

Dédicace

À mes chers parents pour leur sacrifice et leur soutien éternel

À mon frère Ayoub

À mes précieux grands parents

À toute ma famille

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier Monsieur **Anasse YOUSFI**, directeur du département ERM à la SCR ainsi que toute son équipe, notamment Monsieur **Majd EL OUDGHIRI** pour leur encadrement et leur temps consacré au suivi des travaux élaborés le long de la période du stage.

De même je remercie Madame **Leila EL BAHTOURI** et Monsieur **BOUTAYEB** pour leur explication et le partage d'expérience, Madame **Aziza OUDGHIRI** pour son temps consacré à la relecture de ce mémoire.

Enfin, mes remerciements s'adressent au corps professoral de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée, notamment à Monsieur **Abdelaziz CHAOUBI** pour son suivi et ses éclaircissements lors de l'élaboration du mémoire ainsi que Madame **Fadoua BADAOU** pour son temps consacré à l'examen de ce modeste travail.

Résumé

Pour répondre aux besoins de quantification en interne des risques liés à l'acceptation en réassurance, l'actuaire ne se contente pas des méthodes traditionnelles de tarification. Il peut avoir recours à des méthodes alternatives notamment, celles probabilistes, par manque de données. Ces méthodes permettent la modélisation des facteurs de risque, ce qui nécessite une bonne maîtrise des outils de choix et paramétrage des lois de distribution. Cependant, dans le cas des branches courtes dont le réassureur ne dispose pas d'historique sinistre suffisant, l'actuaire est confronté à des échantillons de petites tailles ce qui remet en question ses estimations.

Ce mémoire traite un cas pratique de tarification pour une branche agricole du marché Indien .Nous avons utilisé des méthodes de rééchantillonnage notamment le Bootstrap et des méthodes de simulations pour estimer le loss ratio moyen du marché. Puis en fonction des termes du contrat (appelé le slip) de chaque cédante, une tarification individuelle du risque a été élaborée pour retrouver le taux de prime du Stop Loss puis le taux commercial en y ajoutant les différents chargements possibles.

Mots clés: Réassurance, ERM, rétrocession, tarification, Bootstrap, Simulation, Loss Ratio, Stop Loss, ROL.

Abstract

Like primary insurance, reinsurance is a mechanism for spreading risk. A reinsurer takes some portion of the risk assumed by the primary insurer (or other reinsurer) for premium charged.

This study is related to reinsurance pricing. We will focus on pricing crop insurance stop loss covers. Analysis is done through two approaches: first, a market approach where we aim to calculate the best estimation of the future loss ratio of the portfolio. A second approach treats individual risk related to each cedant. The analysis is done using two main statistical methods: Bootstrap and simulation that models the loss ratio.

Key words: Reinsurance, Crop, Loss Ratio, Simulation, Rate on Line, Risk, Stop Loss, Layer, Enterprise Risk Management, Pricing.

Table des matières

Dédicace	- 3 -
Remerciements	- 4 -
Résumé	- 5 -
Abstract	- 6 -
Table des matières	- 7 -
Introduction générale	- 10 -
Note de confidentialité	- 12 -
Liste des abréviations	- 13 -
Liste des figures	- 14 -
Liste des tableaux	- 16 -
<i>Partie I : Généralités sur la réassurance et analyse du modèle économique de la SCR</i>	- 17 -
CHAPITRE 1 : Généralités sur la réassurance	- 18 -
I. Définition et historique	- 18 -
II. Les modes de réassurance	- 18 -
1. La réassurance facultative :	- 19 -
2. La réassurance facultative-obligatoire :	- 19 -
3. La réassurance obligatoire :	- 20 -
III. Les types de contrats de réassurance	- 20 -
III.1. La réassurance proportionnelle	- 20 -
1.1. Traité en quote-part :	- 20 -
1.2. Traité en excédent de plein :	- 21 -
III.2. La réassurance non proportionnelle :	- 22 -

2.1. L'excédent de sinistre par risque :	- 22 -
2.2. L'excédant de sinistre par évènement.....	- 23 -
2.3. L'excédent de perte annuelle ou Stop Loss :.....	- 23 -
IV. La rétrocession.....	- 24 -
CHAPITRE 2 : Stratégie de la SCR et analyse de la chaîne de rétrocession	- 25 -
I. La SCR, un leader de réassurance au MAROC	- 25 -
II. Le marché de la réassurance.....	- 27 -
III. Le circuit de la rétrocession	- 28 -
IV. Présentation des données :	- 30 -
IV.1. La base de données « INWARDS » :.....	- 30 -
IV.2. Quelques statistiques descriptives :.....	- 33 -
IV.3. Schéma de jointure.....	- 34 -
V. Retour sur les méthodes d'analyse factorielle :.....	- 35 -
VI. Résultats et interprétations :.....	- 36 -
VII. Conclusion de la première partie :.....	- 39 -
<i>Partie II : Tarification d'un contrat de réassurance non proportionnelle non vie..</i>	- 40 -
Chapitre 1 : Technique de tarification en réassurance non proportionnelle non vie	- 41 -
I. Distinction entre les branches courtes et les branches longues :.....	- 42 -
II. La notion de tranche travaillante et non travaillante :	- 42 -
III. Tarification par la méthode BURNING COST :.....	- 42 -
IV. Tarification par approche fréquence sévérité :.....	- 43 -
V. Tarification par simulation :.....	- 43 -
VI. Tarification sur exposition :	- 44 -
Chapitre II : Contexte de l'étude	- 45 -
I. Facteurs de tarification :.....	- 45 -

I.1. La branche agricole en Inde :	- 45 -
I.2. Schéma du gouvernement Indien :	- 45 -
I.3. Politique de souscription :	- 48 -
I.4. Le facteur météorologique :	- 48 -
II. Approches de tarification adoptées au portefeuille étudié pour l'année de cotation 2019-2020 :	- 49 -
II.1. Principe du Bootstrap :	- 49 -
II.2. Résultats et interprétation :	- 51 -
III. Composantes de la prime de réassurance :	- 55 -
IV. Introduction à la notion du coût de capital :	- 56 -
V. Tarification par simulation : modélisation de la loi du Loss Ratio	- 57 -
V.1. Estimation des paramètres :	- 57 -
V.2. Application de la tarification par simulation :	- 58 -
VI. Lecture pratique d'un exemple de Slip du programme étudié :	- 59 -
VII. Notion de Rate-On-line et du Payback :	- 60 -
VIII. Présentation des données par cédantes :	
- 60 -	
IX. Courbe de marché et estimation des paramètres de Pareto :	- 63 -
X. Résultats et interprétation :	- 65 -
XI. Conclusion de la deuxième partie :	- 67 -
Conclusion Générale :	- 68 -
Bibliographie	- 69 -
Annexe	- 70 -

Introduction générale

Un assureur, comme un assuré, peut souhaiter se couvrir contre certains de ses risques. Il se tourne alors vers un réassureur. Le réassureur peut lui-même, à son tour, vouloir couvrir une partie de ses risques auprès d'un nouveau réassureur. Dans une telle configuration, la compagnie d'assurance est appelée cédante, la première compagnie de réassurance rétrocedante et la seconde rétrocessionnaire.

Au Maroc et en tant que plateforme de réassurance non-vie, la Société Centrale de Réassurance accepte des risques cédés par des compagnies marocaines et étrangères. Elle les conserve ou les rétrocede sur le marché de la réassurance, à un niveau reflétant son appétence au risque. La SCR constitue ainsi dans sa base d'acceptation des risques diversifiés non seulement par branche mais aussi par zone géographique.

L'objectif de notre étude est de construire une base de travail qui permettra de mener par la suite d'autres réflexions par rapport à la quantification du risque de contrepartie des participants à la rétrocession. Ensuite d'apprécier le risque de tarification des affaires étrangères notamment des nouveaux marchés et la prise de décision à propos de leur cotation.

Le cas pratique étudié est celui de l'assurance agricole (*Crop Insurance*) en Inde. Afin de prendre une décision quant à l'acceptation des risques cédés par les compagnies d'assurance indiennes, l'actuaire tarificateur est amené à faire la collecte d'informations lui permettant de faire une étude de rentabilité basée sur l'historique de la branche agricole.

En effet, un réassureur avant d'accepter une affaire doit effectuer une tarification en interne pour quantifier le risque cédé par les compagnies d'assurance, prenant en compte leur historique sinistre, ainsi que la cohérence des tarifs proposés par les intermédiaires dans le cas des affaires indirectes.

Avant d'arriver à l'étape d'appréciation des contrats en acceptation, il s'avère nécessaire de dresser d'abord un état sur l'ensemble des contrats déjà souscrits , cédés à la SCR et rétrocédés à d'autres réassureurs.

Ce mémoire s'articule autour de deux parties :

- La première servira d'introduction générale à la réassurance, puis à l'analyse du modèle économique de la SCR à travers l'étude du circuit de la rétrocession. Une méthode d'analyse de donnée sera appliquée pour nous permettre de mieux résumer l'information liée à l'acceptation.

- La deuxième partie se focalise sur les techniques de tarification en réassurance non proportionnelle non vie , nous allons citer les différents facteurs qui entrent dans l'appréciation d'un contrat qui serviront d'éléments de prise de décision pour la cotation des traités et la détermination de la part signée en fonction du capital alloué aux contrats .

Note de confidentialité

Pour des raisons de confidentialité, les valeurs numériques présentes dans ce mémoire ont été modifiées. Les ordres de grandeur ont néanmoins été conservés.

Liste des abréviations

SCR : Société Centrale de Réassurance

ERM : Entreprise Risk Management

FAC : Facultative

TTY : Traités

XS : Excédent de Sinistre

SL: Stop Loss

PROP: Proportional

QP: Quote Part

PCC : Profit Center Code

SPC : Sub Profit Center

LOB : Line of Business

ACM : Analyse en Composantes Multiples

ONP : Prime Direct Nette de Chargements

IMD : India Meteorological Department

PIB : Produit Intérieur Brut

PMFBY : Pradhan Mantri Fasal Bima Yojana

ROL: Rate on Line

EGNPI: Estimated Gross Net Premium Income

EPI: Estimated Premium Income

ESI: Estimated Sum Insured

Liste des figures

Figure 1: Comparaison des parts de l'assureur et du réassureur pour un traité en QP-	21
-	
Figure 2: Exemple d'un Stop Loss -50% Xs 120%-	23
Figure 3: Evolution des primes émises et résultat net en millions MAD	25
Figure 4: Organigramme de la Société Centrale de Réassurance	26
Figure 5: Evolution du chiffre d'affaire mondiale de réassurance 2005-2016.....	27
Figure 6 : Evolution des parts de marché des réassureurs entre 1990 et 2016 (en %)-	27
-	
Figure 7: Circuit qui résume les mouvements entre les différents acteurs du secteur-	29
-	
Figure 8: Liste des différentes variables de la base	30
Figure 9: Organigramme expliquant les types de Processing	32
Figure 10: Historique des années de souscription des contrats.....	33
Figure 11: Nombre de contrats par identifiant rétro	33
Figure 12: Nombre de contrats par type de portefeuille	33
Figure 13: Schéma de la jointure réalisée entre l'acceptation et la rétro	34
Figure 14: Association des variables aux deux dimensions retenus	38
Figure 15: Evolution des primes de réassurance en millions USD	46
Figure 16: Evolution des primes et des Loss Ratios.....	46
Figure 17: Répartition des saisons sur l'année de cotation 2019-2020	47
Figure 18 Répartition des cédantes par Cluster couvert pour la saison Rabi 2018..	47
Figure 19 : Différentes composantes de la prime de réassurance	56
Figure 20: Schéma des franchises et portées adoptés par chaque Cédante	61
Figure 21: Profil de risque de la cédante A.....	61
Figure 22: Profil de risque de la cédante G.....	61
Figure 23: le Loss ratio moyen par cédante	62
Figure 24: nuage de point du RoL en fonction de la valeur centrale de la tranche..	63
Figure 25 :Différents modalités du champ SPC	70

Figure 26: Evolution des parts de marché de la réassurance entre 1990 et 2016	- 70 -
Figure 27: Détection de modalités à faibles effectifs	- 72 -
Figure 28: Champs de la base de données LINKAGE	- 73 -
Figure 29: Liste des postes rétro.....	- 73 -
Figure 30: Fonction de répartition empirique construit sous Excel	- 75 -
Figure 31: Résultats test de Kolmogorov-Smirnov sous R.....	- 75 -

Liste des tableaux

Tableau 1: Calcul des primes et sinistres cédés pour un Quote Part.....	- 21 -
Tableau 2: Valeur de l'indice 'Alpha de Cronbach'	- 36 -
Tableau 3: Mesures de discrimination pour les différentes dimensions.....	- 37 -
Tableau 4: Aperçu sur le résultat de la table Jointure.....	- 38 -
Tableau 5: Récapitulatif des méthodes de tarification selon les types de contrats ..	- 41 -
Tableau 6: Extrait des données de sinistralité du marché Indien répartis par région-	51
-	
Tableau 7: Extrait d'un échantillon Bootstrap et calcul des S/P pondéré par prime	- 52 -
Tableau 8: Résultats de calcul du ratio sinistre sur prime moyen par Cédante	- 53 -
Tableau 9 : Caractéristiques des lois de distribution adoptée	- 57 -
Tableau 10 : Calcul du Rate on Line et du Payback pour chaque cédante.....	- 62 -
Tableau 11: Extrait des résultats de la simulation Lognormale	- 64 -
Tableau 12: Paramètres de la loi Log normale utilisés lors de la simulation	- 65 -
Tableau 13: Résultats de calcul des taux de prime pure	- 66 -
Tableau 14 : Résultats de calcul de taux de prime chargées par Cédante	- 67 -
Tableau 15 : Différents postes renseignés dans la base INWARDS.....	- 71 -
Tableau 16: Catégories des Line of Business	- 71 -
Tableau 17: Catégories de Profit Center	- 72 -
Tableau 19: Caractéristiques de lois Log Normal et Pareto	- 74 -
Tableau 18: Matrice de mesure de discrimination toute dimension inclus	- 74 -

***Partie I : Généralités sur la réassurance et analyse du modèle
économique de la SCR***

CHAPITRE 1 : Généralités sur la réassurance

I. Définition et historique

Selon PICARD ET BESSON (1975) : « **la réassurance est un contrat par lequel l'assureur direct se décharge sur une autre personne, le réassureur, de tout ou partie de ses risques qu'il a assumés.** »

Cette opération constitue une cession pour l'assureur et une acceptation pour le ou les réassureurs. Ces derniers peuvent à leur tour rétrocéder cette affaire à un rétrocessionnaire. Dans tous les cas, ce transfert de risque permet de protéger les fonds propres de la cédante. L'assureur reste seul responsable vis-à-vis de l'assuré.

Le premier contrat de réassurance date de 1370, dans le secteur du transport maritime, et ce n'est que plus tard qu'elle s'est développé dans les autres branches notamment l'incendie. Ainsi, la première société de réassurance est née, en 1846, en Allemagne, elle avait pour but de protéger les usines et complexes industriels. Depuis, de nombreuses sociétés de réassurances se sont développées notamment en SUISSE, au ROYAUME UNI, en France etc.

Les besoins de réassurance chez les cédantes sont multiples. Le premier d'entre eux peut être la nécessité pour une compagnie d'assurance d'augmenter sa capacité de souscription ou encore la possibilité de diversifier son portefeuille.

II. Les modes de réassurance

La réassurance comprend trois modes : la réassurance facultative, facultative-obligatoire et obligatoire.

1. La réassurance facultative :

C'est le mode le plus ancien de réassurance : l'assureur et le réassureur sont respectivement libres de céder ou d'accepter un risque en totalité ou en partie. La forme facultative est utilisée pour couvrir :

- les grands risques pour lesquelles les sommes assurées dépassent largement la capacité de souscription de la compagnie (par exemple : risques industriels ou technologiques ou spécieux) ;
- des risques rarement souscrits par la compagnie, mais acceptés à titre commerciale exceptionnel et pour lesquels la compagnie ne dispose pas de capacité traitée (par exemple : corps maritimes pour une compagnie spécialisée dans l'automobile).

Du point de vue du réassureur, ce mode de réassurance nécessite une forte capacité de souscription et une connaissance spécialisée des risques ainsi que des coûts de gestion élevés. Les affaires facultatives peuvent être soit proportionnelles ou non proportionnelles.

2. La réassurance facultative-obligatoire :

Le réassureur s'engage à accepter toutes les affaires que la cédante lui attribuera, sous réserve que l'engagement ne dépasse pas un montant maximum fixé au départ.

