



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*



INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE

**INSEA**

**Projet de Fin d'Etudes**

\*\*\*\*\*

## **Extrapolation des PDs Lifetime**

Préparé par : *M. Mouhssine AKCHBAB - Mme Salima MOUSSAOUI*

Sous la direction de : *M. Fouad MARRI (INSEA)*

*Mme Zineb BENSEYED (MAZARS)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : ACTUARIAT-FINANCE**

*Devant le jury composé de :*

- *M. Fouad MARRI (INSEA)*
- *M. EL ABDI (INSEA)*
- *Mme Zineb BENSEYED (MAZARS)*



## **RESUME**

L'activité d'une institution financière est fortement liée à une certaine prise de risque. Afin d'éviter des pertes importantes au sein d'une compagnie, il est important de savoir analyser et compenser les risques pris au cours de la vie de celle-ci. Une bonne gestion des actifs, une diversification des titres, des limites sur ceux qui sont risqués sont des méthodes intuitives de gestion d'un portefeuille.

Néanmoins, quelques faillites retentissantes ainsi que l'importance des risques, notamment le risque de crédit qui est beaucoup plus aléatoire et important conduisent tout naturellement les banques à adopter une gestion des risques de crédit de plus en plus fine accolée à des méthodes quantitatives. C'est dans ce contexte qu'intervient parfaitement la nouvelle norme IFRS 9 à travers le volet « Dépréciation » en définissant les différents principes à respecter lors de l'estimation des pertes de crédits attendues.

Le présent rapport est l'illustration de notre projet de fin d'études, effectué au sein de MAZARS. Nos travaux ont pour objectif l'estimation des pertes de crédit attendues et plus précisément la construction des probabilités de défaut Lifetime s'alignant aux directives de la norme IFRS 9. Nous décrivons donc et comparant les différentes méthodes permettant l'extrapolation des probabilités de défaut à différentes maturités. Puis dans un second temps nous présenterons une approche supplémentaire permettant la prise en compte de l'information économique future.

Le sujet de notre mémoire inclut une partie de description détaillée de la norme IFRS 9 et une partie de modélisation, comparaison synthèse et analyse afin de déterminer la méthode optimale d'extrapolation.

## **MOTS CLES :**

IFRS 9, risque de crédit, pertes de crédit attendues, exposition au défaut, probabilités de défaut Lifetime, Forward Looking, Markov continu, Markov discret, Merton, Matrice de transition, Notation externe

## DEDICACE

*A Mes chers parents, qui m'ont toujours été d'un grand secours pour réaliser mes ambitions, et qui m'ont accompagné tout au long de mon cursus scolaire, Je vous serai toujours reconnaissante de l'amour et l'estime que vous portez pour moi. Que dieu vous protège.*

*A mon frère Ahmed, avec qui j'ai partagé les bons et mauvais moments et qui m'a toujours été d'un grand soutien, je tiens à exprimer l'affection que j'ai pour toi et je te souhaite une vie pleine de bonheur et de réussite.*

*A la mémoire de mes grands-parents, aucun mot, aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, ma considération et l'amour éternel que je porte envers vous.*

*A tous mes enseignants, qui m'ont toujours soutenu durant tout mon parcours, et qui ont cru en moi.*

*A toute ma chère famille, oncles, tantes et cousins qui m'ont soutenu et aidé de près et de loin.*

*A mon binôme, En preuve de ma sincère amitié et en mémoire des beaux moments passés ensemble, ainsi que sa coopération et contribution dans la réussite de notre projet.*

*MOUSSAOUI Salima.*

## DEDICACE

*A Mes chers parents, aucune dédicace ne saurait exprimer le degré d'amour et d'affection que j'éprouve pour vous, vous n'aviez cessé de me soutenir et de m'encourager durant toutes les années de mes études. Je vous dois tout mon succès.*

*A mes sœurs Nidal et Maha, Je vous remercie pour vos encouragements et votre présence à mes côtés à chaque étape de ma vie et je vous dédie mon travail en témoignage de mon sincère attachement.*

*A toute ma famille et mes amis, je vous aime, et j'espère que vous serez toujours fière de moi.*

*A mon binôme, qui n'a pas manqué d'occasion pour m'apporter son soutien, et qui n'a cessé d'œuvrer pour la réussite de ce projet.*

*AKCHBAB Moulissine*

## REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail,

Il est agréable de s'acquitter d'une dette de reconnaissance auprès de toute personne dont l'intervention, au cours de ce projet, a favorisé son aboutissement.

Et on tient à remercier :

*Monsieur MARRI Fouad* que nous avons l'honneur d'avoir comme encadrant pédagogique, on tient à lui être reconnaissant pour ses qualités humaines, professionnelles et son suivi et conseils fructueux.

Tout particulièrement Madame BENSEYED Zineb pour son encadrement, ses encouragements, ainsi que pour ses conseils et remarques instructives qui nous seront certes, d'une très grande utilité dans le futur.

De même Madame SAIF EDDINE Asmae et tenons à lui témoigner toute notre gratitude pour sa disponibilité et ses conseils.

Monsieur SOW Ibrahima de nous avoir accueillis au sein de MAZARS Actuariat tout en préparant les conditions favorables au bon déroulement de notre projet de fin d'étude.

Monsieur EL ABDI d'avoir accepté d'évaluer notre travail.

Enfin tout le corps professoral et administratif de l'INSEA, qu'il trouve ici l'expression de notre profonde reconnaissance.

## Table des matières

<b>RESUME :</b>	<b>3</b>
<b>DEDICACE</b>	<b>4</b>
<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>6</b>
<b>Table des matières</b>	<b>7</b>
<b>Liste des abréviations</b>	<b>9</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>10</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>10</b>
<b>Introduction :</b>	<b>13</b>
<b>Problématique et démarche :</b>	<b>14</b>
<b>Chapitre 0 : Préliminaires</b>	<b>16</b>
<b>Partie I: IFRS 9-« Instruments Financiers »</b>	<b>19</b>
<b>Chapitre 1 : La transition IAS 39 vers IFRS 9</b>	<b>20</b>
I. Présentation de la norme IAS 39 « Instruments financiers : Comptabilisation et évaluation » :	20
II. La crise financière de 2008, ou l'origine de la transition IAS 39-IFRS 9 :	23
III. La philosophie d'IFRS 9 « Instruments Financiers » :	25
<b>Chapitre 2 : Focus sur la dépréciation des instruments financiers :</b>	<b>33</b>
I. Formalisme des pertes de crédit attendues:	34
II. Dégradation significative du risque crédit :	35
III. Probabilité de défaut :	40
IV. Forward-Looking:	42
V. EAD « Exposure At Default » :	44
VI. LGD « LossGiven Default »:	46
<b>Conclusion :</b>	<b>47</b>
<b>Partie II: Extrapolation des PD Lifetime</b>	<b>48</b>

<b>Chapitre 1 : Notions de base, présentation et traitement des données:</b>	<b>49</b>
I. Notions de base :	49
II. Présentation et traitement des données:	53
<b>Chapitre 2 : Méthodologie d'extrapolation des probabilités de défaut</b>	<b>57</b>
I. Théorie sur les chaînes de Markov :	58
II. Détermination de la matrice génératrice :	61
III. Construction des probabilités de défaut Lifetime :	63
IV. Comparaison des méthodes d'extrapolation :	87
V. Méthode d'ajustement des matrices de transition :	92
<b>Chapitre 3 : Présentation de l'outil VBA et cas pratique :</b>	<b>107</b>
I. Présentation de l'outil :	107
<b>Conclusion:</b>	<b>114</b>
<b>Conclusion générale:</b>	<b>115</b>
<b>ANNEXES :</b>	<b>116</b>
I. Annexe I : Présentation de l'organisme d'accueil :	116
II. Annexe II : Algorithme d'optimisation de NEALDER MEAD :	123
III. Annexe III : Résultats d'extrapolation des PDs Lifetime :	124

## **Liste des abréviations**

ECL: Expected Credit Loss

PD: Probabilité de défaut

PDC: Probabilité de défaut cumulée

CAE: Coefficient d'ajustement économique

PIB: Produit intérieur brut

IFRS: International Financial Reporting Standards

IASB: International Accounting Standards Board

PIT: Point in Time

TTC: Through the cycle

S&P: Standard & Poor's

## Liste des tableaux

Tableau 1 Comparaison des méthodes d'approximation des matrices génératrices .....	62
Tableau 2 Valeurs historiques du facteur de risque systémique .....	75
Tableau 3 Statistique descriptive sous Excel .....	80
Tableau 4 Processus de sélection des variables " StepWise" .....	82
Tableau 5 Résultats estimation des paramètres de la régression .....	82
Tableau 6 Test de White d'hétéroscédasticité.....	83
Tableau 7 Test de Durbin-Watson d'autocorrélation.....	83
Tableau 8 Test de Jarque-Bera de normalité des résidus .....	84
Tableau 9 Probabilités de défaut conditionnelles projetées .....	86
Tableau 10 Comparaison entre les différentes méthodes en termes d'erreur cumulée moyenne (1990) .....	89
Tableau 11 Comparaison entre les différentes méthodes en termes d'erreur cumulée moyenne (2000) .....	90
Tableau 12 Comparaison entre les différentes méthodes en termes d'erreur cumulée moyenne (2006) .....	90
Tableau 13 Calcul des précisions des différentes méthodes sur les différents horizons .....	91
Tableau 14 Classements des différentes méthodes selon le critère de précision de la meilleure (à gauche) à la moins bonne (à droite).....	91
Tableau 15 Calcul des stabilités des différentes méthodes sur les différents horizons.....	91
Tableau 16 Classements des différentes méthodes selon le critère de stabilité de la meilleure (à gauche) à la moins bonne (à droite).....	91
Tableau 17 Résultats de la régression du modèle des taux de prêts non performants .....	95
Tableau 18 Projections des variables explicatives sous différents scénarios .....	96
Tableau 19 Projection du CAE selon différents scénarios .....	98
Tableau 20 Récapitulatif des changements de la matrice de transition simplifiée .....	100
Tableau 21 Probabilité défaut cumulée calculée par la méthode 1 d'ajustement sous 3 scénarios économiques.....	102
Tableau 22 Récapitulatif des changements de la matrice de transition simplifiée .....	104
Tableau 23 Récapitulatif des changements de la matrice de transition simplifiée .....	106
Tableau 24 Dates clés marquants l'histoire de MAZARS à l'international .....	118

## Liste des figures

Figure 1 Résumé des trois composantes de la norme IFRS 9.....	26
---	----

Figure 2 Nouveau modèle des pertes de crédits attendues “ECL” .....	29
Figure 3 Transition du modèle dépréciation IAS 39 vers IFRS 9 .....	31
Figure 4 Indicateurs de suivi de la dégradation du risque de crédit .....	37
Figure 5 PD PIT VS PD TTC .....	42
Figure 6 évolution par notes du taux de défaut annuel au cours des 35 années d’historique.....	54
Figure 7 évolution corrigée par notes du taux de défaut annuel au cours des 35 années d’historique. .	55
Figure 8 évolution par notes du nombre de sociétés émettrices au cours des 35 années d’historique. .	55
Figure 9 comparaison taux de défaut annuel et taux de défaut moyen au cours des 35 ans .....	56
Figure 10 Relation entre le seuil et les probabilités de défaut .....	73
Figure 11 Les taux moyens de transition observés sur l’historique 1981-2014 .....	74
Figure 12 Les seuils extraits à partir des taux historiques .....	74
Figure 13 Valeurs historiques du facteur de risque systémique .....	76
Figure 14 Matrice de corrélation des variables explicatives.....	81
Figure 15 Backtesting du facteur de risque systémique .....	84
Figure 16 Projections du facteur de risque estimé et des variables explicatives du modèle .....	85
Figure 17 Graphique des PD cumulées (2 ans) selon différentes méthodes et pour les différentes notations .....	87
Figure 18 Graphique des PD cumulées (4 ans) selon différentes méthodes et pour les différentes notations .....	88
Figure 19 Graphique des PD cumulées (7 ans) selon différentes méthodes et pour les différentes notations .....	88
Figure 20 Variation du taux de prêts non performants, du taux de chômage et du taux de PIB .....	95
Figure 21 Impact de la première méthode d’ajustement sur les PD pour différentes note.....	101
Figure 22 Comparaison des probabilités de défaut cumulées au premier trimestre 2021. ....	102
Figure 23 Impact de la deuxième méthode d’ajustement sur les PD pour différentes notes .....	104
Figure 24 Impact de la troisième méthode d’ajustement sur les PD pour différentes notes.....	106
Figure 25 Interface de l’outil VBA.....	107
Figure 26 Section “Données” .....	108
Figure 27 Bouton de réinitialisation .....	108
Figure 28 Champs dédié aux caractéristiques de l’historique de données (rouge) et bouton « OK » (Bleu).....	109
Figure 29 Feuille “Matrices” pour insertion de l’historique de matrices de transition.....	110
Figure 30 Cases dédiés au traitement des matrices de transition (Rouge) et le bouton “Traitement” (Bleu).....	110
Figure 31 Feuilles créés après traitement des matrices de transition de l’historique saisi.....	111
Figure 32 Section “Méthodes de calcul de PD Lifetime” .....	111

<b>Figure 33 Champs de saisie de l'année de base de l'extrapolation et maturité maximale .....</b>	<b>112</b>
<b>Figure 34 Champs dédié au lancement des méthodes d'extrapolation de PD Lifetime.....</b>	<b>113</b>
<b>Figure 35 Sorties de l'outil VBA d'extrapolation des PD Lifetime .....</b>	<b>113</b>
<b>Figure 36 Distribution géographique de MAZARS dans le monde .....</b>	<b>117</b>
<b>Figure 37 Schéma représentatif des dix dernières années de croissance MAZARS.....</b>	<b>119</b>
<b>Figure 38 Graphique des PDs cumulées 2006 (2 ans) selon différentes méthodes. ....</b>	<b>124</b>
<b>Figure 39 Graphique des PDs cumulées 2006 (4 ans) selon différentes méthodes. ....</b>	<b>124</b>
<b>Figure 40 Graphique des PDs cumulées 2006 (7 ans) selon différentes méthodes. ....</b>	<b>125</b>
<b>Figure 41 Graphique des PDs cumulées 1990 (2 ans) selon différentes méthodes. ....</b>	<b>125</b>
<b>Figure 42 Graphique des PDs cumulées 1990 (4 ans) selon différentes méthodes. ....</b>	<b>126</b>
<b>Figure 43 Graphique des PDs cumulées 1990 (7 ans) selon différentes méthodes. ....</b>	<b>126</b>

## **Introduction :**

L'ampleur de la crise financière de 2008, qui a touchée de manière générale la majorité des institutions financière et plus particulièrement les banques, a engendré des débats intenses et sans précédent sur le bien-fondé des modèles de dépréciation imposés jusque-là par le normalisateur comptable international IASB dans sa norme « IAS 39 ». En effet, la méthode de dépréciation en vigueur dans IAS 39 reposait sur une approche a posteriori, ne reflétant dans les états financiers que les conséquences d'évènements déjà produits dans le passé. Ce contexte de crise a ainsi poussé plusieurs instances internationales à encourager le déploiement d'un nouveau modèle plus prospectif et plus dynamique de gestion du risque crédit. Ces réclamations furent entendues par l'IASB, qui dans le cadre de ses travaux de refonte de la norme IAS 39, a proposé un nouveau modèle dit de « pertes de crédit attendues » qui constituera par la suite la nouveauté majeure de la norme IFRS 9 en termes de dépréciation. Ce modèle est basé sur le calcul de trois composantes principal, à savoir : La probabilité de défaut (PD), l'exposition en cas de défaut (EAD) et le taux de perte en cas de défaut (LGD). Les montants à provisionner seront donc une moyenne pondérée des pertes crédits attendues calculées sous différents scénarios macroéconomique.

La probabilité de défaut est la probabilité que l'emprunteur ne puisse assurer tout ou une partie de ses obligations. L'une des nouveautés majeures introduites par la norme IFRS 9 dans ce cadre est l'incorporation d'une vision prospective du défaut. Les institutions financières sont dorénavant contraintes de prendre en considération l'évolution future des conditions économiques dans leur gestion interne du risque crédit. Ainsi, et afin de de s'aligner sur les nouvelles exigences de la norme, les banques sont tenus de développer des modèles d'extrapolation permettant de quantifier l'impact du cycle économique sur le risque de défaut.

L'extrapolation des probabilités de défaut nécessite préalablement l'existence de modèles permettant le calcul de ces probabilités. Et comme une grande partie des banques ne dispose pas de système de notation interne, ils reposent essentiellement sur les matrices de transitions externes établies annuellement par les agences de notations financières telles que Fitch Ratings, Moody's et Standard & Poor's. Ces matrices de transitions contiennent un système de notation auxquelles sont associées des probabilités de transitions d'une notation à une autre. Nous proposerons alors par ce présent mémoire différentes méthodes d'estimation des probabilités de défaut futures à partir de ces matrices de transitions externes et ce conformément aux directives de la norme IFRS 9.

## **Problématique et démarche :**

Ce rapport présente les travaux effectués dans le cadre de notre projet de fin d'études à MAZARS Actuariat. La thématique de notre projet s'articule autour de la modélisation et extrapolation des probabilités de défaut conformément aux directives de la norme IFRS 9.

L'objectif de notre étude est d'explorer plus en détails les différents défit que relève la norme et se rattachant à la détermination de la méthode optimale permettant l'extrapolation des probabilités de défaut Lifetime.

Ainsi, le présent rapport se déclinera en deux grandes parties. Après une introduction sur la norme IFRS 9, un accent sera mis sur le volet « Dépréciation » afin de mieux positionner le cadre de l'étude. Nous entamerons dans la deuxième partie une revue des modèles d'extrapolation des probabilités de défaut Lifetime. L'objectif est de calculer des PD pour différentes maturités avec un caractère Point In Time (PIT) selon différentes méthodes. Nous procéderons ensuite à des Backtesting pour nous assurer de la précision et stabilité des modèles choisis. Nous présenterons également la méthodologie adoptée pour introduire l'aspect Forward Looking (FL) aux différentes PD extrapolées. En fin de la deuxième partie nous présenterons l'outil VBA qui nous a permis d'obtenir les différents résultats relatifs aux extrapolations des PD Lifetime selon les différentes méthodes.

## Chapitre 0 : Préliminaires

Ce chapitre a pour but de permettre au lecteur de prendre connaissance des différentes notions se rapportant au sujet de ce présent mémoire afin d'en amorcer la lecture.

- **International Accounting Standards Board (IASB)** : Le Bureau international des normes comptables. Organisme international chargé de l'élaboration des normes comptables internationales IAS/IFRS.

- **International Accounting Standards (IAS)** : l'ancien nom des normes comptables internationales. Les normes comptables internationales développées à partir du 1er avril 2001 s'appellent IFRS. Certaines IAS ont été remplacées par des IFRS, d'autres sont toujours en vigueur.

- **International Financial Reporting Standards (IFRS)** : normes internationales d'informations financières destinées à standardiser la présentation des données comptables échangées au niveau international afin d'accroître la comparabilité des états financiers de sociétés d'un même secteur dans des pays différents et a fortiori permettre des choix d'investissement plus pertinents.

- **International Financial Reporting Standards 9 (IFRS 9)** : Norme comptable qui porte sur les instruments financiers et qu'est venue remplacer en 2018 la norme IAS 39 jugée trop complexe et inadaptée.

- **Actif financier** : titre ou contrat produisant à son propriétaire des revenus ou un gain en capital sur le marché financier. Cet actif produit une certaine prise de risques et peut être transmis ou négocié sur le marché. Il est considéré comme un placement et est comptabilisé dans le patrimoine de l'individu.

- **Passif financier** : Obligation contractuelle soit de livrer des liquidités ou de transférer un actif financier à une autre partie, soit d'échanger (par exemple, dans le cas des options) des instruments financiers avec une autre partie dans des conditions potentiellement désavantageuses.

- **Système de notation** : Le système de notation est conçu pour améliorer la gestion des risques des institutions financières en classifiant les clients sur une échelle de notation en fonction de leur solvabilité. Dès l'octroi d'un crédit, la banque récolte l'ensemble des informations relatives à la contrepartie en vue de lui attribuer une note reflétant son risque de crédit. La note est basée sur une modélisation statistique des données historiques et est associée à un intervalle de scores et une probabilité de défaut (PD). Comme le système de notation s'inscrit dans une logique de suivi du risque,

- la notation devrait faire l'objet de revu et d'ajustement en permanence, afin de refléter les éventuelles améliorations ou dégradations du risque.

- **Risque de crédit** : Risque de perte financière encouru par un créancier en cas de non-respect du débiteur de ses engagements de paiement d'intérêts ou de remboursement de la dette contractée. Il existe différents types de crédit dont on cite :

▪ Risque de dégradation de la qualité de crédit

Le risque de dégradation de la qualité de crédit est le risque que la qualité perçue de l'emprunteur se dégrade. Même si une dégradation n'équivaut pas un défaut, elle aura des conséquences financières pour le créateur. La baisse de notation d'une émission obligataire suite à une dégradation de la qualité de crédit de l'émetteur se traduit par une baisse du prix de l'obligation. En outre, la dégradation de la qualité de crédit peut être précurseur d'un défaut.

▪ Risque de défaut

Le défaut est défini comme l'incapacité ou le refus du débiteur de remplir, ou d'assurer à temps, les obligations financières envers son créancier au titre des intérêts ou du principal de la créance contractée. En cas de défaut, les créanciers courent le risque d'une perte financière s'ils ne peuvent recouvrer la totalité du montant qui leur est dû au titre d'un contrat.

- **La juste valeur** : la juste valeur (ou « fair value ») est une norme comptable consistant à valoriser, à la date de clôture du bilan, les actifs et les passifs des grandes entreprises selon leur valeur de marché ou à défaut selon leur valeur calculée par la somme actualisée des flux de revenus attendus de leur utilisation.

- **Coût amorti** : montant auquel est évalué l'actif ou le passif financier lors de sa comptabilisation initiale, diminué des remboursements en principal, majoré ou diminué de l'amortissement cumulé calculé par la méthode du taux d'intérêt effectif, de toute différence entre ce montant initial et le montant à l'échéance, et diminué de toute réduction (opérée directement ou par le biais d'un compte de correction de valeur) pour dépréciation ou irrécouvrabilité.

- **Taux d'intérêt effectif** : le taux qui actualise exactement les décaissements ou encaissements de trésorerie futurs sur la durée de vie prévue de l'instrument financier ou selon les cas sur une période plus courte de manière à obtenir la valeur comptable nette de l'actif ou du passif financier.

- **Actif financier déprécié** : Un actif financier est déprécié lorsque se sont produits un ou plusieurs événements qui ont un effet néfaste sur les flux de trésorerie futurs estimés de cet actif financier.

- **Actif financier en souffrance** : Se dit d'un actif financier lorsque la contrepartie n'a pas effectué un paiement à la date d'échéance contractuelle de celui-ci.

- **Pertes de crédit attendues** : Différence entre le total des flux de trésorerie qui sont dus à l'entité aux termes d'un contrat et le total des flux de trésorerie que l'entité s'attend à recevoir (c'est-à-dire la totalité des sommes qui ne seront pas recouvrées), actualisée au taux d'intérêt effectif initial.

- **pertes de crédit attendues sur la durée de vie** : Pertes de crédit attendues résultant de la totalité des cas de défaillance dont un instrument financier pourrait faire l'objet au cours de sa durée de vie attendue.

- **pertes de crédit attendues sur les douze mois à venir** : Portion des pertes de crédit attendues sur la durée de vie qui correspond aux pertes de crédit attendues résultant des cas de défaillance dont un instrument financier pourrait faire l'objet dans les 12 mois suivant la date de clôture.

---

# Partie I

## IFRS 9-« Instruments Financiers »

---



### Introduction

Cette partie a pour but de décrire la norme IFRS 9-Instruments financiers de manière générale, ainsi que son deuxième volet « Dépréciation » de manière plus précise.

Nous allons dans le chapitre 1 présenter la norme IAS 39 « Instruments financiers : Comptabilisation et évaluation », qui a été remplacée par IFRS 9, afin de comprendre ses différentes notions faisant ainsi sa complexité.

S'en suivra une présentation générale de la norme IFRS 9 soulignant les principaux changements qu'elle apporte palliant aux failles dont a fait preuve l'IAS 39.

Dans le chapitre 2, nous nous focaliserons sur le deuxième volet « Dépréciation » de la norme IFRS 9 où nous présenterons plus en détail les principes ainsi que le fondement des différentes notions (PD PIT, LGD, EAD...) qu'introduit la norme concernant le provisionnement des titres financiers, un aspect qui nous intéresse particulièrement dans ce présent mémoire.

## Chapitre 1 : La transition IAS 39 vers IFRS 9

### I. Présentation de la norme IAS 39 « Instruments financiers : Comptabilisation et évaluation » :

Utilisant de plus en plus d'instruments financiers complexes pour gérer les risques financiers ainsi que les mouvements de certaines variables (taux d'intérêt ou de change, cours des actions, cours des matières et produits de base par exemple) qui font peser sur leur activités et devant faire face à une demande d'information bien plus complexe de la part des investisseurs, les sociétés cotées ont besoin d'un référentiel comptable offrant un degré élevé de transparence et de comparabilité des résultats, ainsi que d'un marché unifié et n'obéissant qu'à une seule législation .

C'est donc dans l'optique de répondre aux besoins précités que sont nées les normes IAS. Au nombre de quarante et une, ces normes s'appliquent aux comptabilités des pays européens et autres. Une fois mises en œuvre, ces dispositions ont permis de répondre à trois grands principes :

**L'Exhaustivité:** Les états financiers retranscrivent l'activité de l'entreprise et favorisent la disparition des informations hors-bilan.

**La comparabilité:** Les états financiers sont normés et identiques à toutes les entreprises.

**La neutralité:** Les normes ne laissent pas de marge de manœuvre aux entreprises dans le pilotage des comptes.

Parmi ces normes, se trouve l'IFRS 9 qui aujourd'hui vient remplacer la norme IAS 39 traitant de la comptabilisation et de l'évaluation des instruments financiers (Actifs, passifs, dérivés), des opérations de couverture et des règles de sortie de bilan des actifs et passifs financiers.

## I. 1. Contexte, objectifs et champs d'application :

En 2002, l'Union européenne a adopté une réglementation qui exige des sociétés européennes cotées qu'elles appliquent les normes internationales d'information financière (les IFRS, et par conséquent la norme IAS 39) à compter de 2005 pour l'établissement de leurs états financiers consolidés. Il s'agissait ici de la plus importante évolution en matière de communication financière depuis 25 ans, ce qui rendait la transition aux normes IFRS majeure pour près de 7 000 sociétés cotées qui établissaient auparavant leurs comptes selon les principes comptables généralement admis dans leur pays.

La norme IAS 39 en particulier, qui portait sur les instruments financiers (substantiellement révisée en 2003), était dès lors une révolution. Soulevant des questions plus vastes que toute autre norme antérieure dans tous les domaines de la comptabilité, l'IAS 39 se fixait comme objectif d'établir les principes de comptabilisation et d'évaluation des actifs et passifs financiers ainsi que de certains contrats d'achat ou de vente d'éléments non financiers.

La norme s'appliquait, depuis la date de son entrée en vigueur, à toutes les entreprises qui investissent, empruntent ou utilisent les instruments dérivés de façon significative, quelles que soient leur forme, qu'elles soient cotées ou non et quelque soit le secteur d'activité auquel elles appartiennent (industrie et commerce, banque, assurance...). Elle couvrait également tous les instruments financiers, à l'exception notamment des titres de participation, des contrats de location et d'assurance, des plans d'épargne salariaux et des instruments de capitaux propres (actions) émis par l'entreprise. La norme s'appliquait également aux contrats sur marchandises sauf si la marchandise fait partie des actifs concernés par l'activité de l'entreprise.

## I. 2. Principaux éléments de la norme :

Comme l'International Accounting Standard 39 (IAS 39) se posait comme objectif l'établissement de principes de comptabilisation, d'évaluation des actifs financiers, et de leurs dépréciations. Nous nous intéresserons dans cette section aux différentes recommandations de la norme relatives aux aspects d'évaluation et de dépréciation afin de mieux comprendre le passage vers la norme IFRS 9 :

### a. Evaluation :

#### Evaluation initiale :

La norme IAS 39 estime que quand un actif financier est comptabilisé au bilan à son entrée initiale, il doit être évalué à son coût, qui est la juste valeur de la contrepartie donnée pour un actif (sa valeur marché).

#### Evaluation postérieure :

- Concernant l'évaluation postérieure des actifs financiers, y compris les produits dérivés, la norme énonce qu'ils doivent être évalués, postérieurement à leur comptabilisation initiale, à leur juste valeur, à l'exception de quelques instruments et titres financiers, précisée par la norme qui sont évalués à leur coût amorti en utilisant la méthode du taux d'intérêt effectif.

Il est ainsi évident que la norme IAS 39 fait de l'évaluation à la valeur marché qu'elle qualifie de « juste valeur » la méthode la plus correcte et adéquate pour le traitement des différents actifs financiers. Nous verrons par la suite que cela représente l'une des lacunes de la présente norme qui sera pointé du doigt lors de la crise financière 2008.

### b. Dépréciation :

Concernant le volet relatif à la comptabilisation des pertes encourues (EL) la norme IAS 39 repose sur un esprit rétrospectif. En effet, la comptabilisation des pertes de crédit encourues (EL) ne prend effet qu'avec la survenance d'un indicateur objectif de dépréciation reposant uniquement sur l'historique des événements passés. Le texte de loi du règlement CE n° 1126/2008 relatif à la norme IAS 39 illustre parfaitement la philosophie rétrospective sur laquelle repose IAS 39:

*« Un actif financier ou un groupe d'actifs financiers est déprécié et des pertes de valeur sont subies si et seulement s'il existe une indication objective de dépréciation résultant d'un ou de plusieurs événements intervenus après la comptabilisation initiale de l'actif (un « événement générateur de pertes ») et que cet (ou ces) événement générateur de pertes a (ou ont) un impact sur les flux de trésorerie futurs estimés de l'actif financier ou du groupe d'actifs financiers, qui peut*

*être estimé de façon fiable. Il peut s'avérer impossible d'identifier un événement isolé et discret à l'origine de la dépréciation. Au contraire, l'effet combiné de plusieurs événements peut avoir causé la dépréciation. Les pertes attendues par suite d'événements futurs, quelle que soit leur probabilité, ne sont pas comptabilisées. »*

Ce principe constitue une autre lacune majeure qu'a connue la norme, puisque et comme on le verra par la suite, s'est avéré inefficace et a eu de néfastes conséquences sur l'économie mondiale d'où l'introduction de l'IFRS 9.

## **II. La crise financière de 2008, ou l'origine de la transition IAS 39-IFRS 9 :**

### **II. 1. Contexte de la crise financière :**

Depuis le milieu de l'été 2007, le système financier mondial traversait une crise financière profonde marquée par une volatilité significative des marchés et une raréfaction du crédit. Cette crise, circonscrite initialement au marché immobilier américain au cours du deuxième semestre 2006, s'est progressivement étendue sur le plan géographique en revêtant une dimension intercontinentale affectant l'ensemble du système financier mondial, et plus particulièrement le secteur bancaire. Les économistes considèrent que les véritables causes de la crise sont fortement interconnectées à une situation macro-économique instable, aux dysfonctionnements micro-économiques (négociation d'instruments dérivés complexes) et aux pratiques financières à haut risque.

Sur un plan macroéconomique, la banque centrale américaine a pratiqué entre 2003 et 2004 des taux d'intérêts jugés trop faibles, générant un abus dans l'utilisation et la consommation des crédits et se soldant par le « krach » des prêts immobiliers à risque aux Etats-Unis (crise des « Subprimes »).

Sur le plan micro-économique, la crise des « subprimes » peut se justifier essentiellement par deux facteurs : d'une part, l'exigence de rentabilité et d'autre part le relâchement des conditions d'attribution du crédit. En effet suite à la chute des valeurs boursières à partir de 2000, la recherche des placements à rentabilité élevée était devenue la préoccupation majeure des intermédiaires financiers. Pour faire face à cette exigence de rentabilité, les banques ont été obligées d'augmenter leur volume d'activité en diminuant le niveau des conditions d'attribution des prêts qui se sont ainsi mis à créer et à développer de nouveaux produits financiers extrêmement sophistiqués en offrant aux emprunteurs des conditions avantageuses au prix d'un risque parfois très significatif sur le moyen terme et sur le long terme.

