



المندوبية السامية للتخطيط
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC
..*.*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
..*.*.*.*.*.*
INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



INSEA

Projet de Fin d'Etudes

Optimisation du plan de réassurance d'Axa Assurance Maroc

Préparé par : *M. Achraf LA ZRAK*
M. Ali ELABD

Sous la direction de : *M. Fouad MARRI (INSEA)*
M. Mohamed BOUMASSAOUD (Axa Assurance Maroc)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : ACTUARIAT FINANCE

Devant le jury composé de :

- *M. Fouad MARRI (INSEA)*
- *M. Yassine EL QALLI (INSEA)*
- *M. Mohamed BOUMASSAOUD (Axa Assurance Maroc)*

Résumé

Ce projet de fin d'études a pour objectif l'optimisation d'un plan de réassurance d'Axa Assurance Maroc pour les branches non vie, notamment la Responsabilité civile et l'Incendie.

L'approche de l'optimisation adoptée dans ce rapport est basée essentiellement sur le résultat, en réponse aux besoins de la compagnie et au contexte réglementaire. Cette approche a été mise en place à travers une méthodologie qui consiste dans un premier temps à la présentation du soubassement théorique et la pratique de la réassurance, avant d'entamer la construction des profils de risque/sinistre et la modélisation de la charge brute de réassurance à l'aide de la théorie des valeurs extrême. Ce travail est conclu par l'évaluation statistique des traités actuels, la proposition d'une stratégie de réassurance et l'étude de la sensibilité de ces optimums par rapport au choc de sinistralité et d'autres paramètres.

Dans ce travail nous avons utilisé la simulation de Monte Carlo comme méthode de calcul des distributions agrégées de la sinistralité et du résultat et l'approche Moyenne-Variance (et VaR) pour l'optimisation.

Le travail a conclu sur la sous optimalité des traités actuels de la branche RC et de l'incendie en proposant une stratégie de réassurance pour ces deux branches.

Mots clés :

- Optimisation.
- Excédent de sinistre
- Simulation.
- Pareto généralisé

- A mes parents,
- A mes sœurs et frères,
- A mes anges adorés Lina, Fadi, Jad et Adam
- Et A toute ma famille,

Achraf

À mes chères parents

Aucune dédicace ne pourrait exprimer mon respect ; mon amour et mon attachement à vous et ma considération pour es sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être. Puisse ce travail être le fruit de votre dévouement et de vos sacrifices et un témoignage de ma gratitude. Que Dieu me permette de vous rendre une partie, aussi infime soit-elle, de tout ce que je vous dois. J'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours. Que Dieu vous garde et vous préserve à nous.

Mes chères chers frères (Yassine, Sidou)

Je vous remercie énormément pour votre encouragement et confiance en moi, Je vous souhaite tout le bonheur du monde et plein de réussite dans votre vie.

À toute la famille ELABD et BOUBEKRI

Merci de m'avoir soutenu, encouragé et aidé à avancer pour devenir ce que je suis aujourd'hui.

À tous mes amis

(BEKKAL Yassine, EL YADARI Manal, ZEROUAL Imane, Hala El Affaki, QADDAR Othman, RABIA Mohamed ...

Je vous remercie pour les moments agréables que j'ai passés avec vous, et pour votre encouragements et soutien moral

Et à tous mes collègues de l'Ecole Hassania des Travaux Publics

Je dédie ce modeste travail que j'espère être à la hauteur de vos attentes

Remerciements

Nous tenons, en premier lieu, à remercier Monsieur Mohamed BOUMASSAOUD, directeur Risk Management d'AXA Assurance Maroc, pour nous avoir accueillis au sein de son service, ainsi que pour nous avoir accordé temps, savoir, conseils et encouragements durant tout notre stage.

Nos grands remerciements sont aussi à M. Fouad MARRI, notre professeur et encadrant interne à l'INSEA, pour ses judicieuses directives ayant poussé ce travail à la réussite.

Un grand merci à M. Ahmed EL BARBORI, pour ses conseils et soutien durant notre stage.

Nous souhaitons également remercier toute l'équipe Risk Management d'AXA Assurance Maroc : M. Marouane ABOULOUEFAE, Mme Ghoufrane BENHAMOU, M. Hamza OUEZZANI CHAHDI, Mme Leila CHIKHANI et Mme Jihane EL JAI, pour leur précieuse collaboration et l'accueil chaleureux qu'ils nous ont offert durant notre stage au sein de la compagnie.

Nous remercions également M. Yassine EL QUALLI pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de siéger parmi les membres du jury.

Enfin, que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail trouvent ici l'expression de notre reconnaissance et de nos remerciements.

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	3
REMERCIEMENTS.....	6
INTRODUCTION	15
ORGANISME	17
I. Aperçu général	17
II. Historique de la compagnie.....	17
III. Fiche Technique de la compagnie	18
CHAPITRE 1 : GENERALITES SUR LA REASSURANCE	19
I. REASSURANCE : DEFINITION ET UTILITES.....	19
II. TYPES ET FORMES DE LA REASSURANCE.....	21
II.1 Catégories juridiques (les formes de la réassurance)	21
II.1.1 La Réassurance facultative	21
II.1.2 La Réassurance obligatoire.....	21
II.1.3 La réassurance semi obligatoire	22
1) La réassurance obligatoire facultative (Auto-Fac).....	22
2) La réassurance facultative obligatoire	22
II.2 Catégorie technique de la réassurance (les types de réassurance)	22
II.2.1 La Réassurance proportionnelle.....	22
1) Traité Quote-part.....	22
2) Traité en excédent de plein (XP)	23
3) Spécificités des traités non proportionnels	24
✓ La commission de réassurance.....	24
✓ La participation bénéficiaire	24
II.2.2 La Réassurance non proportionnelle	25
1) Excédent de sinistre (XS)	25
2) Stop-loss.....	26
3) Clauses de la réassurance non proportionnelle.....	26
II.3 Formes alternatives de la réassurance.....	28
III. SOLVABILITE 2 ET REASSURANCE	28
III.1 Solvabilité 2	28
III.2 Les objectifs de solvabilité 2.....	28

III.3	L'impact de la réassurance	29
III.3.1	Impact sur le SCR	30
IV.	METHODES DE TARIFICATION EN REASSURANCE.....	30
IV.1	L'Approche par la fréquence et la sévérité	30
IV.2	Méthode par expérience	31
IV.3	Méthode par exposition	31
V.	POLITIQUE DE REASSURANCE AXA ASSURANCE MAROC.....	31
V.1	Cadre général de la Politique de réassurance	31
V.1.1	Instances de gouvernance.....	33
V.2	Définition et mise en place de la politique de réassurance.	33
V.2.1	Définition de la politique de réassurance	33
V.2.2	Application et suivit de la politique de réassurance	34
1)	Lien avec la politique de souscription	34
V.3	La politique de la réassurance facultative.....	34
V.3.1	Processus de placement en réassurance facultatives.....	35
V.4	Optimisation des structures	35
V.5	Sécurisation du placement et gestion du risque de contrepartie.....	35
V.6	Contrôle du respect de la politique de réassurance.....	35
V.7	Placement des traités de réassurance	36
V.8	Mise en œuvre de la stratégie de réassurance : rôle d'AXA Global P&C	36
	CHAPITRE 2 : PRESENTATION DU PLAN DE REASSURANCE.....	37
I.	PRESENTATION DES TRAITES	37
I.1	Automobile, Accident de travail, Responsabilité civile	37
I.2	Incendie et Dommage aux biens	38
II.	L'EVOLUTION DES TRAITES	38
II.1	Automobile, Accident de travail, Responsabilité civile	38
II.1.1	Evolution de la rétention et de l'engagement.....	39
II.1.2	Evolution du taux de prime	39
II.1.3	Evolution de la part des réassureurs	40
II.2	Incendie et autres dommages aux biens.....	40
II.2.1	Evolution de la rétention et de l'engagement.....	41
II.2.2	Evolution du taux de prime	42
II.2.3	Evolution de la part des réassureurs	42

CHAPITRE 3 : PROFILS DE RISQUE ET DE SINISTRE	43
I. PRESENTATION DE LA BASE DES DONNEES.....	43
I.1 Préparation de la base de production.....	44
II. PROFILS DE RISQUES ET DE SINISTRE : RC.....	46
II.1 Profil de risque	46
II.2 Profile Sinistre	47
II.1.1 Profil de sinistre 2016.....	47
II.1.2 Profil de sinistre depuis 2000.....	47
III. PROFILS DE RISQUE ET DE SINISTRE POUR L'INCENDIE.....	48
III.1 Profil de risque	48
III.2 Profile Sinistre	48
CHAPITRE 4 : MODELISATION DE LA SINISTRALITE.....	50
I. TRAITEMENT DES DONNEES	50
I.1 Statistique As-If	50
I.2 Segmentation des sinistres.....	51
II. MODELISATION DE LA SINISTRALITE GRAVE	52
II.1 Modélisation de la sévérité.....	52
II.1.1 Théorie des valeurs extrêmes et Distribution conditionnelle des excès.....	52
1) Théorie des valeurs extrêmes	52
2) Détection de la queue de distribution	53
3) Distribution conditionnelle des excès	55
II.1.2 Détermination du seuil de modélisation.....	56
II.1.3 Test d'adéquation.....	57
1) Test d'Anderson-Darling	57
2) Test de Kolmogorov-Smirnov	58
II.1.4 Résultat	58
1) Détection de la queue	58
2) Détermination du seuil de modélisation :.....	59
3) Ajustement :	59
4) Qualité d'ajustement :.....	60
II.2 Modélisation de la fréquence	60
III. MODELISATION DE LA SINISTRALITE ATTRITIONNELLE	61
III.1 Approximation de la sinistralité attritionnelle	61
III.1.1 Approximation normale.....	61

III.1.2	Approximation Wilson-Hilferty.....	62
 CHAPITRE 5 : EVALUATION ET OPTIMISATION DU PLAN.....		64
I.	METHODOLOGIE ET CRITERES D’OPTIMISATION.....	64
I.1	Equation du résultat.....	64
I.2	Critères d’optimisation.....	65
II.	SIMULATION	66
II.1	Etapas de la simulation.....	66
II.1.1	Simulation de la sinistralité grave et de la charge cédée.....	66
II.1.2	Simulation de la charge attritionnelle.....	67
II.1.3	Simulation du résultat.....	67
II.2	La procédure PROC HPCDM sous SAS.....	67
II.3	Convergence de la simulation.....	68
III.	EVALUATION.....	68
III.1	RC.....	68
III.1.1	Traité Avec reconstitution illimitée.....	69
III.1.2	Avec Reconstitutions limitées.....	70
III.1.3	Couverture en deux tranches.....	72
III.2	Incendie.....	76
III.2.1	Traité avec reconstitution illimitée.....	76
III.2.2	Traité avec reconstitutions limitées.....	77
III.2.3	Effet par tranches de la réassurance.....	80
IV.	OPTIMISATION.....	82
IV.1	RC.....	82
IV.1.1	Stabilité des traités.....	86
1)	Stabilité des traités par rapport aux chocs.....	86
	Stabilité par rapport au Quote-part.....	87
IV.2	Incendie.....	88
IV.2.1	Stabilités des traités.....	92
 CONCLUSION.....		94
 BIBLIOGRAPHIE.....		96
 ANNEXES.....		97

LISTE DES FIGURES

Figure 1: Alternatives pour la gestion des risques	20
Figure 2: Fonctionnement du Quote-Part 30%	23
Figure 3: Fonctionnement de l'Excédent de plein 20XP60.....	24
Figure 4:Fonctionnement d'un Excédent de sinistre par risque (15 XS 5)	25
Figure 5: Fonctionnement d'un Excédent de sinistre par événement	26
Figure 6:Fonctionnement du Stop loss.....	26
Figure 7 : Organisation et gouvernance de la politique de réassurance.....	32
Figure 8 Instances de gouvernance.....	33
Figure 9: Traité AUTO-AT-RC.....	37
Figure 10: traité Incendie et Dommage aux biens	38
Figure 11 : Evolution de la rétention et de l'engagement annuel du traité XS de les branches AUTO/AT/RC.....	39
Figure 12 : Evolution du taux de prime du traité XS pour les branches AUTO/AT/RC.....	39
Figure : 13 Répartition des réassureurs en 2010 pour le traité XS AUTO/AT/RC	40
Figure 14 : Répartition des réassureurs à partir 2011 pour le traité XS AUTO/AT/RC.....	40
Figure 15 : Evolution des tranches de couverture pour la branche incendie et dommage au bien	41
Figure 16 : Evolution des tranches de l'engagement annuel pour la branche incendie et dommage au bien.....	41
Figure 17 : Evolution du taux de prime du traité XS pour les branches incendie dommage au bien ...	42
Figure 18 : Evolution de la part des réassureurs pour le traité XS des branches incendie et dommage au bien.....	42
Figure 19: Extrait de la base production	44
Figure 20: Extrait de la base sinistre	44
Figure 21: Schéma de décomposition de la base de données	44
Figure 22: Processus de la construction des bases de données.....	45
Figure 23 : Traitement des données – redressement vertical	51
Figure 24 : Traitement des données – redressement horizontal.....	51
Figure 25: segmentation des sinistres.....	52
Figure 26 : QQ-plot (loi exponentielle).....	54
Figure 27: Mean excess plot.....	55
Figure 28: Hill plot	57
Figure 29: QQ-plot et mean excess plot de la branche incendie	58
Figure 30: Hill plot et Mean excess plot de la branche incendie	59
Figure 31: QQ-plot de la qualité d'ajustement.....	60
Figure 32: Convergence de la simulation	68
Figure 33: Distribution de la sinistralité brute et nette (RC).....	69
Figure 34: Effet de la reconstitution sur la distribution brute et nette (RC).....	70
Figure 35: Influence de la reconstitution sur la moyenne de la sinistralité nette (RC).....	71
Figure 36: Influence de la reconstitution sur le'écart type de la sinistralité nette (RC)	72
Figure 37:Sinistralité brute et nette par tranche (RC).....	73
Figure 38: Sinistralité brute Vs nette tranche1 (RC).....	74
Figure 39: Sinistralité brute Vs nette tranche1 et tranche2 (RC)	75
Figure 40: Sinistralité brute Vs nette tranche2 (RC).....	75
Figure 41: Effet de la réassurance (incendie).....	76
Figure 42: Effet de la reconstitution (incendie)	77
Figure 43: Influence de la reconstitution sur la moyenne de la sinistralité nette (incendie)	78

Figure 44: Influence de la reconstitution sur la écart type de la sinistralité nette (RC).....	79
Figure 45: Effet des tranches sur la distribution de la sinistralité.....	80
Figure 46: Sinistralité brute vs nette (incendie)	81
Figure 47: Combinaisons priorité portée	83
Figure 48: Graphique moyenne-écart-type du Résultats (RC)	83
Figure 49: Optimums obtenus par l'optimisation moyenne écart-type(RC).....	84
Figure 50: Graphique moyenne VaR (RC).....	84
Figure 51: Optimisation moyenne-Ecart-Type- VaR (RC)	85
Figure 52: Optimums obtenus par l'optimisation moyenne-Ecart-Type-VaR- (RC)	85
Figure 53: Optimums après choc de la sinistralité (RC)	86
Figure 54: Optimums Avec et Sans Quote-Part.....	87
Figure 55: Sensibilité des optimums sans et avec Quote-Part.....	88
Figure 56: Combinaisons priorité portée (incendie)	89
Figure 57: Courbe d'efficience moyenne écart-type (incendie).....	90
Figure 58: Optimums par l'optimisation moyenne Ecart-type (Incendie)	90
Figure 59: Graphe moyenne VaR (incendie)	91
Figure 60: Optimisation moyenne –Ecart type-VaR (incendie).....	91
Figure 61: Optimums après optimisation moyenne-Ecart-Type-VaR (Incendie)-	92
Figure 62: Optimums après le choc de la sinistralité (Incendie)	93

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1: Profil de risque (RC)	46
Tableau 2: Profil de sinistre 2016 (RC)	47
Tableau 3: Profil de sinistre 2000-2016 (RC)	47
Tableau 4: Profil de risque (Incendie)	48
Tableau 5: Profil de sinistre 2016 (Incendie).....	48
Tableau 6: Estimations des paramètres de la GPD	60
Tableau 7: Ajustement de Poisson	61
Tableau 8: Moyenne Empirique de la sinistralité annuelle attritionnelle.....	62
Tableau 9: Estimation des paramètres : log-norma	63
Tableau 10: Statistiques de la distribution nette-brute (1)	69
Tableau 11: Statistique des distributions sans et avec Reconstitutions	71
Tableau 12 : Moments des distributions brute et nette – effet de la couverture en deux tranches ...	73
Tableau 13 Tableau 14 : moments des distributions brute et nette – effet de la reconstitution (Incendie).....	76
Tableau 15: Statistiques pour les distributions des sinistralités par tranche	80

ABREVIATION

ACAPS : l'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Social

AT : Accident de travail

AUTO : Automobile

DH : Dirhams

QP : Quote-Part

RC : Responsabilité Civil

VaR : valeur à risque

XP : Excédent de plein

XS : Excédent de sinistre

INTRODUCTION

Dans le cadre de leurs activités, les compagnies d'assurance font face à plusieurs risques (souscription, tarification, financier, mortalité...). Qu'elle est amenée à gérer, analyser et à optimiser leurs structures en élaborant des stratégies de couverture. Pour se faire, l'assureur dispose de plusieurs leviers dont l'un est la réassurance qui fera l'objet de ce mémoire.

Dans le contexte actuel, la réassurance représente une alternative incontournable dans le processus de la gestion des risques. Notamment avec le nouveau statut de l'ACAPS (Ex DAPS) et l'adoption d'une nouvelle approche basée sur des « missions plus global de stabilité et d'orthodoxie financière avec une vision macro prudentielle »¹;

Cette approche de solvabilité basée sur les risques devrait attirer l'attention des compagnies d'assurance pour qu'elles concentrent leurs efforts sur les stratégies d'assainissement des risques, dont la réassurance est un pilier fondamental.

Notre étude s'inscrit dans le cadre de cette perspective. Elle consiste à chercher une stratégie de réassurance optimale en adoptant une vision résultat. Pour mener à bien cette étude, nous commencerons tout d'abord par présenter les formes et les types de la réassurance leurs fonctionnements et spécificités, ainsi que l'encadrement organisationnel de la politique de réassurance au sein d'Axa Assurance Maroc et l'impact de solvabilité 2 sur la réassurance.

Le deuxième chapitre sera consacré à la présentation des plans qui feront l'objet de notre étude à savoir le plan AUTO-AT-RC et l'incendie dommages aux biens. Nous présentons aussi leurs évolutions pour un historique de 6 ans.

¹ Selon les dites du président H.Boubrik ;
« Règles prudentielles : Au-delà du risque de souscription », Finance News Hebdo,N.815

Le troisième chapitre portera sur les profils de risque et de sinistre ainsi que le traitement de la base de données.

Le quatrième chapitre est une présentation de l'approche de modélisation adoptée et le prétraitement de la sinistralité ainsi que la segmentation des sinistres entre graves et attritionnels.

Dans le dernier chapitre nous présentons une évaluation statistique du plan de réassurance avant de conclure par une proposition d'une stratégie de réassurance basée sur une méthodologie d'optimisation définie dans le corps de ce travail.

I. Aperçu général

Malgré un environnement économique international fortement perturbé par l'impact de la crise financière, Axa Assurance Maroc a pu garder sa place importante occupée dans le secteur assurantiel et sa contribution dans l'économie marocaine.

En effet, AXA Assurance Maroc est un spécialiste des entreprises. Celles-ci représentent près de 70% du chiffre d'affaire du Groupe AXA Assurance de la compagnie.

AXA Assurance Maroc a pour valeur principale l'Innovation, le Réalisme ainsi que le Professionnalisme.

Elle offre une gamme complète de produits concernant l'ensemble des risques des particuliers et des entreprises répondant à cet effet à l'un de ces objectifs qui se résume à satisfaire ses clients tout en étant proche et professionnelle.

II. Historique de la compagnie

La compagnie a évolué comme suit au fil des années :

- 1996 : Rapprochement international AXA-UAP (Offre Publique d'Echange d'AXA sur l'UAP «UNION DES ASSURANCES DE PARIS», implanté au Maroc avec Assurance Al Amane).
- Assurance Al Amane devient AXA Al Amane.
- 1999 : Création d'AXA-ONA, holding née d'un accord de partenariat entre AXA et ONA, 1^{er} groupe privé marocain exerçant des activités industrielles et financières.
- 2000 : Création d'AXA Assurance Maroc (fusion entre AXA Al Amane, filiale d'AXA, et la Compagnie Africaine d'Assurances).

- 2006 : Le Groupe AXA rachète les 49% détenus par le Groupe ONA
- AXA Assurance Maroc devient filiale à 100% du Groupe AXA.
- 2008 : Nouveau positionnement (passer du territoire de la promesse au territoire de la preuve) traduit par une nouvelle signature de marque : Réinventons / l'assurance et l'épargne
- 2009 : AXA Assurance Maroc apporte les preuves de son engagement.

III. Fiche Technique de la compagnie

Raison sociale	: AXA assurance Maroc
Adresse	: 120/122 avenue Hassan II - Casablanca 20000 - MAROC
Téléphone	: +212 522 88 92 92
Fax	: +212 522 88 91 89
Site Internet	: http://www.axa.ma
Forme juridique	: Société anonyme (S.A)
Effectif	: 532 collaborateurs
Date de création	: 1996



GENERALITES SUR LA REASSURANCE

Dans ce chapitre nous allons introduire le cadre théorique de notre étude et présenter les aspects pratiques du traitement de la réassurance au sein d'une compagnie d'assurance.

Ce chapitre sera structuré suivant le plant ci-après :

Dans un premier temps nous allons définir la réassurance, et son utilité pour une compagnie d'assurance.

La deuxième section traitera les formes juridiques et techniques de la réassurance.

La troisième section sera consacrée à la solvabilité 2 et son impact sur la réassurance, avant de passer en revue sur les différentes méthodes de tarification des traités de réassurance.

La dernière section sera dédiée à la politique de réassurance, sa mise en œuvre et son encadrement organisationnel au sein d'AXA Assurance.

I. REASSURANCE : DEFINITION ET UTILITES

Dans le cadre de leurs fonctionnements, les assurances font face aux risques, transmis par leurs assurés, par la tarification des produits et le calcul des provisions nécessaires pour faire face à leurs engagements futurs. Cependant, dans le cadre de l'élargissement de son activité, l'assurance ne peut faire face à tous les nouveaux risques souscrits. Pour diminuer ces risques l'assureur a un ensemble de possibilités qui diffèrent dans la rigidité et l'horizon de leurs mise en place.

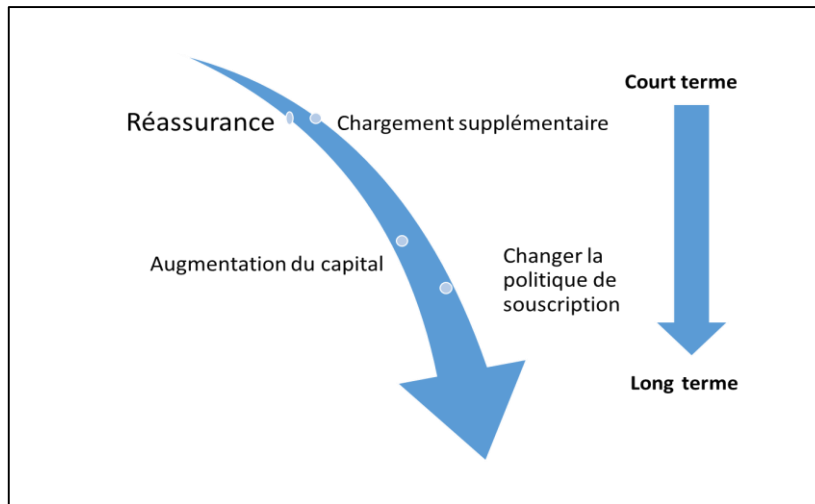


Figure 1: Alternatives pour la gestion des risques

Le chargement supplémentaire peut nuire à la compétitivité de la compagnie. L'augmentation du capital ne sera pas appréciée par les actionnaires, et le changement de la politique de souscription empêchera la compagnie de bien se développer.

Donc la réassurance constitue une alternative flexible avec un horizon de réponse court tout en permettant le développement de la compagnie. Il faut noter qu'en termes de risque de ruine la réassurance a un effet équivalent à une augmentation de capital.

La réassurance est définie comme l'assurance de l'assureur. Elle est basée sur un engagement contractuel volontaire entre l'assureur et le réassureur :

- Elle apporte une protection contre les écarts de la sinistralité et permet à l'assureur de conserver des risques plus homogènes.
- Elle augmente la capacité financière pour souscrire davantage de risque.
- Elle facilite la redistribution et la dispersion des risques importants tout en allégeant la trésorerie de l'assureur dans le cas de sinistre ou d'évènement de grande ampleur.

L'assureur peut aussi bénéficier de l'expertise du réassureur en matière :

- De tarification des risques complexes.
- De définition du besoin en réassurance et élaboration des plans de réassurance efficaces.

La réassurance peut être classifiée par la forme et le type. La forme de la réassurance nous renseigne sur la nature de la relation contractuelle entre la cédante et le réassureur, autrement dit si la cession du risque par la cédante ou l'acceptation par le réassureur est obligatoire ou optionnelle, et si les deux parties sont obligées contractuellement de céder ou d'accepter ou seulement une des parties est obligée de céder ou d'accepter pourtant l'autre partie est libre.

Quelque soit la nature de la relation contractuelle, le type de la réassurance nous renseigne sur la méthode à travers laquelle les risques sont couverts par le réassureur

II. TYPES ET FORMES DE LA REASSURANCE

II.1 Catégories juridiques (les formes de la réassurance)

II.1.1 La Réassurance facultative

L'assureur est libre de céder ou non les risques. Dans ce cas, la réassurance se fait risque par risque. Ainsi le réassureur est libre d'accepter ou non le risque et de demander l'information suffisante sur le risque.

La réassurance facultative est applicable à toutes lignes de produits et touche généralement des branches qui impliquent des capitaux importants. Nous pouvons trouver ce type de couvertures en réassurance proportionnelle mais aussi en réassurance non-proportionnelle.

Elle est utilisée dans de nombreuses branches, dans le cas où :

- *Les capacités automatiques (traités) excluent ce risque ou sont saturées.*
- *Le portefeuille est petit et ne peut pas donner de matière suffisante pour un véritable traité de réassurance.*
- *La taille du risque et/ou sa nature justifient une approche individuelle.*

Mais elle suppose :

- *Une gestion affaire par affaire, avec un dossier parfaitement documenté et une note de caractéristiques aussi détaillée que possible.*
- *Un placement auprès de différents réassureurs, qui est parfois long et difficile. Si à la fin ce placement n'est pas effectué à 100%, l'assureur ne pourra pas réaliser l'affaire.*

II.1.2 La Réassurance obligatoire

Dans le cadre de la réassurance obligatoire l'assureur est obligé de céder et le réassureur lui-aussi obligé d'accepter le risque cédé dans le cadre d'un traité de réassurance déterminant les clauses de la cession. Le traité stipule toujours les types des risques à céder, les montants des cessions et aussi les conditions sous lesquelles la cession est réalisée.

L'avantage de cette forme de réassurance est sa simplicité dans la gestion administrative. En effet la cédante ne délivre pas les détails sur chaque risque individuel (bordereaux).

Les traités supposent une relation de confiance entre les parties vu que le réassureur doit garantir automatiquement la capacité et accepte tous les risques entrants dans les termes du contrat.

II.1.3 La réassurance semi obligatoire

Dans cette forme de réassurance on trouve deux sous-formes :

1) La réassurance obligatoire facultative (Auto-Fac)

Le réassureur s'engage à accepter toutes les affaires que la cédante lui attribue. Mais sous réserve que l'engagement ne dépasse pas un montant maximum fixé au départ. Dès que les cessions facultatives atteignent une certaine fréquence, la cédante s'efforce d'obtenir une couverture réassurance facultative-obligatoire.

2) La réassurance facultative obligatoire

C'est le cas inverse c'est-à-dire le réassureur est libre d'accepter ou non, alors que l'assureur est obligé de céder.

II.2 Catégorie technique de la réassurance (les types de réassurance)

Dans le cadre de la réassurance obligatoire, on distingue entre deux formes des traités de réassurance : la réassurance proportionnelle et la réassurance non proportionnelle.

II.2.1 La Réassurance proportionnelle

Le principe de la réassurance proportionnelle est la détermination d'un taux de cession α qui permet d'identifier la part des primes et des sinistres cédés :

$$\alpha = \frac{\text{Prime cédée}}{\text{Prime totale}} = \frac{\text{Charge cédée}}{\text{Charge totale}}$$

On distingue entre deux types de traité de réassurance en proportionnelle : les traités en Quote-Part et les traités en excédent de plein.

1) Traité Quote-part

C'est un traité dont la cédante cède au réassureur un pourcentage uniforme sur l'ensemble des primes, contrat par contrat, du portefeuille couvert. En contrepartie, les réassureurs prennent en charge le même pourcentage des sinistres.

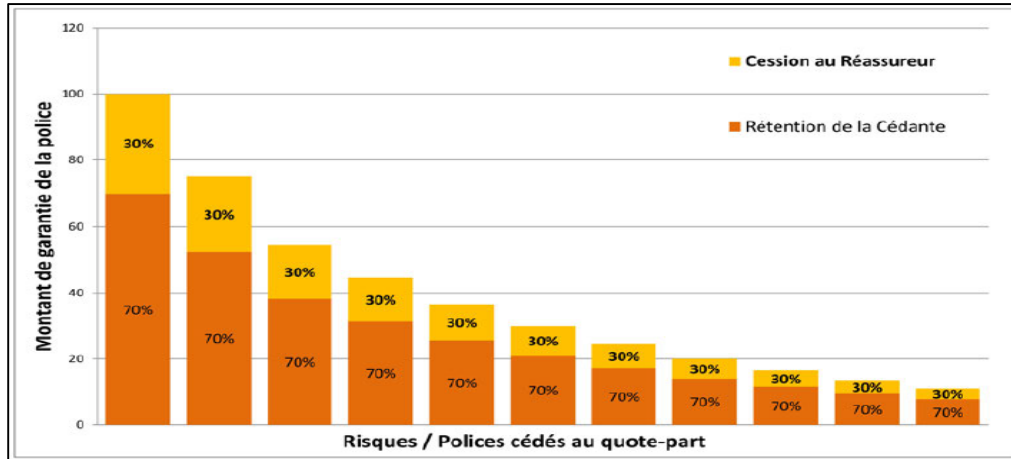


Figure 2: Fonctionnement du Quote-Part 30%

Ce type de traité cause une hémorragie des primes, puisque le réassureur partage la prime avec la cédante. En plus le Quote-part ne permet pas de réduire la volatilité de la sinistralité du portefeuille. Cependant, il est utile pour des compagnies d’assurance jeunes qui n’ont pas d’expérience et pour les nouvelles catégories de risque.

2) Traité en excédent de plein (XP)

Inversement au traité Quote-part, le taux de cession est calculé pour chaque risque/police en fonction du montant de la garantie de la police (capital assuré), le Plein de rétention K et de la capacité du traité C . On note ce traité par $K XP C$. Le plein de rétention correspond à un montant fixe que la cédante conserve à sa charge pour chaque risque. La capacité du traité est le montant à partir duquel la cédante prend en charge la partie du capital supérieure à C . Elle est en général défini en nombre de plein de rétention. Soit CA_i le capital assuré de la police i le taux de cession est calculé comme suit :

$$\alpha_i = \frac{\min(\max(CA_i - K), 0)}{CA_i}$$

Le diagramme suivant explique le fonctionnement de ce traité :

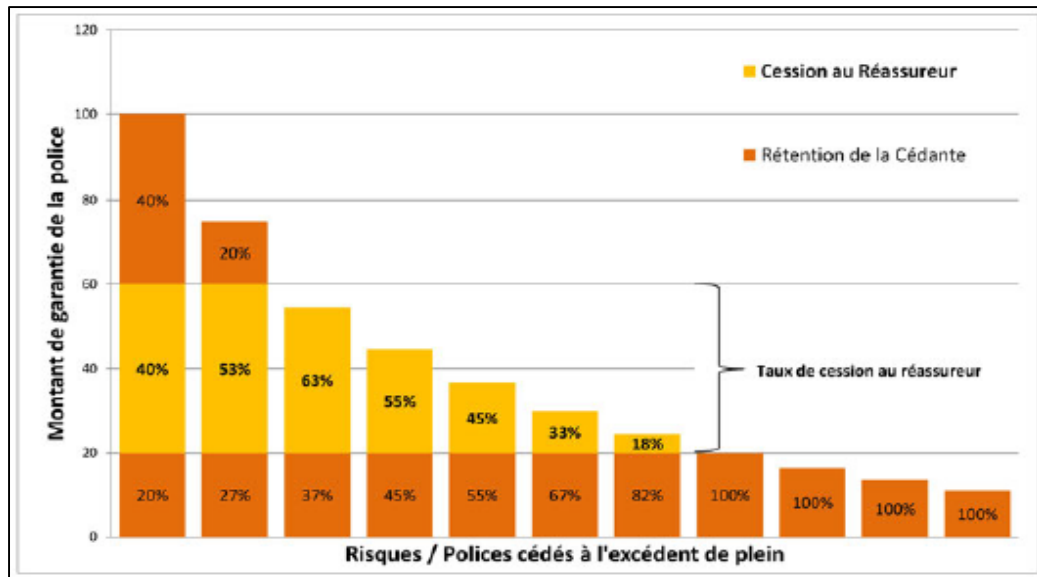


Figure 3: Fonctionnement de l'Excédent de plein 20XP60

Cette forme de réassurance permet une réduction de la volatilité de la charge, mais reste une source de perte de prime en plus de la complexité de la gestion puisqu'on calcule le taux police par police.

3) Spécificités des traités non proportionnels

✓ La commission de réassurance

C'est la participation du réassureur aux frais de l'assureur. Cette commission correspond aux frais réellement engagés par l'assureur.

Cette commission varie en fonction :

- De la branche couverte.
- Du type de traité : plus le traité est déséquilibré, plus la commission de réassurance aura tendance à diminuer.
- Du marché : les frais de gestion changent d'un pays à l'autre, selon le niveau de vie.
- Des résultats du traité : si les résultats sont favorables, la cédante voudra augmenter le taux de commission. A l'inverse, si le traité est en perte, le réassureur cherchera à diminuer cette commission, ce qui donne lieu à de longues négociations.

La commission de réassurance peut être fixe ou à échelle, avec un maximum et un minimum, en fonction de la sinistralité. Dans tous les cas, elle est toujours définie dans le traité de réassurance.

✓ La participation bénéficiaire

Dans les traités en quote-part assortis d'une commission fixe, on prévoit souvent qu'en cas de résultat bénéficiaire, le réassureur devra ristourner à l'assureur une partie de ce bénéfice, diminuée de ses frais généraux. Pour être équitable, cette participation bénéficiaire doit être

assortie d'une clause de report de pertes des années antérieures, parfois limitée à 3 ou 5 ans, mais de préférence jusqu'à extinction.

En principe, on n'ajoute pas de participation bénéficiaire à une commission à échelle, puisqu'elle prend déjà en compte la sinistralité du traité.

II.2.2 La Réassurance non proportionnelle

Pour la réassurance non proportionnelle, le principe d'égalité du rapport prime cédée sur la prime totale acquise au rapport de la charge cédée sur la charge totale n'est plus valide. Dans ce type de traité la cédante s'engage à payer une prime au réassureur. Cette prime est calculée par un taux de prime, déterminé par le traité, qu'on applique aux primes émises du portefeuille réassuré. On distingue entre deux types de traités non proportionnels : l'excédent de sinistre et le Stop-loss.

