séries utilisées. Pour ce faire, on utilise le test de **Dickey Fuller**. Ce test met en avant l'existence ou non d'une racine unitaire pour juger de la stationnarité de la série.

**H0** : Présence de racine unitaire (non stationnaire) VS **H1** : Absence de racine unitaire (stationnaire)

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: TMP
Dickey-Fuller = -5.8762, Lag order = 9, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

Comme nous pouvons le voir sur le graphe en haut présenté par R, la valeur de la p-value est inférieure à 5% donc nous rejetons l'hypothèse H0 et alors notre série est bien stationnaire.

b. Régression

a. Estimation des paramètres :

### i. VASICEK

```
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.743e-06 -1.395e-07 -8.390e-08  2.485e-07  3.463e-06

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.280e-05  1.460e-06   8.768  <2e-16 ***
x            8.566e-01  1.635e-02  52.396  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

La sortie de R montre des coefficients bien significatifs.

### ii. CIR

```
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.864e-04 -1.479e-05 -8.870e-06  2.610e-05  3.669e-04

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
x1 1.276e-05  1.464e-06   8.715  <2e-16 ***
x2 8.571e-01  1.640e-02  52.278  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Les résultats montrent que les coefficients sont significatifs pour un risque de 5%. Ensuite, en appliquant les formules pour retrouver les éléments initiaux par CIR, nous

```
> a
      x2
0.1428747
> b
      x1
8.92729e-05
```

obtenons :

### c. Validation :

#### a. VASICEK

```
Residual standard error: 5.143e-07 on 997 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7336,    Adjusted R-squared:  0.7333
F-statistic: 2745 on 1 and 997 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Comme la sortie R le montre, la régression fournit une valeur d'un  $R^2 = 73\%$ . Ce qui veut dire que le modèle explique 73% des données,

La statistique de **Fisher** également est significative au seuil de 5%. On valide alors le modèle.

#### b. CIR

```
Residual standard error: 5.423e-05 on 997 degrees of freedom
Multiple R-squared:  1,    Adjusted R-squared:  1
F-statistic: 1.516e+07 on 2 and 997 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

De même pour CIR, nous allons baser nos critères de validation sur la statistique de Fisher ainsi que la valeur du  $R^2$ .

## d. Corrélation des résidus :

Une hypothèse importante à vérifier est l'autocorrélation des résidus. Pour la tester, nous utiliserons le test de **Durbin Watson** : L'hypothèse nulle (H0) stipule qu'il y a non-autocorrélation. L'hypothèse de recherche (H1) stipule qu'il y a auto-corrélation.

## a. VASICEK

```
> dwtest(regVAS); ## Auto-corrélation des erreurs

Durbin-Watson test

data: regVAS
DW = 2.1091, p-value = 0.9553
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Nous obtenons une valeur de la p-value=0.9553 ce qui veut dire que nous acceptons l'hypothèse nulle et donc nous confirmons la non-autocorrélation des erreurs.

## b. CIR

```
> dwtest(regVAS); ## Auto-corrélation des erreurs

Durbin-Watson test

data: regVAS
DW = 2.1093, p-value = 0.9556
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Pour une p-value=0.9956, nous rejetons l'hypothèse alternative et donc nous acceptons la non autocorrélation des erreurs pour le modèle du CIR.

## e. Normalité des résidus :

Afin de tester si les résidus suivent une loi normale, dans le cadre des deux modèles, nous allons nous baser sur le test de **Jarque-Bera**. L'hypothèse nulle stipule la **normalité des résidus**.

## a. VASICEK

```
> jarque.bera.test(regVAS$residuals); ## normalité des résidus.

Jarque Bera Test

data: regVAS$residuals
X-squared = 3120.8, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

Pour une valeur de la p-value inférieure à 5%, nous retenons l'hypothèse alternative. C'est-à-dire que nous supposons que les résidus ne suivent pas une loi normale. Cependant, cette hypothèse n'est pas indispensable pour les autres tests que nous avons

menés et que nous mènerons parce qu'ils sont suffisamment robustes pour être utilisables même si les distributions s'écartent de la loi normale.

#### b. CIR

```
> jarque.bera.test(regVAS$residuals) ; ## normalité des résidus.
```

Jarque Bera Test

```
data: regVAS$residuals
X-squared = 3137, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

Également pour le modèle CIR, nous acceptons l'hypothèse de la non normalité, tout en rappelant qu'elle n'est pas indispensable aux autres tests.

#### f. Homoscédasticité :

En statistique, l'homoscédasticité est une propriété fondamentale du modèle de la régression linéaire générale et fait partie de ses hypothèses de base. On parle d'homoscédasticité lorsque la variance des erreurs stochastiques de la régression est la même pour chaque observation. Nous allons utiliser le **test de Goldfeld et Quandt** ; L'hypothèse nulle formule que les perturbations sont homoscédastiques contre l'hypothèse alternative qui suppose l'hétéroscédasticité.

#### a. VASICEK

```
> gqtest(regVAS); ## Hétéroscédasticité
```

Goldfeld-Quandt test

```
data: regVAS
GQ = 0.7363, df1 = 498, df2 = 497, p-value = 0.9997
alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2
```

Nous retrouvons une valeur de 0.9997 pour la p-value, ce qui veut dire que nous acceptons l'hypothèse de l'homoscédasticité des résidus sous le modèle de Vasicek.

#### b. CIR

```
> gqtest(regVAS); ## Hétéroscédasticité
```

Goldfeld-Quandt test

```
data: regVAS
GQ = 0.73495, df1 = 498, df2 = 497, p-value = 0.9997
alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2
```

La valeur trouvée pour la p-value du test GQ est largement supérieur à 5%, nous admettons dès lors l'homoscédasticité des résidus pour le modèle CIR aussi.

#### 4. Calibrage par la prime de risque

Une composante très principale de la modélisation de la courbe taux est la prime de risque. En effet, il s’agit d’un supplément de rendement exigé par un investisseur afin de compenser un niveau de risque supérieur à la moyenne. Il est à noter que cette prime peut être positive, nulle comme négative. Le cas de sa nullité correspond à une neutralité au risque, et le cas où elle est négative peut s’expliquer par un horizon long , et/ou par une aversion au risque .

La prime de risque est ce que nous avons noté par PI dans les deux modèles. Il faut alors déterminer une méthode pour calculer ce PI. Il existe en effet, deux manières de faire, soit nous pouvons utiliser la méthode proposée par BROWN et DYBVIG – SERCU et WU consistant à estimer tous les paramètres du modèle simultanément y compris PI de telle sorte que le modèle s’accommode à la courbe des taux d’intérêt réelle du marché, soit nous pouvons chercher à minimiser la somme des carrées des erreurs entre les prix réels des obligations et les prix théoriques en fonctions de PI. Dans la suite, nous allons procéder en utilisant la seconde approche.