Dès que les cessions facultatives atteignent une certaine fréquence dans une branche donnée, la cédante s'efforce d'obtenir une couverture de réassurance facultative-obligatoire.

Ce mode de réassurance possède surtout l'inconvénient majeur que les risques cédés au réassureur n'ont aucune raison d'avoir la même homogénéité que le portefeuille de la cédante.

3. La réassurance obligatoire :

C'est le mode de réassurance le plus utilisé, car il repose sur une obligation réciproque. La cédante s'engage durant une période donnée, à céder les risques d'une catégorie donnée. En contrepartie, la société de réassurance est obligée de les accepter. Ces contrats de réassurance obligatoires, nommés traités peuvent être proportionnels ou non proportionnels.

III. Les types de contrats de réassurance

III.1. La réassurance proportionnelle

La réassurance proportionnelle est basée sur le capital assuré. Tous les éléments du risque (primes et sinistres) sont partagés proportionnellement entre l'assureur et le réassureur. Pour cette raison, il y a un réel partage du risque entre les deux.

On distingue alors deux types de réassurances proportionnelles :

1.1. Traité en quote-part :

Dans le cas d'un traité en quote-part, l'assureur conserve un pourcentage constant du risque et cède le reste au réassureur. C'est la forme la plus simple de réassurance mais elle contraint l'assureur à céder une part importante de ses primes au réassureur. Ce type de traité est notamment utilisé pour les branches nouvelles pour lesquelles la répartition des sinistres est encore mal connue.

Exemple : On considère un traité Quote-part avec un taux de cession de 70%.

	Primes	Sinistres	Primes cédées	Sinistres cédés
P1	200	100	$140=200*\frac{70}{100}$	$70=100*\frac{70}{100}$
P2	300	200	210	140
P3	80	40	56	28
P4	500	80	350	56

Tableau 1: Calcul des primes et sinistres cédés pour un Quote Part

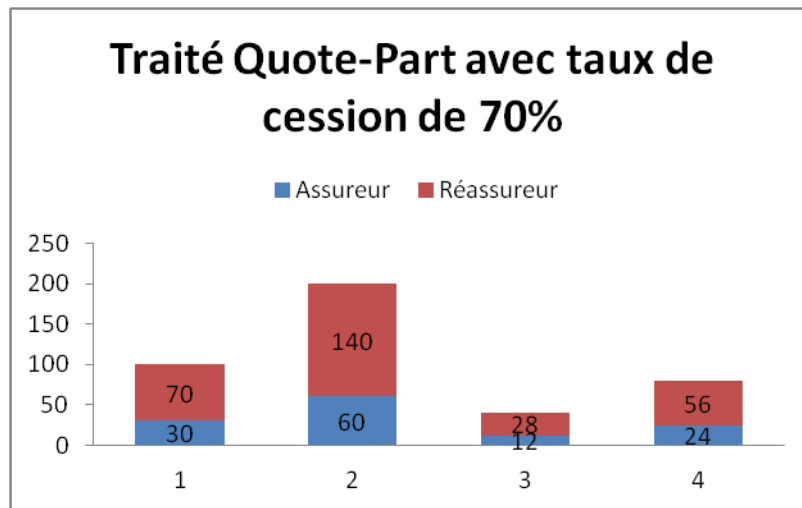


Figure 1: Comparaison des parts de l'assureur et du réassureur pour un traité en QP

1.2. Traité en excédent de plein :

Dans le cas d'un traité en excédent de plein, l'assureur conserve un montant constant des risques, appelé *plein de rétention*, et le réassureur prend à sa charge, sur chaque risque, la partie qui dépasse ce plein dans la limite de la capacité du traité, *plein de souscription*.

Le pourcentage cédé est donc différent pour chaque risque. Il est calculé de la manière suivante :

$$\theta = \frac{\max(\min(\text{plein de rétention}; \text{capitaux assurés}) - \text{plein de rétention}; 0)}{\min(\text{plein de souscription}; \text{capitaux assurés})}$$

Ce traité permet d'introduire un nivellement des risques et permet également à la cédante de conserver davantage de primes.

III.2. La réassurance non proportionnelle :

L'assureur cherche auprès du réassureur une couverture particulière le protégeant contre certaines éventualités et ce moyennant une prime spéciale versée aux réassureurs.

L'appellation la plus couramment utilisée est de la forme :

Portée Xs Priorité

La priorité (ou la franchise) représente le seuil en dessus duquel le réassureur intervient. La portée désigne l'étendue de l'engagement du réassureur. Elle peut être illimitée. Elle est la plus souvent découpée en tranches dont les taux de prime sont dégressifs. Le plafond (appelé aussi limite) est la somme de la priorité et la portée.

Parmi les contrats de réassurance non proportionnelle, on distingue :

2.1. L'excédent de sinistre par risque :

L'assureur détermine le montant maximum qu'il peut conserver sur un seul sinistre pour une branche donnée et le réassureur prend en charge l'excédent de ce sinistre.

Contrairement à ce qui se passe dans un traité proportionnel, la prime de réassurance d'un traité non proportionnel est déterminée par le réassureur, qui la calcule à partir de statistiques de la cédante et/ou du marché pour une branche donnée.

2.2. L'excédant de sinistre par évènement :

Ce type de traité couvre les risques qui peuvent être touchés par un seul évènement (sinistre), par exemple le cas de l'excédent de sinistre catastrophe.

2.3. L'excédent de perte annuelle ou Stop Loss :

Dans ce cas, l'assureur cherche à se prémunir contre des mauvais résultats et donc à protéger sa situation financière. Pour cela, il détermine le rapport $\frac{\text{sinistre}}{\text{prime}}$ à partir duquel le réassureur va intervenir.

Le réassureur fixe toujours un plafond qui limite son engagement, les limites de ce type de traité sont exprimées sous forme d'un pourcentage des primes.

Exemple : pour une tranche Stop Loss - 50% Xs 120%- le réassureur prend en charge les sinistres dont le Loss ratio S/P dépasse 120% dont la limite de 170%.

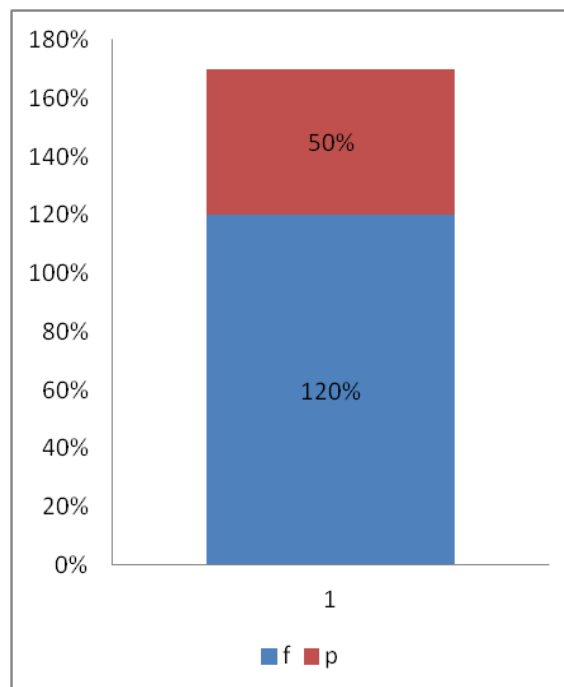
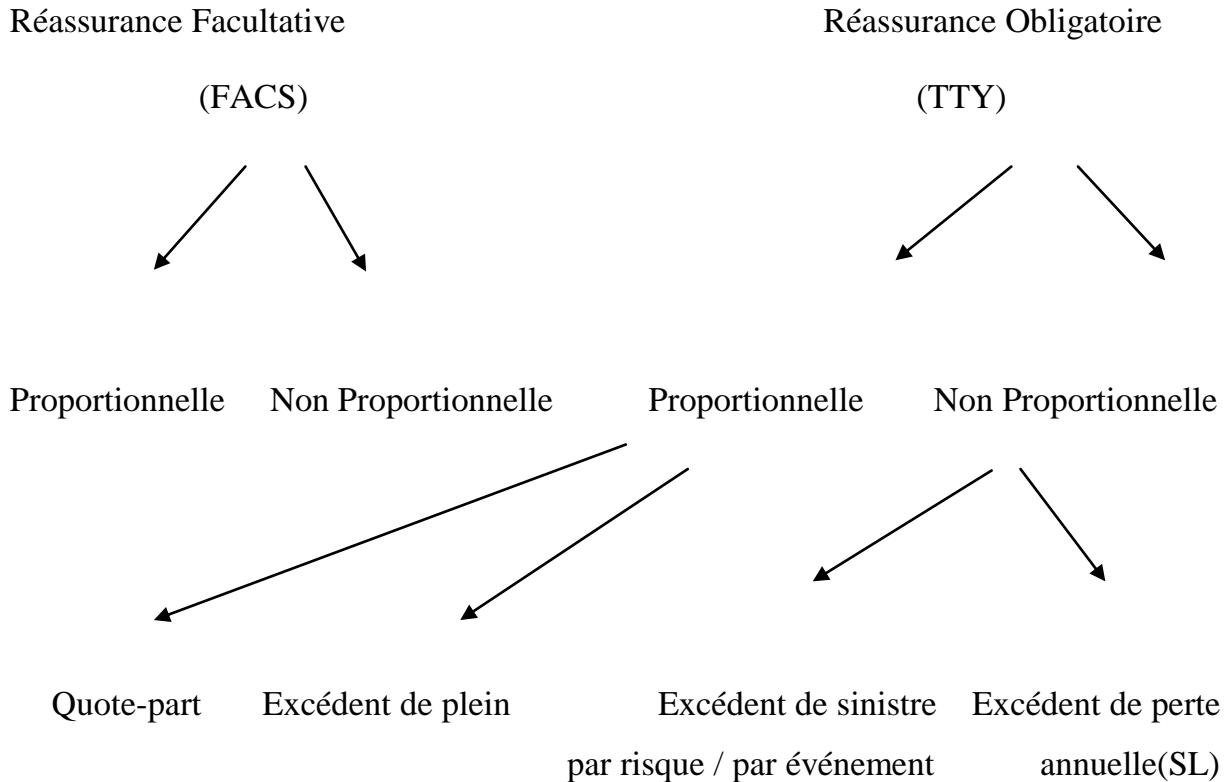


Figure 2: Exemple d'un Stop Loss -50% Xs 120%-

En somme, les différentes modes et formes de réassurance se résument dans le schéma suivant :



IV. La rétrocession

Dans une vision d'homogénéisation du risque, un réassureur ne peut pas concentrer plusieurs risques dans son portefeuille, lui aussi a une certaine capacité de souscription, c'est pourquoi il rétrocède une part des risques à d'autres réassureurs (appelés rétrocessionnaires) pour transférer le risque et réduire sa probabilité de ruine.

Sur un même traité, il existe une seule cédante et en général plusieurs réassureurs. Le réassureur qui a la plus grande part de la cession totale est appelé le réassureur apériteur (leader). Celui-ci peut jouir de certains privilèges par rapport aux autres, et en général c'est uniquement avec lui que la cédante discutera d'une éventuelle modification du contrat ou bien négociera dans le but d'inclure des affaires spéciales. Les autres réassureurs doivent suivre la décision de l'apériteur.

CHAPITRE 2 : Stratégie de la SCR et analyse de la chaîne de récession

I. La SCR, un leader de réassurance au MAROC

La Société Centrale de Réassurance a été créée en 1960 par convention entre l'Etat et la Caisse de Dépôt et de Gestion (CDG). Elle joue un rôle d'investisseur institutionnel en participant à la conservation des primes au niveau national et à la mobilisation de l'épargne dans l'économie du pays. Elle assure sa rentabilité économique tout en se plaçant au service du marché Marocain et en développant les affaires étrangères provenant de diverses zones ciblées notamment Afrique, Moyen-Orient et certains Marchés de l'Asie (Inde, Chine, Iran, Corée du Sud, Pakistan,...)

Elle compte parmi les plus anciennes sociétés de réassurance dans les pays en voie de développement. Elle a œuvré à la création des sociétés régionales comme la Société Arabe de Réassurance et la Société Africaine de Réassurance.

En plus de sa notation locale AAA accordée par Fitch Ratings, elle est notée en BBB- par Standard & Poor's et en B++ par AM Best.

La Société Centrale de Réassurance a affiché au titre de l'exercice 2017 un chiffre d'affaires de 2 013,77 MDH contre 2 377,57 MDH réalisé en 2016, enregistrant ainsi une baisse de 363,80 MDH, et un résultat net de 491,96 MDH contre 256,85 MDH l'exercice précédent, soit une augmentation de 91,53%.

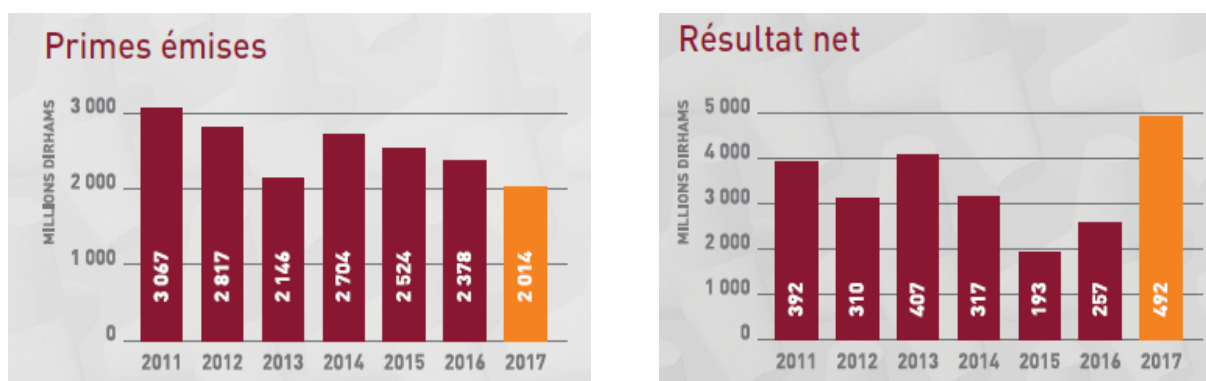


Figure 3: Evolution des primes émises et résultat net en millions MAD

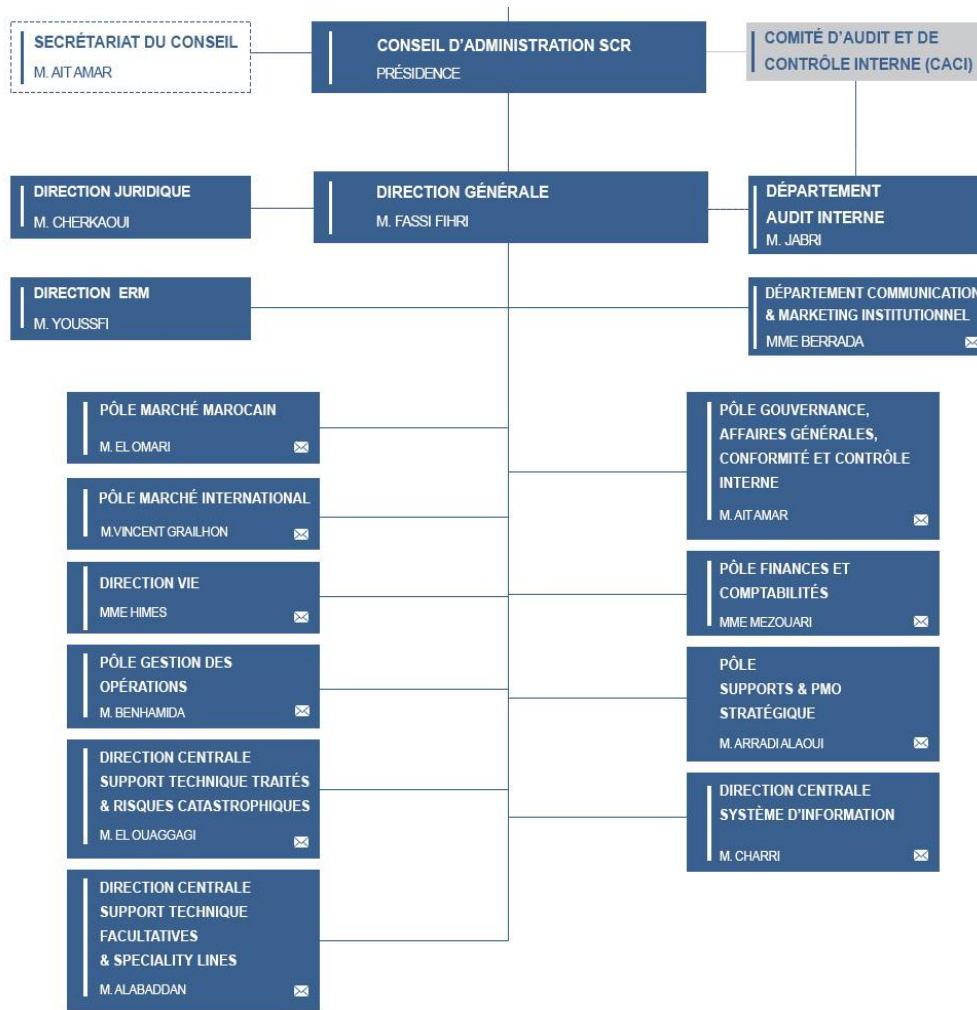
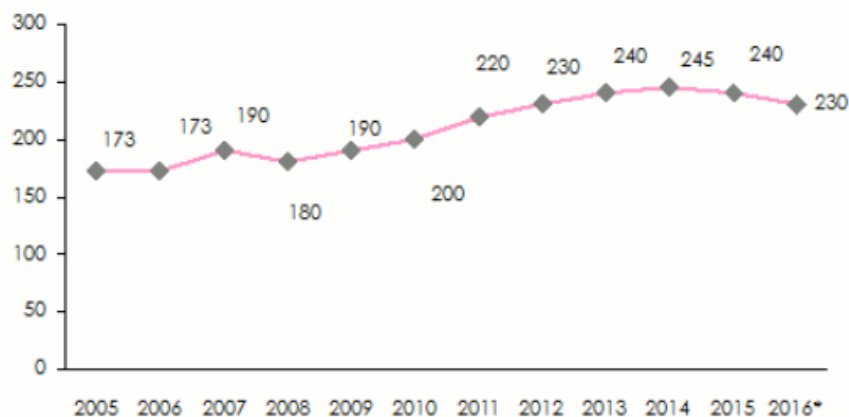