1) Excédent de sinistre (XS)

Dans un traité XS, le réassureur intervient pour payer la cédante dans le cas où le montant dépasse la franchise appelée priorité et seulement pour le montant de ce dépassement. On définit de ce fait la portée qui est l'engagement maximal du réassureur. Par convention et pour simplifier l'écriture, un XS est noté : *portée XS priorité*. La formule suivante montre comment calculer la charge cédée pour un XS de priorité l et de portée d qu'on note $l XS d$:

$$R_i = \min(\max(X_i - l, 0), d)$$

R_i : La charge cédée du sinistre i

X_i : Le montant du sinistre i

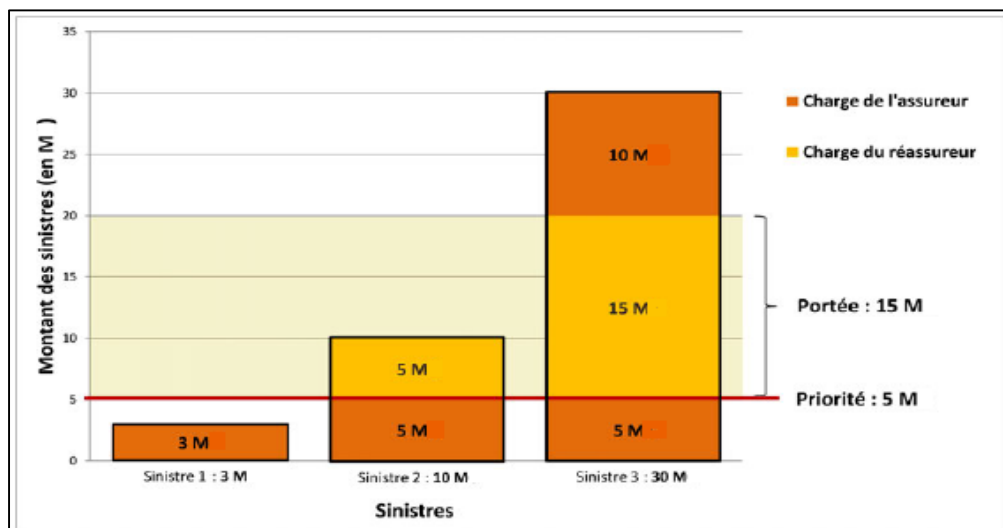


Figure 4:Fonctionnement d'un Excédent de sinistre par risque (15 XS 5)

Il existe deux types du traité XS : XS par risque et XS par événement. Le XS par risque prend en compte la sinistralité contrat par contrat alors que le XS par événement prend en compte la sinistralité globale produite par un seul événement et qui peut affecter plusieurs contrats.

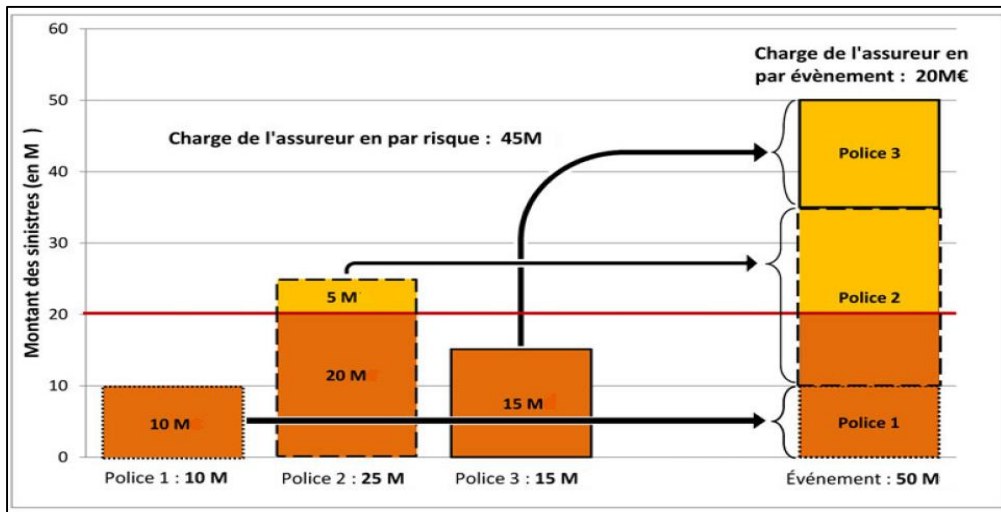


Figure 5: Fonctionnement d'un Excédent de sinistre par événement

En pratique un seul traité en excédent de sinistre est composé de plusieurs parties XS empilées qu'on appelle tranches du traité.

2) Stop-loss

Le traité stop-loss couvre la cédante contre l'augmentation des petits sinistres. Dans ce traité, le réassureur couvre la portion de l'ensemble des sinistres d'un exercice déterminé dépassant un certain pourcentage des primes acquises par la cédante. L'engagement du réassureur est fixé à un deuxième pourcentage des primes acquises de la cédante.

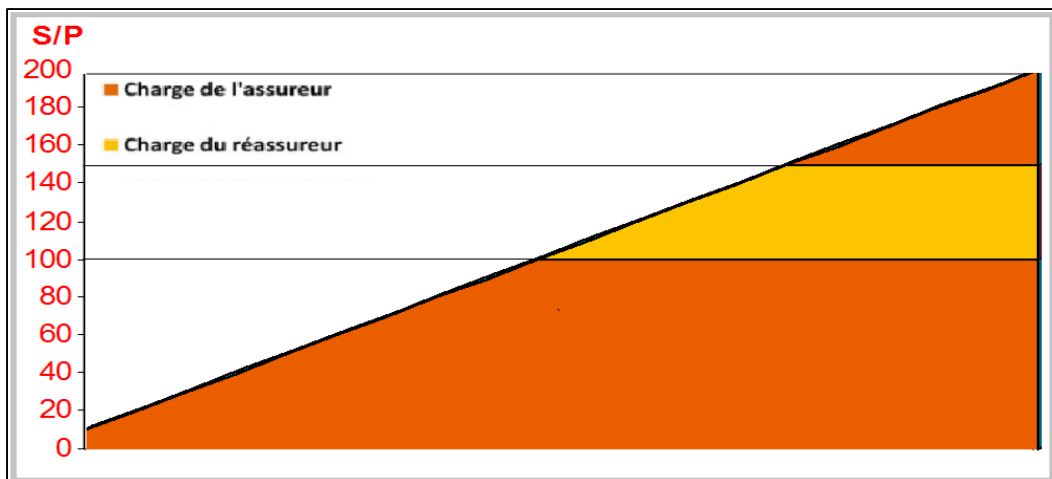


Figure 6: Fonctionnement du Stop loss

3) Clauses de la réassurance non proportionnelle

- **Reconstitution**

Dans un traité non proportionnel, le réassureur met une certaine portée à la disposition de la cédante pour le cas où surviendrait un sinistre. Mais la cédante ne doit pas se trouver à découvert si jamais un second, voire un troisième sinistre survenaient et absorbaient toute la portée. La clause de reconstitution sert donc à reconstituer la couverture après un sinistre, autrement dit, à maintenir pour la cédante le même niveau de protection. La clause de reconstitution de garantie s'applique dès que la portée a été partiellement ou totalement absorbée par un sinistre

Lorsque le réassureur accorde N reconstitutions de garantie, il s'engage à payer au maximum N+1 fois la portée durant la période de référence du traité : la garantie initiale + les reconstitutions. Le nombre de reconstitutions peut être illimité (cas fréquent en RC Auto).

- **Limite annuelle/L'Annual Aggregate Limit (AAL)**

AAL est une clause qui institue une limite annuelle à la charge du réassureur. Cela revient à considérer un traité avec un certain nombre de reconstitutions gratuites. Si on note S la charge annuelle d'un traité XS (à reconstitutions illimitées) alors la charge annuelle du réassureur après AAL sera :

$$\min(AAL, S)$$

Dans le cas d'un XS à n reconstitution la limite annuelle est :

$$AAL = (n + 1) * porté$$

- **Franchise annuelle/Annual Aggregate Deductible (AAD)**

Il arrive que la cédante souhaite augmenter sa rétention annuelle, en fonction de ses possibilités financières. La clause de franchise annuelle a pour but de restreindre l'engagement du réassureur, et donc de diminuer le coût de la réassurance. Elle se comporte comme une franchise annuelle, appliquée à la somme des montants qui seraient normalement dus par le réassureur sans l'application de cette clause : la cédante garde à sa charge le ou les premiers sinistres supérieurs à la priorité de l'XL, jusqu'à ce que leur cumul dépasse le montant de la franchise annuelle.

- **La clause claim bonus.**

Grâce à cette clause, l'assureur peut bénéficier d'une baisse de sa prime si enfin d'année aucun sinistre ne touche la tranche de l'XS.

- **Clause de stabilité.**

Cette clause est particulièrement utile pour le cas des branches à développement long c'est-à-dire les branches où le règlement des sinistres peut être échelonné dans le temps. Dans ce sens, cette clause a pour objectif de garantir un partage égalitaire entre la cédante et le réassureur des coûts supplémentaires engendrés par l'inflation.

II.3 Formes alternatives de la réassurance

Le transfert alternatif du risque diffère de l'approche traditionnelle dans la conception des produits de la réassurance.

L'apparition de ces formes est due à l'insuffisance des capacités sur le marché de la réassurance traditionnelle pour faire face à la couverture des grands risques (mega-risk) et les catastrophe naturelle. Le développement de ces formes alternatives été le résultat de la convergence des services bancaires et assurantiels.

La réassurance alternative diffère du celle traditionnelle dans :

- *La manière avec laquelle le risque est transféré.*
- *Le type du risque transféré (risque financier, les risques pour lesquelles la loi des grands nombre n'est pas applicable)*
- *Le type du preneur du risque (marché financier)*

Les produits de la réassurance alternative peuvent être classifiés en trois catégories :

- *Les produits de la réassurance du marché (Finite reinsurance, Réassurance financière)*
- *Les produits du marché financier (dérivés)*
- *Formes hybrides.*

III. SOLVABILITE 2 ET REASSURANCE

III.1 Solvabilité 2

Solvabilité II est le nouveau cadre de surveillance axé sur les risques (Risk based) pour le secteur de l'assurance qui est entré en vigueur le 1er Janvier 2016. Le cadre se compose de la directive Solvabilité II (2009/138 / CE), ses normes techniques de mise en œuvre et règlement délégué.

Le règlement délégué définit les informations importantes et les exigences, en ce qui concerne l'adoption du bilan, déterminer les fonds propres, les exigences de fonds propres, les exigences opérationnelles internes, des modèles internes, reporting et de supervision de groupe sous Solvabilité II.

III.2 Les objectifs de solvabilité 2

- *Protéger les preneurs d'assurance ;*
- *Assurer la comparabilité, la transparence et la cohérence ;*
- *Fixer une marge de solvabilité mieux adaptée aux risques réellement encourus ;*
- *Eviter une complexité inutile : le test de solvabilité doit servir à repérer les problèmes à un stade suffisamment précoce et non à fournir une garantie infaillible contre la faillite ;*
- *Prendre en compte les évolutions du marché ;*
- *Fixer des principes tout en veillant à ne pas être prescriptif ;*

- *Fonder le système sur des approches comptables communes ;*
- *Eviter que les coûts en fonds propres ne soient inutilement élevés, au risque de menacer la compétitivité globale de l'assurance européenne*

Structure du cadre Solvabilité II repose sur trois piliers interconnectés:

- **Pilier 1** met l'accent sur les risques quantifiables et des dispositions connexes et les exigences de fonds propres.
- **Pilier 2** met l'accent sur la gestion des risques et la gestion opérationnelle des compagnies d'assurance.
- **Pilier 3** met l'accent sur les exigences applicables à la communication de l'information et des rapports de surveillance.

III.3 L'impact de la réassurance²

La mise en place de Solvabilité II est en train de transformer l'organisation et la stratégie de l'ensemble des acteurs de l'assurance. En priorité, si l'attention est portée sur le respect des exigences de capital de solvabilité, les autres volets de la réforme, comme la gouvernance, devront être anticipés pour intégrer la Solvabilité II dans la stratégie globale de l'entreprise. L'impact de Solvabilité II se décline donc dans plusieurs domaines clés de l'entreprise, dont les chantiers doivent avancer en parallèle.

Sous Solvabilité I, l'impact de la réassurance sur la marge disponible était relativement simple :

- *les traités proportionnels étaient pris en compte jusqu'à 50 % de taux de cession en non-vie*
- *les traités non proportionnels n'avaient pas d'impact significatif*
- *la notation des réassureurs, ainsi que leur nombre au sein d'un même pool, n'avaient aucune influence sur le besoin de marge.*

Sous Solvabilité II, l'économie en capital apportée par la réassurance constitue un levier important pour améliorer la rentabilité des assureurs. En effet, si certaines conditions d'éligibilité sont respectées, il est possible pour les organismes assureurs de comptabiliser l'intégralité du transfert du risque vers les réassureurs, avec l'économie correspondante sur leurs besoins en fonds propres.

Il convient aussi de noter que les règles sont sensiblement différentes sous le nouveau régime. La notation et la diversification des réassureurs ont à présent un impact direct sur le besoin en capital des cédantes. Toutes ces évolutions renforcent l'importance du choix d'une stratégie de réassurance complète et optimisée.

²M. Janick JEMINET (2012) : Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail

Pour rappel, Solvabilité I n'attachait pas d'importance à la qualité de la contrepartie. Ainsi, qu'un réassureur soit noté AAA ou BBB n'avait pas d'influence sur le calcul de la solvabilité d'une cédante. Alors que dans le nouveau référentiel prudentiel, la solidité de l'ensemble des contreparties et plus particulièrement celle des réassureurs sera prise en compte de manière quantitative et directe dans les capitaux de solvabilité. A noter que l'utilisation dans Solvabilité II de la notation publiée par les agences de notation fait controverse, mais c'est l'idée de risque de défaut de la contrepartie qui est retenue.

III.3.1 Impact sur le SCR

La réassurance dans Solvabilité II a un impact direct sur le besoin en capital. Au niveau du premier pilier par exemple, la réforme met davantage en valeur l'impact des stratégies de réassurance sur l'exigence de capital cible (SCR). Aussi, les cédantes pourront augmenter significativement leurs ratios de solvabilité en faisant uniquement évoluer leurs programmes de réassurance. Ce gain en SCR est dû à l'effet de levier dont bénéficie la réassurance sous Solvabilité II.

Toujours dans le cadre du premier pilier, les besoins en capitaux résultent d'une combinaison de risques (souscriptions, opérationnel, marché, contrepartie...). Ces différents risques sont à mesurer finement dans le cadre du calcul du capital requis global.

L'intégration du programme de réassurance dans le calcul du SCR n'est pas souvent aisée puisqu'il est parfois dispersé dans plusieurs services d'une entreprise. Dans certains organismes d'assurance, les quotes-parts sont encore gérés au niveau de la comptabilité générale tandis que les excédents de sinistres relèvent d'un système dédié et les excédents de plein du système de gestion des polices ou de la production.

IV. METHODES DE TARIFICATION EN REASSURANCE

Dans ce mémoire nous n'allons pas traiter la tarification des traités de réassurance puisque la prime généralement est déterminée par le réassureur et la conjoncture du marché. Donc nous allons présenter brièvement les principales approches de la tarification en réassurance.

IV.1 L'Approche par la fréquence et la sévérité

Cette approche représente clairement la réalité des risques analysés. On peut déterminer la prime pure en multipliant l'espérance de la fréquence et d'un calcul d'intégrale sur la distribution de sévérité. Soit N la variable aléatoire de la fréquence, C et D respectivement la capacité et la priorité d'un traité en XS par Sinistre. N et X sont deux variables aléatoires indépendantes. Avec un $AAD=0$ et un $AAL=+\infty$ donc :

$$PP=E(N)*\int_C^{C+D}(1-F_x(x))dx \text{ avec } F \text{ la fonction de répartition de la sévérité.}$$

Cette modélisation garantit également la cohérence des primes pures entre les tranches de réassurance de hauteur et d'amplitude différentes. Et enfin, elle donne la possibilité de construire une distribution des sinistres à la charge de la réassurance.

IV.2 Méthode par expérience

Cette méthode est aussi appelée Méthode Burning Cost basée sur la sinistralité observée dans le passé comme reflet du comportement du portefeuille. D'un point de vue statistique, il s'agit simplement d'une approche par la méthode des moments. Elle présente deux étapes :

- *Mise en place d'une statistique AS IF.*
- *Cotation relative en pourcentage d'une assiette contractuellement définie.*

IV.3 Méthode par exposition

Au lieu d'estimer le tarif de l'XS sur la base unique des sinistres, on va essayer de le faire sur la base du portefeuille qui les génère (détail des sommes assurées, nombre de polices par tranches des capitaux...) La fonction d'exposition représente la probabilité pour qu'un sinistre coûte moins x% de la somme assurée. Et la prime pure :

$$P_{pure} = F_{exposition} \left(\frac{\text{L'exposition de l'XS}}{\text{Capitaux exposés}} \right) * \text{prime nette de chargement}$$

V. POLITIQUE DE REASSURANCE AXA ASSURANCE MAROC

V.1 Cadre général de la Politique de réassurance

La politique de la réassurance s'inscrit dans le cadre général de la politique de gestion des risques dont le garant est le directeur du Risk Management-Maroc avec l'appui des équipes d'AXA Global P&C.

Objectif de la politique de réassurance est d'avoir le meilleur rapport Qualité/Coût

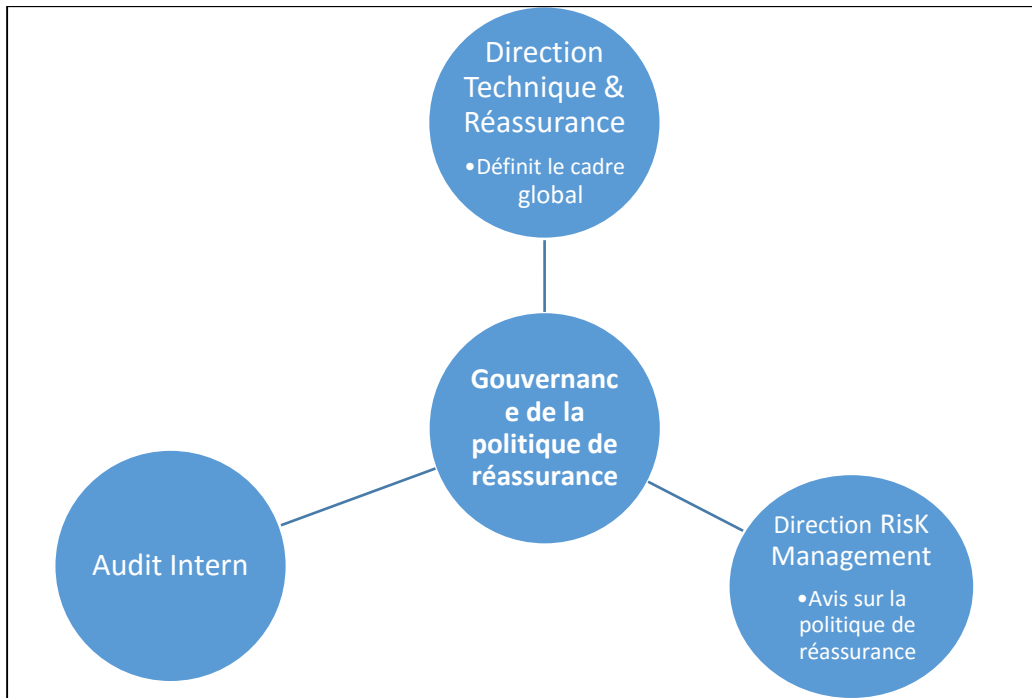


Figure 7 : Organisation et gouvernance de la politique de réassurance.

Après la définition des objectifs de développement par la direction générale, les unités opérationnels communiquent leurs besoins, et commence la collection de l'information qui serait la base de l'appréciation des risques par les réassureurs.

Le placement du plan de réassurance sur le marché international et national est effectué par AXA global P&C.

En matière de réassurance facultative, le placement est effectué directement par les souscripteurs de la direction du Marché des Entreprises. Les cessions facultatives se font donc en premier lieu à 100% auprès de la SCR.

V.1.1 Instances de gouvernance

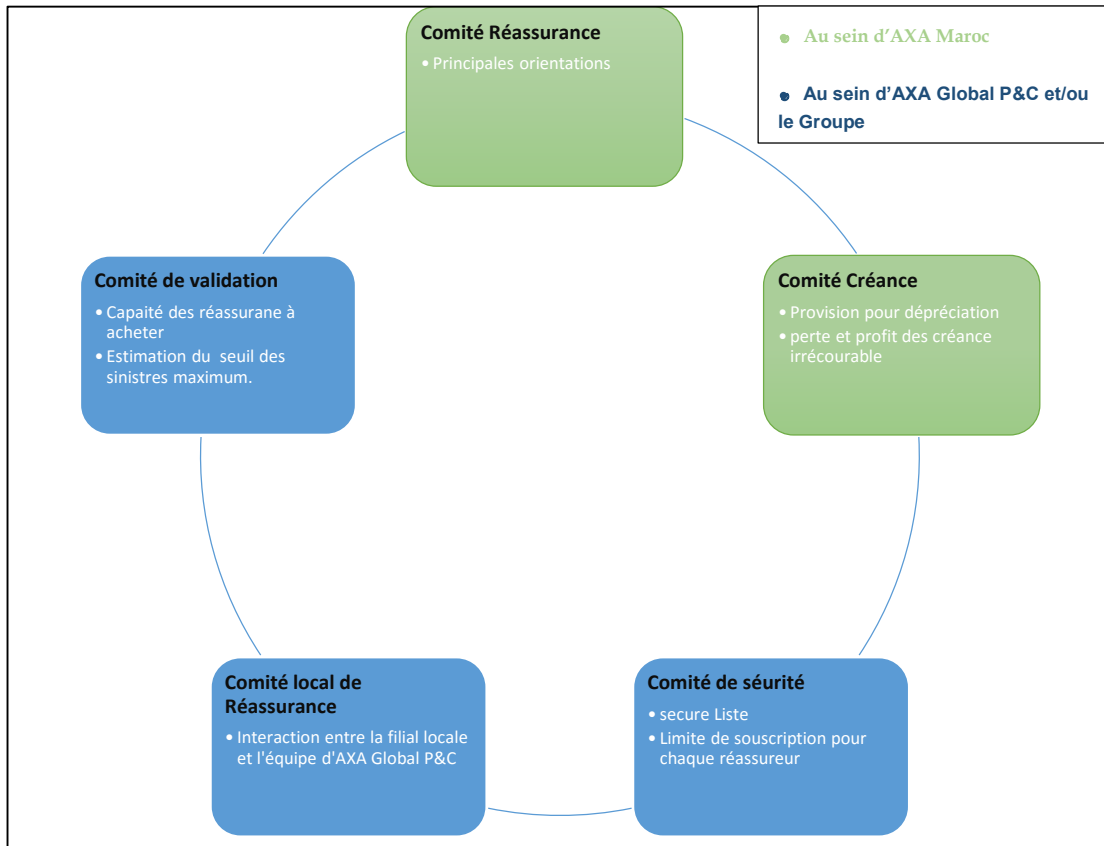


Figure 8 Instances de gouvernance

V.2 Définition et mise en place de la politique de réassurance.

V.2.1 Définition de la politique de réassurance

Les finalités de la politique de réassurance s'articulent autour des points suivants :

- *Protection des fonds propres de la société.*
- *Financement du développement de l'activité d'assurance.*
- *Stabiliser le résultat de la compagnie.*
- *Soulager la trésorerie de la compagnie.*
- *Bénéficiaire de l'expertise des réassureurs en termes de support (lancement de nouveau produit, benchmark, formation...).*

Pour cela, l'entité de réassurance s'appuie sur plusieurs études et analyses pour atteindre ces finalités, dont on énumère :

- *Etude de la structure du portefeuille par branche : tranches de capitaux, primes, zone géographique, activités...*

- *Choix de la couverture réassurance en fonction de la structure du portefeuille, stratégie de réassurance et objectifs de développement*
- *Recherche permanente d'optimisation du coût de réassurance.*

V.2.2 Application et suivi de la politique de réassurance

1) Lien avec la politique de souscription

Une Politique de plein est adoptée par les souscripteurs pour protéger les traités de réassurance à travers le scoring des risques souscrits.

En cas d'insuffisance de la couverture réassurance (traités + facultative) une étude cas par cas est réalisée tout en intégrant le support qui peut provenir de la part du Groupe.

La couverture par traité concerne deux types de risque à savoir :

- **Risques individuels**

Ce sont des risques isolés couverts dans le cadre d'un traité par risque. La forme de réassurance adoptée dépend de la branche réassurée.

- **Risques événementiels**

Un événement en réassurance est défini par la survenance des sinistres suite aux mêmes circonstances impliquant au moins deux risques.

Une attention particulière est portée au risque d'accumulation à travers le recensement des polices bénéficiant des extensions de garantie CAT NAT. Par ailleurs, ces données sont remontées au Groupe Risk Management pour modélisation et fixation de la capacité de réassurance à acheter.

V.3 La politique de la réassurance facultative

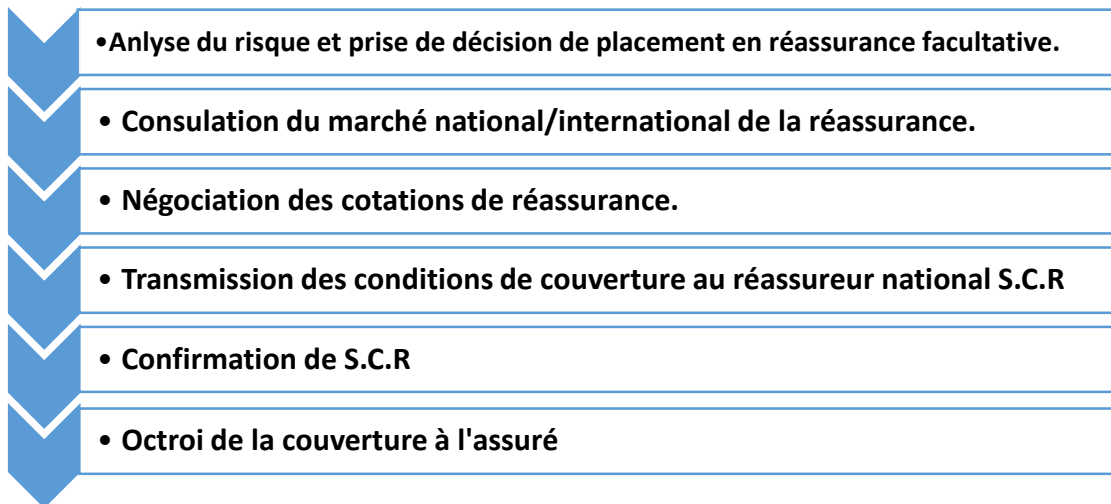
La couverture facultative n'est utilisée que dans les cas suivants³ :

- *Programmes internationaux d'AXA Corporate Solution.*
- *Risque d'accumulation.*
- *Dépassement de capacités des traités.*
- *Risques exclus de nos traités de réassurance.*
- *Risques aggravés ou de non maîtrise du risque.*

Le périmètre d'intervention inclut les branches non vie et vie dans le respect des règles définies par AXA Maroc pour la cession en réassurance facultative

³ Vu les caractéristiques de la réassurance facultatives (tarification chère, coût élevé de gestion), AXA Maroc préfère la couverture par les traités.

V.3.1 Processus de placement en réassurance facultatives



V.4 Optimisation des structures

La recherche des pistes d'optimisation des programmes se fait annuellement par l'équipe de réassurance, en analysant de manière détaillée le portefeuille, l'historique de sinistralité ainsi que les benchmark internes et externe. Les propositions des programmes et les gains potentiels qui y sont liés sont transmises à la Direction Générale et le comité de réassurance.

V.5 Sécurisation du placement et gestion du risque de contrepartie

La majorité des placements se font par l'intermédiaire « AXA Cessions Broker », pour bénéficier de leurs expériences et leurs poids dans les négociations.

En ce qui concerne le risque de contrepartie, c'est le comité des créances qui transmet un compte rendu à AXA Global P&C.

V.6 Contrôle du respect de la politique de réassurance

On distingue deux niveaux du contrôle, le premier niveau concerne la souscription, des engagements et le contrôle interne.

Le deuxième niveau est réalisé par le Risk Management en challengent les orientations prises dans le cadre de l'élaboration du programme de réassurance, en s'assurant de l'adéquation entre besoins de compagnie et le programme élaboré, et contrôlant la conformité des motifs de cession en réassurance facultative par rapport aux règles définies par la politique de souscription

AXA Global Life et AXA Global Property and Casualty sont en charge d'analyser, organiser et placer des programmes de réassurance des entités d'AXA auprès de réassureurs sélectionnés. L'activité d'AXA Global P&C est principalement orientée autour du pool de réassurance qui protège les entités AXA contre les risques naturels.

V.7 Placement des traités de réassurance

Le placement des traités de réassurance est principalement effectué de manière centralisée par ses filiales AXA Global P&C et AXA Global Life.

Ce placement est précédé d'analyses et de modélisations actuarielles approfondies des portefeuilles de la part d'AXA Global P&C, AXA Global Life, afin d'optimiser la qualité et le coût des protections de réassurance. Ces modélisations appréhendent les risques de fréquence mais également, et de manière spécifique, les risques de sévérité en Dommages (catastrophes naturelles, tempêtes, inondations, tremblements de terre) et Vie (mortalité, risque de concentration géographique) ;

V.8 Mise en œuvre de la stratégie de réassurance : rôle d'AXA Global P&C

Afin de créer une protection adaptée et optimisée, les différentes filiales opérationnelles du Groupe placent leurs besoins en matière de réassurance via AXA Global P&C. Une partie variable des traités locaux est placée directement sur le marché domestique de la réassurance des risques par AXA Global P&C. La part restante est conservée et mutualisée au sein d'AXA Global P&C pour construire des pools de réassurance par ligne d'activité. La structure de ces pools est définie afin de protéger efficacement le Groupe dans le cadre du Risk Appetite.

Afin de protéger ces pools, des couvertures spécifiques sont construites en utilisant soit le marché traditionnel de la réassurance, soit les marchés financiers à travers la titrisation (cat bonds)

PRESENTATION DU PLAN DE REASSURANCE

Nous allons aborder dans ce chapitre la présentation des traités de réassurance qui feront l'objet de notre étude (section 1), et leurs évolutions durant un historique de 6 ans (section 2).

I. PRESENTATION DES TRAITES

Nous présentons deux traités qui couvrent cinq branches d'activités.

I.1 Automobile, Accident de travail, Responsabilité civile

Les branches AT : AUTO et RC sont couvertes par 2 traités, un excédent de sinistre en deux tranches et un quote-part de 10%⁴,

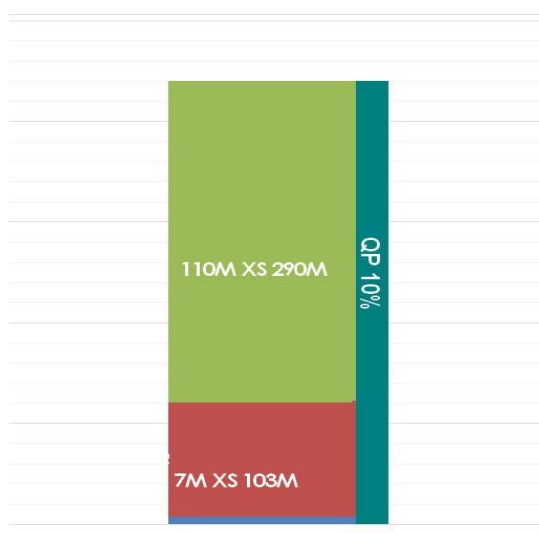


Figure 9: Traité AUTO-AT-RC

⁴ C'est une convention de marché remplaçant la cession légale, pour permettre une transition souple pour la SCR.

Il faut noter, concernant la responsabilité civile, que seulement la RC chasse qui est couverte par les deux tranches alors que la RC divers est couverte seulement par la première tranche.

I.2 Incendie et Dommage aux biens

La branche Incendie est couverte par un traité en excédent de sinistre de trois tranches avec un traité AUTO-FAC garantissant une capacité supplémentaire pour l'incendie

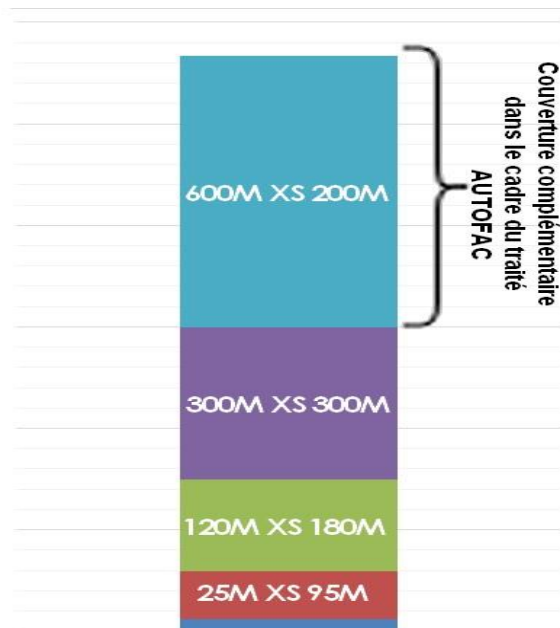


Figure 10: traité Incendie et Dommage aux biens

II. L'EVOLUTION DES TRAITES

Sur la base des plans communiqués nous avons essayé de mener une analyse de l'évolution des traités. Durant cette analyse, nous avons fait des hypothèses expliquant l'évolution de ces traités qu'on va vérifier en élaborant des profils de risque.

II.1 Automobile, Accident de travail, Responsabilité civile

La branche Auto, AT, RC est réassurée pendant les six dernières années par un traité en excédent de sinistre par évènement composé de deux tranches sauf pour l'année 2010 où ce traité se composait de trois tranches. L'automobile, l'accident de travail et la RC diverses sont les risques réassurés par la première et la deuxième tranche pour l'année 2010. La dernière tranche des six années passée contient les risques suivants : Automobile, Accidents de travail, RC diverses en plus de l'individuel accident (y compris la sécurité routière) pour l'année 2015.

II.1.1 Evolution de la rétention et de l'engagement

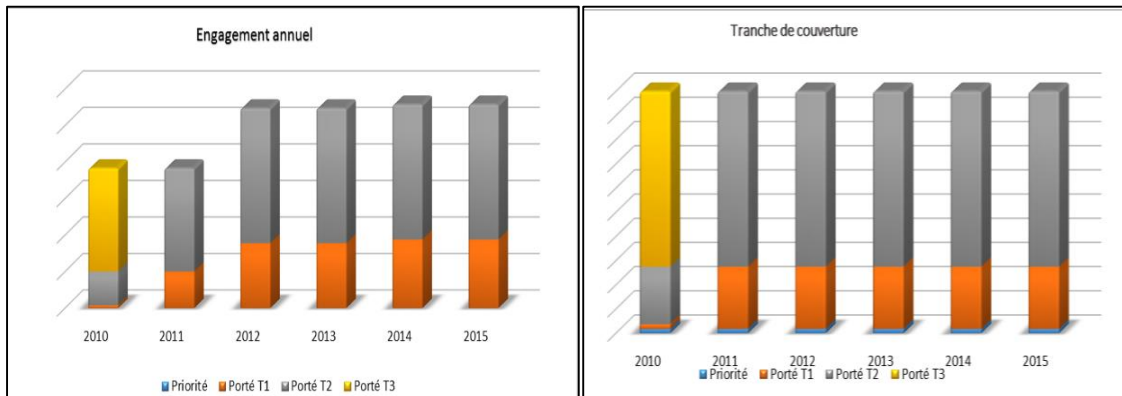


Figure 11 : Evolution de la rétention et de l'engagement annuel du traité XS de les branches AUTO/AT/RC

En 2010, un fusionnement a eu lieu entre la première et la deuxième tranche du traité de la période précédente. Depuis ce changement, les traités suivant n'ont connue aucun changement à ce niveau. Cependant, l'engagement global du traité a augmenté en 2012 pour chaque tranche cette augmentation est due à l'augmentation de nombre de reconstitution.

II.1.2 Evolution du taux de prime

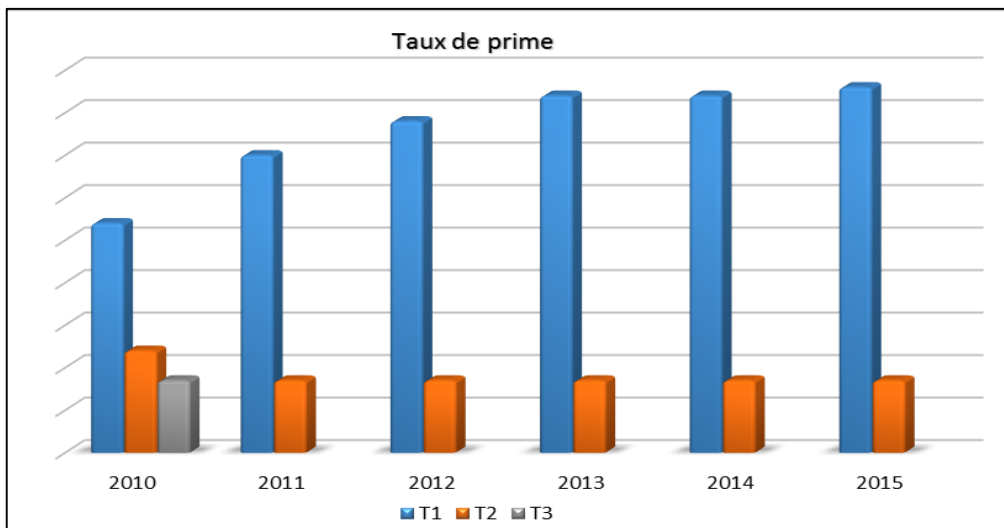


Figure 12 : Evolution du taux de prime du traité XS pour les branches AUTO/AT/RC

On remarque que le taux de prime de la première tranche a une tendance haussière alors que le traité n'a pas changé depuis 2011. Cette augmentation peut être due à une hausse du risque dans cette branche. Cette augmentation de risque est visible aussi sur l'augmentation de l'engagement global du traité.

