ROYAUME DU MAROC
--*-*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
--*-*-*-*-*-*-*-*-*-*

INSTITUT NATIONAL DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE
--*-*-*-*-*-*-*-*-*-*-

INSEA

INSEA

Projet de Fin d'Etudes
--*

Gestion du risque de marché : Value-At-Risk sur les options de change

Préparé par : **Mr Nabil AYOUB**
Mr Nabi Issa COULIBALY

Sous la direction de : **Mr Lahcen ACHY (INSEA)**
Mr Taoufik KHARROUBI (Attijariwafa Bank)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : Finance-Actuariat

Devant le jury composé de :

- **Mr Lahcen ACHY (INSEA)**
- **Mr Mahdi LAHLOU (INSEA)**
- **Mr Bachir HAMDOUCH (INSEA)**
- **Mr Taoufik KHARROUBI (Attijariwafa bank)**

Juin 2005

Table des matières

Introduction Générale

La banque d'aujourd'hui n'est plus celle qu'on connaissait il y a 30 ans. Le système et l'activité bancaire ont pris une nouvelle dimension dont les conséquences désagréables se font sentir un peu partout.

En effet au début des années 70, le système bancaire était administré et totalement règlementé, les autorités de tutelle contrôlaient aisément toutes les activités avec la plus grande prudence, puisque les domaines bancaires étaient restreints et les facilités d'une politique monétaire étaient recherchées.

Dans les années 80, le système financier a été bouleversé. Plusieurs raisons sont avancées dans ce sens : une déréglementation grandissante, la concurrence est devenue de plus en plus agressive, les relations internationales se sont développées, les banques ont commencé à exercer de nouvelles activités et à créer de nouveaux produits (options, futures, etc.) en donnant plus d'importance aux activités de marché. Ainsi, la notion de risque bancaire commence à paraître, les banques se sont rendues compte qu'elles sont soumises à un certain nombre de risques (risque de marché, risque de crédit, risque opérationnel…), qu'il convient de bien gérer, si l'on ne veut pas mettre en péril la pérennité de l'entreprise. D'autre part, les méthodes traditionnelles de contrôle prudentiel sont devenues inadéquates.

Dans cette envolée plusieurs crises ont été observées (Asie du Sud-est, Argentine), de grandes banques de référence ont fait faillite (ruine des Savings and Loans (caisses d'épargne) américaines au début des années 90, la faillite en 1994 de Banesto en Espagne, les difficultés du Crédit Foncier français en 1995, les problèmes de rentabilité des banques françaises et la quasi faillite de la Barings).
L'importance grandissante des opérations de marché et des risques inhérents à ces opérations a suscité de nombreuses réflexions de la part des instances bancaires internationales dont la plus connue est le comité de Bâle. Nous nous intéresserons dans ce mémoire uniquement au risque de marché.
En 1993, une approche dite standard a été établie pour gérer le risque de marché ; l'exigence en fonds propres est alors calculée d'une manière forfaitaire. Depuis l'amendement de Bâle en janvier 1996, les banques sont autorisées à calculer le niveau de fonds propres réglementaire par un modèle interne que l'on peut espérer plus précis et plus économique, mais qui doit remplir certains critères pour être homologué par la commission bancaire.
Les banques marocaines n'échappent pas à cette nouvelle réglementation puisqu'une circulaire de Bank Al Maghrib stipule qu'elles doivent disposer et appliquer la méthode standard d'ici 2007. Parallèlement, ces banques commencent à réfléchir sérieusement à l'élaboration de leur propre modèle interne de gestion des risques.

La méthode valeur en risque ou encore la Value-at-Risk, est la plus utilisée parmi les méthodes internes pour la gestion du risque de marché, elle permet de résumer le risque encouru en un seul chiffre donnant la perte potentielle éventuelle sur un horizon de temps fixé. Ils existent plusieurs approches VaR dont l'utilisation de l'une ou de l'autre dépend des caractéristiques de l'instrument financier étudié, de la précision recherchée et des contraintes d'implémentation constatées.

Nous étions chargés au sein du département de la gestion globale des risques de Attijariwafa bank de l'élaboration de modèles VaR pour la gestion des risques de marché. Nous avons ainsi traité lors de notre stage d'application, le risque sur les bons de trésor, les positions de change (spot) et les contrats de change à terme (forward) en adoptant la méthode RiskMetrics de JP.Morgan quitte à consacré notre projet de fin d'étude au risque sur les produits optionnels et au calcul d'une VaR de marché agrégée. Nous aurons ainsi fait le tour de tous les actifs financiers constituant le risque de marché de la banque.

Les options sont des instruments financiers assez complexes. Calculer la VaR sur ce genre d'actifs, présente relativement plus de difficultés étant donné d'une part, son caractère non linéaire par rapport aux facteurs de risque et d'autre part, le nombre considérable de facteurs de risque entrant en jeu.

L'objectif de ce mémoire est triple : D'abord, de calculer la VaR sur un portefeuille d'options de change par les différentes approches et de déterminer ainsi le niveau réglementaire de fonds propres, comparer les résultats obtenus dans le cadre de chaque approche, calculer l'exigence en fonds propres par la méthode standard et faire ressortir l'économie en fonds propres engendrée par l'utilisation d'un modèle interne. En suite, d'estimer la structure par termes des taux d'intérêt marocaine vu d'une part, son grand apport en terme de précision dans les approches VaR utilisées et d'autre part, son utilité pour la banque pour l'évaluation de ses contrats et l'optimisation de sa stratégie de gestion de portefeuilles et de gestion actif/ passif. Et finalement, de mener une réflexion sur le calcul d'une VaR agrégée pour les activités de marché, étant donné que nous disposions d'une VaR par actif financier (obligation, spot, forward et options mais qui ne sont pas de même nature) et que la VaR globale n'est probablement pas la somme des VaR.

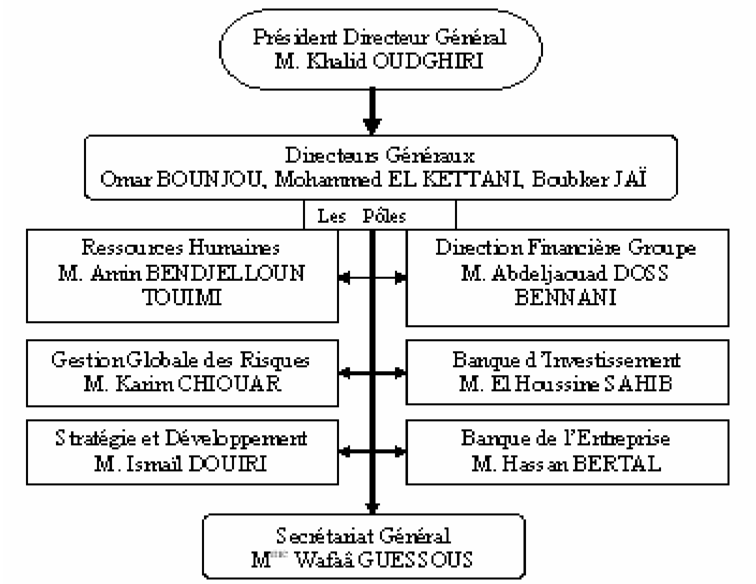
Pour répondre à ces objectifs, trois parties sont envisagées. La première présentera le marché de change marocain en donnant particulièrement plus d'intérêt à l'instrument objet d'étude qui est l'option de change ; cette partie exposera également la typologie des risques encourus par une banque et les recommandations de Bâle II pour leur gestion (en insistant sur le risque de marché). La deuxième partie détaillera la procédure suivie pour le calcul de la VaR sur les options de change, depuis la présentation des différentes approches à appliquer jusqu'à l'obtention et le commentaire des résultats et des comparaisons effectuées, en passant par l'adaptation de la méthodologie au cas étudié et la description des données utilisées. La troisième partie concernera l'estimation de la structure par termes des taux d'intérêt et l'illustration de son utilité pour le calcul de la VaR ; cette partie présentera aussi les résultats de notre réflexion sur la méthode de calcul d'une VaR agrégée pour le risque de marché.

Chapitre Préliminaire
Présentation de l'organisme d'accueil : Attijariwafa Bank

Attijariwafa Bank, désormais surnommée « le champion national », est la nouvelle banque née de la fusion entre la Banque Commerciale du Maroc (BCM) et Wafabank, suite à l'offre publique d'achat proposée par la première sur la deuxième, en novembre 2003. *Elle ambitionne de devenir un groupe bancaire et financier de référence, apte à encourager l'investissement étranger, à contribuer à la dynamisation des PME, à l'affirmation de grands groupes marocains et à stimuler la bancarisation du pays*. Attijariwafa Bank situe sa vocation dans une dimension régionale avec une perspective de rayonnement dans l'espace euro-méditerannéen, voire africain.

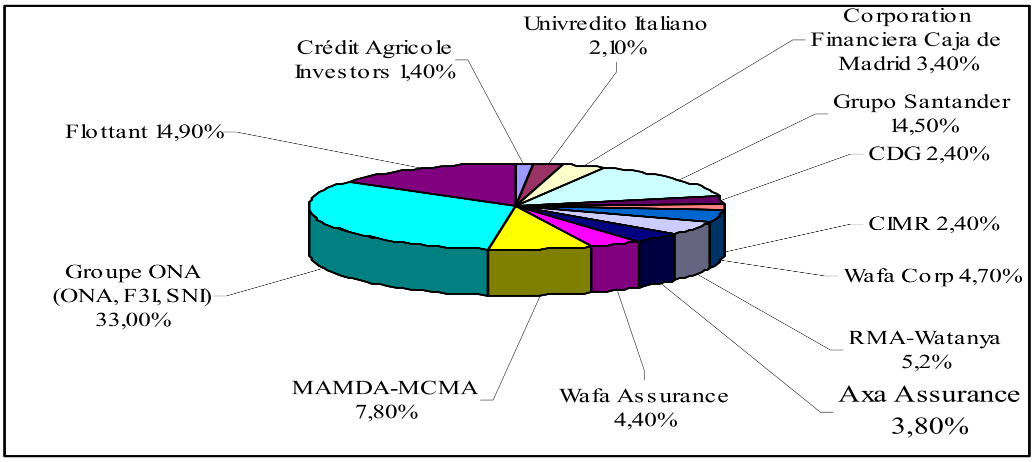
A\ Organisation et actionnariat

Dans le but d'atteindre ses objectifs Attijariwafa Bank s'est dotée d'une nouvelle configuration en termes d'organisation et de répartition géographique du capital. On assiste alors à la création de grands pôles d'activités et à la convergence vers une banque universelle.



Organigramme simplifié des membres du comité exécutif

A la bourse de Casablanca, 14,9% du capital d'Attijariwafa Bank est coté. L'entreprise a une structure d'actionnariat assez diversifiée, avec des actionnaires nationaux et étrangers. Cependant le groupe ONA est l'actionnaire majoritaire (33,0%) suivi d'un groupe italien (avec 14,5%).



Répartition du capital au 31/12/04

Nous avons été accueillis dans le pôle Gestion Globale des Risques, et il s'avère nécessaire de décrire succinctement la politique de gestion des risques de la banque.

B\ Fonctions et organisation de la GGR

La gestion des risques est centralisée au sein d'Attijariwafa Bank au niveau du pôle Gestion Globale des Risques qui se charge de la supervision, du contrôle et de la mesure des risques encourus par le Groupe à l'exception des risques opérationnels.

L'indépendance de cette structure vis-à-vis des autres pôles et métiers permet d'assurer une objectivité optimale aux propositions de prise de risque qu'elle soumet au comité de crédit et à leur contrôle.

L'organigramme issu de la fusion de la BCM avec la Wafabank respecte le principe de responsabilisation des risques aux pôles et métiers qui les proposent.
Ce pôle est organisé autour des entités suivantes :

- L'entité « **Risque de crédit** »

La mission principale est d'analyser et d'instruire les demandes de prise de risque émanant des différentes forces de vente de la banque. Elle a en outre pour prérogatives l'évaluation de la consistance et de la validité des garanties, l'appréciation du volume d'activité de la relation, le bien fondé économique des financements sollicités. Chaque Business Unit est dotée d'une structure d'engagement et d'une structure de recouvrement clairement indépendantes et hiérarchiquement liées au pôle Gestion Globale des Risques ;

- L'entité « **Surveillance et contrôle des risques de crédit** »

Sa fonction est de passer en revue régulièrement l'ensemble des engagements, d'examiner les états hebdomadaires des autorisations et utilisations, de relever les dépassements, et prendre les mesures nécessaires pour leur apurement ; d'appréhender les situations de lourdeur des comptes, de repérer les incidents de paiement, et de suivre avec le réseau la récupération de ces créances ;

- L'entité **« Surveillance et suivi des risques de marché »**

Sa fonction est de détecter, d'analyser et de suivre les différentes positions de la banque en matière de taux et de devises, de rationaliser ses positions par des autorisations formalisées et d'être alerte à toute déviation de ses positions ;

- L'entité **« Etudes économiques et sectorielles »**

Elle a pour mission de veiller sur l'actualité et l'évolution de secteurs d'activité, contribuer à la dynamique commerciale sectorielle, aider à la prise de décision en répondant à des besoins récurrents identifiés ou spécifiques ponctuels à travers la mise à disposition d'une production de documents ou de réponses sur mesure;

- L'entité « **Normes et méthodes** »

Cette entité est responsable de l'introduction et de la mise en place des techniques quantitatives de mesure des risques, des procédures et des techniques adéquates d'établissement des limites et des normes de fonctionnement des entités opérationnelles.
C'est dans cette entité que nous avons réalisé notre stage d'application et ce présent projet.

- L'entité **« Suivi Bâle 2 »**

Elle est en charge de la coordination transversale du chantier Bâle 2, sachant que les spécialistes risques crédit, marchés, et opérationnels sont responsables du développement des projets relatifs à chaque métier.

C\ Activités et résultas de la banque en 2004

La fusion ayant été effective au 1er septembre 2004, les comptes d'Attijariwafa bank au titre de l'exercice 2004 incluent 12 mois d'exercice BCM et 4 mois Wafabank (à partir du 1er septembre 2004). Les comptes 2003 des deux entités ont été retraités sur la même base afin de permettre la comparaison entre les deux exercices.
Les chiffres ont été tirés du document de présentation des résultats de la banque à la presse.

- La part de marché :

En 2004 les dépôts ont connu une augmentation de 4,97% à 83,8 milliards de DH, situant la part de marché d'Attijariwafa Bank à 28,98%. Selon la direction, *cette évolution est due principalement à l'action déployée par la banque dans la collecte de ressources non rémunérées* qui progressent de 9,52% et gagnent 2,45 points dans la structure des dépôts.

Les crédits par décaissement ont enregistré une croissance de 8,86% à 55,1 milliards de DH liée toujours selon la direction, à une hausse de 10,7% des crédits productifs, les créances en souffrances brutes marquant un recul de 3,4%. *Cela traduit à la fois le rôle actif de la banque dans le financement de l'économie et une gestion des risques en nette amélioration*. Ainsi la part de marché de la banque dans les crédits à l'économie a atteint 28,86%.

- Les résultats:

Le produit net bancaire (PNB), qui est égal à la somme de la marge d'intérêt, de la marge sur commissions, des résultats sur opérations de marché et autres produits nets bancaires, est l'indicateur de la création de richesse de la banque. Il a connu une croissance de 5,44%

à 3,1 milliards de DH, *principalement grâce à la bonne performance de la marge sur commissions (+21,1%).*

Les résultats sur opérations de marché représentent environ 8,41% du PNB, avec une bonne partie qui provient de l'activité sur le marché des changes. Comparée à l'exercice précédent l'activité de marché de la banque prend de plus en plus d'ampleur, et il est temps de s'y investir sérieusement.

Les charges d'exploitation ont évolué de 7%, *en raison des coûts d'intégration*. Ce qui donne un coefficient d'exploitation de 47,03%, qui était de 42,45% en 2003 pour la BCM uniquement. Rappelons que le coefficient d'exploitation est le rapport des charges générales d'exploitation sur le produit net bancaire ; ce qui veut dire donc que 47,03% de la richesse créée a été absorbé par les charges d'exploitation.

Ainsi le résultat brut d'exploitation a augmenté de 7,7%, conduisant à un résultat net 2004 de 685,5 milliards de DH contre 248 milliards pour l'exercice précédent.

- Des fondamentaux solides :

Les fonds propres de la banque, avant répartition des bénéfices, s'élèvent à 10,94 milliards de DH, conférant à la banque une assise financière solide pour ses projets de développement. Le total bilan quant à lui s'élève, au 31/12/04, à 100,964 milliards de DH.

- Le titre Attijariwafa Bank

Le cours de l'action au 31/12/04 était de 950DH. De la date de prise de contrôle de Wafabank par la BCM le 23 novembre 2003, le titre Attijariwafa Bank a enregistré une performance de +19,1% alors que le Masi flottant s'est amélioré de +15,3%.
Le bénéfice par action ressort à 35,52 DH et le dividende par action pour l'exercice 2004 était de 30 dirhams.

Malgré ces chiffres certains observateurs restent pessimistes quant à l'avenir de cette fusion, à cause des nombreuses démissions de cadres, et du faible taux de réussite des fusions selon des études internationales sur les résultats des fusions-acquisitions.
Mais selon le management, l'année 2005 sera l'année du déploiement de l'ensemble des forces vives de la nouvelle banque. Avec tout ce qui est entrepris, l'exercice 2005 devrait connaître une croissance significative des résultats, à travers la concrétisation des premières synergies de la fusion.
L'activité de la banque sur le marché financier est de plus en plus importante, et puisque nous serons particulièrement concernés par les options de change, alors il serait intéressant de décrire le marché des changes au Maroc ainsi que ses produits.

Partie I : Marché des changes, risques bancaires et réglementation

🕮 Marché des changes au Maroc

🕮 Risques bancaires & Bâle II

🕮 Value-At-Risk

Introduction

Cette première partie se veut être un prélude à l'étude menée dans ce projet. Ses objectifs sont donc d'une part, de nous placer dans un contexte précis à travers le paysage actuel du marché financier marocain, les options de change, et d'autre part de savoir ce à quoi sont confrontées les banques d'aujourd'hui dans leurs activités, et comment elles se prémunissent.
C'est ainsi que le premier chapitre décrira le marché des changes au Maroc, ses produits, ses acteurs et ses perspectives, tout en portant une attention particulière aux options de change.
Après une prise de contact avec l'environnement financier, le deuxième chapitre fera l'objet d'une présentation des divers risques bancaires, les évolutions dans leur gestion et les nouvelles réglementations à l'échelle nationale et internationale.
Enfin un troisième chapitre permettra de comprendre et de maîtriser l'outil qui est à la base des méthodes modernes de gestion des risques, la valeur en risque.

Chapitre 1

Le marché des changes au Maroc

Le marché des changes est un marché « virtuel » où s'échangent les différentes devises internationales. Le cours d'une devise représente le prix de cette devise par rapport à une autre et cette cotation résulte en principe de l'offre et de la demande.

Le marché des changes est l'un des marchés les plus animés dans le monde, vue l'importance des échanges internationaux.

Au Maroc, l'ouverture du marché des changes a eu lieu en Juin 1996 permettant aux différents opérateurs économiques d'opérer avec une certaine marge de liberté fixée par les autorités monétaires à savoir, Bank Al Maghrib (BAM), et l'office des changes. Les cours de change sont publiés par la banque centrale tous les jours ouvrés de 8h 30 à 15h30.

Voici les grandes caractéristiques du marché.

1.1 Concepts et définitions

a\ Techniques de cotation

Les cotations fournissent un cours d'achat et un cours de vente permettant la réalisation de deux types d'opérations : la vente (Ask) de devises et l'achat (Bid) de devises. Le spread d'une cotation est la différence entre le Ask et le Bid.
Deux types de cotation existent sur le marché des changes, la cotation au certain et la cotation à l'incertain.
La cotation au certain d'une devise signifie que le prix de la devise locale est exprimé en nombre d'unités des devises étrangères pour une unité de la devise locale. Le dollar par exemple est une devise cotée au certain sous la forme EUR/USD=S (1USD=S EUR)
La cotation à l'incertain signifie donc que le prix de la devise locale est exprimé en nombre d'unités pour une unité de devise étrangère.
Le dirham est une devise cotée à l'incertain sous la forme USD/MAD=S (1USD=S MAD).

b\ Notion de position courte et position longue

Un agent économique est dit être en position longue lorsque son actif est supérieur à son passif, c'est-à-dire qu'on lui doit plus qu'il ne doit.
Il est dit être en position courte lorsque son actif est inférieur à son passif, c'est-à-dire qu'il doit plus qu'on ne lui doit.
Par exemple quand une banque vend un (1) million de dollars à un client, elle se trouve en position courte en dollars et en position longue en dirhams. Il reçoit des dirhams et livre des dollars. Ou encore lorsque nous devrons rembourser une somme de 1 million de dirhams et recevoir 500 000 dirhams, alors nous sommes en position nette courte de 500 000 dirhams.
En résumé l'achat induit une position longue et la vente induit une position courte.

1.2 Acteurs du marché et salle des marchés

Les différents acteurs sur le marché des changes sont :
-La clientèle privée constituée des entreprises d'import-export, des investisseurs sur le marché des capitaux.
-Les banques commerciales : interviennent pour leur propre compte ou sont parfois des intermédiaires entre la clientèle privée et le marché. Attijariwafa bank et la BMCE (Banque Marocaine du Commerce Extérieur) sont les leaders au Maroc sur le marché des devises.
-**Banque Al Maghrib**.
BAM intervient pour réguler le marché dans le cadre de sa politique monétaire et pour fixer les cours de change aussi. En principe les cours ne devraient pas être fixés par la Banque Centrale mais déterminés par le libre jeu de l'offre et de la demande. Il se trouve que le dirham est une monnaie adossée à un panier de devises pondérées.
Les banques doivent verser mensuellement à la Banque Centrale une commission de deux pour mille (2‰) de tous les achats et les ventes de devises effectués avec la clientèle et les banques étrangères. Cette commission est reversée par BAM en faveur de l'Office des changes et au profit du Trésor.

Les banques commerciales disposent de « dealing room » ou « salle des marchés » pour agir pour leur propre compte ou pour la clientèle privée citée ci dessus.
Quant à l'organisation de la salle des marchés, elle est décentralisée en Front office, middle office et back office.
Le front office est le département de la salle où sont effectuées les opérations. On y distingue les différents desks qui sont le desk change, le desk trésorerie devise, le desk taux et le desk matières premières. Les différents desks sont animés par des traders qui sont chargés de coter les clients ; le desk change s'occupe des opérations de change à savoir le comptant ou spot et le terme ; Le desk taux s'occupe des obligations et le desk matières premières s'occupe de la commercialisation des matières premières.
Le Middle office assure un premier niveau de contrôle des opérations négociées par les traders et l'élaboration des reporting.
Le back office a pour rôle essentiel, la gestion administrative et comptable des transactions.
Le tout est administré par un système d'informations à travers une logistique en informatique et en télécommunication.

1.3 Activités du marché des changes

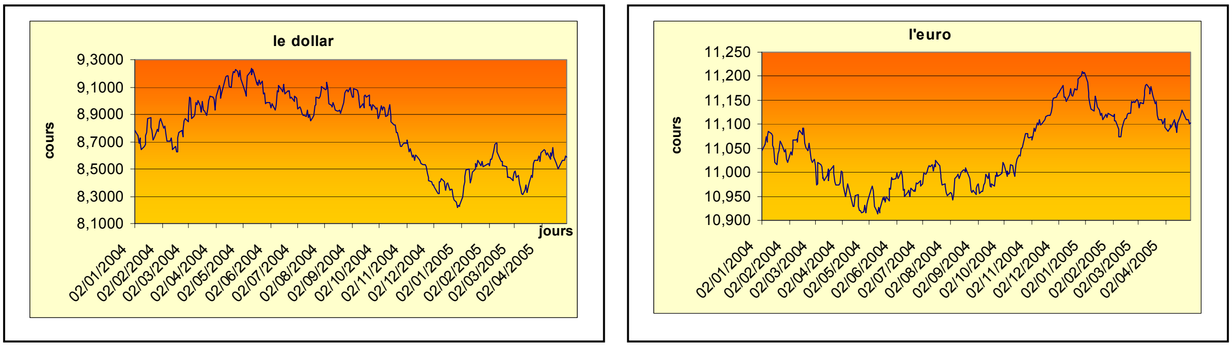
Seront décrits ici les divers produits commercialisés sur le marché.

a\ Le change au comptant

Le marché au comptant consiste en l'achat ou la vente d'une devise contre une autre à un prix fixé aujourd'hui (j) et dont la livraison se fera dans deux jours (j+2).

La livraison ne se fait pas physiquement mais simplement en débitant ou en créditant les différents comptes de chaque contrepartie.
Sur le marché marocain, les transactions portent sur 16 devises.

La banque qui détient une position en devises court un risque. La valeur de marché de sa position pourrait s'apprécier ou se déprécier selon le cours de change du jour, puisque la banque en position courte devrait convertir par exemple des dirhams pour livrer des devises ; et si le cours de change devise/dirham augmente, il lui faudra alors plus de dirhams le jour de la livraison que ce qu'il lui faut aujourd'hui. Le risque lié aux opérations de change au comptant est principalement le risque dû à des fluctuations défavorables des cours de change. On parle alors de la volatilité de la devise, caractérisée par l'écart-type des rendements de la devise. Nous prenons l'exemple de la variation du cours de change EUR/MAD et USD/MAD pour illustrer la volatilité.



Graphique 1.3-1 : Evolution des cours EUR/MAD et USD/MAD du 02/01/04 au 29/04/05.

b\ Les opérations de dépôts

C'est le marché sur lequel se traitent des opérations de trésorerie en devises concrétisées par des emprunts en devises (avance en devises) et des prêts. Ce marché est aussi appelé marché interbancaire. Il est organisé selon des règles très précises quant aux taux, durées et calculs d'intérêts. En février 2005 le volume moyen des échanges quotidiens sur le marché interbancaire marocain était de 3,3 milliards de DH.[1]

Le marché de Londres est la plus grande place où sont cotés les taux d'intérêts sur les opérations de dépôts. Le taux de référence est le LIBOR (London Interbank Offered Rate).

c\ Le change à terme

Pour se couvrir contre le risque de change, les agents économiques utilisant des devises étrangères (notamment importateurs et exportateurs) ont souvent recours au change à terme ou forward.

Un contrat de change à terme ou forward est un accord d'échange à une date future, d'un montant dans une devise donnée contre un autre libellé dans une autre devise, à un cours de change fixé d'avance.
Il peut s'agir d'une vente à terme ou d'un achat à terme.
Au Maroc la maturité maximale pour un contrat forward est d'une année (365 jours).
Pour fixer le cours de change futur, la banque a recours à une technique financière consistant à utiliser le taux de change spot courant et les deux taux d'intérêt dans chaque devise correspondant à la maturité du contrat.

1.4 Les produits dérivés : swaps, futures, options.

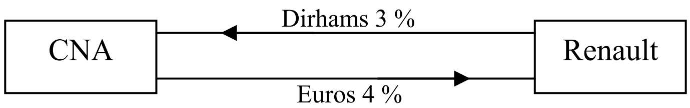
Un produit dérivé peut être défini d'une manière générale comme un contrat dont la valeur dépend du prix d'un actif sous-jacent. Le sous-jacent peut être un taux d'intérêt, un indice boursier, un cours de change ou des marchandises. Les swaps, les options, les futures, sont des exemples de produits dérivés.

[1] Magazine « Economie & Entreprises », Mai 2005/ N°71.

Au Maroc, c’est à partir de Juin 2004 que le marché des options de change est fonctionnel sous l’autorisation de BAM et de l’office des changes selon une circulaire stipulant que *toutes les opérations doivent être adossées à des opérations commerciales ou financières*, donc pas de spéculation ou d’arbitrage mais simplement de la couverture.
La gestion des risques étant la motivation la plus courante de l'utilisation des produits dérivés, les objectifs poursuivis par les entreprises en la matière peuvent être : la gestion de la fluctuation des bénéfices, la gestion de la volatilité des cash-flows, la gestion des éléments ou ratios du bilan ou la gestion de la capitalisation boursière de la société.

- Swap

Un swap est un accord entre deux entreprises pour échanger des flux de trésorerie dans le futur ; cet accord définit les dates auxquelles ces cash-flows seront échangés et la façon dont ils seront calculés. Généralement, ils dépendent d’une ou plusieurs variables économiques comme un taux d’intérêt ou un cours de change.[2] C’est ainsi qu’on parle de swap de taux ou de devise. Voici un exemple concret:
Considérons un swap de devises à 4 ans entre une société marocaine CNA, et Renault, débutant le 1er mai 2005. CNA paie un intérêt de 4 % par an en euros à Renault et reçoit 3 % en dirhams de Renault. Les principaux sont respectivement égaux à 20 millions de dirhams et 10 millions d’euros, avec des intérêts payés annuellement.



Graphique 1.4-1 : Swap de devises.

A la date initiale, les principaux s’échangent dans le sens inverse des flèches apparaissant sur le graphique. Par contre, les intérêts pendant la durée de vie du swap et l’échange final de principal vont dans le sens des flèches. Par conséquent, au démarrage, CNA paie 20 millions de DHS à Renault et Renault paie 10 millions d’euros à CNA. Chaque année, CNA reçoit 0,6 millions de dirhams (3 % de 20 millions) et paie 0,4 millions d’euros (4 % de 10 millions). A la fin du swap (après 4 ans), CNA paie un principal de10 millions d’euros et reçoit 20 millions de dirhams.