Figure 4: Organigramme de la Société Centrale de Réassurance

La SCR, en tant que leader dans son domaine d'activité au niveau national et afin de mieux se positionner sur le marché régional, s'est engagée dans une nouvelle démarche visant la diversification de ses sources de revenus. Elle s'emploie dans une stratégie volontariste de développement à l'international, notamment en Afrique, au Moyen Orient et sur certains Marchés de l'Asie. Cette stratégie devrait permettre à la SCR de confirmer et de consolider son statut en Afrique en tant que réassureur régional, tout en prenant en considération les différents changements et les opportunités de la libéralisation du marché des facultatives marocaines, les nouvelles garanties obligatoires et les régimes risques catastrophiques. Dans cette perspective, la SCR va repositionner son rôle et son importance en tant que réassureur local historique du Marché Marocain.

II. Le marché de la réassurance

Selon les chiffres fournis par A. M. Best, Swiss Re a réalisé 35,6 milliards USD de primes en 2016, et a ravi la première place mondiale à Munich Re. Le réassureur allemand arrive en seconde position avec 33,2 milliards USD, suivi de Hannover Re (17,2 milliards USD), Scor (14,6 milliards USD) et Berkshire Hathaway (12,7 milliards USD).



* Estimation

Source : Standard & Poor's

Figure 5: Evolution du chiffre d'affaire mondiale de réassurance 2005-2016

La part de marché cumulée de ces cinq premiers réassureurs a plus que doublé entre 1990 et 2016. Elle passe de 23% à 50% au cours de l'intervalle considéré.

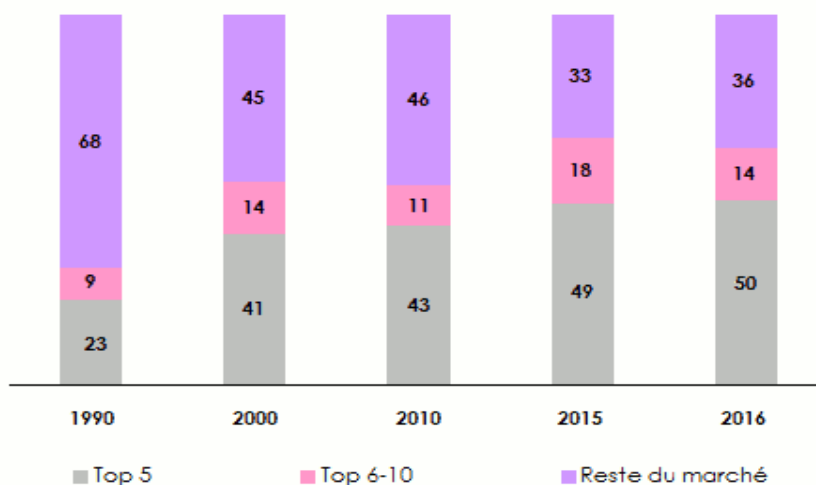


Figure 6 : Evolution des parts de marché des réassureurs entre 1990 et 2016 (en %)

Avec 68,8 milliards USD en 2016, les deux premiers groupes de réassurance concentrent à eux seuls 30% des primes mondiales vie et non vie. Au cours de la même année, les dix premiers réassureurs mondiaux captent 67% des volumes de primes, soit 154,6 milliards USD.

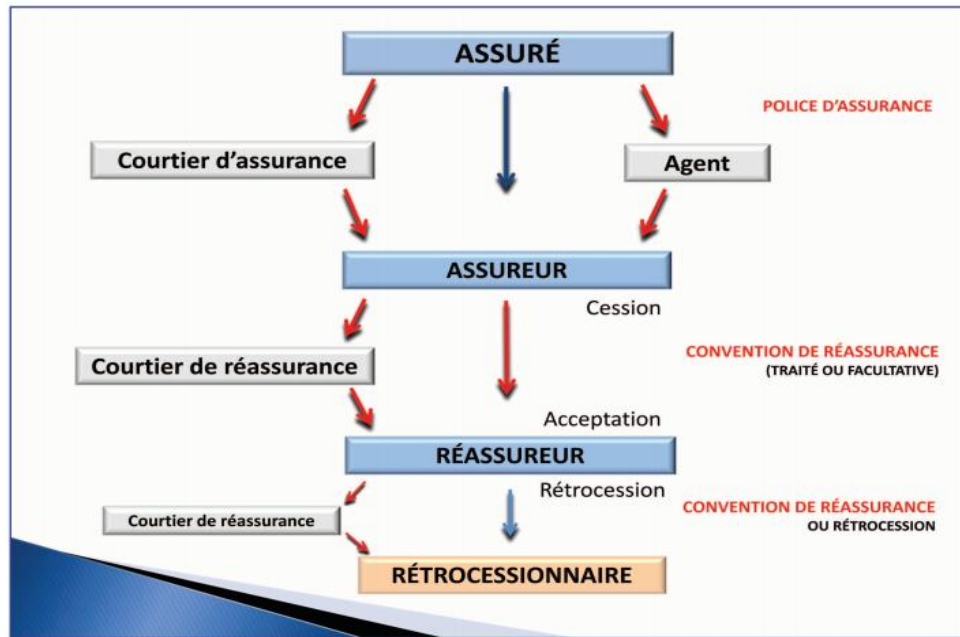
Ces chiffres et pourcentages confirment le manque de diversification croissant des risques. Cette concentration est contraire au principe même de la réassurance dont le moteur est la mutualisation et l'atomisation des risques. Ce rôle traditionnel de répartition géographique des risques est actuellement remis en cause. Le panel des réassureurs se rétrécit et augmente de ce fait les risques de contrepartie.

III. Le circuit de la rétrocession

On ne parle de rétrocession que si les contrats en acceptation sont liés à un ou plusieurs contrats de rétrocession ou vis versa. Ce lien s'articule essentiellement autour d'un pourcentage qui reflète la part rétrocédée aux différents participants.

Chaque participant pour se prémunir des risques peut rétrocéder à d'autres réassureurs une part de sa part initiale détenue, ces derniers sont nommés les sécurités.

Pour mieux comprendre ce circuit, analysons le schéma suivant :



Source : www.apref.org

Figure 7: Circuit qui résume les mouvements entre les différents acteurs du secteur de l'assurance et de la réassurance

Un assuré souscrit à un contrat donné (automobile, multirisque habitation, incendie...etc.) chez un agent ou un courtier. L'assureur encaisse la prime, le courtier perçoit sa commission de l'affaire souscrite. Quand le portefeuille de l'assureur compte plusieurs polices, pour des branches qui connaissent une sinistralité élevée, et afin de rester solvable, il se dirige vers un réassureur pour partager le risque selon une forme de contrat donné (voir chapitre 1).

Le réassureur à son tour en acceptant plusieurs contrats cédés par les compagnies d'assurance a recours à d'autres réassureurs, qui participent à leur tour avec des parts différentes au risque assuré.

Pour analyser davantage les contrats d'acceptation, on réalise une étude descriptive des données de la SCR.

IV. Présentation des données :

Trois bases de données suivantes nous ont été communiquées :

- La base « INWARDS » : elle comporte les informations sur les contrats acceptés par la SCR
- La base « OUTWARDS » : elle comporte les informations sur les contrats de rétrocession.
- La base « LINKAGE » : elle sert de lien entre les deux premières bases, on retrouve des champs en commun dans les trois bases, notamment l'identifiant des contrats acceptations et rétrocessions et leur année de souscription.

IV.1. La base de données « INWARDS » :

Le classeur comporte trois feuilles de données, qui ont les mêmes colonnes de variables mais de taille différente. On regroupera les données des trois feuilles.

Une entrée de la base de données « INWARDS » peut être lue comme une écriture comptable, les champs décrivent les montants inscrits dans différents postes ainsi que les caractéristiques du portefeuille. Pour un contrat donné et pour une même année de souscription, on peut avoir plusieurs lignes avec les mêmes colonnes sauf que les postes et leur montant différent.

Au total, la base compte 132 915 écritures et 23 variables.

```
> dim(acceptation)
[1] 132915 23
>
> names(acceptation)
[1] "CONTRACT_NUMBER" "UNDERWRITING_YEAR" "INCEPTION_DATE" "EXPIRY_DATE" "SHARE_SIGNED" "CONTRACT_STATUS"
"INSURED_NAME"
[8] "BROKER" "CEDANT_CODE" "CEDANT" "PORTFOLIO_TYPE" "PROCESSING_TYPE" "TYPE_OF_CONTRACT"
[15] "LINE_OF_BUSINESS" "BRANCHE" "PROFIT_CENTRE_CODE" "SUB_PROFIT_CENTRE" "POSTE" "TRANS_CURRENCY"
"MONTEANT_EN_DEVISE"
[22] "MONTANT_EN_MAD" "RETROCESSION_IND"
```

Figure 8: Liste des différentes variables de la base

Lecture des différents champs :

« CONTRACT_NUMBER » : chaque risque est associé à un numéro de contrat unique

« UNDERWRITING_YEAR » : l'année de souscription du contrat

« INCEPTION_DATE » : Date d'effet du contrat

« EXPIRY_DATE » : Date d'expiration du contrat

« SHARE_SIGNED » : la part signé du contrat à la charge de la SCR

« CONTRACT_STATUT » : par exemple pour les contrats qui date de 1996, ils sont clôturés dont le statut est 'Closed ', d'autres qui sont acceptés mais non confirmés 'Accepted', d'autres 'Confirmed '.

« BROKER », « BROKER CODE » « CEDANT », « CEDANT CODE » : chaque affaire en acceptation est soit accomplie à l'aide d'un intermédiaire ou via une cédante (affaire direct)

« PORTFOLIO_TYPE » : la distinction entre les Facultatives et les traités

« TYPE_OF_CONTRACT » : la distinction entre ce qui la forme de réassurance proportionnelle ou non proportionnelle

« PROCESSING_TYPE » : ce champ est plutôt important à interpréter par rapport à la base de données des contrats de récession « OUTWARDS », on le détaillera dans les sections suivantes.

« INSURED_NAME » : le nom du risque assuré

« PROFIT_CENTRE_CODE », « SUB_PROFIT_CENTRE », « LINE_OF_BUSINESS », « BRANCHE » : Ces champs rapportent des informations sur le centre de profit, la branche et les sous-branche des différents risques.

« POSTE », « MONTANT_EN_MAD », « MONTANT_EN_DEVISE » : les montants correspondants aux différents postes comptables.

« RETROCESSION_IND » : les contrats acceptés sont soit rétrocedés « E », soit gardés pour propre compte « N », soit en attente de récession « R ».

En partant d'un contrat en acceptation ou d'un bouquet (des contrats groupés soit par type de branche ou par risque assuré...), on distingue différents schémas de lien possible vers la rétrocession.

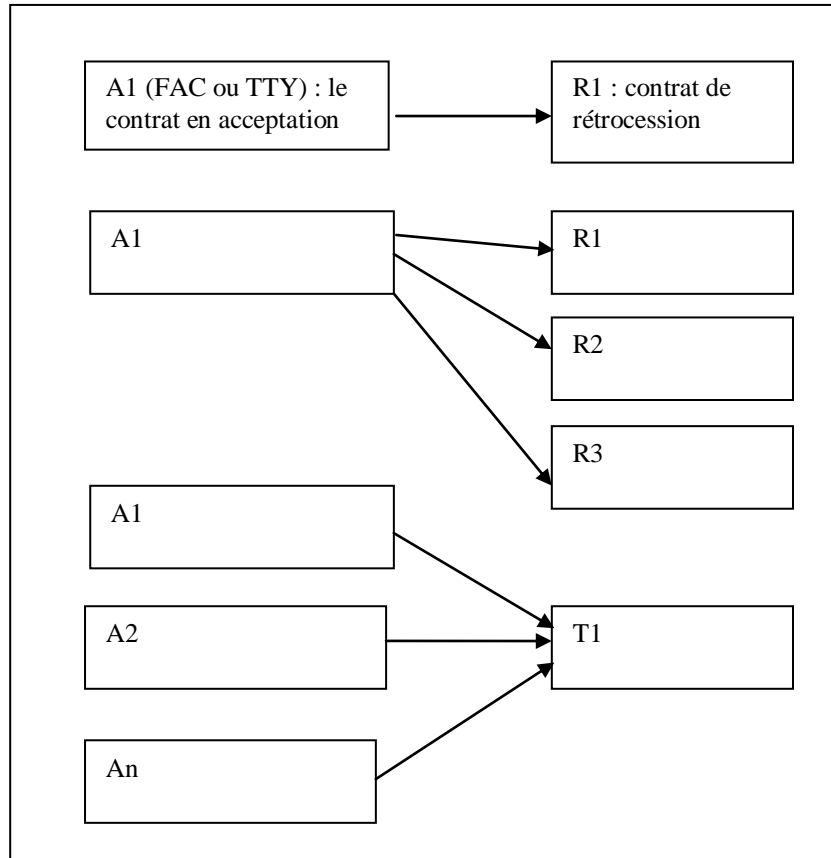


Figure 9: Organigramme expliquant les types de Processing

Les deux premiers cas de figures caractérisent le type de 'PROCESSING' dit en **INSTALLLEMENT** tandis que le dernier cas représente les contrats de rétrocession alimentés par plusieurs contrats d'acceptation ; ce type de 'PROCESSING' est appelé **STATEMENT**.

Les données présentes dans la base remontent à 1961. La question du choix de la limite historique n'est pas arbitraire, puisqu'il s'agit de décider entre un historique assez long et la fiabilité des données les plus anciennes.

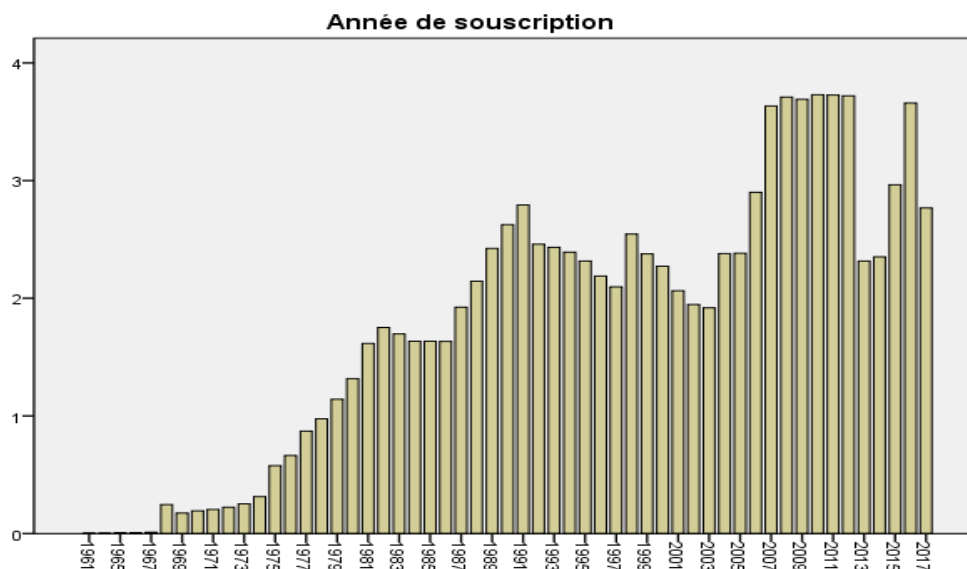


Figure 10: Historique des années de souscription des contrats

Pour notre étude, nous choisissons de retenir les données correspondantes aux souscriptions postérieures à 2015 (inclus).