## II. 2. L'International Accounting Standard 39 et la crise financière :

S'il est admis de presque tous que les «subprimes» sont l'élément explicatif du déclenchement de la crise financière internationale qui s'est transformée depuis en une crise économique mondiale, de plus en plus d'économistes et d'analystes avancent que les références comptables, les IFRS (International Financial Reporting Standards), et plus particulièrement l'IAS 39, ont beaucoup joué dans l'amplification de la crise financière.

En effet, même si la décision d'appliquer la norme comptable internationale (IAS 39) a été presque unanimement saluée comme un progrès significatif permettant de disposer d'un référentiel d'évaluation d'actifs financiers international appliqué dans le monde entier et offrant aux analystes, investisseurs et autres utilisateurs des états financiers une information financière suffisamment comparable. Ce n'est pas pour autant que l'IAS 39 soit exempte de critiques du fait de leur effet procyclique. En effet, en France, l'Autorité des Marchés Financiers (AMF), autorité administrative indépendante coercitive, avait attiré, lors de l'arrêté des comptes 2008, l'attention des acteurs financiers sur les conséquences de la norme IAS 39 considérée comme facteur aggravant de la crise financière. Pour expliquer la participation de l'IAS 39 dans la crise financière deux notions ont été évoquées :

- l'évaluation des actifs en juste valeur ;
- La comptabilisation tardive des pertes de crédit reposant sur la survenance d'indicateur tangible de dépréciation.

Nous exposerons dans cette section comment est ce que l'aspect qui nous intéresse principalement dans le présent mémoire relatif aux pertes encourues a notablement accentué la crise financière :

### La notion de pertes encourues « EL » et la crise financière :

L'International Accounting Standard IAS 39, et comme il a été présenté auparavant, est basée sur un modèle de pertes encourues pour déterminer si une dépréciation doit être constatée sur les instruments financiers.

Ce modèle requiert la survenance d'un événement générateur d'une perte pour qu'une provision puisse être constituée. Il fut introduit au début pour éviter l'utilisation abusive de provisions à caractère général ("matelas") qui altérerait la lecture de la performance financière pour les investisseurs. Cependant, durant la crise financière, il a été reproché à ce modèle de retarder la reconnaissance des pertes et de ne pas refléter précisément les pertes de crédit attendues qui devaient se réaliser.

En effet, la mesure de la dépréciation liée au risque de crédit des instruments de dette sous IAS 39 ne prends compte que des encours douteux ou présentant un risque,

faisant ainsi du principe de « pertes avérées » une notion ayant accentué la crise financière puisqu'elle n'a permis la détection de défaut et donc de pertes que quand il était trop tard.

Sous toutes ces considérations et critiques, et dans une procédure d'urgence l'IASB comme son équivalent américain le FASB et les régulateurs bancaires, notamment le comité de Bâle, se sont mis sous pression pour revoir les règles comptables et prudentielles afin d'éliminer, en partie du moins, cet effet d'entraînement. C'est ainsi qu'une nouvelle norme IFRS 9-Instruments financiers est venu remplacer le dispositif IAS 39 pour apporter de notables modifications aux différentes failles qu'a connu ce dernier. La partie qui suit est consacré à la présentation de l'IFRS 9 dans le but de souligner les changements qu'introduit cette nouvelle norme.

### **III. La philosophie d'IFRS 9 « Instruments Financiers » :**

Depuis le 24 juillet 2014 l'International Accounting Standards Board a achevé sa réponse globale à la crise financière en publiant la version finale de la norme IFRS 9 – Instruments financiers, qui vise à répondre aux imprécisions et autres difficultés engendrées par la norme IAS 39 jugée être trop complexe et inadaptée.

Cette nouvelle norme définit de nouvelles règles en matière de classement et d'évaluation des instruments financiers, de dépréciation du risque de crédit des actifs financiers et de comptabilité de couverture, hors opérations de macro-couverture. En effet la norme:

- rassemble dans une norme unique les différentes phases du projet de remplacement de la norme IAS 39.
- Apporte une approche logique et unique pour la classification et l'évaluation des actifs financiers qui reflète le modèle économique dans le cadre duquel ils sont gérés ainsi que leurs flux de trésorerie contractuels
- Garantit l'intégration d'un nouveau modèle de dépréciation des actifs financiers,
- Vient avec une approche sensiblement simplifiée de la comptabilité de couverture.

Cette norme est constituée de 3 phases qui ont permis de structurer les projets au sein des établissements financiers :

- Classification et l'évaluation des actifs financiers ;
- Dépréciation ;
- Et la comptabilité de couverture.



Figure 1 Résumé des trois composantes de la norme IFRS 9

Nous présenterons dans ce qui suit les différentes phases constituant l'IFRS 9.

### III. 1. Classification et évaluation :

La classification détermine la manière dont les actifs financiers sont comptabilisés dans les états financiers, et en particulier, la manière dont ils sont évalués de façon continue. Les dispositions relatives à la classification et l'évaluation constituent le fondement de la comptabilité des instruments financiers. En effet les dispositions relatives à la dépréciation et à la comptabilité de couverture sont basées sur cette classification.

La norme IFRS 9 vient affiner la classification et l'évaluation des actifs avec une approche qui reflète le modèle économique dans le cadre duquel ces derniers sont gérés ainsi que leurs flux de trésorerie contractuels. Elle concerne les instruments de dettes (prêts et titres de dettes) ainsi que les instruments de capitaux propres (actions et titres de participation non consolidés) et porte principalement sur la nécessité de faire une analyse et de la documenter, en fonction des nouveaux critères IFRS 9 :

(i) Critère 1 : Analyse des modèles de gestion (Collecte, Collecte & Vente ou Vente)

(ii) Critère 2 : Analyse des caractéristiques du contrat

En fonction de l'analyse combinatoire des deux critères, la norme IFRS 9 imposera 3 manières d'évaluer un actif, au lieu de quatre dans IAS 39:

- Le coût amorti ;
- La juste valeur par le compte de résultat ;
- La juste valeur par les capitaux propres.

Ainsi la principale amélioration apportée par la norme IFRS 9 sur ce volet concerne une approche logique, simpliste et unique pour la classification et l'évaluation des actifs financiers.

### III. 2. Dépréciation :

En comptabilité, la dépréciation est le fait de comptabiliser la potentielle future moins-value d'un actif (soit la perte de valeur de l'actif). Dans notre contexte, la dépréciation d'un actif est représentée par sa provision, et cette provision est déterminée par une estimation des pertes liées à un crédit (on associe à une ligne de crédit, un montant estimé qui devrait permettre de couvrir le risque engendré par la contraction de ce crédit).

La norme IFRS 9 introduit un nouveau modèle de dépréciation dit des « pertes attendues » nécessitant une reconnaissance plus rapide des pertes prévues à travers l'incorporation de l'information future ou encore dite le « Forward Looking ». En effet et comme vient dans l'article B 5.5.2 de la nouvelle norme IFRS 9 : *« Les pertes de crédit attendues [...] sont généralement censées être comptabilisées avant que l'instrument financier ne soit en souffrance. Habituellement, le risque de crédit augmente de façon importante avant que l'instrument financier ne soit en souffrance ou que d'autres facteurs observables a posteriori propres à l'emprunteur (par exemple, une modification ou une restructuration) ne se manifestent. Par conséquent, lorsqu'il est possible d'obtenir des informations raisonnables et justifiables qui sont davantage prospectives que les informations sur les paiements en souffrance sans devoir engager de coûts ou d'efforts excessifs, ce sont ces informations qu'il faut utiliser pour apprécier les variations du risque de crédit ».*

Ce nouveau modèle de dépréciation identifie 3 groupes dans lesquels sont classés les actifs en fonction de leur qualité de crédit, c'est-à-dire le niveau de risque qu'ils représentent. Ces groupes sont appelés « Bucket » ou « Stage », et l'estimation de la perte liée à un crédit dépendra, à chaque date de clôture, de son classement dans un groupe ou dans l'autre :

- **Stage 1** : Regroupe tout actif venant d'être émis ou acheté et qu'est considéré comme peu risqué, ou que sa qualité de crédit ne s'est pas significativement détérioré. La dépréciation représentera alors la perte de crédit attendue sur les 12 prochains mois (l'ECL à un an), et le produit financier (intérêt) est calculé sur la base du montant brut de l'instrument. Si la qualité de crédit ne change pas, ce calcul à un an

est appliqué chaque année jusqu'à l'échéance du prêt (jusqu'au dernier remboursement).

• **Stage 2** : Comprend tout les actifs les actifs qui dès l'origine sont considérés comme risqués, ou pour qui la qualité de crédit s'est significativement détériorée depuis la date d'origination, sans qu'aucune perte de crédit n'ait cependant encore été observée. A l'exemple d'un crédit avec un impayé (l'impayé, et comme on le verra par la suite, représente dans le cadre d'IFRS 9 l'événement déclencheur du passage en Stage 2. En revanche tant qu'il n'y a pas de perte observée, le crédit n'est pas en défaut). La dépréciation représentera alors dans ce stage la perte de crédit attendue sur la durée de vie totale du contrat (jusqu'à sa date d'échéance), et le produit financier (intérêt) est calculé sur la base du montant brut de l'instrument.

• **Stage 3** : Concerne les actifs pour qui la qualité du crédit s'est significativement détériorée, et une perte est observée. Par exemple un contrat en défaut, ou au contentieux. Comme pour le stage 2, la dépréciation est estimée « à maturité », c'est-à-dire jusqu'à la date de clôture du contrat, avec le produit financier calculé sur la base du coût amortit de l'instrument.

Le schéma suivant illustre le modèle de pertes de crédit attendues qu'apporte l'IFRS9 :

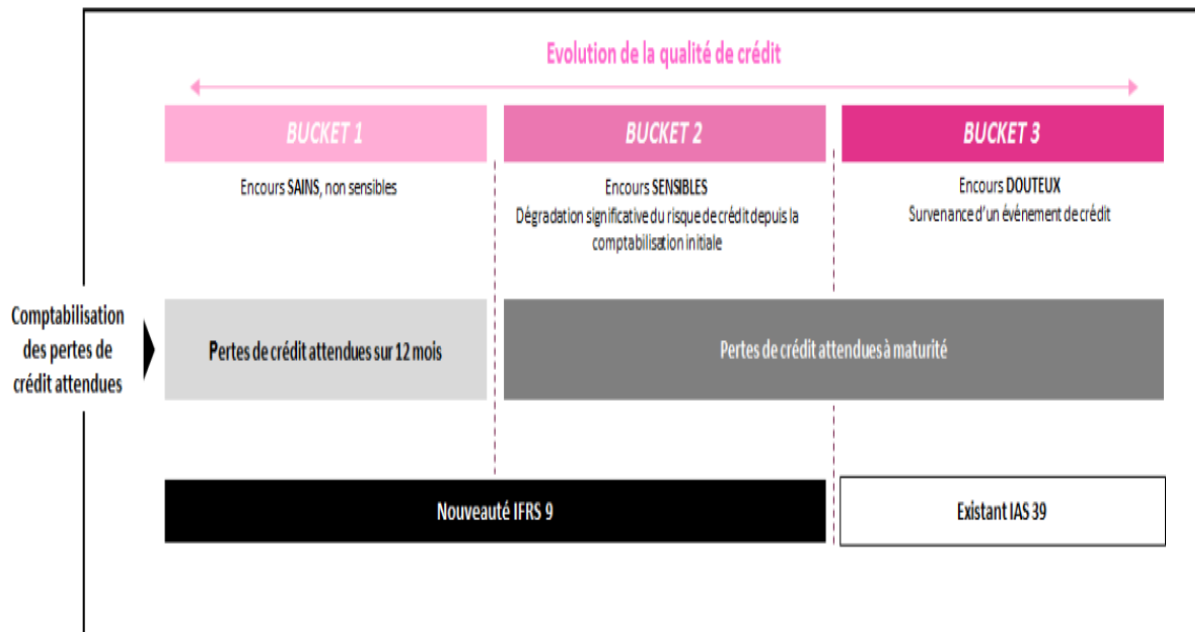


Figure 2 Nouveau modèle des pertes de crédits attendues "ECL"

Sur la base de ce qui a été présenté précédemment, il est évident que les principales évolutions rapportées par la norme IFRS 9 sur le volet dépréciation concernent :

- le provisionnement des encours sains dits « non sensibles » (Stage 1), qui engendre une augmentation considérable des pertes comptabilisées ;
- la prise en compte de l'ensemble des événements passés, présents, ainsi que les conditions économiques futures afin d'estimer les pertes

Dans ce sens, Les enjeux de ce deuxième pilier d'IFRS 9 sont principalement d'ordre méthodologique. En effet, les établissements concernés, ont particulièrement déployés les efforts dans la mise en place de la nouvelle logique de provisionnement. Parmi les points les plus structurants :

- La définition des critères permettant de classer les encours par « Bucket » : Sains vs. Sensibles vs. Douteux (avec traitement rétrospectif du stock), ainsi que les critères de transfert entre les buckets. Ce volet nécessite notamment de déterminer un processus d'évaluation de la dégradation du risque homogène au niveau des Groupes.
- La définition et la calibration des méthodologies pour les modèles de provisionnement, intégrant notamment les éléments de forward-looking. Ce volet nécessite de définir les concepts de probabilité de défaut à un an (bucket 1) et leurs extrapolation à différentes maturités (buckets 2 et 3).

### Les interactions et différences entre Bâle III et IFRS 9

Alors qu'une déconnection totale existait entre les approches prudentielles de Bâle 2 (sur pertes estimées) et comptables d'IAS 39 (sur pertes encourues). La mise en place de la norme IFRS 9 et de son approche sur pertes attendues similaire à celle du comité de Bâle permet une mise en commun des référentiels prudentiels et comptables.

Les règles de Bâle et la norme IFRS 9 sont liées par des définitions communes, ainsi que par l'utilisation d'un même modèle de gestion de risque de crédit (et de leurs indicateurs : probabilité de défaut (PD), perte en cas de défaut (LGD) et facteur de conversion du crédit (CCF)), afin d'assurer la cohérence entre les estimations des pertes attendues comptables et réglementaires.

Néanmoins, les critères d'éligibilité à un calcul de provisions comptables norme IFRS 9 pourront varier de ceux appliqués aux encours réglementaires bâlois. En d'autres termes, le périmètre des contrats et les montants des encours pourront être différents (à la marge) entre la « base provisionnable comptable » utilisée pour un calcul IFRS 9, et « la base réglementaire bâloise » utilisée pour un calcul Bâle 3. L'exposition, par exemple, tiendra compte dans IFRS 9 des hypothèses de remboursements anticipés, contrairement à Bâle 3 qui ne prend pas en compte l'amortissement.

Les principales autres différences concernent les indicateurs de PD et LGD :

- La PD des encours en Stage 1 est une PD à un an, celle des Stages 2 & 3 est une PD « à maturité » (jusqu'au terme du contrat). En revanche la PD bâloise sera systématiquement à un an et donc moins conservatrice (la probabilité qu'un client fasse un défaut de paiement entre aujourd'hui et la fin de son contrat est par définition plus grande qu'entre aujourd'hui et dans un an, dans le cas d'un contrat avec une échéance de plus d'un an).
- La PD bâloise est une moyenne cyclique dite « *Through the cycle* » (moyenne des PD sur un cycle de plusieurs années en général, et donc moyenne à long terme), tandis que la PD IFRS 9 est dite « *Point in time* » et correspond à la meilleure estimation à la date de clôture (moyenne à court terme à un moment donné).
- Idem pour la LGD IFRS 9 « *Point in time* » comparée à la LGD bâloise réglementaire « *downturn* » (moyenne sur un cycle identifié comme « bas » : durant lequel les risques sont forts et les pertes inattendues maximales).

Le chapitre suivant (chap2 : Focus sur la dépréciation des actifs financiers) s'attardera davantage sur les différentes composantes des pertes de crédits attendues, ainsi que sur toutes les nouvelles notions introduites par l'IFRS 9 dans le cadre de la dépréciation des instruments financiers. Cependant un récapitulatif de la transition du modèle de dépréciation entre les deux normes IAS 39 et IFRS 9 peut être présenté comme suit :

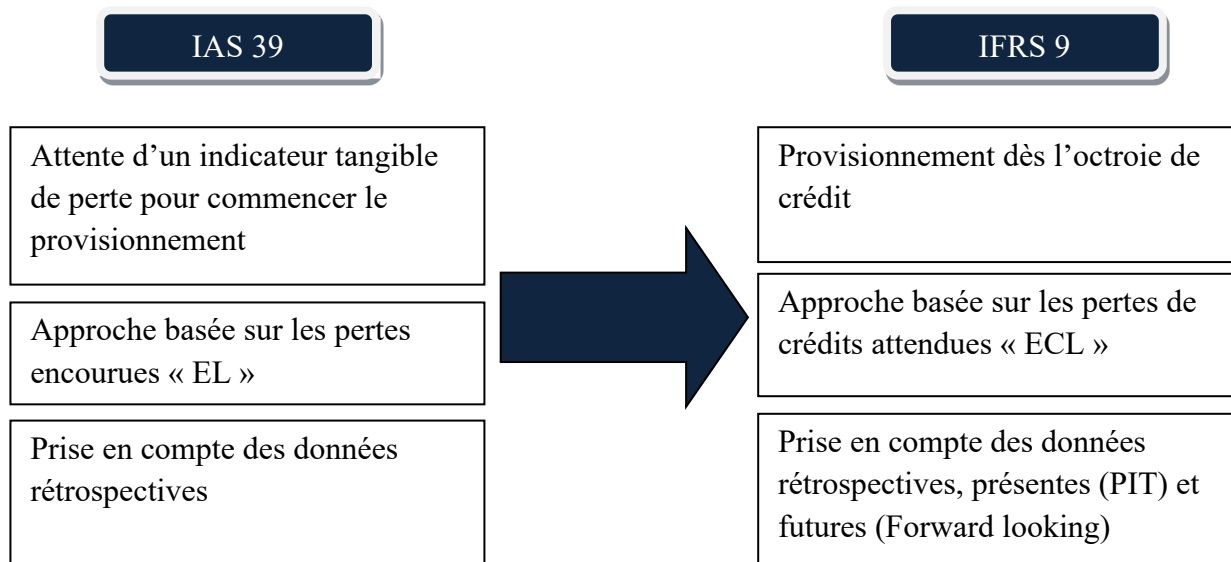


Figure 3 Transition du modèle dépréciation IAS 39 vers IFRS 9

### III. 3. Comptabilité de couverture :

La norme IFRS 9 introduit un modèle sensiblement réformé pour la comptabilité de couverture, avec des informations accrues sur l'activité de gestion des risques. Le nouveau modèle représente une révision importante de la comptabilité de couverture qui aligne le traitement comptable sur les activités de gestion des risques, permettant aux entités de mieux rendre compte de ces activités dans leurs états financiers. En effet, et comme vient dans l'article (6.1.1) : « *L'objectif de la comptabilité de couverture est de représenter dans les états financiers l'effet des activités de gestion des risques d'une entité utilisant des instruments financiers pour gérer les expositions à certains risques qui pourraient avoir une incidence sur le résultat net...* ». De plus, grâce à ces modifications, les utilisateurs des états financiers bénéficieront d'une meilleure information sur la gestion des risques et sur l'effet de la comptabilité de couverture sur les états financiers.

Les principaux changements qu'entraîne l'IFRS 9 et se rapportant aux couvertures se résument comme suit :

- Augmentation de la population des instruments admissibles
- Meilleur alignement avec la gestion des risques
- Moins d'efforts pour assurer la conformité

Ainsi l'IFRS 9 établit de nouvelles conditions pour la comptabilité de couverture qui sont un peu moins complexes mais davantage alignées sur la façon dont les entités gèrent leurs risques que les conditions énoncées dans IAS 39. Les sociétés qui ont donc par le passé rejeté l'utilisation de la comptabilité de couverture en raison de sa complexité, et celles qui souhaitent simplifier, raffiner ou élargir leur comptabilité de couverture actuelle constateront probablement que les nouvelles exigences de couverture sont plus accommodantes que celles d'IAS 39.

## Chapitre 2 : Focus sur la dépréciation des instruments financiers :

Nous nous attarderons dans ce chapitre sur le volet « Dépréciation » de la norme IFRS 9 afin de mieux en comprendre le fondement ainsi que les différentes nouvelles notions qu'il introduit.

La nouvelle norme IFRS 9 se base dans son second volet sur un modèle de **pertes crédits espérés** « ECL : Expected Credit Loss » qui remplace le modèle des pertes avérées ou « incurred losses » utilisé sous IAS 39. Cette transition est une réponse aux préoccupations soulevées pendant la crise financière à l'égard du modèle des pertes avérées jugé comme tardif dans sa reconnaissance des pertes crédits. La norme IAS 39 était aussi critiqué pour son exigence de plusieurs modèles de dépréciation pour des actifs de caractéristiques de risque crédit similaires et ce selon leur classification comptable. Ceci n'est désormais plus le cas sous la norme IFRS 9 qui propose l'application d'un unique modèle de dépréciation pour l'ensemble des instruments financiers.

De plus, le volet « dépréciation » d'IFRS 9 utilise plus d'informations prospectives « Forward-Looking » pour comptabiliser les pertes crédit espérées des instruments financiers. L'une des conséquences majeures de ce nouveau modèle est que chaque entité doit désormais constituer des provisions pour tout crédit nouvellement comptabilisé.

Par conséquent, la comptabilisation des pertes n'est plus conditionnée par l'observation d'une perte de crédit par la banque. A présent, chaque entité estimera une « perte crédit espérée » en se basant sur un spectre de données plus élargie comprenant :

- L'historique des pertes pour des instruments financiers similaires
- Les données reflétant les conditions actuelles
- La projection, raisonnable et justifiable, des différentes variables ayant un effet direct sur la qualité du risque crédit de l'instrument.

Avant de présenter les différentes notions du deuxième volet de la norme IFRS 9, nous commencerons par introduire les deux principales approches pour la détermination des pertes de crédit attendues « ECL ».

## I. Formalisme des pertes de crédit attendues:

### I. 1. Approche générale:

Sous l'approche générale, les entités doivent comptabiliser leurs provisions pour les pertes de crédit soit à base de L'ECL 12 mois ou de L'ECL maturité (Lifetime), selon l'occurrence ou non d'une dégradation significative du risque crédit depuis l'origination du contrat.

En pratique, les établissements sont censés, à chaque date de clôture, procéder comme suit :

- Pour les contrats qui n'ont pas subi de dégradation significative du risque crédit depuis la comptabilisation initiale, chaque entité doit provisionner à base de l'ECL 12 mois, à savoir la proportion de l'ECL à maturité résultant des événements de défaut susceptibles d'avoir lieu dans les 12 mois qui suivent la date de clôture de l'exercice.

- Pour les crédits exposés au risque qui ont connus une augmentation significative du risque crédit, les entités provisionne à base de l'ECL maturité; à savoir l'ECL qui résulte des événements de défaut qui pourraient se réaliser tout au long de la durée de vie espérée de l'instrument financier.

Il est à noter aussi que si dans les périodes de comptabilisation ultérieures la qualité du risque crédit de l'instrument financier s'améliore, l'entité revient à une provision basée sur l'ECL 12 mois.

### I. 2. Approche simplifiée :

Contrairement à l'approche générale, l'approche simplifiée n'exige pas de l'entité de suivre le changement du risque crédit, mais uniquement de faire des provisions à base de l'ECL Lifetime.

Cette approche s'applique aux « trade receivables » (créances commerciales) et aux actifs sur contrats, qui rentrent dans le champ d'application d'IFRS 15 « Produits des activités ordinaires », non constitués majoritairement par des composantes financières.

Toutefois, les entités ont le choix d'appliquer l'une des deux méthodes, générale ou simplifiée, pour les contrats suivant :

- Les créances commerciales et les actifs sur contrats de composante financière importante qui rentrent dans le champ d'application d'IFRS 15 « Produits des activités ordinaires ».

- Les contrats de location qui résultent des transactions et qui s'inscrivent dans le champ d'application d'IAS 17.

Ainsi, et après avoir pris connaissance des différentes approches des ECL, voici dans le détail les différentes notions et composantes permettant le calcul des pertes de crédit attendues.

## **II. Dégradation significative du risque crédit :**

IFRS 9 établit un modèle de dépréciation sur 3 phases, et ce suivant l'occurrence ou non d'une dégradation significative du risque crédit d'un actif financier depuis la comptabilisation initiale. Ces trois phases détermineront par la suite le montant de dépréciation à reconnaître comme perte de crédit espérée « ECL » à chaque date de clôture.

La classification des profils de risque dans les différents "Buckets" est une étape critique lors de l'implémentation de l'ECL.

En effet, en cas de non occurrence d'une dégradation significative du risque crédit depuis la comptabilisation initiale, la banque provisionne uniquement à base de l'ECL 12 mois. Si au contraire la dégradation a eu lieu, la banque provisionne alors à base de l'ECL Lifetime. Ceci sera d'une grande importance pour les portefeuilles comportant des instruments financiers de longue maturité.

Il existe par ailleurs une simplification opérationnelle importante, qui permet de comptabiliser les provisions à base d'une « ECL 12 mois » dès que la probabilité de défaut à la date de comptabilisation actuelle est très faible, sans avoir à la comparer à la probabilité de défaut à la date de comptabilisation initiale.

### **II. 1. Changement dans le risque d'occurrence du défaut:**

Chaque entité est obligée de déterminer, à chaque date de comptabilisation, l'occurrence ou non d'une dégradation significative du risque de défaut de l'instrument.

Et afin de s'éloigner du lexique utilisé dans la réglementation baloise et d'enlever toute sorte d'ambiguïté quant à la nécessité d'utiliser des modèles statistiques (y compris les probabilités de défaut), l'IASB a changé la terminologie de « Probabilité d'occurrence du défaut » à « Risque d'occurrence du défaut », offrant ainsi aux banques ne disposant pas de modèles internes de notation la possibilité de suivre le changement du risque crédit à travers différents indicateurs qualitatifs.

### **II. 2. Indicateurs de suivi du changement du risque crédit :**

Lors du suivi des changements du risque crédit, chaque entité doit faire usage de toutes les « informations raisonnables et justifiables qu'il est possible d'obtenir sans devoir engager de coûts ou d'efforts excessifs » et qui de plus s'avèrent pertinentes. Ceci est valable soit pour un instrument financier spécifique, un portefeuille, une proportion d'un portefeuille ou bien un groupe de portefeuilles.

L'IASB mentionne qu'elle n'a pas l'intention d'imposer une approche spécifique d'appréciation de la variation du risque crédit, et que cette dernière va dépendre principalement :

- du niveau de sophistication de chaque entité,
- de l'instrument financier en question,
- de la disponibilité des données.

La norme affirme aussi que sous certaines circonstances, les informations qualitatives ou quantitatives mais non statistiques pourraient s'avérer suffisantes pour déduire l'occurrence ou non d'une dégradation significative du risque crédit. Pour les autres cas, l'affectation doit se faire à base des informations quantitatives avec la possibilité d'inclure en plus les informations qualitatives.

La norme fournit ainsi une liste non exhaustive des facteurs ou indicateurs qu'une entité pourrait prendre en considération lorsqu'elle étudie l'augmentation significative du risque crédit, à savoir :

- Un changement avéré ou prévu de la notation externe d'un instrument financier,
- Dégradation avérée ou attendue de la notation interne de la contrepartie ou bien une baisse dans le Scoring comportemental utilisé en interne pour quantifier le risque crédit ; il est à noter que les systèmes de notation internes ainsi que les modèles de « Scoring comportemental » sont d'autant plus fiables s'ils sont liés à des systèmes de notations externes ou bien renforcés par des études du défaut,
- Des changements dans les conditions commerciales, financières ou économiques observés ou prévus et qui sont susceptibles de causer un grand changement dans la capacité de l'emprunteur à honorer ses obligations ; on citera à titre d'exemple l'augmentation des taux d'intérêt ou une augmentation accrue du taux de chômage.
- Un changement avéré ou prévu dans le revenu de l'emprunteur. Dont les diminutions des gains marginaux, l'augmentation du risque opérationnel, la baisse de la qualité de l'actif, la liquidité, les problèmes de gestion, le changement de la nature des activités ainsi que la structure organisationnelle de la contrepartie pouvant nuire à la capacité de la contrepartie à honorer ses obligations.
- Augmentation significative du risque crédit pour d'autres instruments financiers de la même contrepartie.

- Un changement observé ou prévu du cadre réglementaire, économique, technologique ou environnemental de la contrepartie qui peut nuire à sa capacité à honorer ses obligations comme une baisse de la demande d'un produit vendu par l'emprunteur suite à une progression technologique.

- Changements significatifs dans la valeur du collatéral qui sécurise le crédit ainsi que dans la qualité des garanties tierces qui peuvent nuire à la capacité de la contrepartie à honorer ses obligations ou qui peuvent affecter la probabilité de défaut.

- Changement significatif dans la performance ou dans le comportement de la contrepartie, y compris les changements dans le statut des paiements.

- Les paiements en souffrance, y compris la présomption réfutable selon laquelle un impayé de plus de 30 jours constitue une dégradation significative du risque.

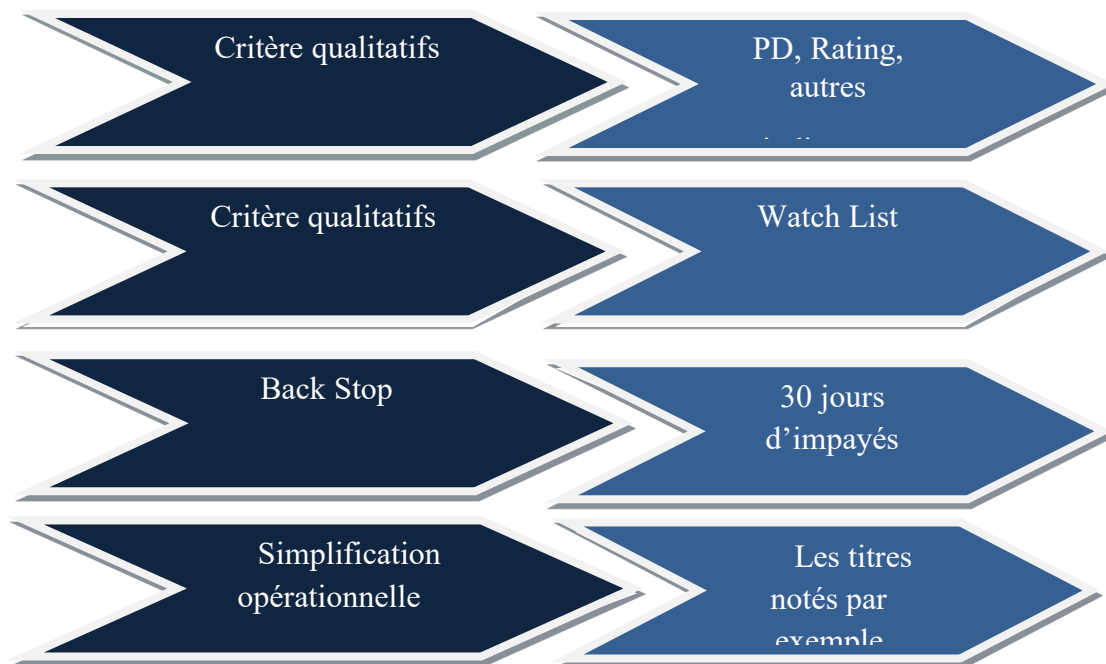


Figure 4 Indicateurs de suivi de la dégradation du risque de crédit

**Remarque:**

- Une grande partie des indicateurs cités ci-dessus permettent uniquement l'appréciation de la dégradation significative du risque à titre individuel et non collectif ; c'est le cas par exemple du changement des indicateurs externes du marché (Spread). Néanmoins, il est toujours possible d'utiliser les informations externes disponibles pour un instrument côté pour apprécier les changements de

- risque relatifs à un autre instrument appartenant à la même contrepartie ou bien au même secteur.

- Plusieurs facteurs sont de nature prospective, notamment la projection des scénarios adverses caractérisant des changements dans les conditions financière et économiques susceptibles de réduire la capacité de l'emprunteur à rembourser sa dette.

- Pour le segment « Corporate » la majorité des emprunteurs détiennent des informations prospectives pour chacun des instruments financiers en leur possession, sans pour autant être nécessairement compatible avec la norme qui exige que ces informations soient mises à jour de manière régulière. Pour le segment « Retail », il est plus difficile de posséder de telles informations à titre individuel, d'où la nécessité d'avoir recours à des segmentations adéquates permettant de dégager des classes homogènes de risque.