Pour le modèle de Vasicek, nous trouvons une prime de risque : **PI =1200**

Quant au modèle de Cox Ingersoll Ross, nous retrouvons une prime de risque :

**PI= -0,195**

Après avoir établi la courbe des taux ZC empirique, et reconstruit la courbe théorique suivant le modèle de Vasicek et CIR, nous obtenons le graphique suivant qui stipule la convergence de nos estimations :

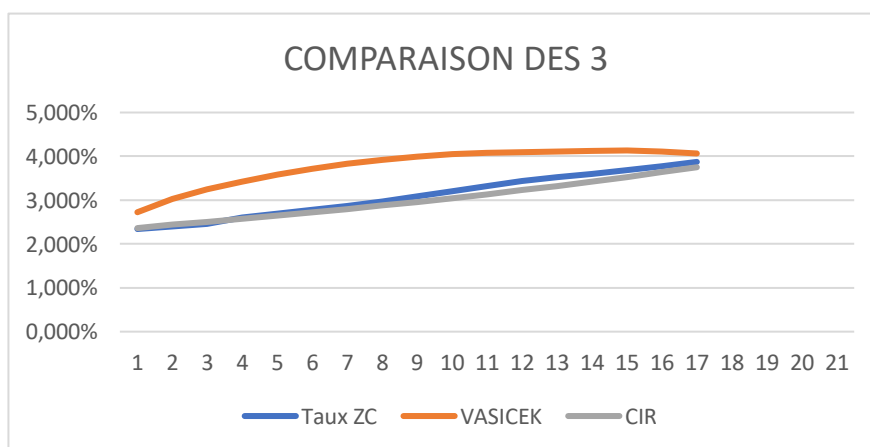


Figure 15 Comparaison entre Vasicek, CIR et la courbe réelle

Il est dès lors clair, que l'estimation basée sur le modèle de Cox Ingersoll Ross est la plus proche de la réalité, et donc celle que nous allons utiliser par la suite pour la projection de la courbe des taux. Nous obtenons dès lors la courbe de taux suivante :

MATURITE	2019
1	2,362784%
2	2,437402%
3	2,504233%
4	2,573521%
5	2,645330%
6	2,720250%
7	2,797718%
8	2,877959%
9	2,960345%
10	3,046778%
11	3,136743%

*Tableau 1 Courbe des taux de l'année 2019*

## CHAPITRE 7 : SIMULATEUR

---

L'aspect technique de ce mémoire repose principalement sur la mise en œuvre d'un outil de projection. Nous devons alors élaborer un outil qui permettra à la fois la projection du bilan, et ainsi le calcul des différents indicateurs qui relèvent de notre intérêt, mais également qui mettra en jeu plusieurs scénarios afin d'obtenir la valeur la plus prudente de ces indicateurs sous le contexte du nouveau cadre réglementaire. Dans cette partie, nous allons alors avancer les étapes de l'élaboration d'un tel outil sous VBA Excel.

L'objet de cet outil serait de calculer le SCR et le BEL, pour répondre aux exigences de SBR, mais également de calculer la VIF et la NBV pour répondre à l'étude de rentabilité du produit.

### 1. Le Cadre Général

#### 1.1. Hypothèses Générales

- HORIZON DE PROJECTION

Nous avons décidé de fixer la fin de l'année 2018 comme début de notre projection, et choisir un horizon de 21 ans pour notre étude.

- MODEL POINT

Comme il est trop laborieux de travailler avec chaque individu comme une seule observation, vu l'immensité de la base de données et la complexité des calculs à faire, nous allons adopter la méthode des modèles point. Cette méthode a pour but de regrouper plusieurs individus avec les mêmes critères dans un seul model point, et au lieu de travailler avec des individus par la suite, nous utiliserons les modèles point comme observations. Pour déterminer nos modèles point, nous avons choisi les variables suivantes : Age, Durée du Contrat, Durée Ecoulée, Taux de Commission, Taux des FG, Taux de Prime, Taux d'Intérêt

Ceci nous a permis de passer de 67 616 observations, dont 3669 relèvent de l'ancienne offre et 63 947 de la nouvelle offre à 44 000 Model Point. Il est vrai que quoique le nombre d'observations a diminué, cette différence ne semble pas la plus optimale en la

comparant avec d'autres études. Nous expliquons alors le nombre des modèles point qui demeure toujours aussi grand, par la particularité de ce produit : sa composition de deux offres qui fait qu'il y a une multitude de taux à appliquer.

Étiquettes de lignes	Nombre de IE_AFFAIRE	Moyenne de Age Corrigé	Moyenne de DUREE_CONTRAT	Moyenne de Durée écoulée	Moyenne de Commission	Moyenne de FG	Somme de Montant du prêt	Moyenne de Taux de prime	Moyenne de Taux Définitif
51/60/0,675/0,1/2/0,0007/0,07	53	51	60	2	67,500%	10,00%	8 978 737	0,070%	7,00%
51/60/0,675/0,1/5/0,0007/0,07	43	51	60	5	67,500%	10,00%	7 728 584	0,070%	7,00%
51/60/0,675/0,1/4/0,0007/0,07	40	51	60	4	67,500%	10,00%	6 592 976	0,070%	7,00%
51/59/0,675/0,1/6/0,0007/0,07	40	51	59	6	67,500%	10,00%	7 383 932	0,070%	7,00%
51/60/0,675/0,1/6/0,0007/0,07	38	51	60	6	67,500%	10,00%	6 888 241	0,070%	7,00%
51/59/0,675/0,1/2/0,0007/0,07	38	51	59	2	67,500%	10,00%	6 978 883	0,070%	7,00%
51/47/0,675/0,1/7/0,0007/0,07	38	51	47	7	67,500%	10,00%	4 967 337	0,070%	7,00%
51/47/0,675/0,1/6/0,0007/0,07	37	51	47	6	67,500%	10,00%	7 378 089	0,070%	7,00%
51/59/0,675/0,1/5/0,0007/0,07	36	51	59	5	67,500%	10,00%	5 540 745	0,070%	7,00%
63/96/0,6/0,1/2/0,001/0,15	36	63	96	2	60,000%	10,00%	3 523 350	0,100%	15,00%
51/35/0,675/0,1/7/0,0007/0,07	34	51	35	7	67,500%	10,00%	4 365 293	0,070%	7,00%
51/60/0,675/0,1/44/0,0007/0,117	33	51	60	44	67,500%	10,00%	4 390 698	0,070%	11,70%
51/60/0,675/0,1/8/0,0007/0,0905	32	51	60	8	67,500%	10,00%	5 021 521	0,070%	9,05%

Figure 16 Les modèles point utilisés pour la projection

## 1.2. Hypothèses sur le produit

- Loi de sortie :

Généralement, autre l'échéance, c'est la résiliation et le décès qui influencent la sortie d'un individu de notre base de données pour un produit « décès-emprunteur ». Sauf que, pour le produit propre à SANAD, il n'y avait pas une nécessité, ni une possibilité de modéliser la loi de résiliation puisque ce phénomène était d'une fréquence très faible, et donc les données peu. Un individu, dès lors, sortira du portefeuille relatif au produit Décès Emprunteur de SANAD soit parce que son contrat a vu l'échéance, soit par le biais du décès.