- Future

Un contrat « futures » comme un contrat forward est un accord entre deux parties pour acheter ou vendre un actif donné à une date future pour un prix convenu. A l'inverse des contrats forward, les contrats « futures » sont négociés sur des marchés organisés ; les autorités de marché définissent des contrats standardisés pour assurer la liquidité et il existe un mécanisme qui permet d’assurer à l’acheteur et au vendeur la bonne fin des opérations. Au Maroc il n’y a pas encore de contrats « futures ».

- Option

Avec l’ouverture progressive de l’économie marocaine sur le marché extérieur, le dirham devient de moins en moins prévisible ; l’utilisation des contrats à terme ne répondant plus entièrement aux besoins de couverture, les options de change commencent à prendre place. S’agissant des options de change, cet instrument fera l’objet du point suivant.

[2] Voir détails dans John Hull, « Options, futures et autres actifs dérivés », 5ème édition 2004.

1.5 Options de change

Une option est le droit mais non l'obligation, d'acheter ou de vendre un actif à un cours et pour une période préalablement fixés. Ce droit justifie le paiement d'une prime au vendeur de l'option.
L'actif sur lequel porte l'achat ou la vente est appelé sous-jacent, et il peut être une valeur mobilière, un indice boursier, l'or, ou un taux d'intérêt. L'option de change est le terme utilisé pour désigner une option dont l'actif sous-jacent est une position en devises. Les options de change se distinguent par la nature de la devise sous-jacente, le sens de l'opération (achat ou vente) et les conditions d'exercice de ce droit (à une échéance fixe ou à tout moment).

a\ Calls/Puts et modalités d'exercice

- Call ou Put ?

Call : droit d'acheter une devise, un call euro dirham est le droit d'acheter des euros contre vente de dirhams.
Put : droit de vendre une devise, un put euro dirham est le droit de vendre des euros contre achat de dirhams.

Contrairement à un contrat à terme, une option représente un droit, et non une obligation.
L'acheteur d'une option acquiert ainsi un droit qu'il n'exercera que s'il en retire un profit ; ce qui n'est pas le cas pour le change à terme où le client est contraint de dénouer sa position.

- Américaine ou européenne ?

Une option est dite *européenne* lorsqu'elle ne peut être exercée qu'à une date fixe, qui correspond à l'échéance du contrat.
Elle est dite *américaine* lorsqu'elle peut être exercée n'importe quel jour ouvré sur les marchés concernés jusqu'à la date d'expiration.

Contreparties et vie d'une option
Dans tout contrat d'option devises, on trouve deux contreparties :

- L'acheteur : il détient le droit, mais non l'obligation d'acheter ou de vendre l'actif concerné et il paie la prime.
- Le vendeur : il a l'obligation d'acheter ou de vendre l'actif concerné, à la demande de l'acheteur de l'option et il reçoit la prime.

Après la naissance d'un contrat d'option devises, trois événements majeurs peuvent se produire : l'exercice de l'option, la clôture de la position ou l'expiration de l'option.
L'acheteur de l'option a le pouvoir de provoquer ces trois événements, le vendeur ne peut que les subir ; il peut cependant choisir de clôturer sa position avant expiration.

b\ La prime d'une option : éléments de détermination

La prime d'une option devises dépend principalement de trois éléments fondamentaux : la valeur intrinsèque, la volatilité, la valeur temps

- La valeur intrinsèque

Elle se définit comme étant le bénéfice qui résulterait d'un exercice immédiat de l'option. C'est la différence entre le cours spot et le prix d'exercice dans le cas d'un call et l'opposé de cette différence dans le cas d'un put. On distingue ainsi des options

- In the money (ou dans la monnaie): option dont la valeur intrinsèque est positive
- Out of the money (hors de la monnaie): option dont la valeur intrinsèque est négative
- At the money (à la monnaie) : option dont le prix d'exercice est égal au cours à terme dans le cas d'une option européenne ou au cours comptant dans le cas d'une option américaine.

- La volatilité

Elle reflète l'amplitude de variation des devises. Plus les fluctuations des devises sont élevées, plus la volatilité croit.
Pour les puristes de la théorie des options, intervenir sur le marché des options devises revient souvent à prendre une position sur la volatilité.

La volatilité historique : elle reflète l'amplitude des variations d'une devise sur une période spécifique dans le passé, observée à intervalles déterminés. On utilisera par exemple la volatilité sur un mois sur une base d'observations quotidiennes. Le calcul de cette volatilité passe par la formule suivante :

$$Volatilit\acute{e}\ annualis\acute{e}e = Ecart\_type \times \sqrt{Nombre\_d'observations / an}$$

L'écart-type est calculé ici sur une série de rendements périodiques (quotidiens par exemple) du cours concerné.
Le nombre d'observations par an correspond au nombre de périodes élémentaires (jours ouvrés par exemple) dans une année.

La volatilité implicite : c'est la volatilité traitée sur le marché. Pour la calculer, on utilise la formule d'évaluation de la prime de l'option (voir chapitre 4) en fixant tous les paramètres de calcul y compris la prime; puis résoudre l'équation dont l'inconnu est la volatilité.

Sur le marché, les volatilités historique et implicite sont généralement différentes, puisque la seconde s'appuie sur la première en intégrant les anticipations du marché.

- La valeur temps

La valeur temps d'une option se définit de la manière suivante :

Valeur temps = Prime de l'option – Valeur intrinsèque

Il parait déjà qu'une option à 1 mois sera moins coûteuse qu'une option à 6 mois, l'incertitude sur la valeur intrinsèque à l'échéance étant moins grande.
Plus l'option s'approche de la date d'expiration, plus la valeur temps décroît pour s'annuler totalement.

c\ Les caractéristiques d'un contrat d'option devises

Un contrat optionnel est parfaitement déterminé par :
- Type : Call/Put
- Catégorie : américaine/européenne
- L'actif sous-jacent
- Prix d'exercice (cours auquel s'effectuera la transaction en cas d'exercice de l'option)
- La date d'exercice : date limite à laquelle l'option pourra être exercée.
- Le montant
- La prime de l'option : coût d'acquisition d'un contrat d'option devises.

Dans un environnement où les cours de change fluctuent beaucoup; les opérateurs économiques peuvent ainsi se couvrir avec flexibilité et, avec l'ouverture du Maroc sur l'économie mondiale, ses opérateurs auront intérêt à recourir à ce produit dérivé. Un exemple mettant en exergue l'utilisation des options est donnée dans l'annexe II.

Le dirham n'est pas sous un régime de change flottant, sa valeur est plutôt fonction d'un panier de devises dont principalement le dollar et l'euro. Des analyses statistiques conduisent à conclure que le dirham dépend globalement à 80% de l'euro et à 20% du dollar[3].

Le Maroc semble être un peu en retard par rapport à ses homologues américain et européen dans l'utilisation des produits dérivés, seuls les options de change et les swaps sont actuellement commercialisées sur la place marocaine et ne portent que sur les devises euro et dollar. Les entreprises marocaines commencent à porter plus d'intérêt à ces produits financiers.

Comme toute entreprise, l'objectif d'une banque, malgré sa particularité, est de créer plus de valeur, se rentabiliser plus et contribuer au développement économique du pays. Ceci ne peut se faire sans courir des risques. Alors quels sont ces risques, comment ils sont gérés et comment doivent ils être gérés fidèlement ? Les réponses à ces questions feront l'objet du chapitre suivant !

[3] Kargougou Kimbila: « Les options de change, pricing et hedging », Projet de fin d'études INSEA 2002

Chapitre 2

Risques bancaires et Bâle II

« *Un risque correspond à l'occurrence d'un fait imprévisible – ou à tout le moins certain – susceptible d'affecter les membres, le patrimoine, l'activité de l'entreprise et de modifier son patrimoine et ses résultats* »[4].
Déjà il faut donc distinguer le caractère aléatoire et imprévisible (qui est l'origine du risque) de l'enjeu (conséquence finale).

Il est commun de dire que le métier du banquier est le métier du risque. Ce qui est tout a fait exact. Le risque est une source de profit pour une banque et celle qui n'en prendrait aucun prendrait le plus grand des risques : faire faillite !Le risque n'est donc pas le fait de prendre des risques mais d'en prendre trop ou de mal les contrôler. Ce qui provoque inéluctablement des difficultés et des pertes qui affectent la rentabilité et les fonds propres. La persistance ou la profondeur de ces pertes peut conduire à la défaillance.

Le comité de Bâle a essayé de réguler cet aspect et de trouver des solutions pour s'en protéger. Il a ainsi émis un certain nombre de règles et de démarches à suivre par les établissements financiers.

2.1 Principaux risques bancaires

L'identification des risques constitue une étape très importante dans le processus de gestion des risques, car une fois identifiés, il est possible de les mesurer et de prendre les remèdes destinés à les limiter. Voici divers risques auxquels un établissement financier peut faire face.

a\ Risque de crédit

Le risque de crédit peut être défini comme le risque de pertes consécutives au défaut d'un emprunteur sur un engagement de remboursement de dettes qu'il a contractées. En général, on distingue trois composantes :

- Le risque de défaut correspond à l'incapacité du débiteur à faire face à ses obligations. L'agence Moody's Investors Service retient la définition suivante du risque de défaut : « *tout manquement ou tout retard sur le paiement du principal ou des intérêts* ».
- La deuxième composante du risque de crédit provient de l'incertitude pesant sur le taux de recouvrement une fois le défaut survenu.
- La dégradation de la qualité du crédit constitue la troisième source de risque portant sur une dette. Si la perception de la qualité de l'emprunteur se détériore, la prime de risque accordée par les marchés financiers s'accroît en conséquence. De plus, si l'emprunteur bénéficie d'une note de la part d'une agence de notation, celle-ci est susceptible de se dégrader suite à la perception négative des marchés.

[4] Elie Cohen.

Le risque de crédit demeure la première cause des difficultés et des faillites des banques. Les sommes prêtées non remboursées, suite à la défaillance de l'emprunteur, doivent être déduites des fonds propres qui peuvent alors devenir insuffisants pour assurer la continuité de l'activité.

b\ Risque de marché

Le risque de marché est présenté de la manière suivante dans le texte de la Commission Bancaire française: Le risque de marché, *défini comme le risque de pertes sur les positions du bilan et du hors bilan à la suite de variations des prix de marché*, recouvre :

- Les risques relatifs aux instruments liés aux taux d'intérêt et titres de propriété du portefeuille de négociation.
- Le risque de change et le risque sur produits de base encourus pour l'ensemble de l'activité de bilan et hors - bilan.

L'activité de marché concentre et amplifie tous les risques bancaires traditionnels. Le développement exponentiel des volumes traités sur les marchés traditionnels, et surtout sur les nouveaux marchés de produits dérivés, a considérablement amplifié les risques. Les pertes peuvent se produire dans tous les compartiments du marché financier et sont la conséquence des variations des cours de change, des taux d'intérêt, des actions ou des matières premières.

Notre travail portera uniquement sur la gestion du risque de marché, la compréhension de sa définition et des différents facteurs pouvant l'engendrer est primordiale.

c\ Risque opérationnel

Le 28 septembre 2001, le Comité de Bâle a proposé la définition suivante :
« *Les risques opérationnels se définissent comme le risque de pertes dues à une inadéquation ou à une défaillance des procédures, personnels, systèmes internes ou à des événements extérieurs* » (Thoraval [2001]).
Il est nécessaire de préciser les types de perte que comprend cette définition :
- Risque de désastre - Risque de fraude - Risque technologique - Risque juridique
Risque de liquidité
Ce risque découle de la fonction de transformation d'échéance d'une banque ; le terme des emplois étant généralement supérieur à celui des ressources, la banque peut se trouver confrontée à deux situations délicates :

- Ne pas pouvoir honorer ses engagements à court terme,
- Avoir des ressources dont le terme à tendance à se raccourcir alors que les emplois demeurent à terme inchangé.

La première situation appelée aussi risque d'illiquidité immédiate, est celle ou la banque est dans l'impossibilité de faire face à une demande massive et imprévue de retrait de fonds de la clientèle ou d'autres établissements de crédit, les autorités monétaires veillent au niveau de ce risque grâce au rapport de liquidité.
La seconde situation, appelée risque de transformation, est surveillée par le coefficient de fonds propres et de ressources permanentes.

d\ Risque systémique

Les établissements de crédit sont interdépendants les uns par rapport aux autres. Les pertes consécutives à la défaillance d'un établissement sont supportées, par un effet de contagion, essentiellement par le système bancaire, sous trois formes :

- Les opérations interbancaires, conclues avec l'établissement défaillant, se traduiront par une perte pour l'établissement prêteur.
- La solidarité des places oblige fréquemment tous les établissements à participer à l'apurement du passif de l'établissement défaillant.
- Les actionnaires d'un établissement de crédit sont fréquemment d'autres établissements qui devront, conformément à leur rôle, participer au sauvetage de l'établissement défaillant.

La défaillance d'un établissement de crédit va donc déclencher des difficultés dans d'autres établissements et risque de mettre en péril tout le système bancaire.

L'étape suivant l'identification des risques sera la mesure et la gestion de ces risques. Cependant, les spécificités et les détails de cette gestion diffèrent selon le type de risque, l'instrument financier considéré, les caractéristiques du marché financier et plusieurs autres critères.
La section suivante montre comment le comité de Bâle a régulé la gestion des risques et comment il suggère de les gérer ?

2.2 Bâle II et gestion des risques

Le comité de Bâle a été institué en 1975 par les gouverneurs des banques centrales des pays du G7. Actuellement, c'est un forum de coopération régulière en matière de contrôle bancaire rattaché à la Banque des Règlements Internationaux, qui tente d'établir des normes minimales de contrôle bancaire communes à tous les pays. Même s'il n'a aucun pouvoir règlementaire, ce groupe de travail a une influence énorme sur les normes règlementaires.
Dans cette section, nous mettrons en évidence l'importance des fonds propres dans la gestion des risques bancaires, les principales réglementations établies dans ce sens, ainsi que les deux grandes approches de mesure de risque, à savoir la méthode standard et la méthode « modèle interne ».

a\ Importance des fonds propres

Voici le bilan simplifié d'une banque :

Tableau 2-1 : Bilan simplifié d'une banque

Actif	Passif
Actifs immobilisés	Fonds propres
Crédits et prêts	Dettes
Titres	Dépôts
Trésorerie	

Les fonds propres (ou le capital) sont un élément du passif d'une banque. Ils regroupent :
Les actions ordinaires et les certificats d'investissement− Les réserves − Le résultat non distribué − etc.

Les autres éléments du passif d'une banque sont les dépôts, l'épargne des ménages, ainsi que les dettes.
A l'actif, nous trouvons les crédits et les prêts aux ménages et aux entreprises, les services, le portefeuille de titres, etc.

Le rôle des fonds propres est triple:

- « Les fonds propres sont nécessaires à la croissance ».

Les fonds propres sont le moteur de l'activité de la banque. A cause des contraintes externes (par exemple, la réglementation) et internes (imposées par exemple par les actionnaires), ces fonds propres dimensionnent le risque de la banque, et donc l'activité de la banque. La croissance de l'établissement financier dépend donc de l'évolution de son capital.

- « Les fonds propres sont une garantie vis-à-vis des créanciers ».

Ils servent à garantir l'activité de la banque. En particulier, ils doivent permettre d'absorber les fortes pertes dues à des éléments exogènes et/ou inattendus.

- « Les fonds propres sont les ressources les plus chères (exigence de rentabilité ».

Puisque les fonds propres permettent de couvrir les risques, ils sont rémunérés. Le taux de rémunération est appelé Return on Equity ou ROE. L'objectif de la banque est donc d'offrir le ROE le plus élevé à ses actionnaires (prendre le moins de risque et dégager le plus de résultat net).

L'objectif de la mesure des risques est d'évaluer avec une précision satisfaisante le niveau des fonds propres nécessaires à la couverture de ces risques.

b\ Du ratio Cooke au ratio Mc Donough

En 1988, le Comité de Bâle propose un ratio international de solvabilité, c'est le fameux ratio Cooke (du nom du président du Comité de Bâle de l'époque) qui correspond au rapport entre le montant des fonds propres FP et celui des encours pondérés de crédit EPC.

$$\frac{FP}{EPC} \geq 8\% \quad \text{Ratio Cooke}$$

L'Accord de Bâle a été adopté par le Parlement Européen en 1993. La réglementation a évolué progressivement pour prendre en compte les risques de marché.
Ainsi, le Comité de Bâle a publié le 16 janvier 2001 le second document consultatif pour une réforme de la réglementation prudentielle.

Les motivations du nouvel Accord sont multiples. La première d'entre elle est la modification de l'assiette des risques (contenant désormais le risque de crédit, le risque de marché et le risque opérationnel) et on parle maintenant du ratio Mc Donough :

$$\frac{FP1 + FP2}{Risque \cdot crédit + Risque \cdot opérationnel + Risque \cdot marché} \geq 8\%$$

La seconde motivation de l'Accord est de rapprocher la réglementation des pratiques en vigueur pour le pilotage des risques, afin que l'exigence en fonds propres soit plus sensible au risque réel de la banque. A terme, l'idée est d'autoriser les banques, sous certaines conditions, d'utiliser les modèles internes pour mesurer le risque de crédit et le risque opérationnel, comme cela se fait déjà pour le risque de marché.

c\ Réglementation prudentielle et gestion du risque de marché

Etant donné que le travail qui a été élaboré au sein de la banque n'a concerné que le risque de marché, ce paragraphe sera consacré seulement à la réglementation prudentielle pour le risque de marché.

Le développement des marchés financiers dans les années 80 et surtout dans les années 90, a conduit les autorités de contrôle bancaire et les autorités de marché à prendre un certain nombre de décisions pour réguler ces marchés. En particulier, ces décisions ont concerné fortement les risques de marché.
Pour mesurer les exigences de fonds propres pour les risques de marché, les établissements ont le choix entre deux types d'approches :

- L'approche standard, qui en général surestime les risques et demande des fonds propres énormes.[5] Par cette approche les fonds propres sont calculés par type d'actifs financiers et l'exigence totale est la somme des exigences par actif.
- L'approche modèle interne. L'utilisation de cette méthode, subordonnée à la réalisation de certaines conditions, « *est soumise à l'approbation explicite du Secrétariat Général de la Commission Bancaire* ». Par cette approche interne, l'exigence de fonds propres pour le risque de marché correspond à la valeur la plus élevée entre : i) la perte potentielle du jour précédent; et ii) la moyenne des pertes potentielles sur les soixante derniers jours ouvrés, multipliée par un facteur de multiplication. C'est-à-dire :

$$CR_t^{marché} = Max\left((3+\varepsilon)\frac{1}{60}\sum_{i=1}^{60} VAR_{t-i}, VAR_{t-1}\right), 0 \le \varepsilon \le 1 \qquad \text{(Eq 2.2-1)}$$

Où VaR_{t-i} est la valeur en risque pour le portefeuille global de marché au jour (t-i), calculée sur 10 jours avec un niveau de confiance de 99%.
Le facteur ε est fixé pour chaque banque selon la crédibilité et la maîtrise de ses méthodes de gestion des risques, mais comment ?

ε est obtenu à partir des contrôles ex post (backtesting) qui visent à s'assurer que le degré de couverture observé correspond bien au niveau de confiance de 99%.
Le backtesting[6] porte sur la VaR un jour, et non sur la VaR pour une période de détention de 10 jours.

[5] Les méthodes standard ne faisant pas l'objet de notre projet, le lecteur pourra lire le document sur le site de la commission de supervision bancaire de Bâle II : www.bis.org/publ/bcbs24.pdf

[6] Le Backtesting est une technique de test de la validité du modèle de calcul de la VAR, qui consiste à se baser sur des observations historiques de calcul de la VAR (par le même modèle élaboré) et voir par la suite si cette VAR calculée encadrait réellement la perte potentielle réalisée (en valeur absolue) en la comparant au P&L théorique. Le P&L de la journée t est la différence entre la valeur réelle du portefeuille en t et sa valeur en t-1.
Il s'agit donc pour un historique de n jours de comparer pour chaque journée t de cet historique la VAR_t avec le $P\&L_t$. Une exception est une situation où le P&L dépasse la VAR.

Remarquons que contrairement à l'approche standard, dans l'approche interne on raisonne en termes de facteurs de risque et non en termes d'actifs financiers, ce qui laisse présager une intuition de prise en compte de la diversification et des corrélations des risques.

Les banques ont vite adopté les modèles VaR pour réduire l'exigence de fonds propres, d'ailleurs c'est l'un des objectifs de notre travail qui consiste à mettre en évidence l'économie de fonds propres dans l'utilisation de la VaR pour le calcul des fonds propres réglementaires.
La Commission Bancaire tolère l'utilisation combinée des modèles internes et de la méthode standardisée. Mais elle prête une attention particulière à la permanence des méthodes, ainsi qu'à leur évolution afin de s'orienter vers un modèle global qui tient compte de l'ensemble des risques de marché.

Les modèles internes développés par les établissements financiers doivent respecter des critères qualitatifs et quantitatifs afin de gagner l'approbation de la Commission Bancaire après la période de suivi et de test menés par cette dernière.

Rappel :
Pour le moment le risque de change est régulé au Maroc par BAM qui exige deux conditions :
La position détenue dans chaque devise ne doit pas dépasser 10% des fonds propres de la banque, et la position nette globale ne doit pas dépasser 20% des fonds propres. Cette dernière correspond au maximum de la somme des positions nettes longues et la somme des positions nettes courtes.

Avant de passer à l'application des méthodes internes aux options de change, il est indispensable d'avoir une base suffisante en la matière. Le chapitre suivant présente ce concept de Value-At-Risk, son origine et ses fondamentaux.

Chapitre 3

Value-At-Risk

Comment définir la perte maximale sur un instrument financier ?

Est-ce la perte la plus importante depuis cinquante ans ? Dans ce cas, est-il réellement possible qu'elle se reproduise ?

Les mathématiques apportent une réponse à ces questions en définissant la perte maximale possible comme la perte dont la probabilité d'occurrence à un horizon donné est inférieure à un certain niveau, par exemple 1 %.

Un investisseur ou un trader en fin de journée, est sur une position courte en devise Euro correspondant à un (1) million de dirhams. Il aimerait savoir jusqu'à combien peut- il perdre d'ici demain. Quelle est alors sa perte potentielle d'ici demain, pour un niveau de confiance donné ?

Nous pouvons répondre à cette question en calculant la VaR de sa position.

3.1 Principes et définitions

La Valeur en Risque, plus connue sous le nom anglais *Value-at-Risk* ou *VaR*, est une mesure de la perte potentielle que peut subir un portefeuille d'instruments financiers suite aux fluctuations des facteurs de marché, avec un niveau de probabilité donné, un horizon de temps fixé et dans des conditions normales de marché.
Elle permet de répondre à la question suivante : *Combien l'établissement financier peut-il perdre avec une probabilité (1- α) pour un horizon de temps h fixé ?*

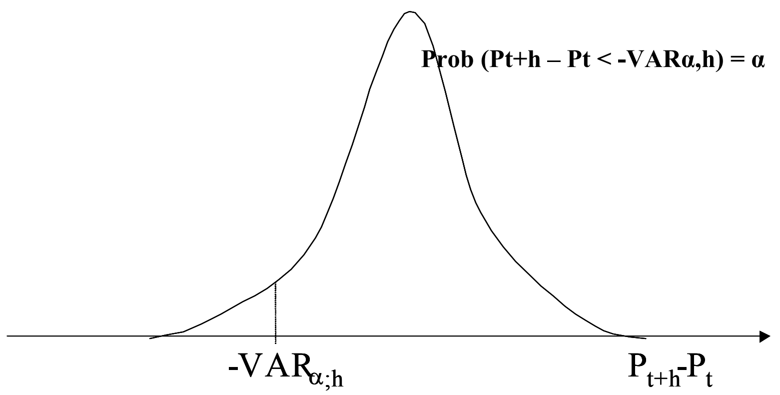
Statistiquement, la VaR peut être définie comme étant un quantile de la distribution des P&L théoriques d'un portefeuille, résultants des mouvements possibles des facteurs de risque de marché, sur un horizon de temps fixé.
Le P&L d'un portefeuille de valeur P, sur un horizon de h jours est donné par :

$$\text{P\&L}(t\,;h)= \Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t.$$

Un point important est que nous ne connaissons pas avec certitude la variation des facteurs de risque au delà de h jours, et pour cette raison, des prévisions seront faites à partir des volatilités et corrélations historiques. Ces variations sont intégrées dans le P&L ($\Delta_h P_t$) auquel nous étudierons la distribution statistique, toujours en liaison avec l'horizon de temps fixé.
Par définition, la VaR sur h jours avec un niveau de confiance de (1-α) est la valeur R telle que la probabilité de perdre R au plus, au delà de h jours, est égale à (1-α) .

$$VAR_{\alpha;h} = R \quad \text{telle que} \Pr ob(\Delta_h P_t < -R) = \alpha \quad \text{ou encore} \Pr ob(\left| \Delta_h P_t \right| < R) = 1 - \alpha .$$

Ceci est illustré par le graphique 3.1



Graphique 3.1-1 : La fonction de densité du P&L

α est appelé niveau de signification ; il est inférieur à 1 et est en général égale à 1%, ou 5%.

Deux éléments sont donc indispensables pour interpréter le chiffre *VaR* (qui permet de donner une vision globale du risque de marché d'un portefeuille) :
1- la période de détention *h* ou *holding period* qui correspond à la période sur laquelle la variation de la valeur du portefeuille est mesurée ;
2- le seuil de confiance ($1-\alpha$) du chiffre *VaR* qui correspond à la probabilité de ne pas dépasser cette mesure du risque.

Si ces deux paramètres ne sont pas spécifiés, nous ne pouvons pas interpréter le chiffre *VaR*, car un risque à 10 jours avec une probabilité de 99% est beaucoup plus important qu'un risque à 1 jour avec une probabilité de 90%. Dans le premier cas, nous avons une chance sur 100 que la perte réalisée pour les 10 prochains jours ouvrés soit supérieure à celle estimée par la *VaR*. Dans le second cas, nous avons une chance sur 10 que la perte réalisée demain soit plus grande que la *VaR*. Avec la mesure *VaR*, on passe donc d'une mesure de risque comme volatilité à une mesure de risque comme quantile.

Il faut bien avoir à l'esprit que la mesure *VaR* ne donne une image du risque que dans le cadre de conditions normales de marché et pour un niveau de confiance inférieur ou égal à 99% (dans le cas de la réglementation). Pour avoir une mesure du risque extrême, d'autres techniques sont plus adaptées : les méthodes de *stress testing*[7] et la *théorie des valeurs extrêmes* permettent de mieux appréhender les risques extrêmes.
Pour calculer la *VaR*, nous devons identifier les facteurs de marché qui affectent la valeur du portefeuille. Le nombre de ces facteurs peut être plus ou moins grand, mais dépend généralement du type de marché considéré.

Remarques

- La VaR est croissante avec le niveau de confiance et l'horizon de détention.
- Il est démontré que $VAR_{\alpha,h} = \sqrt{h}.VAR_{\alpha,1}$. Ainsi Nous calculerons désormais la VaR sur un jour et celle sur 10 jours est obtenue en multipliant la première par $\sqrt{10}$.

[7] Le Stress Testing est une partie de l'analyse de scénarios qui, au lieu de considérer des valeurs de facteurs de risques habituellement enregistrées dans les conditions normales du marché, considère des valeurs totalement extrêmes caractérisant le plus souvent des crises historiquement réalisées ou qui risquent de se réaliser

3.2 Méthodes de calcul de la VaR

Trois méthodes sont utilisées pour mesurer le risque.

a\ Variance-covariance (analytique ou paramétrique)

Elle a été introduite en Octobre 1994 par J.P. Morgan[8], c'est la plus utilisée et est adaptée aux portefeuilles linéaires (comme les positions sur devises par exemple). Cette méthode nécessite une matrice de covariance des actifs ainsi que leur composition dans le portefeuille. C'est dire donc que nous avons besoin des variances et covariances des rendements des actifs du portefeuille, qui peuvent être estimées soit par les méthodes standard (écart-type ou variance), soit par un modèle GARCH ou de pondération exponentielle[9].