### **Mais qu'entends-t-on par une dégradation « significative » ?**

L'appréciation de la dégradation significative du risque dépend essentiellement de la définition qu'on attribue au terme « significatif ». L'IASB a décidé de ne pas figer cette définition pour les raison suivantes :

- Fixer un seuil pour la variation de la probabilité de défaut aurait obligé la majorité des entités à adopter une approche basée sur les probabilités de défaut. Et comme plusieurs de ces entités n'ont pas des modèles préalablement établis permettant de calculer de telles probabilités, l'application de cette méthode aurait généré des efforts et coûts déraisonnables, ce qui serait en contradiction avec les directives de la norme.

- Le seuil de variation du risque de défaut à définir est arbitraire et dépend du type du produit, de la maturité ainsi que du risque crédit à la date de comptabilisation initiale.

Pourtant l'IASB n'a pas manqué de relier la dégradation « significative » du risque de défaut principalement à :

- Au risque de crédit à la date de comptabilisation initiale : Comme vient dans l'article B5.5.9 « *L'importance d'une variation du risque de crédit depuis la comptabilisation initiale dépend du risque de défaillance constaté au moment de la comptabilisation initiale. Par conséquent, une variation donnée, en valeur absolue, du risque de défaillance sera plus importante pour un instrument financier qui présentait initialement un risque de défaillance plus faible que pour un instrument financier qui présentait initialement un risque de défaillance plus grand.* ». On comprend donc bien qu'une même variation absolue de la probabilité de défaut sera plus significative pour un instrument ayant un risque crédit faible initialement que pour un autre de risque initial plus élevé.

- A la maturité de l'instrument : Le risque de défaut pour des instruments financiers similaires est d'autant plus élevé que la maturité est longue. Compte tenu de cette corrélation entre la maturité et la probabilité de défaut, les entités ne peuvent donc pas se contenter de comparer le risque de défaut absolu observé dans différentes périodes pour apprécier la dégradation significative du risque crédit. En effet, si par exemple un instrument de maturité initiale de 10 ans garde la même probabilité de défaut après 5 ans, il aurait alors probablement subi une dégradation significative du risque crédit.

### **II. 3. Appréciation collective de la dégradation significative du risque :**

Les banques possèdent des milliers d'expositions dans leur portefeuille « Retail », pour lesquels ils ne peuvent recevoir suffisamment d'informations pour pouvoir surveiller la qualité du risque à titre individuel. Pour ce type de portefeuille, la gestion du risque crédit doit se faire selon des segments homogènes de risque, en tenant compte aussi bien de l'historique des impayés que des indicateurs macroéconomiques.

L'IASB a rendu claire dans la dernière version de la deuxième phase « dépréciation » à travers l'article B5.5.4, que toute entité peut apprécier la dégradation significative du risque de manière collective en cas d'impossibilité de le faire à titre individuel. La difficulté majeure soulevée par cette approche collective réside dans la nécessité ou non de comptabiliser les pertes à base de l'ECL Lifetime pour l'ensemble des instruments financiers composant le segment pour lequel l'augmentation significative du risque a été observée.

La norme a aussi précisé dans son article B5.5.5 les critères d'agrégation à prendre en considération lors de la construction des segments. Ces derniers doivent contenir uniquement les instruments qui possèdent un ensemble de caractéristiques en commun afin d'éviter de fausser le suivi de la variation du risque crédit. On citera ci-dessous une liste non exhaustive des critères d'agrégation :

- Le type de l'instrument
- La notation
- Le type du collatéral
- La date de comptabilisation initiale
- La maturité résiduelle
- L'industrie
- La localisation géographique de la contrepartie
- La valeur du collatéral afférant à l'actif, si cette dernière affecte la probabilité d'occurrence du défaut.

### III. Probabilité de défaut :

Une probabilité de défaut modélisée sous IFRS 9 doit incorporer des informations provenant de l'historique, des conditions actuelles ainsi que d'une vision future qu'a gestionnaire sur la qualité du risque crédit.

Deux types de Probabilités de défaut sont utilisés pour le calcul de l'ECL :

- Les probabilités de défaut 12 mois : qui sont la probabilité d'occurrence du défaut dans les 12 mois à venir (ou dans ce qui reste de la durée résiduelle d'un instrument financier de terme inférieur à 12 mois)
- Les probabilités de défaut à maturité (PDs Lifetime) : présentant la probabilité d'occurrence du défaut dans de la durée de vie résiduelle espérée d'un instrument financier. Elle est utilisée pour calculer l'ECL Lifetime pour les instruments figurants dans le « bucket 2 » ou « bucket 3 ».

Une présentation des possibilités de modélisation des deux types de probabilité de défaut se présente comme suit :

#### III. 1. Probabilité de défaut 12 mois :

Dans le cas où une banque utilise un modèle interne de notation pour des raisons réglementaires, elle pourra utiliser les sorties de son modèle comme point de départ pour le calcul des PDs sous IFRS 9.

Toutefois, il convient de noter que les probabilités de défauts calculées sous ces modèles internes peuvent, dans certains organismes, ne pas refléter les conditions économiques actuelles (étant des PDs TTC) ou peuvent inclure des ajustements prudentiels (comme l'inclusion de seuils). Par conséquent, ces probabilités de défaut doivent être ajustées de manière à les rendre compatibles avec les pré-requis de la norme IFRS 9.

D'autre part, En cas d'absence d'un système interne de notation, les banques peuvent développer de nouveaux modèles pour calculer la probabilité de défaut 12 mois, qui est l'une des composantes majeures du nouveau modèle de dépréciation proposé par la norme. Ces modèles doivent inclure toutes les variables incorporant le risque crédit, qui de plus doivent être identifiées et calibrées à base de l'historique disponible

#### III. 2. Probabilité de défaut à maturité (Lifetime) :

En ce qui concerne la détermination des probabilités de défaut (PDs) Lifetime, la banque a le choix de se servir des sorties de son modèle de calcul des PDs 12 mois pour extrapoler les probabilités de défaut sur les différents horizons temporels désirés, comme elle a la possibilité de développer un modèle dédié particulièrement au calcul des PDs Lifetime.

Si la banque, dans son processus d'estimation des PDs futures, arrive uniquement à faire des projections précises sur des périodes inférieures à la durée de vie totale de

l'instrument financier, elle doit adopter une politique documentée de détermination des tendances long terme à base de l'historique et d'autres informations raisonnables et justifiables.[IFRS 9.B.5.50, 52]

### **Simplifications :**

- En cas d'absence d'historique suffisant pour un portefeuille particulier (un portefeuille contenant une nouvelle gamme de produits offerts par la banque), la banque peut recourir à des benchmarks internes de produits de risque crédit similaire ; elle peut aussi, si cela s'avère pertinent, faire usage des notations et benchmarks externes.

- Il existe plusieurs approches alternatives plus simples à appliquer en comparaison aux modèles de scoring. Par exemple, la banque peut utiliser des approches collectives basées sur l'utilisation des matrices de transitions. Ces matrices étant usuellement utilisées sous IAS 39 pour apprécier les pertes crédit à travers l'analyse du mouvement des expositions entre les différents états préalablement prédéfinis.

- Quand une banque base ses calculs sur les notations externes, les benchmarks internes ou l'agrégation des profils de risque ; elle doit justifier analytiquement la justesse de son approche tout en précisant ces limites. Le regroupement de plusieurs profils de risque peut, par exemple, masquer les pertes ou les augmentations significatives du risque crédit pour des sous-groupes si la segmentation n'est pas suffisamment homogène. Ainsi, toute banque est censée justifier la pertinence des segmentations utilisées.

L'une des principales nouveautés qu'apporte l'IFRS 9 est le passage vers des PD « point in time » prenant compte de l'état actuel de l'économie contrairement au PD TTC utilisées dans le cadre de l'IAS 39 (nous verrons par la suite que l'IFRS 9 introduit également l'information future dans le calcul de ses probabilités de défaut) :

### **III. 3. PD PIT « Point In Time » VSPD TTC « Through The Cycle » :**

La première distinction formelle entre les deux notions est proposée par le comité de Bâle lors de la publication d'un document de consultation en 2001 traitant les modèles internes de risque. Même si le document ne présente pas de définitions exactes pour les deux notions, il décrit les notations PIT comme mesurant le risque d'occurrence du défaut dans un horizon temporel réduit (1 ans) et les notations TTC comme le mesurant dans un horizon relativement plus long.

#### **- PD PIT :**

Les probabilités de défaut PIT tiennent compte des variations dans le cycle économique et varie en fonction d'elles, tenant ainsi compte de l'information

actuelle. Ces probabilités de défaut sont généralement calculées à partir de modèles incluant des variables qui reflètent à la fois le risque systémique se rattachant à l'économie et idiosyncratique relatif à la contrepartie. Donc sous cette approche, les probabilités de défaut calculées seront en parfaite corrélation avec les taux de défauts réellement observés chaque année.

- PD TTC :

- D'autre part, les modèles simulant les probabilités de défaut TTC sont basés uniquement sur les variables idiosyncratiques. Il en résulte que ces probabilités varient peu en fonction des variables macroéconomiques et sont donc généralement stable tout au long du cycle économique. Sous cette vision TTC, on peut observer de grandes différences entre les probabilités modélisées et les taux de défaut réellement observés, surtout dans les périodes de crises ou de surperformance.

Une visualisation de la différence entre ces deux probabilités se présente comme suit :

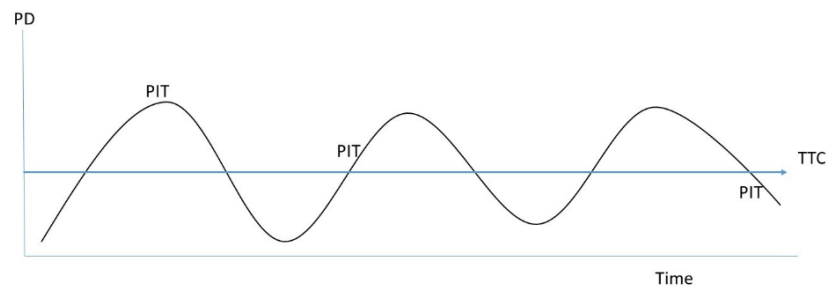


Figure 5 PD PIT VS PD TTC

#### IV. Forward-Looking:

En plus de l'information sur les événements passés et les conditions actuelles l'IFRS 9 exige que les probabilités de défaut, et par conséquent les pertes de crédits attendues, incorporent les différentes informations prospectives renseignant sur les conditions économiques futures (dites informations « Forward-Looking »).

En effet, et comme l'indique l'article B5.5.17 : « L'entité doit évaluer les pertes de crédit attendues sur un instrument financier d'une façon qui reflète: [...]les informations raisonnables et justifiables sur les événements passés, la conjoncture actuelle et les prévisions de la conjoncture économique future, qu'il est possible, à la date de clôture, d'obtenir sans devoir engager des coûts ou des efforts excessifs. »

Ainsi, une mesure de l'ECL, est une moyenne non biaisée pondérée par des probabilités calculée à partir d'une multitude de scénarios possibles. En effet, quand il existe une relation non-linéaire entre les différents scénarios macroéconomiques - et la perte de

crédit qui leur est associée, il devient nécessaire d'incorporer plusieurs scénarios lors du calcul de l'ECL afin de remplir les critères cités ci-dessus.

Pour être compatible avec les directives de la norme concernant l'incorporation de l'information future, le calcul de l'ECL doit se faire soit par :

- Une moyenne pondérée des différentes pertes crédit déterminées pour chacun des scénarios choisis; la pondération se fait par la probabilité d'occurrence de ces scénarios.

- L'ajustement des probabilités de défaut calculées sous le scénario central de manière à tenir compte des différentes non-linéarités qui peuvent exister entre ces probabilités de défaut et les scénarios macroéconomiques adverses.

Ces deux dernières approches obéissent aux principes suivants :

- **Le nombre de scénarios économiques** : Stipulant que les banques doivent inclure l'ensemble des scénarios permettant de capturer les non-linéarités qui pourraient exister entre les pertes calculées et les variables économiques projetées. (exemple : les variations des pertes engendrées par une variation du PIB de 2% à 4 % ne sont pas égales aux variations des pertes engendrées par une variation du PIB de 4% à 6 %.)

- **Détermination des scénarios économiques alternatifs** : Qui part du fait qu'une banque peut soit développer ses propres modèles de projections des facteurs macroéconomiques ou avoir recours à ceux développés par les parties tierces ; dans les deux cas la banque considère l'ensemble des informations disponibles, sauf si l'effet marginal de l'utilisation d'informations additionnelles est négligeable. Si jamais une banque opte pour le développement en interne des modèles, elle doit aussi prendre en considération les données provenant des parties tierces et justifier les différences par rapport aux projections externes, sans pour autant les répliquer.

- **Sensibilité et asymétrie** : Principe selon lequel les scénarios choisis doivent incorporer l'ensemble des facteurs clés engendrant le risque crédit, et plus particulièrement les facteurs qui captent les sensibilités non-linéaires et asymétriques au sein du portefeuille. Ainsi, si une banque détient, par exemple, plusieurs crédits immobiliers et a donc des pertes crédit espérées fortement sensibles aux variations du prix de l'immobilier, différents scénarios modélisant ces variations de prix doivent être pris en compte.

- **Cohérence des paramètres** : Lors de la modélisation d'un scénario économique donné (un scénario avec des estimations en plusieurs périodes du PIB, du taux de chômage, du taux d'intérêt, etc.) toute corrélation entre les différentes variables (une augmentation du taux de chômage induit une baisse des taux d'intérêt) doit être prise en considération lors de la modélisation.

## V. EAD « Exposure At Default » :

On entend par l'exposition en cas de défaut « EAD » le montant prêté exposé au risque de défaut de l'emprunteur.

Plusieurs banques utilisent l'exposition au défaut (EAD) comme composante clé dans leurs modèles de calcul de l'ECL. Même si IFRS 9 n'exige pas explicitement des banques une modélisation de l'EAD, il est primordial de comprendre comment les montants à risque sont censés varier à travers le temps pour pouvoir obtenir une estimation non biaisée de l'ECL. Ceci est particulièrement important pour les instruments classés dans le deuxième Bucket et dont l'occurrence du défaut peut arriver dans un horizon lointain. En effet, la non prise en considération d'une baisse dans l'exposition (cas des crédits payés par remboursements) peut mener à une surestimation de l'ECL ; d'autre part, ignorer une hausse dans l'exposition (cas des prélèvements réglementaires dans le cadre d'un crédit revolving) peut mener à une sous-estimation de l'ECL.

La norme exige aussi de déterminer la période d'exposition définie comme la période totale pendant laquelle le défaut est probable.

### V. 1. Détermination de la période d'exposition:

#### a. Approche sophistiquée:

- A l'exception de certains crédits revolving, la période maximale sur laquelle les pertes crédits espérés sont calculées est la période contractuelle maximale pendant laquelle la banque est soumise au risque. [IFRS 9.5.5.19].

- La période contractuelle maximale doit être cohérente avec l'ensemble des clauses du contrat, y compris la capacité de la banque de demander des remboursements ou d'annuler des contrats et la capacité du client à demander des prolongements.

- Quand la période d'exposition est calculée à base des comportements historiques (paiements anticipés par exemple), la banque doit opter pour une segmentation adéquate de manière à capturer les différences dans le comportement au sein des différents segments. En plus, la banque doit vérifier si les informations historiques sur les comportements incorporent les conditions actuelles et forward-looking ou si elles doivent être ajustées.

**b. Détermination de l'EAD :**

La modélisation de l'EAD doit permettre de capter les variations prévues des montants à risque qui sont permises par les clauses contractuelles actuelles, y compris :

- Les amortissements
- Les rachats totaux
- Les « trop-payés » mensuels (les paiements qui dépassent le montant requis mais qui n'atteignent pas la valeur totale du prêt)
- Les changements dans les engagements de prêt non utilisés
- Les actions de mitigation du risque entreprises suite à une anticipation du défaut.

Ainsi la banque doit utiliser des modèles de cash-flows pour estimer les montants à risque à chaque fin de mois, et qui doivent aussi incorporer les changements dans l'EAD dans les mois qui précèdent le défaut (par exemple, on peut inclure 3 mois de paiement d'intérêts dans l'EAD si on estime qu'ils ne seront pas payés en cas d'occurrence du défaut). Les inputs du modèle doivent être examinés pour apprécier leur compatibilité avec les pré-requis d'IFRS 9, et si nécessaire ajustés de manière à permettre à la fois un calcul non biaisé de l'ECL et une incorporation des différentes informations « point-in-time » et « forward-looking ».

## VI. LGD « Loss Given Default »:

L'une des composantes clés du modèle des pertes crédit espérés est la perte en cas de défaut (LGD). En effet, pour les banques qui calculent de manière directe les cash-flows prévisionnels, une combinaison des probabilités de défaut et du LGD pourrait être utilisée pour calculer les cash-flows prévisionnels à partir des cash-flows contractuels. L'estimation du LGD doit aussi incorporer les différentes informations prospectives dont dispose la banque. La modélisation du LGD est généralement indépendante du « Bucket » auquel l'instrument financier est affecté.

Pour les contrats sécurisés par des collatéraux, l'approche suivie doit au moins prendre en considération les éléments suivants :

- La projection de la valeur des collatéraux, y compris les remises de vente prévues ;
- Estimation du temps nécessaire pour leur utilisation ;
- Leur répartition entre différents montants risqués, si ces derniers relèvent d'une unique contrepartie ;
- Les frais externes liés à l'utilisation des collatéraux.

Pour les expositions non sécurisées, le modèle doit inclure :

- Le temps nécessaire pour récupérer les montants ;
- Le taux que représentent les montants récupérés ;
- Le taux de retour en sain avec la définition d'une période probatoire.

L'estimation de ces différentes composantes doit prendre en considération les facteurs impactant le calcul, à l'image de la zone géographique (de la contrepartie ou du collatéral) ainsi que de l'ancienneté des montants soumis au risque, et doit incorporer les différents changements probables dans la valeur des montants à risque (qui doivent être compatibles avec les hypothèses utilisées dans la modélisation de l'EAD) de manière à obtenir une estimation non biaisée ( la non prise en considération d'une hausse dans les montants soumis au risque peut conduire à une sous-estimation de la perte en cas de défaut)

La banque doit considérer aussi l'existence de dépendances entre les composantes du LGD et les différents facteurs macroéconomiques, et le cas échéant introduire différentes informations forward-looking dans le modèle développé. Ceci est particulièrement pertinent pour les montants sécurisés par des garanties réelles, la banque doit examiner l'existence d'une corrélation entre la valeur de ces garanties et les différentes variables macroéconomiques. De manière similaire, la banque doit aussi prendre en considération

l'existence d'une corrélation entre les différentes composantes du LGD et les introduire dans le modèle.

L'historique des données utilisées dans la modélisation du LGD et de ses composantes doit couvrir une période assez suffisante pour rendre le modèle plus robuste et plus représentatif (l'historique doit au moins inclure un cycle économique).

## **Conclusion :**

La norme IFRS 9 vient donc réformer la comptabilisation des instruments financiers, et touche principalement le modèle de calcul des provisions relatives au risque de crédit. En effet, la norme IFRS 9 marque le passage vers la comptabilisation des « pertes attendues » (ECL) au lieu des « pertes encourues » (EL). Les institutions financières se doivent donc de calculer les pertes de crédits attendues et ce en se basant sur les différentes notions EAD, LGD et PD Lifetime.

Dans cette optique nous nous intéresserons dans la suite aux différentes méthodes permettant d'extrapoler les probabilités de défaut à différentes maturités avec un aspect Point In Time. Une approche permettant d'incorporer l'information future sera également présentée. Les résultats obtenus pourront donc servir au calcul des pertes de crédit attendues.

---

## Partie II

### Extrapolation des PD Lifetime

---



#### Introduction

Dans cette partie, nous nous intéresserons aux méthodes de détermination de probabilités de défaut Lifetime (cumulée et marginale) à partir de matrices de transition d'agences de notation. Nous restreindrons notre étude aux portefeuilles Corporate.

Pour ce faire, nous commencerons par introduire les différentes notions et définitions nécessaires à la compréhension des différentes méthodes d'extrapolation. S'ensuivra une présentation et traitements des données utilisées dans cette étude.

D'autre part, et afin de bien mener l'extrapolation des probabilités de défaut Lifetime, une présentation et comparaison entre les différentes méthodes d'approximation de la matrice génératrice sera effectuée pour choisir la meilleure méthode permettant d'approcher au mieux cette dernière.

Une fois avoir établi toute notion nécessaire au calcul des PD Lifetime, une partie sera consacrée à la présentation des différentes méthodes d'extrapolation des PD Lifetime, avec une comparaison en termes de précision et stabilité.

Enfin, un chapitre sera consacré à la présentation de l'outil VBA qu'on a développé et qui permet de calculer les différentes PD cumulées et marginales Lifetime et ce pour différentes années et maturités. Ainsi qu'un cas pratique sera mis en œuvre afin de mesurer l'impact de cette nouvelle norme IFRS 9

# Chapitre 1 : Notions de base, présentation et traitement des données:

## I. Notions de base :

Dans cette section nous présenterons de manière plus explicite les différentes notions et données dont aura besoin afin de mieux aborder le sujet d'extrapolation des matrices de transitions.

### Matrices de notations :

Qu'elle soit interne ou externe, une notation évalue la capacité d'un emprunteur à rembourser le capital et les intérêts de ses dettes. Cet emprunteur peut être un État, une collectivité locale ou une entreprise.

Néanmoins une notation quantitative, dite probabilité de migration, accompagne souvent la notation qualitative donnant ainsi une idée sur l'évolution probable de la notation sur un horizon de temps donnée.

Quel que soit l'échelle de notation ces différentes données se présentent sous forme d'une matrice dite matrice de notation ou de transition qui indique la probabilité de transition ou de migration pour chaque notation donnée. Il est à noter que ces matrices peuvent être fournies Through The Cycle (TTC) ou Point IN Time (PPT).

A titre illustratif nous choisirons une échelle quelconque, avec une matrice fournie TTC sur un horizon de  $T= 1$  an :

<b>Matrice TTC 1Y</b>	<b>(Année initiale du cycle, date d'observation)</b>
-----------------------	--

Rating	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C	D
<b>AAA</b>	$PM_{AAA,AAA}$	$PM_{AAA,AA}$	$PM_{AAA,A}$	$PM_{AAA,BBB}$	$PM_{AAA,BB}$	$PM_{AAA,B}$	$PM_{AAA,CCC/C}$	$PM_{AAA,D}$
<b>AA</b>	$PM_{AA,AAA}$	$PM_{AA,AA}$	$PM_{AA,A}$	$PM_{AA,BBB}$	$PM_{AA,BB}$	$PM_{AA,B}$	$PM_{AA,CCC/C}$	$PM_{AA,D}$
<b>A</b>	$PM_{A,AAA}$	$PM_{A,AA}$	$PM_{A,A}$	$PM_{A,BBB}$	$PM_{A,BB}$	$PM_{A,B}$	$PM_{A,CCC/C}$	$PM_{A,D}$
<b>BBB</b>	$PM_{BBB,AAA}$	$PM_{BBB,AA}$	$PM_{BBB,A}$	$PM_{BBB,BBB}$	$PM_{BBB,BB}$	$PM_{BBB,B}$	$PM_{BBB,CCC/C}$	$PM_{BBB,D}$
<b>BB</b>	$PM_{BB,AAA}$	$PM_{BB,AA}$	$PM_{BB,A}$	$PM_{BB,BBB}$	$PM_{BB,BB}$	$PM_{BB,B}$	$PM_{BB,CCC/C}$	$PM_{BB,D}$
<b>B</b>	$PM_{B,AAA}$	$PM_{B,AA}$	$PM_{B,A}$	$PM_{B,BBB}$	$PM_{B,BB}$	$PM_{B,B}$	$PM_{B,CCC/C}$	$PM_{B,D}$
<b>CCC/C</b>	$PM_{CCC/C,AAA}$	$PM_{CCC/C,AA}$	$PM_{CCC/C,A}$	$PM_{CCC/C,BBB}$	$PM_{CCC/C,BB}$	$PM_{CCC/C,B}$	$PM_{CCC/C,CCC/C}$	$PM_{CCC/C,D}$

$PM_{i,j}$  représente la probabilité de migration de la notation  $i$  vers la notation  $j$  sur un horizon d'un 1 an, avec  $i \in [AAA, CCC/C]$  et  $j \in [AAA, D]$ .

Une première approche de construction de ces probabilités de migration est celle des cohortes, c'est-à-dire que chaque élément de la matrice de transition correspond à :

$$PM_{i,j}(T) = \frac{n_{i,j}(\Delta T)}{N_i(T)}$$

Où :

- $n_{i,j}(\Delta T)$  désigne le nombre de contreparties passant de la notation  $i$  à  $j$  sur la période comprise entre  $T-\Delta T$  et  $T$ ,
- $N_i(T)$  désigne le nombre de contreparties notées  $i$  à  $T-\Delta T$ .
- $T$  l'horizon sur lequel l'évolution des notations est étudiée (fixé à un an dans le cas illustratif)

Une deuxième approche appelée méthode de durée permet de prendre l'évolution des notes des contreparties de manière continue au cours de la période étudiée, à condition d'avoir un nombre suffisant de données sur cette période de temps :

$$PM_{i,j} = \frac{n_{i,j}(T)}{\int_0^T N_i(s) ds}$$

Nous rappelons que notre objectif est celui d'extrapoler les probabilités de migration vers la notation du défaut à différents horizons autres que celui fourni par les matrices de notation, tout en s'alignant aux directives de l'IFRS 9.

Nous comprenons donc qu'une matrice de transition nous fournit les différentes probabilités de transition. Elle dépend du type de contrepartie notée (entreprises, particuliers...), de la date d'observation, ainsi que de la maturité (1 an dans notre cas), une relation que nous pouvons schématiser comme suit :

*Matrice de transition = fonction (contrepartie, date observation, maturité)*

De plus, en matière de risque de crédit, les matrices de notation doivent en plus vérifier les critères suivants :

- critère de monotonie ligne/colonne : les probabilités de migration (hors défaut) sont décroissantes au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la diagonale,
- monotonie de la probabilité de défaut : les probabilités de défaut sont croissantes en fonction de la notation ,
- critère de Jarrow : Une notation de moins bonne qualité devra présenter un risque de crédit plus important. Ce critère peut se formuler mathématiquement comme :

$$\sum_{j \geq k} PM_{i,j} \text{ est une fonction non décroissante de } i \text{ pour tout } k \text{ fixé}$$

**Probabilité de défaut cumulées et marginale :**

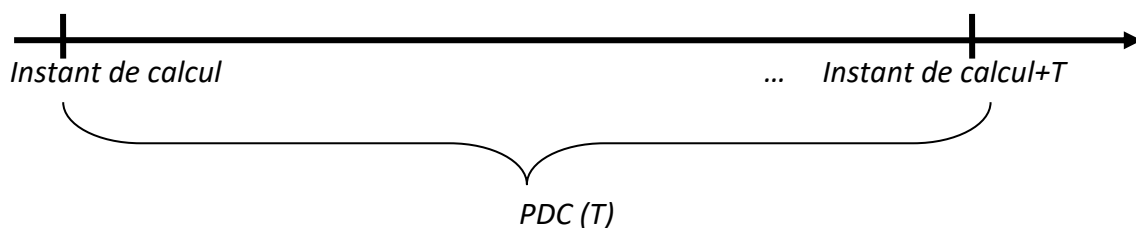
La probabilité de défaut  $PD_i$  est la probabilité de migration d'une notation quelconque  $i$  vers celle du défaut notée D. Au niveau de la matrice de notation, les probabilités de défaut se trouveront donc au niveau de la dernière colonne.

**Matrice TTC 1Y (Année initiale du cycle, date d'observation)**

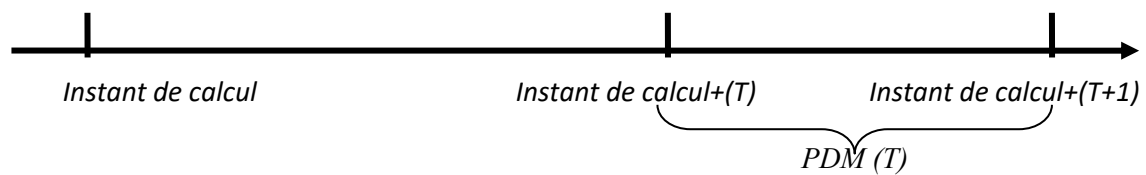
Rating	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C	D
AAA	$PM_{AAA,AAA}$	$PM_{AAA,AA}$	$PM_{AAA,A}$	$PM_{AAA,BBB}$	$PM_{AAA,BB}$	$PM_{AAA,B}$	$PM_{AAA,CCC/C}$	$PD_{AAA}$
AA	$PM_{AA,AAA}$	$PM_{AA,AA}$	$PM_{AA,A}$	$PM_{AA,BBB}$	$PM_{AA,BB}$	$PM_{AA,B}$	$PM_{AA,CCC/C}$	$PD_{AA}$
A	$PM_{A,AAA}$	$PM_{A,AA}$	$PM_{A,A}$	$PM_{A,BBB}$	$PM_{A,BB}$	$PM_{A,B}$	$PM_{A,CCC/C}$	$PD_A$
BBB	$PM_{BBB,AAA}$	$PM_{BBB,AA}$	$PM_{BBB,A}$	$PM_{BBB,BBB}$	$PM_{BBB,BB}$	$PM_{BBB,B}$	$PM_{BBB,CCC/C}$	$PD_{BBB}$
BB	$PM_{BB,AAA}$	$PM_{BB,AA}$	$PM_{BB,A}$	$PM_{BB,BBB}$	$PM_{BB,BB}$	$PM_{BB,B}$	$PM_{BB,CCC/C}$	$PD_{BB}$
B	$PM_{B,AAA}$	$PM_{B,AA}$	$PM_{B,A}$	$PM_{B,BBB}$	$PM_{B,BB}$	$PM_{B,B}$	$PM_{B,CCC/C}$	$PD_B$
CCC/C	$PM_{CCC/C,AAA}$	$PM_{CCC/C,AA}$	$PM_{CCC/C,A}$	$PM_{CCC/C,BBB}$	$PM_{CCC/C,BB}$	$PM_{CCC/C,B}$	$PM_{CCC/C,CCC/C}$	$PD_{CCC/C}$

Il convient de distinguer entre les probabilités de défaut cumulées et marginales:

➤ Probabilité de défaut cumulée en T  $PDC_i(T)$  : représente la probabilité qu'une contrepartie de notation  $i$  fasse défaut sur tout l'horizon T.



➤ Probabilité de défaut marginale en  $TPDM_i(T)$  : correspond à la probabilité de faire défaut entre l'instant  $T$  et  $T+1$  vue à l'instant du calcul.



La probabilité de défaut marginale est reliée à la probabilité de défaut cumulée par :

$$\begin{cases} PDM(T) = \frac{PDC(T) - PDC(T-1)}{1 - PDC(T-1)} & \text{pour } T \geq 2 \\ PDM(1) = PDC(1) \end{cases}$$

## II. Présentation et traitement des données:

Pour réaliser cette étude, nous avons utilisé un historique de 35 ans de matrices de transition PIT d'horizon 1 an fournies par Standard & Poors. Cet historique s'étend de 1980 à 2014. Ces matrices ont été construites à partir de notations d'industries de différents secteurs (aéronautique, automobile, secteur des services, télécommunication, assurance ...) au niveau mondial. Il est à noter qu'avant le début des années 90, les notations étaient concentrées sur des entreprises Américaines. Cet historique nous servira de base pour pouvoir déterminer des probabilités de défaut Lifetime.

### II. 1. Vérification des critères de matrices de notations :

Nous avons dans un premier temps vérifié si les matrices de S&P respectaient les critères énoncés ci-dessus. L'étude a montré que l'historique de données :

- respecte la monotonie ligne/colonne,
- respecte le critère de Jarrow,
- fait défaut au critère de la monotonie de la probabilité de défaut.

Afin de ne pas fausser les calculs, l'ajustement proposé pour corriger la non monotonie de la probabilité de défaut des matrices de transitions est une simple interpolation linéaire.

Pour illustrer cet ajustement, nous allons nous placer par dans l'échelle de notation S&P (AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC). Supposons que la note A est incohérente (elle possède une PD supérieure que la note BBB), on aura alors la PD de cette dernière comme une moyenne des PDs des deux notes qui l'encadrent (AA et BBB) :

$$PD(A) = (PD(AA) + PD(BBB))/2$$

## II. 2. Etude du taux de défaut par notation et du nombre d'émetteurs :

Dans un deuxième temps, une étude sur l'évolution des taux de défaut annuels pour différentes notations et sur le nombre d'émetteurs notés a été réalisée pour évaluer la qualité des données.