Pour modéliser **la loi de décès**, nous nous basons principalement sur la table de mortalité TD88-90. Ensuite, pour mieux adapter les données de cette dernière aux données réelles de la compagnie, nous multiplions les valeurs trouvées par un taux d'abattement à fixer.

- Cadence de règlement :

Le règlement des sinistres ne s'entame pas d'un seul coup ; l'assureur règle chaque période un pourcentage des sinistres déjà réalisés. Or comme il s'agit ici d'un produit relatif aux emprunts, nous avons jugé qu'il serait plus adéquat d'élaborer une cadence mensuelle, plutôt qu'une cadence annuelle.

En premier lieu, nous avons construit le tableau de la cadence annuelle. Pour ce faire, nous nous sommes basés sur la méthode de Chain Ladder.

Survénance	Cadence	Cadence
0,00	40,776%	40,776%
1,00	<b>76,847%</b>	<b>36,070%</b>
2,00	80,263%	3,417%
3,00	<b>81,200%</b>	<b>0,937%</b>
4,00	81,200%	0,000%
5,00	<b>83,516%</b>	<b>2,316%</b>
6,00	86,309%	2,793%
7,00	<b>89,196%</b>	<b>2,886%</b>
8,00	92,178%	2,983%
9,00	<b>95,261%</b>	<b>3,083%</b>
10,00	98,447%	3,186%
11,00	<b>100,000%</b>	<b>1,553%</b>

Figure 17 Cadence de règlement des sinistres annuelle

Nous remarquons que les sinistres se règlent à 80% au bout de 2 ans. La première colonne renvoie vers la cadence cumulée, alors que la seconde colonne renvoie vers la cadence non cumulée. Ensuite, nous avons opéré par une interpolation linéaire pour déterminer les cadences cumulées mensuelles, et par la suite déduire les cadences non cumulées mensuelles.

Survénance	Cadence	Cadence
0	0,407763559	0,40776356
<b>1</b>	<b>0,437822117</b>	<b>0,03005856</b>
2	0,467880676	0,03005856
<b>3</b>	<b>0,497939234</b>	<b>0,03005856</b>
4	0,527997792	0,03005856
5	0,55805635	0,03005856
6	0,588114908	0,03005856
7	0,618173466	0,03005856
8	0,648232024	0,03005856
9	0,678290583	0,03005856
10	0,708349141	0,03005856
11	0,738407699	0,03005856
<b>12</b>	<b>0,768466257</b>	<b>0,03005856</b>
13	0,771313507	0,00284725
14	0,774160756	0,00284725
15	0,777008005	0,00284725
16	0,779855255	0,00284725
17	0,782702504	0,00284725
18	0,785549754	0,00284725
19	0,788397003	0,00284725
20	0,791244253	0,00284725
21	0,794091502	0,00284725
22	0,796938752	0,00284725
23	0,799786001	0,00284725
<b>24</b>	<b>0,802633251</b>	<b>0,00284725</b>
25	0,803414117	0,00078087
26	0,804194982	0,00078087
27	0,804975848	0,00078087
28	0,805756714	0,00078087
29	0,80653758	0,00078087
30	0,807318446	0,00078087
31	0,808099312	0,00078087
32	0,808880177	0,00078087

Figure 18 Cadence de règlement des sinistres mensuelle

- Taux de prime :

Le taux de prime est un pourcentage du montant total du prêt. C’est une donnée dans les bases de données de SANAD pour chaque individu. En effet, les taux de prime diffèrent d’un contrat à un autre, selon le montant du prêt, selon la période de la souscription, ...

- Taux de commission :

Les commissions représentent la rémunération des intermédiaires. Le taux de commission est en effet un pourcentage des primes encaissées par l'assureur.

- Frais de Gestion :

Il s'agit des couts de gestion que coutent les contrats pour la compagnie d'assurance. Ils sont représentés par un coût unitaire par dossier.

- Chargement de Gestion :

Il s'agit des couts que l'assureur exige à l'assuré de payer pour le motif de gestion de son contrat. Ils sont représentés par un taux à fixer.

- Réassurance :

En ce qui concerne ce produit, la réassurance se manifeste par un traité XS. Il faut dès lors mentionner la priorité, le plafond, le taux de cession ainsi que le taux d'intérêt de dépôt. Nous supposons en plus, pour la cadence des règlements qu'elle est la même que celle de l'assureur. Nous travaillerons également comme si les caractéristiques relatives à la réassurance resteront constantes durant toute la période de la projection.

### 1.3. Hypothèses Réglementaires

- Taux Imposition sur les Sociétés :

Il faut indiquer le taux IS pour pouvoir avoir des résultats nets d'impôt.

- SCR :

Le Capital de solvabilité requis se calcule suivant la méthode standard proposée par la réglementation SBR.

### 1.4. Hypothèses Financières

- TAUX D'ACTUALISATION :

Comme l'actualisation se réalise par rapport à une courbe sans risque, nous allons travailler dans cette partie avec la courbe zéro-coupon. Alors, afin d'actualiser les cashflows du bilan, nous allons nous servir des taux zéro-coupons que nous avons obtenu dans la partie « courbe zéro-coupon »

MATURITE	2019
1	0,023628
2	0,024374
3	0,025042
4	0,025735
5	0,026453
6	0,027202
7	0,027977
8	0,028780
9	0,029603
10	0,030468
11	0,031367

Figure 19 Courbe Zero Coupon

- Taux de rémunération des actifs :

Il s'agit ici des TRA. Ces taux correspondent aux taux forward. Nous allons mettre en pratique les taux calculés dans la partie « TAUX FORWARD ».

## 2. Les Résultats

### 2.1. Approche déterministe

Après avoir appliqué les formules présentées dans le chapitre « Modélisation » pour les différents model point, nous obtenons le bilan projeté ci-dessous :

Année	Nombre	Prime	Charge de sinistre	Commission	Chargement de gestion	Prime de réass	Charge de réass	FG	Règlements	Règlements Reass
2019	67 351	52 594 564	4 272 576	33 731 160	6 200 730	683 729	0	1 684 804	2 469 918	0
2020	65 976	52 207 068	3 296 835	33 496 128	6 157 952	678 692	0	1 667 675	2 800 716	0
2021	58 458	47 882 046	2 012 256	30 694 783	5 701 637	622 467	0	1 571 003	1 955 657	0
2022	20 349	29 403 495	785 255	18 695 720	3 495 106	382 245	0	992 297	968 078	0
2023	0	4 101 434	55 521	2 522 363	455 380	53 319	0	130 220	281 119	0
2024	0	0	0	0	0	0	0	0	175 698	0
2025	0	0	0	0	0	0	0	0	232 814	0
2026	0	0	0	0	0	0	0	0	280 852	0
2027	0	0	0	0	0	0	0	0	304 688	0
2028	0	0	0	0	0	0	0	0	316 642	0
2029	0	0	0	0	0	0	0	0	292 186	0
2030	0	0	0	0	0	0	0	0	202 678	0
2031	0	0	0	0	0	0	0	0	100 233	0
2032	0	0	0	0	0	0	0	0	34 760	0
2033	0	0	0	0	0	0	0	0	6 239	0
2034	0	0	0	0	0	0	0	0	164	0
2035	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2036	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2037	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2038	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2039	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ce qui nous permet de calculer les indicateurs suivants :

PVFP	CoC	STRAIN	NBV	BEL	VIF
44 828 325,10	2 427 186,66	1 683 775,68	40 717 362,76	-45 796 135,34	42 401 138,44

Tableau 2 Calcul des indicateurs de rentabilité et le BEL

#### a. PVFP :

Ce produit montre une valeur de PVFP= 44 828 325. Nous rappelons que cette valeur correspond à la valeur actuelle probable des résultats techniques futurs nets d'impôts générés par le portefeuille de ce produit .