Dans le modèle de *VaR* paramétrique, nous supposons que la valeur algébrique d'un portefeuille est représentée par une combinaison linéaire de *K* facteurs gaussiens (linéarité). Notons P(*t*) la valeur du portefeuille à l'instant t et F(*t*) le vecteur gaussien des facteurs de loi $N\ (\mu\ ;\Sigma)$. La valeur du portefeuille en *t* vaut alors $P(t) = a^T F(t)$ avec 'a' le vecteur de sensibilités. A la période *t*, la valeur de P(*t* + 1) n'est pas connue puisque nous ne disposons que de l'information jusqu'en *t*. En *t*, P(*t* + 1) est donc une variable aléatoire gaussienne de loi $N\ (a^T\mu\ ;\ a^T\Sigma a)$. La valeur de la *VaR* pour un seuil de confiance 1-α correspond alors à :

$$Pr\ (P_{t+1} - P_t > -VAR_\alpha) = 1-\alpha$$

Dans cette équation, P(*t* + 1) - P(*t*) représente la variation du portefeuille entre l'instant *t*+1 et l'instant *t*. C'est donc une perte si la valeur réalisée du portefeuille dans un jour est inférieure à la valeur actuelle du portefeuille. Comme la *VaR* représente la perte potentielle que l'on s'autorise et que celle-ci est exprimée en valeur absolue, $Pr\ (P_{t+1} - P_t > -VaR_\alpha)$ est la probabilité que la perte ne dépasse pas la *VaR* (ou perte potentielle). Par définition, cette probabilité est notre seuil de confiance. Lorsque la période de détention n'est pas 1 jour mais *h* jours, la mesure de la VaR se définit à partir de la relation suivante :

$$Pr\ (P_{t+h} - P_t > -VaR_{\alpha,h}) = 1-\alpha$$

Comme nous supposons que P(*t* + 1) est gaussien, alors nous en déduisons que

$$\Pr\left(\frac{p_{t+1} - a^T\mu}{\sqrt{a^T \sum a}} \geq \phi^{-1}(\alpha)\right) = 1-\alpha$$

avec ϕ^{-1} la fonction gaussienne inverse. Or nous avons $\phi^{-1}(1-\alpha) = -\phi^{-1}(\alpha)$ avec $\phi^{-1}(\alpha)$ le quantile à α% de la loi gaussienne. Un rapide calcul montre que :

$$VAR_\alpha = p_t - a^T\mu - \phi^{-1}(\alpha)\sqrt{a^T \sum a}$$

Lorsque les facteurs F modélisent directement la variation du portefeuille, la mesure *VaR* devient $VAR_\alpha = -a^T\mu - \phi^{-1}(\alpha)\sqrt{a^T \sum a}$ ou $VAR_\alpha = \phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{a^T \sum a} - a^T\mu$

En général, nous supposons que $\mu = 0$, et nous avons finalement

---

[8] J.P Morgan/Reuters « RiskMetrics – Technical Document »
http://www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics/RiskMetrics.html

[9] Modèle dans lequel $\sigma^2_{1,t+1/t} = \lambda\ \sigma^2_{1,t/t-1} + (1-\lambda)r^2_{1,t}$; λ est le facteur de pondération des observations passées. Pour λ=1 on retrouve le modèle de volatilité ordinaire. RiskMetrics utilise la pondération exponentielle pour la prévision des volatilités.

$$VAR_\alpha = \phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{a^T \sum a} \qquad \text{(Eq 3.2-1)}$$

Cette méthode de calcul de la *VaR* est appelée la méthode de variance–covariance, puisqu'elle dérive directement de la matrice de covariance Σ des facteurs.
La dernière relation s'interprète très facilement :
$a^T\Sigma a$ est en fait l'écart-type de la variation du portefeuille : nous pouvons l'assimiler à un risque-volatilité ; $\phi^{-1}(1-\alpha)$ est un coefficient que nous notons *c* ; nous avons donc une relation linéaire entre le risque-volatilité et la perte potentielle :

$$VaR = c * \textit{risque-volatilité} \qquad \text{(Eq 3.2-2)}$$

A titre d'illustration, *c* prend la valeur 2,33 pour un seuil de confiance 1-α = 99%. Dans ce cas, la *VaR* correspond au *risque-volatilité* multiplié par ce facteur 2,33.

Cette méthode repose sur trois hypothèses :
1- l'indépendance temporelle des variations de la valeur du portefeuille ;
2- la normalité des facteurs F(*t*) ;
3- et la relation linéaire entre les facteurs et la valeur du portefeuille.

Ces trois hypothèses simplifient le calcul de la *VaR*, puisque les quantiles de $a^T F(t)$ sont liés de façon linéaire au quantile de la loi normale à une dimension. La principale difficulté de cette méthode est d'estimer la matrice de covariance et de déterminer les sensibilités.
Nous pouvons montrer que l'expression de la *VaR* obtenue pour une période de détention d'un jour peut se généraliser à une période de détention de *h* jours. Dans ce cas, Σ représente la matrice de covariance des facteurs pour *h* jours. Nous rappelons que la période de détention réglementaire est fixée à 10 jours.
Enfin, nous rappelons que cette méthode n'est utilisable que pour les actifs financiers linéaires car elle ne prend pas en compte le caractère non linéaire des positions. Ainsi, le calcul d'une *VaR* paramétrique pour un portefeuille d'options n'est pas adapté.

- **Réponses à notre trader grâce à la méthode paramétrique**

Si partant de l'hypothèse de la normalité des rendements sur l'euro et en prenant l'écart type historique quotidien du rendement sur le change EUR/MAD égal à 0,35%, il s'en suit que dans 99% des cas, le rendement n'excèdera pas 2,33 fois sa volatilité (0,815%=2,33*0,35%, (voir graphique ci-contre).
Dans ces circonstances, la perte potentielle sera de 1M*0,815%=8155 DHS.
Le nombre 2,33 correspond au quantile d'ordre 99% d'une distribution normale standard. Nous avons supposé que le rendement soit une variable aléatoire de la loi normale standard.
Nous pouvons dire donc que dans 99% des cas, l'investisseur ne perdra pas plus de 8155 dirhams au-delà des 24 heures suivantes, en gardant sa position intacte.
Deux questions importantes nous ont permis de répondre à la question de l'investisseur :

Quelle est son exposition au risque ? C'est la position actuelle détenue par l'investisseur ; elle a une valeur en dirhams de un (1) million ;

Quel est le risque lié à cette exposition ? Le risque est lié à la volatilité des cours de change EUR/MAD dont le rendement est supposé être distribué suivant une loi normale.

L'identification et l'analyse de ces deux composantes sont indispensables pour tout type de mesure de risque.

b\ Simulation historique

Contrairement à la VaR paramétrique, la VaR historique est entièrement basée sur les variations historiques des facteurs de risque F(t). Supposons que nous disposions d'un historique de longueur N.

En t_0, nous pouvons valoriser le portefeuille avec les facteurs de risque de l'historique. Cela veut dire que nous calculons pour chaque date t = $[t_0 - 1, \ldots, t - N]$ une valeur (potentielle) du portefeuille.

Nous pouvons alors déterminer N variations potentielles, que nous assimilons à N pertes potentielles (certaines pertes sont en fait des gains). Ainsi, à partir de l'historique, nous construisons implicitement une distribution empirique. De celle-ci, nous pouvons extraire le quantile à α %. Il suffit pour cela de ranger les N pertes potentielles et de prendre la valeur absolue de la $N * (1 - \alpha)$ ième plus petite valeur.

Voyons un exemple : Nous supposons que les pertes potentielles P sont ordonnées. Nous obtenons alors un ensemble $[P_1, \ldots, P_n, \ldots, P_N]$ avec Pn <= Pm quelque soit n < m.

Pour un seuil de confiance de 99%, la VaR correspond à la première perte potentielle valeur absolue (P_1) si N = 100, à la dixième perte potentielle valeur absolue (P_{10}) si N = 1000, etc.

Cette méthode est très simple conceptuellement et facile à implémenter. Elle est donc très utilisée. Cependant, elle présente quelques difficultés. En effet, l'estimation d'un quantile a une vitesse de convergence beaucoup plus faible que les estimateurs de la moyenne, de la variance, de la médiane, etc.

Cela tient au fait que l'estimation d'un quantile est une estimation locale qui demande donc beaucoup d'observations afin d'en avoir suffisamment autour du quantile.

c\ Simulation Monte Carlo

La VaR Monte-Carlo est basée sur la simulation des facteurs de marché F(t) dont on se donne une loi de distribution a priori, de préférence admissible avec l'historique. Nous pouvons alors valoriser le portefeuille avec les facteurs simulés. Si nous utilisons N simulations, nous pouvons alors déterminer N variations simulées du portefeuille, que nous assimilons à N pertes ou gains potentiels. Il suffit ensuite de calculer le quantile correspondant tout comme pour la méthode de la VaR historique. Les deux méthodes sont donc très semblables. La seule différence est que l'une des méthodes utilise les facteurs passés, alors que l'autre utilise des facteurs simulés.

Cette méthode est très intéressante est particulièrement adaptée au calcul de la VaR sur des instruments non linéaires notamment les produits optionnels.

La méthode Monte Carlo demande un effort important de modélisation puisque celle-ci déterminera entièrement les trajectoires des facteurs de marché que l'on utilise pour le calcul de la VaR. Une description détaillée des étapes de cette méthode sera donnée dans la partie consacrée au calcul de la VaR sur le portefeuille optionnel de la banque.

La plupart des grandes institutions financières utilisent les modèles internes VaR pour mesurer leur risque. Mais un outil aussi répandu et recommandé pour la mesure du risque ne peut être employé sans connaître ses avantages et ses inconvénients.

3.3 Avantages et limites de la Value-at-risk

La Value-At-Risk a plusieurs avantages:

- Elle est un outil de gestion d'un portefeuille d'instruments financiers pour optimiser le couple risque/rentabilité.
- Elle permet de tenir compte des effets de diversification des portefeuilles.
- Elle permet la fixation des limites internes et l'allocation de fonds propres, c'est-à-dire donc qu'on peut fixer des limites de pertes par trader ou par métiers en appliquant le principe du stop-loss.
- Elle permet aussi le calcul de l'exigence de fonds propres prudentiels pour les risques de marché ou de crédit.

Cependant il y a quelques inconvénients qu'il convient de relever :

- La VaR ne fait pas de distinctions entre la liquidité des différentes positions de marché, et capte seulement les risques à court terme dans des conditions normales de marché ;
- Ensuite les hypothèses nécessaires pour l'utilisation de chaque modèle de VaR, ne sont pas toutes vérifiées dans la réalité. Ceci aura un impact sur la valeur mesurée du risque.
- Les modèles VaR n'intègrent pas les coûts de détention ou de liquidation des positions de marché.

3.4 Une application de la méthode paramétrique

Lors de notre stage d'application au département « Normes et méthodes » d'Attijariwafa bank, nous étions chargés de la mise en place d'un modèle dynamique de mesure du risque de marché par la méthode Value-At-Risk. Ainsi, nous nous sommes limités dans ce stage à l'étude du risque de taux et du risque de change, communément appelés risques de marché, quitte à traiter le risque sur les produits dérivés lors de notre projet de fin d'étude.
Notre objectif était de calculer la VaR sur les trois principaux instruments soumis au risque de marché, à savoir, les positions devises spot, les contrats forward et le portefeuille des bons de trésor de la banque.
Etant donné que ces instruments financiers (bons de trésor, spot et forward) sont considérés comme étant linéaires, nous avions opté pour l'utilisation de la méthode VaR paramétrique élaborée par J.P.Morgan ; c'est la raison pour laquelle nous avons décrit plus haut formellement la méthode.
Ainsi, nous avons implémenté un modèle dynamique sur Excel permettant de calculer ces trois VaR, allant de l'étape de la vérification des hypothèses à l'étape du test des résultats. Les résultats étaient satisfaisants et le modèle est actuellement utilisé pour le suivi du risque.
Nous invitons alors le lecteur à consulter notre rapport de stage d'application[10] pour une meilleure compréhension de l'approche utilisée et de la suite de l'application.
Les premières semaines de notre stage de fin d'études consistaient à revoir le modèle existant, apporter quelques corrections, et le rendre plus opérationnel.

[10] Issa COULIBALY et Nabil AYOUB : « Value-At-Risk et gestion du risque de marché, application à Attijariwafa Bank », Stage d'application 2004.

Aujourd'hui, le concept de VaR est utilisé par toutes les grandes banques pour évaluer le risque des activités de trading, et il trouve peu à peu sa place dans la gestion de fonds et la trésorerie d'entreprise.

L'objectif de notre travail est de gérer le risque de marché lié aux options de change en utilisant particulièrement la simulation de Monte Carlo. Nous verrons donc par la suite comment peut-on adapter cette méthode à ce genre d'actifs financiers.

Conclusion

Par ordre d'importance et en terme de volume traité dans le monde, vient d'abord le change au comptant, ensuite le change à terme, suivi des swaps et des options.
Le marché des options au Maroc est toujours en phase de réglementation, à l'heure actuelle deux banques seulement (Attijariwafa Bank et BMCE Bank) commercialisent effectivement ce produit. Dans le contexte actuel, l'environnement financier marocain est en attente d'une nouvelle loi bancaire et d'un nouveau statut de BAM, qui viendront probablement renforcer et moderniser les activités bancaires et financières.

Il a été vu que les risques bancaires sont divers, chacun a ses propres caractéristiques, ses propres sources, ses méthodes de gestion et ses impacts. Les fonds propres doivent être capables de supporter toute cette charge pour un fonctionnement sain de l'établissement financier.

Les autorités de contrôle imposent aux banques le respect d'un certain nombre de ratios, pour garantir le bon fonctionnement du système financier. Néanmoins, ces ratios restent insuffisants pour maîtriser totalement le risque. Quantifier le risque est donc une question très importante dans ce sens. Sur ordre de BAM, d'ici 2007, toutes les banques marocaines doivent disposer de modèles de mesure de risques par la méthode standard, les méthodes internes seront utilisées volontairement.
La Value-at-Risk reste la méthode la plus utilisée pour la construction d'un modèle interne.

Partie II : Méthodes, Analyses et Résultats de la VaR sur les options de change

📖 Evaluation des options et stratégies de couverture
📖 VaR sur les options de change, diverses approches
📖 Méthodologie et base de données
📖 Applications et résultats

Introduction

Dans la partie précédente, ont été exposés, l'environnement de change au Maroc, les options de change, les nouvelles réglementations en matières de gestion des risques bancaires, et les différentes approches de calcul de la Value-at-Risk. La deuxième partie est consacrée à la présentation détaillée de notre travail sur la gestion du risque de marché sur les options de change.
Ainsi, le premier chapitre donnera un aperçu assez détaillé sur les principes d'évaluation des options et leurs stratégies de couverture, éléments indispensables pour le calcul de la VaR par la simulation de Monte Carlo. Le deuxième chapitre a pour objectif d'exposer les différentes approches d'application de la méthode Monte Carlo sur les options. Le troisième chapitre viendra présenter concrètement la méthodologie que nous avons adoptée pour développer les modèles sur Excel et à la description des données utilisées. Les résultats, les comparaisons et les différentes conclusions feront l'objet du quatrième et dernier chapitre.

Chapitre 4

Evaluation des options et stratégies de couverture

Les différentes catégories d'options et les caractéristiques de chaque catégorie ont été présentées dans le chapitre 2.
Afin de calculer la VaR Monte Carlo sur un portefeuille d'options de changes, il est très important de connaître le mécanisme d'évaluation d'une option, ses stratégies de couverture et l'impact de ses « greeks » sur le risque encouru.

4.1 Principes d'évaluation des options

La formule courante[11] de pricing des options vanilles européennes est celle de Garman-Kohlagen, qui s'est inspiré du modèle de Black & Scholes pour les options sur actions.
Dans tous les cas les hypothèses[12] de travail sont les mêmes :

- Les opérateurs sont rationnels : ils sont supposés utiliser les options pour couvrir une position physique, sans exiger de leur couverture un résultat différent de celui obtenu par une opération à terme ; ce qui n'est pas le cas dans la réalité ;
- La nature du processus de fluctuation des cours et taux d'intérêt : les taux d'intérêt sont constants sur la vie de l'option et les cours de change sont supposés être distribués suivant la loi lognormale (les rendements sont normaux);

$$\log\left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}\right) \text{ obéit à la loi normale } N(\mu,\sigma)$$

Le processus stochastique auquel obéissent les variations de cours est un processus d'Ito, caractérisé par une tendance (μ) et un « bruit », c'est-à-dire un choc aléatoire non anticipé par les agents et expliquant l'écart-type de la loi normale. Le processus est ainsi décrit par :

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot \Delta t \cdot Z \qquad \text{(Eq 4.1-1)}$$

avec Z : variable aléatoire de Wiener, de moyenne 0 et d'écart-type 1.

- Le modèle suppose également l'absence de coûts de transactions.

Partant de ces hypothèses et après calculs on obtient finalement les prix :

$$\begin{aligned} &call : Se^{-D(T-t)}N(d1) - Ee^{-r(T-t)}N(d2) \\ &put : -Se^{-D(T-t)}N(-d1) + Ee^{-r(T-t)}N(-d2) \end{aligned} \qquad \text{(Eq 4.1-2)}$$

[11] Une autre méthode consiste à l'utilisation d'un modèle binomial développé par Cox, Ross et Rubinstein
[12] Odile Lombard et Didier Marteau, « Les options de change ». 1992.

$d1 = \left[\log(S/E) + (r - D + 0{,}5\sigma^2)(T-t)\right] / \sigma(T-t)^{0,5}$

$d2 = d1 - \sigma(T-t)^{0,5}$

$N(x) = loi \cdot normale$

$\sigma = volatilité \cdot du \cdot sous - jacent \cdot correspondante \cdot à \cdot la \cdot maturité \cdot (T-t)$

$S = cours \cdot de \cdot change \cdot spot$

$E = cours \cdot d'exercice \cdot ou \cdot strike$

$D = taux \cdot d'\text{int}érêt \cdot devise \cdot correspondant \cdot à \cdot la \cdot maturité \cdot (T-t)$

$r = taux \cdot d'\text{int}érêt \cdot dirham \cdot correspondant \cdot à \cdot la \cdot maturité \cdot (T-t)$

$T - t = maturité \cdot résiduelle / 360 \cdot ou \cdot maturité \cdot résiduelle / 365$

A partir de ces expressions, le prix de l'option dépend d'un certain nombre de paramètres, autrement dit ; des facteurs de risque implicites à savoir :

- Le cours de change spot courant de la devise au moment de l'élaboration du contrat
- Le strike ou le prix d'exercice de l'option
- La volatilité de la devise (on parle aussi de volatilité implicite) : son calcul pose de nombreux problèmes, certains se basent sur la volatilité historique tant dis que d'autres utilisent la volatilité implicite.
- La maturité du contrat, qui est exprimée en année
- Les taux d'intérêt domestiques et étrangers correspondant à la maturité du contrat

En pratique les taux d'intérêt annualisés sont affichés sur le marché d'une manière standardisée, c'est-à-dire pour les maturités 1 mois, 3 mois, 6 mois et 12 mois. Pour obtenir le taux d'intérêt pour une maturité intermédiaire on procède à des interpolations linéaires.
Concernant les volatilités, il est difficile d'obtenir une volatilité DEV/MAD très significative, et il n'existe pas actuellement de cotation d'une volatilité implicite des parités de change DEV/MAD, la salle des marchés a choisi alors de retenir celle de l'EUR/USD pour estimer celle afférente à la parité DEV/MAD, moyennant la formule suivante :

$$\begin{aligned} &Volatilité \cdot EUR/MAD = a * Volatilité \cdot EUR/USD + b \\ &Volatilité \cdot USD/MAD = c * Volatilité \cdot EUR/USD + d \end{aligned} \qquad \text{(Eq 4.1-3)}$$

a, b, c et d sont des coefficients déterminés par des modèles de régression. Dans la suite nous prendrons a=20%, b=0, c=80% et d=0.
La volatilité EUR/USD est aussi affichée sur les écrans Reuters[13] d'une manière standardisée sur les maturités 1 semaine, 1 mois, 2 mois, 3mois, 6 mois, 9 mois et 12 mois. Autrement dit une interpolation linéaire est appliquée pour obtenir la volatilité sur des maturités non affichées.

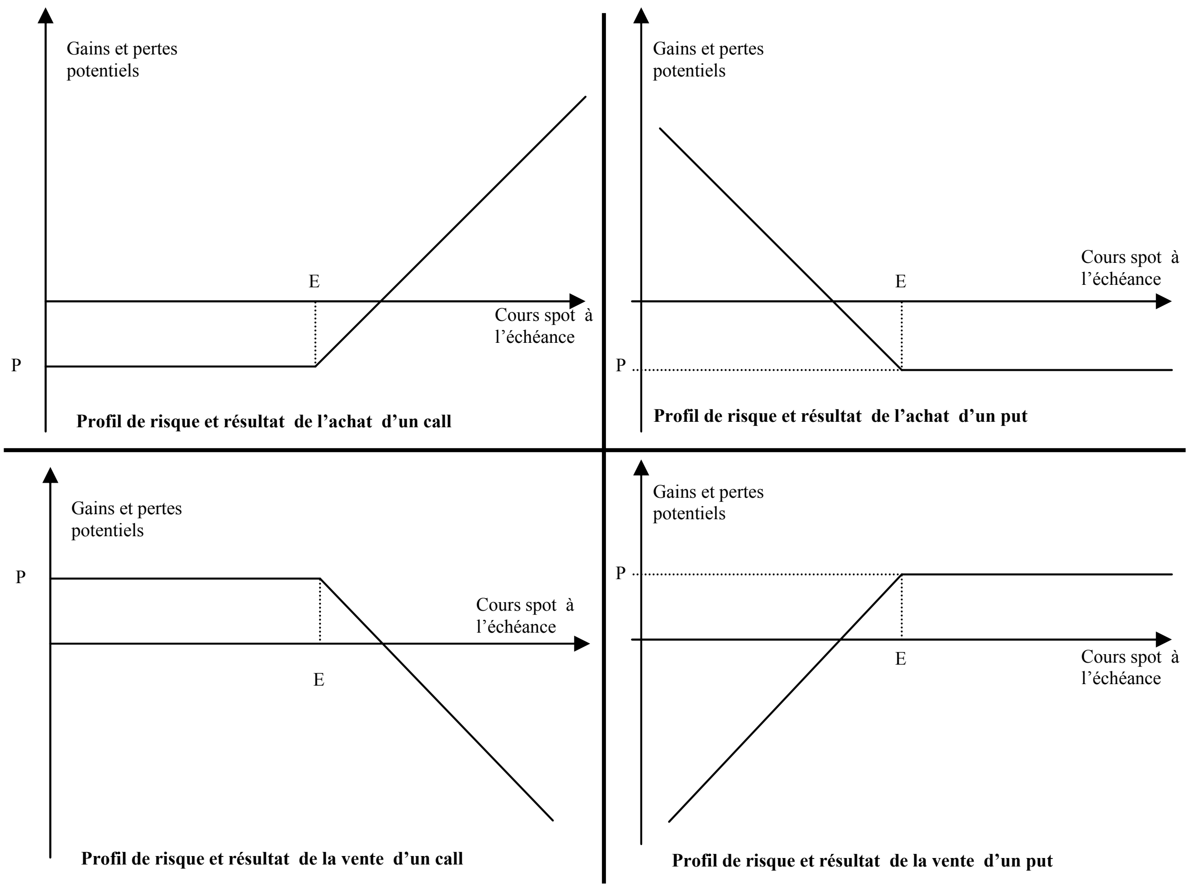
4.2 Risques sur l'option

En termes de perte/profit, le risque à l'échéance pour le vendeur d'options, est de ne pas disposer de devises conséquentes au cas où le client exercera son droit. S'il n'en dispose pas alors il sera obligé d'aller sur le marché pour acheter ou vendre des devises à des prix élevés

[13] Agence internationale spécialisée dans l'information financière.

(s'il veut acheter) ou faibles (s'il veut vendre). Alors qu'on sait que si le client exerce son droit c'est que les conditions du marché ne sont pas du tout favorables. Le risque du vendeur est égal à la valeur intrinsèque de l'option, communément appelée en anglais « pay-off ».

Voici des graphiques (graphique 4.1) synthétiques reproduisant le comportement des pertes et profits potentiels en fonction du cours spot à l'échéance et de la position détenue (P et E désignent respectivement la prime de l'option et le prix d'exercice de la devise).



Graphique 4.2-1 : Profils de risque et de résultat sur achat/vente d'options

On conclura aisément que la vente d'options peut engendrer des gains limités pour des pertes illimitées alors que l'achat d'options engendre des pertes limitées pour des gains illimitées. On comprend alors pourquoi les banques, généralement vendeuses, sont très exposées au risque en l'absence de couverture. L'utilisation du delta hedging consiste à mettre en œuvre une stratégie qui permettra d'être en possession de devises en cas d'exercice de l'option à l'échéance.

Jusqu'à présent le pricing d'une option suppose une constance des inputs de calcul (volatilité, taux d'intérêt, etc.) alors qu'en pratique cela n'est pas le cas, tout varie. Il y a lieu donc de trouver un moyen de se prémunir contre une mauvaise tarification de l'option. C'est ainsi qu'on a recours aux « Greeks » pour se couvrir.
Le prix d'une option pouvant alors changer considérablement d'un jour à un autre, le provisionnement pourrait se faire en utilisant la VaR dont l'objectif est justement de capter cette variation dans un univers probabiliste.

4.3 Les « Greeks »

Les « Greeks » sont des paramètres de gestion qui permettent au trader de mettre en place des stratégies de couverture sur sa position d'options. Il s'agit du delta, gamma, véga, théta et rhô.

- Le « delta » de l'option mesure la variation du prix de l'option pour une variation du cours de change de la devise sous jacente ; c'est la dérivée première du prix de l'option par rapport à S. Il est donné algébriquement par la formule suivante :

call	*put*
$e^{-D(T-t)}N(d1)$	$e^{-D(T-t)}(N(d1)-1)$

(Eq 4.3-1)

La connaissance du delta s'avère indispensable au vendeur d'options (la banque par exemple) qui souhaite couvrir sa position. A l'instant t, un delta de 0,55 sur un call dollar-dirham signifie qu'une hausse du dollar de 5% entraînera une appréciation de l'option de 2,75%. La banque qui a vendu un call dollar-dirham sur 300.000$ se couvre alors en achetant sur le marché 0,55*300.000=165 000$; ainsi la variation de sa position d'options est strictement compensée par celle de sa position de change. Théoriquement la banque n'est plus en risque mais en réalité il est difficile de suivre en continue le delta de l'option et d'ajuster à tout moment sa position de change ; en plus (d'après la formule) le delta en lui-même dépend d'autres facteurs variables. Nous verrons ultérieurement l'effet d'une position d'options couverte et non couverte sur la Value-At-Risk calculée.
A noter que la couverture par le delta n'est intéressante que pour une variation modeste du cours de change.

- Le « gamma » traduit une variation du delta de l'option pour une variation du cours de change ; il est semblable à la notion de convexité utilisée pour les obligations. Voici sa formule :

$Gamma : call \quad et \quad put$
$e^{-D(T-t)}N'(d1) \big/ \sigma S\sqrt{T-t}$

(Eq 4.3-2)

$$N'(x) = e^{-0,5x^2} / \sqrt{2\pi}$$

Le gamma mesure l'ajustement du delta consécutif à une variation du cours de l'actif sous-jacent ; l'achat d'options augmente le gamma d'un portefeuille et la vente d'options le diminue. Un opérateur désirant renforcer le gamma de son portefeuille (ayant déjà un gamma positif) doit acheter de nouvelles options ; un opérateur qui détient un portefeuille avec un gamma négatif peut acheter des options pour transformer le gamma de son portefeuille.
Par exemple si le gamma d'une option est égal à 0,75, une hausse du cours de change de 0,05 implique une augmentation du delta de 0,0375, ce qui induit un gain de 0,0375; si le gamma était négatif alors cela aurait été une perte de 0,0375.

Par sa formule le gamma est une fonction de temps ; il est une fonction décroissante de l'échéance, plus cette dernière est lointaine, plus le gamma est faible ; lorsque l'option devient très proche de l'échéance, son gamma a tendance à devenir nul si elle est in-the-money ou out-the-money. Le gamma est par contre très élevé pour les options at-the-money ou proches. Les tableaux 4-1 et 4-2 reproduisent l'évolution du gamma en fonction du temps[14] et de la nature de l'option.
Lorsqu'un opérateur achète et vend des options in-the-money, sa position montre qu'il est acheteur net ou vendeur net de primes ; dans le premier il est dit être en « gamma positif », et dans le second « gamma négatif ».

Tableau 4-1 : Evolution du gamma en fonction du temps

	Échéance lointaine	**Échéance proche**	**Échéance très proche**
Valeur du gamma	Faible	Elevée	Très élevée pour les options à la parité, et très faible pour les options out-the-money et in-the-money
Effet du gamma sur le portefeuille	Faible	Elevé, mais il est relativement facile d'ajuster la position	Le delta est très sensible aux variations du prix du support et le gamma doit être géré avec beaucoup de précaution, car il est très sensible au delta.

Tableau 4-2 : Effet du gamma sur un portefeuille d'options.

	Option out-the-money	**Options at-the-money**	**Options in-the-money**
Gamma	Proche de zéro, car le delta est voisin de zéro	Elevé et variable pour une échéance courte; relativement stable pour une échéance lointaine.	Proche de zéro pour une échéance courte, car le delta est voisin de un.
Effet du gamma sur le portefeuille	Faible	Le gamma est fondamental pour la gestion de la position	Faible

- Le « thêta » de l'option mesure la variation du prix de l'option pour une variation unitaire de la maturité de l'option. C'est la dérivée de la prime par rapport au temps. Il est donné par :

$$\textit{Thêta : call} \quad -\sigma S e^{-D(T-t)} N'(d1) \big/ 2\sqrt{T-t} + D \times S \times N(-d1) e^{-D(T-t)} - rEe^{-r(T-t)} N(d2)$$
$$\textit{Thêta : put} \quad -\sigma S e^{-D(T-t)} N'(d1) \big/ 2\sqrt{T-t} - D \times S \times N(-d1) e^{-D(T-t)} + rEe^{-r(T-t)} N(d2)$$

(Eq 4.3-3)

[14] Mondher BELLALAH: « Options, contrats à termes et gestion des risques » Février 2003.

- Le « véga » mesure l'impact d'une variation de la volatilité du cours du sous-jacent sur le prix d'une option. On l'obtient comme suit :

$Véga \quad : call \quad et \quad put$
$S\sqrt{T-t}\,e^{-D(T-t)}N'(d1)$

(Eq 4.3-4)

Tout accroissement de la volatilité augmente le prix de l'option ; par conséquent certains opérateurs, anticipant une hausse de la volatilité, se portent « longs » en volatilité en achetant des options et se mettent à l'inverse « courts » en volatilité par la vente d'options, s'ils envisagent une stabilité des cours. Finalement le marché des options est devenu un marché de volatilités qui sont cotées par maturité sur les écrans Reuters.

- Le « rhô » mesure l'impact de la variation du taux d'intérêt sur le prix de l'option.