### a. Taux de défaut par notation :

Avant l'application de l'ajustement cité ci-haut, le graphique décrivant l'allure de l'évolution des taux de défaut annuels pour différentes notations montre qu'il existe des situations pour lesquelles les taux de défaut de firmes moins bien notées soient en dessous de ceux de firmes mieux notées (par exemple entre CCC+, CCC- en 1987 et BBB+ et BB+ en 2004). Pendant qu'il semble être évident que le critère de monotonie de la probabilité de défaut imposerait que chaque courbe soit l'une en dessus de l'autre :

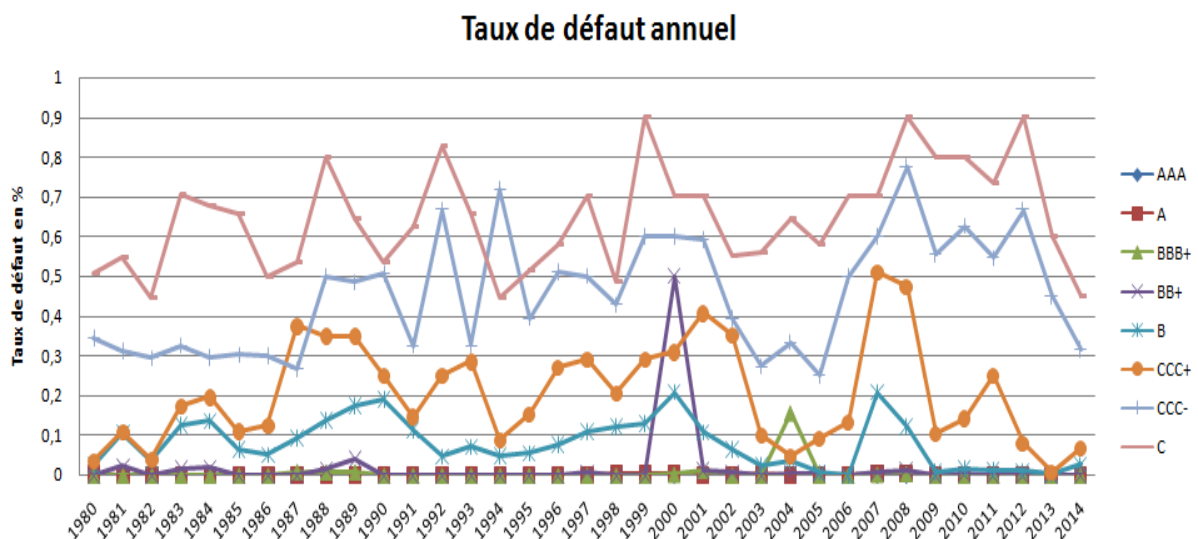


Figure 6 évolution par notes du taux de défaut annuel au cours des 35 années d'historique.

Ainsi on remarque bien que les hypothèses de Markov ne sont pas toutes empiriquement respectées.

En appliquant aux matrices l'approche corrective basée sur l'interpolation linéaire on retrouve bien des courbes situées l'une en dessus de l'autre et donc bien cohérentes avec le principe de monotonie.

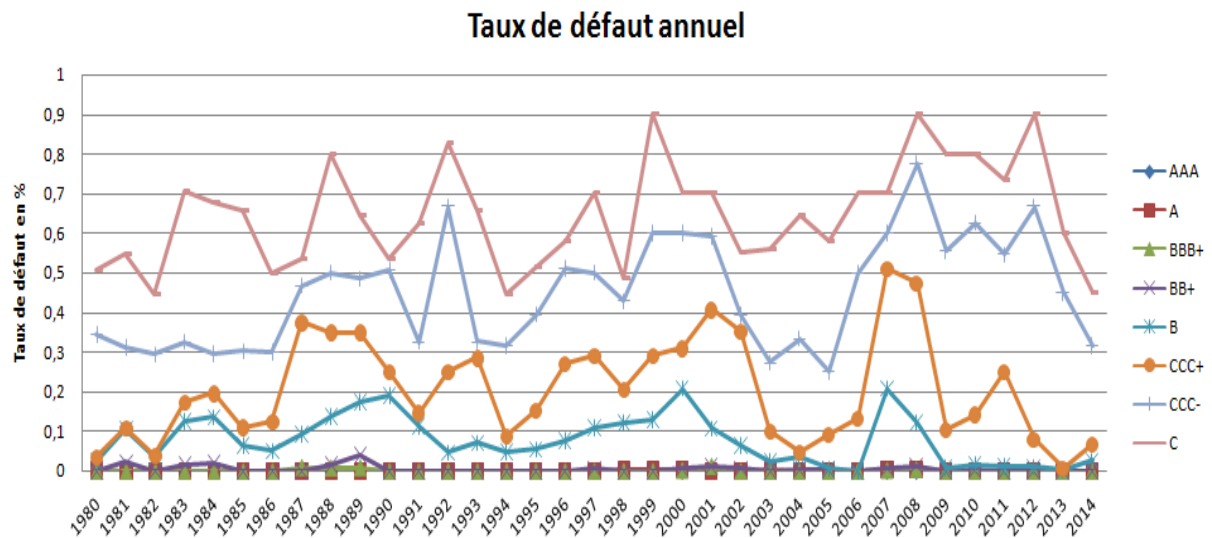


Figure 7 évolution corrigée par notes du taux de défaut annuel au cours des 35 années d'historique.

#### b. Etude du nombre d'émetteur :

Une représentation graphique de l'évolution du nombre de sociétés émettrices d'actifs financiers montre que ce dernier est stable tout au long des 35 années d'historique. Chose qui fiabilisera davantage nos différents résultats. C'est ainsi que l'intégralité de l'historique sera retenue tout au long de notre étude.

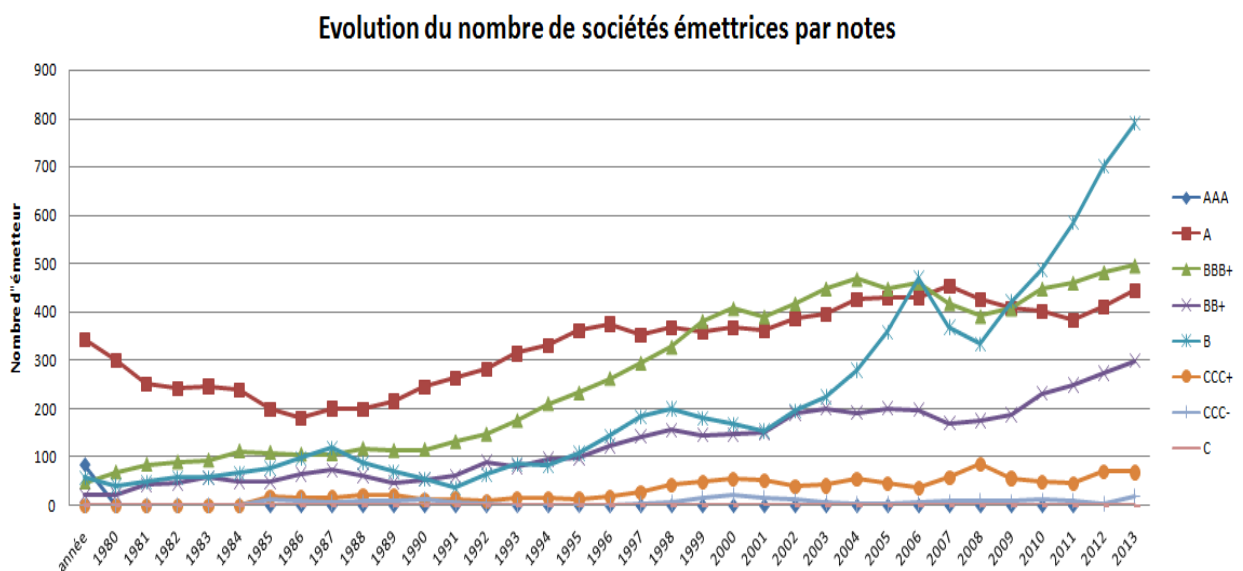


Figure 8 évolution par notes du nombre de sociétés émettrices au cours des 35 années d'historique.

### II. 3. Etude des taux de défaut de l'historique :

Nous passons à présent à l'étude de la variation des taux de défauts pour nous donner une vision du cycle économique. Cette étude nous permettra de prendre connaissance des données sur lesquelles nous avons travaillé dans le sens où elle nous permettra d'identifier un éventuel cycle économique. Il est bon à noter que le taux de défaut correspond aux taux de défaut qui se sont réalisés sur des périodes passées alors que la probabilité de défaut correspond au taux de défaut prévu pour les périodes futures.

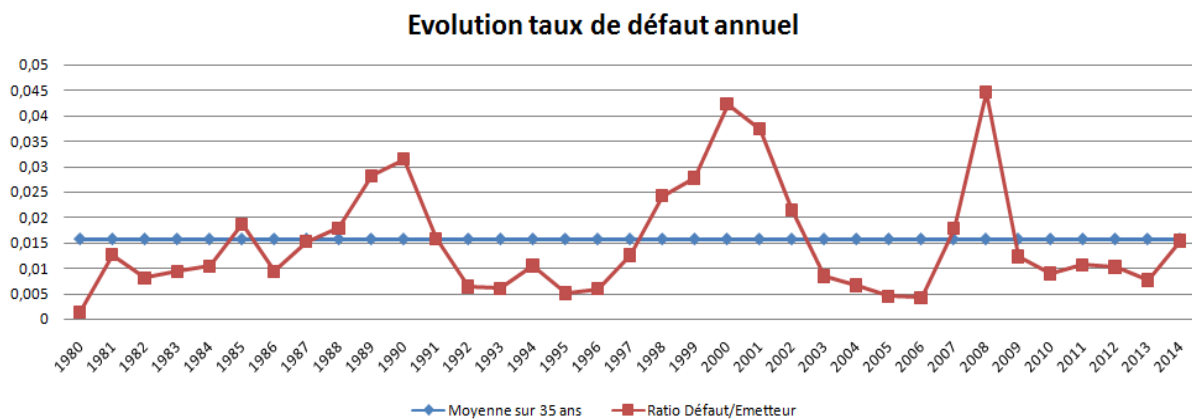


Figure 9 comparaison taux de défaut annuel et taux de défaut moyen au cours des 35 ans

La courbe rouge est obtenue en déterminant le taux de défaut annuel observé toutes notes confondues. Elle représente le taux de défaut annuel moyen mesuré sur l'ensemble des émetteurs et se calcule de la manière suivante :

$$\text{taux de défaut (t)} = \frac{\text{défaut}(t, t + 1)}{n(t)}$$

La courbe bleue représente la moyenne des taux défaut annuel. Elle est obtenue en calculant le taux de défaut total sur les 35 ans :

$$\text{taux de défaut moyen} = \frac{\sum_t \text{défaut}(t, t + 1)}{\sum_t n(t)} = \frac{1793}{114023} = 1,57\%$$

Avec :

- défaut(t, t+1) : le nombre de défauts observé sur la période comprise entre t et t+1,
- n(t) : le nombre de firmes notées à la date t.

Au vu de ces courbes nous constatons que les matrices de S&P sont Point In Time (PIT), puisqu'on observe une fluctuation du taux de défaut annuel autour de sa moyenne. Par ailleurs, nous remarquons à partir du graphe l'existence d'un cycle économique durant une dizaine d'années (de 1997 à 2007).

## Chapitre 2 : Méthodologie d'extrapolation des probabilités de défaut

Après avoir pris connaissance des données sur lesquelles nous appliquerons et testons nos modèles, nous pouvons à présent procéder à l'extrapolation à différents horizons de nos probabilités de défaut.

D'un point de vue théorique, les probabilités de migration peuvent être modélisées comme des probabilités de transition d'une chaîne de Markov. En effet, Soit  $(X_t)_{t \in \mathbb{R}^{++}}$  un processus aléatoire à valeur dans un espace  $E$  (dans notre cas il est fini et correspond à l'ensemble des notes). On parle d'un processus de Markov si  $\forall t > 0$  et  $s > 0$ :

$$\forall i, j \in E: PM_{i,j} = P(X_{t+s} = j / X_c = i, \forall c \leq t) = P(X_{t+s} = j / X_t = i)$$

Pour des fins pédagogiques nous allons commencer dans ce chapitre par présenter la théorie des chaînes de Markov qui nous permettra de comprendre le fonctionnement d'un bon nombre de méthodes d'extrapolation. Nous passerons ensuite à l'exposition des différentes méthodes nous permettant d'approximer la matrice génératrice qui représente, dans le cadre des chaînes de Markov, la première étape de calcul des probabilités de défaut Lifetime. Enfin, nous finirons ce chapitre par présenter et comparer les méthodes qui nous permettent d'extrapoler les PD selon les normes édictés par l'IFRS 9.

## I. Théorie sur les chaînes de Markov :

Dans cette partie, quelques définitions, propriétés et notions sur les chaînes de Markov seront présentées.

On entend par  $P(t)$  une matrice de transition Markovienne de maturité  $t$ . Il s'agit d'une matrice stochastique, c'est-à-dire que la somme de leur ligne est égale à 1 et vérifie la condition suivante :

$$\forall i, j \in E \quad \sum_{j=1}^n p_{i,j}(t) = 1 \quad \text{et} \quad p_{i,j}(t) \geq 0 \quad \text{et} \quad P(0) = Id$$

- Chaîne de Markov homogène :

Une chaîne de Markov est homogène au temps lorsque :

$$p(X_{n+1} = j / X_n = i) \text{ est indépendant de } n$$

Ceci signifie que les matrices de transitions de même maturité ne varient pas au cours du temps. Cette condition n'est pas vérifiée au vu des variations des PD que relèvent empiriquement différentes matrices de transition.

- Chaîne de Markov régulière :

Une chaîne de Markov est dite régulière s'il existe un entier  $k$  tel que  $P^k$  n'a que des termes strictement positifs.

- Une chaîne de Markov ergodique :

Une chaîne de Markov est dite ergodique ou irréductible si chaque état est atteignable avec un certain nombre de pas. Il est à noter qu'une chaîne de Markov régulière est forcément ergodique.

- Etat atteignable :

On dit qu'un état  $j$  est atteignable par l'état  $i$  lorsqu'il existe un nombre de pas fini pour aller de l'état  $i$  à  $j$ .

- Période d'une chaîne de Markov :

On appelle période d'un état  $j$  et on note  $d(j)$  le plus grand dénominateur commun (PGCD) de tous les entiers  $n \geq 1$  pour lesquels  $p_{jj}^n > 0$ .

Si  $d(j) = 1$ , on dit que  $j$  est apériodique. De même, On parle d'une chaîne de Markov apériodique lorsque tous les états sont apériodiques.

- Etat absorbant :

On dit qu'un état  $i$  est absorbant si  $p_{ii} = 1$  et donc nécessairement  $p_{ij} = 0$  pour  $i \neq j$ .

N.B : Pour le cas des matrices de transitions objet de notre étude, D (le défaut) est l'état absorbant.

- Convergence :

Si P est associée à une chaîne de Markov chaîne régulière, alors P converge vers la distribution stationnaire suivante:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = \begin{pmatrix} \pi_1 \pi_2 & \cdots & \pi_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_1 \pi_2 & \cdots & \pi_n \end{pmatrix}$$

Où  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)$  est l'unique vecteur propre de la transposée de P associé à la valeur propre 1, c'est-à-dire qu'on a :

$$P^T \pi = \pi$$

$\pi$  est aussi appelé distribution stationnaire ou invariante.

Par ailleurs, si P est associée à une chaîne de Markov absorbante, sa forme canonique se notera sous la forme :

$$P = \begin{pmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Avec :

- P une matrice de taille  $n * n$  possédant r états absorbants,
- R est un vecteur colonne de taille  $(n-r) * r$ ,
- Q une matrice de taille  $(n-r) * (n-r)$ ,
- I la matrice identité de taille r.

Et dans ce cas on appelle la matrice fondamentale N définie par :

$$N = (I - Q)^{-1}$$

Et nous avons alors :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = \begin{pmatrix} 0 & NR \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Dans le cas où P a un seul état absorbant D et que D est atteignable pour chaque état alors P converge vers la distribution stationnaire suivante:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

• Matrice génératrice :

On note  $Q$  la matrice génératrice correspondant à la dérivée en 0 de la matrice de transition  $P(t)$  :

$$Q = \frac{d}{dt} P|_{t=0}$$

Pour  $\Delta t$  proche de 0, on a alors  $P(\Delta t) = Id + Q * \Delta t$

Soit  $\lambda_{ij}$  les éléments de la matrice génératrice, on obtient :

$$P(X_{t+\Delta t} = i | X_t = j) \approx \lambda_{ij} * \Delta t \quad \text{et} \quad P(X_{t+\Delta t} = i | X_t = i) \approx 1 + \lambda_{ii} * \Delta t$$

$P$  étant une matrice stochastique (somme de chaque ligne est égale à 1), nous en déduisons les 2 conditions de validité des matrices génératrices :

- $\lambda_{ij} \geq 0$  pour  $i \neq j$
- $\lambda_{ii} = -\sum_{i \neq j} \lambda_{ij}$

Autrement dit, la diagonale est négative et les éléments hors diagonale sont positifs. En effet, supposons que nous sommes dans un état  $i$ , la probabilité de rester dans ce même état ne peut que diminuer au cours du temps, d'où une diagonale négative. Le raisonnement inverse s'applique pour le passage vers un état  $j$ .

• Les équations de Chapman-Kolmogorov :

L'équation de Chapman-Kolmogorov est une égalité qui met en relation différents points de la trajectoire d'un processus stochastique, elle lie entre la matrice  $P$  et sa génératrice à travers l'équation suivante :

$$\begin{aligned} P'(t) &= P(t) * Q = Q * P(t) \\ \Rightarrow P(t) &= e^{tQ} \end{aligned}$$

On appelle alors exponentielle de matrice l'application de  $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$  dans  $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$  définie pour tout  $Q \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$  par :

$$\exp(Q) = \sum_{n \geq 0} \frac{Q^n}{n!}$$

Cette série converge normalement pour toute partie bornée de  $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$ .

## II. Détermination de la matrice génératrice :

Comme il a été cité auparavant, dans le cadre des méthodes d'extrapolation de matrice de transition, la première étape pour calculer une PD de maturité Lifetime est la détermination d'une matrice génératrice. La qualité des résultats dépend fortement de la précision du calcul de cette matrice. Dans cette partie nous présentons les différentes méthodes d'approximation de matrice génératrice.

### II. 1. La problématique d'approximation des matrices génératrices :

Les équations de Chapman-Kolmogorov montrent qu'il suffit de calculer une matrice génératrice  $Q$  tel que  $P(t) = \exp(Q \cdot t)$  pour pouvoir extrapoler les matrices de transition. La matrice de maturité 1 an étant connue, la matrice génératrice découle de la résolution de l'équation :  $P(1) = \exp(Q)$ .

Cependant, dans la majorité des cas, il est impossible de trouver une matrice génératrice vérifiant de manière exacte la condition  $P(t) = \exp(Q \cdot t)$ . Ce problème s'appelle le « Embedded Problem ». Par conséquent, nous nous baserons d'un proxy pour la détermination de la matrice génératrice  $Q$ .

Dans ce qui suit, nous présenterons les différentes méthodes permettant de calculer une matrice génératrice valide approximant  $P$ .

### II. 2. Méthode 1 : l'approximation de Jarrow et al :

Cette méthode repose sur l'hypothèse qu'il n'existe pas plus d'une seule transition par an, pour proposer une formule générale permettant d'approximer la matrice génératrice de  $P$ . Soient respectivement  $q_{ij}$  et  $p_{ij}$  les éléments de la matrice génératrice et de transition  $P$ , on a :

$$q_{ii} = \log(p_{ii}) \text{ et } q_{ij} = p_{ij} \frac{\log(p_{ii})}{(p_{ii}-1)} \text{ pour } i \neq j$$

### II. 3. Méthode 2 : ajustement diagonal

D'après les équations de Chapman-Kolmogorov nous avons  $Q = \log(P)$  qui est définie par le logarithme matriciel :

$$Q = \log(P) = \sum_{k=1}^{\infty} -1^{k+1} \frac{P^k - I}{k}$$

Néanmoins, les deux conditions figurant dans la définition de la matrice génératrice et assurant sa validité ne sont pas forcément vérifiables. Par conséquent, cette méthode propose un ajustement au niveau des diagonales de la matrice génératrice afin qu'elle remplisse les critères requis. Cet ajustement repose sur les étapes suivantes

**Etape 1 :** Mettre à zéro les éléments négatifs hors diagonale :

$$q'_{ij} = \max(q_{ij}, 0) , i \neq j$$

**Etape 2 :** Considérer la diagonale comme étant l'opposé de la somme des éléments non diagonaux :

$$q'_{ii} = - \sum_{j \neq i} q'_{ij}$$

#### II. 4. Méthode 3 : ajustement pondéré :

Cette méthode vise à ajuster les matrices génératrices non valides en modifiant chacun de ses éléments non nuls selon les étapes suivantes :

**Etape 1 :** Mettre à 0 les éléments négatifs hors diagonal :

$$q'_{ij} = \max(q_{ij}, 0) , i \neq j$$

**Etape 2 :** Ajuster les éléments non nul par :

$$q'_{ij} = q'_{ij} - |q'_{ij}| \frac{\sum_{j \neq i} q'_{ij}}{\sum_{j \neq i} |q'_{ij}|}$$

#### Comparaison des méthodes de calcul de génératrice :

Le niveau d'exactitude des 3 méthodes de calcul de matrice génératrice a été appréhendé en comparant l'erreur  $\|\exp(Q) - P\|$  de ces méthodes calculées sur les 35 matrices de notre historique. Les résultats obtenus :

	Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3
Erreur moyenne	0.0021	0.0027	0.0006
Variance des erreurs	0.0504	0.0253	0.1983

Tableau 1 Comparaison des méthodes d'approximation des matrices génératrices

Nous pouvons remarquer que la méthode 3 donne la meilleure approximation de la matrice génératrice suivie par la méthode 1.

Nous retiendrons donc la troisième méthode pour approximer nos matrices génératrices lors des différentes d'extrapolation de probabilités de défaut Lifetime.

### III. Construction des probabilités de défaut Lifetime :

Comme mentionné précédemment, une des difficultés majeures du modèle des ECL sous IFRS 9, est l'estimation des pertes attendues à maturité. En effet, ceci implique la mise en œuvre d'une méthode permettant l'extrapolation des probabilités de défaut sur différents horizons futurs. De plus, la norme exige, et comme précité auparavant, que les PDs doivent être PiT (Point in Time) et non TTC (Through the cycle, qui sont utilisées pour la norme Bâle III).

Une PD PiT a été définie comme décrivant la situation des contreparties sur une courte période de temps (typiquement 1 an) et variant selon le cycle économique : elle sera élevée en période de récession et faible en période d'expansion, à l'inverse d'une PD TTC qui a pour but de présenter les probabilités de défaut sur l'ensemble d'un cycle économique et donc reste constante sur cette période.

Nous présenterons dans ce chapitre les différentes méthodes permettant de construire une PD cumulée Lifetime à différents horizons. Nous enchaînerons par une comparaison de ces méthodes en vue de définir la méthode permettant d'extrapoler au mieux nos matrices de transition initiales. Concernant la PD marginale Lifetime, et pour les méthodes fournissant des PD cumulées, cette dernière sera déduite via la formule suivante :

$$PDM(t) = \frac{PDC(t) - PDC(t-1)}{1 - PDC(t-1)} \quad \text{quand } t \geq 1$$

$$\text{et} \quad PDM(0) = PDC(0)$$

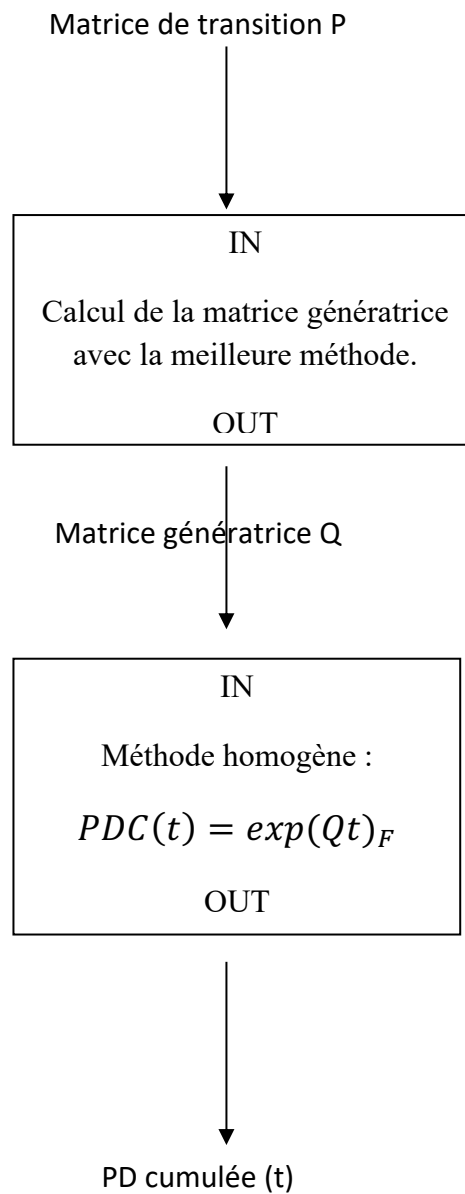
Dans la suite la notation PDC(t) correspondra à la probabilité de défaut cumulée de maturité t, c'est-à-dire extrapolée à un horizon t. La notation  $X_F$  correspondra à la dernière colonne de la matrice X.

### III. 1. Méthode homogène :

Cette méthode est basée sur la théorie des chaînes de Markov. Pour rappel, l'hypothèse d'homogénéité stipule que la matrice de transition utilisée pour le calcul est constante au cours du temps, ce qui ne permet pas de modéliser son caractère PIT. Nous utiliserons l'équation de Chapman-Kolmogorov en partant d'une matrice génératrice  $Q$  calculée sur la base de la méthode retenue dans le chapitre précédent :

$$PDC(t) = \exp(Qt)_F$$

Les étapes de calculs sont les suivants :



### III. 2. Méthode inhomogène :

Dans le cas d'une chaîne de Markov inhomogène, les probabilités de défaut des matrices de transition vont varier au cours du temps, afin de permettre de modéliser le caractère PIT des matrices de transition.

Pour traduire ces variations, nous utiliserons, une matrice génératrice qui dépend du temps. Qu'on notera  $Q(t)$ .

Ainsi la matrice génératrice homogène  $Q$  permettant de générer la matrice de transition pour l'intervalle  $[0; t]$  à travers la formule  $M(t)=\exp(t*Q)$  sera remplacée par une matrice génératrice dépendante du temps définie par :

$$Q(t)= \phi (t)\times Q$$

Où :

- $\times$  est le produit matriciel
- Et  $\phi (t)= (\phi_{ij})_{i\leq F; j\leq F}$  est une matrice diagonale définie sur  $\mathcal{M}_F(\mathbb{R})$  par :

$$\phi_{ij}(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } i \neq j \\ \varphi_{\alpha_i, \beta_i} & \text{if } i = j \end{cases}$$

- La fonction  $\varphi_{\alpha, \beta}$  est définie par :

$$\varphi_{\alpha, \beta}: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), t \rightarrow \varphi_{\alpha, \beta}(t) = \frac{(1 - e^{-\alpha t})t^{\beta-1}}{1 - e^{-\alpha}}$$

Avec :

-  $t > 2$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont 2 vecteurs dont la taille est égale au nombre de notes. De plus  $\alpha$  et  $\beta \in ]0, 1]^n$ .

-  $Q$  correspond à la matrice génératrice obtenue dans le cas homogène.

- à  $t = 1$ ,  $\varphi_{\alpha, \beta}(1)$  est la matrice identité. Par conséquent les méthodes homogène et inhomogène nous donneront les mêmes résultats pour  $t = 1$ .

-  $\varphi_{\alpha, \beta}$  est une fonction croissante dépendante du temps  $t$ , dont le terme  $1 - e^{-\alpha t}$  correspond à la fonction de répartition d'une loi exponentiel et  $t^\beta$  correspond à un terme d'ajustement de la convexité/concavité.

Cette fonction est ainsi basée sur des fonctions probabilistes usuelles ainsi que sur une étude paramétrique bien fondée, permettant une interpolation adéquate de ces probabilités de défaut .

Les paramètres de la méthode inhomogène sont calibrés sur la courbe de PD cumulée observée. La détermination de  $\alpha$  et  $\beta$  se fait par la résolution d'un problème de minimisation non linéaire à 16 paramètres dans notre cas (2 vecteurs de taille 8

correspondant à chaque note). Pour résoudre ce problème nous utilisons l'algorithme d'optimisation avec contraintes de problèmes non linéaires de Nelder-Mead (voir annexe II).

Ci-dessous sont présentées les différentes étapes pour calibrer le modèle inhomogène :

1. Détermination de la PD cumulée observée à partir des matrices de transition de l'historique disponible :

$$PDC_{obs}(t) = \left( \prod_{i=1}^t P_i(1 an) \right)_F$$

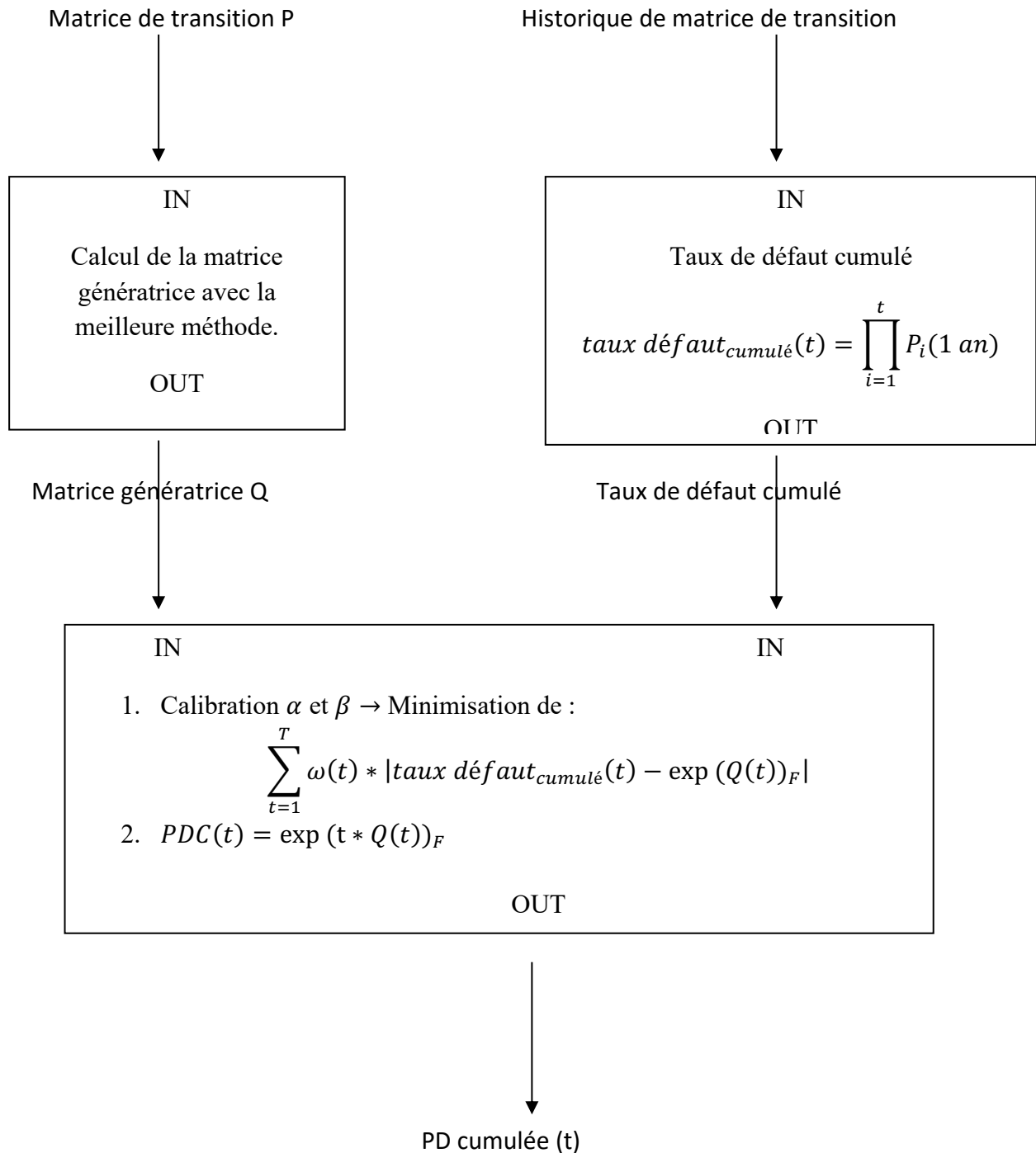
2. Détermination  $\alpha$  et  $\beta$  minimisant l'erreur déterminée par :

$$\sum_{r=AAA}^{CCC} \sum_{t=1}^T \omega(t) * |PDC_{obs}(t, r) - \exp(Q(t))_{F,r}|$$

- $\omega$  est une fonction de pondération et qui est constante par segment
- $\exp(Q(t))_{F,r}$  correspond à la  $F^{ème}$  colonne et ligne r de la matrice

Contrairement à la méthode homogène et simple, la méthode inhomogène pourra prendre en compte les variations passées du cycle économique pour les injecter dans la PD cumulée.