#### b. VIF :

Les calculs montrent une valeur de la VIF égale à 42 401 138.

**c. NBV :**

Nous obtenons une NBV = 40 717 363. Cette valeur est la valeur de ce que rapporteront les affaires nouvelles .

**d. CSR :**

Pour calculer le CSR, nous utilisons la formule suivante :

$$\text{SCR} = \text{BSCR} + \text{SCR op} - \max(0, \text{Adj})$$

Nous présenterons en premier la situation de l'actif de la compagnie. Comme il s'agit de données extrêmement confidentielles, nous avons procédé par une allocation type de l'actif où 75% a été alloué aux obligations , 10% à l'immobilier et 15% aux actions . Nous tenons à souligner que les données chiffrées suivantes de l'actif sont complètement fictives et servent uniquement le but d'exposer la méthode de calcul proposée par la méthode standard.

		AVANT
<b>ACTIF ( VM )</b>		
Immobilier		50 000 000,00
Actions		
Type I		15 000 000,00
	stratégiques	10 500 000,00
	Non stratégiques	4 500 000,00
Type II		60 000 000,00
	stratégiques	42 000 000,00
	Non stratégiques	18 000 000,00
Obligations		375 000 000,00
TOTAL		500 000 000,00

**CSR MARCHE :**

C'est à cet actif que nous allons appliquer les chocs expliqués dans la partie « modélisation » pour pouvoir calculer le CSR<sub>Marché</sub> .

		AVANT		APRES
<b>ACTIF ( VM )</b>				
Immobilier		50 000 000,00	25%	37 500 000,00
Actions				
Type I		15 000 000,00		9 915 000,00
	stratégiques	10 500 000,00	39%	6 405 000,00
	Non stratégiques	4 500 000,00	22%	3 510 000,00
Type II		60 000 000,00		35 460 000,00
	stratégiques	42 000 000,00	49%	21 420 000,00
	Non stratégiques	18 000 000,00	22%	14 040 000,00
Obligations		375 000 000,00		
TOTAL		500 000 000,00		

<b>CSR_ACTION</b>	29 625 000,00
<b>CSR_Immobilier</b>	12 500 000,00
<b>CSR_Taux</b>	3 294 575,32
<b>CSR_MARCHE</b>	32 322 513,08

Tableau 3 Calcul du CSR marché

**CSR SOUSCRIPTION VIE :**

Le calcul de ce montant nécessite le calcul d'un nouveau Best Estimate des engagements ; puisque ce dernier changera suite aux chocs de mortalité et des frais de gestion que nous allons lui appliquer. Nous augmenterons alors la mortalité d'un choc de 49% et les frais de dépenses par un choc de 10%, et calculerons la différence que connaît la NAV pour obtenir la valeur du CSR<sub>vie</sub>.

<b>CSR_mortalite</b>	4 668 595,76
<b>CSR_dépense</b>	100,31
<b>CSR_VIE</b>	4668696,07

Tableau 4 Calcul du CSR vie

**CSR Opérationnel :**

<b>Risque Op</b>	15 780 070,24
------------------	---------------

Tableau 5 Calcul du CSR opérationnel

La sommation de ces trois montants nous fournit la valeur finale du CSR que la compagnie d'assurance devrait faire preuve de respecter :

<b>CSR</b>	52 771 279,39
------------	---------------

En suivant la méthode standard , nous retrouvons une valeur du « CSR » égale à 52 771 279 DH . Ceci signifie que la compagnie devrait viser à avoir des fonds propres de ce montant pour pouvoir honorer ses engagements dans l'année à venir sans risque de ruine avec une probabilité de 99,5%. La réglementation incite aussi à ce que les fonds propres de base à eux seuls devrait dépasser 70% de ce CSR . Nous pouvons également nous prononcer sur la rentabilité du portefeuille en utilisant le ratio  $\frac{VIF}{CSR} = 80,34 \%$ . Si ce ratio excédait 100%, le portefeuille serait rentable par rapport au référentiel réglementaire SBR. Or dans notre cas, comme le ratio est égal à 80%, le produit ne serait pas rentable au sens de SBR; puisqu'il ne permettrait même pas de couvrir le montant exigé par la réglementation. Nous précisons encore une fois que toute valeur numérique liée au CSR de la méthode standard n'interprète pas la situation réelle du portefeuille de SANAD ; puisque les valeurs de l'actif sont fictifs et ne servent qu'à permettre d'appliquer les calculs en question.

#### e. BEL :

Comme nous l'avons vu auparavant , le calcul du best estimate se simplifie dans notre cas puisque le BDF suggéré par SBR prend une valeur nulle. Les calculs révèlent dès lors, une valeur négative du BEL. Ceci indique que la compagnie d'assurance n'a pas besoin de provisionner pour rencontrer ses engagements vis à vis les souscripteurs de ce produit.

## 2.2. Approche stochastique

Parmi les objectifs majeurs de la nouvelle réglementation dans le secteur assurantiel , à savoir le projet Solvabilité 2 ou plus précisément SBR au Maroc, est de renforcer la prudence des assureurs par rapport aux risques encourus . Ceci se traduit lors des calculs techniques , en la nécessité de prendre en considération plusieurs , pour ne pas dire la majorité des cas de figures . L'assureur ne devrait pas se contenter d'une seule simulation , mais devrait plutôt chercher l'effet qu'aura la variation des hypothèses posées initialement . Dans cette sous partie , nous procéderons alors à simuler plusieurs scénarios concernant les hypothèses de base pour étudier la valeur stochastique des indicateurs de rentabilité ; cette opération est appelée le stress testing ou les tests de

résistance . Le risque principal qui suscite notre attention lors du traitement d'un produit décès emprunteur est celui de la mortalité.

Il est clair , qu'en augmentant le taux de mortalité et les frais de gestion ,la PVFP, NBV et la VIF vont chuter et qu'en contrepartie le BEL va augmenter , et vis versa si le taux de mortalité ou le coût des frais de gestion baisse ; ceci vient naturellement de la structure mathématique des formules utilisées pour le calcul de ces indicateurs . Nous allons dès lors simuler aléatoirement 1000 scénarios de mortalité et de frais de gestion .