II.1.3 Evolution de la part des réassureurs

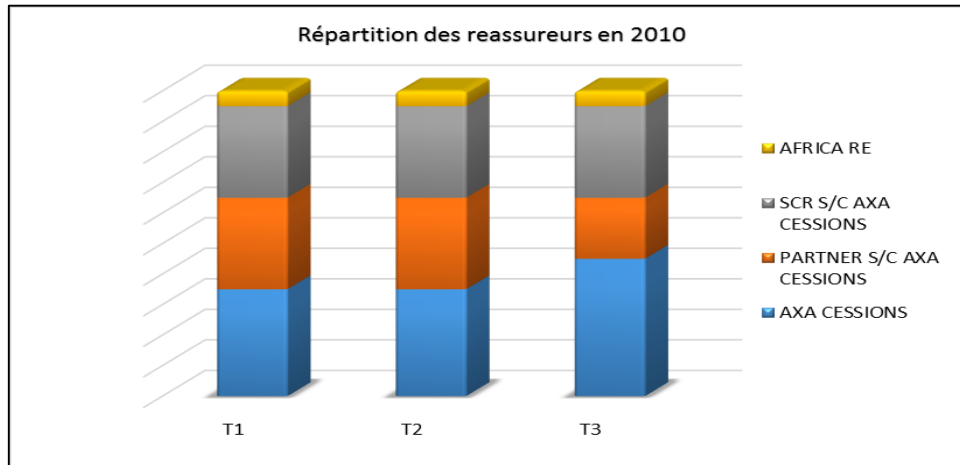


Figure : 13 Répartition des réassureurs en 2010 pour le traité XS AUTO/AT/RC

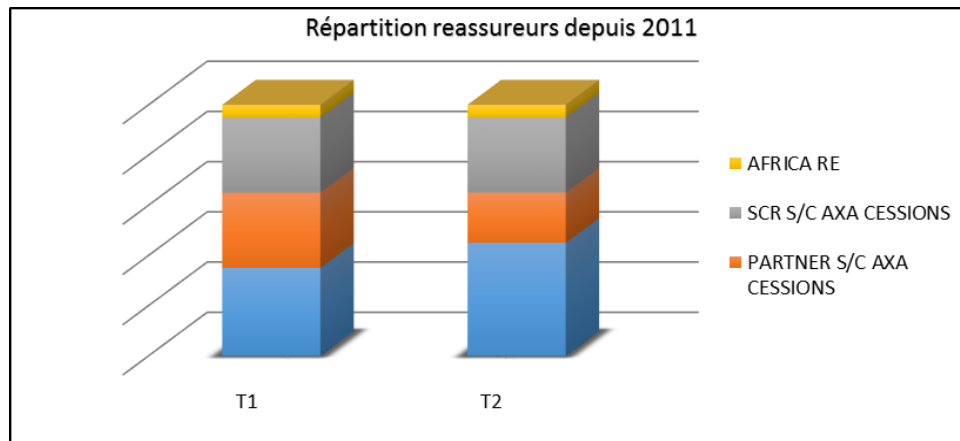


Figure 14 : Répartition des réassureurs à partir 2011 pour le traité XS AUTO/AT/RC

On remarque que les parts sont devenues stable depuis 2011.

II.2 Incendie et autres dommages aux biens

Depuis 2010, AXA Maroc réassure la branche incendie et autres dommages aux biens par un seul traité de réassurance en excédent de sinistre par risque composé de trois tranches. Cette branche se compose des risques suivants : Incendie, Risques Accessoires y compris Evènements Naturels, Bris de Machines y compris la perte d'exploitation après BDM, Tous Risques Informatiques (TRI), Vol, Dégât des Eaux, Risques divers et Autres Dommages aux Biens non Auto. Sauf en 2012, le risque Autres Dommages aux Biens non Auto n'était pas réassuré et il apparaît de nouveau en 2013.

II.2.1 Evolution de la rétention et de l'engagement

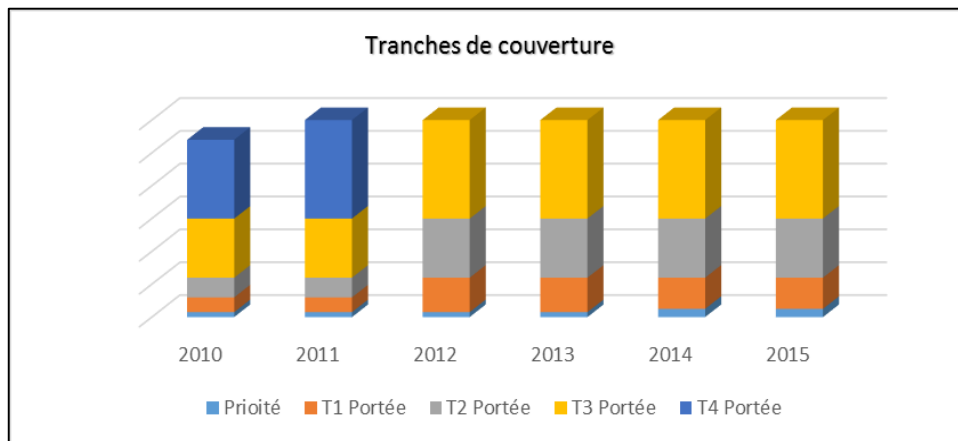


Figure 15 : Evolution des tranches de couverture pour la branche incendie et dommage au bien

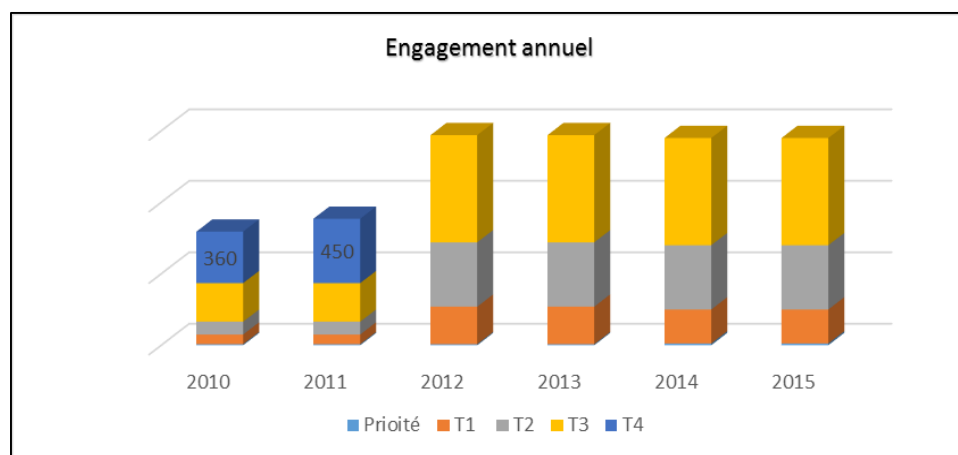


Figure 16 : Evolution des tranches de l'engagement annuel pour la branche incendie et dommage au bien

On remarque sur les graphes ci-dessus qu'en 2011 la portée de la dernière tranche du traité XS par risque est augmentée de 60 MDH. Cela peut être expliqué par la diminution de la portée de la dernière tranche du traité XS par événement. Une augmentation qui reste maintenue jusqu'en 2015. En 2012, une fusion de la première et la deuxième tranche qui donne un niveau de portée pour la nouvelle tranche de 103 millions et qui a passé en 2014 à 145 millions. Cette diminution est due à l'augmentation du niveau de rétention passant de 30 MDH à 50 MDH en 2014.

Pour l'engagement annuel des traités, on remarque une augmentation de plus de 66% de l'engagement annuel pour chaque tranche du traité. Cette augmentation est expliquée par la disparition du traité XS par événement qu'on a évoqué dans le paragraphe précédent.

II.2.2 Evolution du taux de prime

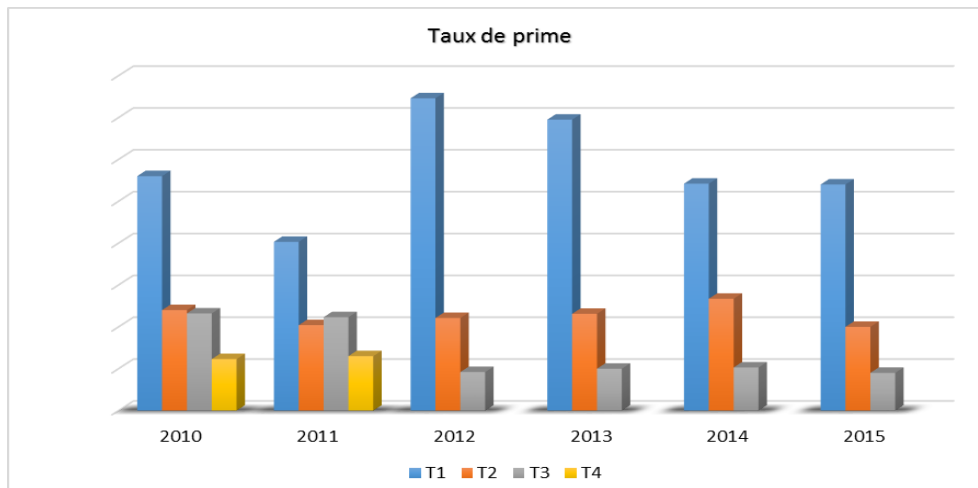


Figure 17 : Evolution du taux de prime du traité XS pour les branches incendie dommage au bien

Pour le traité XS par risque, on remarque une tendance baissière de taux de prime de la première tranche avec les années. Sauf en 2012, le taux de prime de la première tranche augmente de 85% à cause de la fusion des deux premières tranches du traité de 2011. Pour les autres tranches, leurs primes restent relativement constantes. Cette tendance peut être expliquée par la maîtrise des différents risques de cette branche par la compagnie.

II.2.3 Evolution de la part des réassureurs

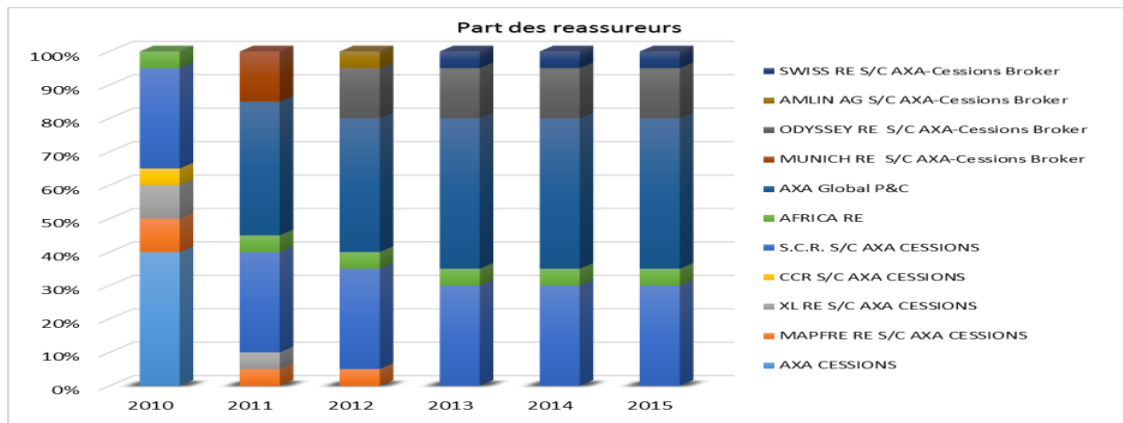


Figure 18 : Evolution de la part des réassureurs pour le traité XS des branches incendie et dommage au bien

Le graphe ci-dessus montre que trois réassureurs, AXA Global P&C et S.C.R S/C AXA. ont 75% des cessions. Cette diversification permet de réduire le risque de non-paiement des sinistres cédés.

PROFILS DE RISQUE ET DE SINISTRE

La connaissance de l'exposition au risque en termes de produit et de charge d'une branche donnée est très importante pour une analyse pertinente en besoin de réassurance et pour toute travail de renouvellement et d'optimisation des traités de réassurance. C'est pour cette raison que nous avons décidé d'inclure ce chapitre qui traitera l'élaboration des profils de risque et de sinistre (Section 2) mais aussi la présentation et le traitement de la base de données (section 1).

I. PRESENTATION DE LA BASE DES DONNEES

Les bases qui nous ont été communiquées concernent la production pour l'année 2015 (base prime et base contrat) et la sinistralité d'un historique de 16 ans.

La première étape était la vérification de la pertinence des données par rapport à notre étude et le traitement des anomalies.

Après cette étape nous avons constitué notre base de production (fusion entre la base prime et contrat) et sinistre pour réaliser les profils de sinistre et qui servirait de base pour la modélisation de la charge brute dans le chapitre suivant.

Num_Contrat	Type_Avenant	STPAVN	MOTAVT	CONAVT	Code_produit	Date_1_Effet	Date_2_Effet	CODTEC	COCOAS	Date_expiration	COTXPR	COTXPR	TYPAVD	COTXLG	STPAVD	COTXFA	COOTAV	COCATO
3462016100056	6	8	0	0	113	20160105	20160105	0	1	20160304	100.00	100.00	6	10.00	8	0.00	20160105	0.00
3462016100049	6	8	0	0	113	20160105	20160105	0	1	20160404	100.00	100.00	6	10.00	8	0.00	20160105	0.00
3462015190179	1	1	0	0	113	20151213	20151213	0	1	20161212	100.00	100.00	1	10.00	1	0.00	20151213	0.00
3462015190172	1	1	0	0	113	20151202	20151202	0	1	20161201	100.00	100.00	1	10.00	1	0.00	20151202	0.00
3462015190161	1	1	0	0	113	20151127	20151127	0	1	20160526	100.00	100.00	1	10.00	1	0.00	20151127	0.00
3462015190160	1	1	0	0	113	20151127	20151127	0	1	20161126	100.00	100.00	1	10.00	1	0.00	20151127	0.00
3462015190152	1	1	0	0	113	20151104	20151104	0	1	20161103	100.00	100.00	1	10.00	1	0.00	20151104	0.00

Libelle_Garantie	Code_Garantie	Prime_N_Calculé	Prime_N_jeu	Capitaux_Assures	Code_Categorie	Pos_Act_Garantie	Date_Eff_Garantie	Date_Eff_Garantie	Capitaux_en_Reassurance	Type_prime	Nature_Operation	Categorie_Pbleassurance	code_categorie_ministérielle	Code_Branche
RESPONSABILITE CIVILE	1	4172.00	4172.00	0.00	113	2	20160304	20160304	0.00	1	1	1520	2312	1
RESPONSABILITE CIVILE	1	4172.00	4172.00	0.00	113	2	20160404	20160404	0.00	1	1	1520	2312	1
RESPONSABILITE CIVILE	1	1622.40	1622.40	0.00	113	1	20161202	20151213	0.00	1	1	1520	2312	1
RESPONSABILITE CIVILE	1	4146.00	4146.00	0.00	113	1	20161201	20151202	0.00	1	1	1520	2312	1
RESPONSABILITE CIVILE	1	1622.40	1622.40	0.00	113	1	20160526	20151127	0.00	1	1	1520	2312	1
RESPONSABILITE CIVILE	1	1622.40	1622.40	0.00	113	1	20161126	20151127	0.00	1	1	1520	2312	1
RESPONSABILITE CIVILE	1	2503.20	2503.20	0.00	113	1	20161103	20151104	0.00	1	1	1520	2312	1

Figure 19: Extrait de la base production

EXERAR	surv	EXEDEC	PRCPRD	CACCAT	SINSIN	Charge	Charge_N	recours	reserve	Per
2016	1900	1900	761	761	190051087001	0	0	0	0	0 Corp
2016	1900	1900	2110	290	190098000001	0	0	0	0	0 ADB
2016	1950	1950	1110	1	195098000001	840	840	0	0	0 AT
2016	1951	1951	10	10	195198000001	1367409.02	1367409.02	0	0	0 AT
2016	1951	1951	1110	1	195198000003	560	560	0	0	0 AT
2016	1951	1951	1110	1	195198000004	18800.91	18800.91	0	0	0 AT
2016	1951	1951	1110	1	195198000005	896	896	0	0	0 AT

Figure 20: Extrait de la base sinistre

I.1 Préparation de la base de production

Pour réaliser les profils de risque, il a fallu construire des sous bases en branche et pour ce faire il était important de procéder à une analyse qualitative de la dépendance entre les branches en termes de produit, et pour ce faire nous avons décidé de procéder par une analyse par produit et catégorie de gestion⁵ en partageant la base selon le schéma suivant :

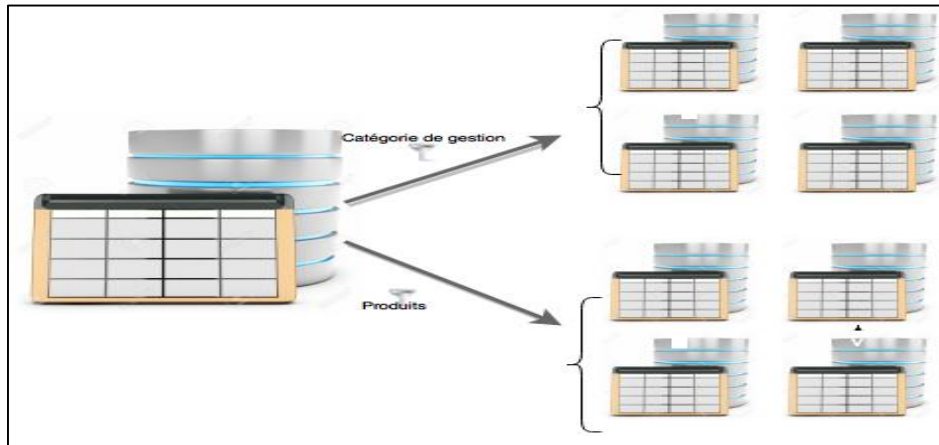


Figure 21: Schéma de décomposition de la base de données

Nous avons remarqué que pour certains produits multirisques, on ne disposait pas de la prime partagée entre les différentes garanties incluse dans ces produits et que cette garantie appartient à des branches différentes.

Donc nous avons décidé d'affecter ces produits à une seule branche à savoir l'incendie ainsi que les capitaux y associés pour garder une homogénéité au niveau de l'analyse.

⁵ La catégorie de gestion est un niveau de détail utilisé dans l'organisation comptable de la compagnie

Vu le niveau du détail dont nous aurons besoin, nous avons décidé de procéder à un partage/regroupement selon le schéma suivant.

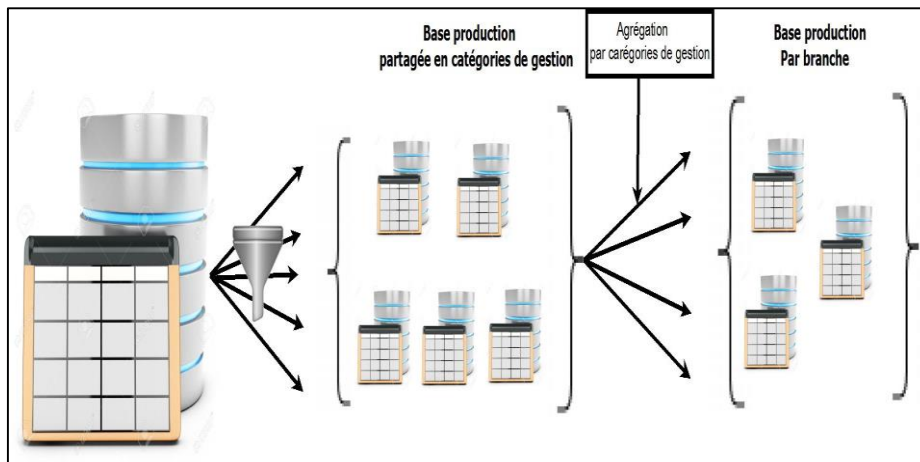


Figure 22: Processus de la construction des bases de données

Dans un premier temps, nous avons partagé notre base de production en sous bases en termes de catégories de gestion avant de procéder à un regroupement pour construire des bases exploitables et pertinentes pour notre analyse des traités de réassurance.

Le profil de risque d'une branche d'assurance quelconque décrit les principaux risques auxquels l'assureur est confronté vis-à-vis cette branche en termes de produits, le risque en assurance se définit comme l'effet de l'incertitude de la réalisation d'un événement

Le risque exprime la probabilité et l'incidence d'un événement dont on craint les conséquences financières, mais il se peut également que ce soit un événement positif. Produit d'un processus d'évaluation du risque, le profil de risque d'une branche confronte l'analyse et la prise de décision en ce qui concerne l'affectation des ressources notamment la couverture de l'assureur à travers le choix d'un traité de réassurance optimal.

Le profil de risque offre donc un instantané clair des principaux risques et permet, une fois qu'il est mis en œuvre, de choisir une stratégie de couverture. Il favorise ainsi l'établissement des priorités et l'allocation des ressources, la prise de décisions éclairées et l'amélioration des résultats.

Le profil de sinistre quant à lui diffère du profil du risque en offrant une analyse en termes de charges.

Dans notre étude nous allons construire ces deux profils, pour avoir une vision claire sur l'exposition des branches en termes de produits et de charges et aussi de tirer quelques contraintes relatives à la politique de souscription à intégrer lors de l'interprétation des résultats de l'optimisation.

II. PROFILS DE RISQUES ET DE SINISTRE : RC

II.1 Profil de risque

Le tableau suivant représente le profil de risque pour la branche RC.

Min	Max	A: Capital assuré	B: Capital assuré / Capital assuré	C: Prime nette	C: Prime nette / Prime nette	D: Cumul de C	E: Contrats assurés	F: Contrats assurés / Contrats assurés	G: Cumul de D	H: Charge	I: Charge / Prime nette	J: Cumul de J	K: Ratio de sinistralité cumulé
0	1	-	0,00%	-	0,00%	0,00%	3	0,21%	0,21%	104 471	0,60%	0,60%	0,00%
1	2 000 001	498 818 002	3,48%	2 435 653	4,21%	4,21%	283	19,93%	20,14%	2 991 205	17,27%	17,27%	127,10%
2 000 001	4 000 001	1 538 460 000	10,74%	4 863 915	8,41%	12,62%	569	40,07%	60,21%	5 442 872	31,42%	31,42%	116,97%
4 000 001	7 000 001	1 111 325 840	7,76%	3 105 674	5,37%	17,98%	215	15,14%	75,35%	2 576 750	14,87%	14,87%	106,82%
7 000 001	10 000 001	476 189 970	3,32%	2 700 722	4,67%	22,65%	53	3,73%	79,08%	1 174 723	6,78%	6,78%	93,77%
10 000 001	20 000 001	2 155 497 476	15,04%	9 959 567	17,21%	39,86%	138	9,72%	88,80%	2 027 661	11,71%	11,71%	62,07%
20 000 001	30 000 001	1 532 646 030	10,70%	5 513 254	9,53%	49,39%	66	4,65%	93,45%	1 096 433	6,33%	6,33%	53,94%
30 000 001	40 000 001	1 227 214 267	8,56%	5 680 727	9,82%	59,21%	34	2,39%	95,85%	428 343	2,47%	2,47%	46,24%
40 000 001	50 000 001	540 464 267	3,77%	2 427 483	4,20%	63,41%	12	0,85%	96,69%	385 409	2,22%	2,22%	44,23%
50 000 001	60 000 001	748 520 000	5,22%	2 988 000	5,16%	68,57%	13	0,92%	97,61%	287 865	1,66%	1,66%	41,63%
60 000 001	70 000 001	534 206 200	3,73%	1 574 747	2,72%	71,29%	8	0,56%	98,17%	137 482	0,79%	0,79%	40,37%
70 000 001	80 000 001	619 800 000	4,33%	1 109 033	1,92%	73,21%	8	0,56%	98,73%	116 649	0,67%	0,67%	39,59%
80 000 001	90 000 001	167 128 100	1,17%	351 376	0,61%	73,82%	2	0,14%	98,87%	19 399	0,11%	0,11%	39,31%
90 000 001	100 000 001	200 000 000	1,40%	932 668	1,61%	75,43%	2	0,14%	99,01%	59 573	0,34%	0,34%	38,61%
100 000 001	110 000 001	318 363 000	2,22%	1 534 180	2,65%	78,08%	3	0,21%	99,23%	76 595	0,44%	0,44%	37,46%
110 000 001	120 000 001	232 070 000	1,62%	97 070	0,17%	78,25%	2	0,14%	99,37%	79 450	0,46%	0,46%	37,56%
120 000 001	130 000 001	130 000 000	0,91%	680 000	1,18%	79,42%	1	0,07%	99,44%	54 649	0,32%	0,32%	37,12%
130 000 001	140 000 001	131 400 000	0,92%	50 000	0,09%	79,51%	1	0,07%	99,51%	54 649	0,32%	0,32%	37,20%
150 000 001	160 000 001	152 478 200	1,06%	217 826	0,38%	79,88%	1	0,07%	99,58%	62 454	0,36%	0,36%	37,16%
190 000 001	200 000 001	200 000 000	1,40%	590 728	1,02%	80,91%	1	0,07%	99,65%	1 613	0,01%	0,01%	36,70%
210 000 001	220 000 001	430 486 000	3,00%	657 692	1,14%	82,04%	2	0,14%	99,79%	70 454	0,41%	0,41%	36,34%
320 000 001	330 000 001	321 594 000	2,24%	7 599 743	13,13%	95,18%	1	0,07%	99,86%	11 540	0,07%	0,07%	31,34%
360 000 001	370 000 001	1 062 661 000	7,42%	2 790 662	4,82%	100,00%	2	0,14%	100,00%	62 649	0,36%	0,36%	29,94%
		14 329 322 351		57 860 720			#####			17 322 888			

Tableau 1: Profil de risque (RC)

D'après le profil de risque, environs 80% des capitaux (en valeurs) assurés se trouvent dans la tranche réassurée par le traité (7 XS 103), qui correspond à 78 % des primes et à 99% des contrats avec un ratio de sinistralité cumulée de 38,61%.

II.2 Profile Sinistre

II.1.1 Profil de sinistre 2016

Min	Max	ΣCharges	Pourcentage cumulé de la charge	Nombre de sinistres	Pourcentage cumulé du nombre de sinistres	Σcapitaux assurés	Pourcentage cumulé des Capitaux assurées	Ration de sinistralité cumulés
-	-	-	0,00%	25382	92,87%	1 683 339 077	89,27%	0,00%
2	200 000	14 952 684	52,34%	1940	99,96%	195 525 554	99,64%	46,58%
200 000	500 000	1 327 978	56,99%	3	99,97%	855 000	99,68%	50,72%
500 000	800 000	3 110 000	67,88%	3	99,99%	2 470 608	99,81%	60,40%
800 000	1 100 000	1 483 091	73,07%	1	99,99%	720 000	99,85%	65,02%
1 100 000	1 400 000	2 154 173	80,61%	1	99,99%	324 000	99,87%	71,74%
1 400 000	1 700 000	2 500 000	89,36%	1	100,00%	99 000	99,87%	79,52%
1 700 000	2 000 000	3 040 000	100,00%	1	100,00%	2 361 037	100,00%	88,99%
		28 567 926		27 332		1 885 694 276		

Tableau 2: Profil de sinistre 2016 (RC)

En examinant le profil de sinistre de 2016, nous remarquons que la charge maximale correspondant à 2 MDH, et que plus du moitié de la sinistralité se trouvent dans la tranche [0 :200000] ce qui correspond à 99,64% de la sinistralité et à un ratio de sinistralité de 46,58%.

En remarque aussi que la quasi-totalité des sinistres (nombre de sinistres) (99,64%) se trouvent dans la tranche [1:200000].

Pour avoir une vision globale sur le profil de la sinistralité de la branche, nous avons intégré l'ensemble de l'historique (Sans actualisation des données)

II.1.2 Profil de sinistre depuis 2000.

Min	Max	ΣCharges	Pourcentage cumulé de la charge	Nombre de sinistres	Pourcentage cumulé du nombre de sinistres
-	-	-	0,00%	10 592	20,12%
1	1 000 001	64 217 854	7,43%	33 821	84,34%
1 000 001	2 000 001	385 000	7,48%	77	84,49%
2 000 001	3 500 001	99 498 940	19,00%	6 668	97,15%
3 500 001	5 000 001	40 244 878	23,65%	562	98,22%
5 000 001	7 500 001	9 372 738	24,74%	90	98,39%
7 500 001	10 000 001	19 327 630	26,98%	152	98,68%
10 000 001	12 500 001	32 005 779	30,68%	185	99,03%
12 500 001	15 000 001	61 014 076	37,74%	234	99,48%
15 000 001	20 000 001	109 762 936	50,45%	184	99,83%
20 000 001	25 000 001	58 241 977	57,19%	45	99,91%
25 000 001	30 000 001	63 388 486	64,53%	25	99,96%
30 000 001	35 000 001	306 416 188	100,00%	22	100,00%
		863 876 482		52 657	

Tableau 3: Profil de sinistre 2000-2016 (RC)

En intégrant l'historique nous remarquons une hausse au niveau du sinistre maximal qui est passé à 60 MDH. Nous constatons aussi que le nombre de sinistre dépassant 3.5 MDH ne représente que 1,78% du totale de nombre des sinistres.

III. PROFILS DE RISQUE ET DE SINISTRE POUR L'INCENDIE

Le tableau suivant représente le profil de risque pour la branche RC.

III.1 Profil de risque

min	max	A=Σcapitaux assurée	B= ΣCapitaux assurés / ΣCapitaux assurés	cumul de B	Σ Prime nette	C= ΣPrime nette / ΣPrime nette	Cumul de C	Σ Contrats assurés	D= Σ Contrats assurés / Σ Contrats assurés	Cumul de D	Σ Charge	D= Σ Charge / Σ Charge	Cumul de D	Ration de sinistralité cumulés
1	4 000 000	79 478 135 202,49	22,07%	22,07%	62 625 171,80	17,94%	17,94%	55 874,00	79,85%	79,85%	13 711 353,64	9,81%	9,81%	21,89%
4 000 001	6 000 000	28 708 836 226,84	7,97%	30,05%	20 673 404,51	5,92%	23,86%	5 788,00	8,27%	88,12%	8 970 864,38	6,42%	16,23%	27,23%
6 000 001	9 000 000	21 352 301 526,22	5,93%	35,98%	20 215 128,70	5,79%	29,65%	2 880,00	4,12%	92,23%	9 438 098,66	6,75%	22,99%	31,03%
9 000 001	12 500 000	22 212 396 784,00	6,17%	42,15%	19 917 703,62	5,71%	35,36%	2 050,00	2,93%	95,16%	26 249 632,12	18,78%	41,77%	47,29%
12 500 001	16 000 000	9 451 063 700,70	2,62%	44,77%	13 742 912,37	3,94%	39,30%	670,00	0,96%	96,12%	561 200,38	0,40%	42,17%	42,96%
16 000 001	20 000 000	8 084 845 148,98	2,25%	47,02%	11 044 202,28	3,16%	42,46%	448,00	0,64%	96,76%	2 328 171,00	1,67%	43,84%	41,33%
20 000 001	30 000 000	15 122 766 433,11	4,20%	51,22%	25 763 677,18	7,38%	49,84%	622,00	0,89%	97,65%	1 791 677,60	1,28%	45,12%	36,24%
30 000 001	40 000 000	11 636 622 281,11	3,23%	54,45%	15 722 871,43	4,50%	54,34%	338,00	0,48%	98,13%	668 415,02	0,48%	45,60%	33,59%
40 000 001	60 000 000	19 492 052 196,22	5,41%	59,86%	26 208 405,56	7,51%	61,85%	396,00	0,57%	98,70%	25 848 996,36	18,50%	64,10%	41,48%
60 000 001	80 000 000	15 620 587 288,78	4,34%	64,20%	18 499 204,98	5,30%	67,15%	226,00	0,32%	99,02%	831 608,26	0,60%	64,69%	38,56%
80 000 001	100 000 000	15 933 542 271,12	4,43%	68,63%	17 570 497,06	5,03%	72,18%	180,00	0,26%	99,28%	2 333 358,82	1,67%	66,36%	36,80%
100 000 001	125 000 000	14 191 830 895,12	3,94%	72,57%	17 700 012,52	5,07%	77,25%	128,00	0,18%	99,46%	1 817 428,12	1,30%	67,66%	35,06%
125 000 001	150 000 000	13 176 958 919,05	3,66%	76,23%	13 976 034,54	4,00%	81,26%	96,00	0,14%	99,60%	2 806 599,42	2,01%	69,67%	34,32%
150 000 001	172 500 000	6 145 167 427,36	1,71%	77,93%	4 590 736,58	1,32%	82,57%	38,00	0,05%	99,65%	5 153 920,72	3,69%	73,36%	35,56%
172 500 001	200 000 000	9 555 683 216,30	2,65%	80,59%	6 910 677,10	1,98%	84,55%	52,00	0,07%	99,73%	109 440,00	0,08%	73,44%	34,77%
200 000 001	300 000 000	31 021 753 574,25	8,62%	89,20%	29 674 930,29	8,50%	93,05%	126,00	0,18%	99,91%	1 191 606,42	0,85%	74,29%	31,96%
300 000 001	345 000 000	3 829 583 505,06	1,06%	90,27%	1 403 666,22	0,40%	93,46%	12,00	0,02%	99,92%	207 968,76	0,15%	74,44%	31,88%
345 000 001	575 000 000	16 545 244 171,70	4,60%	94,86%	17 647 979,60	5,06%	98,51%	40,00	0,06%	99,98%	34 793 930,46	24,90%	99,34%	40,37%
575 000 001	+	18 501 768 382,40	5,14%	100,00%	5 198 251,42	1,49%	100,00%	14,00	0,02%	100,00%	924 411,04	0,66%	100,00%	40,03%

Tableau 4: Profil de risque (Incendie)

D'après le profil de risque au-dessus, on remarque que plus de 75% des capitaux assurés en montant sont supérieurs à 100 Millions de DH qui correspond à 77,25% des primes nettes et à un ration de sinistralité cumulée de 35%.

III.2 Profile Sinistre

Min	Max	ΣCharges	Pourcentage cumulé de la charge	Nombre de sinistres	Pourcentage cumulé du nombre de sinistres	Σcapitaux assurés	Pourcentage cumulé des Capitaux assurés	Ration de sinistralité cumulés
-	-	-	-	68 038	95,18%	306 309 813 312	2	0,000%
1	100 000	26 226 725	16,7%	3 340	99,85%	48 773 418 125	2	9,384%
100 001	400 000	14 720 779	26,1%	68	99,95%	2 914 782 852	2	14,651%
400 001	700 000	5 878 786	29,8%	12	99,97%	471 000 039	2	16,755%
700 001	1 000 000	3 536 800	32,1%	4	99,97%	280 860 274	2	18,020%
1 000 001	1 300 000	2 040 000	33,4%	2	99,97%	-	2	18,750%
1 300 001	3 000 000	17 846 593	44,7%	8	99,99%	346 357 800	2	25,136%
3 000 001	12 500 000	52 833 444	78,4%	8	100,00%	197 306 754	2	44,040%
12 500 001	60 000 000	34 004 000	100,0%	2	100,00%	767 600 000	2	56,207%
60 000 001		-	100,0%	-	100,00%	-	2	56,207%
		157 087 126,92		71 482,00		360 061 139 156,20		

Tableau 5: Profil de sinistre 2016 (Incendie)

Le profil de sinistralité nous renseigne que plus de 65% des sinistres se trouvent entre 1.3 MDH et 60 MDH qui correspond à la quasi-totalité de nombres des sinistres et à un ratio de sinistralité cumulée de 25%.

MODELISATION DE LA SINISTRALITE

Dans cette partie on cherche à modéliser le comportement de la sinistralité annuelle par des lois probabilistes paramétriques. En premiers temps un traitement des données brutes communiquées par l'organisme est nécessaire avant d'entamer la modélisation. Puis on passe à la détermination des lois probabilistes pour les distributions de la sévérité et de la fréquence des sinistres. L'estimation des paramètres de ces lois nous permettra de procéder à des simulations afin d'évaluer et d'optimiser la réassurance.

I. TRAITEMENT DES DONNEES

I.1 Statistique As-If

Notre étude statistique que nous présentons dans ce travail est basée sur des modélisations et des ajustements des lois de probabilité à partir d'une base de données d'un historique de seize ans. Nous allons considérer chaque année comme une réalisation de l'année qu'on cherche à modéliser. Dans cette perspective le montant des sinistres, des primes et même le nombre annuel des sinistres doit être comparable à celui de l'année de modélisation. Si nous ne redressons pas notre base de données les estimations seront biaisées. Le redressement s'effectue par la statistique *As-If*.

Dans ce cadre deux types de redressement se présentent :

Redressement vertical : Ce redressement consiste à corriger l'effet de l'inflation sur le montant des sinistres. C'est une correction qui tient en compte de l'évolution des indicateurs économiques en relation avec les branches d'activité de l'assureur. Pour un bon ajustement de la charge des sinistres il faut séparer entre les secteurs d'activité puisque l'inflation varie d'un secteur à un autre. Donc une base de données « as if » est créée.