Ci-après un schéma récapitulatif de cette méthode :



### III. 3. Méthode mixte :

Cette méthode propose de modéliser l'inhomogénéité de la chaîne de Markov en combinant 2 matrices génératrices constantes. La première matrice  $Q_g$  permettra de prendre en compte les périodes de prospérité économique et la seconde matrice génératrice  $Q_b$  aura pour rôle de prendre en compte les périodes de récession économique. La pondération entre ces deux génératrices sera gouvernée par le paramètre  $q_t$ , vecteur mémorisant l'évolution du cycle économique passé. La matrice de transition de maturité  $t$  ans est alors donné par :

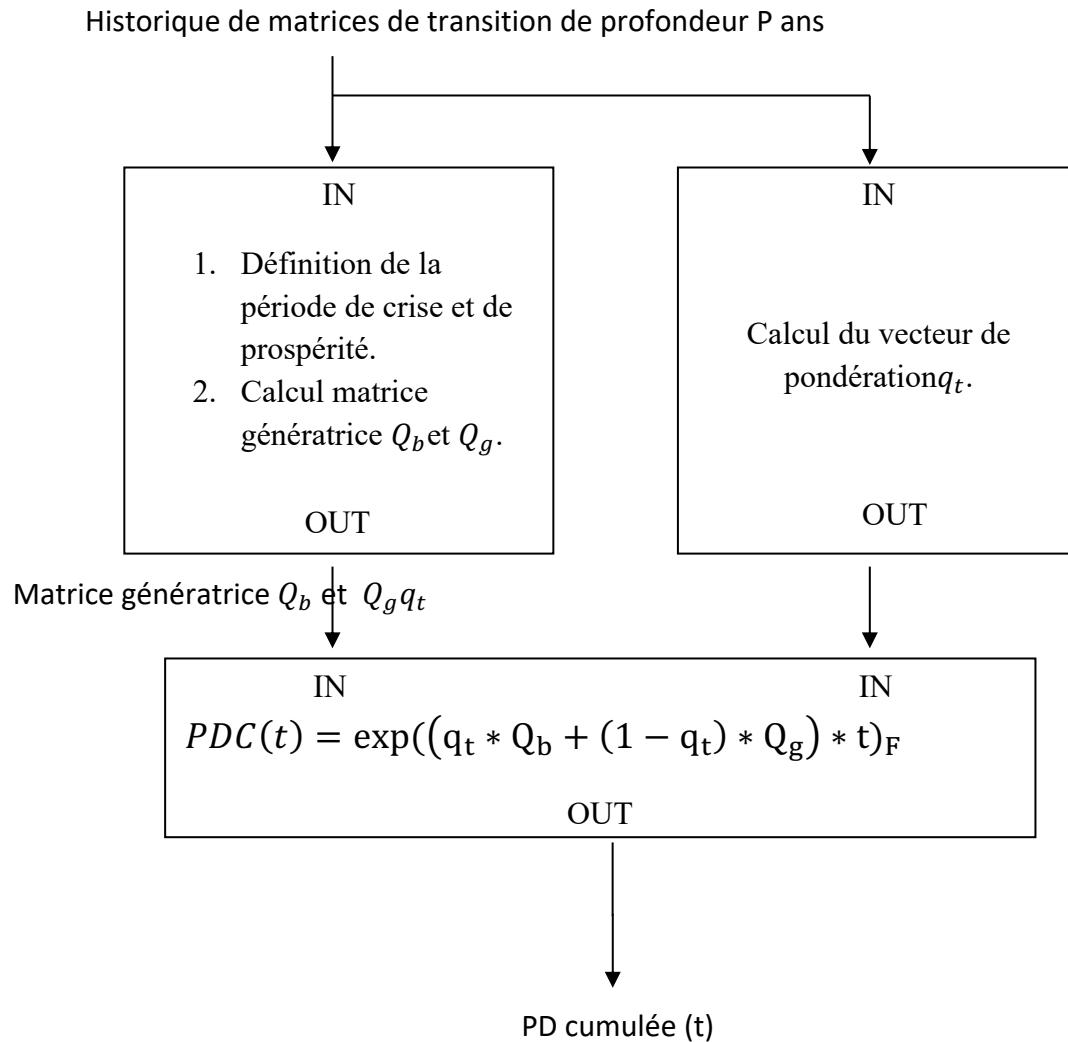
$$PDC(t) = \exp((q_t * Q_b + (1 - q_t) * Q_g) * t)_F$$

Pour cela on définit d'abord une plage historique pour calibrer ces deux matrices génératrices et le vecteur de pondération. On détermine une période de crise (respectivement de prospérité) sur cette plage comme étant l'année associée au taux de défaut le plus élevé (respectivement le plus faible). Le vecteur de pondération nous sera donné par :

$$q_t = \frac{\text{taux défaut}(t) - \text{taux défaut min}}{\text{taux défaut max} - \text{taux défaut min}}, t \in \text{plage historique}$$

Du fait du manque de données macroéconomiques, il arrive que le vecteur de pondération n'a pas pu être projeté via un modèle de régression. Par conséquent, et pour pallier à cela nous supposons que l'évolution de l'économie est parfaitement cyclique et que les périodes passées caractériseront l'évolution future des taux de défaut.

Les étapes de calcul se présentent comme suit :



### III. 5. Méthode simple mixte :

La méthode simple mixte consiste à utiliser la méthode simple tout en dotant les PD d'une dynamique permettant de les rendre PIT. Comme pour la méthode mixte, nous allons combiner deux matrices de transition.

La première matrice  $P_g$  permet de prendre en compte les périodes de prospérité économique et la seconde matrice génératrice  $P_b$  aura pour rôle de prendre en compte les périodes de crise économique.

La pondération entre ces deux génératrices sera gouvernée par le paramètre  $q_t$ , vecteur mémorisant l'évolution du cycle économique passé.

La probabilité de défaut cumulée est donnée par :

$$PDC(t) = 1 - (1 - PD_t(1 an))^t$$

Avec :

$$PD_t = q_t * PD_b + (1 - q_t) * PD_g$$

Où  $PD_b$  et  $PD_g$  désignent les vecteurs des taux de défaut extraits des matrices préalablement calibrés à partir de l'historique. Cette calibration se fait à travers la définition d'abord d'une plage historique pour calibrer les matrices de transitions et le vecteur de pondération.

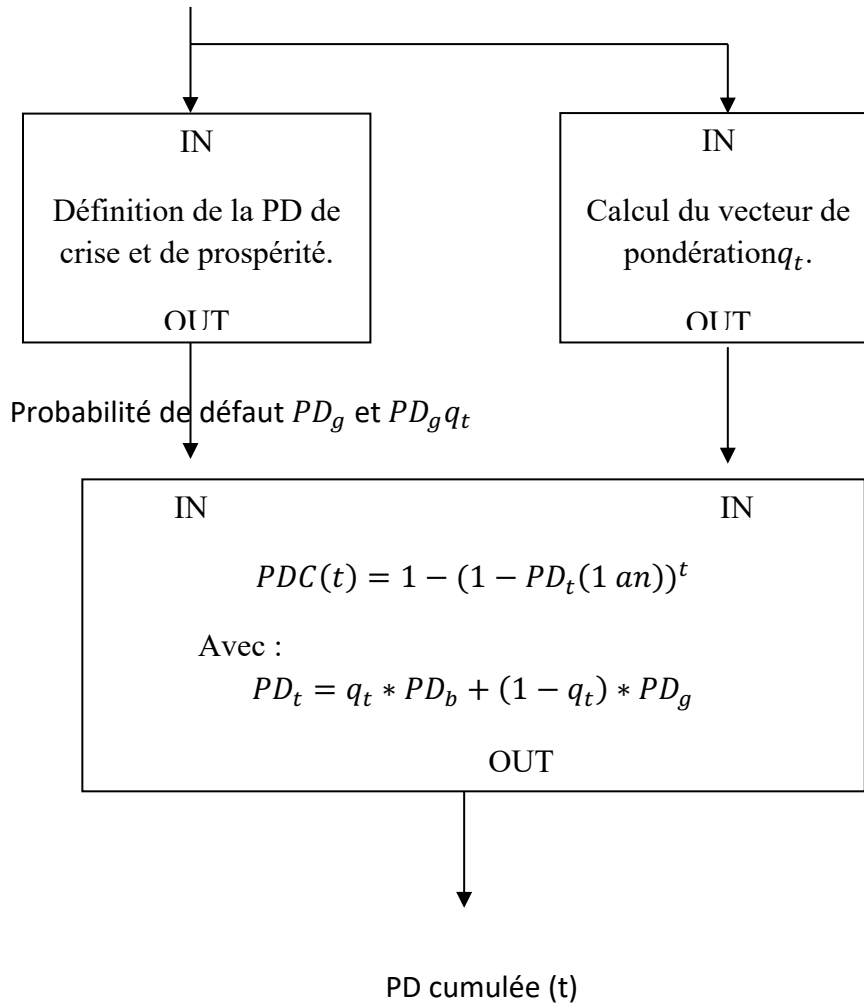
On détermine une période de crise (respectivement de prospérité) sur cette plage comme étant l'année associée au taux de défaut le plus élevé (respectivement le plus faible). Le vecteur de pondération nous sera donné par :

$$q_t = \frac{\text{taux défaut } (t) - \text{taux défaut min}}{\text{taux défaut max} - \text{taux défaut min}}, t \in \text{plage historique}$$

Comme pour la méthode mixte nous supposons que l'évolution de l'économie est parfaitement cyclique et que les périodes passées caractériseront l'évolution future des taux de défaut, afin de pouvoir avoir une projection des différents  $q_t$ .

Ci-après les étapes d'implémentation de la méthode simple mixte :

Historique de matrices de transition de profondeur P ans



### III. 6. Méthode de Merton :

Le modèle de Merton à facteur unique suppose que les probabilités de transitions entre les différentes notations sont définies par des seuils auxquels est comparée une variable aléatoire  $X$  de loi normale captant les variations du risque crédit. Sous ce modèle, on assume que l'effet de la variable aléatoire  $X$  est subdivisé en deux parties ; une composante idiosyncratique  $Y$  propre à chaque emprunteur et une composante systémique  $Z$  partagée entre l'ensemble des emprunteurs. En effet, le risque systémique permet de capter les variations du cycle crédit qui ne peuvent être expliquées uniquement par l'historique des taux moyens de transition. Il en résulte que pour les années de prospérité économique le  $Z$  prendra des valeurs positives, impliquant ainsi la baisse du taux de défaut pour l'ensemble des notations initiales, tandis que l'effet inverse sera ressenti pour les années de récession économique. Dans ce qui suit, on proposera une méthode d'estimation des valeurs historiques de  $Z$  à partir des matrices de transition externes publiées annuellement par l'agence Standard & Poor's (S&P). On introduira aussi la méthode de calcul des probabilités de transition conditionnelles à  $Z$ .

En se référant à l'approche « CreditMetrics » introduite par Gupton, Finger et Bhatia (1997), on assumera que les transitions entre les différentes notations incorporent les changements continus et implicites que connaît la variable aléatoire  $X$ , qui de plus sera supposée suivre une loi normale. Pour chaque notation initiale  $N_i$ , la valeur de  $X$  sera subdivisée en des partitions disjointes définies par les seuils  $[C_j^i, C_{j+1}^i]$ . Ces seuils sont définis de sorte que la probabilité que les valeurs de  $X$  soient incluses dans un intervalle donné est égale au taux de transition moyen observé historiquement.

Une définition plus explicite de ces seuils est donc donnée par l'équation suivante :

$$P(N_i, N_j) = P(C_j^i \leq X \leq C_{j+1}^i) = \varphi(C_{j+1}^i) - \varphi(C_j^i)$$

Avec :

- $P(N_i, N_j)$  : les taux moyen de transition de la notation initiale  $N_i$  à la notation  $N_j$ .
- $\varphi$  : la fonction de distribution d'une loi normale centrée réduite.

Il est à noter que le seuil relatif au défaut D a une borne inférieure égale à  $-\infty$  et celui relatif à la notation AAA a une borne supérieure égale à  $+\infty$ . Ainsi les seuils relatifs à ces deux catégories sont calculés à partir des équations suivantes :

$$P(N_i, N_{AAA}) = P(X \geq C_{AAA}^i) = 1 - \varphi(C_{AAA}^i)$$

$$P(N_i, D) = P(X \leq C_D^i) = \varphi(C_D^i)$$

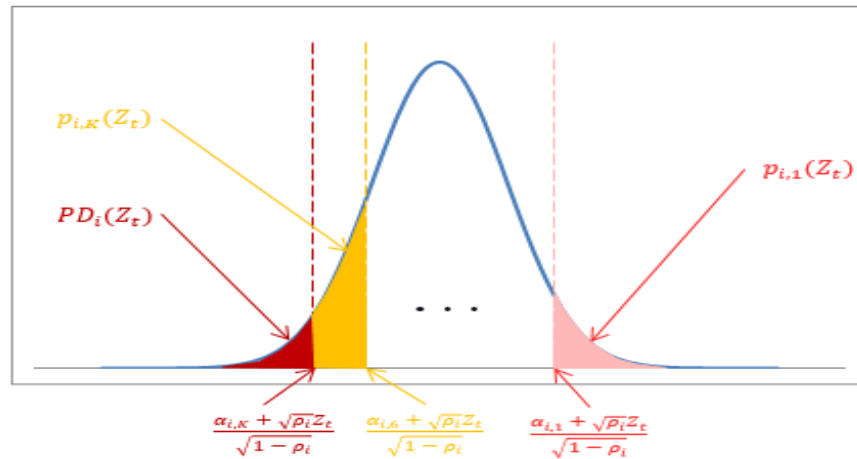


Figure 10 Relation entre le seuil et les probabilités de défaut

Si de plus on suppose qu'on a N notation y compris le défaut, on peut alors déterminer N-1 notations initiales représentant l'ensemble des notations à l'exception du défaut. Pour chacune de ces notations initiales, on observe N-1 taux historiques moyens de transition.

Ce processus sera illustré ci-après en se basant sur la matrice lissée des transitions historiques moyennes calibrée sur la période 1981-2014 contenant 22 notations y compris le défaut. Les seuils seront extraits selon les équations (1), (2) et (3). L'utilisation de la matrice moyenne est justifiée d'une part par le grand nombre d'observations qu'elle contient

	AAA	AA+	AA	AA-	A+	A	A-	BBB+	BBB	BBB-	BB+	BB	BB-	B+	B	B-	CCC+	CCC	CCC-	CC	C	D
AAA	0.87	0.07	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA+	0.03	0.76	0.13	0.05	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.01	0.01	0.80	0.10	0.04	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA-	0.00	0.00	0.05	0.78	0.11	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A+	0.00	0.00	0.01	0.05	0.78	0.10	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.79	0.08	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.78	0.08	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BBB+	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.76	0.09	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BBB	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.08	0.77	0.07	0.02	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BBB-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.11	0.74	0.06	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
BB+	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.13	0.67	0.08	0.04	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
BB	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.10	0.68	0.09	0.03	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
BB-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.10	0.67	0.10	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
B+	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.08	0.69	0.09	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.09	0.67	0.09	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07
B-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.11	0.61	0.06	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.12
CCC+	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.04	0.11	0.47	0.05	0.02	0.01	0.00	0.00	0.26
CCC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.06	0.05	0.47	0.02	0.01	0.00	0.00	0.32
CCC-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.42	0.02	0.00	0.42
CC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.03	0.01	0.05	0.00	0.31	0.00	0.55

Figure 11 Les taux moyens de transition observés sur l'historique 1981-2014

AAA	-1.15	-1.55	-1.97	-2.24	-2.37	-2.57	-2.73	-2.77	-2.83	-2.85	-2.91	-3.03	-3.05	-3.06	-3.17	-3.19	-3.20	-3.57	-3.58	-3.60	-3.60	-3.60
AA+	1.90	-0.81	-1.41	-1.88	-2.17	-2.43	-2.63	-2.77	-3.03	-3.31	-3.39	-3.46	-3.50	-3.57	-3.65	-3.69	-3.70	-3.81	-3.81	-3.86	-3.87	-3.87
AA	2.54	2.05	-0.93	-1.43	-1.79	-2.08	-2.25	-2.48	-2.63	-2.76	-2.82	-2.90	-2.95	-3.01	-3.04	-3.10	-3.11	-3.23	-3.24	-3.31	-3.31	-3.31
AA-	3.18	2.80	1.66	-0.95	-1.58	-2.01	-2.26	-2.45	-2.63	-2.75	-2.81	-2.83	-2.85	-2.93	-3.21	-3.24	-3.26	-3.27	-3.27	-3.28	-3.28	-3.28
A+	3.74	3.13	2.39	1.55	-1.01	-1.60	-1.99	-2.24	-2.46	-2.57	-2.65	-2.78	-2.82	-3.00	-3.14	-3.16	-3.17	-3.18	-3.18	-3.19	-3.19	-3.19
A	3.28	3.05	2.63	2.26	1.47	-1.07	-1.55	-1.93	-2.24	-2.42	-2.52	-2.64	-2.74	-2.92	-3.01	-3.03	-3.04	-3.07	-3.07	-3.10	-3.10	-3.10
A-	3.31	3.22	2.94	2.64	2.24	1.35	-1.10	-1.63	-2.04	-2.28	-2.39	-2.50	-2.62	-2.79	-2.87	-2.91	-2.92	-2.95	-2.95	-2.99	-3.00	-3.00
BBB+	3.93	3.57	3.09	2.87	2.53	2.07	1.27	-1.07	-1.67	-2.01	-2.16	-2.31	-2.40	-2.55	-2.68	-2.73	-2.75	-2.80	-2.81	-2.83	-2.85	-2.85
BBB	3.65	3.47	3.13	3.00	2.72	2.36	1.93	1.22	-1.18	-1.70	-1.95	-2.15	-2.30	-2.46	-2.60	-2.66	-2.70	-2.73	-2.74	-2.76	-2.77	-2.77
BBB-	3.57	3.41	3.20	2.98	2.82	2.57	2.32	1.87	1.10	-1.16	-1.54	-1.82	-2.02	-2.17	-2.29	-2.39	-2.46	-2.50	-2.52	-2.55	-2.55	-2.55
BB+	3.19	3.17	3.14	2.99	2.95	2.74	2.57	2.19	1.69	0.94	-1.01	-1.39	-1.70	-1.92	-2.11	-2.22	-2.29	-2.37	-2.41	-2.42	-2.42	-2.42
BB	3.86	3.81	3.23	3.18	3.14	2.88	2.73	2.45	2.10	1.61	1.01	-0.98	-1.43	-1.71	-1.93	-2.06	-2.12	-2.19	-2.22	-2.24	-2.24	-2.24
BB-	4.19	4.08	3.79	3.46	3.32	3.15	2.91	2.66	2.40	2.12	1.70	1.07	-0.90	-1.36	-1.69	-1.86	-1.93	-1.99	-2.01	-2.04	-2.04	-2.04
B+	4.41	3.70	3.62	3.24	3.21	3.03	2.84	2.73	2.62	2.46	2.23	1.80	1.18	-0.88	-1.31	-1.53	-1.64	-1.71	-1.73	-1.75	-1.76	-1.76
B	4.59	4.25	3.61	3.41	3.35	3.08	2.90	2.84	2.71	2.62	2.46	2.24	1.84	1.16	-0.83	-1.19	-1.33	-1.42	-1.45	-1.47	-1.48	-1.48
B-	4.69	4.43	4.10	3.86	3.36	3.08	3.01	2.80	2.67	2.53	2.43	2.29	2.06	1.60	0.97	-0.75	-0.96	-1.09	-1.13	-1.16	-1.16	-1.16
CCC+	4.88	4.55	4.22	3.87	3.13	3.09	3.03	2.97	2.79	2.62	2.58	2.46	2.20	1.81	1.41	0.87	-0.41	-0.54	-0.61	-0.63	-0.63	-0.63
CCC	4.81	4.61	4.27	4.09	3.74	3.51	2.94	2.64	2.54	2.51	2.48	2.31	2.19	1.95	1.55	1.16	0.92	-0.39	-0.43	-0.46	-0.47	-0.47
CCC-	4.63	4.55	4.42	4.22	3.92	3.78	3.39	3.28	3.18	3.04	2.61	2.51	2.13	1.95	1.75	1.51	1.30	1.08	-0.14	-0.19	-0.19	-0.19
CC	4.52	4.43	4.19	3.99	3.72	3.24	2.35	2.32	2.31	2.30	2.28	2.15	2.03	1.92	1.75	1.49	1.41	1.11	1.11	0.14	0.14	0.14

Figure 12 Les seuils extraits à partir des taux historiques

Prenons à titre d'exemple le seuil relatif à la probabilité de garder la même notation « AAA ». D'après les formules introduites précédemment on a :

$$P(N_{AAA}, N_{AAA}) = P(X \geq C_{AAA}^{AAA}) = 1 - \varphi(C_{AAA}^{AAA}) \Rightarrow C_{AAA}^{AAA} = \varphi^{-1}(1 - P(N_{AAA}, N_{AAA})) = \varphi^{-1}(0.13) \simeq -1.15$$

En se basant sur les travaux effectués par Belkin, Suchower et Forest (1998), le X sera décomposé en deux parties. Une composante idiosyncratique Y propre à chaque emprunteur et une composante systémique commune à toutes les contreparties. Ainsi on a :

$$X = \sqrt{p} \times Z + \sqrt{1-p} \times Y$$

On supposera de plus que les variables Y et Z sont indépendants. Le paramètre p incorpore la corrélation entre X et Z.

D'autre part, les probabilités de transition annuellement observée dépendent directement du facteur systémique  $Z$ . Ainsi, les valeurs de  $Z$  peuvent être extraites en minimisant les écarts entre les probabilités calculées à partir des seuils définis ci-dessus et les probabilités réellement observées pendant chaque année.

Ainsi on définit tout d'abord la probabilité de transition de  $N_i$  à  $N_j$  à l'instant  $t$  par :

$$\begin{aligned} \Delta(C_{j+1}^i, C_j^i, Z_t) &= P(C_j^i \leq X_t \leq C_{j+1}^i) = P(C_j^i \leq \sqrt{p} \times Z_t + \sqrt{1-p} \times Y_t \leq C_{j+1}^i) \\ &= P\left(\frac{C_j^i - \sqrt{p} \times Z_t}{\sqrt{1-p}} \leq Y_t \leq \frac{C_{j+1}^i - \sqrt{p} \times Z_t}{\sqrt{1-p}}\right) = \varphi\left(\frac{C_{j+1}^i - \sqrt{p} \times Z_t}{\sqrt{1-p}}\right) - \varphi\left(\frac{C_j^i - \sqrt{p} \times Z_t}{\sqrt{1-p}}\right) \quad (1) \end{aligned}$$

La calibration se fait alors principalement en deux étapes :

1. On fixe arbitrairement le  $\rho$  puis on détermine les facteurs systémiques  $Z_t$  par la formule suivante

$$\text{Min}_{Z_t} \sum_A \sum_b (P_t(A,b) - \Delta(c_{b+1}^A, c_b^A, Z_t))^2$$

Avec :

-  $P_t(A,b)$  la probabilité de transition de la notation  $A$  à la notation  $b$  dans l'année  $t$

2. On cherche le  $\rho$  de manière à vérifier la condition  $\text{Var}(Z_1, \dots, Z_N) = 1$

Les calculs numériques effectués sous Excel en utilisant le solveur GRG non linéaire donnent une valeur de  $\rho$  de 0.1, l'historique retenu de  $(Z_t)$  obtenu est présenté dans le tableau ci-dessous :

1981	1,21	1998	0,19
1982	-0,96	1999	-0,42
1983	-1,55	2000	-0,16
1984	0,80	2001	-0,63
1985	0,25	2002	-0,98
1986	0,04	2003	0,64
1987	0,23	2004	-0,31
1988	0,69	2005	1,56
1989	0,36	2006	2,65
1990	-0,90	2007	-1,64
1991	-0,58	2008	-1,44
1992	1,12	2009	-1,47
1993	0,15	2010	-2,24
1994	-0,30	2011	0,35
1995	0,14	2012	-0,10
1996	0,15	2013	0,08
1997	-0,40	2014	1,56

Tableau 2 Valeurs historiques du facteur de risque systémique

On notera aussi que plus la valeur de  $Z$  est grande pour une année  $t$  moins est le taux de défaut moyen observé pour cette même année. Ainsi on peut clairement dégager du tableau présenté ci-dessus les périodes de crises majeures à savoir :

- le début des années 90 pendant lesquels l'économie américaine a connu l'une de ses plus grandes récessions
- La crise financière mondiale de 2007-2008 qui est marquée par une crise de liquidité et parfois par des crises de solvabilité tant au niveau des banques que des États, et une raréfaction du crédit aux entreprises.

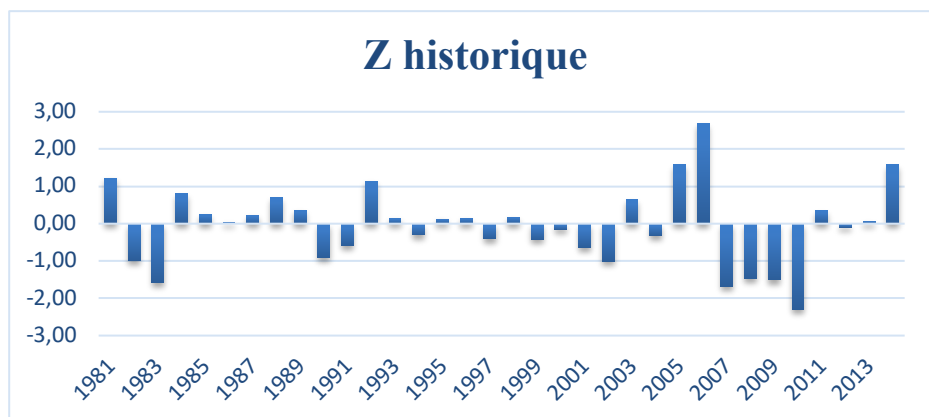


Figure 13 Valeurs historiques du facteur de risque systémique

#### a. Projection du facteur de risque systémique :

Comme introduit dans la première partie relative à la norme, la nouveauté majeure proposée par la norme IFRS 9 est l'adoption d'une vision anticipative du défaut incorporant d'autant plus d'informations prospectives. Ainsi, en vue de s'aligner aux exigences de la norme, les probabilités de défaut doivent être projetés pour différentes périodes et ce conditionnellement aux facteurs économiques jugés pertinent.

Pour parvenir à cette fin, on effectuera une projection macroéconomique de l'indice de risque systémique  $(Z)_t$  qui lie les probabilités de transition au cycle économique. Les probabilités de transition future seront alors calculées en partant des projections des facteurs macroéconomiques selon l'équation (1) explicitée ci-dessus.

Le processus de projection des matrices de transitions se résumera alors aux étapes suivantes :

- La régression du facteur de risque systémique selon des variables macroéconomiques et sa projection suivant les projections de ces variables macroéconomiques
- Le calcul des probabilités de défaut conditionnellement au facteur projeté.

- A partir de projections des PD conditionnelles (intervalles courts), L'estimation des PD cumulées (Intervalle long) suivant la relation suivante :

$$PDC(T) = PDC(T - 1) + (1 - PDC(T - 1)) \cdot PD_{cond}(T - 1, T)$$

- Pour les horizons dépassant les 3 ans, extrapolation des courbes de probabilité de défaut cumulé à base des probabilités de défaut TTC. Ceci s'explique par le retour vers l'équilibre économique à base duquel les probabilités de défaut TTC sont calibrées.

#### **b. Projection Macroéconomique du facteur de risque systémique :**

##### Variables Macroéconomiques:

On a choisi dans un premier temps une dizaine de variables macroéconomiques jugées comme ayant un effet directe sur les taux de défaut observés, ces variables seront regroupés en 3 catégories distinctes :

- Les variables décrivant de manière globale la santé de l'économie
- Les variables qui mesurent l'amélioration ou la dégradation des conditions économiques
- Les variables décrivant les conditions actuelles du marché financier

##### Conditions macroéconomiques générales:

- *Le taux de chômage (C) :*

Le taux de chômage est l'un des indicateurs les plus concrets de l'état général de l'économie. Une augmentation du chômage est censée d'une part augmenter les taux de dégradation des notations initiales, et de manière inverse diminuer leur taux d'amélioration.

- *L'inflation (I)*

Même si l'inflation est communément perçue comme étant une variable économique de grande importance, son impact sur les probabilités de transition ne peut pas être prédit de manière précise. La perception générale sur l'effet négatif de l'inflation sur l'économie peut suggérer qu'une augmentation de l'inflation impactera à la hausse le risque de défaut. Mais du point de vue d'une entreprise, cette augmentation baissera la valeur réelle des paiements destinés à rembourser les prêts qui lui sont dus, la rendant ainsi moins vulnérable au défaut qu'auparavant. Pour ces raisons, une variation de l'indice des prix à la consommation sera introduite comme variable mais sans établir des hypothèses sur le signe que devrait prendre son coefficient.

- *L'indice de l'activité économique (IAE) :*

Indice de l'activité économique (IAE):Vu l'existence d'un grand nombre de variables macroéconomiques, en choisir les plus importantes reste une tâche très difficile. Dans cette perspective, l'indice de l'activité économique essaie de synthétiser les conditions économiques globales en une seule variable. L'IAE est en effet un indice qui résume le comportement de 85 séries macroéconomique relevant de 4 catégories principales : Production et revenu, le niveau d'emploi et de chômage, la consommation des ménages ainsi que le niveau de ventes. L'indice est publié de manière mensuelle sous forme d'une moyenne mobile de 3 mois.

- *Changement des conditions économiques*

Les travaux de recherche dans le domaine du risque crédit lient généralement l'état de santé de l'économie aux changements que connaît le PIB ou d'autres indicateurs similaires mesurant la croissance économique. En effet, une économie qui connaît une croissance rapide est évidemment bien meilleure qu'une économie connaissant une stagnation ou bien une récession. Il reste qu'une économie avec beaucoup de ressources non utilisées, qui peuvent rapidement être de nouveau exploité, a une plus grande capacité à croître en comparaison avec une économie dont la majorité des ressources sont totalement exploités. En d'autres termes, une croissance rapide du PIB a plus de chance d'être observée pour une économie sortant d'une récession que pour une économie en pleine période de prospérité. Ainsi, il devient moins évident qu'une croissance rapide du PIB soit systématiquement liée à une baisse générale du risque de défaut. Cette problématique sera traitée par l'utilisation de deux indicateurs de la croissance économique.

*Les indicateurs objectifs:*

- *Croissance du PIB réel*

- *Croissance de l'activité industrielle :*

Le PIB réel englobe l'ensemble de l'activité économique y compris celles des secteurs qui ne sont pas nécessairement pertinents pour l'étude du risque crédit, d'où l'introduction de la croissance de l'activité industrielle qui représente une mesure plus ciblée de la croissance économique.

Les indicateurs subjectifs :*- Changements des sentiments des consommateurs :*

Cet indicateur reflète une approche plus subjective de l'évolution de l'économie. En effet, plusieurs études récentes ont montré que le comportement des consommateurs et des investisseurs est très influencé par leurs jugements subjectifs. Il existe dans ce cadre plusieurs indicateurs permettant de quantifier ces « sentiments », parmi lesquels figure l'Enquête sur la Confiance des Consommateurs (ECC) qui est mensuellement publiée depuis l'année 1978. On utilisera par la suite les variations de cette variable pour mesurer la manière par laquelle les perceptions subjectives des agents de la santé de l'économie changent.

*- Conditions du marché financier :*

Une entreprise peut surmonter ses difficultés financières si elle parvient à obtenir des nouveaux financements du marché financier. Ainsi, il serait intéressant de mesurer la facilité ou la difficulté par laquelle une entreprise lève ses fonds, et spécifiquement les entreprises ayant une exposition non négligeable au risque de défaut. Dans ce contexte, le niveau des taux d'intérêt est clairement une variable pertinente. Aussi, les conditions du marché boursier et des marchés du crédit doivent également être prises en considération.