Scenario	NBV	VIF
1	44 924 317	-45 893 599
2	44 971 304	-45 941 135
3	44 604 671,92	-45569192,4
4	44 766 319,16	-45733207,67
5	44 767 379,82	-45734180,25
6	44 384 413,81	-45345612,98
7	44 490 994,59	-45453739,22
8	44 714 254,47	-45680331,12
9	44 709 066,88	-45675052,39
10	44 877 965,44	-45846451,12
11	44 978 747,99	-45948731,37
12	44 471 456,84	-45433978,43
13	44 768 762,98	-45735550,81
14	45 064 432,42	-46035629,34
15	44 535 082,77	-45498608,88
16	44 857 781,95	-45826058,67

En prenant la moyenne, nous obtenons la valeur de la NBV stochastique :  $NBV = 42\,366\,512$

Une valeur qui reste très proche de la valeur déterministe qui était égale à 42 401 138.

Et la VIF stochastique :  $VIF = 40\,682\,749$

De même que pour la NBV, la VIF stochastique est presque la même que la VIF déterministe qui est de 40 717 363.

VIF STOCHA	NBV STOCHA	BEL
40 682 748,99	42 366 512,23	-45 760 980,15

## CHAPITRE 8 : MACHINE LEARNING

---

Avec une machine puissante, le traitement de chaque mille lignes s'effectue en 5 minutes, ce qui fait pour les 9000 modèles point, nous aurons besoin de 45 minutes. Le tout qui sera recalculé pour 1000 simulations aléatoires, ce qui nous donne 45 000 minutes à savoir 31,25 jours ! Cette durée absurde aurait été encore plus grande si on tenait compte qu'initialement, en préparant les modèles points nous avons obtenus 44 000 modèles points et non 9000, parce que nous avons considéré tous les paramètres qui nous semblaient appropriés, sauf que pour des raisons claires de calcul, nous avons procédé par calcul de moyenne de certaines variables, pour réduire le nombre de modèles à 9000.

Il est clair alors que la lourdeur des calculs de cette étude constitue un sérieux obstacle et qu'il était non seulement naturel, mais indispensable, de réfléchir à trouver une solution qui optimisera l'aspect des calculs de cette étude. La première solution évidente, est de réduire davantage le nombre des modèles point, tout en essayant de garder le maximum d'information possible. Sauf que notre étude ne serait pas de la même pertinence que si elle aurait été réalisée avec le nombre initial de modèles point, c'est pour cette raison que nous avons pensé à la méthode de l'apprentissage automatique (Machine Learning) comme deuxième solution.

### 1. Model Point

La méthode la plus simple consisterait à faire baisser le nombre extravagant des modèles point. Nous rappelons que dans notre cas, ce grand nombre revient au fait qu'il y a deux offres de produit qui coexistent : l'ancienne offre et la nouvelle, et chacune d'entre elles a ses propres particularités : taux de commission, frais de gestion, ... Pour minimiser alors le nombre de model point, nous n'allons conserver comme variable discriminante que l'âge, la durée du contrat et la durée écoulée. Pour les autres variables qui restent, nous allons procéder par calcul de moyenne par model point. Ce choix pourrait sembler

extrémiste et assez radical, cependant nous allons par la suite comparer les résultats obtenus avec ces nouveaux modèles point et les anciens afin de valider cette solution. Nous obtenons, cette fois, 500 modèles point.

iquettes de li	Nombre de IE_A	Moyenne de Age	l Somme de Duree_Ci	Somme de Durée_Ec	Somme de Commi	Moyenne d	Somme de Montant	Somme de Taux de	Moyenne de Taux Définitif
6618	51	53,27	21,25	65,617%	10,47%	1037 175 106	0,06936%	8,88%	
1951	56	70,16	23,36	65,608%	12,15%	148 015 277	0,06918%	10,51%	
2111	58	67,06	26,59	64,322%	13,07%	140 500 280	0,07077%	10,97%	
1400	49	68,52	27,08	63,373%	15,60%	135 944 762	0,05985%	10,21%	
1574	52	72,82	22,10	65,405%	12,36%	135 775 128	0,06663%	10,29%	
1722	54	75,49	22,45	65,505%	12,53%	135 119 940	0,06721%	10,57%	
1961	57	69,63	24,63	64,915%	12,89%	133 967 903	0,06942%	11,05%	
1941	59	66,28	27,05	63,985%	13,05%	133 066 247	0,07264%	10,71%	
1402	50	72,03	23,02	65,506%	12,73%	132 445 169	0,06585%	10,11%	
1318	40	64,21	22,36	65,675%	12,36%	130 379 920	0,06645%	9,56%	
1687	55	72,82	23,42	65,473%	12,42%	130 077 934	0,06842%	10,63%	
....	..	....	....	....	....	....	....	....	

Le temps de calcul d’une seule simulation s’est réduit à 0,13 minute. Pour 1000 simulations alors, nous compterons ce qui serait faiblement supérieur à 2 heures 15 minutes.

Les résultats de la VIF, NBV et BEL se rapprochent de ce que nous avons trouvé ci-dessus. Nous jugeons alors que cette répartition des modèles point est bien valable.

NBV	BEL	VIF
41 005 983,00	-45 976 421,15	42 548 255,34

Tableau 6 Indicateurs après simplification des models point

NBV	BEL	VIF
40 717 362,76	-45 796 135,34	42 401 138,44

Tableau 7 Indicateurs avant simplification des models point

## 2. Machine Learning

### 2.1. Concept

L’usage de l’apprentissage automatique comme méthode pour accélérer les calculs se présente comme deuxième solution. En effet, avant de commencer à expliquer le concept derrière cette méthode, il faut souligner qu’il ne s’agit que d’une solution qui va estimer les résultats voulus. Il faut pour cela tenir en compte toutes les approximations qu’elle implique.

L’utilisation d’algorithmes issus de l’apprentissage automatique est motivée par quatre raisons principales :

- Beaucoup de problèmes statistiques très complexes ont pu être résolus grâce à l’apprentissage automatique
- L’apprentissage automatique est déjà utilisé dans le domaine de l’assurance.

- Quel que soit le modèle utilisé dans la détermination du bilan économique, et tant qu'une base de données comportant les sorties du modèle pour différentes valeurs d'entrée est disponible, il est possible d'utiliser l'apprentissage automatique.
- Le cadre de Solvabilité II laisse énormément de liberté quant aux méthodes utilisées pour les évaluations, ce qui permet de proposer des approches nouvelles en les justifiant.

La démarche à suivre serait alors :

- D'abord, il est nécessaire de disposer d'une base de données sur laquelle les différents modèles seront calibrés. Elle sera générée à partir d'un modèle Asset Liability Management (ALM). Pour la constituer, il suffira de tirer aléatoirement les entrées du modèle ALM et d'en récupérer les sorties autant de fois que possible.
- Il faudra aussi sélectionner les variables les plus pertinentes, tester différentes transformations de variables en entrée, optimiser les paramètres de calibration du modèle et vérifier sa robustesse sur les données.
- Plusieurs algorithmes d'apprentissage seront alors testés : modèles linéaires gaussiens, réseaux neuronaux, agrégations d'arbres aléatoires. En les comparant, le modèle le plus adéquat sera sélectionné. Pour aboutir à ce dernier, nous allons nous baser sur le principe de la validation croisée ou en anglais « cross validation ».