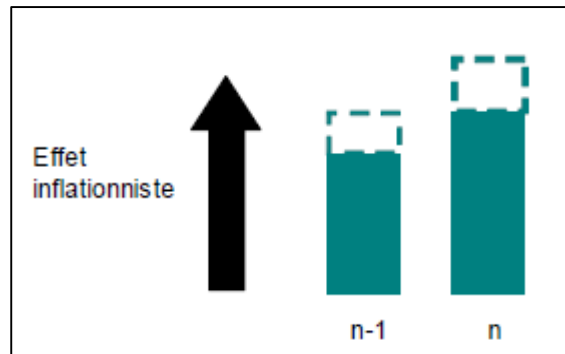


Figure 23 : Traitement des données – redressement vertical

Redressement horizontal : Ce redressement consiste à prendre en considération l'évolution du périmètre de l'assureur. L'évolution de l'entourage peut être externe comme un changement juridique ou interne comme le changement de la politique de souscription ou l'augmentation du chiffre d'affaire. Ces derniers sont des indicateurs qui influencent la sinistralité soit en changeant le portefeuille de l'assureur soit en influençant directement la sinistralité. Cette partie permet de revaloriser le nombre de sinistre et le montant des primes.

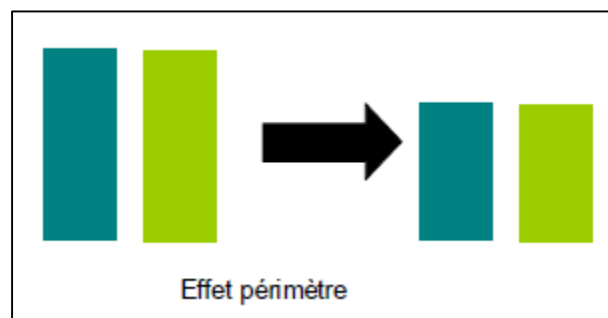


Figure 24 : Traitement des données – redressement horizontal

I.2 Segmentation des sinistres

En assurance, on peut avoir une grande diversification du montant du sinistre et de la fréquence. Certes que la plus part des sinistres présentent des petits montants, cela n'empêche de trouver aussi des sinistres avec un montant élevé. Dans le cas de la branche incendie le montant moyen des sinistres est de 199860.8 MAD alors que la médiane est de 16270.44 MAD. C'est-à-dire que la moitié de la sinistralité est inférieure à 16270.44 MAD alors que la moyenne est dix fois plus grande, cet écart est dû à certains sinistres qui ont un montant très élevé. On distingue dans ce cas entre trois types de sinistres :

Sinistres attritionnel : ce sont des sinistres qui ont une petite sévérité avec une fréquence élevée. Ce type de sinistre a une volatilité relativement faible.

Sinistres graves : les sinistres graves sont des sinistres caractérisés par une sévérité élevée et une faible fréquence par rapport aux sinistres attritionnels. Ils sont généralement définis par les sinistres dont le montant dépasse un certain seuil. Ils impactent le résultat de la compagnie de façon importante et le rend plus volatile. De ce fait, une modélisation individuelle, sinistre par sinistre, s'impose pour une bonne maîtrise de risque.

Sinistres catastrophiques : ce sont des évènements qui touchent un grand nombre de biens et d'individus simultanément. Ils causent des dégâts importants, ce qui implique un montant très élevé dépassant de loin les montants des sinistres graves. Dans notre mémoire, nous nous n'intéressons pas à la modélisation de ce type de sinistres, qui demandent un traitement pacifique.

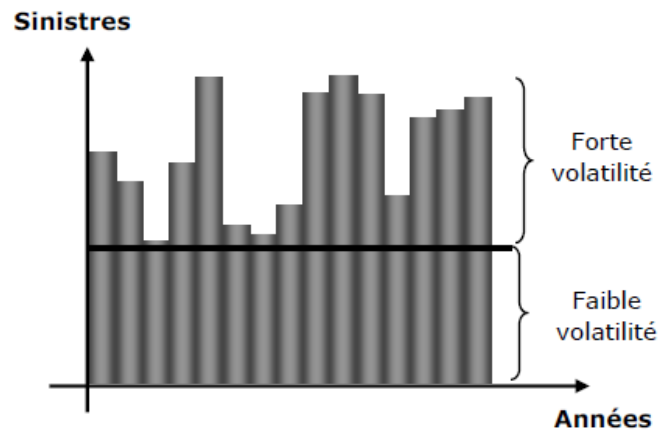


Figure 25: segmentation des sinistres

II. MODELISATION DE LA SINISTRALITE GRAVE

La modélisation de la sinistralité grave sera effectuée à travers le model collectif selon l'approche fréquence sévérité :

$$S = \sum_{i=0}^N X_i$$

Avec X_i : Le montant de la charge du sinistre i .

N : Le nombre annuel des sinistres graves.

Les hypothèses suivantes doivent être respectées :

- Les montants individuels des sinistres doivent être indépendamment et identiquement distribués.
- Les coûts unitaires X_i et le nombre de sinistre N sont independants.

II.1 Modélisation de la sévérité

II.1.1 Théorie des valeurs extrêmes et Distribution conditionnelle des excès

1) Théorie des valeurs extrêmes

La Théorie des valeurs extrêmes (*Extreme Value Theory*), comme son nom l'indique, est utile pour la modélisation des événements extrêmes. Elle peut être utile pour la tarification des traités de réassurance. *EVT* fournit à l'actuaire un autre ensemble de distributions pour modéliser les pertes. Elle permet aussi d'étudier le comportement de la sinistralité sur la queue de la distribution.

Soit $\{X_1, \dots, X_n\}$ un échantillon de variables aléatoires i.i.d. soit M_n la variable aléatoire représentant le maximum de la réalisation X_n .

Selon le théorème de Gnedenko (1943), il existe deux suites réelles $(a_n)_{n \geq 1}$, $(b_n)_{n \geq 1}$ et γ avec $a_n > 0, \forall n$, tels que, pour $n \rightarrow \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x\right) = H_\xi(x)$$

Avec

$$\begin{cases} H_\gamma(x) = \exp\left(-(\xi x - 1)_+^{-\frac{1}{\xi}}\right), & \text{si } \gamma \neq 0 \\ H_\gamma(x) = \exp\left(-(\xi x - 1)_+^{-\frac{1}{\xi}}\right), & \text{si } \gamma = 0 \end{cases}$$

Ou $x_+ = \max(x, 0)$

L'objectif de cette théorie est d'étudier le comportement de M_n . En centralisant et normalisant M_n , elle converge vers une distribution en fonction de γ :

- Si $\xi > 0$, il s'agit de la distribution de Fréchet, ensemble de loi à queue lourde.
- Si $\xi = 0$, il s'agit de la distribution de Gumbel, ensemble de loi à queue légère.
- Si $\xi < 0$, il s'agit de la distribution de Weibull, ensemble de loi à queue finie.

2) Détection de la queue de distribution

L'activité de l'assurance se caractérise par une distribution de la sévérité ayant une queue lourde à droite. Cette partie portera sur la détection de l'existence des valeurs extrêmes et de la queue lourde.

✓ Graphique quantile-quantile (QQ-plot) exponentiel

Ce graphique compare les quantiles empiriques aux quantiles théoriques d'une loi exponentielle. Il permet de tester l'adéquation entre l'échantillon et une loi paramétrique. Ce graphique représente les points suivants : $\left(F^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right), x_i\right)$ ou x_i est la i ème valeur de l'échantillon.

L'utilisation de ce graphe dans la théorie des valeurs extrême est comme suit :

- Si les données proviennent d'une loi exponentielle, le graphique sera sur la droite.

- Si la queue est plus lourde (plus légère) la courbe sera au-dessus (en dessous) de la droite.

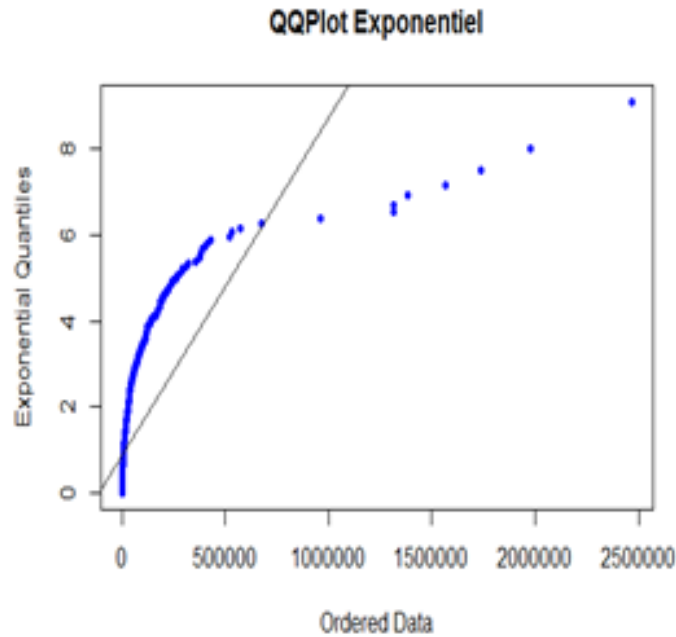


Figure 26 : QQ-plot (loi exponentielle)

- ✓ La fonction moyenne des excès (Mean Excess function)

La fonction moyenne des excès se définit par la somme des excès qui dépassent le seuil μ divisée par le nombre de dépassement

$$E[X - \mu / X > \mu] = E_n(\mu) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)}{\sum_{i=1}^n 1_{\{X_i > \mu\}}}$$

En pratique, on utilise le graphe du Mean Excess afin de déterminer le type de la queue de distribution de la façon suivante:

- On montre que si la variable aléatoire X est de loi exponentielle alors $E[X - \mu / X > \mu] = E[X] = cte$. Le graphique de cette fonction sera une droite.
- Si la distribution de X à une queue légère le graphique de $E[X - \mu / X > \mu]$ aura une pente descendante.
- Si la queue de la distribution est lourde la pente sera ascendante.

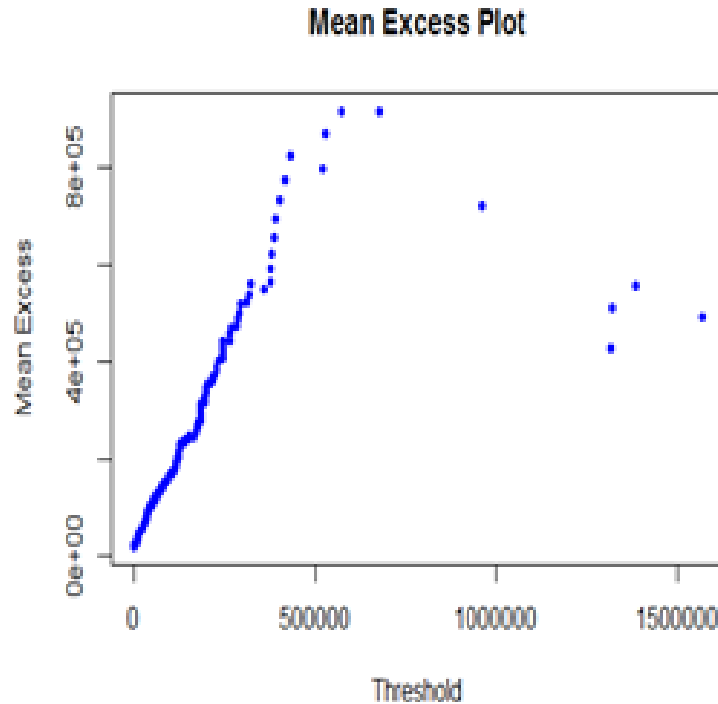


Figure 27: Mean excess plot

Nous utilisons la méthodologie présentée ci-dessus sur les différentes branches que nous étudions. Les graphes sont présentés dans l'annexe 3.

3) Distribution conditionnelle des excès

Contrairement à la théorie des valeurs extrêmes qui s'intéresse à l'étude du maximum, en pratique on a non seulement le besoin de déterminer la distribution **du** sinistre grave mais aussi celle **des** sinistres graves. On s'intéresse dans ce cas au sinistre dépassant un seuil, appelé seuil des sinistres graves, plus particulièrement on s'intéresse à la distribution des montants des dépassements du seuil :

$$F_{\mu}(y) = P(X - \mu < y / X > \mu)$$

Soit F_{μ} la distribution conditionnelle de la fonction de répartition inconnue F par rapport au seuil μ . Lorsque le seuil tend vers le point terminal x_F On a :

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq y \leq x_F - \mu} |F_{\mu}(y) - H(y)| = 0$$

La distribution conditionnelle converge donc vers la fonction $H(y)$ qui correspond à la fonction de répartition de la loi Pareto généralisée, notée GPD (*Generalized Pareto Distribution*). La loi de Pareto généralisée s'écrit sous la forme :

$$H(y) = 1 + \log G(y)$$

Avec $G(y)$ correspondant à la loi GEV (*Generalized Extreme Value*). En considérant le modèle GEV avec le paramètre de localisation $\mu = 0$ car pour les excès, l'effet du paramètre

de localisation est pris en compte dans la suite $(a_n)_{n \geq 1}$ on montre que la loi GPD correspond à :

$$H_{\sigma, \xi}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\sigma}\right), & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

Où $\sigma > 0$ est un paramètre d'échelle

$\xi \in \mathbb{R}$ est un paramètre de forme

Tous les outils et la théorie présentée dans les parties précédentes se basent sur des variables aléatoires qui dépassent un seuil. Et puisque la détermination du seuil de modélisation est primordiale à la modélisation. La partie suivante décrit plusieurs méthodologies se basant sur des graphes pour déterminer ce seuil.

II.1.2 Détermination du seuil de modélisation

Ce paragraphe traitera la problématique de détermination du seuil de modélisation. Ce seuil déterminera la frontière entre les sinistres attritionnels et les sinistres graves. Il faut sélectionner un seuil élevé qui donne une bonne estimation des paramètres de la distribution. Si on choisit un seuil trop bas, les estimations seront moins volatiles mais seront biaisées puisqu'elles vont prendre une partie de la sinistralité attritionnelle. Si le seuil est trop élevé, les estimations ne seront pas précises puisqu'il y aura moins d'observations pour estimer les paramètres, ce qui impliquera des écarts-types des estimateurs très élevés.

Par conséquent, notre but est de déterminer le plus petit seuil possible pour une bonne estimation des paramètres de la distribution des sinistres graves.

✓ Mean Excess Plot

Cet outil déjà présenté précédemment est utilisé aussi pour la détermination du seuil des sinistres graves. En effet si les données suivent la loi de GPD, alors :

$$E(\mu) = \frac{\sigma}{1 - \xi} + \frac{\xi}{1 - \xi} * \mu$$

Donc le seuil est déterminé par la partie où le diagramme est approximativement linéaire.

✓ Hill Plot

Le Hill Plot est un diagramme qui trace l'estimation du paramètre ξ en fonction du seuil et du nombre de dépassement « *order statistics* », c'est-à-dire le nombre de sinistre dont le montant dépasse le seuil. Donc chaque valeur de ξ est calculée pour un seuil fixe μ .

Le Hill Plot se base sur l'estimateur de Hill donné par la forme empirique suivante :

$$\hat{\xi} = \frac{1}{K - 1} \sum_{i=1}^{k-1} (\ln X_i - \ln X_k)$$

On déduit de la stabilité de $GPD_{\xi,\sigma}$, si X suit une loi GPD, alors la variable $[X - \mu/X > \mu]$ suit une $GPD_{\xi,\sigma+\xi*\mu}$. Donc l'indice de queue ξ est stable pour toutes valeurs de μ . Il s'agit donc de choisir, graphiquement, un seuil minimal à partir duquel l'estimation de l'indice de queue devient stable.

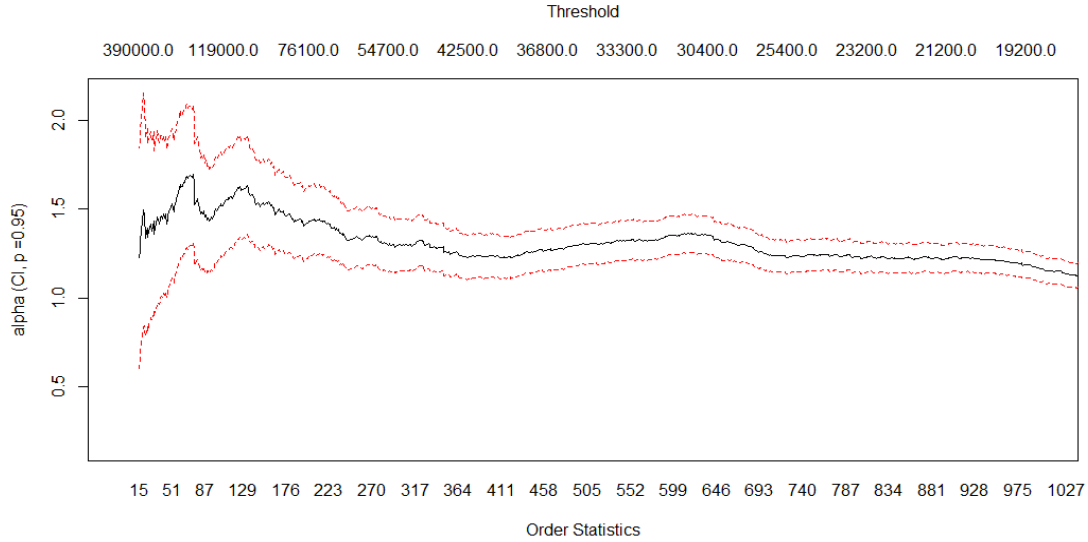


Figure 28: Hill plot

II.1.3 Test d'adéquation

Les tests d'adéquation sont des tests utilisés pour choisir une distribution plutôt qu'une autre. On teste l'hypothèse H_0 : « la variable aléatoire montant de sinistre individuel X est au-dessus du seuil μ suit la loi de la distribution $F_{\hat{\theta}}(x)$ dont on a estimé les paramètres » contre H_1 : « X ne suit pas $F_{\hat{\theta}}(x)$ ». Dans notre mémoire nous avons choisi le test d'Anderson-Darling et le test de Kolmogorov-Smirnov.

1) Test d'Anderson-Darling

Le test d'Anderson-Darling se base sur le calcul d'une distance entre la distribution empirique de l'échantillon et la distribution ajustée. La distance est définie comme suit :

$$A_k^2 = k \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_{emp}(x) - F_{\hat{\theta}}(x))^2}{F_{\hat{\theta}}(x)(1 - F_{\hat{\theta}}(x))} dF_{\hat{\theta}}(x)$$

$$A_k^2 = -k + k \sum_{i=1}^k (F_{emp}(x_{i-1})^2 - F_{emp}(x_i)^2) \ln(F_{\hat{\theta}}(x_i)) + ((F_{emp}(x_{i-1}) - 1)^2 - (F_{emp}(x_i) - 1)^2) \ln(1 - F_{\hat{\theta}}(x_i))$$

avec $F_{emp}(x_0) = 0$

Le test au seuil permet de valider l'hypothèse H_0 si $A_k^2 \leq c_\alpha$, c_α correspondant au quantile $1 - \alpha$ de la table d'Anderson-Darling en Annexe.

2) Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov consiste à mesurer, pour une variable aléatoire continue, la plus grande distance entre la distribution théorique $F_{\hat{\theta}}(x)$ et la distribution empirique $F_{emp}(x)$. La statistique de Kolmogorov-Smirnov est définie par :

$$D = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

Le test au seuil α associé à cette statistique est défini par la région critique de la forme : $\{D \geq c_\alpha\}$ où c_α est le quantile $(1 - \alpha)$ de la table de Kolmogorov-Smirnov. Pour $\alpha = 5\%$ la valeur tabulée du quantile est $c_\alpha = 1,358$.

II.1.4 Résultat

Nous allons présenter dans cette partie le cas pratique de la détermination du seuil et de la modélisation de la branche incendie. Concernant la RC ses graphiques sont présentés dans l'annexe.

1) Détection de la queue

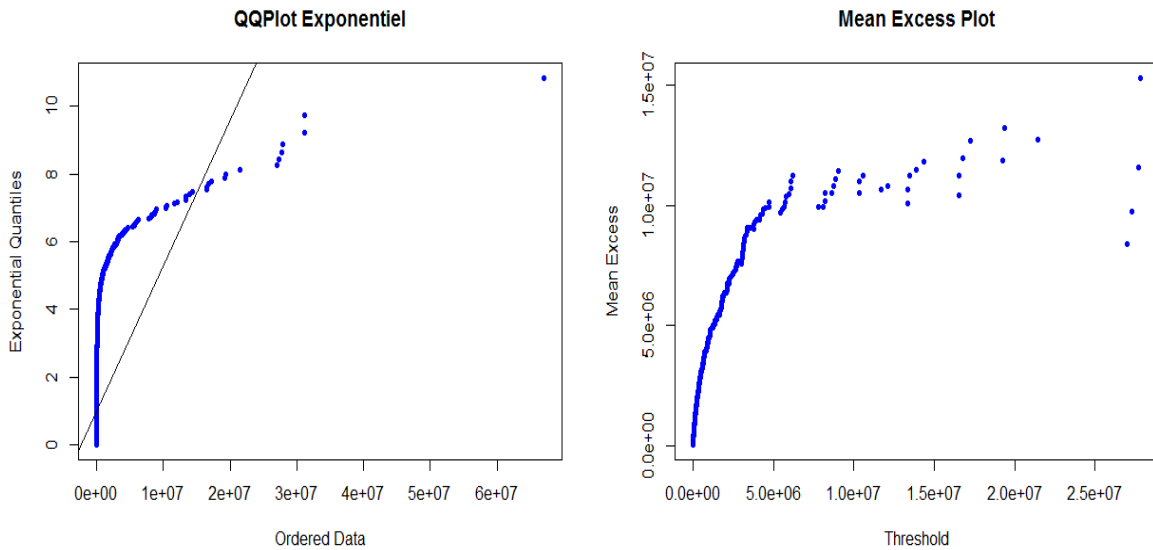


Figure 29: QQ-plot et mean excess plot de la branche incendie

Pour la branche incendie, on remarque sur le graphe QQ-plot que la courbe des quantiles empirique est au-dessus de la droite des quantiles de la loi exponentielle. De ce faite, on peut affirmer que la distribution des montants des sinistres suit une loi à queue lourde. Cette affirmation est bien reflétée au niveau du Mean excess plot ayant une pente croissante ce qui signifie que la queue de la distribution est lourde.

2) Détermination du seuil de modélisation :

Pour déterminer le seuil des sinistres graves nous utilisons les graphes présentés ci-dessous :

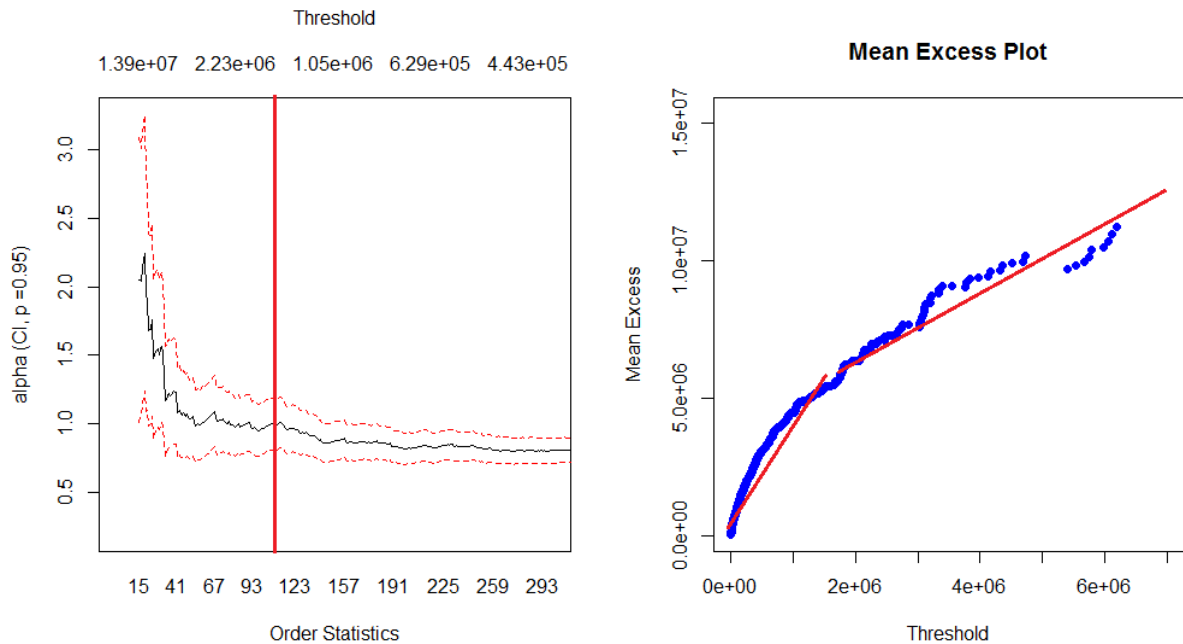


Figure 30: Hill plot et Mean excess plot de la branche incendie

On remarque que le Hill plot présente une stabilité de l'estimation de l'indice de queue ξ autour de 0,7 à partir de 1 800 000 DH avec un nombre de dépassement égal à 99. Le nombre de sinistre utilisé pour ajuster la loi GPD est assez suffisant pour que les paramètres estimés soient stables. La courbe du Mean Excess Plot s'aligne approximativement sur une droite à partir du seuil 1 800 000 DH. Donc pour la branche incendie, on choisit le seuil des sinistres graves égal à 1 800 000 DH.

3) Ajustement :

Pour la modélisation des sinistres graves de la branche incendie, et comme présenté dans les paragraphes précédents, nous allons utiliser la loi GPD. L'ajustement de la loi GPD sera effectué sur le montant de dépassement du seuil des sinistres graves. C'est-à-dire nous allons ajuster la loi de la variable aléatoire $[X - \mu/X > \mu]$ avec $\mu = 3\,600\,000$.

Le tableau suivant résume l'ajustement de la loi GPD pour la branche incendie et responsabilité civil:

		Incendie	RC
Seuil de modélisation		3 600 000	1 600 000
Estimation des paramètres	ξ	0,69666	0.87976
	σ	2 618 760	850528
Kolmogorov-Smirnov		0,71360	0.57740
Anderson-Darling		0,62818	0.28963

Tableau 6:Estimations des paramètres de la GPD

4) Qualité d’ajustement :

Pour pouvoir mesuré la qualité d’ajustement de la loi GPD, nous traçons le QQ-Plot entre les quantiles de la loi théorique ajustée et les quantiles des observations empiriques.

Quantile Plot

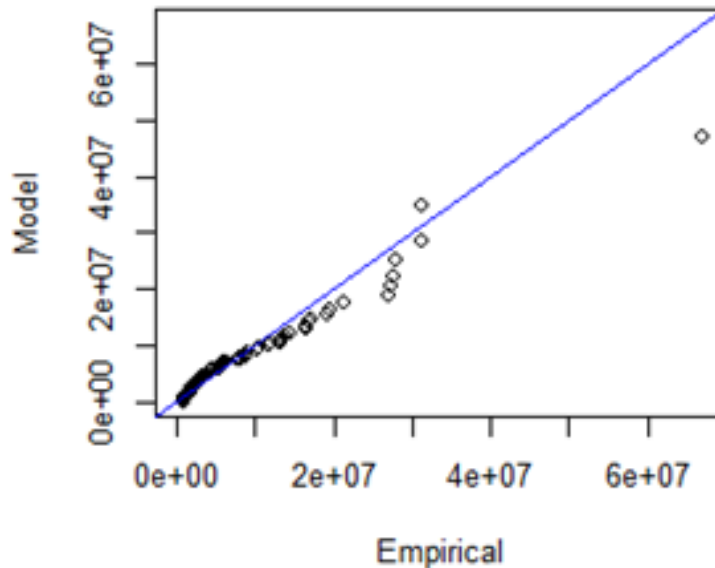


Figure 31: QQ-plot de la qualité d’ajustement

On remarque que pour la branche incendie l’ajustement de la loi GPD n’est pas assez satisfaisant. Cependant, la valeur de la statistique du test de Kolmogorov-Smirnov et celle d’Anderson-Darling nous permettent d’accepter l’ajustement par la loi GPD pour $\alpha = 5\%$. En effet $A_{0,9}^2 = 0,62818 < 2,5$ et $D = 0,71360 > 1,358$.

II.2 Modélisation de la fréquence

On modélise généralement la fréquence de la sinistralité par la loi de Poisson ou la loi Binomiale Négative.

Supposons que $\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} n(1 - F(u_n))$, le nombre de dépassement du seuil, a pour loi asymptotique une loi de Poisson de paramètre $\lambda = N(u_n)$. De ce fait, nous allons choisir de

modéliser la loi de la fréquence des sinistres graves par la loi de Poisson dont le paramètre sera la moyenne de la série des nombres de sinistres dépassant le seuil.

Le tableau suivant résume la moyenne du nombre annuelle des sinistres graves :

	INCENDIE	RC
MOYENNE	6.0625	3.6875

Tableau 7:Ajustement de Poisson

III. MODELISATION DE LA SINISTRALITE ATTRITIONNELLE

Les sinistres attritionnels sont des sinistres qui n’entrent pas dans le cadre des sinistres engendrés par une catastrophe naturel et qui, en général, ne dépassent pas les rétentions des traités de réassurance non proportionnelle. Ce sont des sinistres que l’assureur peut prendre en charge à travers la tarification basée sur mutualisation des risques.

Les sinistres attritionnels se caractérisent par le fait qu’ils ne sont pas coûteux, c’est à dire le montant des sinistres n’est pas élevé, mais ils sont très fréquents. De ce fait la modélisation de ce type de sinistre, dans le cadre de la réassurance, n’utilise pas la modélisation fréquence-sévérité. Nous utilisons des approximations pour modéliser la sinistralité totale d’une année.

Pour diminuer le temps que la simulation nécessite, nous n’allons pas modéliser la sinistralité attritionnelle sinistre par sinistre. On modélise souvent les sinistres attritionnels par la modélisation fréquence cout moyen ou par la distribution de la sinistralité annuelle totale. Dans notre étude, nous allons utiliser la modélisation de la distribution de la sinistralité annuelle totale.

III.1 Approximation de la sinistralité attritionnelle

III.1.1 Approximation normale

L’approximation normale, est fondée sur le théorème central limite. Les valeurs de l’espérance et de la variance sont supposées connues. On approxime la variable aléatoire par la variable aléatoire T suivant la loi normale.

Théorème central limite

Soient X_1, X_2, \dots, X_n des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de variance σ^2 et de d’espérance μ . On pose $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$. Alors :

$$\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

✓ Approximation Power normal

L’idée de l’approximation de la puissance normale est de rapprocher

$$Z = \frac{S - E(S)}{\sqrt{Var(S)}} \approx \tilde{Z} + \frac{\beta_S}{6} (\tilde{Z}^2 - 1)$$

Où \tilde{Z} est une variable aléatoire qui suit la loi normale et β_S est le coefficient de skewness de S .

III.1.2 Approximation Wilson-Hilferty

Soient X_1, X_2, \dots, X_N des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. Et N le nombre de sinistres. On pose $S_N = \sum_{i=1}^N X_i$

Soient μ_X, μ_N l'espérance de X et de N

σ_X, σ_N L'écart type de X et de N

γ_X, γ_N Le coefficient de skewness de X et de N

On montre que :

$$\mu_S = \mu_X * \mu_N$$

$$\sigma_S^2 = \mu_N * \sigma_X^2 + \mu_X^2 * \sigma_N^2$$

$$\gamma_S = \frac{\mu_N \sigma_X^3 + 3 \sigma_N^2 \mu_X \sigma_X^2 + \sigma_N^2 \gamma_N \mu_X^3}{\sigma_S^3}$$

La méthode d'approximation Wilson-Hilferty est une méthode dite de « symétrisations ». Elle approche la variable aléatoire S en la transformant en une variable aléatoire normale centrée et réduite R :

$$R = g(S)$$

Avec $R = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}$ et $Y = \left(\frac{S}{\mu_S}\right)^h$ avec $h = \frac{1}{3}$

On peut déduire que $S = \mu_S + \sigma_S * \tilde{S}$ où $\tilde{S} = \frac{\gamma_S^2}{108} \left(R - \frac{\gamma_S}{6} - \frac{6}{\gamma_S}\right)^3 - \frac{2}{\gamma_S}$

Approximation par le théorème central limite : Nous avons choisie d'approximer la distribution de la sinistralité annuelle totale par le théorème central limite. Cette approximation nous permettra de simuler la sinistralité attritionnelle totale en une seule simulation sans utiliser l'approche fréquence-sévérité qui est coûteuse en termes de temps et de calcul. Cette méthode est adaptée à notre situation car les traités de réassurance ne sont pas fonctionnels sur ce type de sinistres. Donc, pour la simulation, il suffit de générer une variable aléatoire suivant la loi normale de paramètres résumés dans le tableau suivant :

	Incendie
ESPERANCE	60 45 59 06
VARIANCE	165 506 55.98

Tableau 8: Moyenne Empirique de la sinistralité annuelle attritionnelle

Remarque : Pour la branche RC, nous n'avons pas modélisé la sinistralité attritionnelle par l'approximation du théorème central limite parce que cette méthode a engendré des valeurs négatives pour la charge attritionnelle annuelle ce qui ne peut être acceptable. Pour résoudre ce problème, nous avons ajusté la charge annuelle attritionnelle par la distribution log normal ayant les paramètres suivants :

	Incendie
ESPERANCE	471 512 193
VARIANCE	3 92138 E15

Tableau 9: Estimation des paramètres : log-norma

EVALUATION ET OPTIMISATION DU PLAN

La réassurance joue un rôle principal dans la diminution du risque pour le réassureur. Elle permet de diminuer le besoin en fond propre et de diminuer la volatilité du résultat. Ainsi la réassurance transmet ses risques au réassureur.

Cependant, la diminution du risque par la réassurance est effectuée en contrepartie d'une prime que l'assureur cède au réassureur. Cette cession impacte le résultat de l'assureur en le diminuant. Ainsi une cession excessive des risques coûtera cher pour l'assureur et diminuera son résultat. Et une cession timide des risques permettra de garder une grande partie du résultat mais exposera l'assureur à un risque énorme. Dans cette partie nous allons présenter une méthodologie pour trouver une stratégie de réassurance optimale.

Une stratégie optimale de réassurance est une stratégie combinant entre ces deux problématiques :

- **Minimisation du risque.**
- **Maximisation du profit.**

I. METHODOLOGIE ET CRITERES D'OPTIMISATION

I.1 Equation du résultat

Avant d'entamer l'optimisation, il faut définir l'équation du résultat de l'assureur qui sera à la base de nos calculs. Le résultat de l'assureur défini comme la différence entre les recettes et les dépenses est donné par l'équation suivante :

$$\text{Résultat} = \text{Primes} - \text{Sinistres} + \text{Résultat de la réassurance}$$

Avec $\text{Résultat de la réassurance} = \text{Sinistre cédé} - \text{Prime cédée}$

$\text{Sinistre} = \text{Sinistre grave} + \text{sinistre attritionnel}$

Dans la suite nous utiliserons la notation suivante pour exprimer l'équation du résultat :

$$R = P - (S_{grave} + S_{atr}) + S^c - P^c$$

Avec R : résultat de l'assureur

P : Prime

S_{grave} : Sinistre grave

S_{atr} : Sinistre attritionnel

S^c : Sinistre cédé

P^c : Prime cédée

Hypothèses :

- Les primes et la sinistralité sont calculées sur une base annuelle.
- La prime est supposée constante puisque la réassurance n'a pas un impact sur son montant.
- La sinistralité brute ne dépend pas de la réassurance. C'est-à-dire que la sinistralité brute ne change pas en changeant la politique de réassurance.

✓ **Remarque**

En moyenne, le résultat de réassurance est négatif puisque le réassureur charge des frais. Donc le résultat espéré avec réassurance est inférieur à celui sans réassurance. En d'autres termes, si l'assureur ne cherche qu'à optimiser son résultat alors il n'optera pas pour la réassurance. De même, si le réassureur ne cherche que la minimisation de son risque il cédera toutes ses charges mais il cédera aussi tous les bénéfices au réassureur.

I.2 Critères d'optimisation

Dans notre mémoire nous avons choisi d'optimiser la réassurance à partir de son impact sur le résultat du réassureur. Dans cette perspective, nous allons maximiser l'espérance du résultat que nous allons obtenir par une simulation tout en minimisant le risque. Les mesures de risque que nous utilisons dans ce mémoire est l'écart type du résultat et la Valeur à risque du résultat.