IV.2. Quelques statistiques descriptives :

PORTFOLIO_TYPE	Fréquence	Pourcentage
FAC	5750	46.07
TREATY	6731	53.93

Figure 12: Nombre de contrats par type de portefeuille

RETROCESSION_IND	Fréquence	Pourcentage
E	3851	30.85
N	8540	68.42
R	90	0.72

Figure 11: Nombre de contrats par identifiant rétro

Parmi les contrats retenus dans la base 53.93% sont des traités. 69% des contrats sont gardés pour propre compte, 31% sont rétrocédés à d'autres réassureurs, une part négligeable est en attente de rétrocession.

Pour mieux visualiser le lien entre l'acceptation et la rétrocession , pour décortiquer davantage la part de chaque réassureur qui prend partie à la rétrocession , on propose de réaliser une jointure des deux bases « INWARDS » et « LINKAGE » pour retrouver les différents montants contenus dans la base « OUTWARDS » , cette étude rentre dans le traitement de la qualité des données et l'analyse des risques de contreparties des rétrocessionnaires.

IV.3. Schéma de jointure

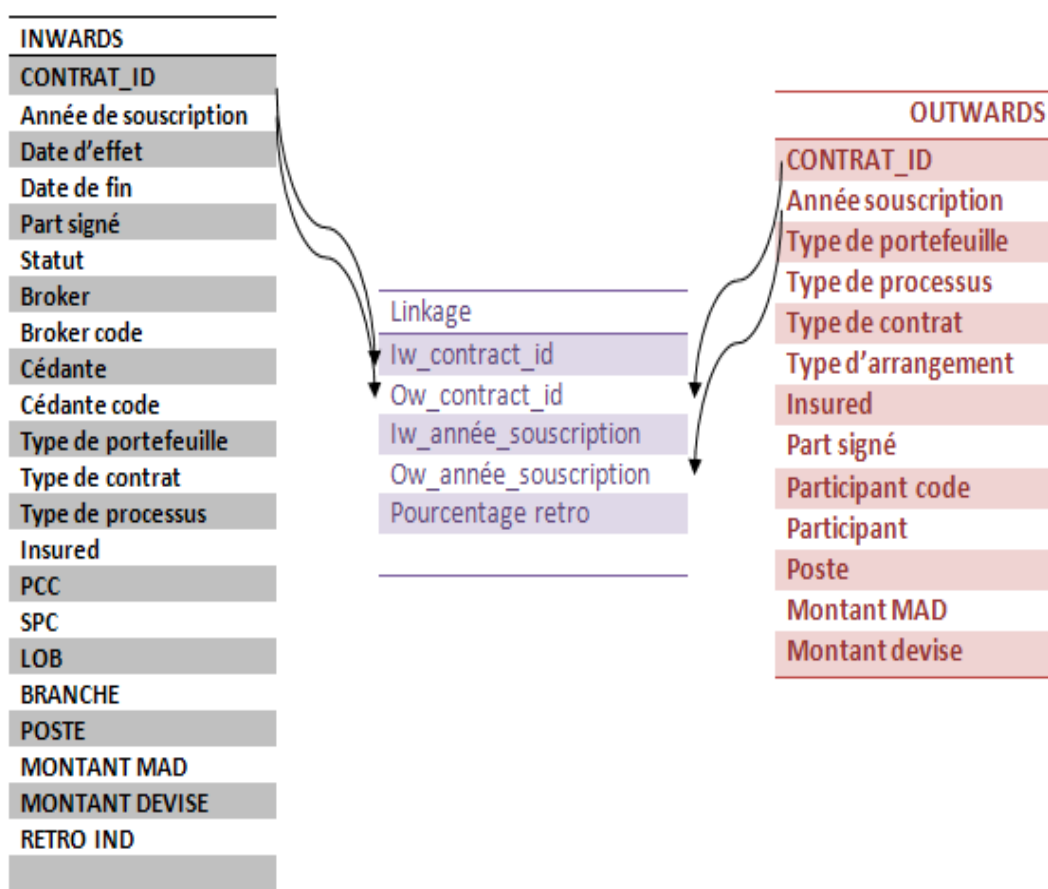


Figure 13: Schéma de la jointure réalisée entre l'acceptation et la rétro

Avant d'effectuer la jointure, il s'avère nécessaire de sélectionner les champs pertinents qui résument le mieux l'information pour réduire la taille de la base. Pour ce, on fait appel aux méthodes d'analyse de données.

V. Retour sur les méthodes d'analyse factorielle :

Il existe plusieurs techniques d'analyse factorielle dont les plus courants sont l'analyse en composante principale (ACP) qui est utilisé pour des variables quantitatives , l'analyse factorielle des correspondances(AFC) qui porte sur deux variables qualitatives et l'analyse des correspondances multiples(ACM) utilisé dans le cas de plusieurs variables qualitatives .

Dans notre cas, on s'intéresse à l'analyse en correspondances multiples. C'est une technique descriptive visant à résumer l'information contenu dans un grand nombre de variables afin de faciliter l'interprétation de l'association qui peut exister entre deux variables qualitatives. La méthode repose sur le principe suivant : l'ensemble des unités peuvent être représenté dans un espace à plusieurs dimensions où chaque axe représente les différentes variables utilisées pour décrire chaque individu.

Plus précisément, pour chaque variable qualitative, il y a autant d'axes que de modalités moins un. Ainsi, dans le cas d'une variable à quatre modalités il faut trois axes pour la décrire.

Un tel nuage de points est difficile à interpréter ! Afin de mieux le représenter, on procède à un changement de système de coordonnées, les individus seront projetés sur un nouveau système d'axes choisi de manière à ce que la majorité des variations soit concentrés sur les premiers axes, les autres axes n'apporte qu'une faible part additionnelle d'information.

L'analyse est réalisée avec le logiciel SPSS.

Il est à noter que l'ACM portera uniquement sur la base des données INWARDS. Les deux autres bases ; LINKAGE & OUTWARDS ; nous nous en serviront pour d'autres fins, notamment pour réaliser la jointure et prendre des décisions relatives au mécanisme de la rétro.

Dans notre cas, nous choisissons les variables qualitatives dont le nombre de modalités ne dépassent pas sept .L'ACM est appliquée après modification de la base pour qu'elle soit plus exploitable, en effet les modalités du champ POSTE sont éclatés en colonne et donc les doublons sont éliminés et la nouvelle base compte 67448 observations. On a utilisé la fonction *spread* de la librairie '*tidyverse*' sous R.

Le nombre de dimensions calculés égale à onze ($17-6=11$) qui correspond au nombre de modalités moins le nombre de variables. Les variables qui ont plus de sept modalités sont marqués comme des variables supplémentaires.

Avant de procéder à l'ACM, il est indispensable de réaliser une analyse préliminaire de chaque variable, afin de voir si toutes les classes sont aussi bien représentées, puisque l'ACM est sensible aux effectifs faibles. (Voir Annexe)

VI. Résultats et interprétations :

Dimension	Alpha de Cronbach	Variance expliquée		
		Total (valeur propre)	Inertie	Pourcentage de variance expliquée
1	,835	3,288	,548	54,796
2	,602	2,007	,334	33,446
3	,390	1,482	,247	24,696
4	,277	1,300	,217	21,660
5	,171	1,166	,194	19,437
6	,018	1,015	,169	16,923
7	-,005	,996	,166	16,599
8	-,250	,828	,138	13,797
9	-,412	,744	,124	12,406
10	-6,937	,147	,025	2,458
11	-43,394	,027	,004	,448
Total		13,000	2,167	
Moyenne	,185 ^a	1,182	,197	19,697

a. La valeur Alpha de Cronbach moyenne est basée sur la valeur propre moyenne.

Tableau 2: Valeur de l'indice 'Alpha de Cronbach'

L'indice Alpha de Cronbach donne une idée sur la cohérence interne des éléments constituant chaque dimension. En général une valeur du coefficient supérieur à 0.60-0.75 est satisfaisante. Ceci dit, pour les deux premières dimensions la valeur est supérieur au seuil minimum requis. Ce sont les deux dimensions qui seront conservés par la suite.

	Mesures de discrimination					
	Dimension					
	1	2	3	4	5	6
CONTRACT_STATUS	,117	,003	,205	,017	,563	,199
PORTFOLIO_TYPE	,913	,000	,074	,003	,001	,000
PROCESSING_TYPE	,325	,007	,002	,514	,002	,102
TYPE_OF_CONTRACT	,360	,008	,095	,389	,000	,097
PROFIT_CENTRE_CODE	,975	,995	,873	,340	,009	,595
RETROCESSION_IND	,598	,993	,232	,037	,590	,022
LINE_OF_BUSINESS ^a	,185	,993	,217	,174	,006	,065
BRANCHE ^a	,435	,993	,257	,221	,018	,127
SUB_PROFIT_CENTRE ^a	,977	,995	,883	,426	,022	,639
Total actif	3,288	2,007	1,482	1,300	1,166	1,015
Pourcentage de variance expliquée	54,796	33,446	24,696	21,660	19,437	16,923

a. Variable supplémentaire

Tableau 3: Mesures de discrimination pour les différentes dimensions

Nous interpréterons seulement la première dimension, l'interprétation des autres se fait selon le même principe. Le principe général est de repérer les modalités ayant des contributions importantes aux axes et de regarder ensuite leur positionnement sur le graphique.

Les variables 'portfolio_type', 'profit_centre_code' ont un grand pouvoir discriminatoire sur le premier axe de l'ordre de 91.3% et 97.5% respectivement, suivi de la variable 'retrocession_ind' avec 60%.

En se basant sur le critère de Cronbach, on ne garde que deux dimensions avec une variance expliquée totale de 88%.

Finalement, le graphe nous donne les variables associées à chaque dimension.

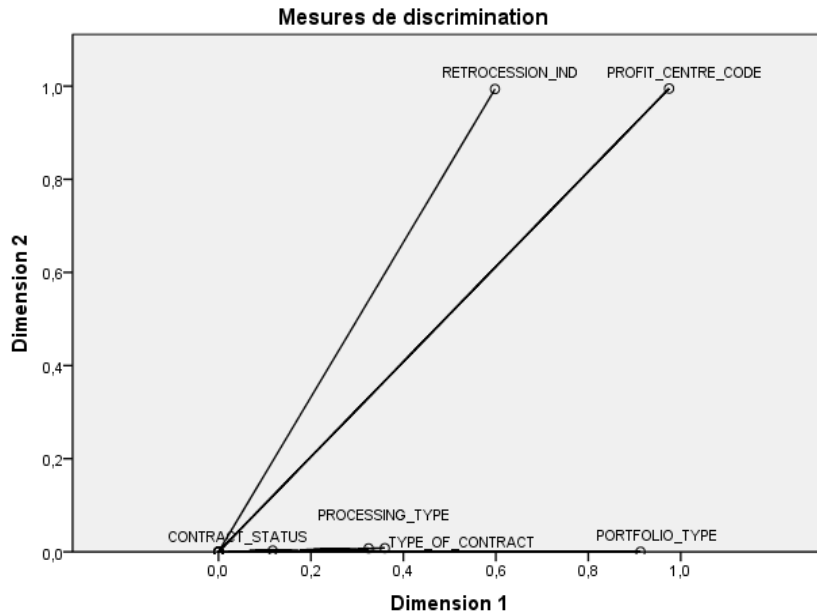


Figure 14: Association des variables aux deux dimensions retenus

La jointure est réalisée sous SAS en utilisant la procédure PROC SQL, à ce stade l'ACM nous a permis de sélectionner les champs pertinents à garder dans le tableau après la jointure ainsi que pour d'éventuelles méthodes notamment la classification.

CONTRAT	UNDERWRI	OW_CONTR	OW_UNDER	RETRO_P	Prime_	PNA_N_	PNA_N	Sinistres	SAP_N_	SAP_N	DED	PB	INTER
1500317	2015	1000357449	2015	70					0	0	0	0	0
1500317	2017	1000357449	2017	70			*****		0	*****	*****	0	0
1500408	2015	1000324052	2015	82.353					0	0	0	0	0
1500408	2016	1000029758	2016	10					*****		0	0	0
1500408	2016	1000324052	2016	70					*****		0	0	0

Tableau 4: Aperçu sur le résultat de la table Jointure

Le résultat consiste à obtenir une base de travail qui traite les données en acceptation et ceux de la récession, qui auparavant étaient séparées. Cela nous permettra de contrôler la cohérence des montants des différents postes comptables puis d'élaborer un arbre décisionnel, ou une sorte de classification, qui visera à expliquer le programme de récession en prenant en considération le risque de contrepartie des récessionnaires.

Suite à une contrainte de temps, l'analyse et les résultats relatifs à cette partie sont toujours en cours d'élaboration.

VII. Conclusion de la première partie :

Après avoir assimilé le fonctionnement de deux principales opérations en réassurance : l'acceptation des contrats et la récession vers d'autres participants ou récessionnaires, on s'intéresse maintenant à un cas pratique en acceptation, celui d'une affaire étrangère. L'étude portera sur l'analyse des différents facteurs de tarification puis le calcul des taux de prime ou la charge du réassureur en cas de sinistralité, en se basant sur l'historique de données.

***Partie II : Tarification d'un contrat de réassurance non
proportionnelle non vie***

Chapitre 1 : Technique de tarification en réassurance non proportionnelle non vie

Chaque forme de réassurance non proportionnelle : XS par risque, XS par événement ou Stop Loss présente ses singularités propres de tarification. Les modèles de tarification sont applicables soit dans le cadre d'une approche marché à partir de statistiques globales représentatives du marché considéré, soit à partir de l'expérience individuelle de l'affaire considéré.

Dans notre cas, le programme soumis à l'analyse est une combinaison entre un traité Quote Part et un Stop Loss. La protection Stop Loss permet d'agréger les sinistres annuels à fréquence élevée pour intervenir au-delà d'un seuil de sinistralité globale annuelle jusqu'à un niveau de protection limite prédéterminé en fonction de l'historique de l'assureur. Ces deux bornes sont exprimées en termes de ratio Sinistre/Prime (Loss Ratio) mais peuvent également apparaître sous forme de ratio Sinistre/Capitaux assurés (Loss Cost). Nous présentons le cadre général des méthodes de tarification pour les différentes formes de traité.

	Tranche travaillante	Tranche non travaillante
Traités cas branches à développement court	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle probabiliste - Tarification sur expérience - Tarification sur exposition - Simulations 	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle probabiliste - Tarification sur exposition - Simulations
Traités cas branches à développement long	<ul style="list-style-type: none"> - Tarification sur expérience - Simulations 	<ul style="list-style-type: none"> - Conditions de marché - Modèle probabiliste - Simulations
Facultatifs	<ul style="list-style-type: none"> - Tarification sur exposition - Tarification sur expérience - Modèle de régression - Conditions de marché 	

Tableau 5: Récapitulatif des méthodes de tarification selon les types de contrats

Source : LA Réassurance Approche Technique, ECONIMICA

Ce tableau résume les différentes approches propres à la tarification par mode de réassurance (FACS ou Traités), et par nature des branches.

I. Distinction entre les branches courtes et les branches longues :

Il existe en réassurance deux types de branches. Les branches à développement court dites "short-tail" et les branches à développement long dites "long-tail". Cette distinction fait référence au temps nécessaire pour obtenir une évaluation correcte des montants de sinistres. Alors que certains sinistres vont pouvoir être évalués et donc réglés très rapidement, d'autres se règlent en un temps très long. La branche agricole faisant l'objet d'étude de ce mémoire est une branche courte alors que la branche responsabilité civile automobile (RC auto), par exemple, est une branche longue. Lorsque l'on effectue une cotation, il est nécessaire de choisir un horizon de modélisation, un historique sinistre à partir duquel nous allons modéliser la sinistralité future de la cédante. L'horizon choisi ne sera pas le même pour une branche longue et pour une branche courte. L'étude porte en général sur dix années complètes en long-tail et trois à cinq années en short-tail. Toutefois, l'horizon de modélisation peut être adapté au cas par cas selon la nature de l'affaire étudiée.