La **validation croisée** est, en apprentissage automatique, une méthode d'estimation de fiabilité d'un modèle fondé sur une technique d'échantillonnage. Son idée est qu'avec un échantillon suffisamment grand, une certaine proportion d'observations est affectée à l'échantillon d'apprentissage et les observations restantes sont affectées à l'échantillon test. Le modèle peut être construit en utilisant les observations de l'échantillon d'apprentissage, et la puissance prédictive peut être testée en utilisant les observations de l'échantillon test.

## 2.2. Variables explicatives

Le modèle ALM possède un grand nombre de variables en entrée. Il serait beaucoup trop difficile de vouloir les intégrer toutes. Certaines variables ont donc été sélectionnées. Voici les variables explicatives sur lesquelles l'étude se focalisera :

- Coût de frais de gestion.
- Taux de rendement des actifs.
- Courbe Zéro Coupon.
- Table de mortalité
- Taux de Réassurance
- Priorité
- Limite
- Taux Impôt
- Taux de Dépôt

### 2.3. Variables de sortie

Nous allons nous concentrer sur la valeur du BEL et sur la valeur d'un indicateur de rentabilité, nous choisirons la NBV.

### 2.4. Base de Données

Pour construire la base de données, il nous faut faire varier les différentes variables explicatives, afin d'obtenir les différentes valeurs des variables de sortie. Il nous faut, quand même, un grand nombre de simulations, puisqu'en apprentissage automatique, la base de données serait répartie en deux sous bases ; l'une utilisée pour l'entraînement et l'autre pour la validation. Pour faire changer les valeurs des variables explicatives, nous choisissons les variations suivantes :

- $\text{Priorité} = \text{Random}(200000, 400000)$
- $\text{Limite} = 10000000 * \text{Random}(80, 120) / 100$
- $\text{Taux\_Impot} = \text{Random}(1, 5) / 100$
- $\text{Taux\_Depot} = \text{Random}(1, 4) / 100$
- $\text{coeff\_zc} = \text{Random}(90, 120) / 100$
- $\text{coeff\_tra} = \text{Random}(90, 120) / 100$
- $\text{CU} = 25 * \text{Random}(70, 200) / 100$
- $\text{Taux\_Reass} = 2 * \text{Random}(60, 150) / 100 / 100$
- Mortalité

Où  $\text{Random}(x, y)$  est une fonction qui donne un nombre aléatoire entre  $x$  et  $y$ . Le  $\text{coeff\_zc}$  et  $\text{coeff\_TRA}$  représentent respectivement les coefficients par lesquels sont multipliées la courbe des taux et la courbe TRA.

Nous obtenons une base comme celle représentée ci-dessous :

Tx_REAS	Priorite	Limite	Tx_Depot	Tx_Impot	Tx_IS	CU	Mortalite	Coeff_ZC	Coeff_TRA	NBV	BEL
0,0134	390720	11900000	0,03	0,04	0,04	19,75	1,12	1,1900001	0,91	38 144 243,62	- 44 942 794,03
0,0156	371350	11300000	0,02	0,02	0,03	35,25	1,1900001	1,2	1,14	30 345 508,28	- 39 479 445,82
0,0188	284653	9500000	0,01	0,03	0,04	36,5	0,85	1,13	0,9	28 572 804,29	- 40 778 814,68
0,0274	240168	10900000	0,02	0,04	0,03	48,25	1,16	1,14	0,98	16 965 894,76	- 33 324 745,82
0,0216	377309	11700000	0,03	0,02	0,05	38	0,91	1,03	1,1	20 661 199,46	- 37 484 622,41
0,028	303479	11300000	0,03	0,02	0,02	18,5	1,04	0,99	0,98	23 546 911,02	- 39 217 189,79
0,0298	387522	10100000	0,04	0,05	0,05	24,5	1,03	1,1	1,1799999	19 177 081,91	- 37 330 410,53
0,026	386416	8800000	0,02	0,02	0,02	26,25	0,88	0,9	1,15	22 847 650,79	- 38 721 611,12

Tableau 8 Une partie de la base de données utilisée pour le Machine learning

Pour ce qui vient par la suite , 80% de notre base constituera notre base d’apprentissage, alors que les 20% restantes feront notre base de validation.

### 2.5. Apprentissage automatique supervisé

#### Définition et notions :

L’apprentissage automatique supervisé consiste à prédire une variable cible  $y \in Y$  à partir d’un vecteur  $x$  de variables observées, à l’aide d’un modèle  $f \in F$ , tel que  $y=f(x)$ .  $F$  représente l’ensemble des modèles envisageables pour la prédiction. Selon la tâche à accomplir,  $Y$  peut être un sous-ensemble continu de  $R$ , pour de la régression, ou un ensemble fini de classes, pour de la classification. Le terme « apprentissage supervisé » est utilisé car les paramètres du modèle  $f$ , notés sous la forme du vecteur  $\theta$ , sont déterminés à partir d’une base d’observations  $(y_i, x_i), i \in \{1, \dots, n\}$ , où  $n$  représente le nombre d’observations disponibles. Les paramètres sont la partie indéterminée du modèle, qu’il est nécessaire d’apprendre en se servant des observations ; c’est pourquoi le modèle est noté  $f_\theta$ , pour montrer sa dépendance aux paramètres, et le fait qu’il ne dépend que de  $\theta$ .

Par la suite, seule la régression sera utilisée, puisque l’objectif est de prédire un BEL et la valeur de la NBV. Le  $j$ -ème élément du vecteur  $x_i$  sera noté  $x_{i,j}$ . La dimension de ce vecteur sera notée  $p$ . Pour différencier les valeurs observées des valeurs prédites, ces dernières seront notées  $\hat{y}$ .

Une utilisation du modèle de prédiction impliquera donc l’écriture  $\hat{y} = f_\theta(x)$

**N.B :** Les résultats numériques présentés par la suite concernent l’estimation de la NBV. La même démarche a été suivie pour l’estimation du BEL.

**Principe :**

## i. Régression Linéaire

Un modèle linéaire pour la régression suppose que la fonction caractéristique du modèle est linéaire par rapport à chacune de ses variables. Elle s'écrit sous la forme :

$$\widehat{y}_i = f(\mathbf{x}_i) = b_0 + \sum_{k=1}^p b_k x_{i,k}$$

Le paramétrage  $\mathbf{b} = (b_k, k \in \{0, \dots, p\})$  se détermine alors en minimisant un coût quadratique :

$$\alpha(\mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n (\widehat{y}_i - y_i)^2$$

Le modèle linéaire possède un biais important, du fait des hypothèses fortes qui lui sont associées. Il présente toutefois des avantages significatifs qui justifient son utilisation : déterminer ses paramètres est aisé, il est déterministe, et il est très facilement interprétable. En effet, la simple visualisation de ses coefficients linéaires permet de connaître l'amplitude et le sens de variation de la variable à expliquer par rapport aux entrées.