▪ Espérance du résultat

L'Espérance du résultat sera calculée en utilisant la simulation Monte-Carlo à partir de la distribution simulée du résultat. Elle est donnée par la formule suivante :

$$E(R) = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Avec R_i : Résultat calculé de la simulation i

n : Nombre de simulation

▪ **L'écart type**

L'écart type est une mesure de risque. Il permet de mesurer la dispersion de la distribution du résultat autour de la moyenne. Si l'écart type est grand, cela signifie que le résultat varie autour de sa moyenne et donc le risque est plus grand. L'estimateur de l'écart type de la distribution du résultat est comme suit :

$$\sigma(R) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - E(R))^2}$$

▪ **Value at risk (VaR)**

La VaR_α est le quantile d'ordre $1 - \alpha$ de la distribution du résultat. Il mesure la valeur résultat dans le cas d'un évènement exceptionnel ayant une probabilité de survenance égal à α . La VaR_α est définie comme suit :

$$VaR_\alpha(R) = \inf\{R_i: \Pr(R \leq R_i) \geq 1 - \alpha\}$$

Dans ce travail nous utilisons une probabilité de survenance $\alpha = 99.5\%$.

II. SIMULATION

Pour l'optimisation du plan de réassurance on utilise deux méthodes : la méthode analytique et la méthode de simulation Monte-Carlo. Cependant cette méthode est difficile à utiliser à cause de la complexité des systèmes et la non linéarité des équations engendrées par cette méthode. Par conséquent, nous avons choisi de procéder par simulation.

En cherchant à optimiser le résultat de la compagnie et après avoir fait une étude sur la sinistralité, la simulation nous permettra d'estimer la valeur espérée du résultat et sa variance. Pour simuler la distribution du résultat, nous allons utiliser les sorties fournies par la modélisation et l'ajustement de la sinistralité. Donc la simulation du résultat sera décomposée en deux parties ; procéder à la simulation de la sinistralité brute, sinistre attritionnel et sinistre grave, puis calculer le résultat.

II.1 Etapes de la simulation

II.1.1 Simulation de la sinistralité grave et de la charge cédée

On rappelle que la modélisation de la sinistralité grave se fait par le model fréquence sévérité :

$$S_{grave} = \sum_{i=1}^N X_i$$

Avec X_i : Le montant de la charge du sinistre i .

N : Le nombre annuel des sinistres graves.

En utilisant les paramètres des lois ajustées, l'algorithme suivant montre les étapes de la simulation des sinistres graves qui se répètent n fois (n est le nombre de simulation):

- On génère le nombre de sinistre N selon la loi Poisson
- Pour chaque i de 1 à N : On génère X_i le montant de la charge du sinistre i selon la loi GPD
- On calcul la charge cédée S^c en appliquant le traité de réassurance sur chaque variable X_i .

II.1.2 Simulation de la charge attritionnelle

Pour la charge attritionnelle, nous avons utilisé l'approximation du théorème central limite. Donc la simulation se fait en générant n valeurs selon la loi normale.

Notons S_{atr} la sinistralité attritionnelle.

II.1.3 Simulation du résultat

La simulation de la distribution du résultat se base sur les distributions déjà simulées dans les étapes précédentes. La distribution du résultat est obtenue en appliquant la formule suivante :

$$R = P - (S_{grave} + S_{atr}) + S^c - P^c$$

Avec P : La prime acquise

P^c : La prime cédée

II.2 La procédure PROC HPCDM sous SAS

Comme montre la formule précédente, la distribution du résultat se calcule à partir de la distribution de la sinistralité agrégée qu'elle soit attritionnelle ou grave. Dans cette perspective et pour diminuer le temps de simulation, la procédure PROC HPCDM sous SAS permet de simuler la sinistralité agrégée. Cette procédure permet aussi de générer une distribution ajustée à partir de la distribution de la sinistralité agrégée. La procédure de simulation fonctionne comme suit :

- Utilise le modèle de fréquence spécifié pour simuler une valeur N qui représente le nombre de sinistre.
- Utilise le modèle de sévérité spécifié pour simuler N valeurs, dont chacune représente l'ampleur de la perte pour chacun des événements de perte N .
- Ajoute les N valeurs de sévérité de l'étape 2 pour calculer la perte globale S

II.3 Convergence de la simulation

La simulation joue sur le caractère asymptotique des estimateurs et sa précision dépend donc du nombre de simulations. La vitesse de convergence des estimateurs doit être prise en considération pour déterminer le nombre de simulations nécessaire. Plus le nombre de simulations nécessaire est grand plus le temps de calcul est long, ce qui présente un inconvénient de cette méthode.

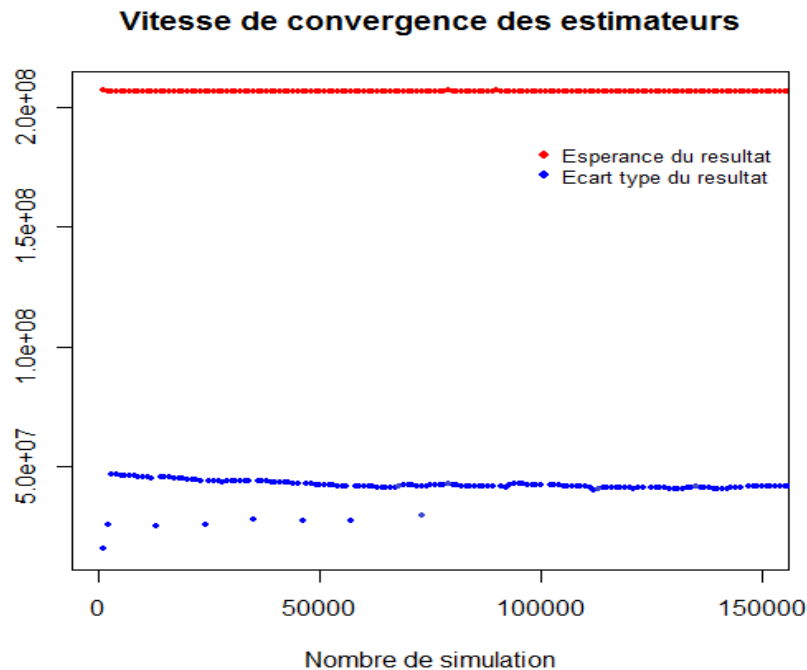


Figure 32: Convergence de la simulation

On remarque à partir du graphe ci-dessus que les estimateurs de l'espérance et de la variance convergent. Nous avons choisi 100 000 comme nombre de simulation.

III. EVALUATION

III.1 RC

Dans cette section nous allons essayer de déceler l'impact du plan actuel sur la distribution de la sinistralité, en analysant aussi l'impact des différents paramètres du traité.

III.1.1 Traité Avec reconstitution illimitée

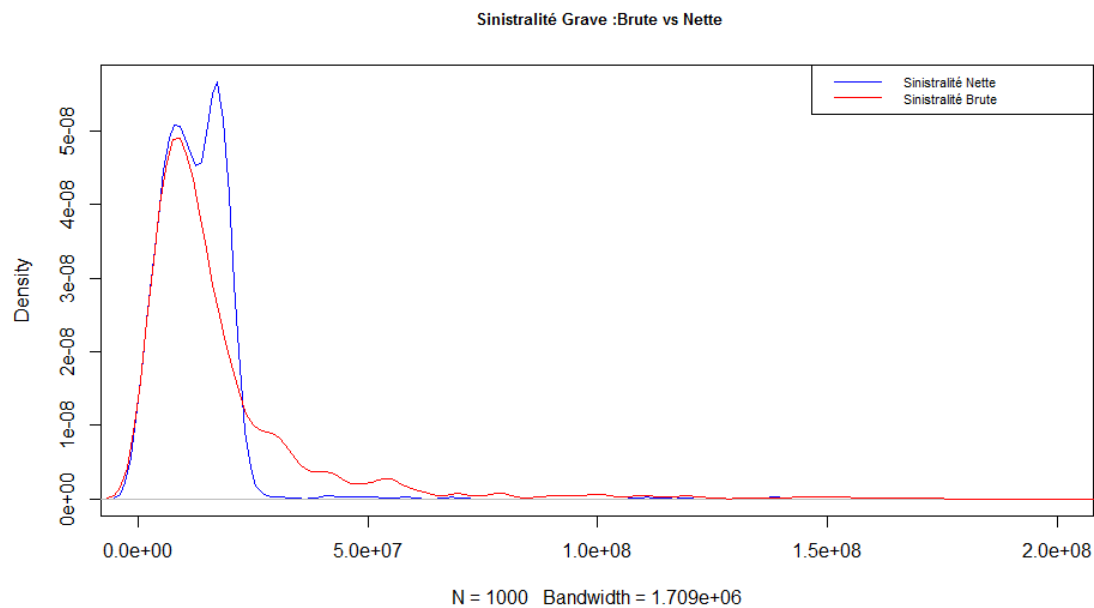


Figure 33: Distribution de la sinistralité brute et nette (RC)

	BRUTE	NETTE
MIN	0	0
MAX	722 630 298	594 552 828
MOYENNE	21 351 788	14 628 426
MEDIANE	12 059 728	12 020 656
ECART TYPE	45 563 821	32 317 111
VAR 99.5%	327 332 340	223 560 847
VAR 95%	56 298 613	21 157 046
TVAR 99.5%	534 150 000	418 720 000
TVAR 95%	151 700 000	75 625 000

Tableau 10: Statistiques de la distribution nette-brute (1)

Nous remarquons qu'il existe un impact de la réassurance sur la sinistralité annuelle. En effet cet impact est apparent pour les sinistres annuels dépassant 20 MDH. Le passage de la sinistralité nette à la sinistralité brute est marqué par une augmentation de la probabilité pour la sinistralité inférieure à 25 MDH en contrepartie d'une baisse de la probabilité pour les sinistres annuels dépassant ce seuil.

La distribution nette est plus centrée sur la moyenne que celle brute, donc l'impact du traité en termes de variabilité de la sinistralité est vérifié. En effet la moyenne de la sinistralité est passée de 21 351 788 DH à 14 628 426 DH accompagnée d'une baisse de la variabilité mesurée par l'écart type qui est passé de 45 563 821 à 32 317 111.

La baisse de la moyenne a permis de réduire l'écart Médian-Moyen rendant la distribution plus symétrique en renforçant le mécanisme de la mutualisation à travers l'application des lois des grands nombres.

On remarque aussi une baisse importante au niveau de la sinistralité annuelle maximale pour atteindre 722 630 298 DH au lieu 594 552 828 DH.

Pour cerner l'impact de la réassurance sur la queue de la distribution, nous avons calculé la valeur à risque (VaR) pour deux niveaux 95% et 99.5%. En effet la sinistralité brute de réassurance a une VaR 95% de 56 298 613 DH par contre le passage au net améliore ce quantile pour atteindre 21 157 046 DH.

On remarque aussi que le passage du quantile 95% à 99,5% au niveau de la sinistralité brute est marqué par un pique de 327 332 340 DH ce qui représente une hausse de 271 033 727 DH cela en conformité avec l'approche de la modélisation adoptée (GPD)

La même remarque par rapport à la TVaR. Ces deux mesures nous indiquent que le plan actuel a un effet modeste sur la variabilité de la sinistralité et sur la queue de la distribution qui reste à un niveau élevé. D'où l'intérêt de renouveler le traité pour une meilleure couverture.

III.1.2 Avec Reconstitutions limitées

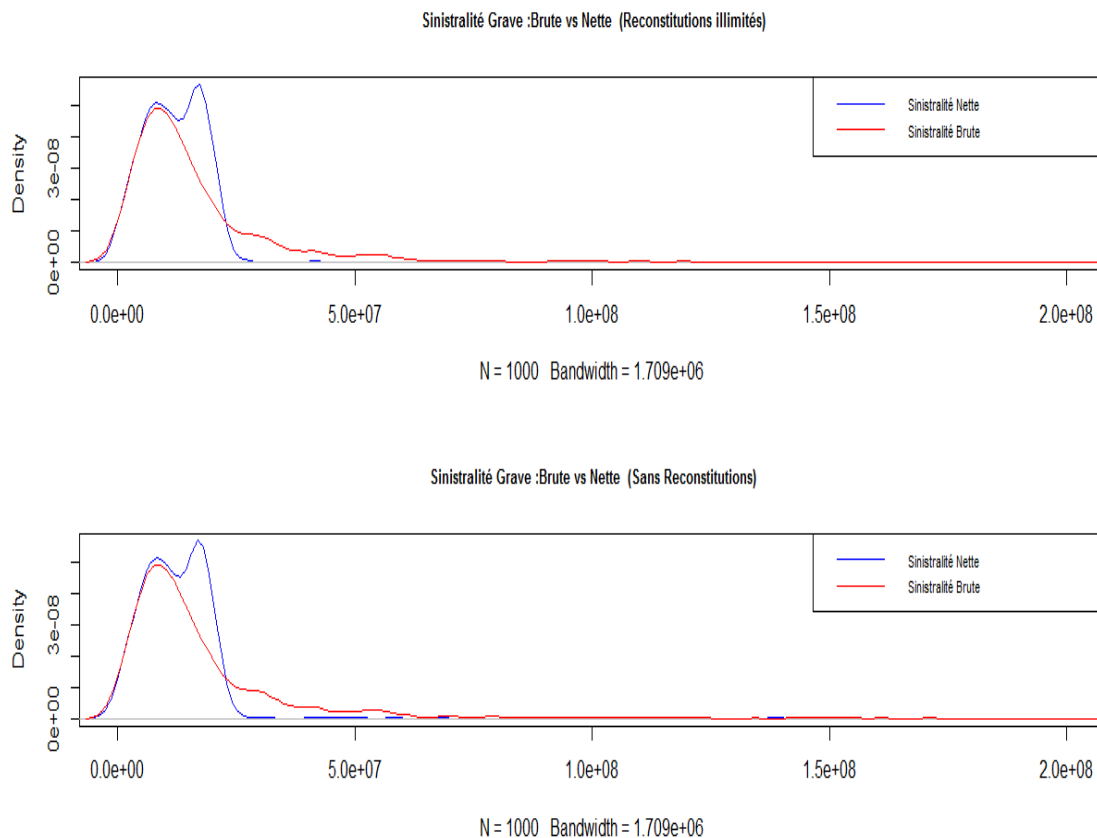


Figure 34: Effet de la reconstitution sur la distribution brute et nette (RC)

	SANS RECONSTITUTION	RECONSTITUTIONS ILLIMITES
MOYENNE	14 662 025	14 628 426
ECART TYPE	32 872 801	32 317 111
VAR 99.5%	223 560 847	223 560 847
VAR 95%	21 157 046	21 157 046
TVAR 99.5%	425 440 000	418 720 000
TVAR 95%	76 297 000	75 625 000

Tableau 11: Statistique des distributions sans et avec Reconstitutions

En intégrant les reconstitutions, la sinistralité nette a connu un léger changement au niveau de la moyenne de la sinistralité qui a baissé de 33 599 DH, et au niveau de l'écart type qui a diminué de 555 690 DH. Pour la queue de la distribution mesurée par la VaR et la TVaR, nous remarquons que les reconstitutions n'ont qu'un faible impact, en effet la TVaR a connu une faible baisse de 672 000 DH pour les deux niveaux 99.5% et 95%,

Pour déterminer le nombre de reconstitutions à partir duquel la sinistralité ne connaît aucun changement, on a tracé le graphe suivant :

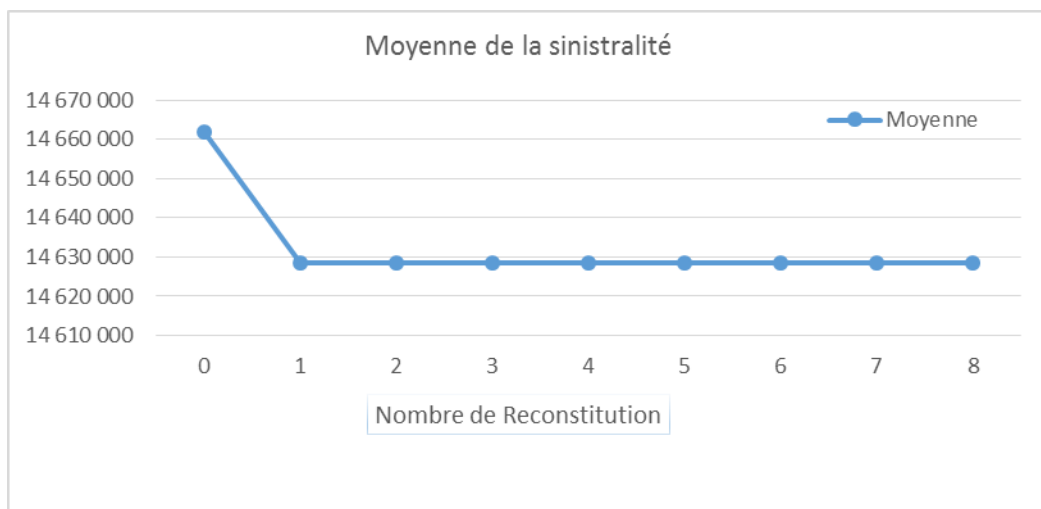


Figure 35: Influence de la reconstitution sur la moyenne de la sinistralité nette (RC)

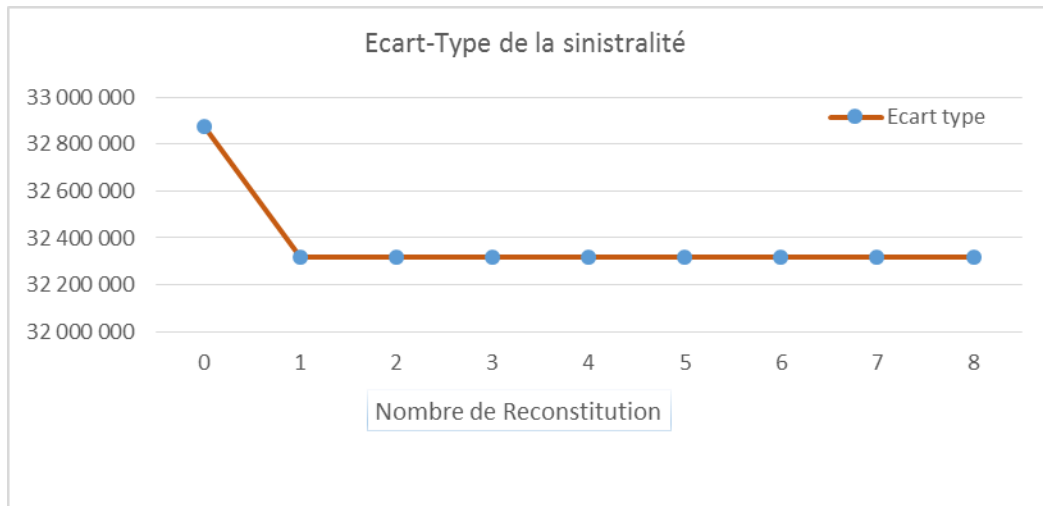


Figure 36: Influence de la reconstitution sur l'écart type de la sinistralité nette (RC)

D'après le graphe au-dessus, on constate qu'à partir de la première reconstitution la moyenne et l'écart type de la sinistralité restent figés. Donc une seule reconstitution à 100% est suffisante pour absorber l'ensemble des sinistres entrant dans le cadre du traité pour une année donnée.

III.1.3 Couverture en deux tranches

Avant de passer à l'optimisation on va essayer de visualiser l'ampleur de l'impact du traité dans le cas où la branche est couverte par la deuxième tranche.

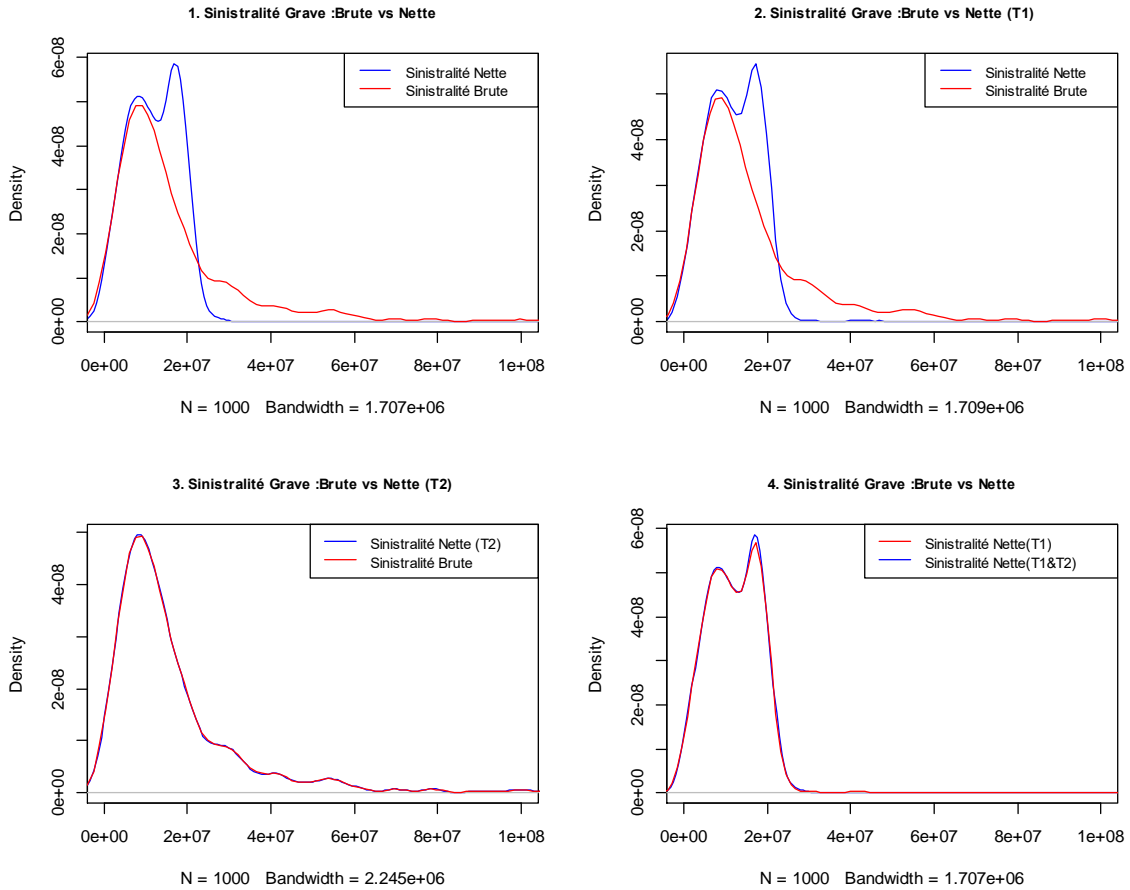


Figure 37: Sinistralité brute et nette par tranche (RC)

	BRUTE	NETTE
MIN	0	0
MAX	722 630 298	321 368 016
MOYENNE	21 351 788	12 571 438
MEDIANE	12 059 728	12 020 656
ECART TYPE	45 563 821	14 561 081
VAR 99.5%	327 332 340	26 140 835
VAR 95%	56 298 613	20 988 756
TVAR 99.5%	534 150 000	154 150 000
TVAR 95%	151 700 000	35 231 000

Tableau 12 : moments des distributions brute et nette – effet de la couverture en deux tranches

En simulant la sinistralité pour un traité en deux tranches, l'effet du traité est renforcé. En effet une analyse graphique des densités de la sinistralité annuelle nous indique que l'intégration de la deuxième tranche lisse la distribution de la sinistralité en augmentant la probabilité de réalisation pour les sinistres inférieurs à 20 MDH en contrepartie de celles dépassant ce seuil.

Une analyse en termes descriptif, nous indique une baisse de la sinistralité moyenne de 2 056 988 DH, par rapports à la couverture en une seule tranche, une baisse aussi au niveau de l'écart type de 17 756 030 DH.

La distribution de la sinistralité nette est plus symétrique puisque l'écart médiane-moyenne est faible.

L'amélioration est remarquée aussi au niveau de la queue de la distribution, avec une chute de la VaR(à 99.5%) de 197 420 012 DH, et une faible différence entre la VaR99.5% et VaR95%.

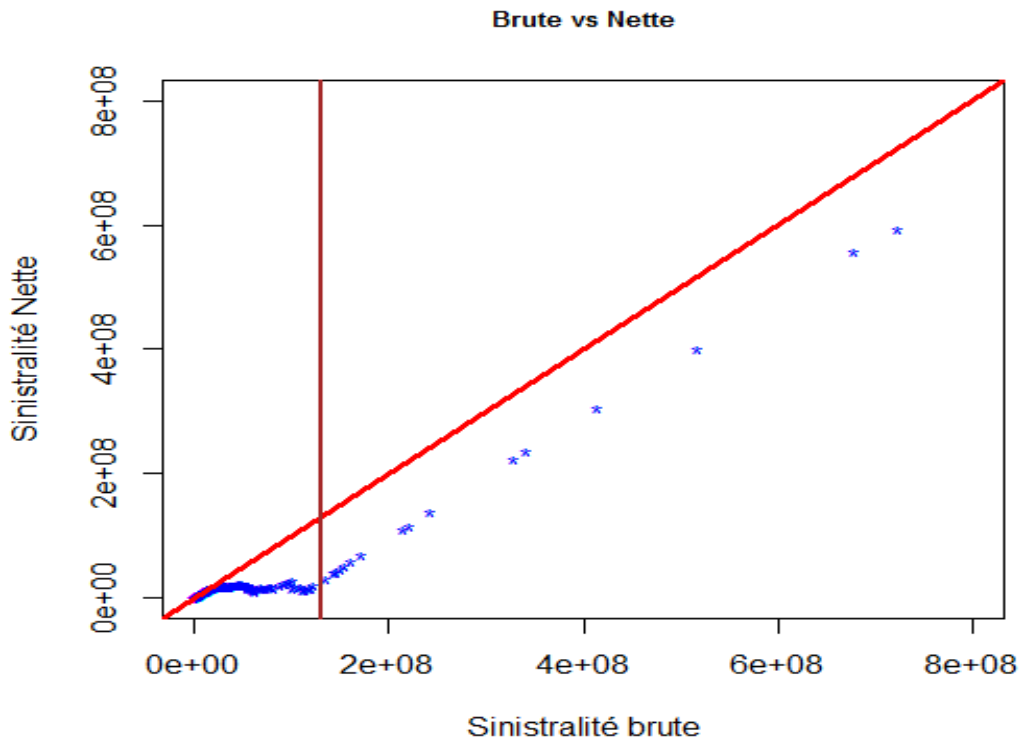


Figure 38: Sinistralité brute Vs nette tranche1 (RC)

Pour une analyse affine de l'impact du traité actuel sur la sinistralité brute, nous traçons le graphe (Sinistralité brute, sinistralité nette).

D'après ce graphique, nous décelons deux tendances majeures.

La première concerne une part importante des observations où l'augmentation de la sinistralité brute est accompagnée d'une faible augmentation voire une stabilité de la sinistralité nette. Cela confirme que la tranche couverte est une tranche travaillante.

La deuxième qui commence à partir de 130 MDH, l'augmentation de la sinistralité brute est accompagnée d'une augmentation proportionnelle de celle nette. Cela est dû aux sinistres dépassants la première tranche de la couverture. Ce dépassement augmente la sinistralité supportée par l'assureur.

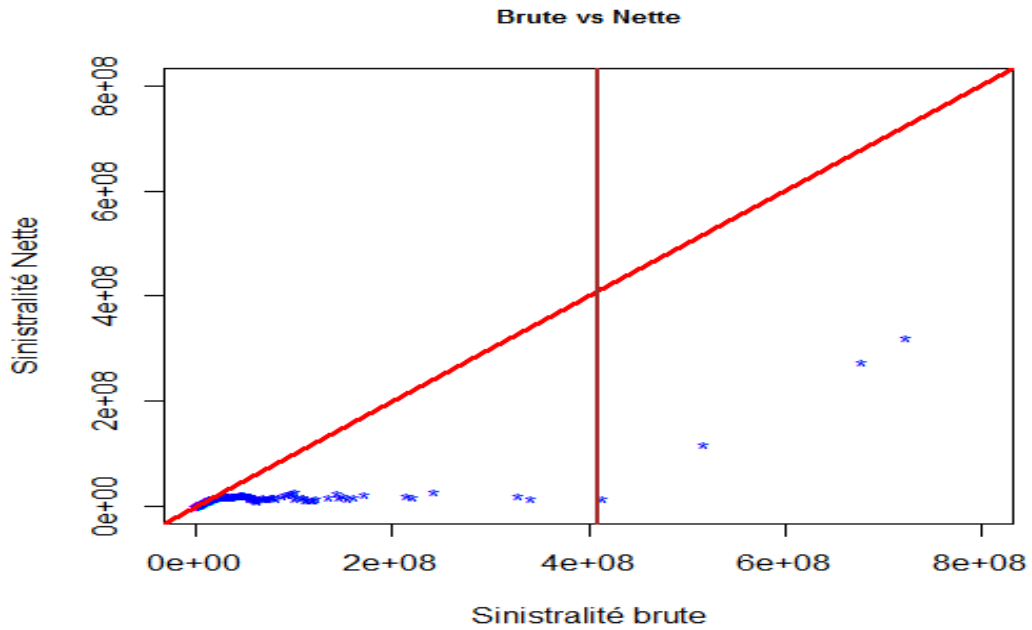


Figure 39: Sinistralité brute Vs nette tranche1 et tranche2 (RC)

On remarque qu'avec un plan de réassurance couvrant aussi la deuxième tranche, le deuxième comportement de la sinistralité décelée au-dessus s'est prolongé jusqu'à 400 MDH, pour intégrer presque l'ensemble des observations.

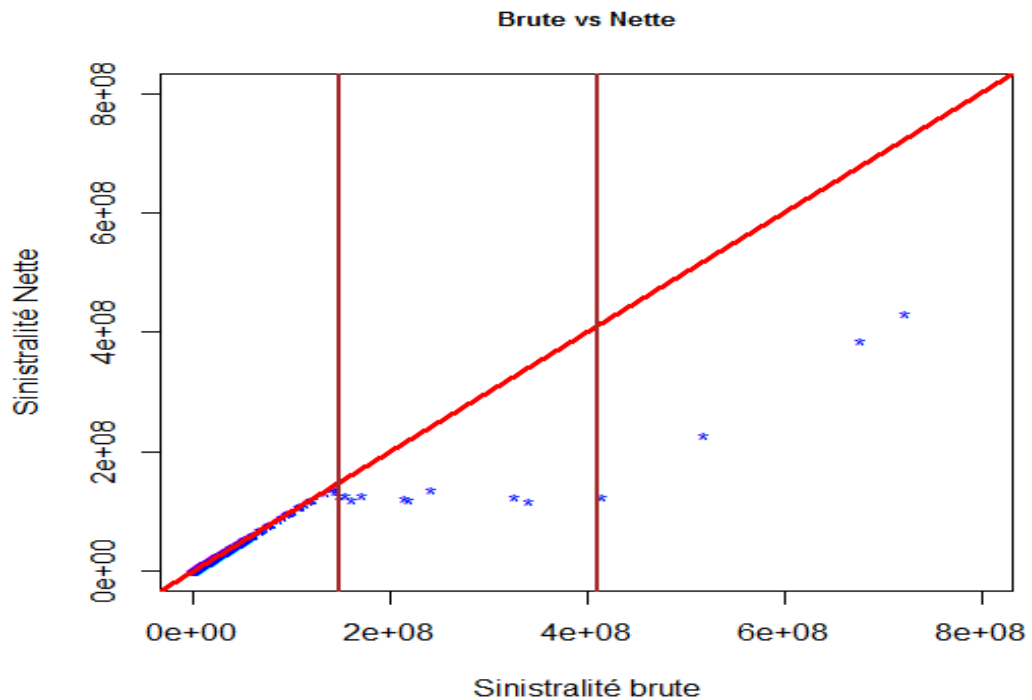


Figure 40: Sinistralité brute Vs nette tranche2 (RC)

Le graphe au-dessus suppose que le traité ne comporte que la deuxième tranche, on remarque que ce traité n'a des effets que pour les sinistralités annuelles dépassant 150 MDH ce

scénario serait préférable pour la compagnie si elle estime qu’une sinistralité annuelle inférieure à 150 MDH est supportable sans réassurance.

Donc avec un plan de deux tranches, la compagnie est couverte aussi contre les grands sinistres laissant une très faible chance à l’écart de la sinistralité par rapport à la moyenne prévue.

III.2 Incendie

III.2.1 Traité avec reconstitution illimitée

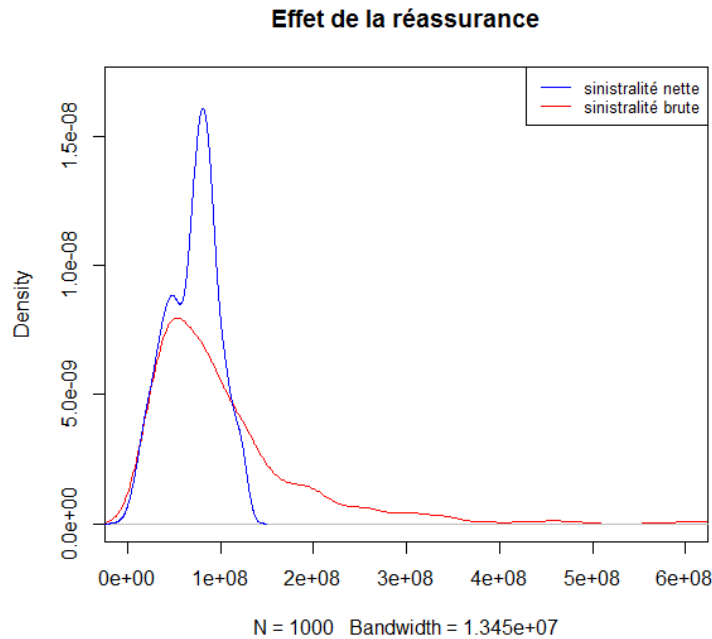


Figure 41: Effet de la réassurance (incendie)

	BRUTE	NETTE
MIN	0	0
MAX	795 468 504	130 179 821
MOYENNE	105 763 294	69 765 337
MEDIANE	81 391 292	73 855 107
ECART TYPE	92 461 317	28 086 215
VAR 99.5%	626 676 718	125 789 412
VAR 95%	275 419 991	116 520 069
TVAR 99.5%	701 080 000	127 920 000
TVAR 95%	4.01e+08	121 790 000

Tableau 13 Tableau 14 : moments des distributions brute et nette – effet de la reconstitution (Incendie)

Dans le cas d’une reconstitution infinie, nous remarquons que la réassurance a un impact important sur la distribution de la sinistralité. En effet, elle a causé une diminution de tous les moments de la distribution. La réassurance a diminué la moyenne de la sinistralité de 35 997 957 DH en passant de 105 763 294 DH à 69 765 337 DH. Cette diminution est accompagnée aussi par la diminution du risque, en effet l’écart type de la distribution de la sinistralité diminue en appliquant le traité de réassurance ; il passe de 92 461 317 DH à

28 086 215 DH. Dans la même perspective, l'écart entre la médiane et la moyenne a diminué lui aussi et le plus important c'est que la valeur de la moyenne est devenue inférieure à celle de la médiane ce qui signifie que le poids des valeurs inférieures à la médiane est plus important que ceux supérieurs.

La réassurance impacte aussi la queue de la distribution. Nous remarquons que la réassurance a diminué l'épaisseur de la queue de la distribution. Cette diminution de l'épaisseur de la queue est récupérée au niveau des valeurs centrales de la distribution, c'est-à-dire que la surface de la probabilité diminuée de la queue est récupérée au centre de la distribution. De ce fait la probabilité d'avoir une sinistralité annuelle dépassant 200 000 000 DH a diminué alors que la probabilité d'avoir une sinistralité inférieure à 200 000 000 DH a augmenté.

Cette diminution de l'épaisseur de la queue est bien visible sur les valeurs de la VaR et la $TVaR$. La $VaR_{0,995}$ a diminué de 80% en passant de 626 676 718 DH à 125 789 412 DH de même pour la $TVaR_{0,995}$ qui a diminué de plus que 80%. Ces mesures indiquent aussi la valeur de la charge annuelle grave que la compagnie est amenée à payer. Donc l'exposition de la compagnie diminue elle aussi avec la mise en place de la réassurance.

Dans la partie précédente nous avons vu l'effet du traité XS avec reconstitutions infinie sur la distribution de la sinistralité. Cependant en réalité le traité n'a pas une infinité de reconstitutions. Dans cette perspective nous allons essayer de détecter l'effet des reconstitutions sur la distribution de la sinistralité.