II. La notion de tranche travaillante et non travaillante :

Une tranche est dite travaillante si elle est fortement sinistrée. En d'autres termes, si le nombre moyen de sinistres touchant annuellement la tranche ou encore si le pourcentage de portée atteinte dépasse un seuil fixé par le réassureur.

III. Tarification par la méthode BURNING COST :

Cette méthode statistique est basée sur la sinistralité passée. C'est une simple approche qui repose sur la méthode des moments. Elle consiste en un redressement des sinistres et primes pour gommer l'impact de l'inflation monétaire et l'évolution des profils de risque (capitaux, somme assurée ...).

La cotation n'est pas réalisée sous la forme d'un montant de prime mais sous forme d'un taux pur du Xs (ici Xs signifie Excédent de sinistre ou SL puisque la notation est la même seules les bornes exprimées en pourcentage de primes qui font la différence).

Le taux pur est représenté comme la moyenne des Loss Ratio, c'est-à-dire :

$$\frac{\text{Sinistres revalorisés}}{\text{Primes revalorisés}}$$

IV. Tarification par approche fréquence sévérité :

En principe, la méthode repose sur la modélisation des coûts de sinistres (X) et leur nombre (N) puis en déduire la modélisation des montants à charge du réassureur (S_N). Le prix du Xs est égale à E (S_N).

Il s'agit donc d'une approche paramétrique, les lois les plus utilisées pour modéliser le coût des sinistres en réassurance pour la sévérité sont la loi de Pareto et la Log Normal, en ce qui concerne la fréquence la loi de poisson est la plus utilisée.

V. Tarification par simulation :

Les méthodes de simulation sont basées sur la proposition fondamentale suivante :

Soit F la fonction de répartition d'une loi continue. Si X est une variable aléatoire réelle de fonction de répartition F alors $Y=F(X)$ suit une loi uniforme continue sur $[0,1]$.

Si on connaît la distribution de l'échantillon à simuler, on utilise un générateur de nombres aléatoires pour simuler des nombres entre 0et1. Ces nombres générés correspondent à des simulations F(x) avec F fonction de répartition de la variable aléatoire dont on cherche à simuler un échantillon. Comme par hypothèse, on connaît la loi de la variable aléatoire réelle, il suffit d'inverser la fonction de répartition pour obtenir une réalisation.

Ainsi pour estimer E(X), on fait appel à la loi des grands nombres :

$$\hat{X} = \frac{1}{\text{Nombre de Simulations}} \sum_{i=1}^{\text{Nombre de Simulations}} x_i \longrightarrow E(X)$$

Nombre de Simulations
—————→ +∞

Ces deux méthodes (la tarification par approche fréquence sévérité et celle par simulation) sont basées sur l'expérience c'est-à-dire les données historiques de sinistralité.

VI. Tarification sur exposition :

Le tarif du Xs dans ce cas est calculé sur la base du profil risque du portefeuille de l'année à coter.

On modélise plusieurs courbes d'exposition défini par :

$F_{\text{Exposition}}(x)$ = probabilité pour qu'un sinistre coûte moins de x% de la somme assurée

On exploite ensuite cette courbe d'exposition pour calculer quelle part de l'assiette de prime directe est exposée compte tenu de l'Xs considéré :

$$P_{\text{Pure}} = F_{\text{Exposition}}\left(\frac{\text{priorité de l'XS}}{\text{capitaux exposés}}\right) * \text{ONP}$$

Chapitre II : Contexte de l'étude

On se positionne dans un programme de réassurance des récoltes du marché Indien qui émane des affaires étrangères. On est face à une nouvelle branche celle de l'agriculture avec une couverture indicielle spécifique. Pour analyser le risque auquel le réassureur fait face, il est primordiale d'effectuer une étude en interne sur le secteur agricole en Inde et de repérer l'évolution des statistiques de tarification notamment les primes et les S/P pour comprendre le comportement de la branche.

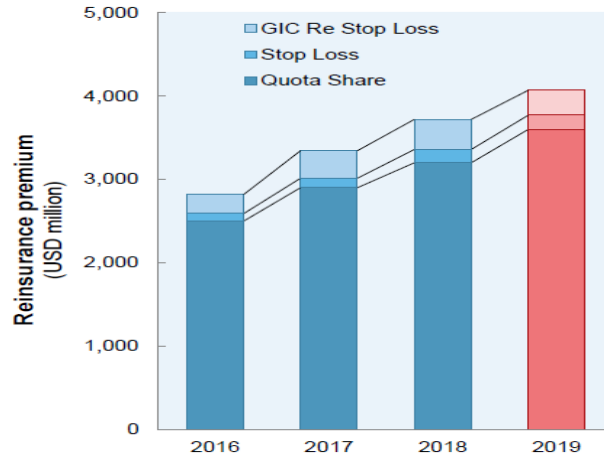
I. Facteurs de tarification :

I.1. La branche agricole en Inde :

L'Inde est la deuxième puissance agricole mondiale derrière la Chine. Le secteur agricole représente 17% du PIB du Pays et emploie environ 50% de la population active. Avec l'accroissement de la population et le changement climatique, les risques agricoles ont augmenté, la réassurance joue dans ce sens un rôle clé dans le transfert des risques. L'assurance récolte ou *Crop Insurance* en Inde est classé troisième parmi les branches d'assurance non vie en terme de primes émises dont le taux de souscription en 2015 représentait 22% du PIB.

I.2. Schéma du gouvernement Indien :

En 2016 un nouveau régime d'assurance récolte a été mis en place par le gouvernement indien, connu sous le nom de *Pradhan Mantri Fasal Bima Yojana* (PMFBY). Le but était de minimiser les conséquences dramatiques des aléas naturels sur les récoltes. Durant les années de cotation qui ont suivis, les sommes assurées ont considérablement augmentées, ce qui a entraîné une énorme augmentation des primes d'assurance du marché de près de 300%.



SOURCE : Aon/IRICS Agriculture Team

Figure 15: Evolution des primes de réassurance en millions USD

General Insurance Corporation of India (GIC) Re, qui a les premiers droits sur l'activité de réassurance indienne, est le plus grand réassureur agricole du monde. Elle détient plus de 40% des programmes de réassurance agricole en Inde.

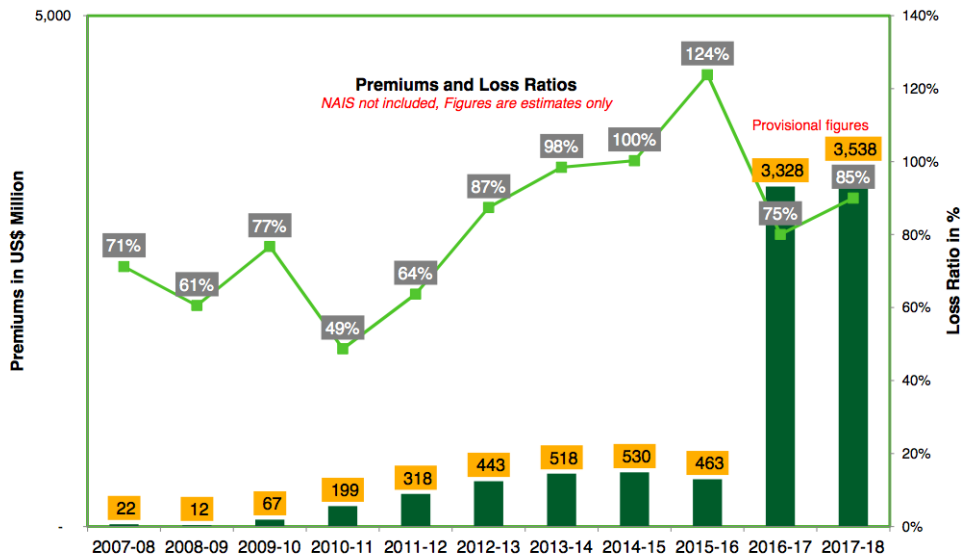
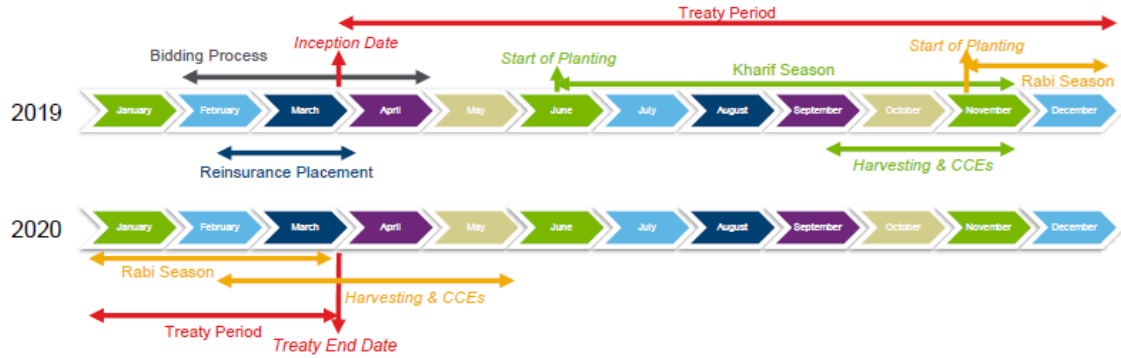


Figure 16: Evolution des primes et des Loss Ratios

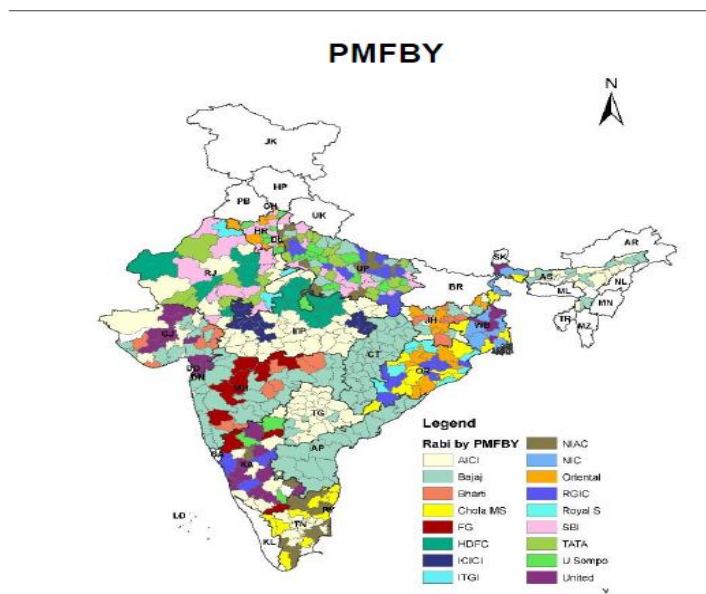
La période de couverture des programmes d'assurance récolte en Inde s'étale sur deux saisons : Kharif (Juillet – Octobre) et Rabi (Octobre-Mars).



Source : Aon/IRICS Agriculture Team

Figure 17: Répartition des saisons sur l’année de cotation 2019-2020

Les traités sont annuels et renouvelés au 1^{er} Avril de chaque année. Les cédantes à la veille du renouvellement des contrats de l’assurance récolte dressent leur business plan provisoire. Ce dernier contient le nombre de districts que chaque cédante désire couvrir ainsi que les estimations des montants de prime(EPI) et de sommes assurés(ESI). Au total, l’Inde compte environ 707 districts.



Source : Aon/IRICS Agriculture Team

Figure 18 Répartition des cédantes par Cluster couvert pour la saison Rabi 2018

I.3. Politique de souscription :

Le gouvernement fait un appel d'offre durant la période qui s'étale du mois de Mars à Juillet. A la suite de ce processus, chaque cédante aura un nombre de districts par région où elle peut vendre ses polices d'assurance récolte.

Le programme de réassurance le plus utilisé est celui des traités proportionnels en Quote part en plus d'un stop loss acheté comme couverture sur la rétention du Quote Part et pour protéger les compagnies d'assurances indiennes des Loss Ratio élevé.

Afin de documenter contractuellement l'acceptation du risque, une version allégée du traité est utilisée. Il s'agit de la note de couverture appelée « le slip » de réassurance, qui contient les termes principaux de l'accord. Les taux et termes finaux des traités ne sont pas connus au moment de la souscription.

I.4. Le facteur météorologique :

Il est évident que l'Inde ait recours au marché de la réassurance pour se prémunir des catastrophes naturelles qui menaceraient ses récoltes. En effet, les rendements des récoltes dépendent en premier lieu des conditions météorologiques.

La plupart des zones récoltées sont exposées aux aléas naturels pour cela le département météorologique indien (IMD) publie ses prévisions sur les conditions des précipitations, la température...etc, qui coïncident avec la période de cotation des traités et diffusent ces informations auprès des différents participants à l'appel d'offre.

II. Approches de tarification adoptées au portefeuille étudié pour l'année de cotation 2019-2020 :

Comme cité précédemment dans la première partie de ce mémoire, parmi les techniques de tarification en réassurance non proportionnelle non vie, on peut adopter une tarification à l'aide des statistiques globales représentatives du marché. On dispose d'un historique sinistre des trois dernières saisons : Kharif 2016, Rabi 2017, Kharif 2017, d'un échantillon de 24 Etats Indiennes.

Vu la nature des statistiques fournies, l'analyse se déroulera comme suit :

- En premier lieu, on vise à estimer un ratio de sinistralité qui reflètera le comportement de la branche agricole par rapport aux années précédentes. On utilisera une méthode de Bootstrap pour calculer la moyenne des ratios de sinistralité. Ainsi, et face au manque d'information fournie par les courtiers sur la sinistralité qui touche les programmes des portefeuilles, nous visons à créer de « nouveaux échantillons » obtenus par tirage avec remise à partir de l'échantillon initial (on parle de rééchantillonnage) ne nécessitant donc pas d'informations supplémentaires que celles disponibles dans l'échantillon initial.

- Ensuite, le marché sera restreint à une classe de cédantes, vu la politique de souscription spécifique du pays. Et donc on aura recours à une tarification par expérience individuelle des cédantes. On aura finalement un prix de réassurance pour chaque cédante selon son profil de risque.

II.1. Principe du Bootstrap :

Bootstrap est une méthode de rééchantillonnage qui substitue à des calculs statistiques complexes l'usage de simulations Monte-Carlo à partir de l'échantillon original.

Soit un échantillon X_1, X_2, \dots, X_n de n observations indépendantes et identiquement distribuées selon une loi inconnue F .

Soit $\theta = T(F)$ la quantité qu'on cherche à estimer.

Dans le cas où θ représente l'espérance de la loi, $T(F) = \int x dF(x)$.

S'il s'agit d'estimer la variance : $T(F) = \int (x - \mu)^2 dF(x)$ où μ est l'espérance dont l'expression est donnée juste avant.

Un estimateur classique de $\hat{\theta}$ est $T(\hat{F})$, où \hat{F} est une estimation de la fonction de répartition F. Si on suppose que F fait partie d'une famille de lois paramétriques indexés par un ensemble de paramètre ω et qu'on cherche à estimer les paramètres par maximum de vraisemblance ou par la méthode des moments puis en retrouve le \hat{F} , on a affaire à un Bootstrap paramétrique.

Si aucune hypothèse n'est faite sur l'appartenance de la loi à une famille paramétrique, \hat{F} est estimée à l'aide de la fonction de répartition empirique. On parle de Bootstrap non paramétrique.

Etant donnée l'estimation \hat{F} , on effectue des tirages issue de cette loi pour pouvoir estimer $\hat{\theta}$.

Un échantillon Bootstrap est un n-échantillon obtenu à partir de l'un de ces tirages.

Soit $X^*_b = (X^*_1, X^*_2, \dots, X^*_n)$ un échantillon Bootstrap obtenu par rééchantillonnage avec remise de l'échantillon initial.

Ainsi, l'estimation de l'espérance et la variance de la loi est approché comme suit :

$$V(\hat{\theta}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B [\hat{\theta}_b - \hat{\theta}]^2$$

Avec

$$\hat{\theta} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b$$

II.2. Résultats et interprétation :

Les données dont nous disposons sont les primes (Gross Premium) et les montants de sinistres (Claim Paid).