**Résultats :**

Pour la validation croisée, nous allons utiliser la méthode « LEAVE-ONE-OUT CROSS-VALIDATION » (LOOCV). Cette variante se fonde sur le principe que l'on apprend sur  $n - 1$  observations puis on valide le modèle sur la nième observation et l'on répète cette opération  $n$  fois. Nous allons appliquer cette technique sous le logiciel R avec le package « caret ». Les sorties de cette technique sont les trois indicateurs suivants :

- RMSE : Root Mean Squared Error

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i - \theta_i)^2}$$

- MAE : Mean Absolute Error

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{\theta}_i - \theta_i|$$

- R2 : R squared

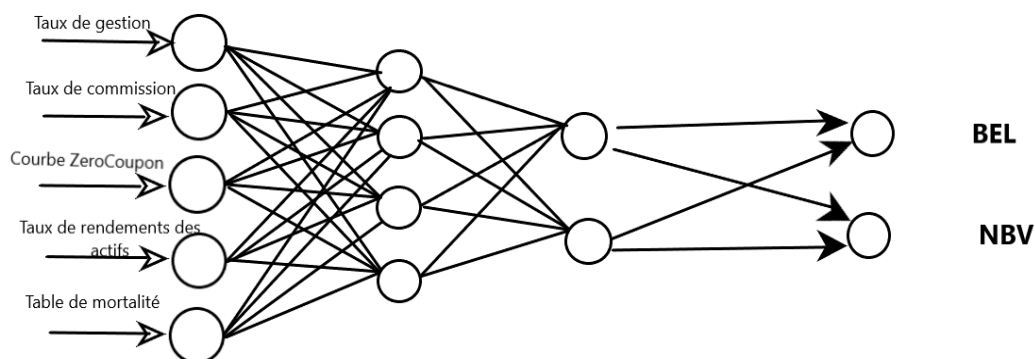
Les valeurs numériques de ces indicateurs donnés par R :

RMSE	Rsquared	MAE
190773	0.302134	146580

En appliquant LOOCV sous R, le logiciel nous donne les résultats ci-dessus. Le modèle explique à peu près 30% des données ; ce qui est un pourcentage plus ou moins acceptable. De plus RMSE indique une valeur d'une erreur assez considérable.

## ii. Réseaux neuronaux

Un réseau de neurones est, dans le cas de la régression, une série de modèles linéaires mis les uns à la suite des autres. L'objectif est, de la même manière que pour un modèle linéaire, de prédire une grandeur continue en prenant en entrée plusieurs variables. La figure illustre ce principe. Dans son contexte, l'objectif est de prédire le BEL et la NBV qui constituent la couche de sortie, en fonction des variables d'entrée, qui représentent la couche d'entrée. Pour garder la représentation du modèle accessible, ne seront montrées que les variables les plus représentatives, bien que toutes les variables aient été utilisées dans les résultats présentés après. Les étapes intermédiaires sont appelées les couches cachées. Cet exemple comporte deux couches cachées de respectivement 4 et 2 neurones.



Soit  $x_1$  le vecteur issu d'une couche du réseau qui ne soit pas la couche de sortie. Pour chaque nœud de la couche suivante, une régression linéaire est effectuée pour

prédire la valeur du nœud. Le vecteur  $x_2$ , correspondant à la couche suivante et dont la taille est le nombre de neurones de cette couche, est alors obtenu. Le procédé est répété de la couche d'entrée, avec le vecteur de variable  $x$  jusqu'à la couche de sortie, pour produire la prédiction.

La calibration du réseau neuronal se fait par rétropropagation. En fixant un jeu initial de coefficients, il est possible, pour toutes les valeurs d'entrée  $x_i$  composant la base d'apprentissage, de calculer une prédiction  $\hat{y}$ .

Ce qui permet de définir l'erreur de la prédiction en comparant les valeurs des  $\hat{y}_i$  avec les vraies valeurs  $y_i$ . L'erreur totale est alors propagée vers les couches précédentes, en se servant de sa dérivée par rapport à chacun des coefficients à déterminer, et ces derniers sont ainsi mis à jour. Le procédé est réitéré jusqu'à ce qu'il y ait convergence.

### Résultats :

Sous R, et avec l'usage du package « neuralnet », nous avons eu le réseau de neurones dont le graphique suivant représente une partie :

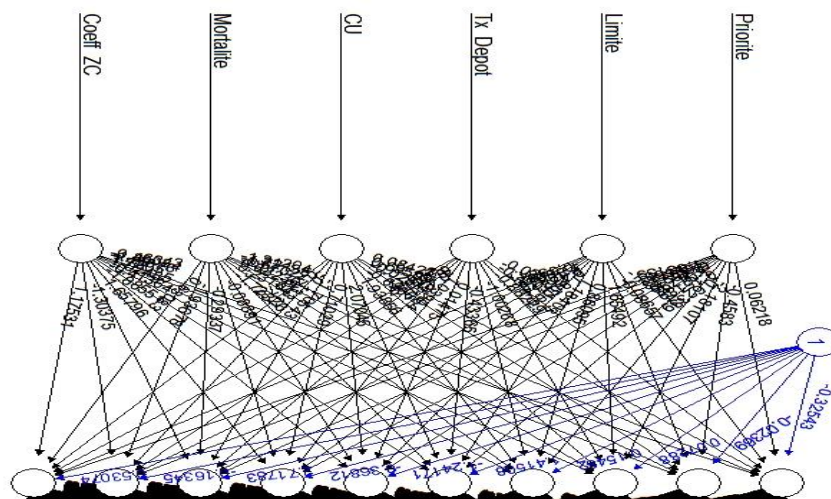


Figure 20 Sortie R du réseau de neurones

Encore une fois, pour la validation nous utilisons la technique de « LOOCV ». Nous obtenons les résultats suivants :

RMSE  
107042

Nous remarquons que la valeur de l'erreur a significativement diminué par rapport au modèle précédent.

### iii. Arbre Aléatoire

Un arbre aléatoire segmente l'espace des variables en un ensemble de rectangles, pour appliquer un modèle simple sur chacun. La méthode d'arbre la plus classique, appelée CART, se concentre sur des partitions binaires récursives. L'espace est d'abord séparé en deux régions, en choisissant une variable d'entrée et en définissant un seuil sur cette variable. Ensuite, les régions définies sont séparées en deux nouvelles sous-régions, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt mette fin au développement d'une branche de l'arbre. Pour décider de la variable de séparation et du seuil à appliquer, la meilleure solution est de procéder de manière exhaustive. En testant pour toutes les variables et en parcourant dans l'ordre de cette variable les observations, la meilleure séparation est celle qui minimise une erreur définie à l'avance.

La figure montre les arbres obtenus pour le BEL et la NBV. Les feuilles des arbres, qui sont les nœuds situés à l'extrémité basse de l'arbre, contiennent chacune une valeur, qui est égale à la moyenne des valeurs d'intérêt observées dans la région correspondante. Selon la taille de l'arbre choisie, le modèle est plus ou moins complexe.