III.2.2 Traité avec reconstitutions limitées

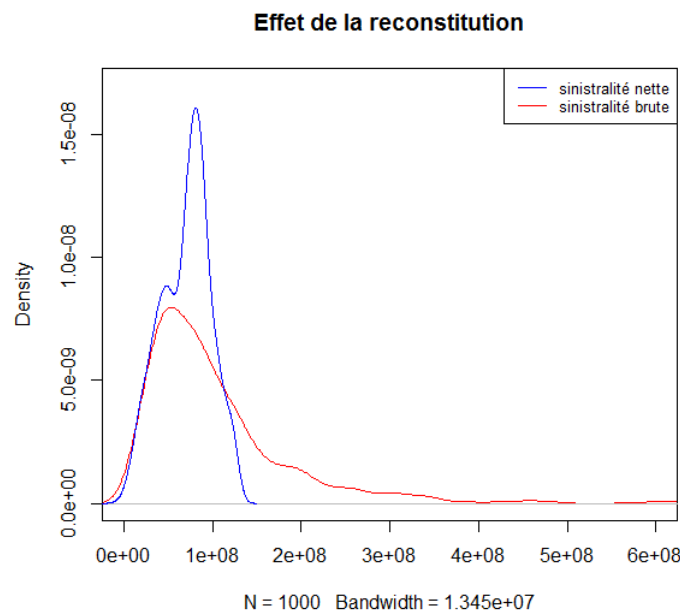


Figure 42: Effet de la reconstitution (incendie)

	RECONSTITUTIONS LIMITEES	RECONSTITUTIONS ILLIMITEES
MOYENNE	69 765 337	69 765 337
MEDIANE	73 855 107	73 855 107
ECART TYPE	28 086 215	28 086 215
VAR 99.5%	125 789 412	125 789 412
VAR 95%	116 520 069	116 520 069
TVAR 99.5%	127 920 000	127 920 000
TVAR 95%	121 790 000	121 790 000

Nombre de reconstitution : 4

Du graphe et du tableau précédent, nous remarquons que le nombre de reconstitution du traité n'a pas d'impact sur la distribution de la sinistralité nette parce que le nombre de reconstitutions est très élevé. Le nombre de reconstitution est élevé pour que la couverture converge vers le cas des reconstitutions illimitées. Pour déterminer le nombre de reconstitutions à partir duquel la reconstitution n'a pas d'effet sur la distribution de la sinistralité nous traçons les graphes suivants :

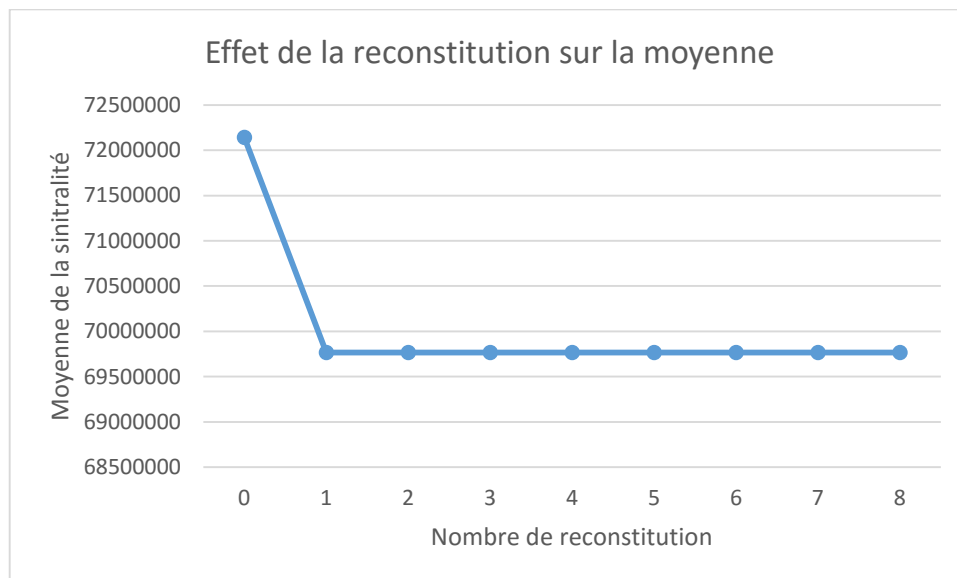


Figure 43: Influence de la reconstitution sur la moyenne de la sinistralité nette (incendie)

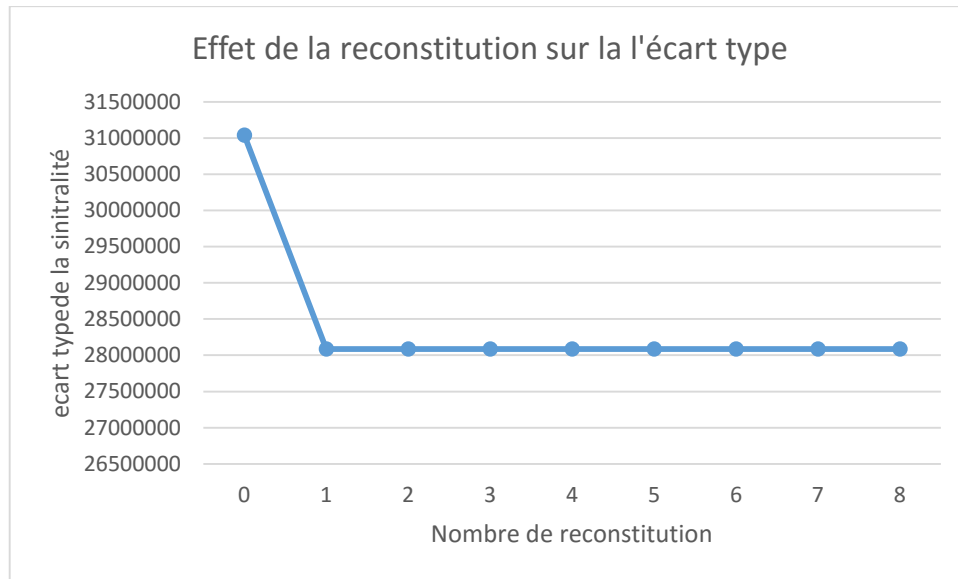


Figure 44: Influence de la reconstitution sur la écart type de la sinistralité nette (RC)

Les deux graphes ci-dessus montrent que dès la première reconstitution la moyenne et l'écart type de la distribution de la sinistralité nette convergent vers la valeur du traité avec reconstitution illimitée. Ce résultat nous amène à penser qu'une seule reconstitution à 100% est suffisante cependant les reconstitutions sont utiles puisqu'elles diminuent la prime de la couverture par rapport au cas des reconstitutions illimitées.

III.2.3 Effet par tranches de la réassurance

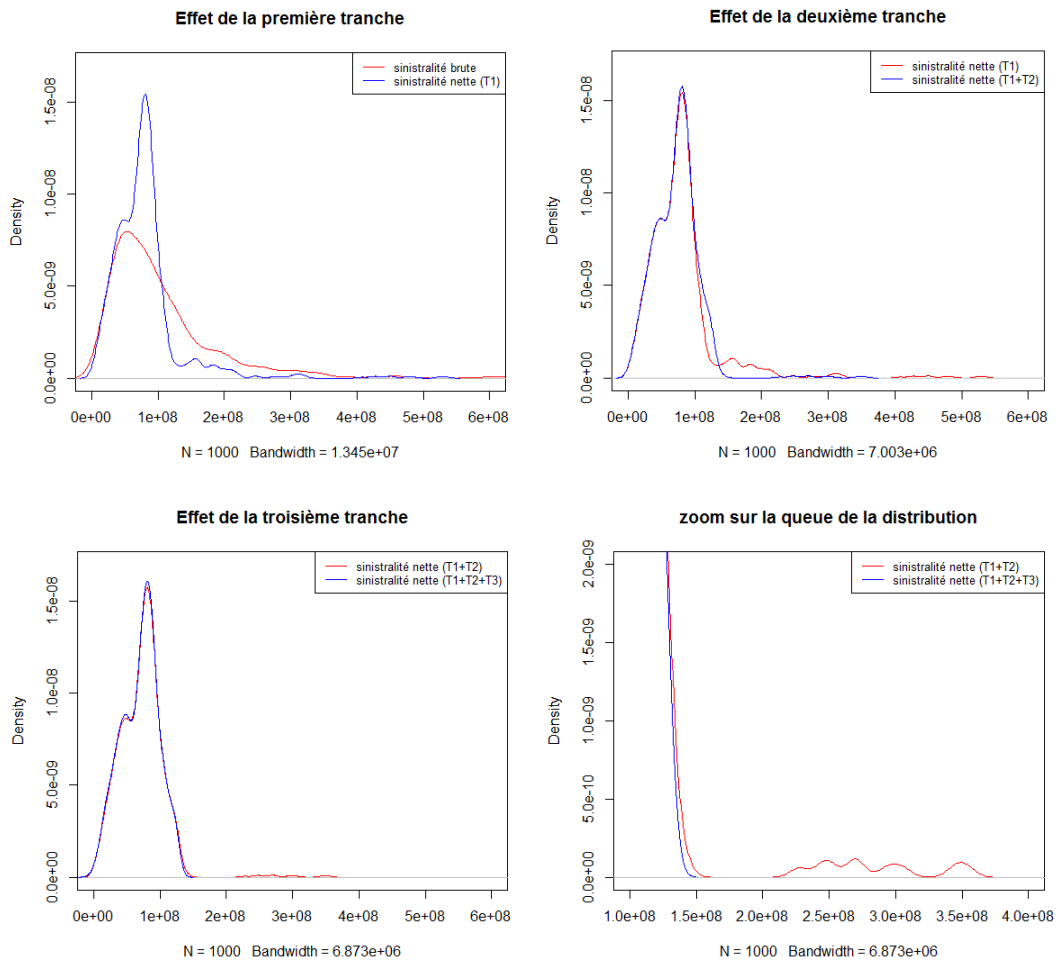


Figure 45: Effet des tranches sur la distribution de la sinistralité

	BRUTE	NETTE (T1)	NETTE (T1+T2)	NETTE (T1+T2+T3)
MIN	0	0	0	0
MAX	795 468 504	533 424 845	353 424 845	130 179 821
MOYENNE	105 763 294	79 199 166	72 253 587	69 765 337
MEDIANE	81 391 292	75 035 187	74 722 530	73 855 107
ECART TYPE	92 461 317	55 996 670	34 812 131	28 086 215
VAR 99.5%	626 676 718	448 963 621	268 963 621	125 789 412
VAR 95%	275 419 991	164 750 987	119 267 620	116 520 069
TVAR 99.5%	701 080 000	493 430 000	313 430 000	127 920 000
TVAR 95%	4.01e+08	261 070 000	153 300 000	121 790 000

Tableau 15: Statistiques pour les distributions des sinistralités par tranche

En appliquant les tranches une à une, nous remarquons que plus nous augmentons la couverture du traité, en ajoutant des tranches, plus la distribution de la sinistralité devient de plus en plus symétrique. Nous remarquons en plus qu'à chaque fois qu'on augmente la couverture, l'épaisseur de la queue diminue. En effet les deux premières tranches ont diminué

énormément la queue de la distribution. L'ajout de la troisième tranche a un effet minime, par rapport aux deux premières, sur la distribution de la sinistralité.

Pour une analyse affine de l'impact du traité actuel sur la sinistralité brute, nous traçons le graphe (Sinistralité brute, sinistralité nette).

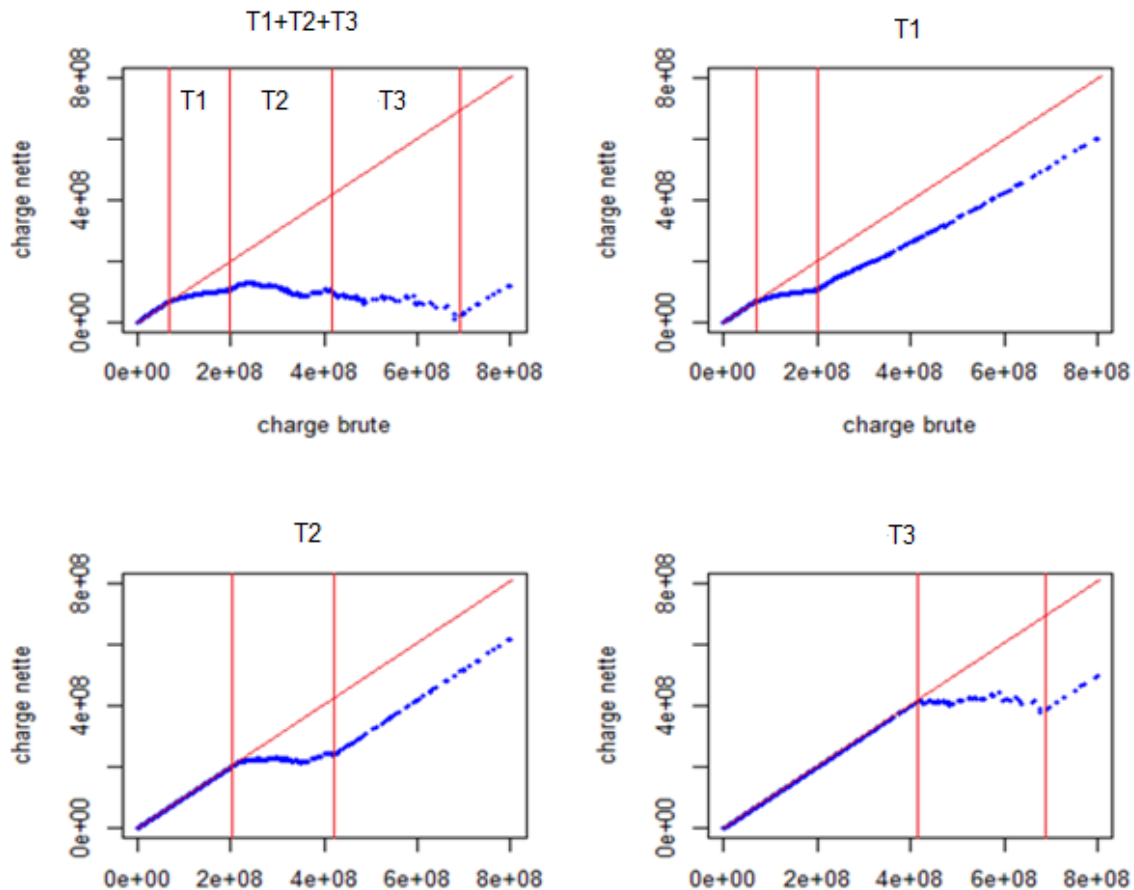


Figure 46: Sinistralité brute vs nette (incendie)

On remarque que le nuage des points est en-dessous de la première bissectrice ce qui veut dire que la sinistralité brute est inférieure à la sinistralité nette. En plus on remarque l'existence de trois phases sur les graphes.

Première phase : on remarque que le nuage des points s'aligne sur la première bissectrice. Ce qui signifie que la tranche n'a pas d'effet sur cette sinistralité. Pour le graphe de la première tranche, l'ensemble des points dont le montant de la charge annelle grave ne dépasse pas 60 000 000 DH fait partie de cette phase.

Deuxième phase : le nuage de points devient approximativement horizontal. Dans cette partie la tranche est active. Elle stabilise la sinistralité nette même que si la sinistralité brute

augmente. Dans cet intervalle de la sinistralité la tranche est dite travaillante. Pour la première tranche L'intervalle de la sinistralité pour cette phase commence à 60 000 000 DH et se termine à 200 000 000 DH.

Troisième phase : dans cette phase le nuage des points devient parallèle à la première bissectrice. Cette partie est caractérisée par le fait que le montant des sinistres dépasse la portée de la tranche. Pour la première tranche cette phase commence pour une sinistralité annuelle grave débutant de 650 000 000 DH.

Cette analyse en termes de sinistralité, malgré son importance, reste incomplète pour juger l'efficacité d'un plan puisqu'elle n'intègre pas une composante importante dans le choix et l'évaluation d'un plan de réassurance qui est le coût de réassurance.

IV. OPTIMISATION

Vu que les paramètres les plus importants dans un traité de réassurance en excédent de sinistre sont la priorité et la portée, nous allons organiser notre démarche d'optimisation autour de ces deux paramètres. En effet nous allons commencer par tester un ensemble des combinaisons (Priorité, Portée), toute chose égale par ailleurs, et voir leurs impacts sur nos indicateurs d'optimisation.

IV.1 RC

Nous avons choisi de comparer des traités dont la priorité varie de 2 Millions DH à 20 Millions DH avec un pas de 0.5 Millions, et la portée de 100 Millions de DH à 400 Millions DH avec un pas de 6 millions. Ces deux paramètres nous permettent d'atteindre un plafond maximal de 400 Millions DH (Plafond du traité incluant les deux tranches.)

Ce choix d'aller jusqu'à 200 000 000 DH, a plusieurs motivations :

- 1- L'analyse du profil du risque de la branche RC nous renseigne que le capital maximal assuré est de 370 Millions DH et que 18% des capitaux dépassent la capacité de souscription (hors facultatives) qui est de 110 Millions de dirhams (Couverture seulement par la première tranche.), il s'avère important d'envisager l'élargissement de la couverture pour inclure ces dépassements au lieu d'une cession en facultative qui est généralement coûteuse et non préférable par les assureurs.
- 2- Le plafond du traité AT-AUTO-RC est de 400 Millions DH, donc cet élargissement va contribuer à unifier la couverture pour les trois branches. Il permet aussi d'envisager l'optimalité des traités dont la capacité est proche de celle du traité existant pour lequel on est sûr de l'existence de l'offre évitant toute problème de placement.

Voici les résultats obtenus en termes de Moyenne / Écart-Type du Résultat

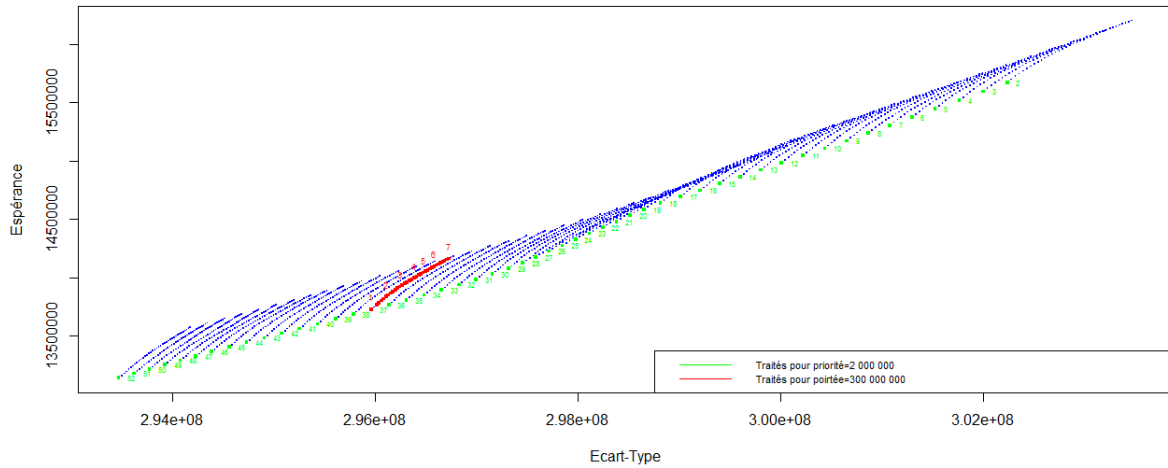


Figure 47: Combinaisons priorité portée

On remarque qu'il existe des couples non optimaux, et que, pour une priorité donnée, plus on augmente la portée plus l'espérance et la volatilité du résultat diminuent ce qui est évident et en compatibilité avec le but de la réassurance.

Aussi pour une portée donnée l'augmentation de la priorité (*courbe rouge*) implique une hausse au niveau de l'espérance et de la volatilité du résultat.

Sur cette base nous déterminons la courbe d'efficacité suivante :

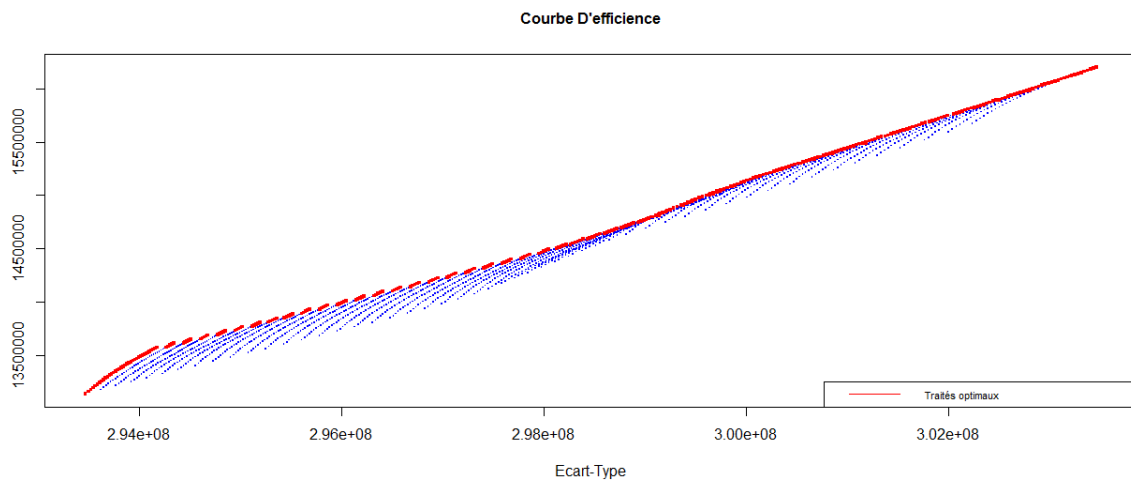


Figure 48: Graphique moyenne-écart-type du Résultats (RC)

Nous représentons ces couples optimaux dans le graphe suivant.⁶

⁶ Vous trouvez en annexe l'ensemble des traités optimaux

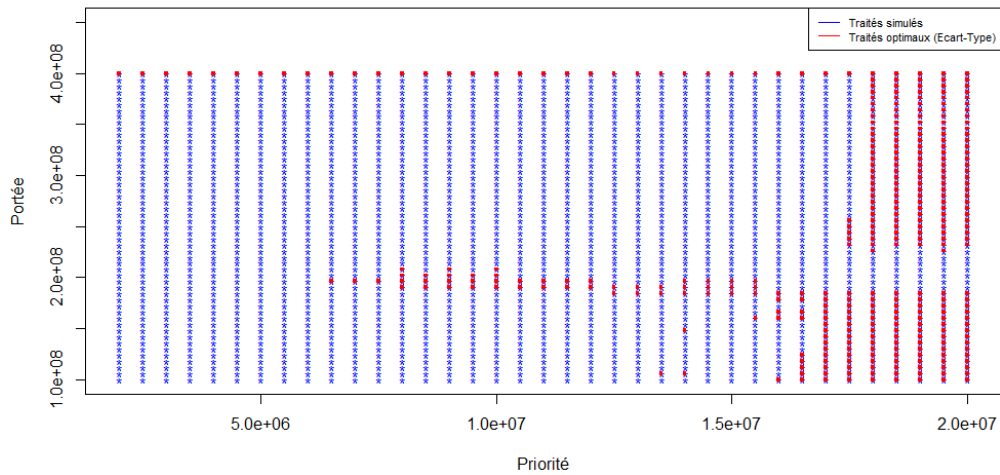


Figure 49: Optimums obtenus par l'optimisation moyenne écart-type(RC)

La majorité des optimums se trouvent dans l'intervalle [17e+6 DH ; 20e+6 DHs], on remarque aussi que pour la portée égale à 400 Millions quelque soit la valeur de la priorité le couple sera un optimum. Aussi pour la portée 200 Millions Dhs on a un large choix en termes de priorité.

Après avoir déterminé les couples optimaux en termes d'espérance et de variance, nous visualisons ces couples, mais au lieu de l'Ecart type nous utilisons la VaR_{99,5%}.

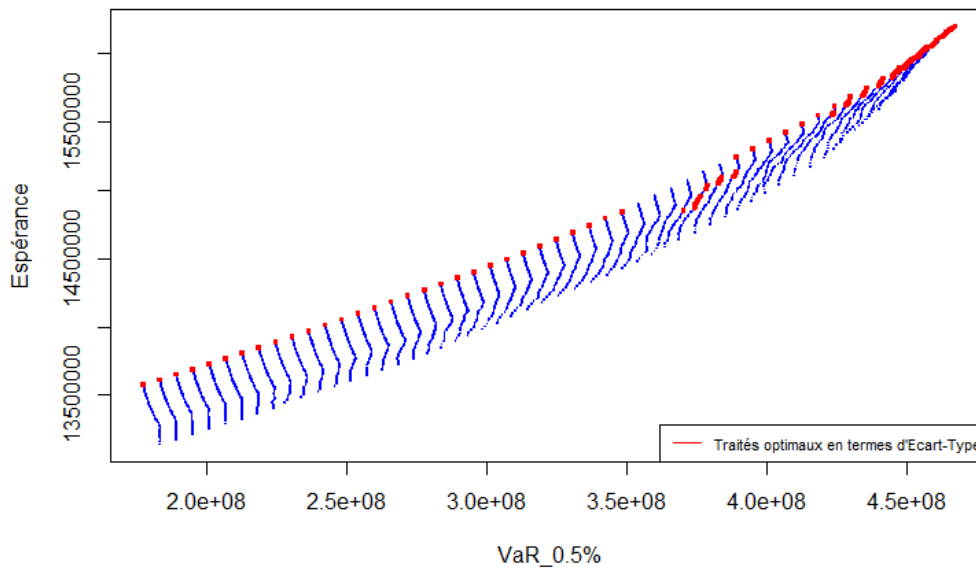


Figure 50: Graphique moyenne VaR (RC)

Le graphique au-dessus montre que parmi ces couples optimaux, ils existent ceux qui sont sous optimaux selon le critère Espérance-Valeur à risque .En effet l'optimisation par rapport à l'Ecart type ne capte pas les différences dans les queues des distributions. Donc une optimisation par rapport à une mesure de l'épaisseur de la queue s'avère intéressante. Sur cette base nous avons construit une nouvelle courbe d'efficacité pour ces couples.

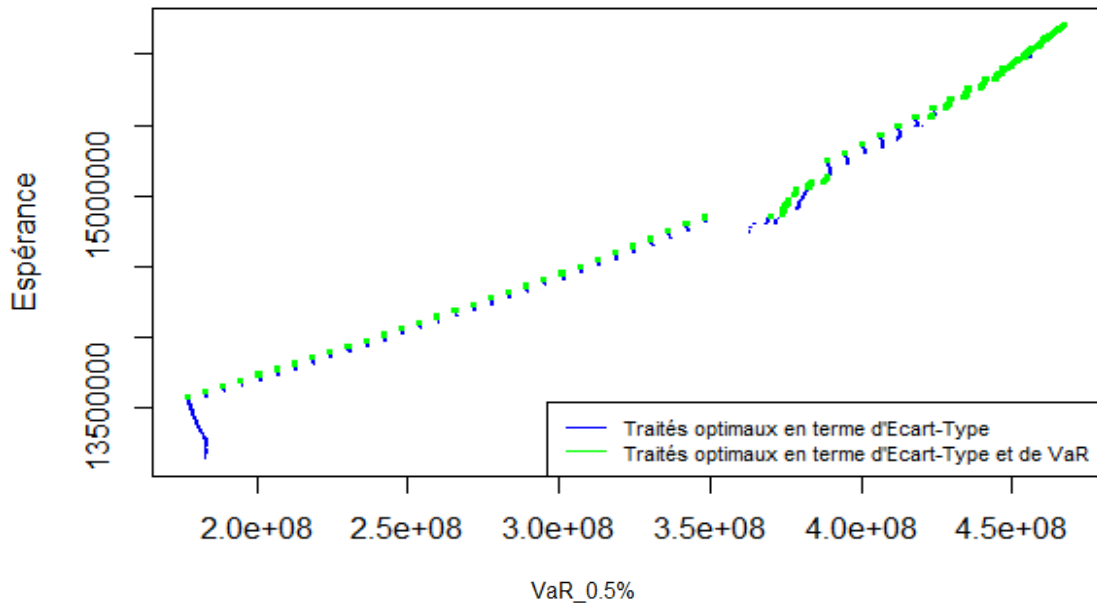


Figure 51: Optimisation moyenne-Ecart-Type- VaR (RC)

Le graphique suivant représente l'ensemble des nouveaux optimums, et qui montre que la majorité des optimums se trouvent pour une portée supérieure à 15.3 Millions dirhams

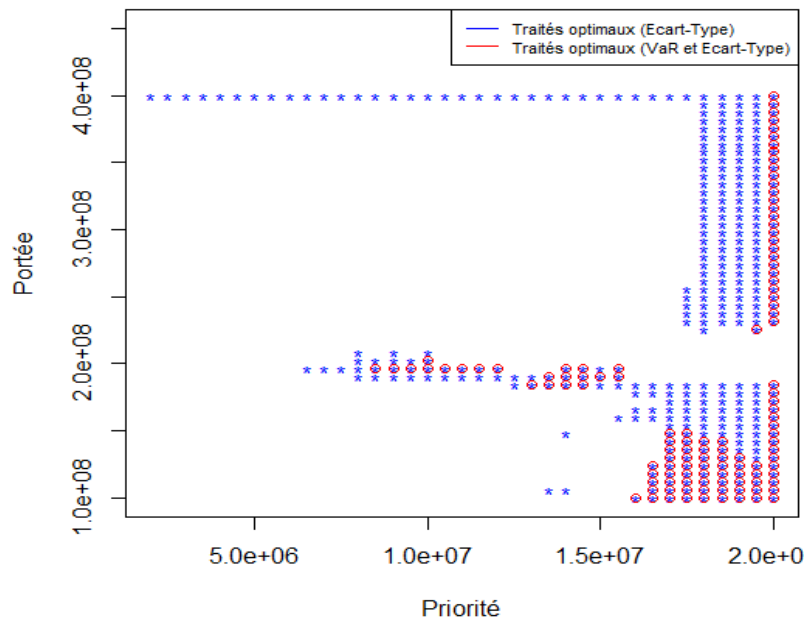
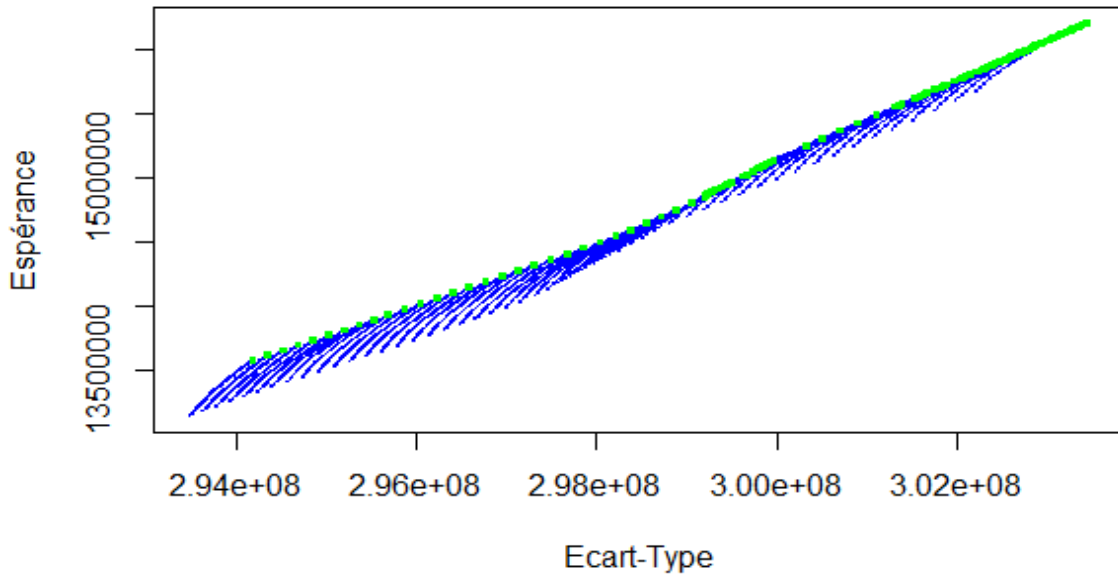


Figure 52: Optimums obtenus par l'optimisation moyenne-Ecart-Type-VaR- (RC)

Donc on peut, pour une priorité donnée, déterminer quelques montants de portée qui sont optimaux pour la cédante.

Nous visualisons ces nouveaux optimums avec l'écart type



IV.1.1 Stabilité des traités

1) Stabilité des traités par rapport aux chocs

En supposant le scénario que la sinistralité grave de la compagnie augmentera par 30% et en réappliquant les deux étapes d'optimisation précédente, nous obtenons les résultats suivants

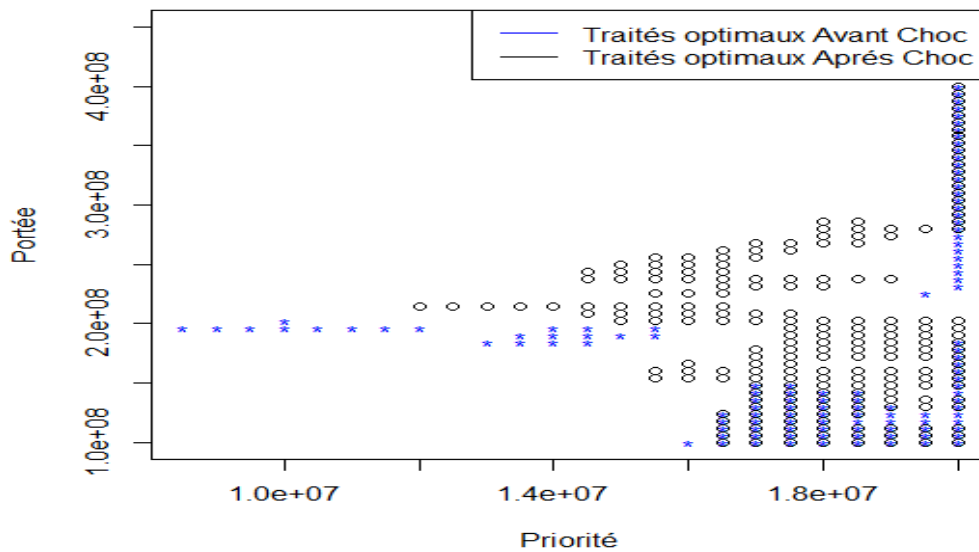


Figure 53: Optimums après choc de la sinistralité (RC)

D'après le graphique au-dessus, on conclut que la majorité des traités optimaux sont ceux dont la priorité est supérieure à 15 Millions DH Et que plus la priorité diminue l'intervalle du plafond optimal se resserre.

Le choc de sinistralité a produit la disparition de certains couples dont la priorité est faible en contrepartie de l'apparition des optimums dont la priorité est élevée qui sont plus adaptés à une sinistralité élevés

Après application du choc au niveau de la sinistralité, nous remarquons qu'il existe certains couples optimaux avant le choc qui entrent dans la zone de sous optimalité, avec

l'apparition de nouveaux optimums. Donc on conclut que la majorité des traités sont stables puisqu'ils figurent toujours comme optimums après application du choc.

Stabilité par rapport au Quote-part

Vu que la quote-part n'est qu'une convention de marché, nous avons étudié l'impact de l'élimination du quote-part sur les traités optimaux pour avoir une idée sur la stabilité des traités par rapport au quote-part.

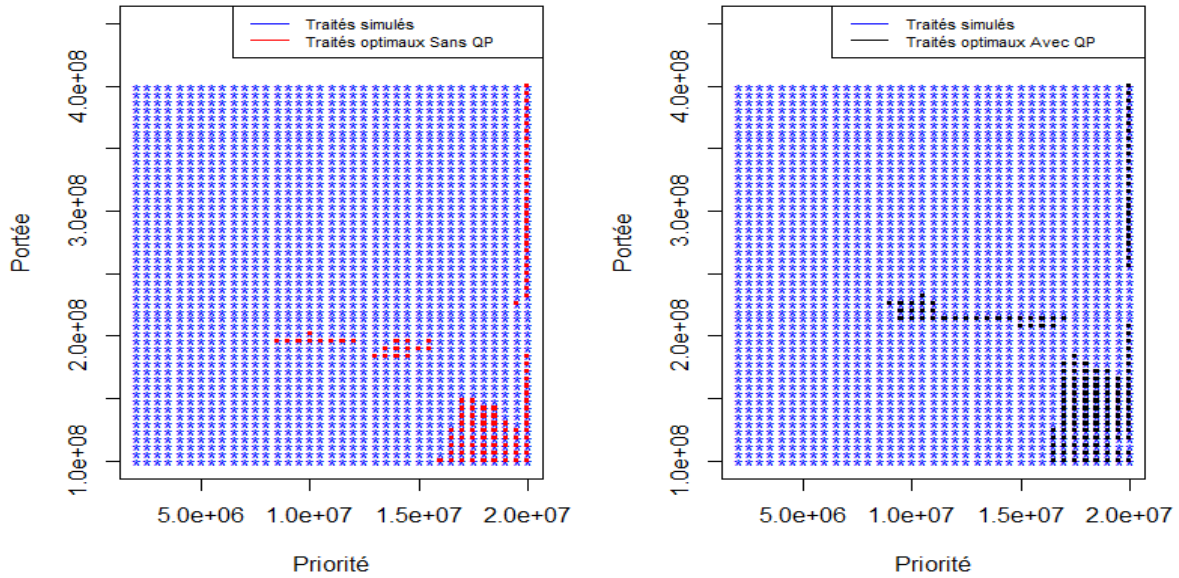


Figure 54: Optimums Avec et Sans Quote-Part

On remarque que la majorité des traités survivent après l'enlèvement du QP ce qui confirme la stabilité de ces optimums.

Pour analyser le rôle joué par la QP en cas de choc de sinistralité, nous allons comparer l'impact de ce choc avec et sans QP.