Toute chose égale par ailleurs, une augmentation des taux d'intérêt serait souvent liée à une certaine tension dans l'économie ainsi qu'à une difficulté à lever des fonds. Cette tension sera mesurée, dans le cadre de notre étude, par le biais des bons de trésor 3 mois. Mais comme les bons « corporate » ont souvent une maturité plus longue, on introduira aussi les taux d'intérêt des bons de trésor de maturité de 10 ans.

*- Performance du marché boursier*

La performance du marché boursier est un indicateur clé de la santé globale du secteur des « corporates ». Et même si l'indice Standard and Poor's 500 est communément perçu comme donnant la meilleure mesure de la performance du marché boursier, il est composé uniquement des plus grandes entreprises ayant généralement une grande qualité de crédit. Ainsi, pour mesurer la performance boursière d'autres entreprises plus petite, on inclura aussi les rendements de l'indice Russell 2000. On introduira aussi la volatilité de l'indice boursier S&P 500, vu l'importance qu'elle présente pour notre étude. Cette volatilité est estimée mensuellement comme étant l'écart type des rendements quotidiens de l'indice.

Intuitivement, on prévoit qu'une augmentation des prix des actions réduira le taux de défaut et donc augmentera la valeur de l'indice du cycle économique  $Z(t)$  ; l'effet inverse étant attendu suite à l'augmentation de la volatilité de l'indice.

On a aussi choisi de ne pas inclure les rendements individuels des entreprises comme variable explicative pour notre modèle ; cette variable étant tout de même d'une grande

importance pour les modèles structurels. Ce choix est justifié par la difficulté de comprendre correctement la relation liant le rendement des entreprises à la qualité du risque crédit d'une entreprise sans l'aide d'un modèle structurel spécialement conçu pour cette fin. De plus, et comme le but de notre modélisation est d'expliquer la manière par laquelle le défaut est impacté par des variables d'ordre macroéconomique, il serait plus adapté de ne pas inclure des facteurs individuellement liés à certaines entreprises.

Ci-dessous un récapitulatif des variables macroéconomiques choisies pour expliquer le facteur du risque systémique :

Variables	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type
Z(t)	-2.238	2.653	-0.094	1.018
Indice activité économique	-2.03	1.245	-0.097	0.692
Consumer Sentiment Index	-0.295	0.251	0.009	0.097
Indice de volatilité VIX	12.393	39.45	21.43	7.315
Spread 3 mois	-3.411	1.775	-0.424	1.362
Evolution des dépôts des banques commerciales	-0.075	10.675	6.03	2.461
PIB	-2.776	7.259	2.733	1.972
Inflation	-0.356	6.161	2.951	1.261
S&P 500 rendement	-0.199	0.452	0.129	0.158
Bon de trésor maturité 10 ans	-2.941	1.333	-0.345	0.888
Evolution du taux de chômage	-2.143	3.53	-0.045	1.033

Tableau 3 Statistique descriptive sous Excel

**c. Matrice de corrélation :**

	IAE	ICC	VIX	Bon 3	Ev.D	PIB	Inflation	S&P	Bon10	Chômage
Indice activité économique (IAE)	1	-0.285	-0.420	0.521	-0.019	0.848	0.319	0.097	0.255	-0.756
Variation de l'Indice de confiance des consommateurs (ICC)	-0.285	1	0.289	-0.418	-0.113	-0.228	0.000	0.006	-0.231	0.214
Indice de volatilité du marché boursier (VIX)	-0.420	0.289	1	-0.573	0.341	-0.192	0.125	0.304	-0.209	0.488
Bon de trésor de maturité 3 mois (Bon3)	0.521	-0.418	-0.573	1	-0.198	0.256	-0.085	-0.322	0.628	-0.633
Evolution des dépôts des banques commerciales (Ev.D)	-0.019	-0.113	0.341	-0.198	1	0.018	-0.025	0.278	-0.124	0.019
PIB	0.848	-0.228	-0.192	0.256	0.018	1	0.333	0.254	0.061	-0.404
Inflation	0.319	0.000	0.125	-0.085	-0.025	0.333	1	0.171	0.074	-0.092
Rendement de l'indice boursier s&p 500 (S&P)	0.097	0.006	0.304	-0.322	0.278	0.254	0.171	1	-0.290	0.212
Bon de trésor de maturité 10 ans (Bon10)	0.255	-0.231	-0.209	0.628	-0.124	0.061	0.074	-0.290	1	-0.328
Evolution du taux de chômage	-0.756	0.214	0.488	-0.633	0.019	-0.404	-0.092	0.212	-0.328	1

Figure 14 Matrice de corrélation des variables explicatives

On remarque des corrélations très modérées entre la majorité des variables, avec l'existence de très fortes corrélations préalablement prévues entre certaines variables ; ceci concerne principalement la corrélation entre les deux bons de trésor de maturité 3 mois et 10 ans mais aussi la corrélation entre l'indice de l'activité économique et les variables décrivant l'état de santé de l'économie. Cette corrélation découle du fait que l'indice est initialement construit à base de ces variables.

**d. Variables macroéconomiques retenues par la méthode « Stepwise » :**

La question qui suit généralement l'approche par la régression multiple est de choisir parmi les variables X le plus petit nombre d'entre elles qui explique au mieux la variabilité de la variable Y.

Une méthode courante est une régression itérative qui inclut d'abord dans le modèle la variable qui propose le meilleur coefficient de détermination. Ensuite, celle qui améliore le plus le coefficient de détermination et ainsi de suite.

Alternativement, toutes les variables sont entrées dans le modèle et les variables sont progressivement exclues, en fonction de celles qui contribuent le moins au modèle.

Il faut noter que la seconde variable qui entre dans le modèle n'est pas forcément celle qui présente, à elle seule, le second meilleur coefficient de détermination avec Y. Sinon, la solution serait triviale. En effet, X1 et X2 peuvent être très corrélées, voire quasi redondantes. Dans ce cas la qualité du modèle ne sera pas améliorée. C'est donc la variable qui contribue le plus à réduire la variabilité résiduelle, du modèle en voie d'élaboration, qui sera sélectionnée à chaque étape.

Ci-dessous un récapitulatif du processus de sélection des variables retenues définitivement ;

Nombre de Variables	Variable IN/OUT	Statuts	MSE	R <sup>2</sup>
1	Indice activité économique	IN	0.700	0.346
2	Indice de volatilité VIX	IN	0.612	0.447
3	Consumer Sentiment Index	IN	0.473	0.587
4	Evolution des dépôts des banques commerciales	IN	0.389	0.671
5	Spread 3 mois	IN	0.339	0.724

Tableau 4 Processus de sélection des variables " StepWise"

#### e. Résultat de l'estimation:

	Coefficients	Standard-Error	t Stat	P-value
Constante	0.52	0.40	1.32	0.200
Indice d'activité économique	0.57	0.18	3.18	0.004
Indice de confiance des cons	5.69	1.21	4.70	0.000
Volatilité	-0.07	0.02	-3.54	0.001
Spread bon trésor 3 mois	0.24	0.10	2.26	0.032
Evolution dépôts bancaires	0.15	0.05	3.15	0.004

Tableau 5 Résultats estimation des paramètres de la régression

- Les variables retenues sont tous significatives au seuil de 5%
- Les signes de variables restent cohérents. En effet, comme mentionné dans la présentation des variables macroéconomique, une augmentation de l'indice de l'activité économique ou de l'indice de confiance des consommateurs traduit une amélioration des conditions économiques, causant ainsi une augmentation de la valeur du facteur de risque systémique  $Z(t)$ . Il en est de même pour la volatilité des rendements boursiers. En effet une augmentation de cette volatilité, toute chose égale par ailleurs, impacte négativement la qualité du risque crédit, ce qui se traduit par une diminution de la valeur du facteur de risque systémique  $Z(t)$ .

**f. Validation du modèle :**

Nous validons notre modèle en effectuant les différents tests d'autocorrélation des résidus, d'hétéroscédasticité et de normalité.

Test d'hétéroscédasticité :

White test:	
LM (Observed value)	20.612
LM (Critical value)	31.410
DF	20
p-value (Two-tailed)	0.420
alpha	0.05

Tableau 6 Test de White d'hétéroscédasticité

Nous constatons que la p-value (0.420) est largement supérieure à 5%. L'hypothèse nulle est donc acceptée et nous pouvons conclure que le risque d'hétéroscédasticité est écarté

Test d'autocorrélation des résidus:

Durbin-Watson test:	
U	2.005
p-value	0.354
alpha	0.05

Tableau 7 Test de Durbin-Watson d'autocorrélation

Nous pouvons observer aisément que, l'hypothèse nulle stipulant l'absence d'autocorrélation est acceptée. La valeur de la p-value indiquée est égale à 0.354, elle est bien supérieure à 0.05 nous ne rejetons pas donc l'hypothèse nulle, d'où l'absence de l'autocorrélation des erreurs.

Normalité des résidus :

Jarque-Bera test	
JB(Observed value)	3.70
JB(Critical value)	5.99
DF	2.00
p-value (Two-tailed)	0.16
alpha	0.05

Tableau 8 Test de Jarque-Bera de normalité des résidus

La p-value indiquée dans le tableau précédent, selon la statistique de Jarque-Bera est égale à 0.158, elle est bien supérieure à 0.05, donc nous ne rejetons pas l'hypothèse nulle. D'où, les résidus suivent la loi normale.

**g. Backtesting sur le modèle :**

Afin d'évaluer la qualité de notre modèle nous allons comparer à partir de l'équation de régression estimée, le facteur de risque systémique observé avec celui estimé.

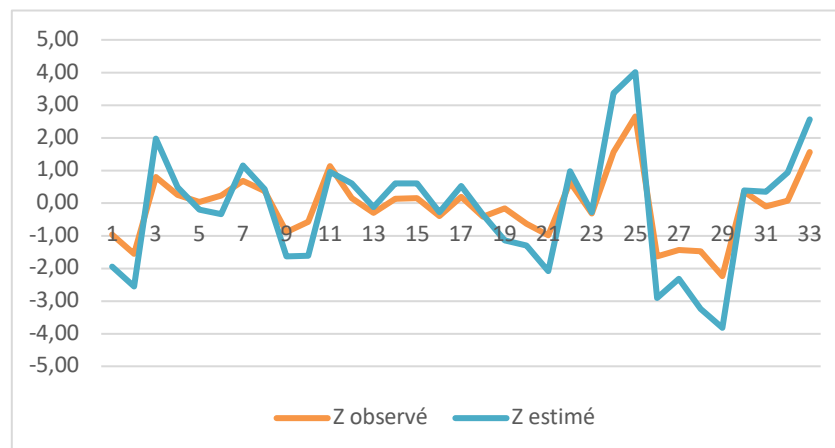


Figure 15 Backtesting du facteur de risque systémique

On remarque qu'il y a une concordance entre les deux graphiques ce qui prouve la qualité de notre modèle.

#### h. Calcul des probabilités de défaut cumulées :

Après avoir calibré le modèle nous permettant d'estimer le facteur de risque systémique  $Z(t)$ , nous pouvons désormais projeter le facteur dans différents horizons et sous plusieurs scénarios et donc calculer des probabilités de défaut incorporant des informations prospectives conformément aux directives des normes IFRS 9.

On présentera ci-dessous un tableau récapitulatif comprenant les projections faites par le « Board of Governors of the Federal Reserve System » des variables explicatives du modèle ainsi que le  $Z(t)$  estimé :

	IAE	Indice confiance consommateurs	VIX	Taux bon trésor 3 mois	Evolution dépôts	Z estimé
T3 2018	0.15	-0.02	18.70	0.20	4.00	<b>-0.09</b>
T3 2019	0.90	-0.04	20.00	0.20	4.50	<b>0.20</b>
T3 2020	0.70	0.02	20.90	0.20	3.50	<b>0.24</b>
T3 2021	0.05	-0.09	23.80	0.10	5.00	<b>-0.77</b>

Figure 16 Projections du facteur de risque estimé et des variables explicatives du modèle

Après avoir calculé estimés le  $Z$  pour les périodes futures, les probabilités de défaut de chaque année  $t$  seront calculées à partir du modèle de Merton défini précédemment en utilisant les seuils extraits de la matrice de transition de l'année  $t-1$  et ce suivant le schéma décrit précédemment. On présentera dans ce qui suit des tableaux récapitulatifs de l'ensemble des probabilités de défaut conditionnelles calculées.

	2018 T3	2018 T4	2019	2020
AAA	0.00	0.00	0.00	0.00
AA+	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.00	0.00	0.00	0.00
AA-	0.00	0.00	0.00	0.00
A+	0.00	0.00	0.00	0.00
A	0.00	0.00	0.00	0.00
A-	0.00	0.00	0.00	0.00
BBB+	0.00	0.00	0.00	0.00
BBB	0.00	0.00	0.00	0.00
BBB-	0.00	0.00	0.00	0.01
BB+	0.01	0.00	0.00	0.01
BB	0.01	0.00	0.01	0.02
BB-	0.02	0.00	0.01	0.03
B+	0.03	0.01	0.03	0.06
B	0.06	0.02	0.05	0.10
B-	0.12	0.04	0.10	0.17
CCC+	0.26	0.12	0.23	0.34
CCC	0.32	0.16	0.28	0.41
CCC-	0.43	0.24	0.39	0.52
	<b>Moyenne</b>			
	0.07	0.03	0.06	0.09

Tableau 9 Probabilités de défaut conditionnelles projetées

#### IV. Comparaison des méthodes d'extrapolation :

Le but de cette comparaison est de déterminer la méthode la plus précise et stable permettant la construction d'une probabilité de défaut Lifetime quel que soit la note. Ainsi nous allons mesurer la précision et stabilité des probabilités de défaut cumulées.

Ainsi et pour effectuer les différentes comparaisons nous prenons comme base d'extrapolation les matrices de transition correspondante aux années suivantes, le choix de ces années a été effectué pour ce qu'elles représentent comme période dans le cycle économique (1997/2007) identifié auparavant :

- 1990;
- 2000;
- 2006.

Les différentes méthodes d'extrapolation présentées ci-haut ont été appliquées sur ces différentes matrices de transition et ce pour différents maturités :

- 2 ans pour capter le comportement des PD au court terme ;
- 4 ans pour capter le comportement des PD au moyen terme ;
- 7 ans pour capter le comportement des PD au long terme.

Une visualisation graphique pour l'an 2000 et ce pour les différentes maturités se présente comme suit (pour les ans 2006 ,1990 voir annexe III) :

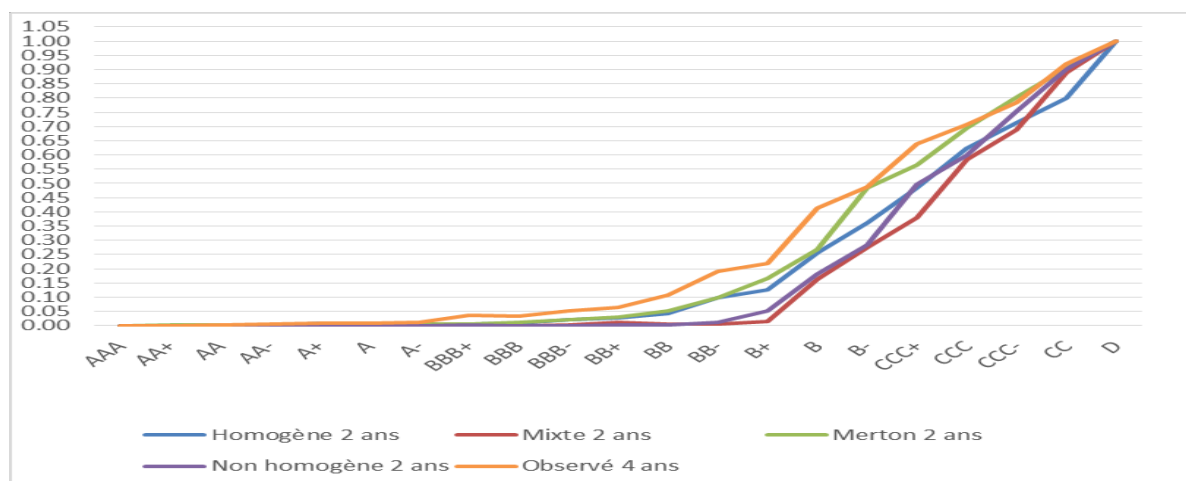


Figure 17 Comparatif des PD cumulées (2 ans) par notation extrapolée à partir de l'an 2000

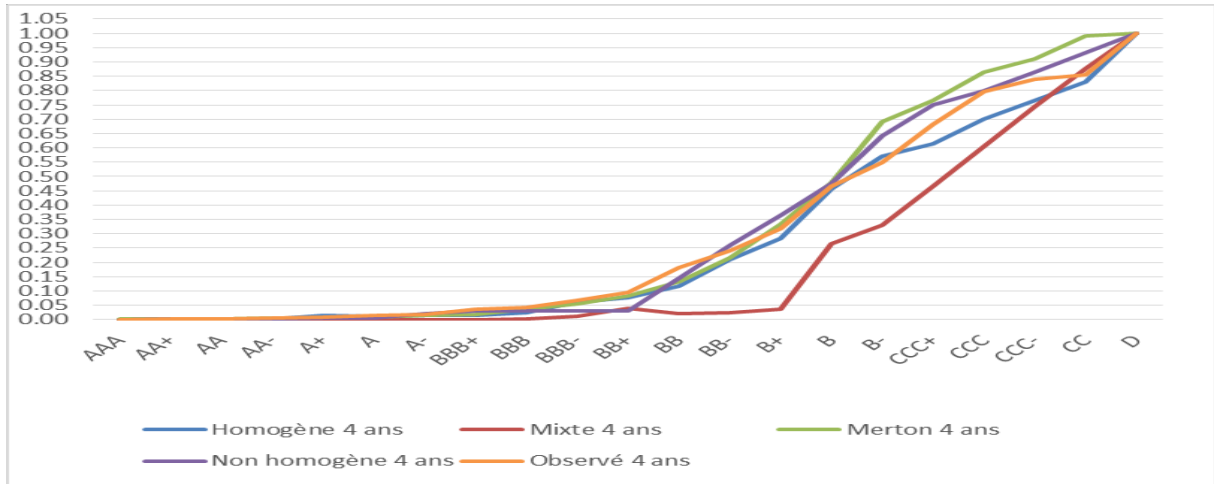


Figure 18 Comparatif des PD cumulées (4 ans) par notation extrapolée à partir de l'an 2000

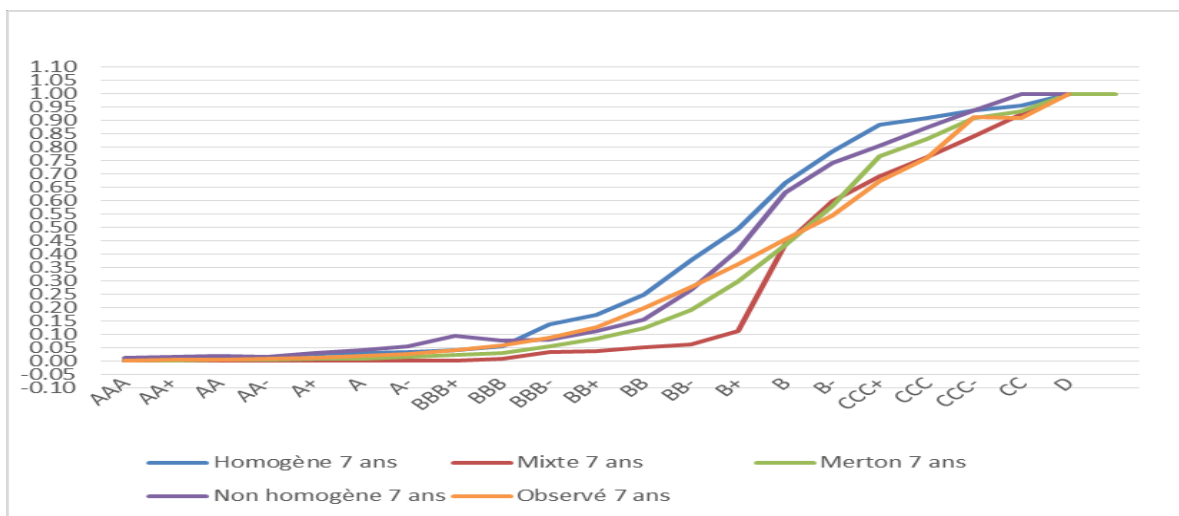


Figure 19 Comparatif des PD cumulées (7 ans) par notation extrapolée à partir de l'an 2000

Une quantification de ce Backtest a été ensuite effectuée en comparant les différentes précisions et stabilités pour chaque horizon et méthode, Pour ce faire, on commencera par calculer les erreurs cumulées suivantes :

$$erreur\ cumulée_A(t) = \sum_{r=AAA}^{CCC/C} \gamma(r) * |PDC_{obs}(t,r) - PDC_{calc}(t,r)|$$

Avec :

-  $\gamma$  un vecteur de poids permettant de mettre l'accent sur certaines notes, en fonction des actifs présents dans le portefeuille de crédit de la banque. Lors de notre test, nous avons pris une pondération uniforme ;

-  $PDC_{calc}(t,r)$  désigne la PD cumulée en t pour la note r, et  $PDC_{obs}(t,r)$  désigne la PD cumulée observée en t ;

-  $erreur\ cumulée_A(t)$  l'erreur cumulée pour l'horizon  $t \in \{2,4,7\}$  et l'année courante  $A \in \{2000,2006,2007\}$

Pour rappel la PD cumulée observée est calculée à partir des matrices de transition de l'historique disponible selon la formule suivante:

$$PDC_{obs}(t) = \left( \prod_{i=1}^t P_i(1\ an) \right)_F$$

Sur la base de ces erreurs, on calcule pour chaque maturité de PD cumulée un indicateur de précision :

$$précision(t) = \sqrt{\left( \frac{erreur_{2000}(t)}{3} + \frac{erreur_{2006}(t)}{3} + \frac{erreur_{2007}(t)}{3} \right)}$$

La stabilité sera mesurée par :

$$stabilité(t) = variance(erreur(t))$$

On commencera tout d'abord par présenter un comparatif des différentes méthodes en termes d'erreur cumulée pour les différentes maturités :

	Année initiale : 1990			
	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Maturité 2 ans	0.04	0.04	0.06	0.04
Maturité 4 ans	0.01	0.01	0.05	0.04
Maturité 7 ans	0.03	0.03	0.08	0.04
Moyenne	0.03	0.03	0.05	0.04

Tableau 10 Comparaison entre les différentes méthodes en termes d'erreur cumulée moyenne (1990)

	Année initiale : 2000			
	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Maturité 2 ans	0.05	0.07	0.03	0.08
Maturité 4 ans	0.02	0.02	0.03	0.09
Maturité 7 ans	0.06	0.05	0.04	0.05
Moyenne	0.05	0.05	0.03	0.07

Tableau 11 Comparaison entre les différentes méthodes en termes d'erreur cumulée moyenne (2000)

	Année initiale : 2006			
	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Maturité 2 ans	0.07	0.07	0.04	0.09
Maturité 4 ans	0.02	0.01	0.03	0.05
Maturité 7 ans	0.02	0.06	0.08	0.04
Moyenne	0.04	0.05	0.05	0.06

Tableau 12 Comparaison entre les différentes méthodes en termes d'erreur cumulée moyenne (2006)

La première remarque que nous pouvons tirer de cette comparaison des erreurs cumulées des différentes méthodes est qu'elles varient sensiblement suivant les années. Ainsi, en se basant uniquement sur ce critère, on conclut que les méthodes homogène et inhomogène permettent une meilleure projection des probabilités de défaut à partir des années 1990 et 2006 ; alors que c'est la méthode de Merton qui donnent les estimations les plus fiables pour l'année 2000. On ne peut donc clairement pas déterminer de manière absolue la meilleure méthode de projection. Afin de palier à ce problème, on introduira deux autres critères de comparaison permettant une comparaison des méthodes en termes de précision et de stabilité de la qualité de prédiction et ce à travers les différentes années de calcul. Pour la précision, la comparaison se fera à travers le calcul d'une erreur quadratique moyenne à partir des erreurs des différentes années. La stabilité des modèles sera d'autre part mesurée par calcul de la variance des erreurs cumulée au fil des années de calcul. Un classement des différentes méthodes sera alors établi suivant les résultats trouvés.

On présente ci-dessous les différents résultats obtenus :

	Précision			
	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Maturité 2 ans	0.06	0.06	0.04	0.08
Maturité 4 ans	0.02	0.02	0.04	0.06
Maturité 7 ans	0.04	0.05	0.07	0.04
Moyenne	0.04	0.04	0.05	0.06

Tableau 13 Calcul des précisions des différentes méthodes sur les différents horizons

	Précision			
	Merton	Homogène	Non homogène	Mixte
Maturité 2 ans	Merton	Homogène	Non homogène	Mixte
Maturité 4 ans	Non homogène	Homogène	Merton	Mixte
Maturité 7 ans	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Moyenne	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte

Tableau 14 Classements des différentes méthodes selon le critère de précision de la meilleure (à gauche) à la moins bonne (à droite)

	Stabilité			
	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Maturité 2 ans	0.00031	0.00026	0.00020	0.00071
Maturité 4 ans	0.00003	0.00008	0.00013	0.00060
Maturité 7 ans	0.00040	0.00023	0.00051	0.00006
Moyenne	0.00025	0.00019	0.00028	0.00046

Tableau 15 Calcul des stabilités des différentes méthodes sur les différents horizons

	Stabilité			
	Merton	Non homogène	Homogène	Mixte
Maturité 2 ans	Merton	Non homogène	Homogène	Mixte
Maturité 4 ans	Homogène	Non homogène	Merton	Mixte
Maturité 7 ans	Non homogène	Homogène	Merton	Mixte
En moyenne	Non homogène	Homogène	Merton	Mixte

Tableau 16 Classements des différentes méthodes selon le critère de stabilité de la meilleure (à gauche) à la moins bonne (à droite)

D'après les classements établis ci-dessus, nous remarquons que les méthodes homogènes et non homogènes sont celles qui ont données les résultats les plus satisfaisants en termes de stabilité et de précision pour le moyen et le long terme. Pour le court terme, c'est la méthode de Merton qui garantit les extrapolations les plus fiables.

Les deux premières méthodes présentent néanmoins plusieurs limites : La méthode homogène, étant calculée à partir d'une matrice de transition constante, ne permet pas de capturer les fluctuations du cycle économique. Pour la méthode inhomogène, la qualité des estimations obtenues dépend en grande partie des périodes de calibrations prises en compte, et notamment leur capacité à reproduire les cycles économiques futurs.

En ce qui concerne la méthode de Merton, qui incorpore le cycle économique par le biais du facteur de risque systémique, la principale limite dans le cas de notre modélisation était la difficulté d'extraire des seuils à partir des différentes matrices point-in-time, ce qui nous a forcés à les calculer à partir d'une matrice TTC calibrée sur l'ensemble de l'historique, ce qui a, dans une certaine mesure, affectée la qualité des estimations. Il reste que l'avantage majeur de cette méthode est l'établissement d'un lien direct entre les probabilités de défaut et les facteurs macroéconomiques, facilitant ainsi la projection des taux de défaut sous différents scénarios macroéconomiques et permettant donc une compatibilité avec la norme.

D'autre part, la méthode mixte a fourni les résultats les moins satisfaisants en termes de précision et de stabilité pour les différentes maturités choisies. Ceci est dû principalement aux nombres de paramètres impactant la qualité de l'estimation. Dans un premier temps, la calibration du paramètre  $q(t)$  nécessite l'existence d'un historique suffisant qui aurait permis de faire des projections par le biais d'une régression. Et comme nous n'étions donc pas en mesure de produire ces projections, nous sommes partis sur l'hypothèse simplificatrice de la reproduction du cycle économique. La qualité de nos estimations dépendait alors en grande partie de la justesse de cette hypothèse pour les différentes années retenues pour la comparaison.

Mais en dépit des limitations en terme de modélisation cités ci-dessus, toutes les méthodes ont permis des extrapolations satisfaisantes des probabilités de défaut pour le court, moyen et long terme. Ceci se voit clairement à travers les graphes présentées à l'issue de la comparaison.

## **V. Méthode d'ajustement des matrices de transition :**

Nous rappelons que l'information future dite « ForwardLooking » doit être, selon la norme IFRS 9, incorporée dans le calcul des PD Lifetime.

Dans cette partie, nous proposerons une méthode alternative pour l'estimation des probabilités de défaut cumulées tout en tenant compte des conditions économiques.

L'avantage majeur de cette méthode est qu'elle est flexible, intuitive et facile à mettre en œuvre. La méthode est basée sur les modèles de Markov introduits précédemment, sur l'estimation d'un coefficient d'ajustement économique permettant de capter l'effet des variations des conditions économiques sur la qualité du risque crédit, ainsi que sur les projections de variables macroéconomique sous différents scénarios.

### V. 1. Coefficient d'ajustement économique :

Un modèle de régression linéaire sera utilisé pour capter l'effet de la croissance économique sur la probabilité de défaut. Sur la base des travaux effectués par Vaněk (2016), la probabilité de défaut sera approximé par le ratio des prêts non performants (PNP) qui sont les prêts montrant un dépassement des délais de paiement de plus de 90 jours ; les conditions économiques seront captées par les variations du PIB et du taux de chômage. Le modèle prendra donc la forme suivante :

$$dPNP = x' \beta + \varepsilon$$

Avec :

- $x' = (\text{Croissance PIB}; \text{Variation du taux de Chômage})$
- $dPNP$  est la variation annuelle du taux des prêts non performants.
- $\beta = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$

Comme l'intérêt principal du modèle réside dans les effets générés par les variations des variables en question, ces dernières seront introduites dans le modèle sous forme de premières différences pour les prêts non performant et respectivement sous forme de taux de croissance et de taux de variation pour le PIB et le chômage. Des projections trimestrielles de ces variables macroéconomiques sous différents scénarios et pour un horizon temporel de trois ans seront utilisées pour déduire les probabilités de défaut futures et ce par le biais d'un ajustement des matrices de transitions des années en cours.

### V. 2. Données utilisées :

Les données relatives aux prêts non performants proviennent de la « Federal Financial Institutions Examination Council » alors que celles concernant la variation des taux de chômage et la croissance du PIB sont fournies par l' « U.S. Bureau of Economic Analysis ».

On utilisera les données trimestrielles allant de 1989 à 2018 soit un nombre de 116 observations.

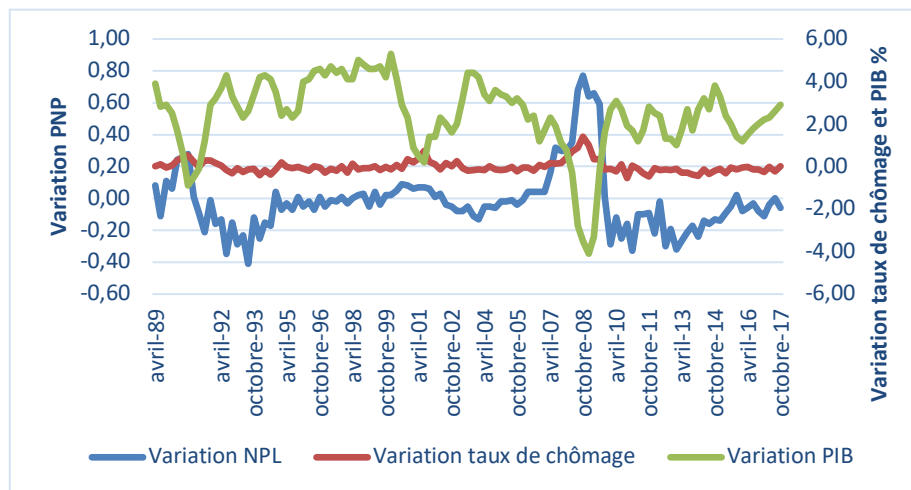


Figure 20 Variation du taux de prêts non performants, du taux de chômage et du taux de PIB

### V. 3. Résultat de la régression :

On présente ci-dessous les résultats de la régression effectuée. On remarquera que toutes les variables sont significatives au seuil de 10%. Pour des raisons techniques, on gardera la constante dans notre modèle malgré qu'elle est statistiquement insignifiante.

Variables	Coefficients	P-value
Constante	0.03	0.22
Variation du taux Chômage	0.44	0.00
Croissance PIB	-0.02	0.06
R Square	<b>0.56</b>	

Tableau 17 Résultats de la régression du modèle des taux de prêts non performants

Ainsi On remarque que, toute chose égale par ailleurs, une variation unitaire du PIB ( $\Delta PIB = 1\%$ ) induit une variation du pourcentage des prêts non performants de -0.02 pourcent.