States	Gross Premium			Claim Paid		
	Kharif 16	Rabii 17	kharif 17	Kharif 16	Rabii 17	kharif 17
Andhra Pradesh	95.0	25.0	156.0	89.0	45.0	76.0
Assam	2.0	0.6	23.0	1.2	0.0	0.9
Bihar	190.0	45.0	78.0	43.0	9.0	55.0
Chhattisgarh	67.0	8.9	45.0	18.0	7.0	198.0
Goa	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Gujarat	320.0	8.6	567.0	189.0	6.0	156.0
Haryana	35.0	17.0	45.0	35.0	5.8	91.0
Himachal Pradesh	0.8	10.0	0.5	1.0	8.6	0.9
Jammu & Kashmir	0.0	0.0	7.8	0.0	0.0	0.7
Jharkhand	39.0	1.0	45.0	5.0	0.7	5.4
Karnataka	127.0	89.0	568.0	178.0	107.0	115.0
Kerala	2.1	5.0	2.0	6.5	9.6	3.0
Madhya Pradesh	390.0	179.0	575.4	230.0	78.0	709.0
Maharashtra	602.0	67.0	345.0	305.0	67.0	617.0
Meghalaya	0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0
Odisha	78.0	1.2	345.0	65.0	0.8	215.0
Rajasthan	289.0	85.0	567.0	267.0	67.0	230.0
Sikkim	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Tamil Nadu	2.0	178.0	19.0	3.5	687.0	6.0
Telangana	35.0	8.9	67.0	25.0	2.1	67.0
Tripura	0.0	0.1	0.0	0.0	0.9	0.0
Uttar Pradesh	90.0	67.0	59.0	67.0	13.0	34.0
Uttarakhand	5.0	5.0	6.0	3.0	2.0	3.8
West Bengal	32.0	79.0	20.0	15.0	46.0	25.0
Grand Total	2 400.9	880.3	3 541.0	1 546.2	1 162.6	2 608.7

Tableau 6: Extrait des données de sinistralité du marché Indien répartis par région

La méthode du Bootstrap non paramétrique repose sur un tirage avec remise des différentes régions. A l'aide de la fonction RechercheV () sous Excel, et à partir des 24 régions, nous construisons un échantillon Bootstrap contenant tous les croisements possibles entre région. Le principe est de considérer qu'une région A par exemple « Maharastra » reflète le taux de sinistralité de l'Inde pendant la saison Kharif et qu'une autre région B, la représente pendant la saison Rabi en corrigeant l'effet taille des données observées. Ainsi pour chaque tirage, on calcule le ratio de sinistralité de

l'année. Il est à noter que l'étape d'actualisation des statistiques notamment les primes a été négligée puisqu'on n'a pas les données relatives à l'indice de prime pour gommer l'évolution des montants d'une année à l'autre, néanmoins on peut prendre en compte le facteur inflation.

Nous calculons une colonne des S/P par région pour lesquels on attribuera un poids relatif à la prime par région sur la prime globale. Ensuite, on calcule un S/P hors région pour gommer le facteur spatiale lors de l'agrégation des moyennes. Pour avoir des S/P par année, il suffit d'agréger les montants des primes et sinistres des saisons Kharif 2016 et Rabi 2017 pour l'année 2016-2017, et les statistiques des saisons Kharif 2017 et Rabi 2018 pour l'année 2017-2018. Il est à noter que les données pour la saison Rabi 2018 ne sont pas fournies, à ce niveau on suppose que le comportement de la saison Rabi 2018 sera pareil à celui de Rabi 2017.

		K16+R17	Poids	K17+R17	Poids
Andhra Pradesh	Andhra Pradesh	112%	4%	67%	4%
Andhra Pradesh	Assam	112%	4%	4%	1%
Andhra Pradesh	Bihar	112%	4%	52%	3%
Andhra Pradesh	Chhattisgarh	112%	4%	380%	1%
Andhra Pradesh	Goa	112%	4%	0%	0%
Andhra Pradesh	Gujarat	112%	4%	28%	13%
Andhra Pradesh	Haryana	112%	4%	156%	1%
Andhra Pradesh	Himachal Pradesh	112%	4%	90%	0%
Andhra Pradesh	Jammu & Kashmir	112%	4%		0%
Andhra Pradesh	Jharkhand	112%	4%	13%	1%
Andhra Pradesh	Karnataka	112%	4%	34%	15%
Andhra Pradesh	Kerala	112%	4%	180%	0%
Andhra Pradesh	Madhya Pradesh	112%	4%	104%	17%
Andhra Pradesh	Maharashtra	112%	4%	166%	9%
Andhra Pradesh	Meghalaya	112%	4%	0%	0%
Andhra Pradesh	Odisha	112%	4%	62%	8%
Andhra Pradesh	Rajasthan	112%	4%	46%	15%
Andhra Pradesh	Sikkim	112%	4%		0%
Andhra Pradesh	Tamil Nadu	112%	4%	352%	4%
Andhra Pradesh	Telangana	112%	4%	91%	2%
Andhra Pradesh	Tripura	112%	4%	1261%	0%
Andhra Pradesh	Uttar Pradesh	112%	4%	37%	3%
Andhra Pradesh	Uttarakhand	112%	4%	53%	0%
Andhra Pradesh	West Bengal	112%	4%	72%	2%

Tableau 7: Extrait d'un échantillon Bootstrap et calcul des S/P pondéré par prime

Cette première approche nous donne une idée sur la sinistralité du marché. La moyenne empirique des moyennes issues de chaque échantillon Bootstrap donne un niveau de S/P moyen de 85%. Le loss ratio des deux dernières années était aux alentours de 75%-85% et comme les prévisions météorologiques fournis par l'IMD spécule un niveau de précipitation relativement moyen et pareille à celui des saisons des années précédentes, on garde ce niveau de sinistralité estimé.

La même approche est effectuée mais cette fois-ci sur un échantillon de cédantes, le but étant de comparer les moyennes calculées puisqu'il s'agit finalement d'un même marché.

Company	LOSS RATIO		
	Total 2016	Total 2017-18	Total 2018-19
A	73%	102%	83%
B	76%	91%	80%
C	39%	41%	115%
D	77%	81%	36%
E	82%	152%	77%
F	70%	146%	77%
G	54%	105%	68%
H	28%	115%	140%
I	284%	32%	85%
J	71%	95%	117%
K	54%	83%	95%
M	21%	47%	100%
N	174%	157%	81%
O	118%	68%	100%
P	77%	33%	105%
Q	134%		85%
R			140%
Total	80%	92%	91%
Moyenne	86%		

Tableau 8: Résultats de calcul du ratio sinistre sur prime moyen par Cédante

Si on veut estimer des intervalles de confiance, l'échantillon doit être d'une taille supérieur à 1000. On réalise le Bootstrap sous R.

```

Bootstrap Statistics :
      original      bias      std. error
t1* 0.8233333 -0.002722917  0.1540156
> print(mean(LR.boot$t))
[1] 0.8206104
> |
    
```

La moyenne observée sur le Bootstrap est de 82%.

On veut déterminer un IC à 95% à partir des valeurs obtenues par la fonction boot, on distingue deux méthodes :

- Méthode de l'erreur standard, on utilise LR* et std* obtenu par R et la loi normale (ou de student) pour construire l'intervalle : $[LR^* + std^* Z_{\alpha} ; LR^* + std^* Z_{1-\alpha}]$
- Méthode des percentiles ; on construit la fonction de répartition des LR* obtenus par Bootstrap et on prend comme bornes de l'intervalle le $\alpha^{ième}$ et $1-\alpha^{ième}$.

```

Intervals :
Level      Normal
95%      ( 0.5242,  1.1279 )

Level      Percentile
95%      ( 0.5459,  1.1620 )
    
```

III. Composantes de la prime de réassurance :

Lors de la signature d'un traité de réassurance, il faut évaluer le montant dont le réassureur a besoin pour accepter de s'engager sur la couverture du risque. Ce montant est appelé prime de réassurance.

En réassurance proportionnelle, la détermination du taux de cession nous donne immédiatement le montant de cette prime. La problématique du calcul de la prime est donc spécifique à la réassurance non proportionnelle.

Pour ce type de réassurance, la prime correspond à une évaluation faite par le réassureur de la sinistralité attendue, y compris un chargement de sécurité basé en général sur l'écart type de la sinistralité. On ajoute également un chargement pour frais et allocation de capital.

Les composantes classiques de la tarification technique sont la prime pure (ou taux pur du SL dans notre cas), on y ajoute un chargement de sécurité pour former la prime de risque. Ce dernier est un pourcentage de l'écart type de la distribution des Loss Ratio.

$$\text{Chargement de sécurité} = \text{Taux de sécurité} * \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Cette dernière complétée par des chargements économiques (principalement le taux de courtage pour le Stop Loss et la commission pour le Quote Part) pour constituer la prime commerciale.

Le courtage est destiné à rémunérer l'intermédiaire de réassurance. Il s'exprime en pourcentage de la prime payée à la cédante :

$$\text{Taux SL avec courtage} = \frac{\text{Taux du SL sans courtage}}{1 - \text{taux de courtage ou brokerage}}$$

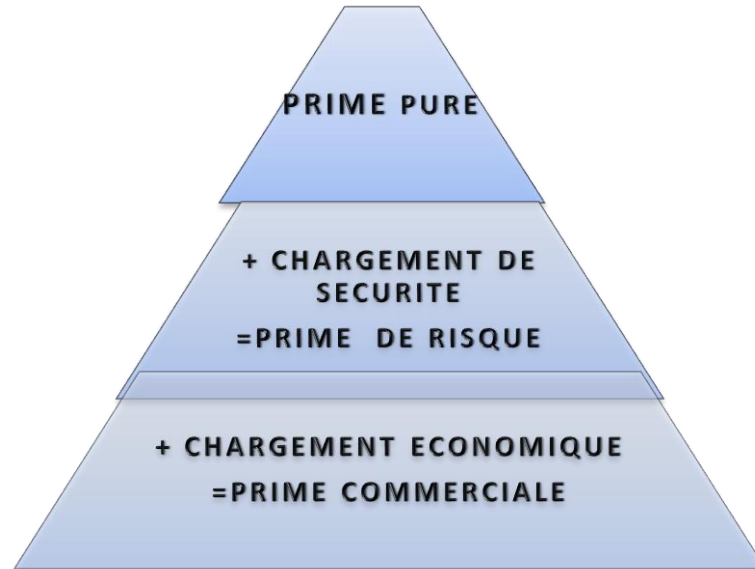


Figure 19 : Différentes composantes de la prime de réassurance

Comme il existe une certaine volatilité liée d'une part aux incertitudes relatives à la modélisation et au caractère aléatoire des sinistres, il est nécessaire de mettre du capital en face de ce risque afin d'assurer la solvabilité du réassureur vis-à-vis de la cédante, et de rémunérer ce capital mobilisé.

IV. Introduction à la notion du coût de capital :

Une certaine mesure de risque est nécessaire pour déterminer le montant du capital alloué aux traités. Elle est soit une fonction de la prime pure ou d'une composante de volatilité c'est-à-dire de l'écart type du risque du traité.

- L'écart type est une mesure qui prend en compte la volatilité du risque puisqu'il mesure la dispersion autour de la moyenne.
- Une autre mesure plus appropriée est la Value At Risk qui correspond au montant pour lequel la probabilité que le risque dépasse ce montant est inférieure à $1-\alpha$.

Par exemple si le seuil retenu est de 99.5% on dit que l'évènement rare (ici un sinistre extrême dû à une catastrophe naturelle) a pour période de retour 200 ans ($=\frac{1}{0.005}$).

V. Tarification par simulation : modélisation de la loi du Loss Ratio

Les lois de sévérité les plus couramment utilisées en réassurance sont des lois à queue épaisse notamment la loi de Pareto et la loi de Log Normale.

Distribution	Fonction de répartition	Fonction densité
Pareto(t ; α)	$F(x) = 1 - (t/x)^\alpha$	$f(x) = \alpha t^\alpha x^{-\alpha-1}$
Log normal(t ; m ; σ)	$F(x) = \varphi\left(\frac{\ln(x-t) - m}{\sigma}\right)$	$f(x) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-t)-m}{\sigma}\right)^2\right]}{(x-t)\sigma\sqrt{2\pi}}$

Tableau 9 : Caractéristiques des lois de distribution adoptée

V.1. Estimation des paramètres :

Les estimateurs retenus sont obtenus par maximum de vraisemblance :

- Loi de Pareto(t ; α) :

$$\hat{t} = \min_i (x_i)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}}\right)}$$

- la loi Lognormale(t ; m ; σ):

$$\hat{t} = \min_i (x_i)$$

$$\hat{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}}\right)$$

$$\hat{\sigma} = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}}\right) \right)^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}}\right) \right)^2 \right]^{1/2}$$

V.2. Application de la tarification par simulation :

On génère des nombres aléatoires sous EXCEL à l'aide de la fonction ALEA (), en suite on fait appelle à la loi Log Normale inverse avec les estimateurs ($m ; \sigma$) obtenus par maximum de vraisemblance. Ici encore on suppose que les échantillons de données par cédante suivent une loi Log Normale.

Pour la loi de Pareto, les S/P sont simulés en utilisant la formule suivante : $\frac{t}{U^{1/\alpha}}$

Où U est remplacé par les nombres aléatoires générés sous Excel.

Pour le calcul du taux pur, on applique la formule suivante pour la tranche de Stop Loss tarifiée :

$$\text{Taux Pur du Stop Loss} = E\left(\frac{S}{P}\right)$$

Pour la loi de Pareto, l'expression utilisée pour le calcul de la moyenne et l'écart type :

$$E(X) = \frac{\alpha t}{\alpha - 1}$$

$$\text{Ecart type} = \sqrt{\frac{\alpha t^2}{(\alpha - 2)(\alpha - 1)^2}}$$

Une fois qu'on a les valeurs de l'espérance et l'écart type des échantillons simulés par les lois Log Normale et Pareto on peut en déduire les taux chargés du Stop Loss tel que :

$$\text{Taux du Stop Loss} = E(S/P) + \text{sigma} * g$$

$$\text{Taux chargé du Stop Loss} = \frac{\text{Taux pur du Stop Loss}}{1 - \text{Taux de courtage}}$$

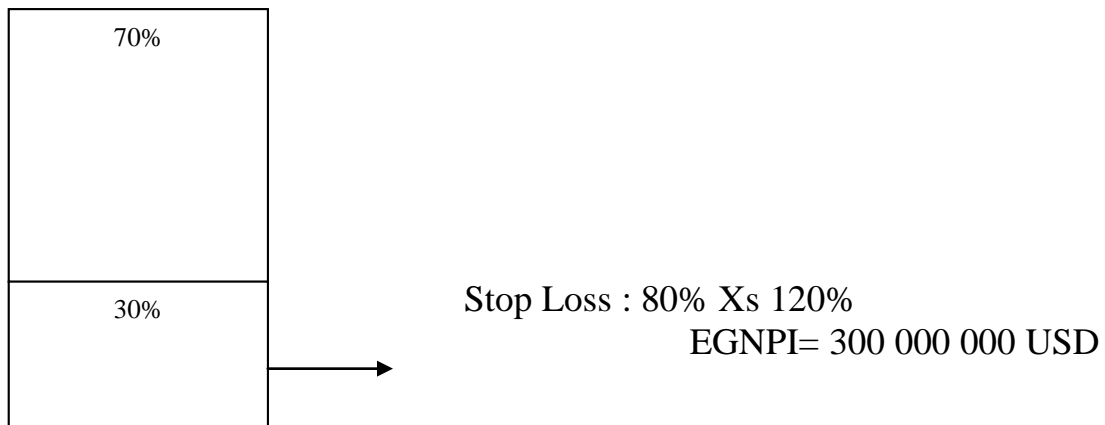
Dans note cas, le taux de courtage est fixé à 10%.

Néanmoins pour l'estimation des paramètres de la loi de Pareto, on procède à la réalisation d'une courbe marché, qui nous permettra d'avoir des valeurs initiales pour lancer la simulation car les valeurs estimées par maximum de vraisemblance ne donnent pas des résultats adéquats.

VI. Lecture pratique d'un exemple de Slip du programme étudié :

On considère le programme de réassurance suivant :

- Un Quote part avec un taux de rétention de 30%, si on suppose que l'assiette de prime EPI=10 milliards USD, l'EGNPI pour la couverture Stop Loss qui est sur la part retenue vaut 30%*EPI.
- On suppose que la structure de la tranche du Stop Loss est de 80% Xs 120% avec un plafond de 250%



Les taux de prime fournis dans le Slip sont chargés c'est-à-dire qu'il inclut les frais de courtage et de commission.

Un calcul simple permet de déduire la prime commerciale :

$$\text{Prime du Stop Loss} = \text{Taux de prime chargé} * \text{EGNPI}$$

Supposons que le taux chargé est fixé à 15.25% donc la prime du Stop Loss vaut 4 575 000 USD.

Tout ce calcul est détaillé pour aboutir à une notion qu'on introduira dans le paragraphe suivant, celle du **Rate On Line** et du **Payback**.