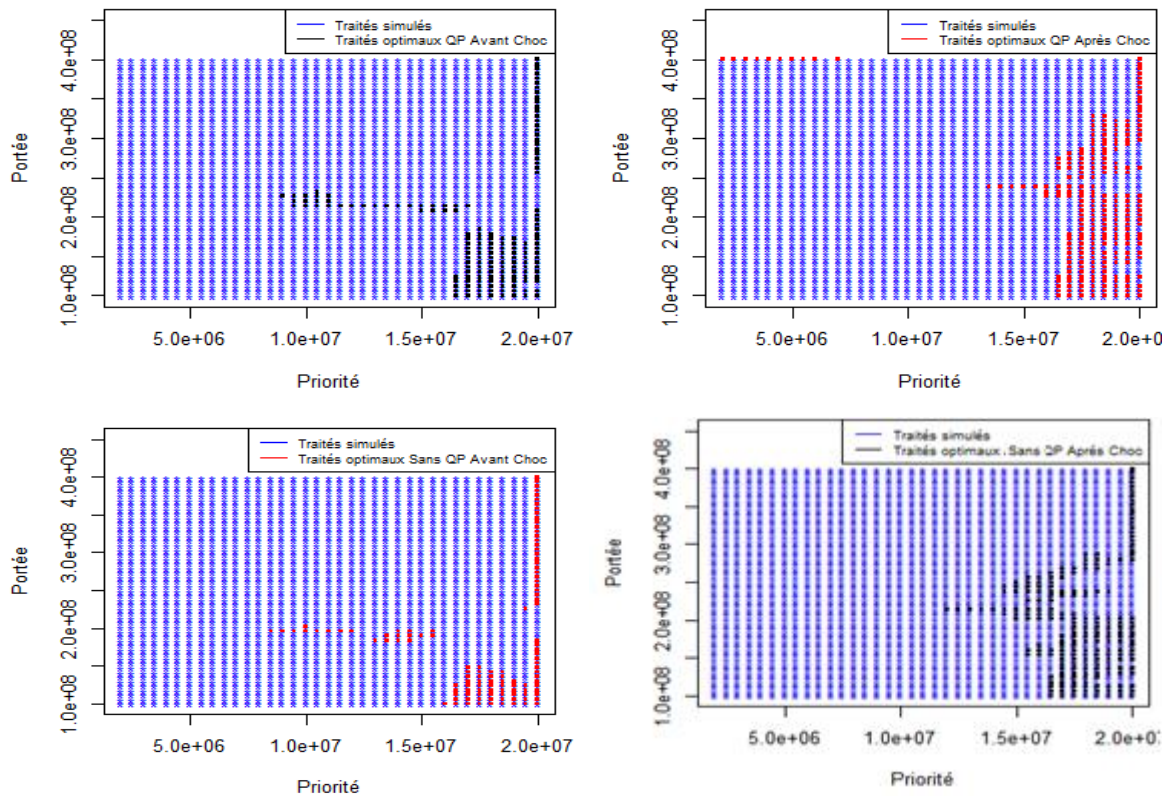


Figure 55: Sensibilité des optimums sans et avec Quote-Part

On remarque que le changement au niveau des optimums suite à un choc de sinistralité est le même avec ou sans quote-part

IV.2 Incendie

Nous rappelons que la première étape consiste à se focaliser sur les paramètres les plus représentatifs d'un traité de réassurance non proportionnelle qui sont la priorité et la portée. Nous testons alors 779 combinaisons (priorité, portée), toutes choses égales par ailleurs, afin d'analyser le comportement des deux indicateurs d'optimisation.

Nous décidons alors de comparer des traités dont la priorité varie de 9 MDH à 45MDH et la portée de 0 DH à 800 MDH. Ces deux paramètres nous permettent d'atteindre un plafond maximal de 845 MDH.

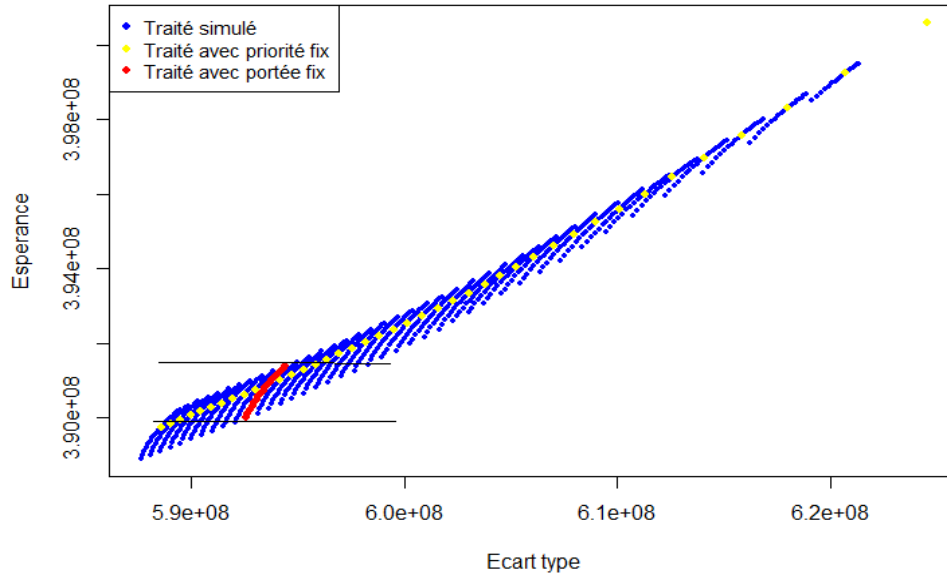


Figure 56: Combinaisons priorité portée (incendie)

Dans le graphe ci-dessus, on trace l'ensemble des combinaisons (priorité, portée). Et pour Chaque couple priorité porté nous calculons l'écart type et l'espérance du Résultat qu'on a tracé sur le graphe au-dessus. Les points bleus représentent l'ensemble des évaluations. Les points tracés en jaune représentent des traités qui ont une priorité fixe alors que les points en rouge sont des traités qui ont une portée fixe. D'après le graphe au-dessus on remarque que si on garde la priorité fixe et on change la portée du traité le Résultat espéré augmente plus rapidement et avec une augmentation par rapport au cas inverse. Donc, si un assureur veut augmenter son résultat tout en gardant un niveau de risque bas il a intérêt à laisser la portée fixe et à augmenter sa priorité. Cependant il ne peut atteindre des valeurs de résultat plus grand qu'en diminuant la portée c'est-à-dire en supprimant la réassurance. En effet, on remarque de la figure au-dessus que le nuage des points est en-dessous d'un point qui représente le Résultat brut de réassurance.

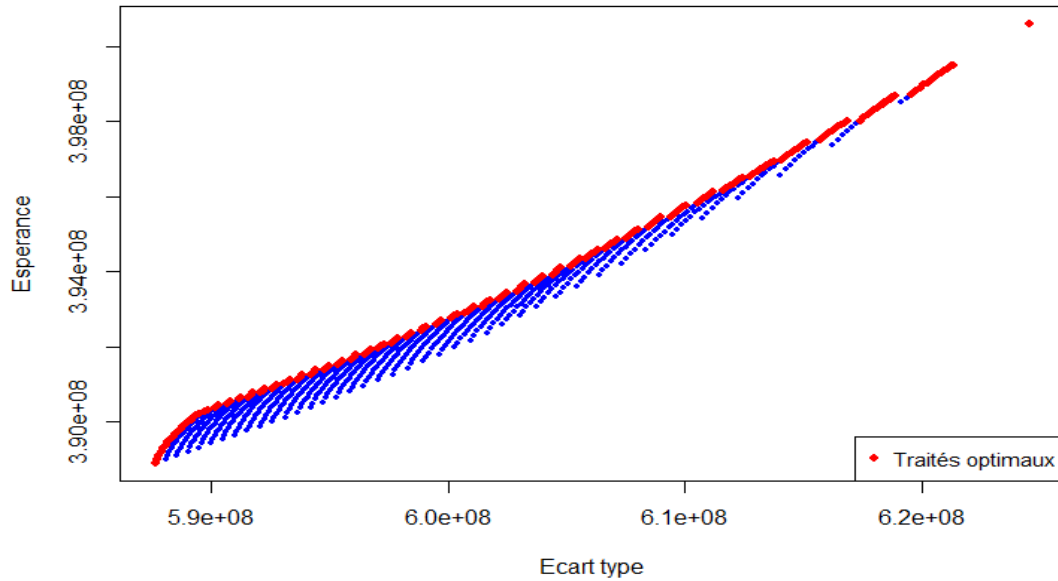


Figure 57: Courbe d'efficience moyenne écart-type (incendie)

On remarque de ce graphe que le nuage des points est au-dessous d'une courbe. Cette courbe en rouge est la courbe d'efficience. Elle représente l'ensemble des traités optimaux. L'optimalité dans notre cas se définit par le fait que l'assureur cherche à avoir un résultat maximal pour un écart type donné. La détermination du risque que l'assureur peut prendre dépend de son aversion au risque. Dans ce cas, et après détermination de la volatilité du Résultat, la courbe d'efficience permet de déterminer l'espérance du Résultat maximale que l'entreprise peut espérer gagner et de déterminer les paramètres du traité XS. Le graphe suivant montre l'ensemble des couples (priorité, portée) optimaux.

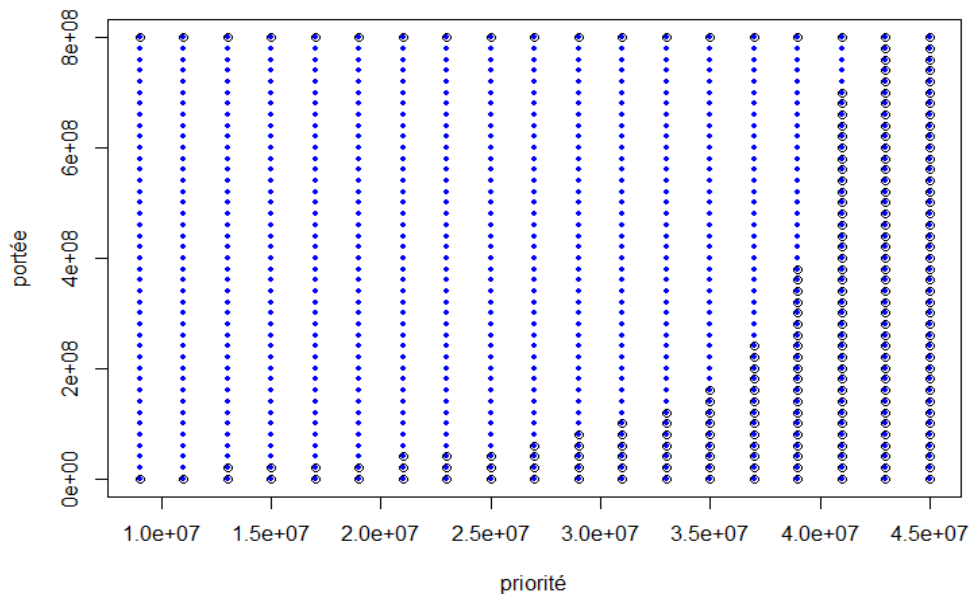


Figure 58: Optimums par l'optimisation moyenne Ecart-type (Incendie)

Les points bleus présentent l'ensemble des couples priorité portée simulés. Les points entourés représentent les traités XS optimaux.

Dans la suite, nous comptons utiliser les résultats obtenus par la méthodologie précédente pour optimiser et sélectionner parmi ces couples ceux qui sont optimaux par rapport à la VaR.

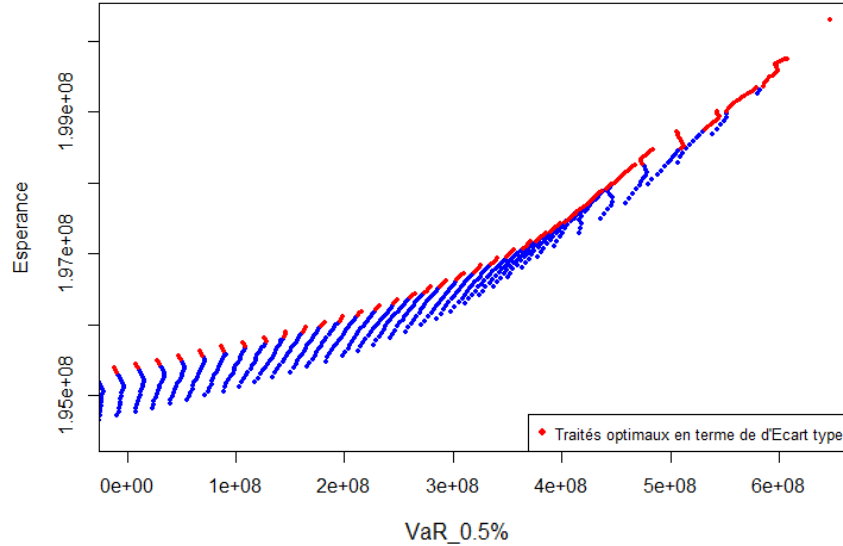


Figure 59: Graphe moyenne VaR (incendie)

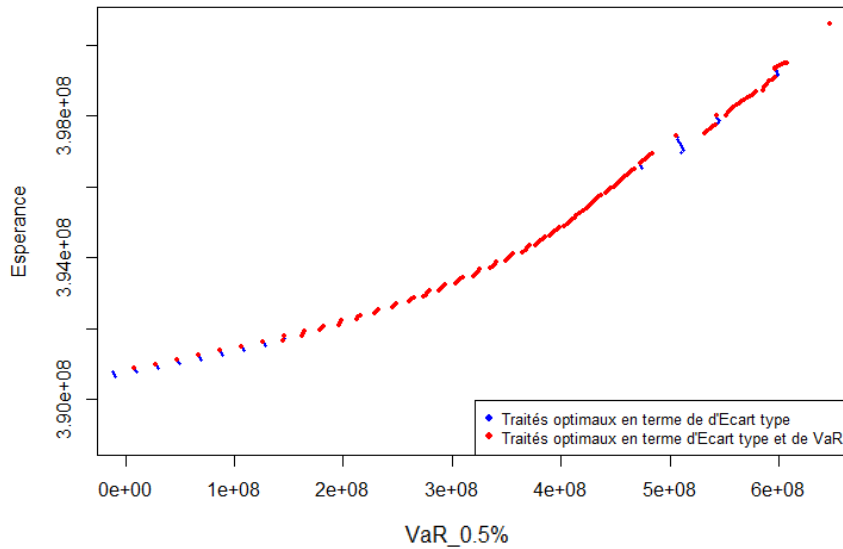


Figure 60: Optimisation moyenne -Ecart type-VaR (incendie)

Nous remarquons pour le graphe ci-dessus que les couples obtenus pas l'optimisation espérance écart type ne sont pas nécessairement optimaux par rapport à la Valeur à risque. Les deux graphes suivants montrent la courbe d'efficacité et les paramètres des traités optimaux.

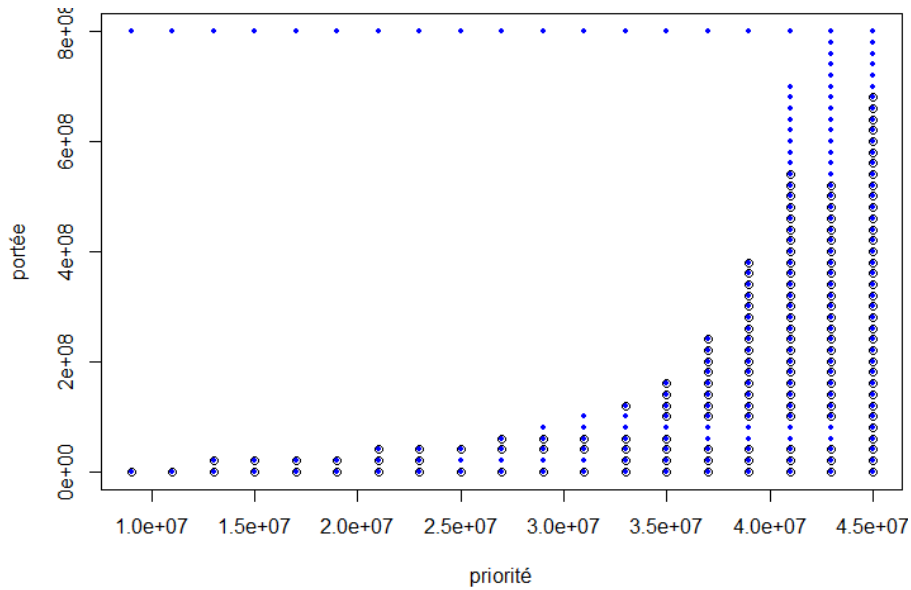


Figure 61: Optimums après optimisation moyenne-Ecart-Type-VaR-

Les points bleus présentent l'ensemble des paramètres optimaux par rapport à l'optimisation espérance écart type. Les point entourés sont ceux des paramètres optimaux par rapport à la méthode moyenne- Ecart-Type VaR. on remarque que le nombre des traités optimaux a diminué. En effet, comme annoncé précédemment, l'écart type est une variable qui ne tient pas compte du comportement de la queue de la distribution. Donc une deuxième étape d'optimisation par la VaR joue un rôle important pour trancher dans le cas des traités ayant une couverture élevée. Ce qui est clairement remarquable dans le graphe précédent. L'optimisation par la VaR a diminué essentiellement les couples qui ont une portée très élevée.

IV.2.1 Stabilités des traités

En supposant le scénario que la sinistralité grave de la compagnie augmente par 30% et en réappliquant les deux méthodes d'optimisation précédentes, nous obtenons les résultats suivants

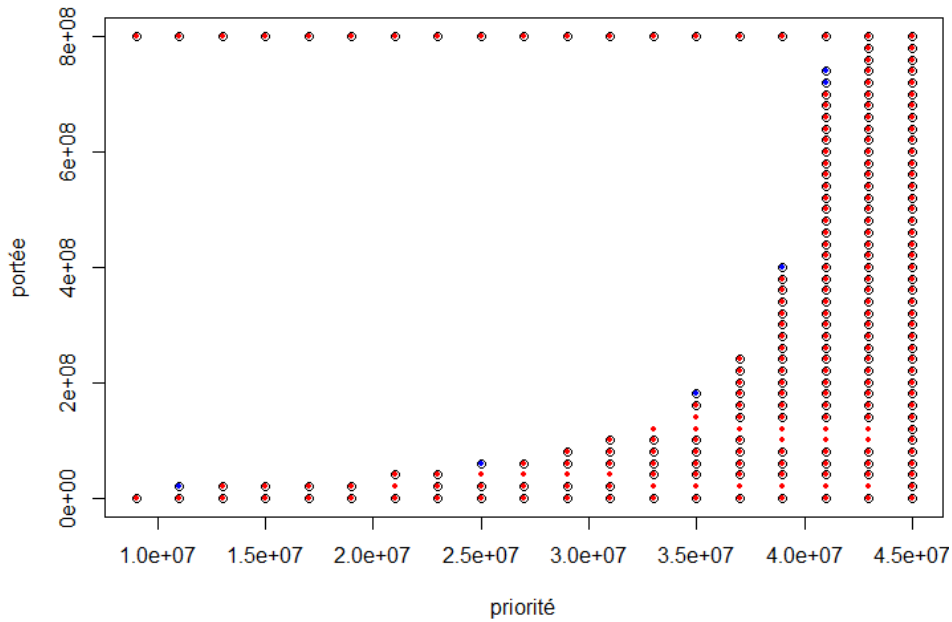


Figure 62: Optimums après le choc de la sinistralité (Incendie)

Les points entourés sont les optimums par rapport à la méthode moyenne-écart-VaR sans choc. Les points rouges sont les optimums avec choc

On remarque que les points qui ont été supprimé dans la partie précédente, avant de choquer la sinistralité, ont réapparues. Cela est dû à l'augmentation de la sinistralité grave, ce qui nécessite une augmentation de la couverture.

Il faut noter que la majorité des optimums avant choc survivent après le choc, ce qui est un signe de stabilité par rapport à un changement brutal de la sinistralité.

CONCLUSION

L'objectif de ce mémoire était de proposer un système d'évaluation d'un programme de réassurance.

Pour une compagnie d'assurance Non-Vie, le risque de souscription est une des problématiques essentielles. Une modélisation adéquate des sinistres futurs est donc importante pour toutes les études suivantes. Nous avons présenté, dans la première partie du mémoire, les travaux nécessaires pour obtenir une distribution des sinistres totaux bruts du portefeuille: une modélisation homogène en termes de sinistralité (séparation de la sinistralité attritionnelle et la sinistralité grave).

Dans la deuxième partie nous avons évalué statistiquement les traités de réassurance actuels d'AXA Assurance Maroc en deux étapes :

- La première étape consiste à évaluer l'impact de la réassurance sur la distribution ajustée de la sinistralité annuelle grave.
- La deuxième étape consiste à proposer une méthode d'optimisation de la réassurance en se basant sur le résultat net de réassurance de la compagnie.

Dans notre étude, le résultat quantitatif reste le seul critère de la stratégie de réassurance. Dans la réalité, le critère quantitatif seul ne suffit pas. La tradition de l'achat de réassurance, la politique de groupe, l'aversion au risque des cédantes sont des facteurs importants pour déterminer la stratégie en réassurance.

Dans ce mémoire nous avons proposé une méthodologie quantitative pour évaluer un plan de réassurance. Cependant cette méthodologie est simplificatrice ses limites sont :

- Le choix de la méthode de tarification du traité de réassurance ne tient pas compte des chargements des réassureurs.
- La formule de calcul du résultat ne tient pas compte de toutes les charges supportées par la compagnie.

Nous soulignons que la réassurance traditionnelle n'est pas le seul moyen pour transférer les risques assurantiels. Le marché financier peut être une solution alternative. De nouvelles formes de couverture, comme les CAT bonds, les couvertures collatéralisées et les swaps catastrophes commencent à apparaître sur le marché financier. Ces nouveaux outils présentent certains avantages, notamment:

- Diversifier ses moyens de transfert de risque
- Permettre aux assureurs d'accéder aux marchés des capitaux : la capacité d'un réassureur traditionnel est limitée alors que le marché financier peut fournir une capacité financière beaucoup plus grande ;
- Raccourcir la période de « Hard Market » dans le cycle de la réassurance ;
- Augmenter la transparence du prix dans le marché de la réassurance ;
- Atténuer voir éliminer le risque de contrepartie (par certains produits comme l'obligation catastrophe ou le side-car) car la garantie est entièrement collatéralisée.

Pour finir ce mémoire, nous précisons que notre méthode d'évaluation et d'optimisation n'a pas tenu compte de l'effet de la réassurance sur la solvabilité.

Comme toute autre société, une compagnie d'assurance a intérêt à maximiser sa rentabilité et à optimiser l'utilisation de son capital. Dans cette perspective, nous sollicitons les personnes qui seront amené à faire des études sur la réassurance à intégrer dans le processus d'optimisation une vision capital en plus de la vision résultat.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ETIENNE DOUCET (2014) : Estimateurs à noyau et théorie des valeurs extrêmes : comparaison de leur pouvoir prédictif dans l'analyse de out des réclamations en assurance automobile.
- [2] Hamny Imane (2014) : Définition des principales options de couverture de réassurance 2014 pour Axa France dans un objectif d'optimisation des besoins en capital
- [3] JEMINET J. (2012) : Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail.
- [4] M. Janick JEMINET (2012) : Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail
- [5] Sabrina SAVARRE et Benoit PAYRE : Charge ultime nette de réassurance en RC corporelle : 2 modèles stochastiques pour les flottes automobiles.
- [6] Thibault Myard : Optimisation de la réassurance dans le cadre de l'ORSA

Annexe 1. Théorie des valeurs extrêmes

La théorie des valeurs extrêmes est donnée par le résultat de Gnedenko (1943). Elle décrit les limites possibles de la loi du maximum de n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d).

Supposons $\{X_1, \dots, X_n\}$ un échantillon de variables aléatoires i.i.d avec une fonction de répartition F . On définit une variable aléatoire M_n , qui représente le maximum d'une réalisation de M_n . C'est-à-dire : $M_n = \max(X_i)_{1 \leq i \leq n}$.

L'objectif de la théorie des valeurs extrêmes est de déterminer la loi que suit le maximum en fonction de celle de la variable aléatoire X . On peut calculer la fonction de répartition du M_n à partir de celle de X :

$$\begin{aligned} F_{M_n}(x) &= P(M_n < x) = P(X_1 < x, \dots, X_n < x) \\ &= P(X_1 < x) \cdots P(X_n < x) \\ &= [F_X(x)]^n \end{aligned}$$

Dans le cas d'un échantillon i.i.d, la loi de maxima est facilement obtenue si la fonction de répartition de X est connue. Mais ce n'est pas souvent le cas, donc sans connaître $F_X(\cdot)$, il est impossible de déterminer la distribution du maximum à partir de l'équation précédente.

Par conséquent, on s'intéresse à la distribution asymptotique du maximum en faisant tendre n vers l'infini.

Selon le théorème de Gnedenko (1943), il existe trois paramètres a_n , b_n et γ tel que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x\right) = H_\gamma(x)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} H_\gamma(x) = \exp\left(-1 + \gamma x\right)_+^{-\frac{1}{\gamma}} & \text{si } \gamma \neq 0 \\ H_0(x) = \exp(-e^{-x}) & \text{sinon} \end{cases}$$

H_γ est une loi des valeurs extrêmes, γ est l'indice des valeurs extrêmes, a_n et b_n sont deux paramètres de normalisation :

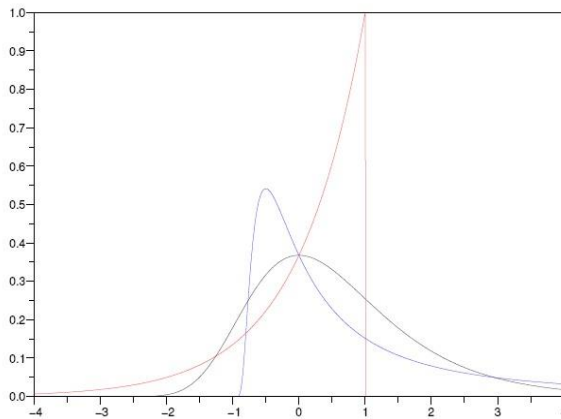
- a_n est un paramètre de position, jouant le rôle de l'espérance de variable, il indique le centre de distribution.
- b_n est un paramètre d'échelle (donc un paramètre de dispersion), jouant le rôle de la volatilité.

Ce résultat implique de façon évidente que le comportement de la queue de distribution dépend d'un unique paramètre γ . Le signe de ce paramètre est un indicateur essentiel sur le comportement de cette queue. En effet, trois comportements sont possibles :

- Si $\gamma > 0$, on dit que la fonction de répartition F appartient au domaine d'attraction de Fréchet, c'est l'ensemble de lois « à queues lourdes » ;
- Si $\gamma = 0$, on dit que F appartient au domaine d'attraction de Gumbel, c'est l'ensemble de lois « à queues légères »
- Si $\gamma < 0$, F appartient au domaine d'attraction de Weibull, c'est l'ensemble de lois « à queue finie ».

Ces trois domaines possèdent les lois caractérisant chacun un comportement spécifique des valeurs extrêmes :

Fréchet	Weibull	Gumbel
$\Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & x > 0 \end{cases}$	$\Psi_\alpha(x) = \begin{cases} \exp\{-(-x^{-\alpha})\} & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$	$\Lambda(x) = \exp(-e^{-x}) \quad x \in \mathbb{R}$



Exemple de densités associées à la loi des valeurs extrêmes :

$$\gamma = 0$$

$$\gamma = 1$$

$$\gamma = -1$$

Plus l'indice γ est élevé, plus le poids des extrêmes dans la distribution initiale est important. On parle alors une distribution avec « queue épaisse ».

Loi d'excès :

Dans notre modèle, nous ne nous intéressons pas seulement le sinistre le plus grave, mais plutôt des sinistres avec un montant significatif qui dépasse un certain seuil fixé en avance. Par conséquent, au lieu de focaliser sur le maximum, nous étudions plutôt les valeurs qui dépassent un seuil donné.

La méthode POT (Peak Over Threshold) a pour l'objectif de déterminer cette loi d'excès. Soit u un réel suffisamment grand appelé le seuil. La méthode des excès s'appuie sur l'approximation de la loi des excès au-dessus du seuil u de la variable X est défini par $X - u | X > u$. La fonction de répartition des excès sont définie par :

$$F_u(y) = P(X - u < y / X > u)$$

Alors la fonction de survie de cette loi conditionnelle s'écrit par :

$$\begin{aligned}\bar{F}_u(y) &= 1 - F_u(y) \\ &= P(X - u > y | X > u) \\ &= \frac{P(X - u > y, X > u)}{P(X > u)} \\ &= \frac{\bar{F}_X(u + y)}{\bar{F}_X(u)}\end{aligned}$$

D'après le théorème de Pickands, il y a équivalence entre la convergence en loi du maximum vers une loi de valeurs extrêmes et la convergence en loi d'un excès vers une GPD, c'est-à-dire

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - a_n}{b_n} \leq x\right) = H_\gamma(x)$$

Si et seulement si,

$$\lim_{u \rightarrow x_F} \sup_{y \in [0, x_F - u]} |\bar{F}_u(y) - \bar{G}_{\gamma, \sigma(u)}(y)| = 0$$

Où x_F est un point terminal de données.

Ce théorème nous permet d'approcher une loi d'excès à une loi de Pareto Généralisée (GPD).

La **fonction de répartition de la loi GPD** est donnée par :

$$\begin{aligned}G_{\gamma, \sigma}(y) &= 1 - \left(1 + \gamma \frac{y}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\gamma}} && \text{si } \gamma \neq 0 \\ &= 1 - \exp\left(-\frac{y}{\sigma}\right) && \text{si } \gamma = 0\end{aligned}$$

$\sigma > 0$ est un paramètre d'échelle ;

$\gamma \in \mathfrak{R}$ est un paramètre de forme.

Et la fonction de survie est $\bar{G}_{\gamma, \sigma}(y) = 1 - G_{\gamma, \sigma}(y)$.

Selon le théorème de Pickands, on peut déduire :

$$\frac{\bar{F}_X(u+y)}{\bar{F}_X(u)} \approx \bar{G}_{\gamma,\sigma}(y)$$

Supposons que $x=u+y$, on obtient $\bar{F}_X(x) \approx \bar{F}_X(u) * \bar{G}_{\gamma,\sigma}(x-u)$

Estimation des paramètres

Il nous reste à estimer les paramètres u , γ et σ .

On note que $\alpha = \bar{F}_X(u)$ est la probabilité que X dépasse u

Alors,

$$\begin{aligned} \bar{F}(x) &\approx \alpha \bar{G}_{\gamma,\sigma}(x - \bar{F}^{-1}(\alpha)) \\ &\approx \alpha \left[1 + \gamma \left(\frac{x - \bar{F}^{-1}(\alpha)}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\gamma}} \end{aligned}$$

D'où son inverse est

$$\bar{F}^{-1}(p) \approx \bar{F}^{-1}(\alpha) + \frac{\sigma}{\gamma} \left[\left(\frac{p}{\alpha} \right)^{-\gamma} - 1 \right] \quad (*)$$

Dans la pratique, on peut choisir $\alpha = \bar{F}_X(u) = \frac{k}{n}$ où k est le nombre d'excès (c'est-à-dire le nombre de valeurs qui dépassent le seuil u), alors on estime $\bar{F}_X^{-1}\left(\frac{k}{n}\right)$ par une des observations ordonnées $X_{n-k+1:n}$ (la $n-k+1$ ième plus grande valeur dans l'échantillon).

Pour la distribution GPD, On a $\sigma = \gamma * \bar{F}_X^{-1}(\alpha)$

Une fois le seuil est fixé, il nous reste qu'à estimer le paramètre γ .

On remplace le paramètre σ par son expression précédente, l'équation (*) dévient

$$\bar{F}^{-1}(p) \approx \bar{F}^{-1}(\alpha) \left(\frac{p}{\alpha} \right)^{-\gamma}$$

Si on passe par logarithme $\log(\bar{F}^{-1}(p)) - \log(\bar{F}^{-1}(\alpha)) \approx \gamma \log\left(\frac{\alpha}{p}\right)$

Posons $p = \frac{i}{n}$ avec $i = 1, \dots, k-1$, alors $\log\left(\bar{F}^{-1}\left(\frac{i}{n}\right)\right) - \log\left(\bar{F}^{-1}\left(\frac{k}{n}\right)\right) \approx \gamma \log\left(\frac{k}{i}\right)$

Cela implique

$$\gamma \approx \frac{\sum_{i=1}^{k-1} (\log(X_{n-i+1}) - \log(X_{n-k+1}))}{\sum_{i=1}^{k-1} \log\left(\frac{k}{i}\right)}$$

Vu que $\sum_{i=1}^{k-1} \log\left(\frac{k}{i}\right)$ tends vers k au voisinage de l'infini.

Ainsi, on peut déduire l'Estimateur de Hill :

$$\hat{\gamma}(k) \approx \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^{k-1} \log(X_{n-i+1}) - \log(X_{n-k+1}) \right)$$

L'estimateur de Hill est pertinent s'il remplit les deux critères suivants :

- Choix du seuil : nous rappelons que k est le nombre de valeurs qui dépassent le seuil. k dépend de n . l'idée est de choisir un seuil pour que $k \rightarrow \infty$ lorsque $n \rightarrow \infty$, mais k sans prendre « trop » de valeurs de l'échantillon, ce qui conduit à imposer $\frac{k}{n} \rightarrow 0$
- Choix du niveau de stabilité : l'estimateur de Hill doit converger vers la vraie valeur de $\gamma(k)$

$$\hat{\gamma}(k) \xrightarrow{P} \gamma(k)$$

Avec les contraintes mentionnés ci-dessus, le choix de k est difficile :

- Si k est petit, c'est-à-dire le seuil qu'on choisit est grand, $\hat{\gamma}(k)$ utilise peu d'observation, il implique alors une grande variance d'estimation, l'estimateur n'est pas « stable »
- Si k est grand, c'est-à-dire le seuil est petit, on risque de prendre en compte des valeurs qui ne sont pas extrêmes, $\hat{\gamma}(k)$ a alors un grand biais.

Le k optimal recherché peut être déterminé en minimisant la moyenne du carré des erreurs, mais dans la pratique, on utilise souvent les outils graphique (Mean Excess plot ou Hill plot par exemple) pour positionner le seuil.