$RhôMAD: call$	$RhôMAD: put$
$E(T-t)e^{-r(T-t)}N(d2)$	$-E(T-t)e^{-r(T-t)}N(-d2)$

(Eq 4.3-5)

$RhôDEV: call$	$RhôDEV: put$
$-(T-t)Se^{-D(T-t)}N(d1)$	$(T-t)Se^{-D(T-t)}N(-d1)$

(Eq 4.3-6)

Remarques :

- La banque peut commercialiser des produits optionnels consistant en la combinaison de deux ou plusieurs options ordinaires appelées aussi « options vanille ».
- Actuellement, la salle des marchés d'Attijariwafa bank ne se couvre pas par le principe du delta-hedging mais plutôt par le « back-to-back » c'est-à-dire que par exemple en vendant un call dollar/dirham, elle réplique l'opération en achetant un call dollar/dirham de même prix d'exercice et d'échéance que le contrat initial. C'est la stratégie de couverture la plus simple, la banque tire son profit dans le différentiel de prime entre les deux options. Si à l'échéance le client exerce son droit alors la banque exercera également le sien et il n'y a pratiquement pas de risque. Le problème est qu'actuellement, vu le marché étroit des options (en fait il n'y a pas de vendeur d'options devise-dirham à la banque) la banque achète des options dollar/euro sur le marché international selon des caractéristiques pas tout à fait identiques au contrat de son client mais permettent de répliquer plus ou moins exactement le contrat avec le client.

4.4 Effet des « greeks » selon les positions

En termes d'impact des « Greeks » selon la position détenue, le risque apparaît d'un côté dans une vision à l'échéance, et de l'autre côté dès lors que nous gérons un portefeuille dynamique d'options. Voyons le tableau 4-3 ci dessous.

Tableau 4-3 : Impact des « greeks » selon la position

	Positions longues		**Positions courtes**	
	Achat Call	Achat Put	Vente Call	Vente Put
Delta	+	-	-	+
Gamma	+	+	-	-
Thêta	-	-	+	+
Véga	+	+	-	-
Rhô devises	-	+	+	-
Rhô MAD	+	-	-	+

La colonne 4 indique que lorsque la banque vend un call, une évolution à la hausse du cours spot engendrera une variation négative du prix de l'option (donc une perte potentielle) due aux impacts du delta, du gamma ; aussi une hausse de la volatilité déprécie l'option de même le taux d'intérêt dirham. Par contre, l'écoulement du temps et le taux d'intérêt auront pour effet l'appréciation du prix de l'option. La variation effective de l'option résulterait finalement de la somme des effets de variation de chaque « greek ». C'est de là qu'est née l'intuition de calculer la variation du prix de l'option par un développement de Taylor, chose que nous évoquerons plus tard.
Ce tableau nous sera d'une grande utilité pour le calcul des positions delta et gammas nets, qui nous permettront d'obtenir la VaR et l'exigence de fonds propres réglementaire.

Les produits optionnels ont pendant longtemps préoccupé les financiers, ils étaient toujours considérés comme des instruments très complexes, difficiles à évaluer, et dont la couverture pose énormément de problèmes, à cause du grand nombre de facteurs de risque entrant en jeu (taux de change, taux d'intérêt, volatilité…).
Grâce au progrès théorique dans les domaines de la finance et de la statistique, on a plus ou moins résolu une grande part de ces problèmes.

Nous avons dans ce chapitre acquis les outils nécessaires pour aborder le calcul de la VaR sur les options de change. Quelles sont les méthodes successibles d'être appliquées pour cette fin ?

Chapitre 5

La VaR sur les options : diverses approches

Plusieurs méthodes peuvent être appliquées pour le calcul de la VaR sur un portefeuille d'options de change, les unes se basent sur la formule d'évaluation complète de l'option, les autres sur des formules approximatives. Mais le but est le même ; mesurer la perte potentielle que peut subir ce portefeuille sur un horizon de temps déterminé.

Ce chapitre expose les différentes approches de calcul de la VaR sur options (modèles internes). Mais avant de le faire, voyons d'abord comment on peut calculer les exigences de fonds propres par la méthode standard.

5.1 Approches standard pour l'exigence de fonds propres

La commission bancaire a proposé trois approches standard pour le traitement de l'exigence de fonds propres pour les instruments non linéaires. Il s'agit de l'approche simplifiée, l'approche par scénario et la méthode delta-plus. Nous décrirons uniquement le calcul des fonds propres exigibles par la méthode dite delta-plus[15] pour le cas des options.
La méthode delta plus permet de calculer une exigence de fonds propres à partir de certains paramètres de l'option ; d'une part l'effet linéaire est capté par le delta, et d'autre part en prévoit des exigences de fonds propres supplémentaires afin de tenir compte des risques induits par le comportement non linéaire des options, (“ risque gamma ”) et par la sensibilité des options à la volatilité des sous-jacent (“ risque vega ”).
Les facteurs gamma et vega seront calculés pour chaque option individuellement et seront agrégés par sous-jacent.

- **Risque linéaire : le delta**

Pour ce faire, les établissements convertissent leurs positions optionnelles en positions équivalentes sur le sous-jacent et les intègrent dans les positions nettes quand il y a d'autres positions en devises.

Risque delta (RD)= Max (position longue, position courte) x 8%

Quand il s'agit uniquement d'options, l'exigence de fonds propres pour risque général est alors :
Risque delta (RD)= Max (delta net) x 8%

Où max (delta net) correspond au maximum des équivalents delta net négatif et delta net positif, pris en valeurs absolues. L'équivalent en delta d'une option est égal au produit du notionnel (en insérant le signe − quand il s'agit d'une vente et + pour un achat) et de son delta.

[15] Voir le document de présentation de la commission de supervision bancaire sur les risques optionnels: www.bis.org/publ/bcbs24.pdf

- **Le gamma**

Le risque gamma est calculé selon la formule :

Risque gamma (RG)= 1/2 x gamma x (variation du sous-jacent)^2

La variation du sous-jacent est déterminée de la même manière que pour le calcul du risque général, à savoir :
– pour les options sur titres de propriétés et indices boursiers, elle est égale à 8 % de la valeur de marché du sous-jacent ;
– pour les options sur devises et or, la variation du sous-jacent sera égale à 8 % du cours du couple de devises considéré, ou du cours de l'or ;
– pour les produits de base, la variation du sous-jacent sera égale à 15 % de la valeur de marché du produit considéré.

Chaque option sur le même sous-jacent aura un impact gamma soit positif, soit négatif. Ces impacts individuels seront totalisés, donnant un impact net gamma pour chaque sous-jacent soit positif, soit négatif. Seuls les impacts gamma nets négatifs seront inclus dans le calcul des fonds propres.

- **Le vega**

Le risque vega est :

Risque vega (RV)= vega x (variation relative de la volatilité)

Pour toutes les catégories de risques, la variation relative de la volatilité est égale à 25 % de la volatilité implicite des options.

- **L'exigence globale** pour risques optionnels est la somme des valeurs absolues:

– du risque delta,
– des risques vega,
– et des risques gamma nets négatifs.

<u>Exemple de calcul des fonds propres exigibles sur une option sur produit de base</u>[16].

Considérons une position courte sur un call Européen ayant pour sous jacent un produit de base ; le prix d'exercice K=490$, de maturité 12 mois, le taux d'intérêt r=8%, σ=20%, la valeur de marché du prix du produit dans 12 mois est F=500, la valeur courante de l'option est c=65,48. Les « Greeks » : δ=-0,721, Γ=-0,0034, et vega=168. Quelle est la charge de fonds propres pour cette option ?

Réponse :
Le delta équivalent est donné par F x δ=500 x 0,721=360,5. Ceci devient un des inputs dans le calcul du risque général de marché sur les positions nettes en devises. S'il n'y a pas d'autres positions alors on lui applique les 15% correspondant à la charge pour le risque de marché linéaire égale à *MRC=360,5 x 15%=54,075.*

Ensuite la charge de risque gamma (nous avons un gamma négatif) est *GR = 1/2 x 0,0034 x (500 x 15%)*^{2} *= 9,5625.*

[16] Exemple tiré d'une publication de la commission de supervision bancaire de Bâle II sur le calcul des risques de marché, voir texte original sur www.bis.org/publ/bcbs24.pdf

Enfin pour le vega, la variation à considérer est de 25% de 20% soit 5% ; ainsi la charge pour le risque vega est *VR=168 x 5%= 8,4*.
La charge totale est dès lors égale à *54,08 + 9,56 + 8,4 = 72,0.*

Pour un portefeuille, il s'agira de calculer le delta net par sous-jacent et appliquer le coefficient adéquat ; ensuite calculer le gamma net et ne le prendre que s'il est négatif ; pour le vega, on ne calcule pas de vega net mais plutôt la somme de la valeur absolue de chaque risque vega.

Constat :
La charge de risque pour le gamma sera d'autant plus élevée que le gamma de l'option est grand, surtout pour une option at-the-money très proche de l'échéance. Cette situation sera constatée dans la comparaison des fonds propres standard et ceux obtenus par la VaR.

5.2 Modèles internes de calcul de la VaR sur les options de change

Il existe plusieurs méthodes de calcul de la VaR sur les options de change. En voici les principales.

a\ Méthode delta-gamma normale

Cette méthode essaie de calculer la VaR d'une manière paramétrique, en considérant l'option comme un instrument linéaire.
En effet l'idée est de commencer à partir d'un développement de Taylor pour le calcul de la variation du prix de l'option. En général si f désigne le prix de l'option, alors on peut écrire sa variation comme :

$$df \approx \frac{\partial f}{\partial S} dS + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial r} dr + \frac{\partial f}{\partial r^*} dr^* + \frac{\partial f}{\partial \sigma} .d\sigma + ... \qquad \text{(Eq 5.2-1)}$$

r, r^* et σ désignent respectivement le taux MAD, le taux en devise et la volatilité.
La méthode delta-gamma normale se limite aux deux ou trois premiers termes de l'équation ci-dessus, puisque les autres termes sont très faibles. Ainsi le prix de l'option comme fonction uniquement du sous jacent S sera donné par :

$$df \approx \frac{\partial f}{\partial S} dS + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} dS^2 \qquad \text{(Eq 5.2-2)}$$

Puisqu'on reconnaît les expressions du delta et du gamma d'une option, on peut réécrire la variation du prix de l'option comme suit :

$$\Delta f \approx \delta * \Delta S + \frac{1}{2}\Gamma * (\Delta S)^2 \qquad \text{(Eq 5.2-3)}$$

Dans le modèle delta gamma normal, cette égalité peut être utilisée pour calculer la VaR d'une manière analytique. Mais comment ?
Désignons par σ et S, respectivement la volatilité et le cours du sous-jacent ; et q_α le quantile d'ordre α. L'expression générale de la VaR est comme suit[17] :

[17] Philippe Jorion, « Financial risk manager handbook 2001-2002 ».

$$VAR(\Delta f) = N * [\delta * (q_\alpha \sigma \cdot S) + \frac{1}{2}\Gamma(q_\alpha \sigma \cdot S)^2] \qquad \text{(Eq 5.2-4)}$$

On voit bien que $q_\alpha \sigma \cdot S$ correspond à la variation maximale du cours du sous jacent, à (1-α)% de confiance. N désigne le notionnel du contrat. La VaR sur h jours est obtenue en multipliant la volatilité par $\sqrt{h}$. Notons que cette formule diffère légèrement selon qu'il s'agit d'une position longue ou courte.
En effet,
Pour une position longue call/put nous avons

$$VAR(\Delta f) = N * [|\delta| * (q_\alpha \sigma \cdot S) - \frac{1}{2}\Gamma(q_\alpha \sigma \cdot S)^2] \qquad \text{(Eq 5.2-5)}$$

Puisque le gamma a un impact positif sur les positions longues (voir le tableau des signes des « Greeks »), alors il amoindrit le risque sur la position et il convient alors de réduire la VaR de l'effet gamma. La première expression correspond à une perte tandis que la seconde correspond à un gain.

Pour une position courte call/put nous avons

$$VAR(\Delta f) = N * [|\delta| * (q_\alpha \sigma \cdot S) + \frac{1}{2}\Gamma(q_\alpha \sigma \cdot S)^2] \qquad \text{(Eq 5.2-6)}$$

Puisque le gamma a un impact négatif sur les positions courtes, alors il exacerbe le risque et ainsi il faudrait intégrer son effet dans le calcul de la VaR.

Pour obtenir la VaR d'un portefeuille d'options euro uniquement ou dollar uniquement, il faut passer d'abord par le calcul du delta net qui est égal à la somme du produit de chaque delta par le notionnel correspondant ; le notionnel pouvant être négatif (quand il s'agit d'une position courte) ou positif (quand il s'agit d'une position longue). Ensuite vient le calcul du gamma net, qui est égal à la somme du produit de chaque gamma par le notionnel correspondant (positif ou négatif). Soient $\hat{\delta}$ et $\hat{\Gamma}$ respectivement le delta net et le gamma net.
La VaR de ce portefeuille est alors obtenue par

$$\begin{aligned} VAR(\Delta f)_{euro} &= |\hat{\delta}| * (q_\alpha \sigma_{euro} \cdot S_{euro}) - \frac{1}{2}\hat{\Gamma}(q_\alpha \sigma_{euro} \cdot S_{euro})^2 \\ VAR(\Delta f)_{usd} &= |\hat{\delta}| * (q_\alpha \sigma_{usd} \cdot S_{usd}) - \frac{1}{2}\hat{\Gamma}(q_\alpha \sigma_{usd} \cdot S_{usd})^2 \end{aligned} \qquad \text{(Eq 5.2-7)}$$

Nous proposons de calculer la VaR totale par :

$$VAR_{totale} = \sqrt{VAR(\Delta f)^2_{euro} + VAR(\Delta f)^2_{usd} + 2\rho VAR(\Delta f)_{euro} \times VAR(\Delta f)_{usd}} \qquad \text{(Eq 5.2-8)}$$

ρ le coefficient de corrélation des cours EUR/MAD et USD/MAD.

Des critiques sont faites sur cette méthode, du fait que le rendement de l'option n'est pas linéaire, et n'est pas distribué suivant la loi normale avec une moyenne nulle. Des études laissent conclure qu'il y a une sous estimation du risque dans ce cas. Ainsi certains proposent d'étudier la distribution de Δf et déterminer ensuite le quantile correspondant. RiskMetrics propose de choisir cette distribution parmi les trois transformations de Johnson[18].

b\ Simulation Monte Carlo complète

Pourquoi Monte Carlo

Dans le cadre du modèle paramétrique, nous avons illustré comment combiner, d'un point de vue analytique, positions exposées au risque, volatilités et corrélations pour calculer la VaR d'un portefeuille. Ce modèle présente certaines limites[19] telles que :

- Il est applicable seulement pour des portefeuilles d'instruments linéaires, c'est-à-dire dont le rendement varie linéairement avec les variations relatives du facteur de risque (c'est le cas des positions de change, approximativement pour les obligations, les forwards, etc.). On conclut donc que ce modèle n'est pas très satisfaisant pour un portefeuille d'options.
- Il suppose que le rendement du portefeuille est distribué suivant la loi normale, pourtant la réalité en est autrement[20] ; peu de facteurs de risque suivent la loi normale.
- Le modèle suppose que le comportement des données historiques, toutes les dépendances possibles existantes entre les facteurs de risque, peuvent être capter par une matrice de covariance ; Pourtant cette matrice présente elle-même des limites tant au niveau de son estimation qu'au niveau de sa prévision.

Par conséquent, la méthode analytique ne peut s'appliquer de façon satisfaisante aux instruments financiers non linéaires, parlant uniquement des options dans notre cas.
Calculer la VaR sur un portefeuille d'options devient plus complexe puisque d'une part, le rendement d'une option n'est pas une fonction linéaire de l'actif sous-jacent et d'autre part, la variation du prix de l'option est sensible à celle de la volatilité du sous-jacent, un élément inobservable directement sur le marché. La simulation Monte Carlo vient alors pallier cette faiblesse et atténuer le problème lié à la matrice de covariance même si cette dernière est aussi utilisée dans la simulation.

Monte Carlo : Définition, principe et méthode

La simulation Monte Carlo consiste à générer une série de valeurs de marché futures possibles de notre portefeuille par l'emploi d'un modèle d'évolution des facteurs de risque.

L'idée ici est qu'au lieu de se baser uniquement sur le comportement passé des facteurs de risque, il est plus judicieux de simuler le mouvement de ces facteurs, de la date présente à une date future ; la différence entre ces deux dates correspond à l'horizon de la VaR noté h. A partir des valeurs courantes des facteurs de risque à un instant donné (date de calcul de la VaR), des milliers de valeurs possibles de ces facteurs au-delà de l'horizon h jours sont générées en utilisant la méthode Monte Carlo. Ce nombre de scénarios nous permettra d'avoir des milliers de valeurs possibles pour notre portefeuille dans h jours ; ensuite nous calculons

[18] Ce sont des transformations qui permettent d'exprimer le rendement de l'option en fonction de celui du sous jacent ; Johnson proposa ainsi trois types de distributions parmi lesquelles on doit choisir celle la plus adéquate ayant les mêmes 4 premiers moments que le rendement de l'option. Ceci est rendu possible en utilisant l'algorithme de Johnson disponible sur le site http://lib.stat.cmu.edu

[19] Carol Alexander, « A guide to financial data analysis », 2001.

[20] Les tests de normalité ont été effectués sur les variations relatives des différents taux d'intérêt, dans le cadre du stage d'application ; ils étaient tous négatifs. Ceux des cours de change étaient tous positifs.

la différence entre chaque nouvelle valeur simulée et la vraie valeur de l'instant t. Dès lors nous obtenons une nouvelle série (série de variations de la valeur du portefeuille) et la VaR mesurée correspond au centile d'ordre 1% ou 5% de cette série selon notre niveau de confiance. Par exemple le centile d'ordre 5% d'une série de 100 valeurs est égal à la $5^{ième}$ plus petite valeur ou à la $95^{ième}$ plus grande valeur de cette série.

Concrètement, voici les grandes étapes de ce modèle (et résumées dans le graphique 5-1):

Soit un portefeuille ayant k facteurs de risque corrélés, de rendements R_1, R_2, ..R_k, et de matrice de variance covariance notée **V** :
La génération des scénarios réside dans l'utilisation des volatilités et des corrélations estimées entre les facteurs de risque du portefeuille pour obtenir un grand nombre de valeurs futures des actifs constituant le portefeuille, toujours sous l'hypothèse de la normalité**.**

1. D'abord il faut générer k variables aléatoires indépendantes, distribuées suivant la loi normale standard, que nous représentons par le vecteur Z de dimension k x 1; sa matrice de covariance est I_k. la matrice identité.

2. Utiliser la matrice de covariance des facteurs de risque pour transformer ce vecteur (Z) en un nouveau vecteur (Y) de composantes corrélées, en passant par la décomposition de Cholesky de la matrice V. La matrice de Cholesky de V est une matrice triangulaire inférieure C telle que $V = C^T C$, où C^T est la transposée de C.
   Ainsi en posant $Y = C^T Z$, Y est aussi de dimension k x 1
   Nous avons $V_Y = C^T V_Z C = C^T I_k C = C^T C$
   Or $C^T C = V$ donc on retrouve bien notre matrice de covariance des facteurs de risque.
   Nous obtenons finalement des rendements distribués suivant la loi normale, et ayant la même structure de la matrice de covariance des facteurs de risque.

3. Utiliser un modèle financier pour évaluer la valeur future de chaque facteur de risque en utilisant les composantes du vecteur Y; c'est ensuite qu'on pourra introduire chaque facteur simulé dans la formule de pricing de l'instrument financier en question (formule de Black & Scholes pour les options). Finalement la valeur du portefeuille n'est que la somme des prix de tous les actifs contenus dans le portefeuille. Nous calculons la différence entre la vraie valeur du portefeuille aujourd'hui et celle obtenue par une simulation.

Ces trois étapes sont répétées plusieurs milliers de fois pour obtenir une série de variations du prix du portefeuille. A la fin, il suffira de prendre le centile d'ordre α de cette distribution ; le niveau de confiance étant bien sûr $(1-\alpha)$.

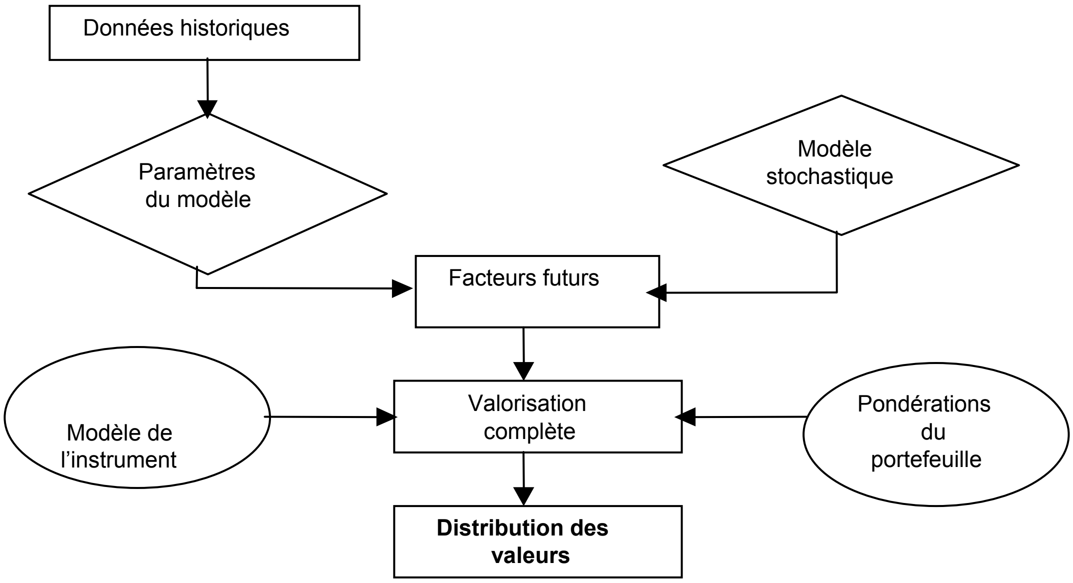
Cette méthode a l'avantage de pouvoir donner des résultats plus exacts. Avec des milliers d'observations, il y a moins de risque d'échantillonnage d'après la théorie des grands nombres.

Elle est aussi très flexible du moment où les paramètres et les hypothèses utilisés pour la simulation sont modifiables.

Remarque

Il est très important de souligner que la puissance de ce modèle dépend d'une part des corrélations utilisées pour la réalisation des scénarios, leur capacité à refléter la dépendance entre les variables, et d'autre part du nombre de scénarios réalisés.

Il est conseillé d'aller au moins jusqu'à 1500 scénarios, car plus le nombre est grand, plus il y a une convergence vers les vraies valeurs des actifs, conformément à la théorie des grands nombres.



Graphique 5.2-1 : Schéma synthétique de la simulation Monte Carlo

Le principe de la simulation est en lui-même simple, mais des problèmes apparaissent dès lors que nous voulons passer à l'implémentation sur un cas concret. Plusieurs questions se posent en ce moment, puisqu'elles ne sont pas abordées dans la méthodologie de la simulation Monte Carlo :

- Quel modèle de calcul de la matrice de covariance entre les facteurs de risque ?
- Quelle taille historique utilisée pour ce calcul ?
- Dans le cas des options, quels sont les facteurs dont il faudrait modéliser l'évolution, puisque a priori, les taux d'intérêt et la volatilité sont supposés être constants dans le modèle de Garman-Kohlagen.
- Après avoir généré les variables aléatoires et appliquer la matrice de Cholesky, quelle formule utiliser pour prévoir l'évolution de chaque facteur retenu ?
- Quels taux d'intérêt et quelle volatilité utiliser pour l'évaluation de l'option?

C'est ce que nous verrons au chapitre suivant.

c\ Approximation delta (ou Monte Carlo partielle en delta)

A la place de l'utilisation de la formule exacte de calcul du prix de l'option après la simulation des facteurs de risque, nous transformons la formule en une autre qui donne le prix de l'option sous forme d'une fonction linéaire ou quadratique du cours de change. Celle-ci est basée sur l'équation (5.1). En effet, étant donnés initialement V_0 le prix de l'option et S_0 le cours de change, alors la valeur future V_1 pour une valeur future S_1 est donnée par :

$$V_1 = V_0 + \delta(S_1 - S_0) \Rightarrow V_1 - V_0 = \delta(S_1 - S_0) \qquad \text{(Eq 5.2-9)}$$

Où δ désigne le delta de l'option, obtenu par la formule (4.4).

Ce modèle s'avère moins intéressant lorsque le cours de change s'éloigne trop de sa valeur actuelle. Encore faut il faire une approximation de deuxième ordre.

d\ Approximations du 2ème ordre : Monte Carlo partielle en delta-gamma-théta

Dans l'approximation delta-gamma, en plus du delta, est ajouté l'effet du « gamma » de l'option. Pour l'approximation delta-gamma-thêta, l'effet du temps est pris en compte à travers le « thêta ». Ainsi on voit apparaître clairement l'effet de chaque facteur de risque sur le prix de l'option.
Dans chaque cas V_1 devient

$$V_1 = V_0 + \delta(S_1 - S_0) + \frac{1}{2}\Gamma(S_1 - S_0)^2$$
$$V_1 = V_0 + \delta(S_1 - S_0) + \frac{1}{2}\Gamma(S_1 - S_0)^2 + \theta \cdot t \qquad \text{(Eq 5.2-10)}$$

t correspond à l'horizon de prévision ou encore l'horizon de la VaR, exprimé en années.
θ et Γ sont obtenus respectivement par les formules (4.6) et (4.5).

Remarques :

☯ Dans ces approximations, on ne simule que le cours de change, contrairement à Monte Carlo complète où d'une part la formule exacte de l'option est utilisée, et d'autre part on simule tous facteurs de risque (cours de change, taux d'intérêt, volatilité).

☯ On peut aussi calculer le delta et le gamma sans utiliser leur formule explicite mais plutôt par une approximation par la méthode des différences finies, c'est-à-dire :

$$\Gamma \cong \frac{P(S - \Delta S) - 2P(S) + P(S + \Delta S)}{(\Delta S)^2}$$
$$\delta \cong \frac{P(S + \Delta S) - P(S - \Delta S)}{2\Delta S} \qquad \text{(Eq 5.2-11)}$$

P : la formule de calcul du prix de l'option
ΔS : une variation infinitésimale du cours de change (par exemple 0,001 ou 0,01).

La méthode standard parait beaucoup plus simple à implémenter qu'une méthode interne, mais cette dernière surestime le risque et engendre un gaspillage inutile de fonds propres.
Les théories des méthodes internes sont connues, les appliquer sur un cas concret n'est pas aussi simple que ça parait. Le passage à la pratique pose un certain nombre de problèmes, entre autres, la disponibilité et l'adéquation des données, la signification et le choix de chaque paramètre, la compatibilité avec les méthodes de pricing et de couverture adoptées à la salle des marchés de la banque, etc.

Chapitre 6

Méthodologie et base de données

Nous avons implémenté sur Excel un modèle dynamique par programmation sur VBA, qui calcule la VaR par les six (6) méthodes exposées plus haut. L'application permet de calculer la VaR sur un portefeuille pouvant contenir 50 options plus des positions en devises euro et dollar. Mais avant de présenter les résultats, décrivons d'abord les données utilisées et explicitons notre méthodologie sur la simulation Monte Carlo.

6.1 Portefeuille et facteurs de risque

Notre portefeuille contiendra des options Call/Put EUR/MAD, USD/MAD ayant des maturités diverses. De là et en vertu de la formule de pricing des options nous identifions les facteurs de risque suivants :

- Les taux d'intérêt dans chacune des monnaies euro, dollar et dirham, et pour toutes les maturités standardisées cotées que sont le 1 mois, 3 mois, 6 mois et 12 mois ; en terme de taux d'intérêt, nous nous retrouvons avec 12 facteurs de risque sans compter les taux au jour le jour.
- Comme cela a été dit plus haut, nous retenons comme facteurs de risque en volatilité, celles de maturité une semaine, 1 mois, 2 mois, 3 mois, 6 mois, 9 mois et 12 mois. Soit 7 facteurs.
- Les cours de change spot EUR/MAD et USD/MAD, mais en fait le véritable facteur de risque est le cours EUR/USD et c'est ce dernier que nous allons utiliser.

Nous obtenons au total 20 facteurs de risque.

6.2 Méthodologie adoptée pour la simulation Monte Carlo

Conformément aux questions qui étaient posées sur la conception de cette approche, voici nos choix de travail.

1. Concernant le calcul de la matrice de covariance, eut égard des données disponibles, du fait qu'on est en face d'un marché financier pas très actif, et sous des recommandations, nous avons choisi d'utiliser le modèle ordinaire de calcul des covariances, autrement appelé modèle à pondérations égales des observations. D'autant plus que c'est un modèle simple et utilisé par plusieurs institutions financières.
   Pour ce faire, chaque série de facteurs de risque sera transformée en variations relatives moyennant la formule $\left(y_t - y_{t-1}\right) / y_{t-1}$. La matrice de covariance de dimension 20 x 20 est alors obtenue à partir de ces nouvelles séries. En la calculant nous supposons qu'il y a une corrélation linéaire entre les différents facteurs de risque ; un petit commentaire sera fait à cet effet dans la partie description et analyse des données.

2. Pour homogénéiser nos données, puisque celles afférentes aux taux d'intérêt MAD ont une profondeur historique datant de janvier 2004 soit 270 observations. La base de données finale contient 20 séries de 270 observations prises aux mêmes dates.