De même, une variation unitaire du taux de chômage ( $\Delta chômage = 1\%$ ) induit une variation du pourcentage des prêts non performants de -0.4372 pourcent.

#### V. 4. Incorporation des projections économiques :

Les projections économiques sur lesquelles nous nous baserons dans le cadre de notre étude sont celles publiées par le « Board of Governors of the Federal Reserve System ». Ces projections contiennent trois scénarios distincts à savoir :

- Un scénario central décrivant une progression normale de l'activité économique ;
- Un scénario adverse simulant une contreperformance de l'économie
- Un scénario extrêmement adverse simulant une crise économique

Ces projections sont effectuées trimestriellement et couvrent la période allant du 01/10/2018 au 01/01/2021, et seront donc utilisées pour calculer les probabilités de défaut cumulées pour des horizons ne dépassant pas les 3 ans.

On présentera ci-dessous un récapitulatif des projections des variables :

	Scénario Central			Scénario Adverse			Scénario Extreme		
	PIB	Chômage	Delta chômage	PIB	Chômage	Delta chômage	PIB	Chômage	Delta chômage
Q1 2018	2.90	4.00		2.90	4.00		2.90	4.00	
Q2 2018	2.80	4.00	0.00	-3.50	5.30	1.30	-8.90	6.50	2.50
Q3 2018	2.60	3.90	-0.10	-2.40	5.80	0.50	-6.80	7.60	1.10
Q4 2018	2.50	3.80	-0.10	-1.30	6.30	0.50	-4.70	8.50	0.90
Q1 2019	2.30	3.80	0.00	-0.70	6.60	0.30	-3.60	9.30	0.80
Q2 2019	2.30	3.80	0.00	0.40	6.90	0.30	-1.30	9.70	0.40
Q3 2019	2.10	3.80	0.00	1.00	7.00	0.10	-0.20	10.00	0.30
Q4 2019	2.00	3.70	-0.10	2.50	7.00	0.00	2.80	9.90	-0.10
Q1 2020	2.10	3.80	0.10	2.80	6.90	-0.10	3.50	9.70	-0.20
Q2 2020	2.10	3.90	0.10	3.00	6.80	-0.10	4.00	9.50	-0.20
Q3 2020	2.10	4.00	0.10	3.20	6.60	-0.20	4.20	9.20	-0.30
Q4 2020	2.10	4.00	0.00	3.30	6.50	-0.10	4.50	8.90	-0.30
Q1 2021	2.10	4.10	0.10	3.30	6.30	-0.20	4.50	8.60	-0.30

Tableau 18 Projections des variables explicatives sous différents scénarios

Comme annoncé dans le début de cette partie, le but de cette méthode est de calculer les probabilités de défaut cumulées dans un horizon de 3 ans, et ceci en utilisant le modèle Markovien tout en introduisant des ajustements au niveau de chaque matrice de transition en vue d'y intégrer la vision Forward Looking.

Ainsi une projection des matrices de transitions dans un horizon de n années sous le processus de Markov discret prendra la forme suivante :

$$PDC(t+n) = \left( \prod_{k=1}^n P_{t+k} \right)_D$$

Avec :

- $P_{t+k}$  la matrice de transition ajustée de l'année t+k
- D la colonne correspondant au défaut.

## V. 5. Ajustement des matrices de transition :

Nous présenterons dans cette partie les différentes méthodes d'ajustement des matrices de transitions pour tenir compte de l'impact des projections des conditions économiques futures sur les probabilités de transition. Cet impact est capté essentiellement dans notre cas par le **Coefficient d'Ajustement Economique(CAE)** introduit précédemment.

Dans ce sens, nous proposerons trois méthodes distinctes, chacune incorporant une vision particulière quant à la répartition de l'impact du défaut entre les différentes probabilités de transition.

Chacune des méthodes en question sera par la suite appliquée à la matrice de transition initiale, qui est dans notre cas la matrice de transition point-in-time de maturité 1 ans de Standard and Poor's de l'année 2017.

Avant de présenter ces différentes méthodes dont le point commun est une répartition du coefficient d'ajustement économique entre les différents éléments de la matrice de transition, nous commencerons tout d'abord par présenter un récapitulatif de l'ensemble des valeurs calculées de ce coefficients pour les trimestres des trois prochaines années et ce suivant les trois scénarios définis précédemment.

Le calcul de l'EAC repose essentiellement sur l'équation de régression estimée précédemment et des valeurs projections présentées dans le tableau des scénarios macroéconomiques en partant de la formule suivant :

$$EAC_{t+n} = 0.033 + 0.4372 * DeltaCh\^omage_{t+n} - 0.0187 * PIB_{t+n}$$

	Coefficient d'ajustement économique (CAE) en %		
	Scénario Central	Scénario Adverse	Scénario extreme
Q2 2018	-0.29	1.48	3.21
Q3 2018	-0.29	1.38	2.57
Q4 2018	-0.05	0.89	2.25
Q1 2019	-0.05	0.78	1.16
Q2 2019	-0.03	0.29	0.84
Q3 2019	-0.24	-0.07	-0.31
Q4 2019	0.19	-0.31	-0.60
Q1 2020	0.19	-0.33	-0.64
Q2 2020	0.19	-0.57	-0.88
Q3 2020	-0.03	-0.36	-0.91
Q4 2020	0.19	-0.58	-0.91
Q1 2021	0.17	0.17	0.17

Tableau 19 Projection du CAE selon différents scénarios

#### a. Première méthode:

Dans cette première méthode, l'effet total du CAE sera divisé en deux. La première moitié sera utilisée pour ajuster la colonne qui correspond au défaut, tandis que l'autre moitié servira pour ajuster l'ensemble des notations restantes. On notera aussi que plus la notation initiale est faible, plus grande sera l'ampleur de l'ajustement qui lui sera ajouté. Pour les catégories non défaillantes, nous opterons pour une répartition uniforme de l'effet et ce dans les deux directions d'amélioration et de dégradation des notations.

Ainsi les ajustements des transitions vers le défaut se feront à travers la relation suivante :

$$P'_{i,r} = P_{i,r} + \frac{EAC_{t+k}}{2*(r-1)} \times \frac{2*i-1}{r-1} \text{ avec } i \in \llbracket 1; r-1 \rrbracket \quad (1)$$

Sur la base des résultats de projection de la variation du taux de défaut à répartir, Une grande partie des CAE estimés à base du scénario central ont un signe négatif. On s'attendra donc, sous ce scénario, à une baisse générale des probabilités de défaut. Inversement, pour les deux scénarios adverses on remarque les CAE sont majoritairement de signe positif, notamment dans les premiers trimestres de la projection, ce qui se reflétera par une augmentation du taux moyen de défaut pour ces années.

L'équation (1) nous permet d'affecter la moitié de l'effet d'aggravation à la colonne du défaut. Notons par  $\gamma$  le taux d'ajustement à appliquer aux différentes probabilités de transition:

$$\gamma = \frac{EAC_{t+k}}{2 * (r - 1)} \times \frac{2 * i - 1}{r - 1}$$

Pour les éléments de la matrice triangulaire supérieure stricte, qui représentent les probabilités de dégradation des notations, l'autre moitié de l'ajustement leur sera affectée de manière uniforme à travers la relation suivante :

$$P'_{i,j} = P_{i,j} + \frac{\gamma}{r - i - 1} \text{ avec } i, j < r - 1 \text{ et } j > i$$

L'inverse de cet ajustement sera attribué aux éléments de la matrice triangulaire inférieure contenant l'ensemble des probabilités d'amélioration des notations et ce selon les relations suivantes :

$$P'_{i,j} = P_{i,j} - 2 * \frac{\gamma}{i} \text{ avec } i, j < r - 1 \text{ et } j \leq i$$

$$P'_{i,j} = P_{i,j} - \frac{\gamma}{i} \text{ avec } i = r - 1 \text{ et } j \leq i$$

Pour des besoins de clarté, l'ensemble des méthodes d'ajustement exposées seront illustrés tout d'abord par un exemple simplifié contenant une matrice de 6 notations et un ajustement CAE égale à 100% (augmentation des taux de défaut). Les matrices réelles ajustées par les différentes méthodes seront incluses dans l'Annexe.

Avec les hypothèses mentionnées ci-dessus les changements que connaîtra la matrice de transition dans le cadre de la première méthode d'ajustement sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	AAA	A	BBB	B	C	D
AAA	-4	0.5	0.5	0.5	0.5	2
A	-6	-6	2	2	2	6
BBB	-6.67	-6.67	-6.67	5	5	10
B	-7	-7	-7	-7	14	14
C	-3.6	-3.6	-3.6	-3.6	-3.6	18

Tableau 20 Récapitulatif des changements de la matrice de transition simplifiée

D'après le tableau 20, on peut clairement observer que les ajustements suivent le schéma de répartition décrit précédemment. On peut remarquer aussi que la somme des ajustements dans la colonne du défaut est égale à 50 (soit la moitié de l'ajustement total 100). La somme des ajustements dans les catégories non défailtante étant d'autre part égale -50. Ainsi, la somme des changements effectués sur l'ensemble des lignes est nulle : ceci nous permet de préserver le caractère markovien de la matrice de transition tout en assurant une répartition égale de l'ajustement entre les catégories défailtantes et non défailtantes.

On présente aussi un graphique permettant d'illustrer l'ensemble des ajustements introduits par notation. Ainsi, Pour chaque notation initiale  $N_i$ , on représentera l'ensemble des ajustements induits aux probabilités de transition  $P_{ij}$

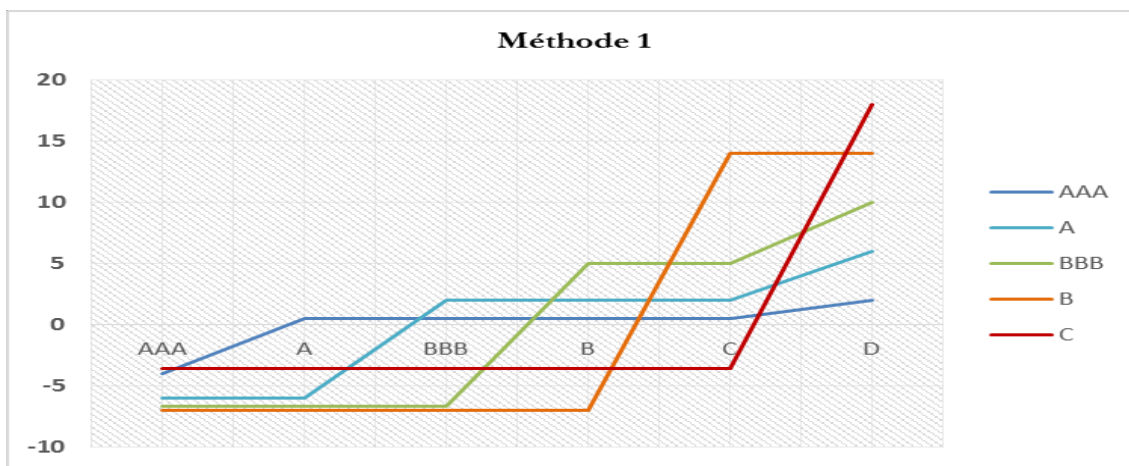


Figure 21 Impact de la première méthode d'ajustement sur les probabilités de transition des différentes notations initiales

On présentera ci-dessous les probabilités de défaut cumulée calculées en incluant les ajustements macroéconomique suivant le processus décrit dans la Méthode 1. On envisagera dans nos projections du CAE les trois scénarios économiques définis préalablement.

	Probabilité de défaut cumulée (méthode 1)								
	Scénario Central			Scénario Adverse			Scénario Extreme		
	Q3 2020	Q4 2020	Q1 2021	Q3 2020	Q4 2020	Q1 2021	Q3 2020	Q4 2020	Q1 2021
AAA	0.07	0.08	0.10	0.04	0.05	0.06	0.01	0.01	0.02
AA+	0.11	0.13	0.15	0.06	0.07	0.08	0.01	0.01	0.02
AA	0.15	0.17	0.19	0.08	0.10	0.11	0.01	0.02	0.03
AA-	0.18	0.20	0.23	0.10	0.11	0.13	0.02	0.02	0.03
A+	0.22	0.25	0.27	0.12	0.14	0.16	0.02	0.03	0.04
A	0.27	0.30	0.33	0.15	0.17	0.19	0.03	0.04	0.05
A-	0.31	0.35	0.39	0.18	0.21	0.23	0.05	0.06	0.07
BBB+	0.37	0.42	0.46	0.23	0.26	0.29	0.07	0.09	0.11
BBB	0.44	0.49	0.54	0.27	0.31	0.34	0.10	0.12	0.15
BBB-	0.53	0.59	0.65	0.35	0.40	0.44	0.16	0.19	0.23
BB+	0.64	0.71	0.77	0.45	0.50	0.55	0.24	0.28	0.32
BB	0.75	0.82	0.88	0.54	0.60	0.65	0.33	0.37	0.42
BB-	0.87	0.94	1.00	0.67	0.72	0.78	0.45	0.49	0.54
B+	0.99	1.00	1.00	0.79	0.85	0.89	0.58	0.63	0.67
B	1.00	1.00	1.00	0.90	0.95	0.98	0.71	0.75	0.78
B-	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	1.00	0.82	0.84	0.86
CCC+	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.91	0.92	0.93
CCC	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94	0.95
CCC-	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.97	0.97
CC	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.97	0.98
C	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
D	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Tableau 21 Probabilité défaut cumulée calculée par la méthode 1 d'ajustement sous 3 scénarios économiques

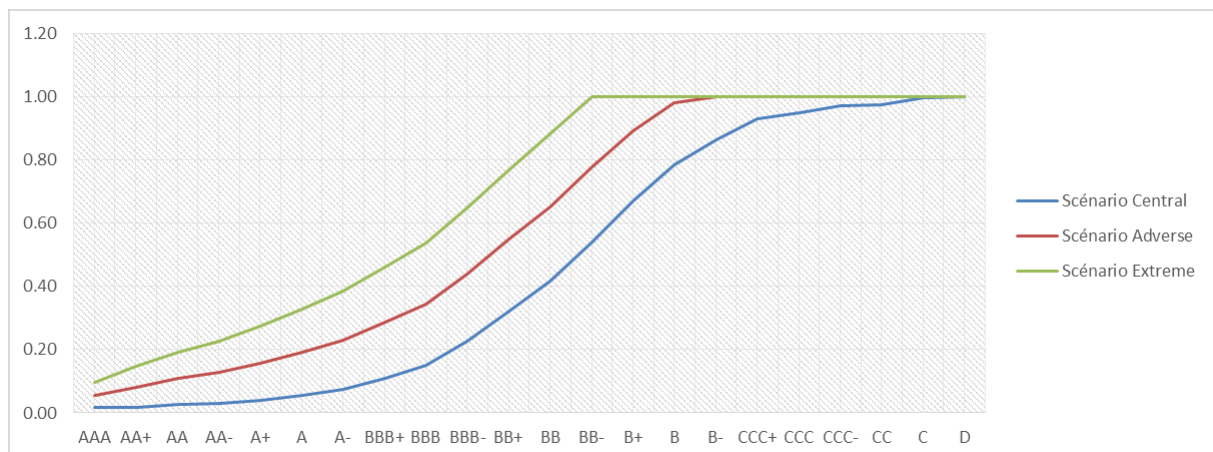


Figure 22 Comparaison des probabilités de défaut cumulées au premier trimestre de 2021.

Comme le montre clairement le graphique précédent, les taux de défaut cumulés sont plus élevés dans les deux scénarios adverses qui simulent des situations de crise économique. Mais comme la probabilité d'occurrence de tels scénarios est relativement très faible par rapport au scénario central, les pertes crédit attendues calculées à partir d'eux seront pondérées par leur probabilité d'occurrence. De cette manière, les institutions financières envisageront dans leur constitution des provisions l'ensemble des tournures que pourrait prendre l'économie sans pour autant surestimer la valeur des montants à provisionner.

#### b. Deuxième méthode:

Dans cette deuxième méthode, l'effet total du CAE sera divisé en deux. La première moitié sera utilisée pour ajuster la colonne qui correspond au défaut, tandis que l'autre moitié servira pour ajuster l'ensemble des notations restantes. Pour les catégories non défaillantes on opte pour une décomposition décroissante dans les deux sens (d'amélioration et de dégradation).

Ainsi la colonne de défaut sera ajustée de la même manière que ce qui a été énoncé dans l'équation (1). Pour les catégories non défaillantes, les éléments de la matrice triangulaire supérieure stricte seront ajustés de manière décroissante selon l'équation ci-dessous :

$$P'_{i,j} = P_{i,j} + \frac{\gamma}{r-i-1} \times \frac{2*(r-1-j)+1}{r-i-1} \text{ avec } i, j < r - 1 \text{ et } j > i \quad (5)$$

Les éléments de la matrice triangulaire inférieure seront inversement (avec des signes négatifs) ajustés de manière analogue à (5) et ce selon les équations ci-dessous :

$$P'_{i,j} = P_{i,j} - 2 * \frac{\gamma}{i} * \frac{2(i-j)+1}{i} \text{ avec } i, j < r - 1 \text{ et } j \leq i$$

$$P'_{i,j} = P_{i,j} - 2 * \frac{\gamma}{i} * \frac{2(i-j)+1}{i} \text{ avec } i = r - 1 \text{ et } j \leq i$$

Ainsi et en gardant les mêmes hypothèses adoptées dans la première méthode (un ajustement de 100), un récapitulatif des variations des différentes probabilités de transitions est présenté ci-après :

	AAA	A	BBB	B	C	D
AAA	-4.00	0.88	0.63	0.38	0.13	2.00
A	-9.00	-3.00	3.33	2.00	0.67	6.00
BBB	-11.11	-6.66	-2.22	7.50	2.50	10.00
B	-12.25	-8.75	-5.25	-1.75	14.00	14.00
C	-6.48	-5.04	-3.60	-2.16	-0.72	18.00

Tableau 22 Récapitulatif des changements de la matrice de transition simplifiée

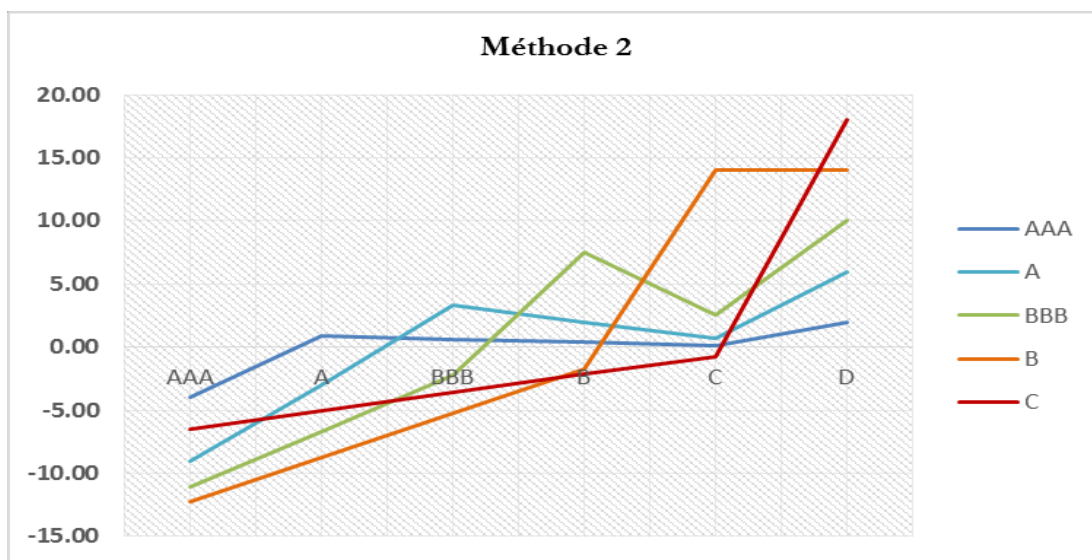


Figure 23 Impact de la deuxième méthode d'ajustement sur les probabilités de transition des différentes notations initiales

### c. Troisième Méthode :

Dans cette troisième méthode l'ajustement ne sera pas partagé entre les catégories défaillantes et non défaillantes mais entre les probabilités d'amélioration et de dégradation de la notation initiale ; soit entre la matrice triangulaire supérieure et inférieure de la matrice de transition. Comme pour le cas de la deuxième méthode, les ajustements se feront de manière décroissante dans les deux directions.

Pour pouvoir décrire cette troisième méthode par des relations mathématiques, on introduira tout d'abord la notation suivante :

$$\sigma_i = \sum_{j=i+1}^r \delta_{i,j}$$

Avec :

-  $\delta_{i,j}$  l'ajustement opéré sur la probabilité de transition dans le cadre de la deuxième méthode

Ainsi les  $\sigma_i$  représentent l'ensemble des ajustements appliqués à la matrice triangulaire supérieure stricte, et qui seront réparti cette fois ci selon l'équation suivante :

$$P'_{i,j} = P_{i,j} + \frac{\sigma_i}{r-i} * \frac{2(r-j)+1}{r-i} \text{ avec } i, j \leq r-1 \text{ et } j > i$$

Pour les éléments de la matrice triangulaire inférieure on gardera les mêmes calculs que pour la méthode 2.

Ainsi et en gardant les mêmes hypothèses adoptées dans la première méthode (un ajustement de 100), un récapitulatif des variations des différentes probabilités de transitions est présenté ci-dessous :

	AAA	A	BBB	B	C	D
AAA	-4	1.44	1.12	0.8	0.48	0.16
A	-9	-3	5.25	3.75	2.25	0.75
BBB	-11.11	-6.66	-2.22	11.11	6.66	2.22
B	-12.25	-8.75	-5.25	-1.75	21	7
C	-6.48	-5.04	-3.6	-2.16	-0.72	18

Tableau 23 Récapitulatif des changements de la matrice de transition simplifiée

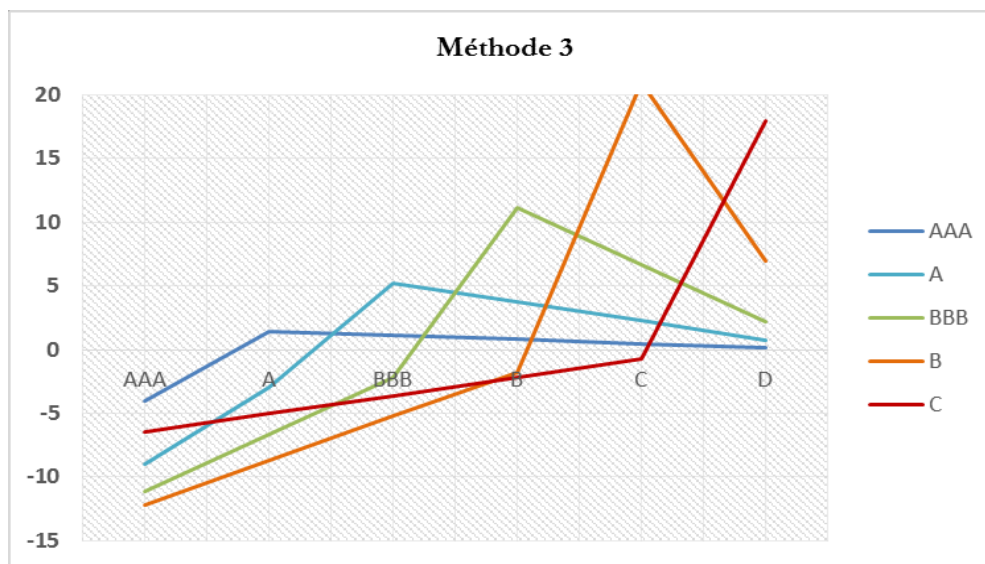


Figure 24 Impact de la troisième méthode d'ajustement sur les PD pour différentes notes

L'ensemble des méthodes précitées représentent une approche flexible et intuitive permettant le calcul de la probabilité de défaut dans différents horizons tout en incorporant les projections des différentes variables macroéconomiques. L'approche est basée principalement sur le modèle de Markov, sur l'estimation du coefficient d'ajustement macroéconomique ainsi que sur les projections macroéconomiques effectuées par la Federal Reserve Bank. De plus, la possibilité de calculer des probabilités de défaut sous différents scénarios macroéconomiques rend la méthode compatible avec les directives de la norme IFRS 9.

## Chapitre 3 : Présentation de l'outil VBA et cas pratique :

### I. Présentation de l'outil :

Dans le cadre du même stage un outil VBA a été mis en place afin d'implémenter les différentes méthodes d'extrapolation des probabilités de défaut Lifetime présentées dans le chapitre précédent.

De manière plus précise, l'outil permet de calculer les différentes probabilités de défaut Lifetime cumulées et marginales et ce à partir de n'importe quelle matrice de transition initiale et pour toute maturité souhaitée.

L'interface de l'outil se présente comme suit :

Figure 25 Interface de l'outil VBA

Elle est composée de deux sections nécessaires au fonctionnement de l'outil qui s'articule en deux parties :

- Saisie des données ;
- Lancement des méthodes d'extrapolation des PD Lifetime.

## I. 1. Section « Données »:

Cette section se présente comme suit:

**Données:**

Réinitialisation

1- Veuillez entrer les informations suivantes:

Nombre de notation lignes: 21  
 Nombre de notation colonnes : 23  
 Année initiale: 2000  
 Profondeur: 2

OK

2- Référez-vous à la feuille "Matrices" pour insérer l'historique de matrice de transition dans la case dédiée.

3- Traitement des matrices de transition:

ligne défaut manquante:   
 Existence de la colonne NR:

Traitement

Figure 26 Section "Données"

La saisie de données s'effectue selon les étapes suivantes :

### a. Etape de réinitialisation :

Un bouton de réinitialisation a été mis en place afin de permettre à l'utilisateur de préparer l'outil à recevoir un nouveau historique de matrice de transition et ce en un seul clic. En effet ce bouton permet de supprimer toute feuille non nécessaire pour une nouvelle opération de calcul de PD Lifetime.

**Données:**

Réinitialisation

1- Veuillez entrer les informations suivantes:

Nombre de notation lignes: 21  
 Nombre de notation colonnes : 23  
 Année initiale: 2000  
 Profondeur: 2

OK

2- Référez-vous à la feuille "Matrices" pour insérer l'historique de matrice de transition dans la case dédiée.

3- Traitement des matrices de transition:

ligne défaut manquante:   
 Existence de la colonne NR:

Traitement

Figure 27 Bouton de réinitialisation

### b. Saisie des caractéristiques des matrices de transitions et insertion des matrices de transition:

La deuxième étape suivant la réinitialisation est celle de saisir les différentes caractéristiques des matrices de transitions ainsi que celles de l'historique dans le champs dédié à cela (indiqué en rouge):

Données:

Réinitialisation

1- Veuillez entrer les informations suivantes:

Nombre de notation lignes:	21
Nombre de notation colonnes :	23
Année initiale:	2000
Profondeur:	2

OK

2- Référez-vous à la feuille "Matrices" pour insérer l'historique de matrice de transition dans la case dédiée.

3- Traitement des matrices de transition:

ligne défaut manquante:

Existence de la colonne NR:

Traitement

Figure 28 Champs dédié aux caractéristiques de l'historique de données (rouge) et bouton « OK » (Bleu).

Où la case:

- « Nombre de notation lignes »: Indique le nombre de notations par ligne des matrices de transition;
- « Nombre de notation colonnes »: Indique le nombre de notation par colonnes des matrices de transition
- « Année initiale »: Indique l'année de départ de l'historique;
- « Profondeur »: Indique la profondeur de l'historique que l'utilisateur souhaite faire entrer.

L'utilisateur n'aura plus qu'à sélectionner le bouton « OK » (Indiqué en bleu) pour voir apparaître une feuille nommée « Matrices » Lui indiquant où exactement insérer son historique de données :

Figure 29 Feuille "Matrices" pour insertion de l'historique de matrices de transition

### c. Traitement des matrices de transition:

Après avoir saisi les différentes matrices de transition dans leurs cases dédiées, l'utilisateur pourra choisir de retraiter les matrices de transition, si ces dernières :

- Manquent de la ligne de défaut : et dans ce cas l'utilisateur cochera la case « Ligne défaut manquante » pour que l'outil crée la ligne du défaut qui sera une note absorbante ;
- Contiennent la colonne 'NR' correspondante aux observations censurées : dans ce cas l'utilisateur cochera la case « Existence de la colonne NR » afin que l'outil puisse répartir par poids de la probabilité de transition vers la classe « NR » sur les différentes notes.

**Données:**

1- Veuillez entrer les informations suivantes:

Nombre de notation lignes:	21
Nombre de notation colonnes :	23
Année initiale:	2000
Profondeur:	2

2- Référez-vous à la feuille "Matrices" pour insérer l'historique de matrice de transition dans la case dédiée.

3- Traitement des matrices de transition:

ligne défaut manquante:

Existence de la colonne NR:

Figure 30 Cases dédiés au traitement des matrices de transition (Rouge) et le bouton "Traitement" (Bleu)

Une fois le choix du traitement souhaité a été coché l'utilisateur pourra cliquer sur le bouton « Traitement » (en bleu). L'outil retraite donc toutes les matrices de l'historique, et crée une feuille, pour chaque matrice de transition, nommée selon l'année de l'historique correspondante.

Chaque feuille contiendra donc une matrice de transition retraitée de l'historique, et tout calcul d'extrapolation de ladite matrice de transition selon l'une des méthodes se trouvera dans la même feuille:

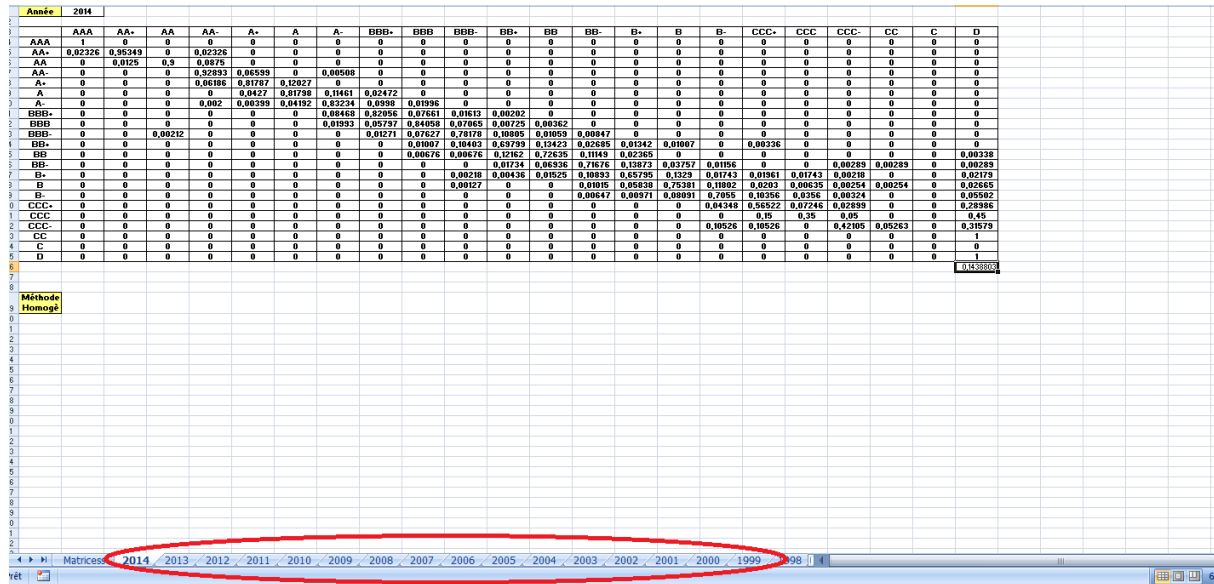


Figure 31 Feuilles créés après traitement des matrices de transition de l'historique saisi

## I. 2. Section « Méthodes de calcul de PD Lifetime » :

Une fois toutes les étapes précitées sont effectuées, l'utilisateur peut passer à la section correspondante au lancement des différentes méthodes d'extrapolation des PD Lifetime. Cette section se présente comme suit :

**Méthodes de calcul de PD Lifetime:**

1- Choisissez l'année de l'historique a partir de laquelle se feront les extrapolations:

2- Entrez l'horizon de projection souhaité:

3- Selectionnez la méthode d'extrapolation souhaitée:

Homogène  Inhomogène  Mixte  Simple-Mixte

Figure 32 Section "Méthodes de calcul de PD Lifetime"

**a. Choix de la matrice à extrapoler et la maturité maximale d'extrapolation :**

L'utilisateur commence par saisir l'année à partir de laquelle il souhaite effectuer ses extrapolations (encadré rouge), ainsi que l'horizon de projection maximal qu'il souhaite atteindre (encadré bleu) :

Méthodes de calcul de PD Lifetime:

1- Choisissez l'année de l'historique a partir de laquelle se feront les extrapolations: 2000

2- Entrez l'horizon de projection souhaité: 8

3- Sélectionnez la méthode d'extrapolation souhaitée:

Homogène  Inhomogène  Mixte  Simple-Mixte

Lancer

Toutes les méthodes

Figure 33 Champs de saisie de l'année de base de l'extrapolation et maturité maximale

**b. Lancement des méthodes d'extrapolation:**

L'utilisateur peut enfin procéder aux choix des méthodes d'extrapolation parmi les méthodes suivantes (encadré vert):

- Méthode Homogène ;
- Méthodes Inhomogène ;
- Méthodes Mixte ;
- Méthode Simple-Mixte.