VII. Notion de Rate-On-line et du Payback :

On s'intéresse à la notion du ROL en branche courte plutôt qu'en branche longue. Il est calculé ainsi :

$$RoL = \frac{\text{Prime chargée}}{\text{Portée du Stop Loss}}$$

Le Payback = $\frac{1}{RoL}$, il est interprété comme le « nombre d'années qu'il faudrait sans sinistre afin de pouvoir payer un sinistre à plein ».

Le calcul de ces deux quantités par rapport aux termes du Stop Loss dont nous disposons par cédante nous donne une idée sur la cadence de développement de la branche.

VIII. Présentation des données par cédantes :

Le réassureur doit fixer son tarif d'après la sinistralité constatée auprès des cédantes.

On recherche ce que serait la charge future de réassurance compte tenu de la sinistralité passée.

Les données communiquées sont principalement les tranches du Stop Loss de chaque Cédante. Pour des raisons de confidentialité elles sont nommées en A, B, ..., G.

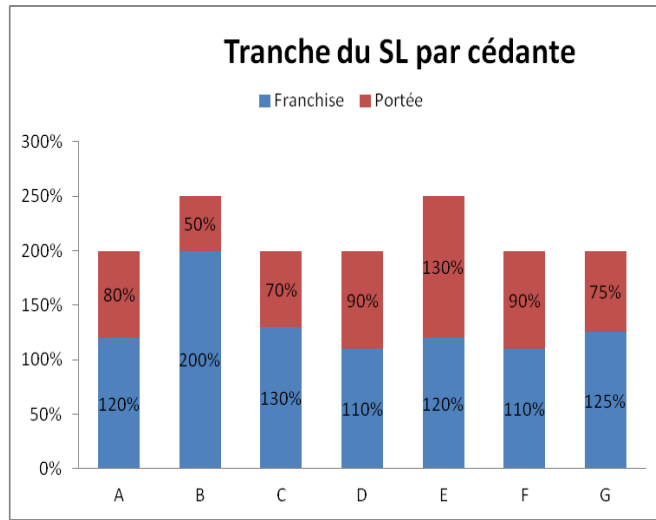


Figure 20: Schéma des franchises et portées adoptés par chaque Cédante

En plus des termes du Stop Loss qui figurent dans le Slip de chaque compagnies d'assurance indienne, les données relatives à la sinistralité se présentent sous de forme de cas soit par saison ou annuelle.

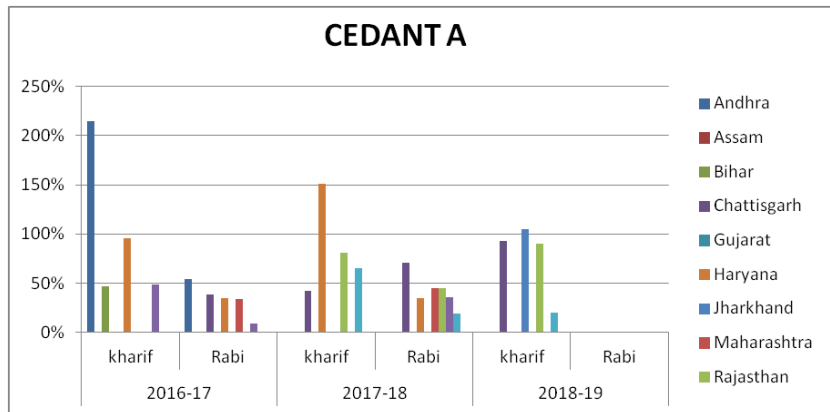


Figure 21: Profil de risque de la cédante A

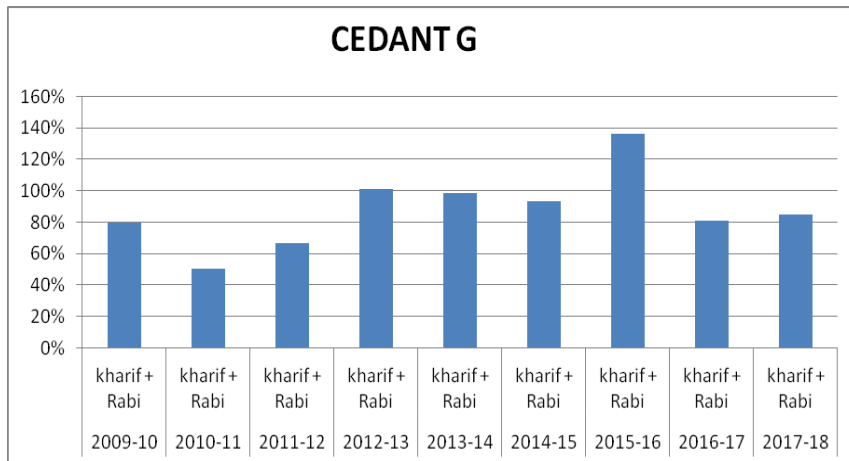


Figure 22: Profil de risque de la cédante G

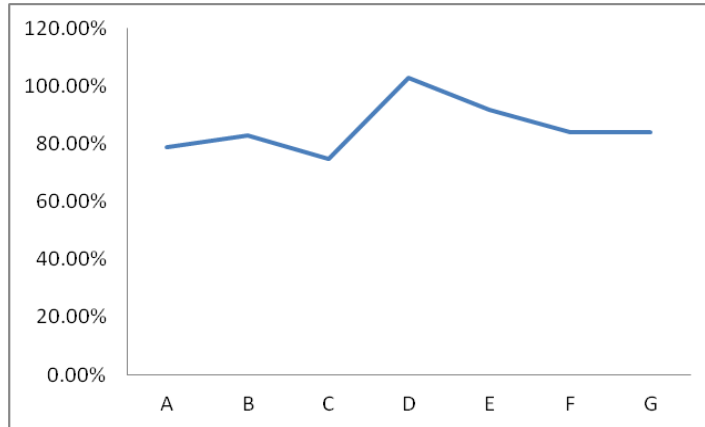


Figure 23: le Loss ratio moyen par cédante

On remarque que le profil des cédantes est différent, ceci est dû à la diversification de leur portefeuille. Puisque comme on a déjà mentionné dans la partie facteurs de tarification, la politique de souscription fait que chaque année une compagnie d'assurance couvre un nombre de cluster par région qui est aussi différent ce qui remet déjà en question la tarification basé sur l'historique sinistre. Néanmoins, la technique de tarification par exposition n'est pas réalisable dans le cas de la branche agricole.

CEDANTE	RoL	PayBACk
A	13.56%	7.38
B	14.00%	7.14
C	15.00%	6.67
D	20.68%	4.84
E	18.00%	5.56
F	9.81%	10.20
G	16.40%	6.10

Tableau 10 : Calcul du Rate on Line et du Payback pour chaque cédante

L'hypothèse faite au début qui est relative à la nature de la branche est confirmée par le calcul du Payback. En effet, on a des périodes qui varient entre 5 et 7 ans.

IX. Courbe de marché et estimation des paramètres de Pareto :

Pour étudier l'évolution du portefeuille, il nous faut un outil permettant la comparaison des différents programmes et des différentes tranches. Pour ce faire, nous allons utiliser le Rate On Line (ROL) qui permet la comparaison des différentes tranches d'un traité sur une même échelle. Le Rate On Line (ROL) est défini comme le rapport de la prime de réassurance sur la portée de la garantie achetée, il permet donc de refléter le coût d'achat de la couverture.

Une des représentations graphiques habituelles est obtenue en utilisant une double échelle logarithmique (log-log)

Pour pouvoir comparer facilement les prix de différentes tranches de réassurance, nous réduisons une tranche de Stop Loss $p\%$ Xs $f\%$ au milieu $f\% + \frac{p\%}{2}$.

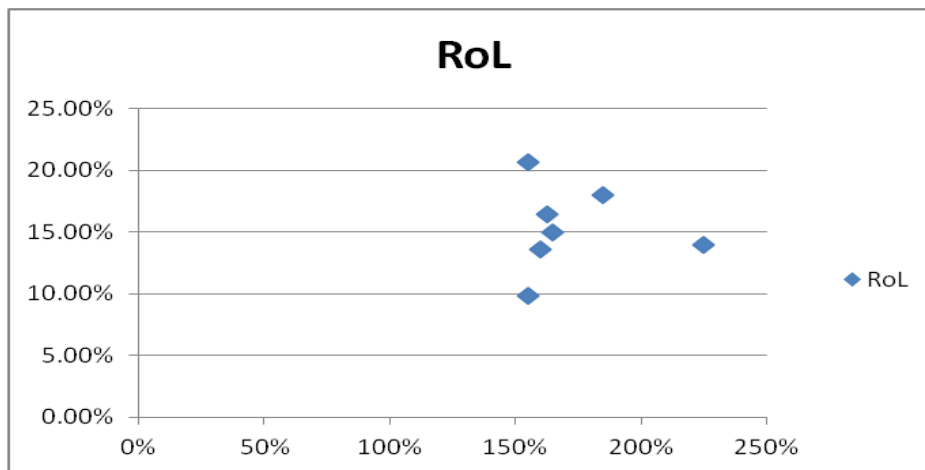


Figure 24: Nuage de point du RoL en fonction de la valeur centrale de la tranche

On représente ensuite sur un graphique en échelle log-log, les données de l'ensemble des cédantes puis on ajuste une droite de régression au nuage de points.

Cette droite de régression est « la droite marché ». Les paramètres α et t de la loi de Pareto correspondent respectivement à la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite.

Or, l'échantillon encore une fois mis en jeu ne permet pas de tracer une courbe de marché et on ne retrouve pas des valeurs pour estimer les paramètres.

La méthode d'estimation des paramètres à l'aide de la courbe marché ne donne pas des résultats qui permettent d'appliquer la méthode de simulation, pour cela on pose pour le paramètre t de la loi de Pareto une valeur de 0,8 et pour le paramètre α un plafond de 2,5.

Unif[0,1]	Log-Normale	Loss to the Layer
0.198363728	0.280614327	0
0.593107312	0.606003408	0
0.977697557	2.136982375	0.7
0.827677324	1.003494243	0
0.864292596	1.120215698	0
0.518927456	0.530160734	0
0.207595763	0.287211524	0
0.568629173	0.579601906	0
0.524931032	0.535871509	0
0.937417703	1.524687561	0.224687561
0.265954777	0.328675857	0
0.923130805	1.413012681	0.113012681
0.545268635	0.555728186	0
0.259833222	0.32432031	0
0.525306489	0.536230857	0
0.189787598	0.274459145	0
0.498768249	0.511447783	0
0.734376028	0.799931108	0
0.483545356	0.497756609	0
0.682668275	0.71854828	0
0.113634846	0.217262201	0
0.566034852	0.576890033	0
0.286885362	0.343629463	0
0.791245099	0.912134911	0
0.040632133	0.148426425	0
0.169362508	0.259653416	0
0.08436709	0.192686562	0

Tableau 11: Extrait des résultats de la simulation Lognormale

Log Normal	m	ecart type
A	-0.6683149	0.710882772
B	-0.356143013	0.818216315
C	-0.411554288	0.544325814
D	-0.26104356	0.350176842
E	-0.531591664	0.694656487

Pareto	shape	250%
	Scale	80%

Tableau 12: Paramètres de la loi Log normale utilisés lors de la simulation

Une fois la colonne des nombres aléatoires générée, on applique la fonction Log Normale inverse avec les estimateurs des paramètres de la loi propre à chaque cédante et estimée par Maximum de Vraisemblance .La colonne « Loss to the layer » applique la formule du Stop Loss. Par exemple, pour une tranche 80% Xs 120%, la formule égale à $\min(80\% ; \max(S/P^* - 120\% ; 0))$.

Il est à noter que ces paramètres sont à prendre avec un certain degré d'incertitude surtout pour la simulation de Pareto, qui dans des cas similaires on peut faire appel à des experts et poser des valeurs des paramètres qui dépendent du développement de chaque branche mais vu que le cas étudié et l'insuffisance des données d'expérience , on garde avec précaution les paramètres estimés de la loi . Et pour cela on privilégie les résultats de la loi Log normal.

X. Résultats et interprétation :

Afin de modéliser la sévérité dans son intégralité, et contourner ce problème lié à l'insuffisance des observations historiques, nous disposons de deux techniques. La première consiste à ajuster une distribution de loi continue à la distribution empirique. Cette opération s'appelle le "fitting".

La distribution de sévérité devient la loi ajustée dont la queue permet de produire des primes pures non nulles pour les tranches hautes. Il arrive cependant que l'échantillon de sinistres soit trop petit, provoquant des erreurs importantes dans le fitting et une mauvaise appréciation de la sinistralité extrême sur la queue de la distribution.

L'incertitude autour de l'estimation des taux purs des tranches hautes qui se trouvent sur la queue devient grande.

Pour les traités non-proportionnels, la tarification est réévaluée en fonction du rating. Le facteur multiplicatif de l'écart-type dans le calcul de la prime de risque dépend du rating. Ainsi, une cédante à faible rating présentera un risque par rapport à la volatilité de la sinistralité. En se basant sur ce principe et au lieu de poser un pourcentage de chargement de sécurité fixe pour toutes les cédantes, on a varié les pourcentages en fonction du rating et du taux de sinistralité moyen de chaque cédante.

	Taux suivant LN	Taux suivant Pareto
A	7.25%	
B	12.19%	13.89%
C	10.72%	
D	19.44%	
E	10.72%	10.72%

Tableau 13: Résultats de calcul des taux de prime pure

La loi de Pareto ne donne des simulations satisfaisantes que pour les tranches élevées (à franchise et portée élevée).

Rappelons la formule utilisée : $P_{SL} = P_{pure} + g * \sigma$

La seule chose sur laquelle les deux parties, à savoir la cédante et le réassureur, peuvent réagir, c'est la prime de risque. Cette prime qui est fonction de g qui correspond à un pourcentage de l'écart type que l'on rajoute à la prime pure. Pour un $g=22\%$, la cédante a un profil de risque moyen elle sera la mieux notée, une cédante noté moins aura un risque supplémentaire sur le résultat du traité et devra payer encore plus en terme de prix.

	CEDANTE	A	B	C	D	E
	Tranche du SL	80% Xs 120%	50% Xs 200%	70% Xs 130%	90% Xs 110%	130% Xs 120%
LN	mu	3.25%	12.22%	7.72%	13.70%	6.82%
	sigma	12.93%	25.03%	18.90%	13.83%	18.10%
	g	22.78%	-7.17%	7.66%	21.17%	12.99%
PARETO	mu		10.86%			6.87%
	sigma		11.32%			18.17%
	g		9.00%			12.62%

Tableau 14 : Résultats de calcul de taux de prime chargées par Cédante

XI. Conclusion de la deuxième partie :

Cette partie avait pour but de réaliser une tarification des Stop Loss par cédante. A l'aide de la simulation, on a pu calculer des taux de prime par tranche et de fixer un niveau de chargement relatif au profil risque de chaque cédante. Ces résultats seront comparés aux tarifs proposés par les brokers et ensuite le choix entre les cédantes est basé principalement sur leur sinistralité moyenne et leur taux de chargement estimé.

Conclusion Générale :

La problématique traitée dans ce mémoire est à double volets. Un premier volet de gestion des opérations de la réassurance notamment l'acceptation et la rétrocession. On a essayé d'élaborer un processus de traitement du système qui s'alignera avec le besoin de traitement de la qualité de données ainsi que la quantification du risque de contrepartie. Pour évaluer ce risque, on réalisera en premier un modèle pour expliquer le champ qui existe dans la base d'acceptation et qui donne une première idée sur l'opération de la rétro et la manière dont sont affectés les contrats en acceptation en fonction de leur type, leur branche ...vers ceux de la rétrocession. Cette étape nous aidera à élaborer ensuite un programme de rétrocession voire un arbre décisionnel qui résume le circuit de l'acceptation vers la rétrocession. Après des stress tests pourront être réalisés afin d'évaluer le risque de contrepartie. Cette partie est en cours d'élaboration, vu que la période de stage n'est pas achevée.