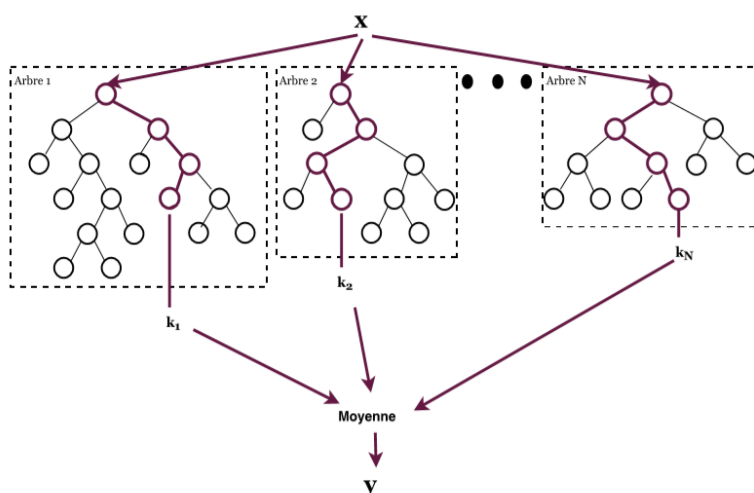
Ce paragraphe a été présenté purement pour des raisons théoriques afin de servir comme base pour le paragraphe suivant des forêts aléatoires. Pour cela, les résultats de cette partie ne seront pas présentés car nous savons déjà qu'ils seront moins bons que ceux du paragraphe suivant.

### iv. Forêt Aléatoire

Les arbres de type CART ne sont pas très performants en termes de prédiction. Leur intérêt réside dans la possibilité de les agréger ensemble pour améliorer leur capacité prédictive. C'est le principe des techniques d'agrégation d'arbres, telles que les forêts aléatoires, le bagging d'arbres, ou le tree-boosting.

Une forêt aléatoire est, comme son nom l'indique, un ensemble d'arbres aléatoires. Son principe consiste à construire une large collection d'arbres non corrélés et de prendre la moyenne de leurs prédictions. L'idée est donc de construire des arbres très complexes, de biais faibles, et de les agréger afin de réduire la variance du modèle. Ces derniers sont construits indépendamment les uns des autres en utilisant à chaque fois un échantillon bootstrappé de la base d'apprentissage. De plus, lors de chaque séparation de nœud, seule une partie des variables d'entrées, tirées au sort à chaque fois, est testée.

Les forêts aléatoires sont très populaires et très utilisées, notamment pour le fait qu'il est rare de voir une forêt aléatoire tomber dans le piège du sur-apprentissage. De plus, augmenter le nombre d'arbres utilisés ne peut qu'améliorer le modèle, ce qui fait qu'il est possible d'aisément fixer cette valeur arbitrairement, en fonction des ressources de calcul disponibles.



**Résultats :**

Nous retrouvons la sortie suivante sous R : **RMSE 124006**

L'erreur a alors diminué par rapport à la regression linéaire mais est toujours plus élevé que celle retrouvée pour le réseau de neurones.

D'après ce qui a été présenté dans cette partie, nous pouvons conclure que la méthode la plus adaptée à notre modèle est celle des réseaux de neurones, quoique même cette dernière n'estime pas parfaitement l'indicateur en question. Cependant, nous pouvons jouer davantage sur les paramètres des algorithmes de l'apprentissage

automatique afin de les optimiser. Nous pouvons par exemple optimiser ces algorithmes en modifiant les variables choisies ; comme nous pouvons choisir d'autres algorithmes encore plus rapides et efficaces à savoir le « eXtreme Gradient Boosting » (XgBoost) comme exemple. Mais avant tout, nous devons bien préparer les bases de données nécessaires. En effet, la difficulté de l'application de ces méthodes réside dans la qualité des données que la compagnie possède ; nous devons alors fournir en premier des modèles ALM corrects et investir dans le calcul des simulations.

## CONCLUSION

---

La réforme SBR sollicite les compagnies d'assurance sur la mise en place de nouveaux processus, et sur l'étude des impacts sur leur activité. Les assureurs vont devoir construire des stratégies en ajustant leurs axes de décision, notamment sur la rentabilité des produits, la tarification des contrats, et le pilotage de leur activité. Dans ce même contexte, l'étude réalisée dans ce mémoire sur le produit de prévoyance « décès-emprunteur » pourra se subdiviser en deux sous parties majeures corrélées entre elles : La première, concernant la rentabilité du produit même et la seconde relative à l'application des calculs de SBR sur un portefeuille fictif composé uniquement du produit en question.

Dans le cadre de la première partie, à savoir la rentabilité, nous nous sommes basés sur la VIF et la NBV. Les résultats numériques ont montré des valeurs positives de ces indicateurs, mais pour se prononcer davantage sur la rentabilité du produit décès emprunteur, il faut rapporter ces valeurs à d'autres critères et les comparer avec d'autres valeurs cibles de la compagnie.

En ce qui concerne les calculs afférents à la nouvelle réglementation, nous avons procédé par calcul du capital de solvabilité requis, tout en prenant en considération la diversité des risques qui l'affectent. Puisque nous ne possédons dans notre portefeuille qu'un seul produit rentable, le montant de ce capital s'est avéré négatif ; c'est-à-dire qu'il n'y a pas de nécessité de provisionner pour faire face aux engagements de ce produit.

Cependant, et afin de garantir la prudence de nos calculs, il faut réaliser une dizaine de centaines de simulations, pour prendre compte des différents scénarios. Cette opération de génération des simulations demeure lourde qu'elle que soit la capacité de la machine, ce qui nous a poussé vers l'apprentissage automatique comme méthode d'optimisation de nos calculs. Afin d'obtenir les meilleures prédictions possibles, plusieurs algorithmes ont été testés.

À l'issue de cette étude, il a été établi que l'apprentissage automatique est en mesure de fournir un complément pertinent aux calculs de SBR, et de l'étude de rentabilité. Quoique la difficulté concernant l'apprentissage automatique réside dans la nécessité de disposer d'une base d'apprentissage. Les assureurs devraient dès lors investir dans les technologies qui leur permettraient de faire tourner en continu leurs modèles ALM pour obtenir une base de données, ou a minima mettre en place un processus de conservation des résultats des simulations ALM menées, afin d'exploiter par la suite ces informations.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] AGHOUTANE, S. et MESKANI, Z. (2018), Etude de la rentabilité des contrats emprunteurs : Calcul des indicateurs économiques de rentabilité, INSEA.
- [2] EL MESLOUHI, N. (2016), Solvabilité II Application à un produit de retraite complémentaire d'AXA assurance Maroc, INSEA.
- [3] DE CUBBER, M. (2012), Rentabilité et tarification sous Solvabilité II : vers une évolution de l'offre produit, Université Paris-Dauphine.
- [4] LAMAZURE, C. (2010), Conséquences de la cinquième étude quantitative d'impact sur la provision Best Estimate et les exigences de capital d'un contrat d'épargne en euros, Université Paris-Dauphine.
- [5] BUZZI, A. (2016), Approximation du bilan économique sous Solvabilité II via des méthodes d'apprentissage automatique et application à l'ORSA, Université Paris-Dauphine.