3. Après calcul de la matrice de covariance, nous l'utilisons pour obtenir la matrice de Cholesky, à partir d'un programme que nous avons écrit sous Excel & VBA (Voir annexe I) ; c'est une matrice triangulaire inférieure notée C telle que $V = C^T C$ où V désigne la matrice de covariance des facteurs de risque.
   Une fois C obtenue nous faisons le produit $C^T Z = Y$ où Z est le vecteur 20 x 1 de nombres aléatoires simulés suivant la loi normale standard.
   Notons Y_i la i^{ème} composante de Y correspondante au i^{ème} facteur de risque ; i=1, 2,..20.
   Se pose maintenant la question de savoir comment générer chaque facteur.
   Plusieurs modèles d'évolution sont proposés dans la littérature mais le plus connu est celui de la marche aléatoire supposant que le facteur évolue comme suit :

Quand x est le seul facteur, on le modélise par[21] :

$$x_t = x_0 \cdot Exp(\sigma \cdot z \cdot \sqrt{t}) \qquad \text{(Eq 6.2-1)}$$

avec, σ est la volatilité de x, écart type des variations relatives de x
z une variable aléatoire distribuée suivant la loi normale standard.

Mais quand il y a plusieurs facteurs de risque, la décomposition de Cholesky nous permettra de générer les facteurs de risque par la formule

$$x_{it} = x_{i0} \cdot Exp(Y_i \cdot \sqrt{t}) \qquad \text{(Eq 6.2-2)}$$

x_i peut être soit un taux d'intérêt, soit une volatilité soit un cours de change EUR/USD.
Et t sera l'horizon de calcul de la VaR.
Tenant compte du fait que le dirham est un panier de devise, il est jugé qu'il ne serait pas intéressant de modéliser directement les cours de change EUR/MAD et USD/MAD par le modèle ci-dessus mais plutôt par un ajustement, en vertu de la formule (4.3).
Ainsi si Y_{20} est la composante de Y correspondant au cours de change EUR/USD alors

$$\begin{aligned} x_{EUR/MAD \cdot t} &= x_{EUR/MAD \cdot 0} \cdot Exp(aY_{20}\sqrt{t}) \\ x_{USD/MAD \cdot t} &= x_{USD/MAD \cdot 0} \cdot Exp(cY_{20}\sqrt{t}) \end{aligned} \qquad \text{(Eq 6.2-3)}$$

Ce modèle d'évolution est particulièrement valable pour le cours de change. Par contre, il représente quelques éloignements par rapport au vrai processus d'évolution des taux d'intérêt. Nous verrons dans la troisième partie de ce mémoire comment on peut exploiter un travail d'estimation de la structure par termes des taux d'intérêt pour remédier à ce problème.

Une fois un scénario réalisé en générant les divers facteurs de risque, la variation du prix de l'option est donnée par

$$\Delta V = V(S,E,r,D,\sigma,\tau) - V(S',E,r',D',\sigma',\tau - h/365) \qquad \text{(Eq 6.2-4)}$$

Où **S',r',D',σ'** sont respectivement les valeurs du spot, taux MAD, taux devise, et volatilité générés par un scénario ;
h l'horizon de calcul de la VaR
V est une fonction donnant le prix de l'option

[21] Voir Carol Alexander, « market models: A guide to financial data analysis », 2001.

Pour un portefeuille d'options, la méthode consiste d'abord à calculer la variation pour chaque option dans le portefeuille selon le nombre de simulations fixé, ensuite on passe à la somme des variations pour obtenir la variation totale du portefeuille, pour avoir finalement une seule série sur laquelle on prendra le centile.

Dans le cadre du calcul de la VaR la fonction V peut prendre plusieurs formes, à priori la formule exacte de calcul du prix de l'option (voir formule 4.2) sera utilisée. Mais le principal inconvénient de l'utilisation du modèle d'évaluation exacte est qu'il est difficile de le mettre en place, il nécessite un système informatique performant. Ainsi d'autres modèles sont proposés ; il s'agit de modèles par approximation autrement appelés simulation partielle.

Remarque
A ce niveau, au cas où la maturité de l'option ne correspond pas à l'une des maturités standards, deux interpolations sont à faire sur les taux d'intérêt et les volatilités, l'une pour le calcul du prix courant de l'option et l'autre, juste après la simulation, tenant compte du changement de la maturité de l'option (la maturité passe de τ à τ-h) vu l'horizon de la VaR fixé.

6.3 Description des données

Les données qui seront utilisées dans ce travail sont : les taux d'intérêts monétaires dirham, euro, dollar sur les maturités 1 mois, 3 mois, 6 mois, 1an ; le cours de change USD/EUR et les volatilités USD/EUR sur les maturités 1 semaine, 1 mois, 2 mois, 3 mois, 6 mois, 9 mois et 1an.
Afin de pouvoir faire des comparaisons, toutes les données sont quotidiennes et correspondent aux jours ouvrés d'une même période d'observation allant du 02/01/2004 au 31/01/2005. Nous n'avons pas pu prendre un historique plus profond vu que les taux d'intérêt marocains n'ont commencé à être publiés quotidiennement par BAM qu'à partir de janvier 2004.

a\ Les taux d'intérêt dirham

Les taux d'intérêt dirham retenus dans ce travail sont les taux publiés quotidiennement par BAM à partir de janvier 2004. Nous avons retenu uniquement les taux sur les maturités du court terme à savoir : 1 mois, 3 mois, 6 mois et 12 mois vu que la maturité des options ne dépasse pas 1 an.
Ces taux nous ont été fournis par la salle des marchés d'Attijariwafa Bank.
Une première vue sur ces courbes de taux peut être donnée par le tableau descriptif suivant :

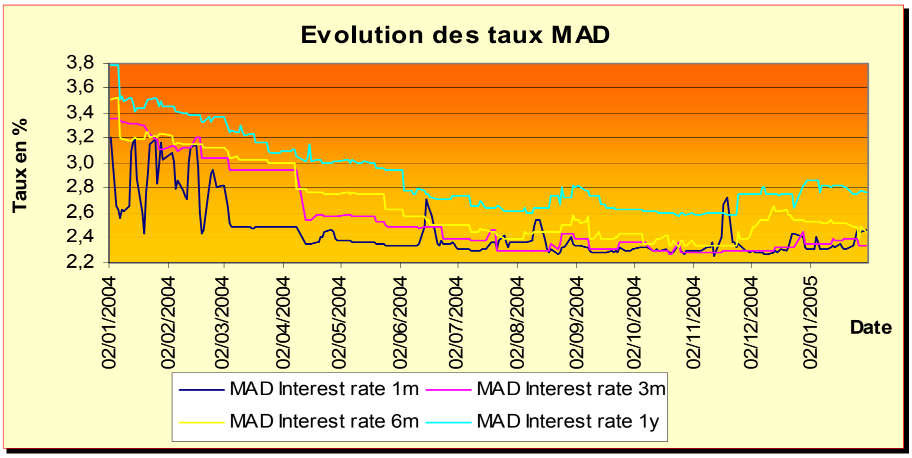
Tableau 6-1 : Statistiques descriptives des taux d'intérêt dirham

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie	Kurtosis
M1	269	2,2578	3,2064	2,443181	,215017	2,008	3,404
M3	269	2,2720	3,3551	2,567447	,329764	1,090	-,274
M6	269	2,3218	3,5204	2,667200	,299312	,868	-,521
Y1	269	2,5730	3,7873	2,902221	,299984	,937	-,228

Les chiffres sont donnés en %.

Le taux d'intérêt dirham est en moyenne croissant par rapport à la maturité, ce qui correspond à l'évolution normale d'une courbe de taux. Mais cela n'empêche qu'il existe des journées où nous avons pu observer une courbe de taux décroissante (15/06/2004 et 19/11/2004 par exemple).
Durant notre période d'observation allant du 02/01/2004 au 31/01/2005, le taux 3 mois s'est révélé le plus volatile avec un écart-type de 0.33%.
Le taux 1 an est celui qui a la plus grande marge de variation [2,57% ; 3,79%] soit une étendue de 1,22%.

Pour plus d'éclaircissement, voyons le graphique suivant :



Graphique 6.3-1 : Evolution des taux d'intérêt du 02/01/04 au 31/01/05

- La tendance baissière des taux d'intérêt entre le 20/01/2004 et le 02/08/2004 est très claire sur ce graphique, les taux ont connu une baisse moyenne avoisinant les 30% jusqu'au début du mois d'août 2004 pour se stabiliser pratiquement entre cette date et la date de la fin de notre période d'observation. Cette tendance baissière est en réalité observée depuis l'année 2001 et elle est due essentiellement à la surliquidité que connaît notre économie durant les dernières années ; un phénomène qui est devenu plus important avec les recettes de la privatisation et qui a conduit à la baisse du coût de l'argent c'est-à-dire des taux d'intérêt d'autant plus que l'investissement n'a pas enregistré de hausse remarquable susceptible d'absorber cette surliquidité sur le marché.
- Le taux 1mois a été très volatil entre le 02/01/2004 et le 02/03/2004 et fluctuait entre 3,4% et 2,4%.
- Nous observons sur le graphique plusieurs semaines sans aucune variation des taux d'intérêt, ce qui pourrait influencer sur les corrélations et les calculs ultérieurs.
- Le taux 1an est pratiquement toujours supérieur aux autres taux durant cette période, suivi du taux 6 mois.
- Le graphique laisse apparaître une certaine corrélation entre les taux d'intérêt sur les quatre maturités (ils évoluent en moyenne dans le même sens).

Statistiquement, cette corrélation est :

Tableau 6-2 : Corrélations entre les taux MAD court terme

Corrélation	1mois	3mois	6mois	1an
1mois	1			
3mois	0,797	1		
6mois	0,763	0,97	1	
1an	0,773	0,959	0,983	1

Nous constatons que les corrélations entre ces taux sont très significatives, ce qui est conforme à la réalité du marché stipulant que les taux d'intérêt du court terme sont corrélés entre eux.

b\ Les taux d'intérêt Euro

Les taux d'intérêt Euro nous ont été fournis par la salle des marchés. Ils sont téléchargés des écrans Reuters et sont exactement les taux sur lesquels se base la salle pour évaluer (pricer) ses différents contrats. Nous avons retenu les taux de clôture des journées ouvrées sur les quatre maturités citées précédemment.

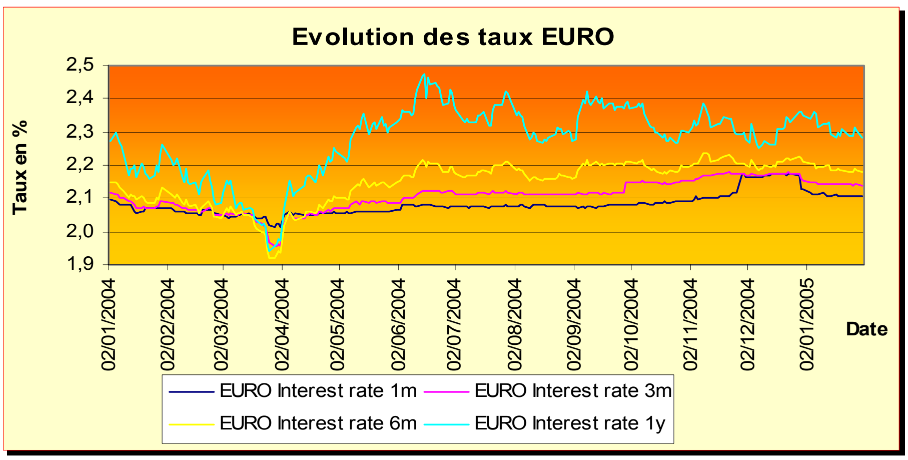
Le tableau suivant présente quelques caractéristiques statistiques de ces taux sur la période d'observation considérée.

Tableau 6-3 : Statistiques descriptives des taux d'intérêt euro

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie	Kurtosis
M1	269	2,0145	2,1744	2,081714	3,207E-02	1,365	2,053
M3	269	1,9553	2,1773	2,107863	4,500E-02	-,683	,763
M6	269	1,9200	2,2388	2,149241	6,580E-02	-1,199	1,089
Y1	269	1,9428	2,4749	2,275011	,107498	-,912	,472

Les chiffres sont donnés en %.

Les taux d'intérêt Euro sont en moyenne moins importants que les taux Dirham.
Comme pour les taux Dirham, ils sont en moyenne croissants avec la maturité.
Le taux 1an est celui qui a la plus grande marge de variation [1,94% ; 2,47%] soit une étendue de 0,53% c'est aussi le taux le plus volatil.



Graphique 6.3-2 : Evolution des taux d'intérêt euro du 02/01/04 au 31/01/05

Deux tendances essentielles : une tendance baissière entre le 02/01/2004 et le 02/04/2004 et une tendance haussière entre le 02/04/2004 et le 15/06/2004.
Une baisse légère vers la fin du mois d'avril 2004.
Le taux 1an est de loin celui qui change assez fréquemment de tendance.

Tout comme pour les taux Dirham, il y a une corrélation assez forte entre les taux Euro sur les différentes maturités.
La matrice de corrélation est donnée par :

Tableau 6-4 : Corrélations entre les taux euro court terme

Corrélation	1mois	3mois	6mois	1an
1mois	1			
3mois	0,8374	1		
6mois	0,678	0,9352	1	
1an	0,4342	0,7476	0,9249	1

La plus faible corrélation est celle entre le 1mois et le 1an, la plus forte est celle entre le 3 mois et le 6 mois.

c\ Les taux d'intérêt Dollar

Les taux d'intérêt Dollar nous ont été fournis par la salle des marchés de la banque. Ils sont aussi téléchargés des écrans Reuters. Nous avons retenu les taux de clôture des journées ouvrées sur les quatre maturités citées précédemment.

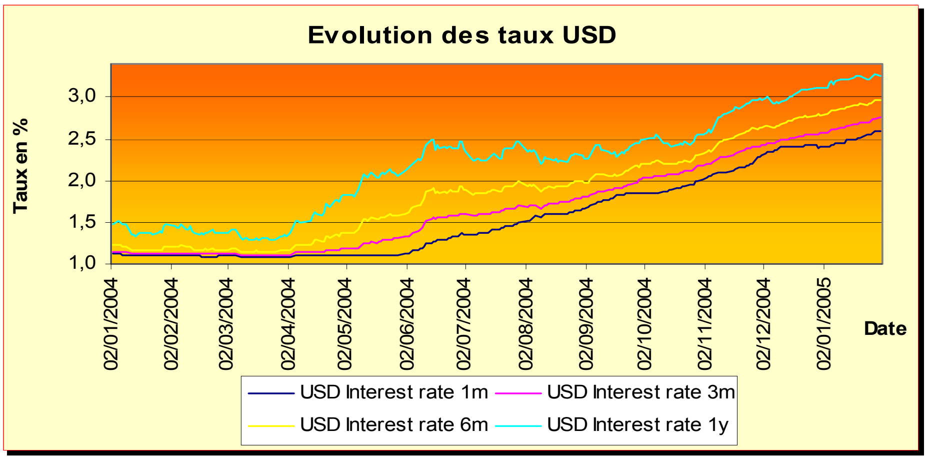
Le tableau suivant présente quelques caractéristiques statistiques de ces taux sur la période d'observation considérée.

Tableau 6-5 : Statistiques des taux d'intérêt dollar

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie	Kurtosis
M1	269	1,0900	2,5900	1,568556	,495989	,622	-1,030
M3	269	1,1100	2,7500	1,694236	,528735	,453	-1,124
M6	269	1,1450	2,9600	1,871273	,569361	,262	-1,104
Y1	269	1,2825	3,2700	2,194569	,599224	-,029	-1,044

Les chiffres sont donnés en %.

Les taux d'intérêt Dollar sont en moyenne moins importants que les taux Dirham et Euro.
Ils sont en moyenne croissants avec la maturité.
Le taux 1an est le plus volatil.



Graphique 6.3-3 : Evolution des taux d'intérêt dollar du 02/01/04 au 31/01/05

Contrairement au marché monétaire marocain où les taux sont en constante baisse, ceux de la zone USD sont toujours en hausse.
Les taux Dollar ont connu pendant notre période d'observation une hausse remarquable allant de 1% à 3,4% en une année. Le coût de l'argent devient de plus en plus élevé, cela entre dans le cadre de la lutte contre l'inflation, politique de la réserve fédérale.

Tableau 6-6 : Corrélations entre les taux dollar court terme

Corrélation	1mois	3mois	6mois	1an
1mois	1			
3mois	0,991	1		
6mois	0,966	0,991	1	
1an	0,904	0,948	0,982	1

Les corrélations entre les taux d'intérêt sur le marché américain sont plus fortes que celles sur les marchés marocain et européen.

d\ Les volatilités

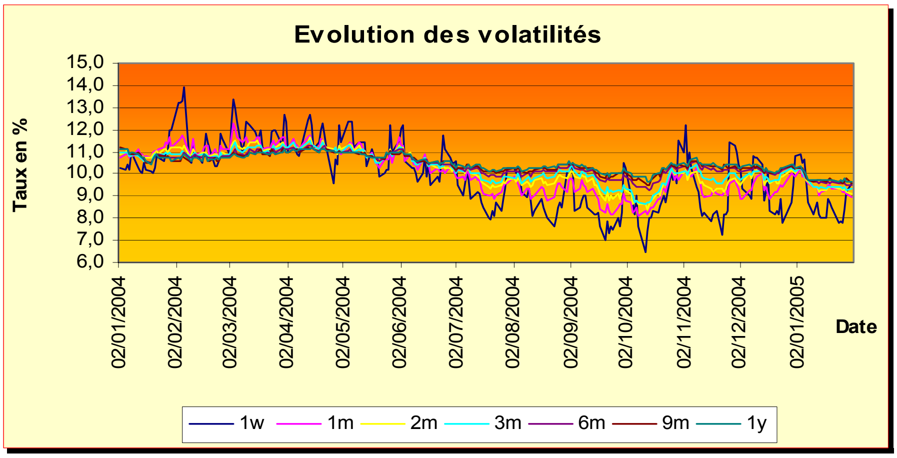
Les volatilités considérées dans cette partie sont les volatilités implicites du marché, elles sont publiées par Reuters également. Ainsi, elles nous ont été fournies par la salle des marchés et elles correspondent à sept maturités, à savoir, 1 semaine, 1mois, 2mois, 3mois, 6mois, 9mois et 1an. Nous avons pris les volatilités de clôture.

Les caractéristiques statistiques de cette variable le long de notre fenêtre d'observation sont :

Tableau 6-7 : Statistiques sur les volatilités EUR/USD

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie	Kurtosis
W1	269	6,50	13,90	9,9918	1,4863	,089	-,778
M1	269	8,10	12,25	10,1101	1,0076	,023	-1,186
M2	269	8,40	11,65	10,2320	,7908	-,085	-1,176
M3	269	8,65	11,50	10,2852	,6842	-,185	-,898
M6	269	9,25	11,30	10,4102	,4951	-,161	-,943
M9	269	9,50	11,20	10,4578	,4163	-,165	-,784
Y1	269	9,65	11,20	10,4924	,3839	-,263	-,616

La volatilité est en moyenne croissante avec la maturité, ce qui parait logique.
Observons le graphique des évolutions de ces volatilités durant la période considérée.



Graphique 6.3-4 : Evolution des volatilités EUR/USD du 02/01/04 au 31/01/05

La volatilité la plus volatile est celle correspondant à la maturité une semaine, du fait qu'elle est très sensible à certains indicateurs économiques américains[22] publiés fréquemment et donnant la tendance du marché dans le très court terme.
Les volatilités deviennent plus stables et moins volatiles en augmentant la maturité. Ainsi, la volatilité 1w est celle qui fluctue le plus souvent.
Les volatilités enregistrent une baisse très légère à partir du 02/06/2004.

Pouvons nous parler d'une corrélation entre les volatilités ?

D'un point de vue statistique, une corrélation entre les différentes volatilités peut toujours exister, il suffit d'appliquer la formule théorique du calcul des coefficients de corrélation. Financièrement, une volatilité traduit dans une partie les anticipations des investisseurs. Quant aux performances du marché, ces dernières sont généralement corrélées sur les différentes échéances 1semaine, 1mois, 3mois…, ce qui peut justifier l'existence d'une certaine corrélation entre les volatilités.

Tableau 6-8 : Corrélations entre les volatilités EUR/USD sur différentes maturités

Corrélation	1w	1mois	2mois	3mois	6mois	9mois	1an
1w	1						
1mois	0,876	1					
2mois	0,863	0,979	1				
3mois	0,841	0,963	0,986	1			
6mois	0,816	0,93	0,963	0,982	1		
9mois	0,782	0,893	0,933	0,958	0,986	1	
1an	0,774	0,873	0,919	0,947	0,982	0,988	1

Nous constatons que les corrélations sont assez fortes entre les différentes volatilités.

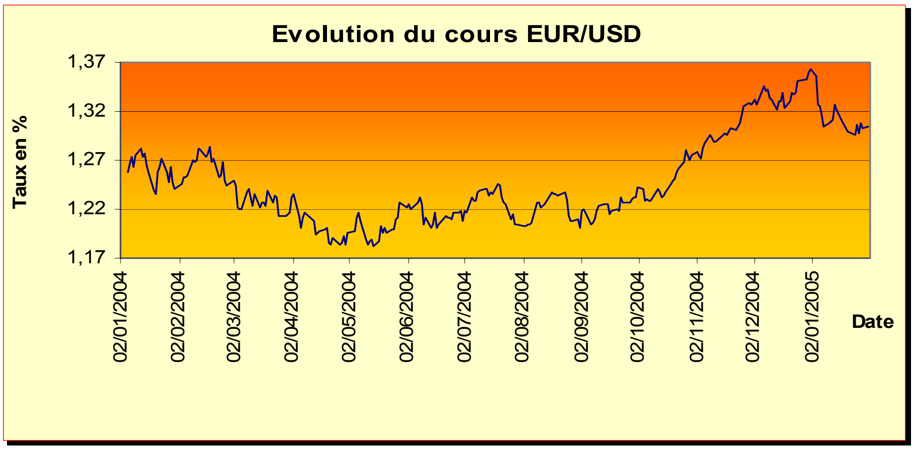
[22] Déficit américain, taux directeur de la réserve fédérale, les chiffres sur l'emploi et l'agriculture américains.

e\ Le cours de change EUR/ USD

Ce cours de change nous a été fourni par la salle des marchés. Nous travaillons toujours avec des données de clôture.

Tableau 6-9 : Statistiques sur le cours de change EUR/USD

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie	Kurtosis
USD_EURO	269	1,1818	1,3635	1,248172	4,399E-02	,763	-,401



Graphique 6.3-5 : Evolution du cours de change EUR/USD du 02/01/04 au 31/01/05

Le cours enregistre une tendance haussière assez claire entre le 02/09/2004 et le 02/12/2004. Les fluctuations sont le résultat du bras de fer entre les deux plus fortes devises du monde. Les taux de change EUR/MAD et USD/MAD dépendront fortement du taux de change USD/EUR étant donné que le panier de devises du dirham est essentiellement adossé sur ces deux devises.

La méthode de calcul de la VaR Monte Carlo sur les options de change est déjà présentée et adaptée, les données sont rassemblées et analysées. L'étape suivante et l'implémentation du modèle sur Excel afin de pouvoir obtenir des résultats concrets.

Chapitre 7

Application et résultats

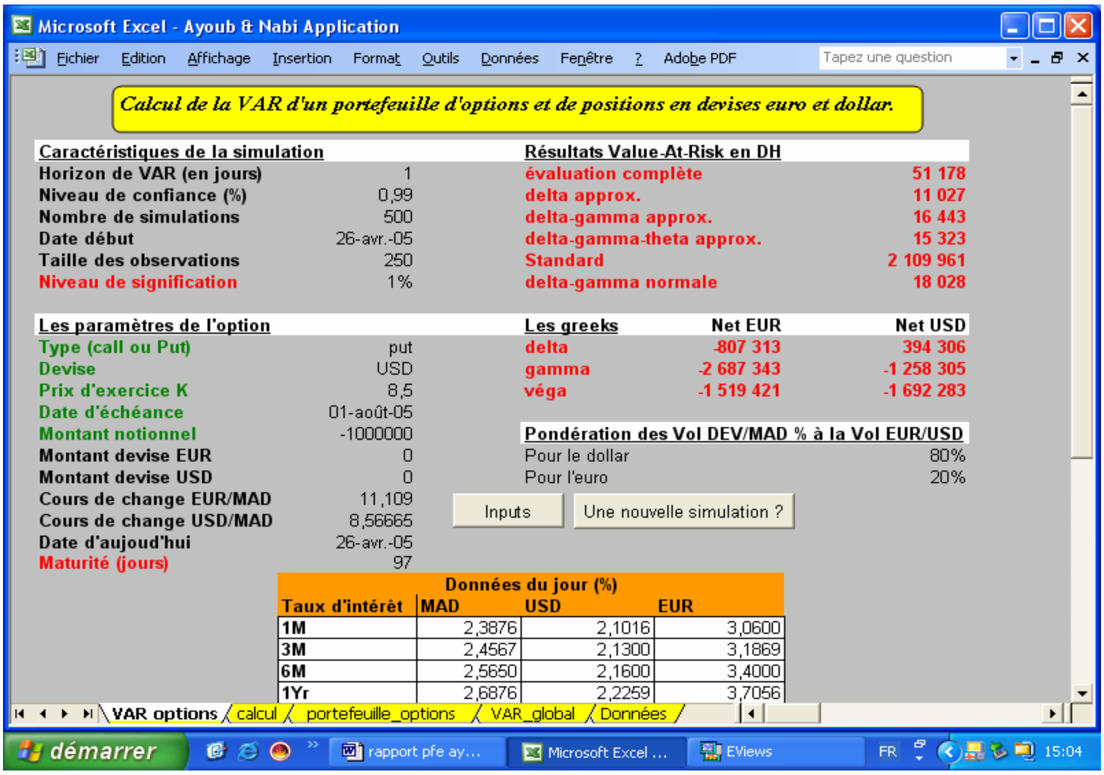
Nous avons développé tous nos modèles sur Excel, et pour faciliter leur utilisation par toute personne, tout a été programmé en modules sous VBA, depuis l'automatisation et le calcul de la matrice de covariance (une matrice d'ailleurs mobile), les interpolations, l'automatisation de la décomposition de Cholesky, la génération des variables aléatoires et des facteurs de risque, le calcul des prix selon le nombre de simulations fixé, le calcul des greeks nets du portefeuille, et enfin la VaR par les cinq (5) approches internes et les fonds propres standards pour tout le portefeuille options plus positions devises.
Une fois que la VaR est calculée, on peut déduire aisément les fonds propres correspondant à l'utilisation du modèle interne VaR.

Ce qui fait que la programmation a pris un temps non négligeable dans notre projet.

7.1 L'application sur Excel

Pour l'utilisation de l'application, un petit manuel a été conçu et livré à l'entité « Normes et Méthodes » de la banque.
Le classeur Excel est composé de cinq (5) feuilles interdépendantes, chacune ayant un rôle spécifique.

☯ Voici l'interface utilisateur pour la saisie des paramètres de la simulation:



Graphique 7.1-1 : Interface utilisateur de l'application sur Excel

Les cellules libellées en rouge ou en vert sont données par le modèle, et l'utilisateur ne saisit que celles en noir.
Pour faire les calculs, l'utilisateur aurait pu cliquer sur un seul bouton mais cela engendrerait des répétitions inutiles qui ralentiront le processus. Puisque la matrice de covariance ne sera pas calculée quotidiennement, alors périodiquement l'utilisateur cliquera sur le bouton « **Input** » qui utilise un historique choisi par ce dernier pour calculer cette matrice ainsi que sa décomposition de Cholesky. Quotidiennement la VaR est obtenue en cliquant sur « **Une nouvelle simulation** ».

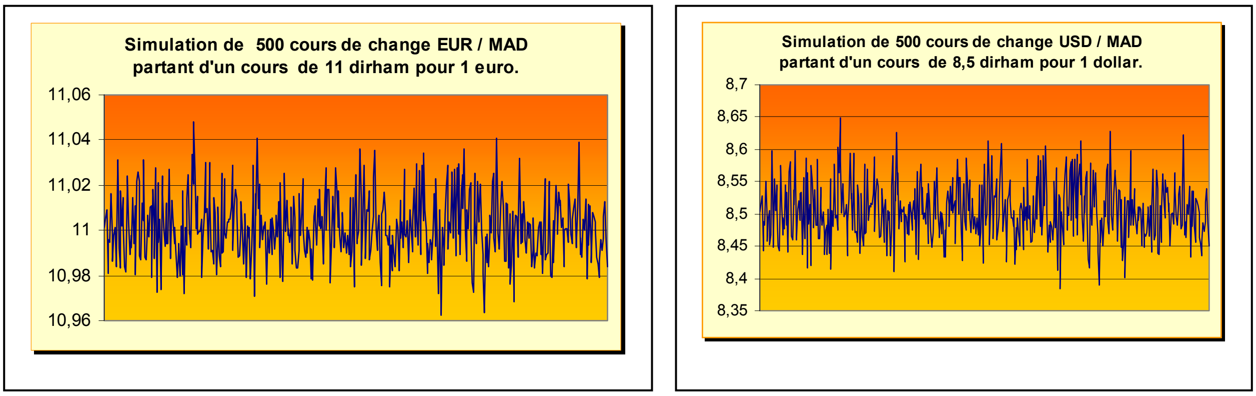
- La feuille « Portefeuille_options » est celle qui contient notre portefeuille d'options.
- La feuille « calcul » est là où tous les calculs de modélisation sont effectués.
- La feuille « Données » est celle qui contient notre base de données et les rendements des facteurs de risque ; elle est alimentée périodiquement.
- La dernière feuille est celle qui permet le passage de la VaR individuelle à la VaR globale, sachant bien que la VaR de la somme n'est pas la somme des VAR ! en fait par la simulation Monte Carlo la VaR globale est le centile de la série donnant la somme des variations du prix de chaque option ou devise. Ceci est rendu possible en construisant un programme itératif qui intègre tout le portefeuille.