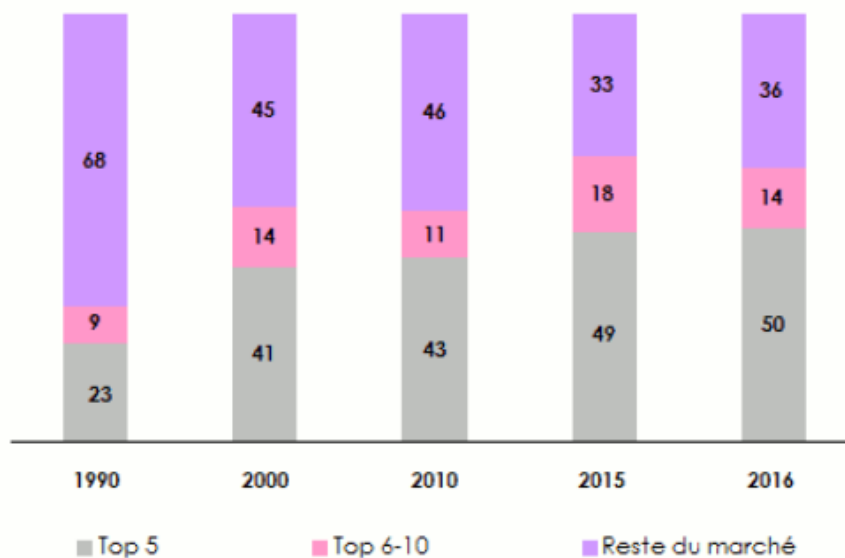
Le deuxième volet qu'on peut qualifier d'outil d'aide à la décision relative à la cotation des nouvelles affaires en réassurance notamment la réassurance des récoltes pour le marché Indien. A ce stade, un recours aux méthodes de tarification permettra de quantifier le risque cédé et d'estimer la charge du réassureur en cas de sinistralité. Vu la contrainte relative à la taille de l'échantillon, on a appliqué des méthodes d'inférence statistique et de simulation sans trop s'attarder sur le côté purement théorique des méthodes puisque l'objectif essentiel était d'avoir des estimateurs qui nous permettrait de réaliser la tarification par simulation pour retrouver ou s'approcher des tarifs proposées par les brokers. On a opté pour une expression de la prime de risque fonction de l'écart type de sinistralité et en prenant en considération les différents chargements, une grille de tarification fonction des cédantes et des tranches du contrat a été élaborée.

Pour conclure, certes le produit « assurance récolte » représente une branche spécifique de par les enjeux qu'elle représente au niveau de la tarification. Néanmoins d'autres produits sont développés pour permettre aux réassureurs de mieux se prémunir des risques catastrophiques notamment les CAT bond.

Bibliographie

- Arthur Charpentier, Actuariat IARD - ACT2040 Partie 7, “ Réassurance et grands risques ”, UQAM, 2013.
- AON/IRICS, “India Agriculture, An introduction”, 2019.
- Burhan Butun, “Property Excess of Loss Reinsurance Pricing in the Lloyd’s market”, ISFA, 2013.
- Christine FINAS, “Les tarifs des réassureurs sont-ils crédibles ? ”, ISFA, 2015.
- M.HAMMOUR Karim, “Prévoyance collective : Impact de la mise en place, dans le cadre de Solvabilité II, d’un programme de réassurance. ”, ISUP, 2011.
- POULIN M., “Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non-proportionnels Non-Vie ”, CEA, 2012.
- SCR, Rapport Annuel 2017

Annexe



Source : Estimations de Scor

Figure 26: Evolution des parts de marché de la réassurance entre 1990 et 2016

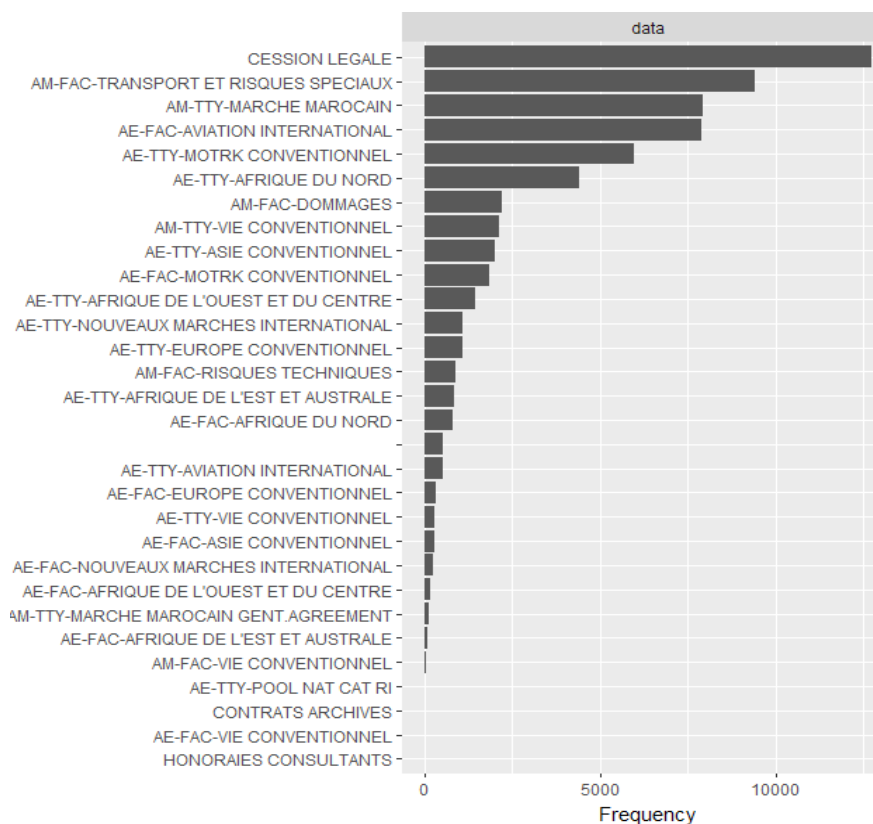


Figure 25 : Différents modalités du champ SPC

Valide	ANNULATIONS SUR PRIMES/RPCC AUTRES CHARGES DE REASSURANCE COMMISSION DE REASSURANCE COURTAGE DE REASSURANCE DEPOTS DE PRIMES CONSTITUES DEPOTS DE PRIMES REMBOURSES DEPOTS DE SINISTRES CONSTITUES DEPOTS DE SINISTRES REMBOURSES ENTREE DE PORTEFEUILLE SINISTRE ENTREE PORTEFEUILLE PRIMES FRAIS DE GESTION INTERETS SUR DEPOTS CEDANTES PARTICIPATION AUX BENEFICES PNA A L'OUVERTURE PRIMES ACCEPTEES PROVISIONS SINISTRES A PAYER CONSTITUES PROVISIONS SINISTRES A PAYER LIBERES REC A L'OUVERTURE RESERVES MATHEMATIQUES RESERVES POUR PRIMES NON ACQUISES RESERVES POUR RISQUES EN COURS RETENUES SUR INTERET ACC RM A L'OUVERTURE SINISTRES PAYES SORTIE DE PORTEFEUILLE SINISTRE SORTIE PORTEFEUILLE PRIMES SUR COMMISSION DE REASSURANCE TAXES SUR PRIMES
--------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tableau 15 :Différents postes renseignés dans la base INWARDS

.....
LOB
30-ACCIDENTS CORPORELS
31-AUTO-AT-RC
32-INCENDIE
33-ENGINEERING
34-MARITIME-TRANSPORT
35-RISQUES DIVERS
36-ASSISTANCE
37-CREDIT
38-GRELE
39-V O L
40-AVIATION
51-VIE
90-WHOLE ACCOUNTS

Tableau 16: Catégories des Line of Business

PCC		Effectifs	Pourcentage
Valide	CL	25796	19,4
	FCE	23776	17,9
	FCM	25710	19,3
	TTE	36720	27,6
	TTM	20869	15,7
	XX	44	,0
	Total	132915	100,0

Tableau 17: Catégories de Profit Center

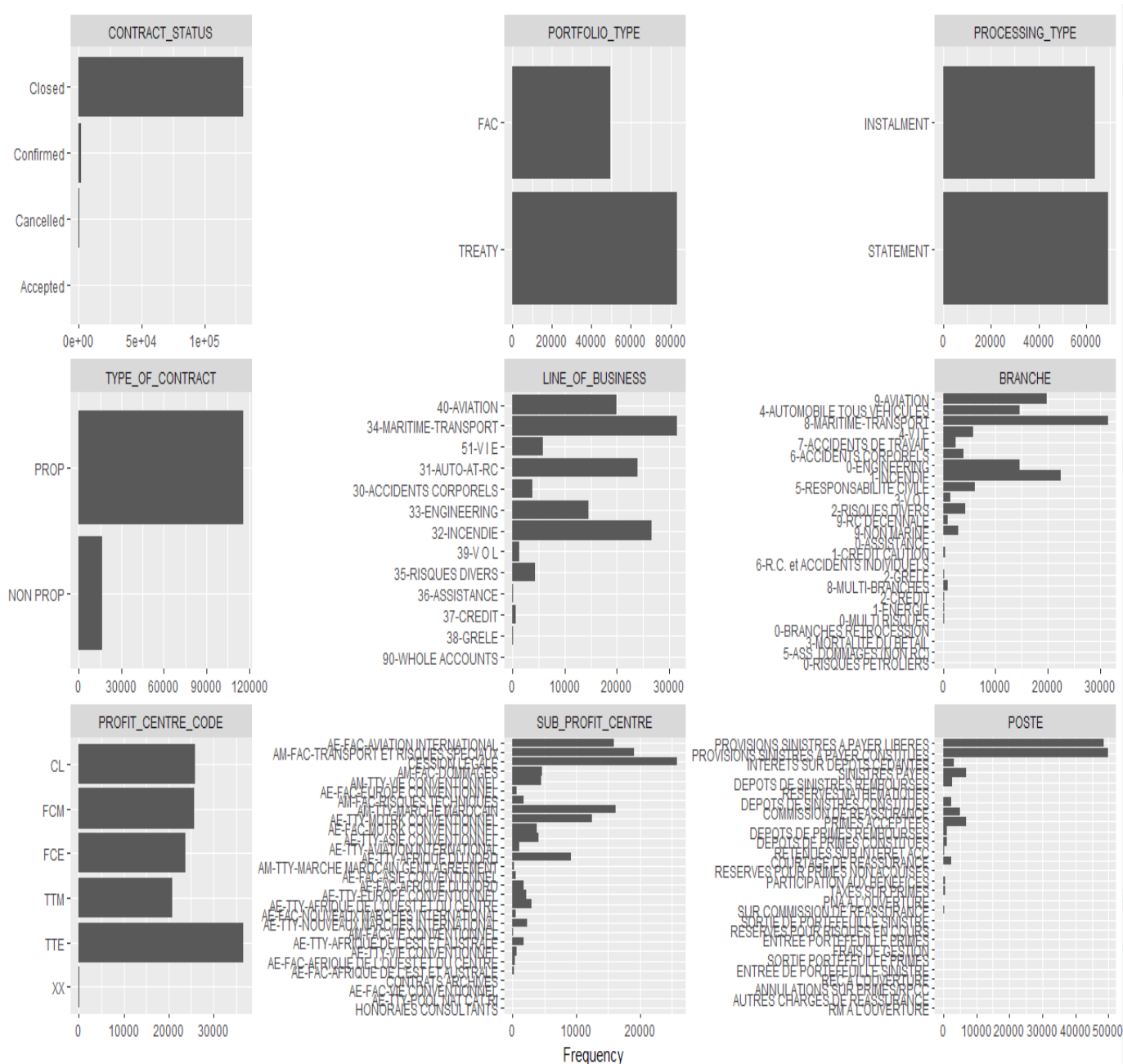


Figure 27: Détection de modalités à faibles effectifs

IW_CONTRACT_NUMBER	C
IW_UNDERWRITING_YEAR	I
OW_CONTRACT_NUMBER	C
OW_UNDERWRITING_YEAR	I
RETRO_PERCENTAGE	I
PART_SPLIT_IMMEDIATE_IND	C
RETROCESSION_PRIORITY	I

Figure 28: Champs de la base de données LINKAGE

AUTRES CHARGES DE REASSURANCE
 COMMISSION DE REASSURANCE
 COURTAGE EN RETRO
 DEPOTS DE PRIMES CONSTITUES
 DEPOTS DE PRIMES REMBOURSES
 DEPOTS DE SINISTRES CONSTITUES
 DEPOTS DE SINISTRES REMBOURSES
 FRAIS DE GESTION
 INTERETS SUR DEPOTS RETRO
 PARTICIPATION AUX BENEFICES
 PRIMES RETROCEDEES
 PROVISIONS SINISTRES A PAYER CONSTITUES
 PROVISIONS SINISTRES A PAYER LIBERES
 RETENUES SUR INTERET RET
 SINISTRES REGLES
 SUR COMMISSION DE REASSURANCE

Figure 29: Liste des postes rétro

Mesures de discrimination												
	Dimension											Moyenne
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
CONTRACT_STATUS	,117	,003	,205	,017	,563	,199	,044	,420	,432	,000	,000	,182
PORTFOLIO_TYPE	,913	,000	,074	,003	,001	,000	,000	,000	,000	,004	,004	,091
PROCESSING_TYPE	,325	,007	,002	,514	,002	,102	,031	,000	,006	,002	,009	,091
TYPE_OF_CONTRACT	,360	,008	,095	,389	,000	,097	,029	,000	,008	,003	,010	,091
PROFIT_CENTRE_CODE	,975	,995	,873	,340	,009	,595	,886	,002	,267	,055	,004	,455
RETROCESSION_IND	,598	,993	,232	,037	,590	,022	,005	,405	,031	,084	,000	,273
LINE_OF_BUSINESS ^a	,185	,993	,217	,174	,006	,065	,031	,002	,055	,029	,009	,161
BRANCHE ^a	,435	,993	,257	,221	,018	,127	,057	,011	,104	,053	,026	,209
SUB_PROFIT_CENTRE ^a	,977	,995	,883	,426	,022	,639	,898	,021	,338	,115	,011	,484
Total actif	3,288	2,007	1,482	1,300	1,166	1,015	,996	,828	,744	,147	,027	1,182
Pourcentage de variance expliquée	54,796	33,446	24,696	21,660	19,437	16,923	16,599	13,797	12,406	2,458	,448	19,697

a. Variable supplémentaire

Tableau 18: Matrice de mesure de discrimination toute dimension inclus

Distribution	Pareto(t ; α)	Log normal(t ; m ; σ)
Fonction densité	$f(x) = \alpha t^\alpha x^{-\alpha-1}$	$f(x) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-t)-m}{\sigma}\right)^2\right]}{(x-t)\sigma\sqrt{2\pi}}$
Fonction de répartition	$F(x) = 1 - (t/x)^\alpha$	$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x-t)-m}{\sigma}\right)$
Espérance	$E(X) = \frac{\alpha t}{\alpha-1} ; \alpha > 1$	$E(X) = e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}$
Variance	$\text{Var}(X) = \frac{\alpha t^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)} ; \alpha > 2$	$\text{Var}(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2m+\sigma^2}$

Tableau 19: Caractéristiques de lois Log Normal et Pareto

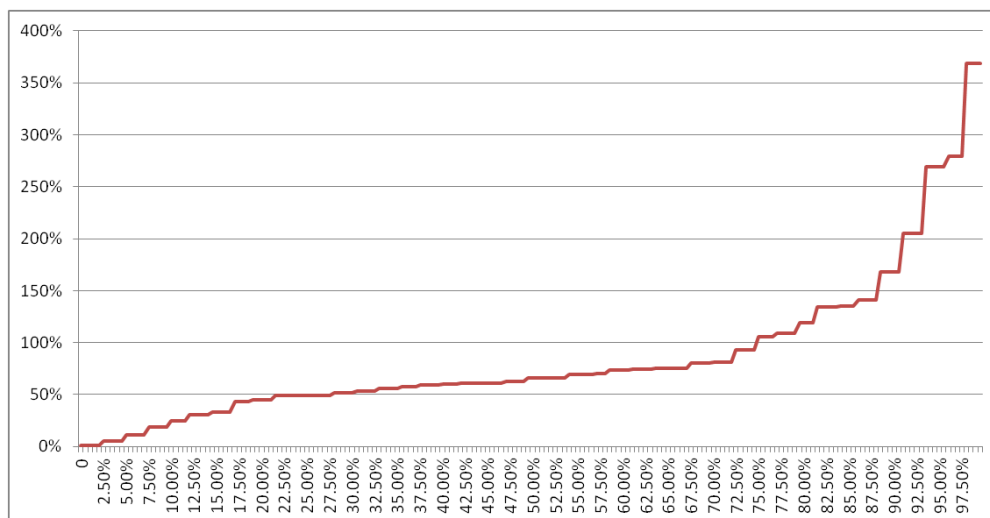


Figure 30: Fonction de répartition empirique construit sous Excel

```
> ks.test(sp,rlnorm(100000,splnorm$estimate['meanlog'], splnorm$estimate['sdlog']))

Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: sp and rlnorm(1e+05, splnorm$estimate["meanlog"], splnorm$estimate["sdlog"])
D = 0.14901, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: two-sided
```

Figure 31: Résultats test de Kolmogorov-Smirnov sous R