Deux choix s'offre à l'utilisateur :

- Lancer les méthodes sélectionnées seulement en sélectionnant le bouton « Lancer » (en bleu) après avoir cocher les méthodes souhaitées ;
- Lancer toutes les méthodes d'un seul coup en cliquant sur le bouton « Toutes les méthodes » (en rouge).



## Conclusion:

Nous avons pu voir dans les chapitres précédents une multitude de méthodes d'extrapolation des matrices de transitions. Cette extrapolation nous permet par la suite d'extraire les probabilités de défaut cumulées et marginales dans les horizons de projection souhaités. L'enjeu majeur est de lier le risque d'occurrence du défaut aux conditions économiques actuelles et futures. Pour parvenir à cette fin, nous nous sommes principalement basé d'une part sur le modèle de Markov continue en essayant d'inclure l'inhomogénéité du temps, représentative des fluctuations du cycle économique, par différentes méthodes. Et d'autre part, en faisant aussi usage du modèle de Markov discret qu'on a couplé avec le modèle de Merton pour pouvoir inclure le facteur de risque systémique dans les matrices projetées. Et conformément aux autres alternatives d'incorporation du Forward-Looking offertes par la norme, nous avons aussi présenté une méthode permettant d'inclure indépendamment les ajustements macroéconomiques aux matrices de transition désirées.

## **Conclusion générale:**

## **ANNEXES :**

### **I. Annexe I : Présentation de l'organisme d'accueil :**

#### **Mazars à l'international**

##### **Présentation**

Mazars est une organisation internationale d'origine française spécialisée dans l'audit, l'expertise comptable, la fiscalité et le conseil aux entreprises. Mazars a considérablement accéléré son développement dans le monde au cours des dernières années, et conforté son positionnement d'acteur international indépendant de premier plan. La présence mondiale de Mazars aujourd'hui est structurée autour de plates-formes géographiques: l'Europe, l'Asie Pacifique, l'Afrique, le Moyen-Orient, l'Amérique Latine, les Caraïbes et l'Amérique du nord. Au 1er janvier 2018, Mazars et ses correspondants sont présents dans 102 pays et territoires, dont 86 font partie du partnership international intégré de Mazars, et 16 sont des correspondants et des bureaux de représentation. Le Groupe dispose d'une couverture supplémentaire dans 21 autres pays, par le biais de l'alliance internationale Praxity.

Mazars fédère aujourd'hui les expertises de 20 000 femmes et hommes, basés dans 300 bureaux à travers le monde. Menés par 980 associés, ils servent leurs clients de toutes tailles, des PME aux grands groupes internationaux, et des start-ups aux ETI et aux organismes publics, à toutes les étapes de leur développement.

Une particularité saillante de ce groupe tient à son origine française dans un marché de l'audit largement dominé par les cabinets anglo-saxon tel que Deloitte, Ernest & young, KPMG et PricewaterhouseCoopers. Mazars occupe en Europe la cinquième place derrière ces derniers, communément appelés les Fat Four.



Figure 36 Distribution géographique de MAZARS dans le monde

Fort de sa dimension internationale, Mazars s'affirme comme une alternative crédible capable de proposer des solutions fluides et sur mesure aux grandes sociétés, quelle que soit leur origine.

De plus, tous les collaborateurs de Mazars sont unis par une exigence identiques de qualité et une détermination commune à aller au-delà des normes techniques et éthiques en vigueur.

Il est à noter que Mazars a une forte présence au niveau des instances européennes et internationales relatives à ses métiers notamment l'IAS (International Accounting Standards Board), l'IFRIC (International Financial Reporting Committee), etc.

## Les instances de gouvernance :

La direction de Mazars est assurée par son conseil de gérance sous la supervision du conseil de surveillance, les présidents et membres de ses deux instances sont élus par les associés lors des assemblées générales.

Ces instances de gouvernance aux rôles et aux missions clairement définis leurs permettent d'anticiper et de répondre aux défis majeurs, qu'il s'agisse des perspectives de développement et de l'organisation opérationnelle ou de l'émergence de futurs leaders et de l'accroissement de la confiance de leurs parties prenantes.

## Les règles du partnership intégré :

Le principal objectif du partnership international intégré de Mazars est de garantir un service de qualité constante à nos clients, tout particulièrement à nos clients internationaux qui souhaitent des services parfaitement coordonnés, reflétant leur propre structure de groupe. Ce partnership est fondé sur un modèle démocratique qui permet à chaque associé de prendre part dans la décision des principales stratégies de développement du groupe. Les associés membres partagent, au-delà de leurs différences culturelles, les mêmes valeurs et la

même conception du métier et de ses standards d'excellence. Mazars publie annuellement ses comptes consolidés, audités et en normes IFRS dans son rapport annuel.

### Dates clés :

Année	Evénement
1940	Robert Mazars crée son cabinet d'expertise comptable, près de Rouen
1965	Création, le 1er janvier, de la SARL Cabinet Robert Mazars
1973	Les équipes d'audit du cabinet s'installent à Paris
1975	Mazars ouvre ses premiers bureaux hors de France, en Allemagne et en Espagne.
1983	Robert Mazars décide de se retirer. Patrick de Cambourg devient Président de Mazars
1995	Mazars fusionne avec Guérard Viala. La fusion marque la création du partnership international CARL, dans lequel tous les associés, qu'ils viennent de l'une ou l'autre des deux entités, sont associés à parts égales dans le développement de l'organisation.
1998	Mazars intègre Neville Russell, l'un des principaux cabinets indépendants du Royaume-Uni
1999	Mazars & Guérard choisit d'opérer sous le nom de marque "Mazars"
2000	Mazars fusionne avec Paardekooper Hoffman aux Pays-Bas. Avec des bureaux dans la plupart des pays européens, Mazars devient une organisation véritablement internationale. Hors d'Europe, Mazars est déjà présent en Amérique Latine - au Brésil-, en Chine et dans plusieurs pays d'Afrique. L'organisation peut également servir ses clients dans de nombreux autres pays et territoires, via des accords de correspondance.
2003-2007	Mazars accélère son développement international, avec de nouveaux bureaux en Europe de l'Est - Russie inclue -, en Chine, en Inde et dans la zone Asie-Pacifique, ainsi qu'Amérique latine - au Mexique, au Brésil, en Argentine, au Venezuela, au Chili,...-, en Afrique australe et au Moyen-Orient.
2007	Mazars est membre fondateur de l'Alliance Praxity qui regroupe plus de 100 firmes indépendantes dans 75 pays et territoires
2011	Philippe Castagnac devient CEO du Groupe.
2015	Mazars fusionne avec Roever Broenner Susat (RBS) et célèbre le 20ème anniversaire de son Partnership international intégré
2016	Le cabinet chinois ZhongShen ZhongHuan rejoint le partnership intégré de Mazars. Hervé Hélias devient CEO du Groupe.
2018	Mazars et ses correspondants opèrent dans 102 pays. 86 de ces pays sont membres du partnership intégré de Mazars et 16 sont des correspondants.

Tableau 24 Dates clés marquants l'histoire de MAZARS à l'international

## Dix années de croissance continue et robuste :

Mazars a connu une forte croissance durant ces dix dernières années tant au niveau du chiffre d'affaires, que de l'étendue de ses bureaux de part le monde et par conséquent le nombre de ses professionnels. Les chiffres suivants sont relatifs au partnership international de Mazars.

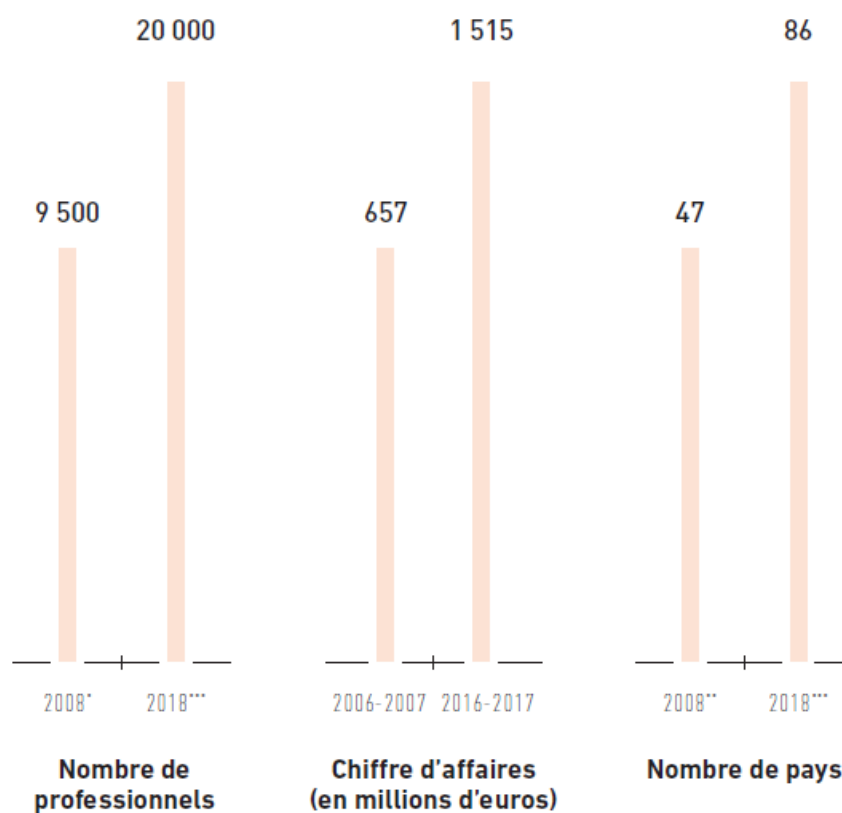


Figure 37 Schéma représentatif des dix dernières années de croissance MAZARS

## **Mazars au Maroc**

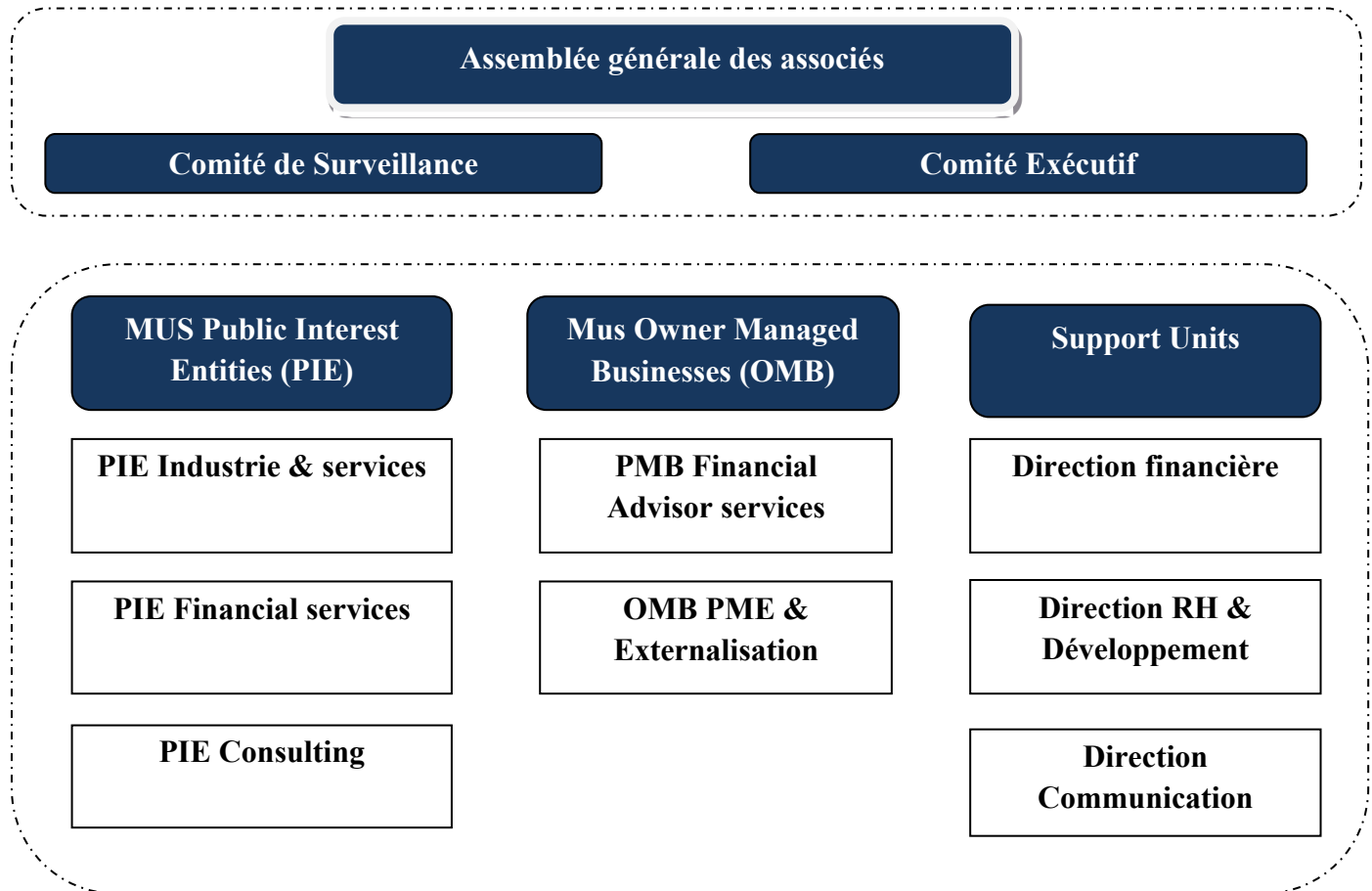
### **Présentation**

Le cabinet « Mazars Audit et Conseil », membre intégré du partnership Mazars, fait partie des cinq plus importants cabinets d'audit et de conseil du Royaume. Fort d'une expérience de plus de trente-cinq ans, et porté par une équipe de plus d'une centaine de professionnels, le cabinet poursuit son ambition de rester l'un des acteurs les plus en vue pour accompagner le secteur public dans ses stratégies de modernisation et le secteur privé dans ses projets de développement au Maroc et dans la région de l'Afrique du nord et de l'Afrique subsaharienne. Le cabinet compte actuellement :

- 7 associés ;
- Plus de 140 auditeurs et consultants ;
- Une plateforme informatique centralisée et plus de 150 ordinateurs nomades et en réseau.

## Organisation :

Le cabinet est géré par un comité exécutif sous la supervision d'un comité de surveillance, il est composé de Management Units métiers et de trois directions de support :



## Domaines d'expertise :

Le cabinet MAZARS intervient dans les métiers de l'audit financier, l'expertise comptable, l'actuariat, la fiscalité et le conseil aux entreprises, et ce, dans tous les secteurs d'activités, notamment en immobilier et BTP, services financiers et industrie et services.

### Focus sur l'offre actuariat de MAZARS :

Les équipes "Actuariat" de Mazars regroupent quatre natures de compétences :

- Ingénierie financière,
- Actuariat d'assurance,
- Engagements sociaux,
- Statistiques et modélisation.

Ces équipes collaborent étroitement avec les autres équipes de l'organisation Mazars disposant de compétences "métier" connexes (audit financier, doctrine, contrôle interne, audit informatique...) ou d'une expertise sectorielle spécifique (banque, assurance...), pour constituer des équipes pluridisciplinaires traitant les besoins des clients portant notamment sur :

#### Actuariat finance / Assurance :

- Elaboration des démarches de gestion actif/passif et d'allocation stratégique d'actifs,
- Pilotage et mise en œuvre des évolutions comptables (normes IFRS) et réglementaires (Solvency2, Bâle 2, Bâle 3) : diagnostic, études quantitatives d'impacts, modèles internes, reportings, déploiement,
- Fonction financière : revue critique de méthodologies et modèles appliqués,
- Formation sur les problématiques financières (Solvabilité 2, Quantitative Impact Study – QIS, ORSA, Bâle 3, modélisation, évaluation des produits financiers complexes, stress tests et back tests...),
- Valorisation de sociétés, due diligence, accompagnement post-fusion,
- Pricing d'instruments financiers complexes.

#### Actuariat / Pensions et avantages au personnel

- Assistance à la mise en place des Normes IAS 19 (passifs sociaux), IFRS 2 (rémunération en instruments de capitaux propres),
- Réalisation de bilans actuariels,
- Accompagnement pour l'externalisation des caisses internes de retraite.

## II. Annexe II : Algorithme d'optimisation de NEALDER MEAD :

La méthode de Nelder-Mead est un algorithme d'optimisation non-linéaire. Elle est publiée par Nelder et Mead en 1965. C'est une méthode numérique qui minimise une fonction dans un espace à plusieurs dimensions.

Cette méthode utilise le concept de simplexe qui est un polytope de N+1 sommets dans un espace à N dimensions.

Soit N la dimension de l'espace où la fonction prend ses valeurs. On démarre avec un simplexe de cet espace. La première étape consiste à enlever le point du simplexe où la fonction est maximale et à le remplacer par la réflexion de ce point par rapport au centre de gravité des N points restants. Si ce point est meilleur, on étire le simplexe dans cette direction. Sinon, on est dans une vallée, et on réduit le simplexe par une similitude centrée sur le point du simplexe où la fonction est minimale.

Soit alors un problème de minimisation du type :

$$\min_x f(x) \text{ avec } x \in \mathbb{R}^n$$

Les étapes d'optimisation en utilisant cet algorithme se présentent comme suit :

- Choix de N+1 points de l'espace à N dimensions des inconnues, formant un simplexe :  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{N+1}\}$ ,
- Calcul des valeurs de la fonction f en ces points, réindexation des points de façon à avoir :  $f(x_1) \leq f(x_2) \leq f(x_3), \leq \dots \leq f(x_{N+1})$
- Calcul de  $x_0$ , centre de gravité de tous les points sauf  $x_{N+1}$
- Calcul de  $x_r = x_0 + (x_0 - x_{N+1})$  (réflexion de  $x_{N+1}$  par rapport à  $x_0$ )
- Si  $f(x_r) \leq f(x_l)$ , calcul de  $x_e = x_0 + 2 * (x_0 - x_{N+1})$  (étirement du simplexe). Si  $f(x_e) \leq f(x_r)$ , on remplace  $x_{N+1}$  par  $x_e$ , sinon on remplace  $x_{N+1}$  par  $x_r$ . Retour à l'étape 2.
- Si  $f(x_n) \leq f(x_r)$ , calcul de  $x_c = x_{N+1} + 1/2 * (x_0 - x_{N+1})$  (contraction du simplexe). Si  $f(x_c) \leq f(x_n)$ , on remplace  $x_{N+1}$  par  $x_c$ , et retour à l'étape 2 de l'algorithme.

### III. Annexe III : Résultats d'extrapolation des PDs Lifetime :

Les différents graphes relatifs aux résultats d'extrapolation des probabilités de défauts selon différentes méthodes et pour les maturités deux, quatre et sept ans, se présentent comme suit :

➤ L'an 2006 :

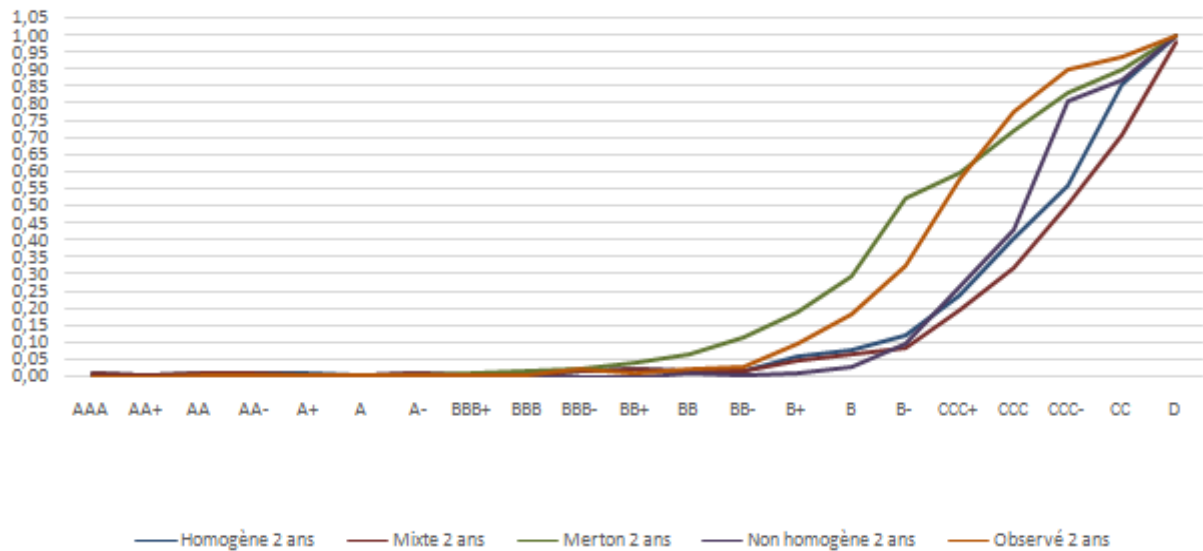


Figure 38 Graphique des PDs cumulées 2006 (2 ans) selon différentes méthodes.

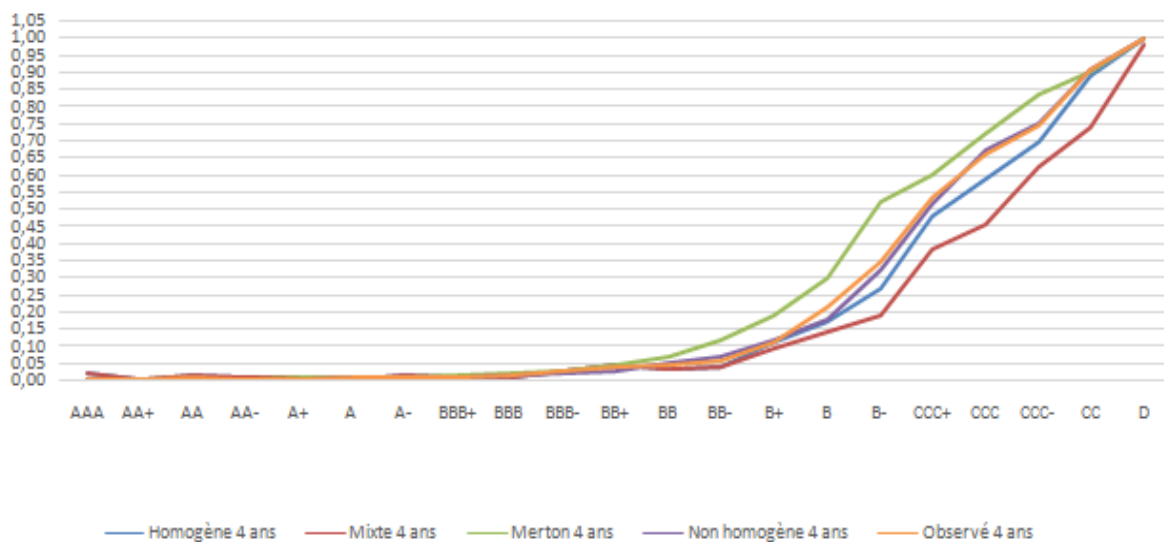


Figure 39 Graphique des PDs cumulées 2006 (4 ans) selon différentes méthodes.

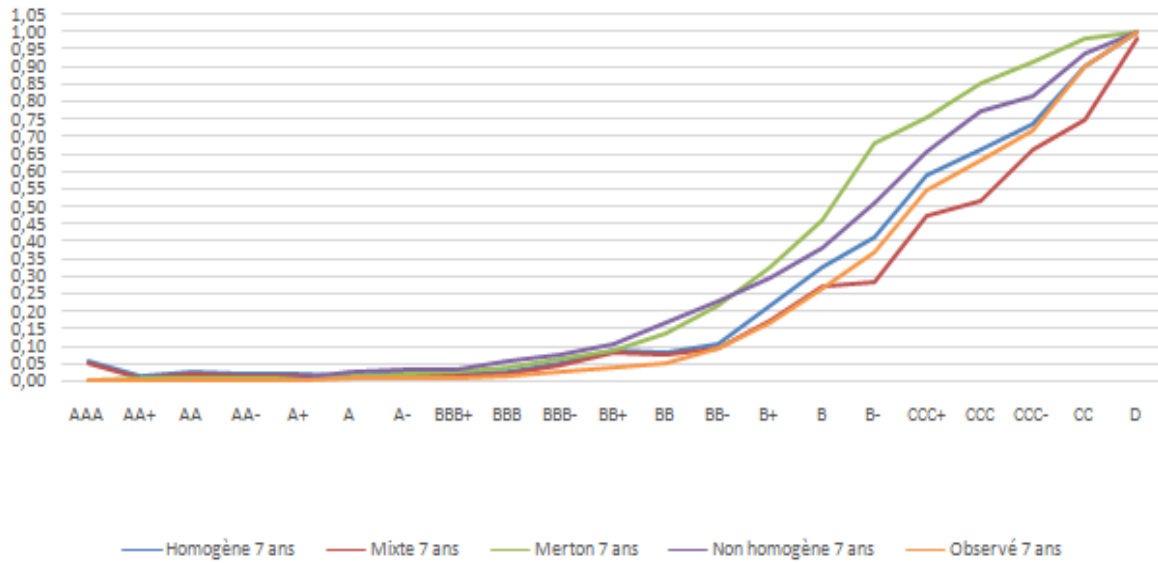


Figure 40 Graphique des PDs cumulées 2006 (7 ans) selon différentes méthodes.

➤ L'an 1990 :

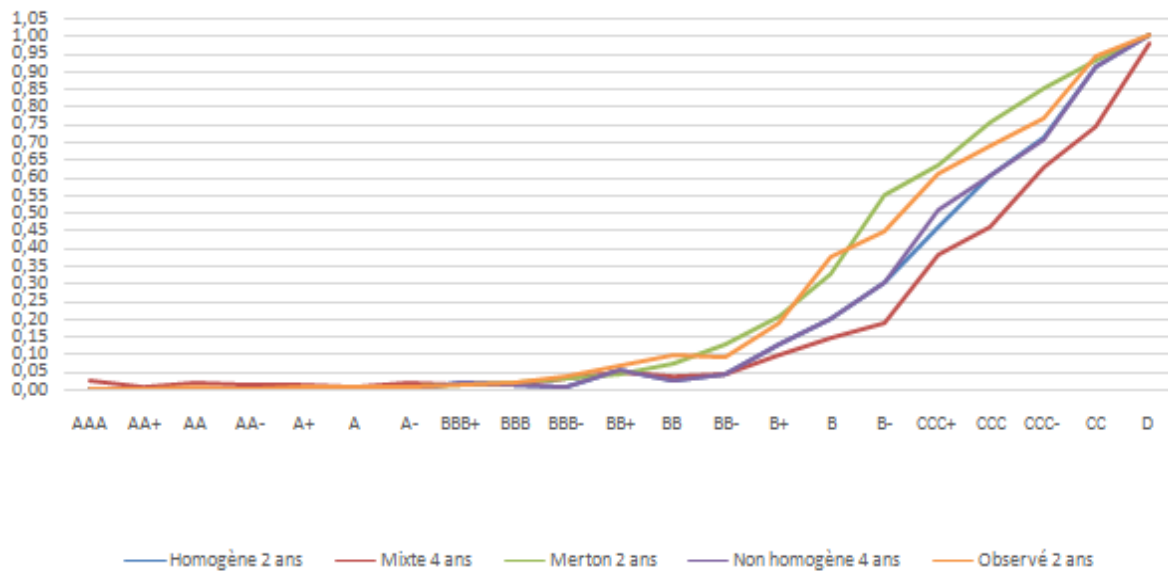


Figure 41 Graphique des PDs cumulées 1990 (2 ans) selon différentes méthodes.

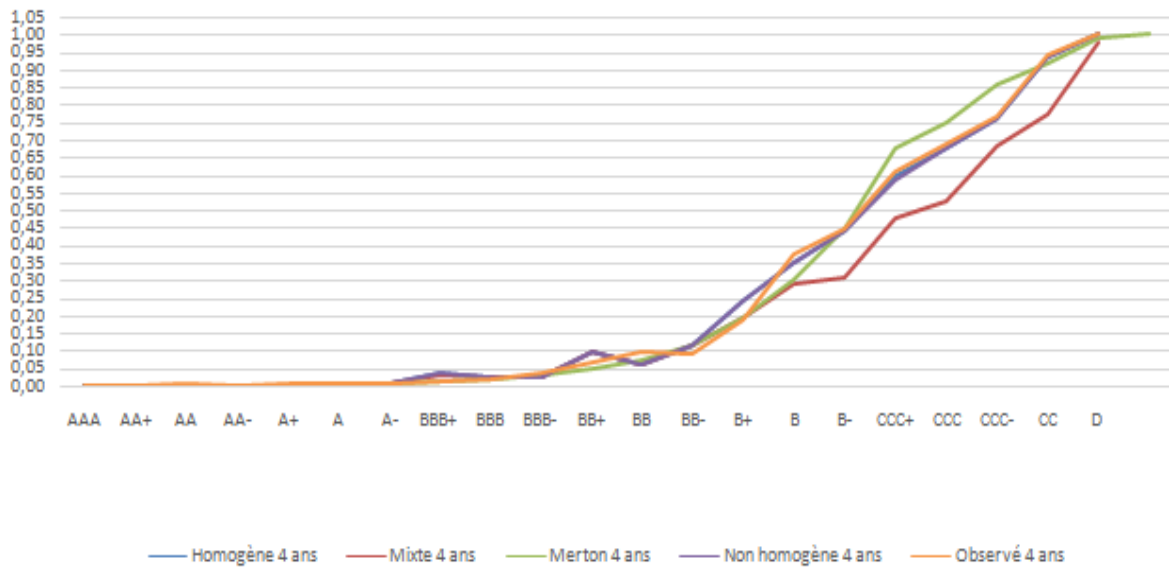


Figure 42 Graphique des PDs cumulées 1990 (4 ans) selon différentes méthodes.

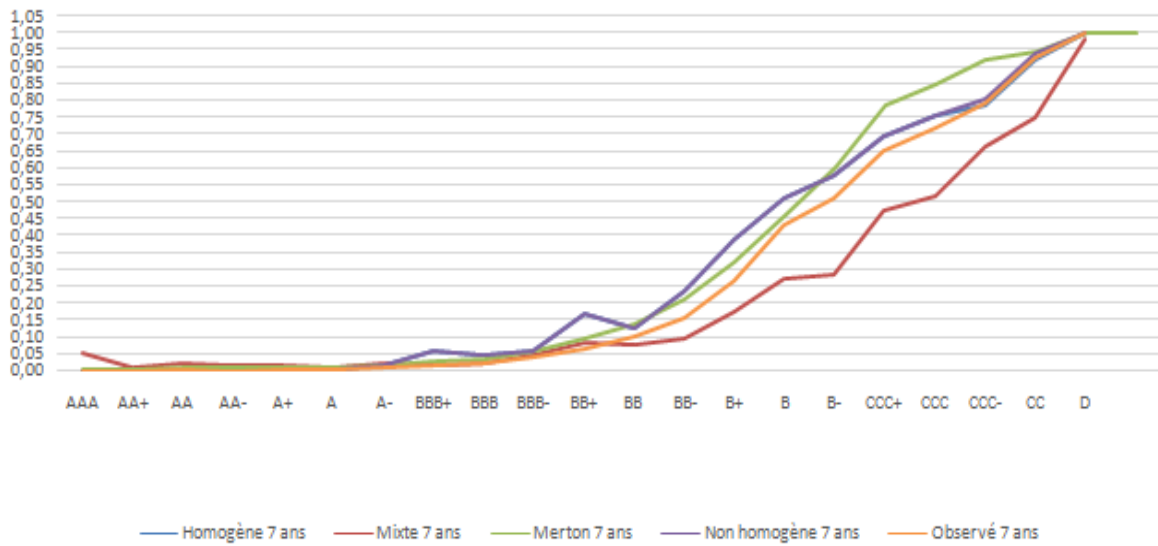


Figure 43 Graphique des PDs cumulées 1990 (7 ans) selon différentes méthodes.