Pour répondre aux objectifs du projet, voici quelques résultats intéressants sur les comparaisons des différentes méthodes, la VaR selon les paramètres et la nature de l'option, et surtout le gain en économie de fonds propres engendré par l'utilisation des modèles VaR par rapport au modèle standard.
Nous n'avons pas pu rentrer en possession du portefeuille réel des options de la banque pour des raisons de confidentialité, d'autant plus que l'option de change est un produit nouvellement commercialisé ce qui rend la concurrence acharnée entre les banques de la place, la banque donc refuse de s'aventurer en dévoilant sa stratégie sur ce produit. Nous allons ainsi, procéder à des simulations de portefeuilles. Dans toute la suite le montant ou notionnel de l'option est de 1 million d'euro ou de dollar selon la devise de l'option.

7.2 Sur la génération des facteurs de risque

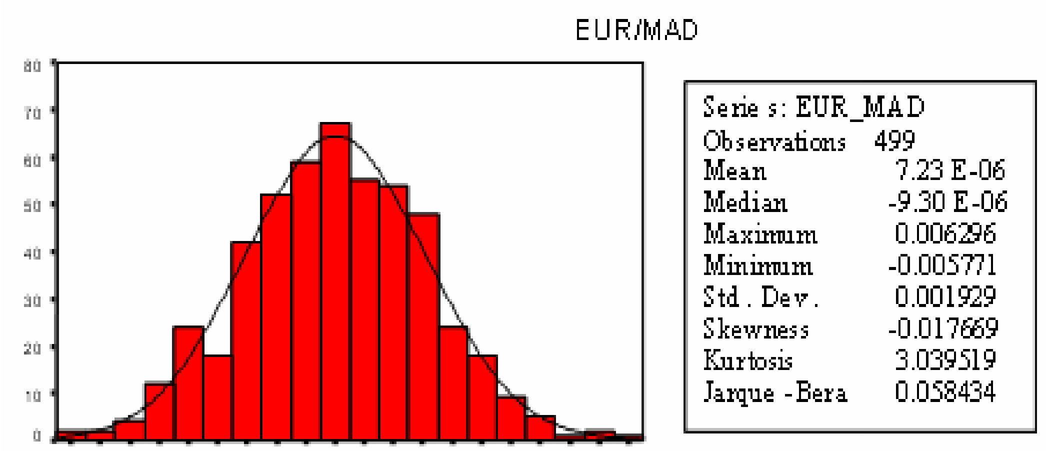
- Les cours de change

Nous donnons à titre illustratif des cours de change générés par la formule de modélisation que nous avons adoptée dans Monte Carlo ainsi que l'histogramme des rendements de ces cours afin de voir si la distribution normale est conservée.

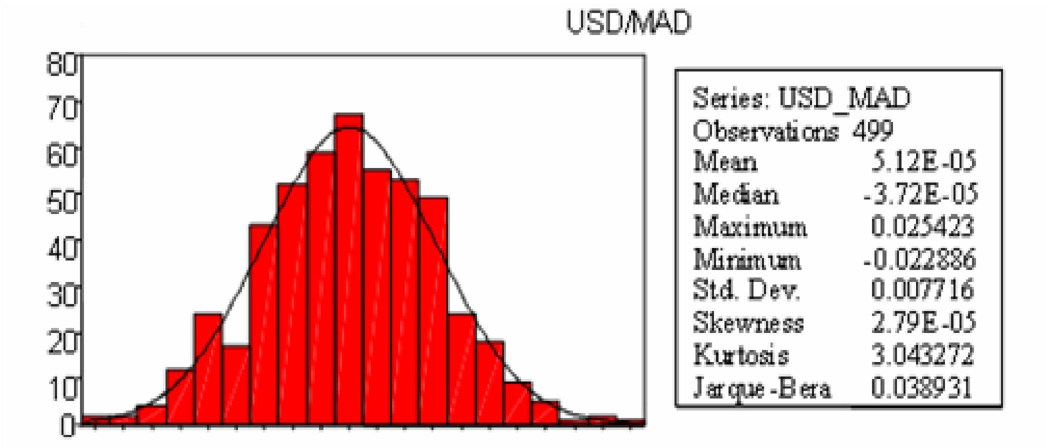


Graphique 7.2-1 : Simulations de 500 cours de change EUR/MAD et USD/MAD

Les graphiques des cours laissent conclure que les cours de change simulés ne s'éloignent pas excessivement de leur valeur initiale ; le dollar est compris entre 8,35 et 8,7 pendant que l'euro se situe entre 10,96 et 11,06. Avec une simulation de 1000 valeurs, la dispersion serait plus visible. En principe, d'un jour à l'autre, dans des conditions normales, les cours de change ne peuvent pas « exploser ». Ce qui rend le modèle raisonnable.



Graphique 7.2-2 : Histogramme des rendements EUR/MAD simulés



Graphique 7.2-3 : Histogramme des rendements USD/MAD simulés.

Il apparaît que les rendements simulés sont bien distribués suivant la loi normale puisque d'une part la courbe gaussienne ajuste bien l'histogramme, et d'autre part la statistique de Jarque-Bera est inférieure au Chi-deux d'ordre 5% à deux (2) degrés de liberté (soit 5,99).

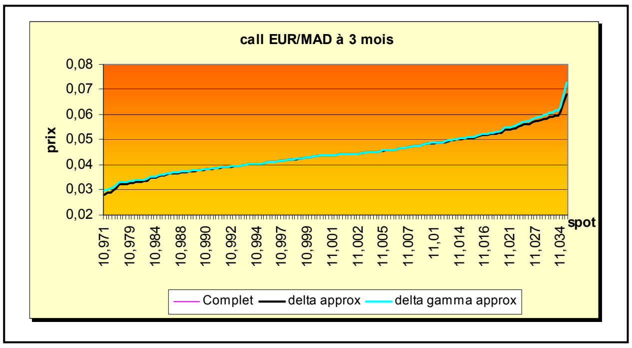
- Les taux d'intérêt

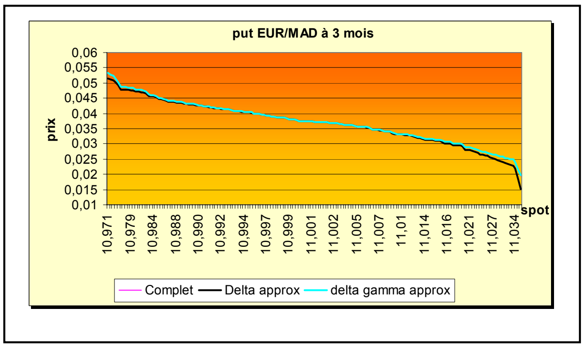
Une analyse graphique des taux d'intérêt simulés pour toutes les maturités et les trois devises laisse apparaître une variation de ces taux dans une fourchette maximale de ±20 points de base (correspondant à 2‰). Cependant cette marge de variation dépend de la volatilité du taux elle-même dépendante de la maturité.

7.3 Sur les tests du modèle

- Appréciation du prix d'une option selon les formules de calcul

Pour voir la différence entre le calcul du prix de l'option par la formule exacte et par les modèles approximatifs, nous avons simulé plus de 100 valeurs de cours de change et calculé le prix correspondant selon chaque formule. Les autres paramètres de l'option sont constants. Les deux (2) graphiques ci-dessous (formant le graphique 7-5) illustrent bien les situations. D'un côté l'allure des graphiques est conforme à la théorie (le prix d'un call est une fonction convexe croissante du spot, tandis que celui d'un put est une fonction décroissante du spot). Nous pouvons remarquer que les trois courbes sont presque confondues pour des valeurs de cours de change proches de la valeur courante qui est de 11 dirhams pour 1 euro ; ces derniers commencent à se différencier quant le cours de change simulé s'éloigne de sa valeur courante. Ceci est un résultat conforme à nos attentes puisque la notion même d'approximations est basée sur une variation infinitésimale du cours de change.



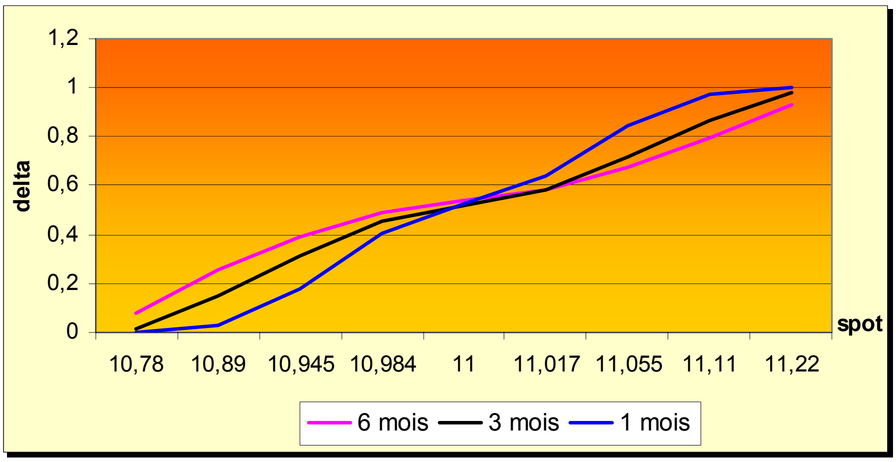


Graphique 7.3-1 : Comparaison du prix d'un call et put EUR 3 mois calculé selon 3 méthodes.

Cela indique enfin que si on ne simule que le cours de change uniquement, alors on obtiendrait des VaR presque identiques pour toutes les méthodes (évaluation complète et approximations).

- Le comportement des « Greeks » : Le delta et le gamma

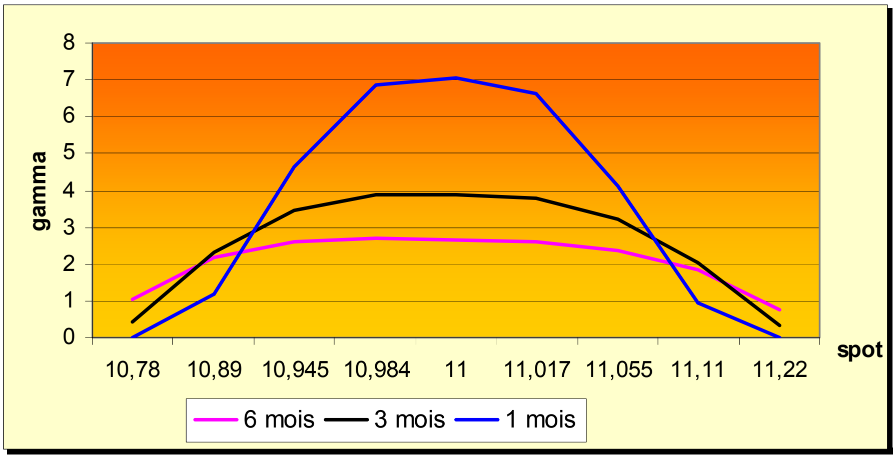
Pour un prix d'exercice d'un call EUR/MAD égal à 11, nous faisons varier le cours spot pour visualiser le mouvement du delta.



Graphique 7.3-2 : Evolution du delta d'un call EUR/MAD selon le cours spot

Interprétations :
(i) Le delta est croissant avec le spot et la maturité;
(ii) Le delta d'une option at-the-money est égal à 0,5;
(iii) Le delta tend vers 1 lorsque l'option est de plus en plus in-the-money, ce qui traduit en ce moment un risque élevé sur l'option ; le delta tend vers 0 lorsque l'option est de plus en plus out-the-money.

Voyons ce qui en est pour le gamma :



Graphique 7.3-3 : Evolution du gamma d'un call EUR/MAD selon le cours de change spot

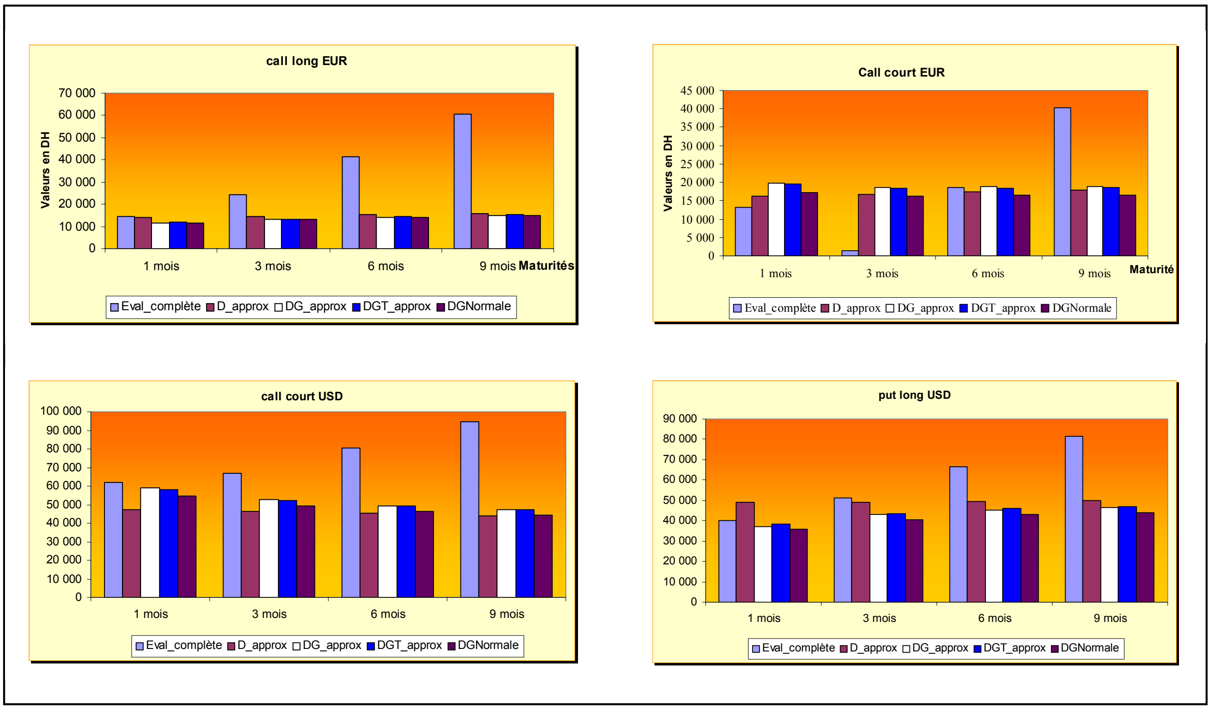
Interprétations :
(i) Le gamma atteint son maximum quand l'option est à la monnaie (at-the-money);
(ii) Le gamma est plus faible pour les options profondément in-the-money et profondément out-the-money, étant donné que leur delta est stable;
(iii) Plus on s'approche de la maturité plus le gamma est très élevé ;

Ces résultats sont bien conformes à ce qui a été dit dans la description du gamma de l'option vu plus haut.

7.4 Sur la comparaison Monte Carlo complète et approximations

Trois méthodes d'approximations Monte Carlo sont mises en place pour le calcul de la variation du prix de l'option et par conséquent la VaR.

Ces graphiques sont obtenus à partir d'options euro (dollar) at-the-money, EUR/MAD = 11 (USD/MAD = 8,5) et sur un notionnel de 1 million d'euro (dollar).



Graphique 7.4-1 : Comparaison VaR complète et VaR par approximations

La VaR par évaluation complète est généralement plus importante que les VaR calculées par les approximations partielles ou encore par la méthode delta-gamma-normale. L'écart est de plus en plus grand pour les maturités longues.
Cet éloignement peut être expliqué par le fait que, pour la méthode d'évaluation complète, tous les facteurs de risque sont générés (cours de change, taux d'intérêt, volatilités) contrairement à la méthode approximative où seul le cours de change est simulé. Le graphique (7.4) montre bien qu'en simulant uniquement les cours de change dans la méthode d'évaluation complète, nous aboutissons à des VaR très proches pour toutes les méthodes.

Pour faire une comparaison entre ces méthodes, nous ne pouvons pas nous limiter à ces quatre graphiques. Un moyen d'avoir une vision plus claire consiste à calculer une moyenne des différences relatives entre chaque approximation et la Monte Carlo complète. Ceci pour différentes maturités et cours de change courants. On définit le ratio suivant :

$$R_{approx} = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} \frac{\left| VaR_{approx,i} - VaR_{MC,i} \right|}{VaR_{MC,i}} \qquad \text{(Eq 7.4-1)}$$

Ce ratio devrait être calculé pour chaque situation d'option (types, devises, maturités et prix d'exercice). Nous avons présenté dans l'annexe V un tableau donnant les valeurs de ce ratio pour un call court européen de notionnel 1 million d'euro. Ce tableau fait ressortir les mêmes conclusions que celles des graphiques ci-dessus.

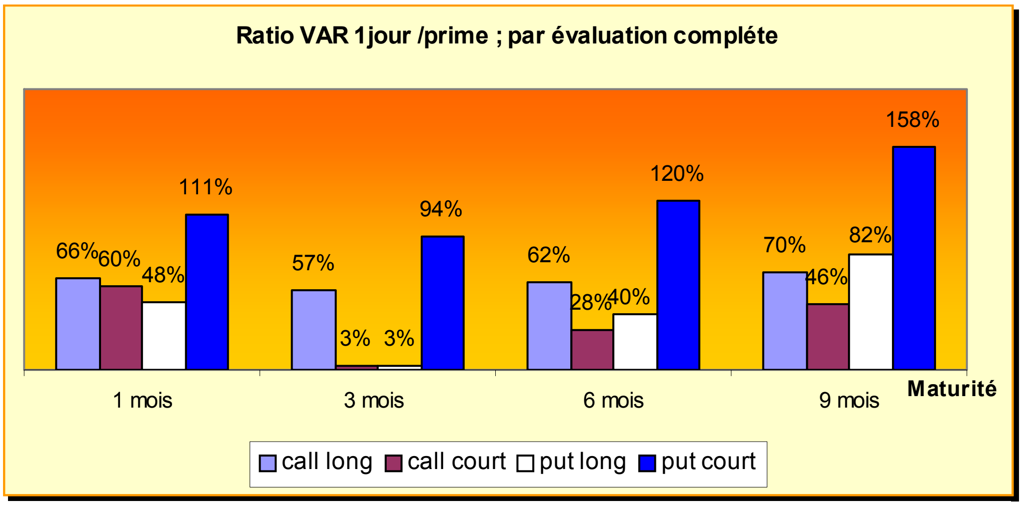
Par ailleurs, toutes les approximations donnent des VaR presque identiques.
On pourrait alors se demander laquelle des VaR choisir, faut-il opter pour l'évaluation complète ou pour une méthode approximative ? Le backtesting sur une période −250 jours pour se conformer à Bale II− permettra de voir laquelle des méthodes encadre mieux les pertes théoriques sur le portefeuille réel.

7.5 Sur la VaR, l'exposition et les fonds propres

Le notionnel de chaque option est toujours de 1 million d'euro ou de dollar selon le cas.

- Le risque comparé à l'exposition

Pour avoir une idée sur la perte théorique, il serait judicieux d'exprimer cette perte quotidienne en pourcentage de la position ou la prime. Nous obtenons un ratio significatif. C'est ce qui est donné ci dessous.



Graphique 7.5-1 : Comparaison VAR 1jour et prime de l'option

Tableau 7-1 : Moyenne du ratio VaR /prime

Maturités	1 mois	3 mois	6 mois	9 mois
Ratio moyen pour les 4 options	71,25%	39,29%	62,5%	89%

La proportion de la VaR par rapport à la prime est très variable selon qu'on est en position longue ou courte, qu'il s'agisse d'un call ou un put ou encore selon la maturité de l'option.
Cela illustre bien le fait que le prix des options est très instable dans le temps, abstraction faite même de l'effet temps. Le put court enregistre un rapport risque/prime élevé.
Le fait de voir une VaR égale à plus de 100% de la prime est due simplement à l'introduction du signe moins dans les positions courtes ; cela a pour effet de transformer les variations positives des prix en variations négatives considérées comme des pertes. Il s'en suit donc que les pertes en positions longues sont des gains en positions courtes et inversement.
Cependant le constat du tableau ci-dessus est que la VaR par rapport à la prime est très faible sur la maturité 3 mois, et très grande sur les maturités éloignées.

- Comparaison entre exigence de fonds propres et la perte quotidienne

Le modèle permet de calculer les exigences de fonds propres qui correspondent à la VaR sur 10 jours, et par conséquent nous pouvons avoir une idée sur le rapport entre ces exigences et la perte théorique quotidienne. Ces résultats émanent de la simulation Monte Carlo complète.

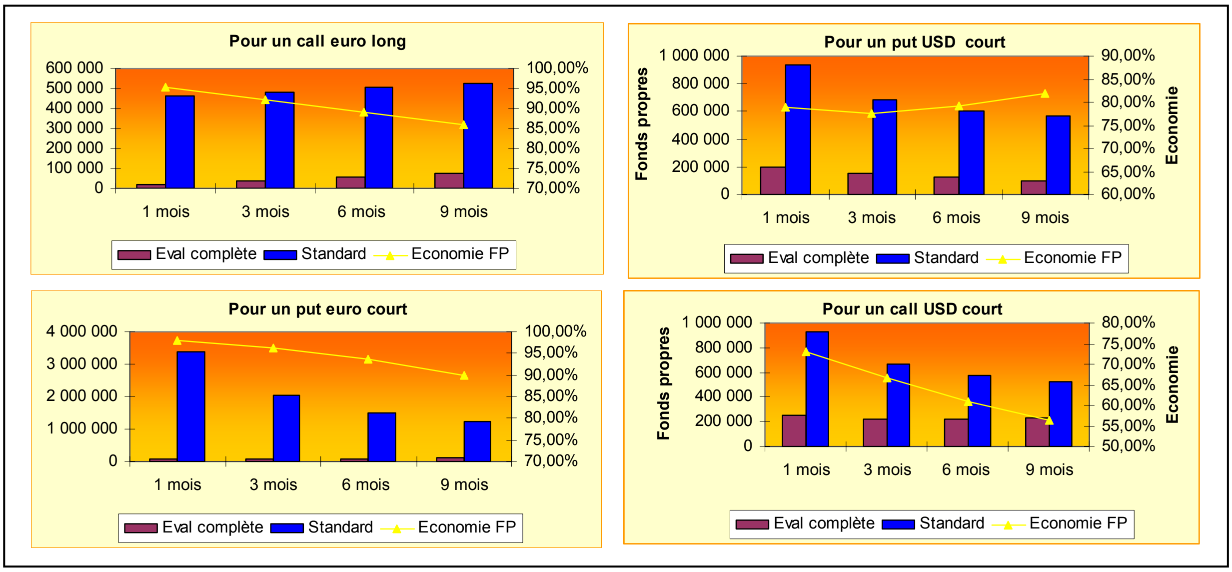
Tableau 7-2 : Comparaison entre exigence de fonds propres et perte quotidienne

Exigence de fonds propres / Perte du jour				
	1 mois	**3 mois**	**6 mois**	**9 mois**
call long	1,60	1,81	1,57	1,35
call court	4,50	6,46	15,97	0,87
put long	1,77	3,69	8,46	0,61
put court	3,66	2,82	2,20	1,78

Pour une perte possible de 1 DH d'une journée, l'exigence de fonds propres sur un call long 1 mois est de 1,6 DH et 4,5 DH pour un call court de même maturité ; elle est de 6,46 DH pour un call court 3 mois et seulement 1,8 DH pour le call long 3 mois.
La conclusion est que d'une part l'exigence de fonds propres est quand même élevée par rapport au risque encouru, et d'autre part elle est généralement plus importante en position courte qu'en position longue. La banque est habituellement en position courte puisqu'elle est vendeuse d'options.

- La VaR : quelle économie de fonds propres !

Une des motivations de l'utilisation des modèles internes de mesure des risques est que ces modèles conduisent à des fonds propres exigibles moins élevés que ceux fournis par la méthode standard de Bâle II. Pour mettre ceci en exergue, nous avons fait le test sur quelques options at-the-money, les résultats étant similaires quelque soit l'option.



Graphique 7.5-2 : Comparaison fonds propres standards et fonds propres VaR

Le ratio d'économie de fonds propres est la différence entre les fonds propres exigibles obtenus par la méthode standard et les fonds propres VaR, divisés par les fonds propres obtenus par la méthode standard.
Les graphiques ci-dessus montrent un gain en fonds propres d'au minimum 55% selon les cas.
Les fonds propres standard varient selon que nous sommes en position longue ou courte et sont moins importants lorsque nous sommes en position longue puisque là le risque gamma n'est pas pris en compte (effet positif) alors qu'il l'est pour une position courte.

A travers ces graphiques les banques ont intérêt à adopter des modèles internes bien construits qui, d'un côté permettent de mesurer le risque à sa juste valeur, et de l'autre côté requièrent des fonds propres moindres. Ce qui leur permettrait d'agrandir leur champ d'action.

- Sur la couverture de l'option

Une autre simulation consiste à analyser le comportement de la VaR en tenant compte des stratégies de couverture par delta hedging, le principe du delta hedging ayant été déjà expliqué dans la partie description des « greeks ». Il en ressort que (exemple du tableau 7-3) :

- ☯ toutes les six (6) méthodes prennent en compte cette couverture, en donnant des VaR moindres par rapport à l'absence de couverture ;
- ☯ dans l'approximation delta la perte est réduite à zéro. Ceci est dû au fait que l'approximation delta considère la variation du prix de l'option comme linéairement dépendante du cours de change uniquement ; le delta hedging consistant à prendre une position opposée à celle du portefeuille, alors la somme des deux variations ne peut que s'annuler pratiquement ;
- ☯ La baisse de la perte potentielle est d'au moins 70% par les approximations, et de 40% par la simulation Monte Carlo complète ; elle dépend toujours de l'échéance de l'option ;

Tableau 7-3 : Delta hedging et VaR

Put EUR court à la monnaie		Eval complète	D Approx	D G approx	D G T approx	Standard	D G Normale
1 mois	VAR 1jr	25 245	15 535	19 590	19 290	3 402 929	17 982
	delta hedging	9 997	0	5 470	5 170	2 982 026	3 516
	Variation en %	60,40%	100,00%	72,08%	73,20%	12,37%	80,45%
6 mois	VAR 1jr	35 807	14 878	17 083	16 925	2 030 600	15 765
	delta hedging	21 179	0	2 974	2 816	1 627 489	1 911
	Variation en %	40,9%	100,0%	82,6%	83,4%	19,9%	87,9%

7.6 Sur le nombre de simulations et la matrice de covariance.

L'objectif est de voir l'effet des paramètres dans la simulation Monte Carlo. Seules les deux approches évaluation complète et approximation delta-gamma seront présentées ici.
Les analyses sont faites sur des options at-the-money de notionnel 1 Million d'euros.

- Analyse de la VaR selon le nombre de simulations

Il est question de voir l'évolution de la VaR d'une option en faisant varier le nombre de simulations de 2000 à 3000.

Tableau 7-4 : VaR par évaluation complète selon le nombre de simulations

	call EUR longue			call EUR court		
Nombre de simulations	2000	2500	3000	2000	2500	3000
1 mois	14 363	15 154	15 154	13 161	14 323	13 726
3 mois	24 153	24 931	24 898	1 302	2 257	1 624
6 mois	41 206	41 727	41 710	18 510	17 852	18 074
9 mois	60 507	60 746	60 746	40 184	39 650	39 778

Tableau 7-5 : VaR par approximation delta-gamma selon le nombre de simulations

Nombre de simulations	call EUR longue			call EUR court		
	2000	2500	3000	2000	2500	3000
1 mois	11 346	12 062	12 062	19 865	20 584	19 910
3 mois	13 114	14 107	14 107	18 689	19 319	18 728
6 mois	14 270	15 412	15 412	18 764	19 375	18 802
9 mois	14 901	16 120	16 120	18 937	19 544	18 975

La VaR dépend du nombre de simulations et en plus, sa variation est de moins en moins significative quand ce nombre est grand.

- Analyse de la VaR selon la volatilité des facteurs de risques

Agir sur la volatilité revient à prendre une taille d'observations différente pour le calcul de la matrice de covariance entre les facteurs de risque. Vu que nous ne disposons pas d'une profondeur historique très importante, le choix est porté sur les tailles de 250 jours et 320 jours.

Tableau 7-6 : VaR par évaluation complète selon la taille des observations

Taille des observations	call EUR longue		call EUR court	
	250	320	250	320
1 mois	14 363	15 509	13 161	16 826
3 mois	24 153	25 724	1 302	3 927
6 mois	41 206	42 045	18 510	16 092
9 mois	60 507	61 519	40 184	37 966

Tableau 7-7 : VaR par approximation delta-gamma selon la taille des observations

Taille des observations	call EUR longue		call EUR court	
	250	320	250	320
1 mois	11 346	12 749	19 865	23 399
3 mois	13 114	15 101	18 689	21 766
6 mois	14 270	16 566	18 764	21 741
9 mois	14 901	17 355	18 937	21 890

Ces tableaux confirment que la VaR dépend des volatilités des facteurs de risque. Cependant, nous ne pouvons pas prévoir son sens de variation, étant donné que celui de la matrice de covariance n'est même pas connu.

Les limites de notre modèle

- Pour calculer les volatilités EUR/MAD et USD/MAD nous avons supposé d'une part que les pondérations de l'euro et du dollar dans la volatilité EUR/USD sont respectivement de l'ordre de 20% et 80%, et d'autre part ces pondérations restent constantes pendant la période de calcul de la VaR. Sur Excel la valeur des pondérations peut être modifiée par l'utilisateur.
- Le modèle ne tient pas compte du risque de dévaluation du dirham, un risque assurément imprévisible. A la limite, pour le prendre en considération on pourrait multiplier la VaR obtenue par un coefficient de correction, mais de quelle grandeur !
- L'observation de l'évolution de certains facteurs de risque laisse conclure que le modèle utilisé pour ces facteurs n'est pas très adapté, surtout pour les taux d'intérêt dirham. Il est envisageable d'utiliser des modèles de structure par termes de taux pour mieux adapter la simulation des taux d'intérêt au contexte réel (Nous allons aborder ce point dans la troisième partie).
- Dans l'application Excel, le nombre maximal de simulations autorisé à l'utilisateur est limité à 3000 et le nombre d'options dans le portefeuille à 50.

Conclusion

L'option est l'un des actifs financiers les plus difficiles à gérer, son évaluation et sa couverture est complexe. Aussi, son risque est difficile à maîtriser à cause du nombre de facteurs entrant en jeu.

Selon le degré de précision recherché, la banque peut opter pour le calcul de la VaR par évaluation complète ou par une méthode approximative. La première est plus difficile à implémenter et demande beaucoup de savoir faire et de moyens informatiques, la seconde est relativement moins difficile.

Les résultats de notre application montrent que la VaR calculée par la méthode d'évaluation complète est généralement supérieure à celles calculées par les méthodes approximatives et que ces dernières sont proches les unes des autres.

La comparaison entre l'exigence en fonds propres par la méthode standard et celle par la méthode interne VaR laisse apparaître une grande économie de fonds propres dans l'utilisation des méthodes internes.

Les stratégies de couverture par delta-hedging permettent de réduire considérablement le risque et par conséquence l'exigence en fonds propres.

Partie III : Structure par termes des taux d'intérêt et VaR agrégée des risques de marché

📖 Choix du modèle de taux et méthodes d'estimation
📖 Ajustement du modèle de Vasicek et comparaisons
📖 VaR agrégée pour le global de marché

Introduction

Le taux d'intérêt est vu comme le facteur de risque le plus important sur le marché financier, car il touche une grande partie des opérations de marché et se caractérise par la complexité de sa modélisation.
Il a été vu dans la deuxième partie comment calculer par différentes méthodes le risque encouru par un portefeuille d'options de change. Nous avons soulevé le problème du processus stochastique derrière la génération des taux d'intérêt dans la méthode Monte Carlo, en disant que de meilleurs résultats peuvent être obtenus si nous pouvons étudier la structure par termes des taux d'intérêt afin de chercher ce processus.

L'instrument soumis par excellence au risque de taux est l'instrument obligataire. Nous pouvons traiter le risque de taux lié à un portefeuille de bons de trésor par l'utilisation de la méthode VaR Monte Carlo qui consiste à générer les facteurs de risque qui sont les taux d'intérêt sur les différentes maturités (courbe des taux). Il va donc falloir générer la courbe des taux marocaine qui passe nécessairement par l'étude de la structure par termes des taux d'intérêt.

D'un autre coté, la modélisation des taux d'intérêt est l'une des priorités de la banque. Elle permettra l'évaluation des titres à revenus fixes, une bonne gestion de portefeuilles et aussi l'élaboration de stratégies de gestion actif-passif pour le département ALM[23] de la banque. C'est dans cette perspective que s'inscrit notre travail de modélisation des taux.

Nous avons pratiquement calculé la VaR sur tous les instruments financiers soumis au risque de marché. Il est tout a fait naturel de s'intéresser au calcul d'une VaR globale sur un portefeuille contenant outre les options, des positions en devises, des bons du trésor et des contrats forward. La question est comment calculer une VaR agrégée sur l'ensemble des activités de marché de la banque ? Faut-il sommer tout simplement les VaR des différents actifs ?

Dans cette partie, nous commencerons par l'estimation de la structure par termes des taux d'intérêt marocains en essayant de choisir un modèle théorique et de l'adapter à la réalité du marché. Un premier chapitre sera consacré donc à la présentation des différents modèles de taux d'intérêt et particulièrement au modèle de Vasicek. Le deuxième chapitre montre comment ajuster ce modèle au cas marocain, présente les résultats obtenus et les différentes comparaisons nécessaires à l'appréciation de ces résultats ; ce chapitre illustre également le passage de l'estimation de la structure par termes des taux d'intérêt au calcul de la VaR Monte Carlo sur les options de change et les obligations. Le dernier chapitre pose la problématique de la VaR agrégée et mène une réflexion pour répondre à la possibilité de calcul d'un seul chiffre VaR pour l'ensemble des actifs financiers.

[23] ALM: Asset and Liability Management: consiste en la gestion du bilan de façon à ce qu'il y ait adéquation entre les éléments de l'actif et ceux du passif.

Chapitre 8

Choix du modèle de taux et méthodes d'estimation

La structure par termes des taux d'intérêt se définit comme la relation entre les rendements des obligations et leurs maturités à un instant donné. Elle permet aux investisseurs d'ajuster leurs portefeuilles en fonction de leur stratégie et des caractéristiques des actifs détenus.
Ce chapitre est destiné à lever toute ambiguïté concernant les différents types de taux, à présenter un certain nombre de modèles théoriques de taux et à décrire en détails le modèle de Vasicek, modèle que nous avons retenu pour la modélisation du cas marocain.

8.1 Les taux d'intérêt

Avant d'entamer l'estimation du modèle de taux d'intérêt, il est important de connaître quelques terminologies sur les taux utilisés sur le marché.

- Taux court et taux long

La valeur du taux d'intérêt est liée à la durée, ou autrement dit, à la maturité du placement financier. Prêter (emprunter) à 10 ans n'est évidement pas la même chose que prêter (emprunter) à un (1) an, une différence de rémunération (prêter) ou de coût (emprunter) parait logique.
Il est d'usage d'appeler « taux court terme » ; les taux de maturité inférieure à 2ans, « taux moyen terme » ; les taux de maturité entre 2 et 5ans et « taux long terme » ; les taux de maturité supérieur à 5ans.

- Taux actuariel et taux zéro coupon

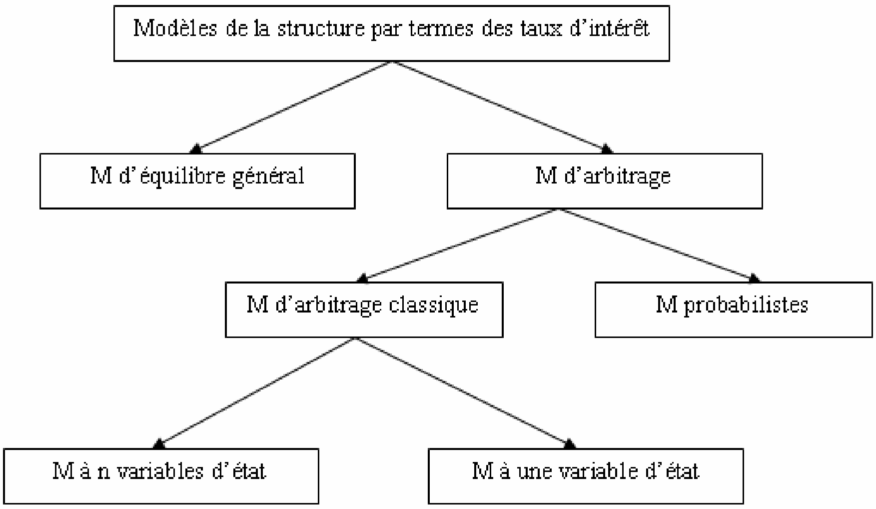
Un taux de rendement τ est dit « actuariel » quand il égalise le prix d'une obligation et la valeur actuelle de ses paiements futurs.
Il est donc la solution de l'équation $P = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+\tau)^i}$ avec P le prix du titre, CF_i le flux reçu à la date i, et n la maturité du titre.
La non unicité du taux actuariel en fonction de la durée et la courbe de taux horizontale due à l'actualisation à un taux unique, sont deux inconvénients majeurs du taux actuariel. Les taux zéro coupon remédient à ces insuffisances en offrant une relation unique entre taux de rendement et maturité. Un taux zéro coupon de maturité t se définit comme le taux actuariel d'un bon zéro coupon d'échéance t.
Les taux zéro coupons sont obtenus par une transformation des taux actuariels.

- Taux de base bancaire et taux interbancaire

Le taux de base bancaire est un taux spécifique à chaque banque, lui servant de référence pour les crédits qu'elle accorde. Ce taux est directement lié aux coûts des ressources et des taux auxquels la banque se refinance sur le marché.
Le taux interbancaire est le taux d'intérêt avec lequel les banques peuvent se prêter ou s'emprunter des fonds.

8.2 Modèles de la structure par termes des taux d'intérêt

La structure par termes des taux d'intérêt décrit à un instant donné comment varient les taux d'intérêt en fonction de l'échéance. Son objectif ultime est de comprendre la relation entre la valeur présente d'un paiement à recevoir et la date à laquelle ce paiement sera reçu.
Par la suite, nous considérerons toujours des taux zéro coupon quitte à considérer tout bon à coupons comme la somme de plusieurs bons zéro coupons d'échéances coïncidant avec les dates de paiement des coupons.
L'objectif serait donc l'estimation à un instant t de la fonction $T \rightarrow R(t,T)$ avec $R(t,T)$ le taux zéro coupon de maturité T à l'instant t.
Plusieurs chercheurs ont travaillé sur la problématique de la modélisation de la structure par termes des taux d'intérêt aboutissant ainsi à divers résultats :



Graphique 8.2-1 : Modèles de taux d'intérêt

Les modèles de structure par termes des taux d'intérêt se divisent en deux grandes familles : les ***modèles d'équilibre général***, c'est-à-dire l'équilibre économique traditionnel défini par l'égalité de l'offre et de la demande sur chacun des actifs échangés, il permet donc de prendre en compte les caractéristiques de l'économie et, en particulier, les préférences individuelles. Et les ***modèles d'arbitrage*** se basant sur l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage[24] ; sous cette hypothèse, le seul critère pertinent pour déterminer la valeur d'un titre est la nature de l'assurance qu'il procure indépendamment des préférences des agents.
Les modèles d'arbitrage se divisent en des ***modèles probabilistes*** qui établissent un lien entre la notion d'absence d'opportunité d'arbitrage et le concept probabiliste de martingale[25] substituant ainsi, pour la détermination de la courbe des taux, la résolution d'une équation différentielle à un calcul d'espérance mathématique, et des ***modèles d'arbitrage classique*** qui se basent sur des équations différentielles.
Le problème essentiel dans l'étude de la structure par termes des taux d'intérêt est la détermination des sources de risque ou d'incertitude. Ils existent donc des ***modèles à plusieurs variables d'état*** (taux à court terme, volatilité des taux,…) et des ***modèles à une seule variable d'état*** (taux à court terme).

[24] On dit qu'il y a absence d'opportunité d'arbitrage sur un marché financier lorsqu'il est impossible de mettre en œuvre (sans apport initial) une stratégie d'investissement conduisant de façon certaine à un gain positif.
[25] Une variable aléatoire est une martingale pour une mesure de probabilité donnée si sa valeur à l'instant t est égale à l'espérance mathématique de son flux terminal, conditionnellement à l'information disponible en t.

Nous nous limiterons dans ce travail à l'ajustement d'un modèle à une variable d'état qui est le taux à court terme (r_t) à l'instant t.
Les modèles à une seule variable d'état s'écrivent généralement sous la forme

$$dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)dB_t \qquad \text{(Eq 8.2-1)}$$

$\mu(r_t)$ et $\sigma(r_t)$ sont deux processus stochastiques, B est un mouvement brownien standard
Les plus connus sont :

(a) Merton (1973), Ho Lee (1986) Mouvement brownien généralisé.

$$dr_t = \mu dt + \sigma dB_t$$

(b) Vasicek (1977), Hull-White (1990) Processus d'Ornstein-Uhlenbeck

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dB_t$$

(c) Cox-Ingersoll-Ross (1985), Hull-White (1990) Processus “Racine carrée”

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}\,dB_t$$

(d) Dothan (1978) Mouvement brownien géométrique

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma r_t dB_t$$

(e) Black-Derman-Toy (1990), Black-Karasinski (1991)

$$dr_t = (\theta_t - \alpha \ln r_t)r_t dt + \sigma r_t dB_t$$

8.3 Modèle de Vasicek

Nous avons choisi d'ajuster le modèle de Vasicek, d'abord parce qu'il est relativement simple à estimer et semble à priori être adéquat pour le cas marocain, et aussi parce que la forme générale de la solution de l'équation différentielle stochastique régissant la diffusion des taux est connue, comme nous verrons par la suite, ce qui n'est pas le cas pour la plupart des autres modèles.

Dans le modèle de Vasicek (1977), le taux court suit un processus d'Ornstein Uhlenbeck. Sa dynamique est alors représentée par la différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dB_t \qquad \text{(Eq 8.3-1)}$$

Avec k, θ et σ des scalaires strictement positifs. La solution explicite de cette différentielle est :

$$r_t = \theta + (r_0 - \theta)e^{-tk} + \sigma\int_0^t e^{-(t-u)k}dB_u \qquad \text{(Eq 8.3-2)}$$

Ce processus décrit une dynamique régressive, autour d'une valeur moyenne θ, on dit que le processus d'Ornstein Uhlenbeck[26] capte l'idée d'un « retour à la moyenne », c'est-à-dire qu'il existe une force de rappel empêchant le taux d'aller vers des valeurs infinies.
Dans le cas de ce processus, on a, pour $t \leq s$

$$E[r_s / r_t] = \theta + (r_t - \theta)e^{-(s-t)k} \qquad V[r_s / r_t] = \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2(s-t)k}) \qquad \text{(Eq 8.3-3)}$$

Lorsque s devient infiniment grand, l'espérance de r_s, étant donné son niveau actuel, tend vers la valeur moyenne θ. La variance conditionnelle quant à elle tend vers la constante $\sigma^2/2k$.
Le taux à court terme r_t nous permet de trouver toute la structure des taux d'intérêt (la courbe des taux) via la formule suivante :

[26] Christophe Bisière : « La structure par terme des taux d'intérêt »

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t}\begin{bmatrix} \frac{1}{k}(e^{-(T-t)k}-1)r_t + \frac{\sigma^2}{4k^3}(1-e^{-2(T-t)k}) + \\ \frac{1}{k}(\theta-\frac{\lambda}{k}-\frac{\sigma^2}{k^2})(1-e^{-(T-t)k}) - (\theta-\frac{\lambda}{k}-\frac{\sigma^2}{2k^2})(T-t) \end{bmatrix} \qquad \text{(Eq 8.3-4)}$$

Où λ désigne la prime unitaire de risque de taux d'intérêt supposée constante dans notre cas. C'est la prime unitaire offerte pour le risque engendré par les fluctuations imprévues du taux court, sous l'effet de dB_t.

$$\lim_{T\to t} R(t,T) = r_t \qquad \lim_{T\to+\infty} R(t,T) = R_\infty = \theta - \frac{\lambda}{k} - \frac{\sigma^2}{2k^2} \qquad \text{(Eq 8.3-5)}$$

Utilisant cette notation, nous pouvons exprimer la structure des taux sous la forme :

$$R(t,T) = R_\infty + \frac{1}{(T-t)k}(1-e^{-(T-t)k})(r_t - R_\infty) + \frac{\sigma^2}{4(T-t)k^3}(1-e^{-(T-t)k})^2 \qquad \text{(Eq 8.3-6)}$$

La structure des taux part de r_t et tend vers un niveau R_∞ pour les échéances lointaines. Sa forme précise dépend du niveau de r_t et des paramètres k, θ, σ et λ.

Le processus d'Ornstein Uhlenbeck semble être capable de représenter fidèlement la dynamique du taux court. Néanmoins, il comporte deux défauts. Le premier tient à la constance de R_∞, qui contraint la queue de la structure des taux à un niveau indépendant de sa forme. Le second est lié à la spécification de la variance instantanée de l'évolution du taux court qui ne permet pas d'exclure des valeurs négatives pour r_t.

Apres avoir présenté les différents modèles théoriques de la structure par termes des taux d'intérêt et spécialement le modèle de Vasicek que nous avons choisi pour la modélisation de la courbe marocaine. Il est temps de passer à l'ajustement du modèle.

Chapitre 9

Ajustement du modèle de Vasicek et comparaisons

La détermination de la courbe des taux zéro coupon passe par l'équation (8-5). Il est donc nécessaire d'estimer les paramètres k, θ, σ et λ.
Ce chapitre commence par présenter la méthodologie d'estimation des paramètres, la description des données et le test du modèle avant de passer à l'estimation proprement dite et à la présentation des résultats.

9.1 Méthodologie de l'estimation

Nous allons commencer par l'estimation de k, θ et σ, pour passer ensuite à l'estimation de λ. Pour cela, nous adopterons l'approche de type série chronologique[27] qui, dans le cas d'une dynamique induite par une équation différentielle stochastique, se trouve confrontée au problème de l'estimation d'un processus de diffusion à partir de données en temps discret. Ce problème est moins important pour le processus d'Ornstein Uhlenbeck et pour le mouvement brownien géométrique puisque nous connaissons la version discrète exacte du processus. Le problème est par contre beaucoup plus important pour les autres processus, pour lesquels on essaie de forcer la discrétisation, ce qui conduit à des biais d'estimation considérables.

Nous rappelons que la dynamique du processus d'Ornstein Uhlenbeck est donnée par :

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dB_t$$

Nous utiliserons la version discrète du processus, initialement donnée par Gourièroux, Monfort et Renault (1993)[28] :

$$r_t - r_{t-1} = \theta(1-e^{-k}) + (e^{-k} - 1)r_{t-1} + \in_t \qquad \text{(Eq 9.1-1)}$$

$$\text{avec} \quad \in_t \rightarrow N(0, \frac{\sigma^2}{2k}(1-e^{-2k}))$$

Ce qui montre que nous pouvons estimer les paramètres du processus par la méthode des moindres carrées ordinaires, en utilisant des données discrètes du taux à court terme dans l'équation du processus autorégressif d'ordre (1) suivante :

$$r_t = a + br_{t-1} + \in_t \qquad \text{(Eq 9.1-2)}$$

$$\text{avec } a = \theta(1-e^{-k}) \text{ et } b = e^{-k}$$

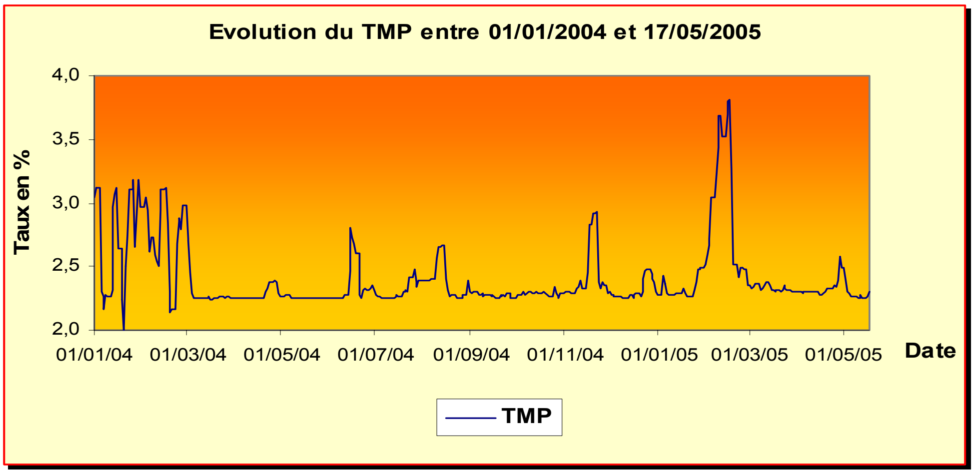
Nous estimerons d'abord a et b avant de remonter aux paramètres du processus d'Ornstein Uhlenbeck par les transformations :

$$k = -\ln \hat{b} \qquad \theta = \frac{\hat{a}}{1-\hat{b}} \qquad \sigma = \hat{\sigma}_\in \sqrt{\frac{-\ln \hat{b}^2}{1-\hat{b}^2}} \qquad \text{(Eq 9.1-3)}$$

[27] Par opposition à l'approche de type coupe transversale qui consiste à minimiser la distance entre les prix théoriques et les prix observés des obligations zéro coupon.
[28] Voir Fayçal HITMI : « Estimation de la structure par terme des taux d'intérêt » mémoire INSEA 2002.

9.2 Présentation des données et test du modèle

Nous avons choisi comme taux à court terme r_t, le taux moyen pondéré (TMP) qui est un taux au jour le jour sur le marché monétaire, nous aurions pu choisir un autre taux à court terme. Ainsi, nous avons considéré une profondeur historique de TMP allant du 01/01/2004 au 17/05/2005 soit 503 observations.
Voici ci-dessus une représentation de l'évolution du TMP durant la période considérée :



Graphique 9.2-1 : Evolution du TMP

Tableau 9-1 : Statistiques descriptives sur le TMP

Statistiques descriptives

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Asymétrie	Kurtosis
TMP	503	2,0000	3,8170	2,407014	,276457	2,568	6,937

Le TMP se caractérise durant la période entre 01/01/2004 et 01/03/2004 par une grande volatilité. Il devient ensuite plus stable entre le 01/03/2004 et le 01/01/2005 avant de connaître un grand pique vers le milieu du mois de février 2005. Il est très sensible au niveau de liquidité bancaire, et au taux directeur de BAM.

La représentation des autocorrélations et des autocorrélations partielles de la série des TMP montre quelques éloignements par rapport au modèle autorégressif d'ordre (1). Pour ce dernier, les autocorrélations partielles s'annulent à partir de l'ordre 2 et les autocorrélations décroissent exponentiellement vers 0.

Tableau 9-2 : Autocorrélations et autocorrélations partielles du TMP

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.873	0.873	275.91	0.000
		2	0.711	-0.217	459.17	0.000
		3	0.556	-0.043	571.54	0.000
		4	0.420	-0.027	635.79	0.000
		5	0.324	0.065	674.25	0.000
		6	0.266	0.050	700.30	0.000
		7	0.275	0.210	728.08	0.000
		8	0.321	0.110	766.07	0.000
		9	0.369	0.040	816.57	0.000
		10	0.418	0.084	881.33	0.000
		11	0.462	0.109	960.99	0.000
		12	0.455	-0.114	1038.3	0.000
		13	0.428	0.068	1106.8	0.000
		14	0.393	0.049	1165.0	0.000
		15	0.349	-0.018	1210.8	0.000

Pour un ajustement parfait d'un modèle autorégressif d'ordre (1), les résidus doivent suivre une loi normale N (0, σ_ε^2). Notre cas s'éloigne relativement de cette hypothèse. Néanmoins, nous avons décidé de poursuivre l'ajustement, tout en étant conscient de cette source d'erreur.

9.3 Estimations des paramètres

- Estimation de k, θ et σ

Nous avons choisi d'estimer les paramètres a et b dans l'équation $r_t = a + br_{t-1} + \in_t$ par la méthode des moindre carrées ordinaires à l'aide du logiciel Eviews.
Les résultats de l'estimation sont :

Tableau 9-3 : Estimation des paramètres du modèle de Vasicek

TMP=C(1)+C(2)*TMP(-1)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.003006	0.000592	5.081312	0.0000
C(2)	0.873407	0.024661	35.41598	0.0000

R-squared	0.778922	Mean dependent var	0.023854
Adjusted R-squared	0.778301	S.D. dependent var	0.002368
S.E. of regression	0.001115	Akaike info criterion	-10.75469
Sum squared resid	0.000442	Schwarz criterion	-10.73301
Log likelihood	1927.090	F-statistic	1254.291
Durbin-Watson stat	1.624433	Prob(F-statistic)	0.000000

a = 0.003006 et b = 0.873407, les statistiques de Student sont supérieures à la valeur critique à 95% de confiance, ce qui implique le rejet de l'hypothèse a = 0 ou de l'hypothèse b = 0. La statistique de Fisher montre qu'on rejette l'hypothèse a = 0 et b = 0 simultanément.
L'écart type des résidus est $\hat{\sigma}_\in = 0.001113$.

Nous obtenons donc :

$$k = -\ln \hat{b} = 0.135353 \qquad \theta = \frac{\hat{a}}{1-\hat{b}} = 0.023745 \qquad \sigma = \hat{\sigma}_{\in}\sqrt{\frac{-\ln \hat{b}^2}{1-\hat{b}^2}} = 0.001189$$

- Estimation de λ

Nous rappelons que le rendement d'une obligation zéro coupon, de maturité T, à la date t est donnée pour le modèle de Vasicek par la formule:

$$R(t,T) = R_\infty + \frac{1}{(T-t)k}(1-e^{-(T-t)k})(r_t - R_\infty) + \frac{\sigma^2}{4(T-t)k^3}(1-e^{-(T-t)k})^2 \qquad \text{(Eq 9.3-1)}$$

$$\text{Avec } R_\infty = \theta - \frac{\lambda}{k} - \frac{\sigma^2}{2k^2}$$

Nous avons jusqu'à maintenant trouvé k, θ et σ, nous passerons à l'estimation de λ.

Une prime de risque nulle nous semble justifiable dans le cas des bons de trésor, puisque ces derniers sont supposés n'encourir aucun risque de contrepartie. Néanmoins, nous avons jugé très intéressant de pouvoir estimer cette prime, d'une part, pour obtenir un meilleur résultat d'ajustement, et d'autre part, pour voir l'impact de ce paramètre et son importance dans une analyse de la structure par termes des taux d'intérêt.

Deux approches peuvent être adoptées pour la détermination du paramètre λ. La première est celle proposée par Brown et Dybvig (1986) – Sercu et Wu (1995) consistant à estimer tous les paramètres du modèle simultanément y compris λ de telle sorte que le modèle s'accommode à la structure actuelle du marché. La deuxième approche consiste à déterminer λ tel qu'il minimise la somme des carrées des erreurs entre les prix réels des obligations et les prix théoriques fonctions de λ. Nous avons choisi d'adopter la deuxième approche.

Nous allons prendre le 14/04/2005 comme date d'estimation de λ (le taux à court terme correspondant est TMP = 2,3%), puis faire une comparaison entre les taux zéro coupon réels sur le marché et les taux théoriques estimés par le modèle de Vasicek sur la période du 15/04/2005 au 26/04/2005 (C'est la période la plus récente pour laquelle nous disposons de la courbe des taux zéro coupon du marché).

L'équation (8-5) peut s'écrire comme suit :

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t}\begin{bmatrix} \frac{1}{k}(e^{-(T-t)k}-1)r_t + \frac{\sigma^2}{4k^3}(1-e^{-2(T-t)k}) + \\ \frac{1}{k}(\theta - \frac{\sigma^2}{k^2})(1-e^{-(T-t)k}) - (\theta - \frac{\sigma^2}{2k^2})(T-t) \end{bmatrix} - \lambda(\frac{1}{k} + \frac{e^{-(T-t)k}-1}{(T-t)k^3}) \qquad \text{(Eq 9.3-2)}$$

En notant

$$V(T-t) = (\frac{1}{k} + \frac{e^{-(T-t)k}-1}{(T-t)k^3}) \qquad \text{(Eq 9.3-3)}$$

Nous pouvons écrire :

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t}\left[\begin{array}{l}\frac{1}{k}(e^{-(T-t)k}-1)r_t + \frac{\sigma^2}{4k^3}(1-e^{-2(T-t)k}) + \\ \frac{1}{k}(\theta - \frac{\sigma^2}{k^2})(1-e^{-(T-t)k}) - (\theta - \frac{\sigma^2}{2k^2})(T-t)\end{array}\right] - \lambda \times V(T-t) \quad \text{(Eq 9.3-4)}$$

Pour estimer λ, nous prenons la série des taux zéro coupon au 14/04/2005, nous calculons les taux théoriques par la formule (8-5) en prenant $\lambda = 0$, nous obtenons ainsi une série de taux théoriques, nous procédons à l'estimation de λ par la méthode des moindres carrées ordinaires dans l'équation $TV - \lambda * V = TM$ où TV désigne le taux estimé par le modèle de Vasicek avec λ=0 et TM désigne le taux réel sur le marché.

$$TV = -\frac{1}{T-t}\left[\begin{array}{l}\frac{1}{k}(e^{-(T-t)k}-1)r_t + \frac{\sigma^2}{4k^3}(1-e^{-2(T-t)k}) + \\ \frac{1}{k}(\theta - \frac{\sigma^2}{k^2})(1-e^{-(T-t)k}) - (\theta - \frac{\sigma^2}{2k^2})(T-t)\end{array}\right] \quad \text{(Eq 9.3-5)}$$

$$\text{et } V = (\frac{1}{k} + \frac{e^{-(T-t)k}-1}{(T-t)k^3})$$

Nous avons dans notre courbe de taux 13 maturités seulement. Dans le but de donner plus de précision à notre régression ci-dessus, nous avons décidé d'augmenter le nombre de maturités en procédant à des interpolations linéaires simples entre certaines maturités, nous sommes ainsi arrivés à 22, allant de 1 jour à 15 ans.
La plus grande maturité considérée dans ce cas est de 15 ans.
Le résultat de l'estimation de λ est donné par Eviews comme suit :

Tableau 9-4 : Estimation du paramètre λ de Vasicek

TV-TM=C(1)*V

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.007830	6.18E-05	-126.6166	0.0000
R-squared	0.996740	Mean dependent var	-0.011315	
Adjusted R-squared	0.996740	S.D. dependent var	0.009482	

Nous obtenons donc $\lambda = -0.00783$ et nous rejetons l'hypothèse $\lambda = 0$ comme le montre la statistique de Student.

Nous avons actuellement estimé tous les paramètres nécessaires pour le calcul des taux zéro coupon par le modèle de Vasicek, l'application directe de la formule (8-5) permet de trouver la courbe des taux théoriques.

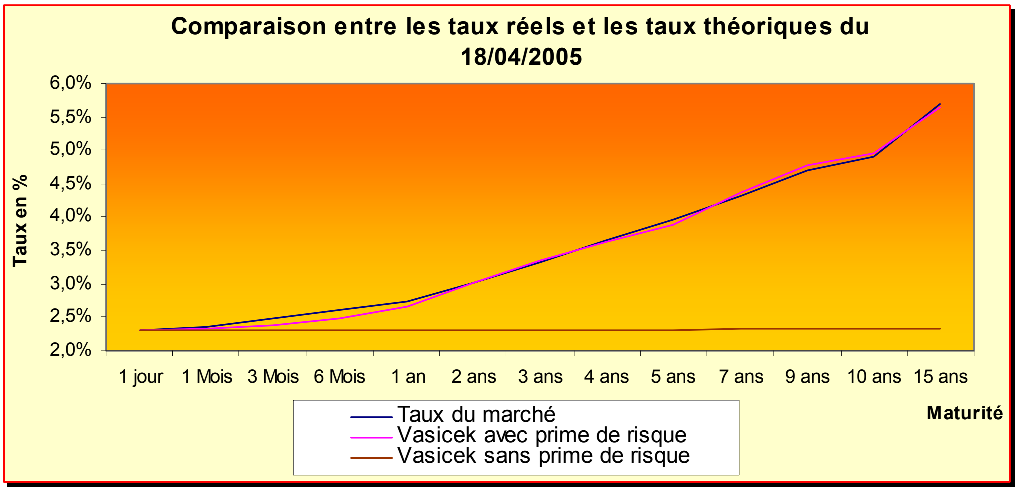
Récapitulation :

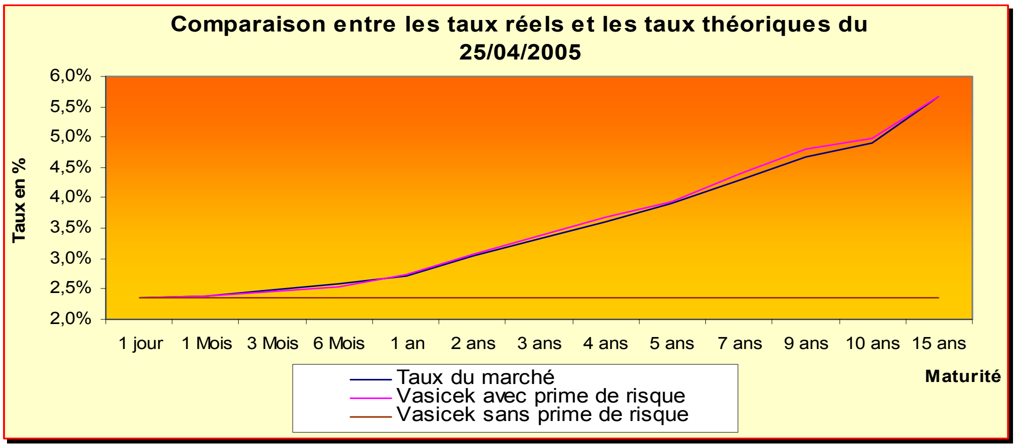
k	0,13535362
θ	0,02374539
σ	0,00118912
λ	-0,00783

Nous avons malgré le résultat négatif du test du modèle poursuivi notre estimation et obtenu les quatre paramètres recherchés. Notre modèle permet-t-il de prévoir la courbe des taux marocaine ?

9.4 Présentation des résultats

Voici une comparaison entre les taux réels observés sur le marché et les taux estimés par le modèle de Vasicek sur deux journées.





Graphique 9.4-1: Comparaison taux de marché et taux estimés.

Nous avons obtenu un ajustement assez satisfaisant de la courbe des taux en introduisant la prime de risque. Sans prime de risque, la courbe estimée est linéaire avec une très faible pente positive.

Le modèle peut révéler quelques éloignements dans le cas d'une évolution anormale du marché.

La qualité de l'ajustement dépend de la période considérée. Le modèle peut donner de bons résultats pour des journées, mais pas pour d'autres. Nous avons présenté dans l'annexe IV les résultats de l'ajustement sur d'autres journées supplémentaires.

Remarques générales

- Notre modèle reste tout de même entaché d'erreurs d'estimation, qui peuvent provenir de différentes sources, telles que la discrétisation de la solution du processus d'Ornstein-Uhlenbeck, les hypothèses du modèle qui ne se vérifient pas parfaitement ou encore les erreurs d'estimation des paramètres k, θ, σ et λ.
- L'utilisation d'autres techniques d'estimation pourrait donner de meilleurs résultats.
- Le modèle de Vasicek semble bien approcher la courbe des taux réels. Néanmoins, ce jugement reste relatif. La vision sera beaucoup plus claire si nous disposions d'un autre modèle à titre comparatif.
- L'estimation des paramètres doit être renouvelée périodiquement pour suivre l'évolution réelle du marché.

9.5 De la structure par termes des taux d'intérêt à la VaR Monte Carlo

Nous supposons dans ce paragraphe que la méthodologie de calcul de la VaR Monte Carlo est acquise, nous allons tout de même en rappeler le principe : Le principe fondamental de la méthode Monte Carlo est de générer les facteurs de risque selon des mouvements reflétant fidèlement leurs évolutions réelles.
Nous avons pu ajuster le modèle de Vasicek à la courbe des taux zéro coupon marocaine. Nous avons ainsi, plus ou moins touché au processus de diffusion de ces taux. Nous allons voir dans ce qui suit comment nous pouvons exploiter ce résultat dans le cadre d'un calcul de la VaR par la méthode Monte Carlo.

a\ Calcul de la VaR pour un portefeuille d'options de change

Nous avons vu dans la partie sur les options de change que le calcul de la VaR passe par la génération des 20 facteurs de risque retenus à savoir, les taux d'intérêt dirham, euro et dollar sur quatre maturités, les volatilités implicites euro/dollar sur sept maturités et le cours de change euro/dollar.
Nous avons utilisé le même processus de diffusion pour tous ces facteurs, en l'occurrence :

$$S_t = S_0 e^{Z\sigma\sqrt{t}} \qquad \text{(Eq 9.5-1)}$$

Avec S_t désignant le facteur de risque, σ désignant la volatilité des rendements du facteur de risque et Z une variable générée aléatoirement et tenant compte des corrélations existant entre les différents facteurs.
La formule ci-dessus provient de l'équation stochastique suivante : $ds = \mu sdt + \sigma sdB_t$
Cette dernière est particulièrement valable pour le taux de change euro/dollar, son application aux autres facteurs de risque engendre quelques imprécisions dans les résultats.
Nous avons grâce au travail d'estimation de la structure par termes des taux, un processus de diffusion propre aux taux d'intérêt marocains, à savoir le processus d'Ornstein Uhlenbeck dont la solution est :

$$r_t = \theta + (r_0 - \theta)e^{-tk} + \sigma\int_0^t e^{-(t-u)k} dB_u \qquad \text{(Eq 9.5-2)}$$

D'autre part, d'une manière générale on a :

$$\int_0^t F(s)dB(s) \rightarrow N(0, \int_0^t F^2(s)ds)$$

Donc
$$r_t = \theta + (r_0 - \theta)e^{-tk} + \sigma\sqrt{\frac{1}{2k}\left(1 - e^{-2tk}\right)}z \qquad \text{(Eq 9.5-3)}$$

Avec Z une variable aléatoire normale standard N (0,1)

Pour des r_0, k, θ et σ donnés, il suffit de générer une variable aléatoire Z pour avoir une réalisation de r_t.
Les étapes suivantes sont exactement similaires à celles dans la partie sur les options de change, c'est-à-dire générer un grand nombre de Z, qui implique le même nombre de réalisations possibles de $r_{t,}$ utiliser la formule (8-5) pour retrouver la totalité de la courbe des taux, prendre les quatre maturités correspondant aux facteurs de risque, évaluer l'option selon les facteurs générés et en extraire la VaR.

Il est important de noter ici, que nous n'avons modélisé que la structure par termes des taux d'intérêt dirham. Dans un contexte plus approfondi, nous aurons besoin de modéliser les deux structures de taux euro et dollar.

b\ Calcul de la VaR pour un portefeuille de bons de trésor

Le principe reste le même pour le calcul de la VaR pour un portefeuille de bons de trésor. Nous sommes à la date t et nous voulons calculer la VaR de notre portefeuille sur un horizon de temps h, c'est-à-dire, nous voulons avoir une idée sur la perte maximale que peut connaître notre portefeuille suite aux fluctuations du marché entre t et t + h (taux d'intérêt).

- La méthode de Monte Carlo consiste à envisager N scénarios possibles de la courbe des taux à la date t + h, chose que nous pouvons faire exactement de la même manière que pour les options de change.
- L'étape suivante consiste à évaluer notre portefeuille pour chaque scénario envisagé (à la date t + h). Ce portefeuille peut contenir différents bons avec différentes maturités, nous aurons besoin donc de faire des interpolations pour pouvoir calculer la valeur actuelle de chaque bon afin d'obtenir la valeur présente de tout le portefeuille.
- N variations possibles de la valeur du portefeuille (de la date t à la date t + h) seront calculées juste après, en faisant la différence entre la valeur actuelle pour chaque scénario (date t + h) et la valeur présente du portefeuille à la date t.
- La VaR du portefeuille correspondra au centile d'ordre (1-α)% (selon le degré de confiance choisi) de la distribution des variations obtenues précédemment.

La VaR Monte Carlo quant à elle serait probablement plus précise que la VaR paramétrique étant donné que dans cette dernière nous forçons les hypothèses de normalité et de linéarité.

Notre modèle reste quand même dépendant de la période d'estimation, du taux à court terme considéré et des méthodes d'estimation. Nous pouvons toujours changer ces facteurs et voir l'impact sur la qualité de l'ajustement.

Chapitre 10

VaR agrégée pour le portefeuille global de marché

Jusqu'à présent, nous avons calculé la VaR pour chaque type d'actif financier, ce qui nous a permis l'allocation de fonds propres par actif. Selon que cet actif est linéaire ou non, la méthode variance-covariance est appliquée ou le cas échéant la simulation Monte Carlo. La question maintenant est de savoir comment calculer la VaR globale pour l'ensemble des actifs financiers pendant que certains sont linéaires et d'autres ne le sont pas, et sachant que la VaR de la somme n'est pas la somme des VaR. Comment faire pour traduire tous ces risques de marché en un seul chiffre, la VaR ?

10.1 Delta linéaire et simulation Monte Carlo

La voie classique serait de considérer uniquement les équivalents delta des positions optionnelles, les intégrer dans les positions devises et par la suite appliquer la méthode paramétrique comme ce qui a été fait lors du stage d'application. En ce moment nous aurons un vecteur ayant pour composantes des positions en devises, des positions sur taux d'intérêt résultant des bons de trésor et des contrats forward. Il suffira d'appliquer le produit matriciel avec une grande matrice de corrélation prenant en compte l'ensemble des facteurs de risque (toutes les devises et les taux d'intérêt par maturité et par devise).
Malheureusement cette façon de calculer la VaR globale n'est pas adaptée, puisqu'en intégrant les options, non seulement le rendement global n'est plus distribué suivant la loi normale, mais en plus elle ne prend pas en compte tout le risque lié à l'aspect non linéaire du portefeuille pris dans son ensemble. En fait, on néglige la queue gauche de la distribution de probabilité de la valeur du portefeuille traité, alors que la VaR en dépend fortement.

Une deuxième façon de procéder serait de travailler par la simulation Monte Carlo uniquement. Dans ce cas, tous les facteurs de risque seront simulés selon des modèles stochastiques adaptés (là les taux d'intérêt seront générés à l'aide de la structure par termes estimée) et on appliquera les mêmes étapes déjà énoncées un peu plus haut.
Cette approche est plus précise que la précédente mais son inconvénient est qu'elle est fastidieuse, difficile à implémenter, consommatrice en temps et nécessite énormément de moyens informatiques comme cela a été constaté dans notre cas.
Cela n'a pas empêché quand même certaines banques de l'adopter pour calculer la VaR.

Pour surmonter les inconvénients des deux méthodes précédentes, des chercheurs en ont proposé d'autres. Il s'agit par exemple de l'approche par la transformation de Johnson, et celle par développement de Cornish-Ficher. Ce sont des méthodes assez connues et très utilisées, elles sont mêmes suggérées par RiskMetrics.
Il aurait été intéressant de calculer la VaR globale par ces deux approches et faire des comparaisons, mais malheureusement le modèle de Johnson nécessite à un certain moment l'application de deux algorithmes très complexes, disponibles dans un langage que nous n'avons pas pu décortiquer. Nous aurons pu écrire ces algorithmes dans un langage connu si nous avions trouvé la théorie statistique qui est derrière ces algorithmes ; chose que nous n'avons pas trouvée.
Néanmoins les deux méthodes seront décrites sachant bien que c'est le développement de Cornish-Ficher que nous implémenterons pour le moment.

10.2 Développement de Cornish-Ficher

Nous avons vu antérieurement que la variation du prix d'une option peut s'écrire approximativement comme :

$$\Delta P = \delta * \Delta S + \frac{1}{2}\Gamma * (\Delta S)^2 \qquad \text{(Eq 10.2-1)}$$

En posant $\Delta x = \Delta S / S$ comme étant le rendement sur l'actif sous jacent S, on peut écrire

$$\Delta P = S\delta\Delta x + \frac{1}{2}S^2\Gamma * (\Delta x)^2 \qquad \text{(Eq 10.2-2)}$$

Cette décomposition est aussi valable pour les obligations, et c'est là qu'on parle de sensibilité ou de convexité de l'obligation.
Pour l'obligation, on se limite au premier terme en écrivant :

$$\Delta P = -P \times D \times r \times \left(\frac{\Delta r}{r}\right)$$

D est la duration modifiée (sensibilité) de l'obligation, égale à $duration/(1+r)$

En faisant l'équivalence avec l'équation précédente, $S = r, \Delta x = \frac{\Delta r}{r}, \delta = -P \times D$

La variable ΔP ne suit pas une loi normale ; en supposant par contre que Δx est normale, centrée, d'écart-type σ, les trois premiers moments de ΔP s'écrivent :

$$\begin{aligned} E(\Delta P) &= \frac{1}{2}S^2\Gamma\sigma^2 \\ E\left[(\Delta P)^2\right] &= S^2\delta^2\sigma^2 + \frac{3}{4}S^4\Gamma^2\sigma^2 \\ E\left[(\Delta P)^3\right] &= \frac{9}{2}S^2\delta^2\Gamma\sigma^4 + \frac{15}{8}S^6\Gamma^3\sigma^6 \end{aligned} \qquad \text{(Eq 10.2-3)}$$

Pour un portefeuille dépendant de n variables de marché, l'expression de ΔP devient :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \sum_{i=1}^{n} S_i\delta_i\Delta x_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} S_i^2\Gamma_i(\Delta x_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} \tilde{\delta}_i\Delta x_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \tilde{\Gamma}_i(\Delta x_i)^2 \end{aligned} \qquad \text{(Eq 10.2-4)}$$

où S_i est la valeur de la i-ème variable de marché, Δ_i et Γ_i désignant les coefficients delta et gamma correspondant à cette variable.
Sous forme matricielle, on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \tilde{\delta}^T\Delta x + \frac{1}{2}(\Delta x)^T\tilde{\Gamma}(\Delta x) \\ \tilde{\Gamma} &= \left[\tilde{\Gamma}_{ii}\right] \end{aligned} \qquad \text{(Eq 10.2-5)}$$

$\tilde{\delta}$ et Δx sont des vecteurs colonnes de dimension n.

En ce moment les trois premiers moments s'écrivent[29] :

$$\mu_{\Delta P} = \frac{1}{2} trace\left(\widetilde{\Gamma}\Sigma\right)$$
$$\sigma^2_{\Delta P} = \mu_2(\Delta P) = \frac{1}{2} trace\left(\left(\widetilde{\Gamma}\Sigma\right)^2\right) + \widetilde{\delta}^T \Sigma \widetilde{\delta} \qquad \text{(Eq 10.2-6)}$$
$$\mu_3(\Delta P) = trace\left(\widetilde{\Gamma}\Sigma\right)^3 + 3\widetilde{\delta}^T \Sigma \widetilde{\Gamma} \widetilde{\delta}$$
$$\mu_4(\Delta P) = 12\widetilde{\delta}^T \Sigma (\widetilde{\Gamma}\Sigma)^2 \widetilde{\delta} + 3trace(\widetilde{\Gamma}\Sigma)^4 + 3\sigma^2_{\Delta P}$$

Σ. est la matrice de covariance des variables de marché.
On calcule aisément le skewness (coefficient d'asymétrie) par :

$$\xi_{\Delta P} = \mu_3(\Delta P) / \sigma^3_{\Delta P} \qquad \text{(Eq 10.2-7)}$$

Puisqu'il n'y a pas de normalité (ΔP n'est pas normale), l'alternative serait d'utiliser les trois premiers moments pour estimer la distribution de ΔP à l'aide du développement de Cornish-Ficher, sous la forme :

$$\mu_{\Delta P} + \omega_q \sigma_{\Delta P} \qquad \text{(Eq 10.2-8)}$$

avec

$$\omega_q = z_q + \frac{1}{6}\left(z_q^2 - 1\right)\xi_{\Delta P} \qquad \text{(Eq 10.2-9)}$$

où z_q est le q-ième centile de la loi normale standard.

<u>Exemple</u> : supposons un portefeuille ayant les paramètres (μ_P ; σ_P ; ξ_P) = (-0,3 ; 2,5 ; -0,32) et que la distribution de ΔP soit gaussienne. Le premier centile de la loi suivie par ΔP est égal à :

-0,3-2,33 x 2,5=-6,125.

La VaR à 99% est donc égale à 6,125.
Par le développement de Cornish-Ficher, pour tenir compte de l'asymétrie de la distribution et avec q=0,01, on aura :

W_q= -2,33-(2,33^2-1) x 0,32 / 6 = -2,566

Et le premier centile est estimé par :

-0,3-2,566 x 2,5 = 6,715.

La prise en compte du moment d'ordre 3 a fait passer la VaR de 6,125 à 6,715.

Pour un portefeuille contenant des devises, des options, des bons de trésor voici la méthodologie que nous allons suivre :
Notons,

- m le nombre de devises avec M_i (i=1, .., m) le montant en devise de chacune des positions ;
- S_i le cours de change du dirham contre la devise i ;

[29] Giuseppe CASTELLACCI & Michael J.SICLARI: «The practice of delta-gamma VaR: Implementing the quadratic portfolio model ».

- δ_i est l'équivalent delta net de l'ensemble des options sur la devise i (à noter que les notionnels sont déjà incorporés) ;
- $\widetilde{\delta}_i = \delta_i \times S_i$ pour convertir la position en dirham ;
- Γ_i est l'équivalent gamma net de l'ensemble des options sur la devise i (notionnels également incorporés);
- $\widetilde{\Gamma}_i = \Gamma_i \times S_i^2$
- PV_T la valeur de marché (valeur actualisée) d'un zéro-coupon de maturité T années. Chaque titre ayant des cash-flows est transformé en une somme de titres zéro-coupon sur les maturités usuelles de RiskMetrics, à savoir 1 mois, 3 mois, 6 mois, 12 mois, 2 ans, 3 ans, 4 ans, 5 ans, 7 ans, 9 ans, 10 ans et 15 ans moyennant un mapping (Voir annexe III).
- $\widetilde{P}V_T = PV_T \times \dfrac{T}{1+r_T} \times r_T$ pour chaque zéro-coupon, r_T le taux d'intérêt sur la maturité T
- En considérant les bons comme des instruments linéaires, le risque non linéaire émane alors uniquement des options, ce qui suppose des gammas nuls pour les positions sur taux d'intérêt.

Notre vecteur $\widetilde{\delta}$ sera de dimension (13 + m) x 1, et sa transposée est :

$$\widetilde{\delta}^T = \left(M_1 \times S_1 + \widetilde{\delta}_1, \ldots, M_i \times S_i + \widetilde{\delta}_i, \ldots, M_m \times S_m + \widetilde{\delta}_m, \widetilde{P}V_{1m}, \ldots, \widetilde{P}V_{15ans}\right)$$

$\widetilde{\Gamma}$ est une matrice carré diagonale de dimension (13 + m) x (13 + m) de la forme :

$$\widetilde{\Gamma} = \begin{pmatrix} \overbrace{\widetilde{\Gamma}_1 \quad \cdot \quad \widetilde{\Gamma}_i \quad \cdot \quad \widetilde{\Gamma}_m}^{m \; éléments} & \overbrace{0 \quad 0 \quad 0}^{13 \; éléments} \end{pmatrix} \quad \text{(diagonale)}$$

La convexité des obligations ou des bons n'est pas considérée.

Connaissant $\widetilde{\delta}$, $\widetilde{\Gamma}$ et Σ. nous pouvons alors calculer les trois premiers moments nécessaires, appliquer le développement de Cornish-Ficher et obtenir le centile correspondant, qui sera la VaR globale.

10.3 Transformation de Johnson

C'est une méthode qui utilise également l'approximation du prix du portefeuille, comme le fait l'approche de Cornish-Fisher.

Puisqu'il est impossible d'avoir une fonction de densité explicite de la distribution de ΔP, sous l'approximation delta-gamma, il est souhaitable de trouver les k premiers moments de cette distribution et trouver une approximation de la vraie distribution à partir de ces derniers. Généralement, on n'est pas intéressé par la distribution complète de ΔP, donc si on peut trouver une fonction monotone f(X) d'une variable aléatoire X, telle que f(X) ait une distribution similaire à celle de ΔP, alors la VaR est approximativement égale à :

$$\mathrm{VAR} = \mathrm{f}\left(\mathrm{z}_{\mathrm{q}}\right) \qquad \text{(Eq 10.3-1)}$$

où z_q est le q-ième centile de la loi de X[30].

Johnson a proposé trois types de transformations monotones pour f, qui sont :

- La forme lognormale

$$f(X) = Exp\left(\frac{X-a}{b}\right) + c \quad , f(X) \geq c \qquad \text{(Eq 10.3-2)}$$

- La forme « unbounded »

$$f(X) = \sinh\left(\frac{X-a}{b}\right) \times d + c \qquad \text{(Eq 10.3-3)}$$

- La forme « bounded »

$$f(X) = \frac{(c+d) \times Exp\left(\frac{X-a}{b}\right) + c}{1 + Exp\left(\frac{X-a}{b}\right)} \quad , c \leq f(X) \leq c + d \qquad \text{(Eq 10.3-4)}$$

avec $X \sim \mathrm{N}(0;1)$

Ces trois fonctions dépendent des paramètres a, b, c et d qui seront déterminés par les quatre (4) premiers moments de ΔP

Pour trouver a, b, c et d, il faut d'abord utiliser l'algorithme de Johnson pour déterminer laquelle des formes de f s'ajuste le mieux, ensuite utiliser l'algorithme de Hill, Hill et Holder (1976) pour estimer ces 4 paramètres. Ce sont justement ces deux algorithmes que nous n'avions pas trouvés.

Dès que nous déterminons f et ses paramètres, le centile $z_{q;\Delta P}$ de ΔP est obtenu en utilisant l'équation (10-10).

A cause d'une insuffisance de documents, nous n'avons pas pu implémenter l'approche de Johnson. Nous nous sommes intéressés alors à une description assez simple de la méthodologie de calcul de la VaR agrégée par l'approche de Cornish-Fisher de façon à ce que toute personne soit capable de l'implémenter à son tour. Cependant, pour mettre en place une application Excel tenant compte de toutes les caractéristiques possibles d'un portefeuille (les données, les matrices, le mapping, les interpolations, etc..), cela exige un temps considérable.
La méthode de Cornish-Fisher est en phase de réalisation. Faute de temps, les résultats ne pourront malheureusement pas être présentés ici. Nous poursuivrons le travail sur cet aspect vu l'importance de l'étude de la VaR agrégée.

[30] Ceci parce qu'on a Pr [f (X) ≤ VAR] = Pr [X≤ f^{-1} (VAR)]

Conclusion

Le modèle de Vasicek donne des résultats assez satisfaisants en utilisant le TMP comme taux à court terme. Néanmoins, vu les conditions du marché marocain et le comportement des intervenants sur ce marché, des financiers pensent que le taux à court terme susceptible de diriger les autres taux est bien celui de maturité un (1) an. Un travail complémentaire serait de modéliser les taux en tenant compte de ce constat et faire un backtesting sur une période bien déterminée pour juger la qualité de la modélisation et apporter si nécessaire une modification ou un terme correctif au processus à l'origine du modèle de Vasicek.

La VaR globale n'est pas la somme des VaR. Cela est du aux interactions et corrélations existant entre les facteurs de risque des différents instruments financiers.
La distribution des rendements du portefeuille n'est pas identique à la distribution des rendements des facteurs de risque, supposée souvent normale. Les méthodes de Johnson et de Cornish-Fisher offrent la possibilité de déterminer le quantile de la première à partir du quantile de la seconde et permettent ainsi, de calculer une VaR agrégée du portefeuille.
Le calcul de la VaR agrégée par la simulation de Monte Carlo est plus compliqué, car il passe par la génération d'un grand nombre de facteurs de risque. L'estimation de la structure par termes des taux d'intérêt est d'un grand apport dans l'application de cette méthode.

Conclusion générale

Au début de ce projet, nous nous sommes fixés comme objectif de mettre en place un modèle de calcul de la VaR sur les options de change, voire sur le portefeuille global de marché. Ce modèle devrait proposer différentes approches qui nous permettront de provisionner convenablement les risques encourus par le portefeuille de marché, via la méthode VaR. Aussi, un modèle qui permettra de faire des comparaisons entre les approches et mettant en évidence l'économie de fonds propres résultant, comparativement aux fonds propres de l'approche standard. Enfin la construction d'une courbe de taux d'intérêt. Le tout, moyennant des hypothèses que nous avons pris le soin de tester.
Il a été possible de donner un état des lieux d'une part, sur la VaR, son origine et ses utilisations, et d'autre part sur les options de change et les approches théoriques de VaR afférentes qui constituent un socle pour l'application pratique.

Ainsi cinq approches ont été proposées. Chacune en elle-même a donné des résultats à la fois conformes aux attentes et difficilement généralisables vu la particularité, le pricing, et les caractéristiques de chaque option. Cependant il a été constaté d'un côté, que l'approche simulation Monte Carlo utilisant la formule complète d'évaluation des options donne dans l'ensemble des fonds propres supérieurs à ceux obtenus par les approches de simulation partielle (utilisant une approximation de la formule réelle d'évaluation des options). L'écart entre ces fonds propres se creuse au fur et à mesure que la maturité de l'option est grande. Parallèlement, les approches par approximation entre elles donnent des résultats très très proches, quelque soit l'option considérée.
Une fois encore, les résultats obtenus − quelque soit l'approche − confirment effectivement que la VaR donne lieu à des fonds propres réglementaires moindres que ceux calculés par la méthode standard de Bâle II. Ce qui améliorera indubitablement la rentabilité financière de la banque et la satisfaction de ses actionnaires. C'est là, l'un des points forts des méthodes internes type VaR.

Dans le cadre d'une simulation Monte Carlo avancée, pour le besoin des départements ALM et marché de capitaux, nous avons été amenés à mettre en place un modèle d'estimation de la structure par termes des taux d'intérêt marocains. Le modèle choisi est celui de Vasicek et les résultats sont satisfaisants et montrent que les taux zéro coupon de Vasicek avec prise en compte d'une prime de risque, sont dans l'ensemble analogues à ceux observés sur le marché (ceux obtenus par une transformation des taux actuariels).

La réflexion sur la VaR agrégée pour l'ensemble des actifs financiers révèle que la VaR de la somme des différents types d'actifs financiers n'est pas la somme de la VaR par type d'actifs financiers. L'astuce serait soit d'utiliser la simulation Monte Carlo soit de chercher le quantile de la distribution des variations de la valeur du portefeuille global en calculant les trois ou quatre premiers moments de cette distribution et en utilisant des transformations statistiques.

Malgré ces importantes réalisations, notre travail s'achève sans avoir parcouru toutes les pistes possibles, ni avoir proposé toutes les solutions adéquates à l'épreuve pertinente que constitue la mesure des risques de marché. En effet, nous avons utilisé des variances/covariances par la formule usuelle, alors qu'il y a les méthodes de pondérations exponentielles des observations, ou encore les méthodes très avancées de type ARCH/GARCH. Le taux court utilisé pour la structure des taux est le TMP alors que vu le marché monétaire marocain, rien n'empêche de penser à utiliser le taux d'intérêt un (1) an, et essayer de voir par un backtesting, s'il y a lieu d'ajouter un terme correctif au modèle de base de Vasicek afin qu'il soit plus adapté. Enfin, malheureusement les résultats du modèle de la

VaR agrégée (Monte Carlo et Cornish-Fisher) n'ont pas pu être présentés. Ces derniers points constituent une continuité de notre travail dans le risk management.

Soulignons que le choix d'une approche de VaR dépendra de son niveau d'encadrement des pertes théoriques, de l'aversion au risque de la banque, et des moyens humains et informatiques disponibles. Sachant bien que le marché marocain est étroit.

Pour terminer, nous dirons qu'après tout, les modèles mathématiques et financiers ne sont que des aides à la décision, et de ce fait nous reprenons ici quelques conseils du célèbre professeur chercheur en finance John Hull :

- Ne faisons pas aveuglement confiance aux modèles.
- Ne croyons pas que nous pouvons prévoir l'évolution du marché.
- La banque ne doit pas vendre aux clients des produits inadaptés.