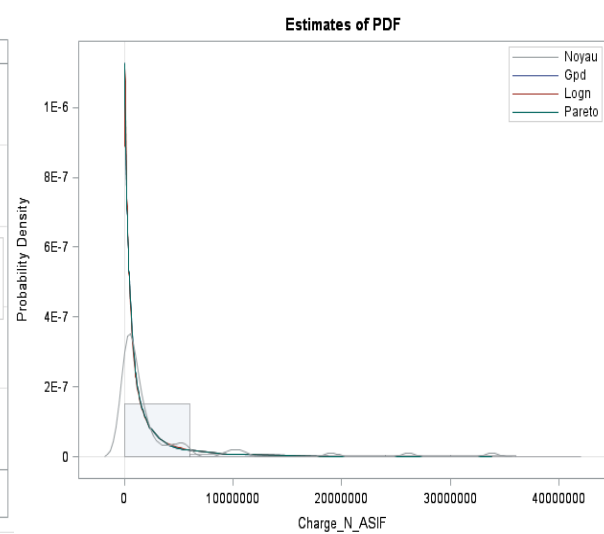
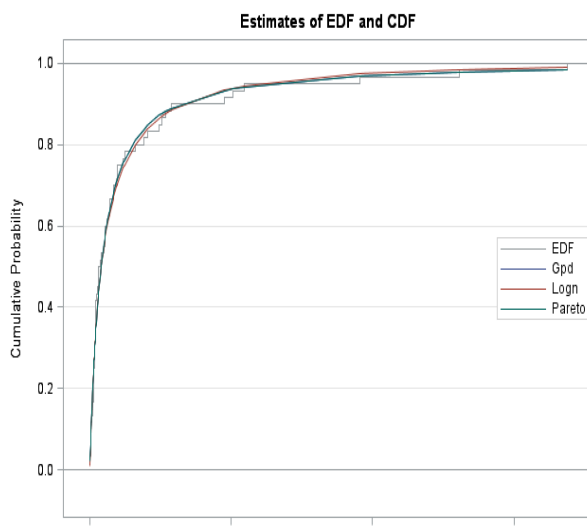
Annexe 2. Sorties de la modélisation

RC :

Le Système SAS
The SEVERITY Procedure

Input Data Set	
Name	MODEL.BASE_SINISTRE_AT_F

Model Selection			
Distribution	Converged	AD	Selected
Gpd	Yes	0.28963	Yes
Logn	Yes	0.29265	No
Pareto	Yes	0.28965	No



Fit Statistics	
-2 Log Likelihood	1864
AIC	1868
AICC	1868
BIC	1872
Kolmogorov-Smirnov	0.57740
Anderson-Darling	0.28963
Cramer-von Mises	0.04672

Résultats estimés des paramètres				
Paramètre	Valeur estimée	Erreur type	Valeur du test t	Approx. de Pr > t
Theta	850528	.	.	.
Xi	0.87976	0.21136	4.16	0.0001

INCENDIE

Le Système SAS

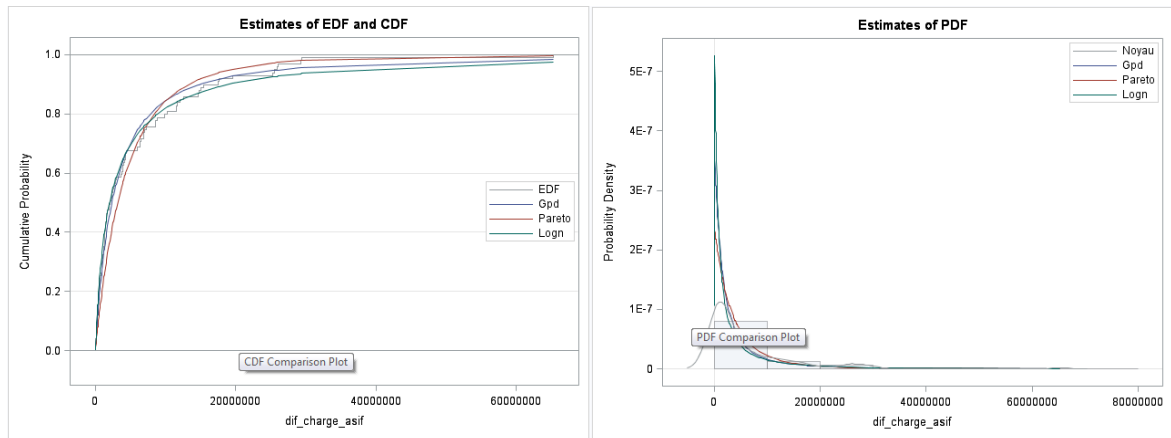
The SEVERITY Procedure

Input Data Set

Name	SIN.SIN_ASIF_INCENDIE
------	-----------------------

Model Selection

Distribution	Converged	AD	Selected
Gpd	Yes	0.62818	No
Pareto	Yes	3.39002	No
Logn	Yes	0.61482	Yes



Fit Statistics

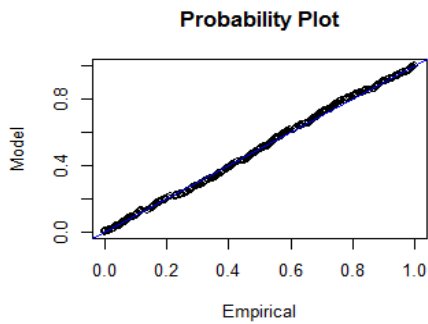
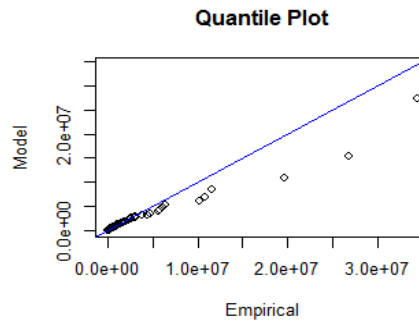
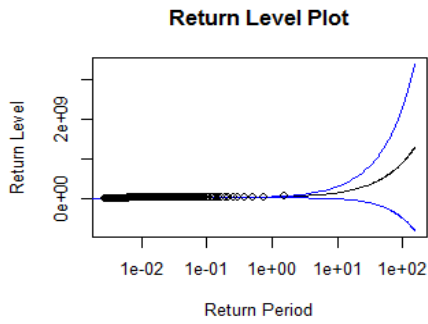
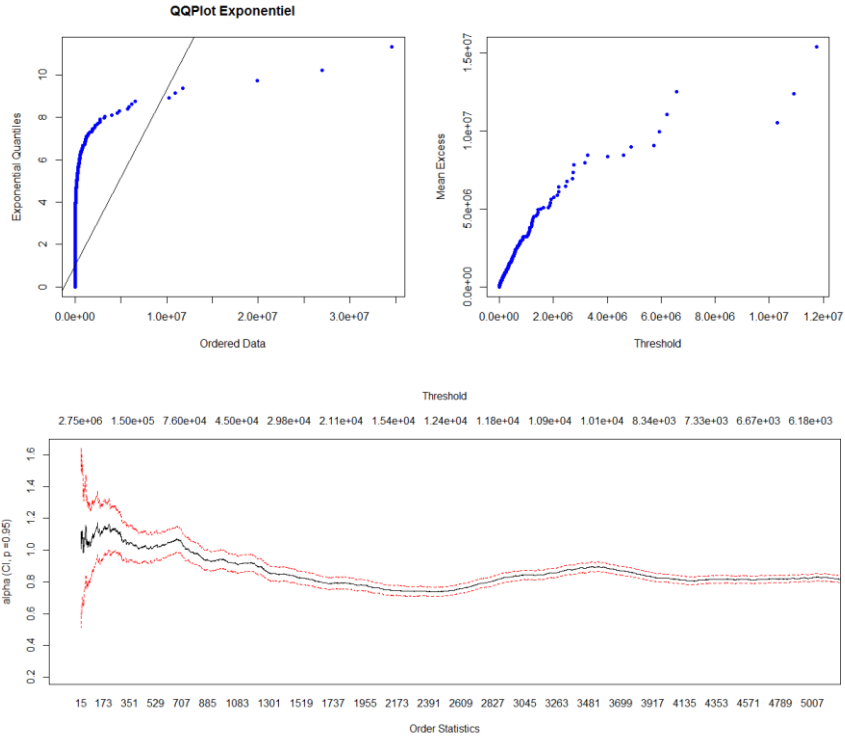
-.2 Log Likelihood	3262
AIC	3266
AICC	3266
BIC	3271
Kolmogorov-Smirnov	0.71360
Anderson-Darling	0.62818
Cramer-von Mises	0.09420

Résultats estimés des paramètres

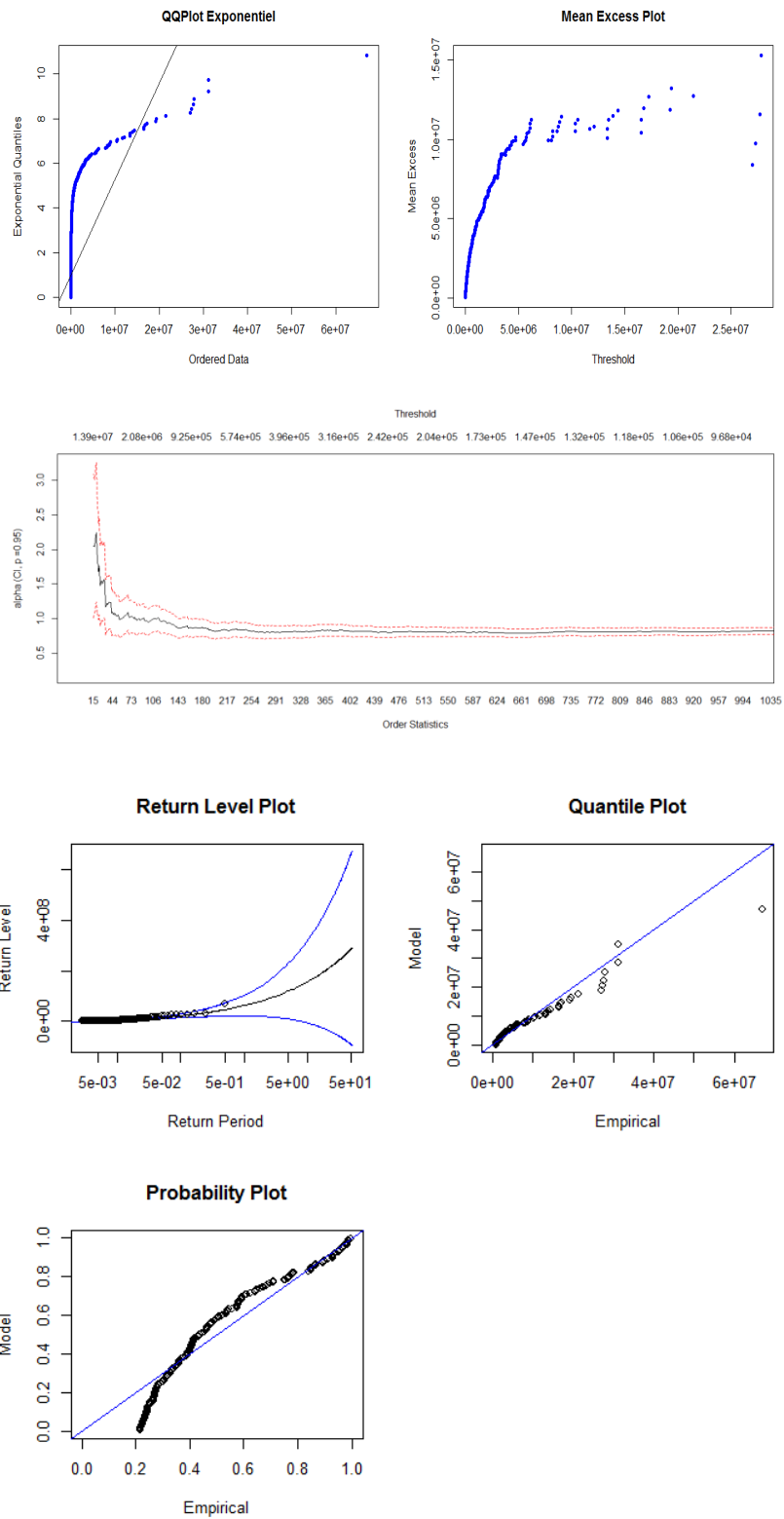
Paramètre	Valeur estimée	Erreur type	Valeur du test t	Approx. de Pr > t
Theta	2618760	.	.	.
Xi	0.69666	0.15081	4.62	<.0001

Annexe 3. Analyse préliminaire des données

RC :



INCENDIE :



Annexe 4. Table d'Anderson-Darling

distance	quantile	distance	quantile	distance	quantile	distance	quantile
0,10	-	1,05	0,6680	2,60	0,9561	4,15	0,9926
0,13	0,0003	1,10	0,6912	2,65	0,9586	4,20	0,9930
0,15	0,0014	1,15	0,7127	2,70	0,9610	4,25	0,9934
0,17	0,0042	1,20	0,7324	2,75	0,9633	4,30	0,9938
0,20	0,0096	1,25	0,7503	2,80	0,9654	4,35	0,9941
0,23	0,0180	1,30	0,7677	2,85	0,9674	4,40	0,9944
0,25	0,0296	1,35	0,7833	2,90	0,9692	4,50	0,9950
0,28	0,0443	1,40	0,7973	2,95	0,9710	4,60	0,9955
0,30	0,0618	1,45	0,8111	3,00	0,9726	4,70	0,9960
0,33	0,0817	1,50	0,8235	3,05	0,9742	4,80	0,9964
0,35	0,1036	1,55	0,8350	3,10	0,9756	4,90	0,9968
0,38	0,1269	1,60	0,8457	3,15	0,9770	5,00	0,9971
0,40	0,1513	1,65	0,8556	3,20	0,9783	5,50	0,9983
0,42	0,1764	1,70	0,8648	3,25	0,9795	6,00	0,9990
0,45	0,2019	1,75	0,8734	3,30	0,9807	7,00	0,9997
0,47	0,2276	1,80	0,8814	3,35	0,9818	8,00	0,9999
0,50	0,2532	1,85	0,8888	3,40	0,9828		
0,53	0,2786	1,90	0,8957	3,45	0,9837		
0,55	0,3036	1,95	0,9021	3,50	0,9846		
0,57	0,3281	2,00	0,9082	3,55	0,9855		
0,60	0,3520	2,05	0,9138	3,60	0,9863		
0,63	0,3753	2,10	0,9190	3,65	0,9870		
0,65	0,3930	2,15	0,9239	3,70	0,9878		
0,68	0,4199	2,20	0,9285	3,75	0,9884		
0,70	0,4412	2,25	0,9328	3,80	0,9891		
0,75	0,4815	2,30	0,9368	3,85	0,9897		
0,80	0,5190	2,35	0,9405	3,90	0,9902		
0,85	0,5537	2,40	0,9441	3,95	0,9908		
0,90	0,5858	2,45	0,9474	4,00	0,9913		
0,95	0,6154	2,50	0,9504	4,05	0,9917		
1,00	0,6427	2,55	0,9534	4,10	0,9922		

Pour découvrir la manière dont cette table a été construite, le lecteur peut se référer à l'article d'Anderson et Darlon, « *A Test of Goodness of Fit* », [5].

Annexe 5. Résultat de l'optimisation

- INCENDIE :**

Sans choc de sinistralité

Optimisation Moyenne-Ecart Type

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
9000000	0	9000000	37000000	16000000	197000000	43000000	16000000	203000000
9000000	800000000	809000000	37000000	180000000	217000000	43000000	180000000	223000000
11000000	0	11000000	37000000	200000000	237000000	43000000	200000000	243000000
11000000	800000000	811000000	37000000	220000000	257000000	43000000	220000000	263000000
13000000	0	13000000	37000000	240000000	277000000	43000000	240000000	283000000
13000000	20000000	33000000	37000000	800000000	837000000	43000000	260000000	303000000
13000000	800000000	813000000	39000000	0	39000000	43000000	280000000	323000000
15000000	0	15000000	39000000	20000000	59000000	43000000	300000000	343000000
15000000	20000000	35000000	39000000	40000000	79000000	43000000	320000000	363000000
15000000	800000000	815000000	39000000	60000000	99000000	43000000	340000000	383000000
17000000	0	17000000	39000000	80000000	119000000	43000000	360000000	403000000
17000000	20000000	37000000	39000000	100000000	139000000	43000000	380000000	423000000
17000000	800000000	817000000	39000000	120000000	159000000	43000000	400000000	443000000
19000000	0	19000000	39000000	140000000	179000000	43000000	420000000	463000000
19000000	20000000	39000000	39000000	160000000	199000000	43000000	440000000	483000000
19000000	800000000	819000000	39000000	180000000	219000000	43000000	460000000	503000000
21000000	0	21000000	39000000	200000000	239000000	43000000	480000000	523000000
21000000	20000000	41000000	39000000	220000000	259000000	43000000	500000000	543000000
21000000	40000000	61000000	39000000	240000000	279000000	43000000	520000000	563000000
21000000	800000000	821000000	39000000	260000000	299000000	43000000	540000000	583000000
23000000	0	23000000	39000000	280000000	319000000	43000000	560000000	603000000
23000000	20000000	43000000	39000000	300000000	339000000	43000000	580000000	623000000
23000000	40000000	63000000	39000000	320000000	359000000	43000000	600000000	643000000
23000000	800000000	823000000	39000000	340000000	379000000	43000000	620000000	663000000
25000000	0	25000000	39000000	360000000	399000000	43000000	640000000	683000000
25000000	20000000	45000000	39000000	380000000	419000000	43000000	660000000	703000000
25000000	40000000	65000000	39000000	800000000	839000000	43000000	680000000	723000000
25000000	800000000	825000000	41000000	0	41000000	43000000	700000000	743000000
27000000	0	27000000	41000000	20000000	61000000	43000000	720000000	763000000
27000000	20000000	47000000	41000000	40000000	81000000	43000000	740000000	783000000
27000000	40000000	67000000	41000000	60000000	101000000	43000000	760000000	803000000
27000000	60000000	87000000	41000000	80000000	121000000	43000000	780000000	823000000
27000000	800000000	827000000	41000000	100000000	141000000	43000000	800000000	843000000
29000000	0	29000000	41000000	120000000	161000000	45000000	0	45000000
29000000	20000000	49000000	41000000	140000000	181000000	45000000	20000000	65000000
29000000	40000000	69000000	41000000	160000000	201000000	45000000	40000000	85000000
29000000	60000000	89000000	41000000	180000000	221000000	45000000	60000000	105000000
29000000	80000000	109000000	41000000	200000000	241000000	45000000	80000000	125000000
29000000	800000000	829000000	41000000	220000000	261000000	45000000	100000000	145000000
31000000	0	31000000	41000000	240000000	281000000	45000000	120000000	165000000
31000000	20000000	51000000	41000000	260000000	301000000	45000000	140000000	185000000
31000000	40000000	71000000	41000000	280000000	321000000	45000000	160000000	205000000
31000000	60000000	91000000	41000000	300000000	341000000	45000000	180000000	225000000
31000000	800000000	111000000	41000000	320000000	361000000	45000000	200000000	245000000
31000000	100000000	131000000	41000000	340000000	381000000	45000000	220000000	265000000
31000000	800000000	831000000	41000000	360000000	401000000	45000000	240000000	285000000
33000000	0	33000000	41000000	380000000	421000000	45000000	260000000	305000000
33000000	20000000	53000000	41000000	400000000	441000000	45000000	280000000	325000000
33000000	40000000	73000000	41000000	420000000	461000000	45000000	300000000	345000000
33000000	60000000	93000000	41000000	440000000	481000000	45000000	320000000	365000000
33000000	80000000	113000000	41000000	460000000	501000000	45000000	340000000	385000000
33000000	100000000	133000000	41000000	480000000	521000000	45000000	360000000	405000000
33000000	120000000	153000000	41000000	500000000	541000000	45000000	380000000	425000000
33000000	800000000	833000000	41000000	520000000	561000000	45000000	400000000	445000000
35000000	0	35000000	41000000	540000000	581000000	45000000	420000000	465000000
35000000	20000000	55000000	41000000	560000000	601000000	45000000	440000000	485000000
35000000	40000000	75000000	41000000	580000000	621000000	45000000	460000000	505000000
35000000	60000000	95000000	41000000	600000000	641000000	45000000	480000000	525000000
35000000	80000000	115000000	41000000	620000000	661000000	45000000	500000000	545000000
35000000	100000000	135000000	41000000	640000000	681000000	45000000	520000000	565000000
35000000	120000000	155000000	41000000	660000000	701000000	45000000	540000000	585000000
35000000	140000000	175000000	41000000	680000000	721000000	45000000	560000000	605000000
35000000	160000000	195000000	41000000	700000000	741000000	45000000	580000000	625000000
35000000	800000000	835000000	41000000	800000000	841000000	45000000	600000000	645000000
37000000	0	37000000	43000000	0	43000000	45000000	620000000	665000000
37000000	20000000	57000000	43000000	20000000	63000000	45000000	640000000	685000000
37000000	40000000	77000000	43000000	40000000	83000000	45000000	660000000	705000000
37000000	60000000	97000000	43000000	60000000	103000000	45000000	680000000	725000000
37000000	80000000	117000000	43000000	80000000	123000000	45000000	700000000	745000000
37000000	100000000	137000000	43000000	100000000	143000000	45000000	720000000	765000000
37000000	120000000	157000000	43000000	120000000	163000000	45000000	740000000	785000000
37000000	140000000	177000000	43000000	140000000	183000000	45000000	760000000	805000000
						45000000	780000000	825000000
						45000000	800000000	845000000

Optimisation Moyenne-Ecart Type-VaR

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
9000000	0	9000000	41000000	100000000	141000000	45000000	480000000	525000000
11000000	0	11000000	41000000	120000000	161000000	45000000	500000000	545000000
13000000	0	13000000	41000000	140000000	181000000	45000000	520000000	565000000
13000000	20000000	33000000	41000000	160000000	201000000	45000000	540000000	585000000
15000000	0	15000000	41000000	180000000	221000000	45000000	560000000	605000000
15000000	20000000	35000000	41000000	200000000	241000000	45000000	580000000	625000000
17000000	0	17000000	41000000	220000000	261000000	45000000	600000000	645000000
17000000	20000000	37000000	41000000	240000000	281000000	45000000	620000000	665000000
19000000	0	19000000	41000000	260000000	301000000	45000000	640000000	685000000
19000000	20000000	39000000	41000000	280000000	321000000	45000000	660000000	705000000
21000000	0	21000000	41000000	300000000	341000000	45000000	680000000	725000000
21000000	20000000	41000000	41000000	320000000	361000000			
21000000	40000000	61000000	41000000	340000000	381000000			
23000000	0	23000000	41000000	360000000	401000000			
23000000	20000000	43000000	41000000	380000000	421000000			
23000000	40000000	63000000	41000000	400000000	441000000			
25000000	0	25000000	41000000	420000000	461000000			
25000000	40000000	65000000	41000000	440000000	481000000			
27000000	0	27000000	41000000	460000000	501000000			
27000000	40000000	67000000	41000000	480000000	521000000			
27000000	60000000	87000000	41000000	500000000	541000000			
29000000	0	29000000	41000000	520000000	561000000			
29000000	40000000	69000000	41000000	540000000	581000000			
29000000	60000000	89000000	43000000	0	43000000			
31000000	0	31000000	43000000	20000000	63000000			
31000000	40000000	71000000	43000000	40000000	83000000			
31000000	60000000	91000000	43000000	100000000	143000000			
33000000	0	33000000	43000000	120000000	163000000			
33000000	20000000	53000000	43000000	140000000	183000000			
33000000	40000000	73000000	43000000	160000000	203000000			
33000000	60000000	93000000	43000000	180000000	223000000			
33000000	120000000	153000000	43000000	200000000	243000000			
35000000	0	35000000	43000000	220000000	263000000			
35000000	20000000	55000000	43000000	240000000	283000000			
35000000	40000000	75000000	43000000	260000000	303000000			
35000000	60000000	95000000	43000000	280000000	323000000			
35000000	100000000	135000000	43000000	300000000	343000000			
35000000	120000000	155000000	43000000	320000000	363000000			
35000000	140000000	175000000	43000000	340000000	383000000			
35000000	160000000	195000000	43000000	360000000	403000000			
37000000	0	37000000	43000000	380000000	423000000			
37000000	20000000	57000000	43000000	400000000	443000000			
37000000	40000000	77000000	43000000	420000000	463000000			
37000000	100000000	137000000	43000000	440000000	483000000			
37000000	120000000	157000000	43000000	460000000	503000000			
37000000	140000000	177000000	43000000	480000000	523000000			
37000000	160000000	197000000	43000000	500000000	543000000			
37000000	180000000	217000000	43000000	520000000	563000000			
37000000	200000000	237000000	45000000	0	45000000			
37000000	220000000	257000000	45000000	20000000	65000000			
37000000	240000000	277000000	45000000	40000000	85000000			
39000000	0	39000000	45000000	60000000	105000000			
39000000	20000000	59000000	45000000	80000000	125000000			
39000000	40000000	79000000	45000000	100000000	145000000			
39000000	100000000	139000000	45000000	120000000	165000000			
39000000	120000000	159000000	45000000	140000000	185000000			
39000000	140000000	179000000	45000000	160000000	205000000			
39000000	160000000	199000000	45000000	180000000	225000000			
39000000	180000000	219000000	45000000	200000000	245000000			
39000000	200000000	239000000	45000000	220000000	265000000			
39000000	220000000	259000000	45000000	240000000	285000000			
39000000	240000000	279000000	45000000	260000000	305000000			
39000000	260000000	299000000	45000000	280000000	325000000			
39000000	280000000	319000000	45000000	300000000	345000000			
39000000	300000000	339000000	45000000	320000000	365000000			
39000000	320000000	359000000	45000000	340000000	385000000			
39000000	340000000	379000000	45000000	360000000	405000000			
39000000	360000000	399000000	45000000	380000000	425000000			
39000000	380000000	419000000	45000000	400000000	445000000			
41000000	0	41000000	45000000	420000000	465000000			
41000000	20000000	61000000	45000000	440000000	485000000			
41000000	40000000	81000000	45000000	460000000	505000000			

Avec choc de sinistralité

Optimisation moyenne-Ecart type-VaR

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
9,000,000	-	9,000,000	39,000,000	220,000,000	259,000,000	43,000,000	660,000,000	703,000,000
9,000,000	800,000,000	809,000,000	39,000,000	240,000,000	279,000,000	43,000,000	680,000,000	723,000,000
11,000,000	-	11,000,000	39,000,000	260,000,000	299,000,000	43,000,000	700,000,000	743,000,000
11,000,000	20,000,000	31,000,000	39,000,000	280,000,000	319,000,000	43,000,000	720,000,000	763,000,000
11,000,000	800,000,000	811,000,000	39,000,000	300,000,000	339,000,000	43,000,000	740,000,000	783,000,000
13,000,000	-	13,000,000	39,000,000	320,000,000	359,000,000	43,000,000	760,000,000	803,000,000
13,000,000	20,000,000	33,000,000	39,000,000	340,000,000	379,000,000	43,000,000	780,000,000	823,000,000
13,000,000	800,000,000	813,000,000	39,000,000	360,000,000	399,000,000	43,000,000	800,000,000	843,000,000
15,000,000	-	15,000,000	39,000,000	380,000,000	419,000,000	45,000,000	-	45,000,000
15,000,000	20,000,000	35,000,000	39,000,000	400,000,000	439,000,000	45,000,000	20,000,000	65,000,000
15,000,000	800,000,000	815,000,000	39,000,000	800,000,000	839,000,000	45,000,000	40,000,000	85,000,000
17,000,000	-	17,000,000	41,000,000	-	41,000,000	45,000,000	60,000,000	105,000,000
17,000,000	20,000,000	37,000,000	41,000,000	40,000,000	81,000,000	45,000,000	80,000,000	125,000,000
17,000,000	800,000,000	817,000,000	41,000,000	60,000,000	101,000,000	45,000,000	100,000,000	145,000,000
19,000,000	-	19,000,000	41,000,000	80,000,000	121,000,000	45,000,000	120,000,000	165,000,000
19,000,000	20,000,000	39,000,000	41,000,000	140,000,000	181,000,000	45,000,000	140,000,000	185,000,000
19,000,000	800,000,000	819,000,000	41,000,000	160,000,000	201,000,000	45,000,000	160,000,000	205,000,000
21,000,000	-	21,000,000	41,000,000	180,000,000	221,000,000	45,000,000	180,000,000	225,000,000
21,000,000	40,000,000	61,000,000	41,000,000	200,000,000	241,000,000	45,000,000	200,000,000	245,000,000
21,000,000	800,000,000	821,000,000	41,000,000	220,000,000	261,000,000	45,000,000	220,000,000	265,000,000
23,000,000	-	23,000,000	41,000,000	240,000,000	281,000,000	45,000,000	240,000,000	285,000,000
23,000,000	20,000,000	43,000,000	41,000,000	260,000,000	301,000,000	45,000,000	260,000,000	305,000,000
23,000,000	40,000,000	63,000,000	41,000,000	280,000,000	321,000,000	45,000,000	280,000,000	325,000,000
23,000,000	800,000,000	823,000,000	41,000,000	300,000,000	341,000,000	45,000,000	300,000,000	345,000,000
25,000,000	-	25,000,000	41,000,000	320,000,000	361,000,000	45,000,000	320,000,000	365,000,000
25,000,000	20,000,000	45,000,000	41,000,000	340,000,000	381,000,000	45,000,000	340,000,000	385,000,000
25,000,000	60,000,000	85,000,000	41,000,000	360,000,000	401,000,000	45,000,000	360,000,000	405,000,000
25,000,000	800,000,000	825,000,000	41,000,000	380,000,000	421,000,000	45,000,000	380,000,000	425,000,000
27,000,000	-	27,000,000	41,000,000	400,000,000	441,000,000	45,000,000	400,000,000	445,000,000
27,000,000	20,000,000	47,000,000	41,000,000	420,000,000	461,000,000	45,000,000	420,000,000	465,000,000
27,000,000	60,000,000	87,000,000	41,000,000	440,000,000	481,000,000	45,000,000	440,000,000	485,000,000
27,000,000	800,000,000	827,000,000	41,000,000	460,000,000	501,000,000	45,000,000	460,000,000	505,000,000
29,000,000	-	29,000,000	41,000,000	480,000,000	521,000,000	45,000,000	480,000,000	525,000,000
29,000,000	20,000,000	49,000,000	41,000,000	500,000,000	541,000,000	45,000,000	500,000,000	545,000,000
29,000,000	60,000,000	89,000,000	41,000,000	520,000,000	561,000,000	45,000,000	520,000,000	565,000,000
29,000,000	80,000,000	109,000,000	41,000,000	540,000,000	581,000,000	45,000,000	540,000,000	585,000,000
29,000,000	800,000,000	829,000,000	41,000,000	560,000,000	601,000,000	45,000,000	560,000,000	605,000,000
31,000,000	-	31,000,000	41,000,000	580,000,000	621,000,000	45,000,000	580,000,000	625,000,000
31,000,000	20,000,000	51,000,000	41,000,000	600,000,000	641,000,000	45,000,000	600,000,000	645,000,000
31,000,000	60,000,000	91,000,000	41,000,000	620,000,000	661,000,000	45,000,000	620,000,000	665,000,000
31,000,000	80,000,000	111,000,000	41,000,000	640,000,000	681,000,000	45,000,000	640,000,000	685,000,000
31,000,000	100,000,000	131,000,000	41,000,000	660,000,000	701,000,000	45,000,000	660,000,000	705,000,000
31,000,000	800,000,000	831,000,000	41,000,000	680,000,000	721,000,000	45,000,000	680,000,000	725,000,000
33,000,000	-	33,000,000	41,000,000	700,000,000	741,000,000	45,000,000	700,000,000	745,000,000
33,000,000	40,000,000	73,000,000	41,000,000	720,000,000	761,000,000	45,000,000	720,000,000	765,000,000
33,000,000	60,000,000	93,000,000	41,000,000	740,000,000	781,000,000	45,000,000	740,000,000	785,000,000
33,000,000	80,000,000	113,000,000	41,000,000	800,000,000	841,000,000	45,000,000	760,000,000	805,000,000
33,000,000	100,000,000	133,000,000	43,000,000	-	43,000,000	45,000,000	780,000,000	825,000,000
33,000,000	800,000,000	833,000,000	43,000,000	40,000,000	83,000,000	45,000,000	800,000,000	845,000,000
35,000,000	-	35,000,000	43,000,000	60,000,000	103,000,000			
35,000,000	40,000,000	75,000,000	43,000,000	80,000,000	123,000,000			
35,000,000	60,000,000	95,000,000	43,000,000	140,000,000	183,000,000			
35,000,000	80,000,000	115,000,000	43,000,000	160,000,000	203,000,000			
35,000,000	100,000,000	135,000,000	43,000,000	180,000,000	223,000,000			
35,000,000	160,000,000	195,000,000	43,000,000	200,000,000	243,000,000			
35,000,000	180,000,000	215,000,000	43,000,000	220,000,000	263,000,000			
35,000,000	800,000,000	835,000,000	43,000,000	240,000,000	283,000,000			
37,000,000	-	37,000,000	43,000,000	260,000,000	303,000,000			
37,000,000	40,000,000	77,000,000	43,000,000	280,000,000	323,000,000			
37,000,000	60,000,000	97,000,000	43,000,000	300,000,000	343,000,000			
37,000,000	80,000,000	117,000,000	43,000,000	320,000,000	363,000,000			
37,000,000	100,000,000	137,000,000	43,000,000	340,000,000	383,000,000			
37,000,000	140,000,000	177,000,000	43,000,000	360,000,000	403,000,000			
37,000,000	160,000,000	197,000,000	43,000,000	380,000,000	423,000,000			
37,000,000	180,000,000	217,000,000	43,000,000	400,000,000	443,000,000			
37,000,000	200,000,000	237,000,000	43,000,000	420,000,000	463,000,000			
37,000,000	220,000,000	257,000,000	43,000,000	440,000,000	483,000,000			
37,000,000	240,000,000	277,000,000	43,000,000	460,000,000	503,000,000			
37,000,000	800,000,000	837,000,000	43,000,000	480,000,000	523,000,000			
39,000,000	-	39,000,000	43,000,000	500,000,000	543,000,000			
39,000,000	40,000,000	79,000,000	43,000,000	520,000,000	563,000,000			
39,000,000	60,000,000	99,000,000	43,000,000	540,000,000	583,000,000			
39,000,000	80,000,000	119,000,000	43,000,000	560,000,000	603,000,000			
39,000,000	140,000,000	179,000,000	43,000,000	580,000,000	623,000,000			
39,000,000	160,000,000	199,000,000	43,000,000	600,000,000	643,000,000			
39,000,000	180,000,000	219,000,000	43,000,000	620,000,000	663,000,000			
39,000,000	200,000,000	239,000,000	43,000,000	640,000,000	683,000,000			

• RC

Sans choc sans QP

Optimisation moyenne-Ecart-Type

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
2000000	400000000	402000000	18000000	352000000	370000000	19000000	268000000	287000000	15000000	196000000	211000000	19500000	148000000	167500000
2500000	400000000	402500000	18500000	352000000	370500000	19500000	268000000	287500000	13000000	190000000	203000000	20000000	148000000	168000000
3000000	400000000	403000000	19000000	352000000	371000000	20000000	268000000	288000000	15500000	196000000	211500000	17000000	142000000	159000000
3500000	400000000	403500000	19500000	352000000	371500000	18000000	262000000	280000000	13500000	190000000	203500000	17500000	142000000	159500000
4000000	400000000	404000000	20000000	352000000	372000000	18500000	262000000	280500000	14000000	190000000	204000000	18000000	142000000	160000000
4500000	400000000	404500000	18000000	346000000	364000000	19000000	262000000	281000000	14500000	190000000	204500000	18500000	142000000	160500000
5000000	400000000	405000000	18500000	346000000	364500000	19500000	262000000	281500000	15000000	190000000	205000000	19000000	142000000	161000000
5500000	400000000	405500000	19000000	346000000	365000000	20000000	262000000	282000000	12500000	184000000	196500000	19500000	142000000	161500000
6000000	400000000	406000000	19500000	346000000	365500000	17500000	256000000	273500000	15500000	190000000	205500000	20000000	142000000	162000000
6500000	400000000	406500000	20000000	346000000	366000000	18000000	256000000	274000000	13000000	184000000	197000000	17000000	136000000	153000000
7000000	400000000	407000000	18000000	340000000	358000000	18500000	256000000	274500000	13500000	184000000	197500000	17500000	136000000	153500000
7500000	400000000	407500000	18500000	340000000	358500000	19000000	256000000	275000000	14000000	184000000	198000000	18000000	136000000	154000000
8000000	400000000	408000000	19000000	340000000	359000000	19500000	256000000	275500000	14500000	184000000	198500000	18500000	136000000	154500000
8500000	400000000	408500000	19500000	340000000	359500000	20000000	256000000	276000000	15000000	184000000	199000000	19000000	136000000	155000000
9000000	400000000	409000000	20000000	340000000	360000000	17500000	250000000	267500000	15500000	184000000	199500000	19500000	136000000	155500000
9500000	400000000	409500000	18000000	334000000	352000000	18000000	250000000	268000000	16000000	184000000	200000000	20000000	136000000	156000000
10000000	400000000	410000000	18500000	334000000	352500000	18500000	250000000	268500000	16500000	184000000	200500000	17000000	130000000	147000000
10500000	400000000	410500000	19000000	334000000	353000000	19000000	250000000	269000000	17000000	184000000	201000000	17500000	130000000	147500000
11000000	400000000	411000000	19500000	334000000	353500000	19500000	250000000	269500000	17500000	184000000	201500000	18000000	130000000	148000000
11500000	400000000	411500000	20000000	334000000	354000000	20000000	250000000	270000000	18000000	184000000	202000000	18500000	130000000	148500000
12000000	400000000	412000000	18000000	328000000	346000000	17500000	244000000	261500000	18500000	184000000	202500000	19000000	130000000	149000000
12500000	400000000	412500000	18500000	328000000	346500000	18000000	244000000	262000000	16000000	178000000	194000000	19500000	130000000	149500000
13000000	400000000	413000000	19000000	328000000	347000000	18500000	244000000	262500000	19000000	184000000	203000000	20000000	130000000	150000000
13500000	400000000	413500000	19500000	328000000	347500000	19000000	244000000	263000000	16500000	178000000	194500000	16500000	124000000	140500000
14000000	400000000	414000000	20000000	328000000	348000000	19500000	244000000	263500000	19500000	184000000	203500000	17000000	124000000	141000000
14500000	400000000	414500000	18000000	322000000	340000000	20000000	244000000	264000000	17000000	178000000	195000000	17500000	124000000	141500000
15000000	400000000	415000000	18500000	322000000	340500000	17500000	238000000	255500000	20000000	184000000	204000000	18000000	124000000	142000000
15500000	400000000	415500000	19000000	322000000	341000000	18000000	238000000	256000000	17500000	178000000	195500000	18500000	124000000	142500000
16000000	400000000	416000000	19500000	322000000	341500000	18500000	238000000	256500000	18000000	178000000	196000000	19000000	124000000	143000000
16500000	400000000	416500000	20000000	322000000	342000000	19000000	238000000	257000000	18500000	178000000	196500000	19500000	124000000	143500000
17000000	400000000	417000000	18000000	316000000	334000000	19500000	238000000	257500000	19000000	178000000	197000000	20000000	124000000	144000000
17500000	400000000	417500000	18500000	316000000	334500000	20000000	238000000	258000000	19500000	178000000	197500000	16500000	118000000	134500000
18000000	400000000	418000000	19000000	316000000	335000000	8000000	208000000	216000000	20000000	178000000	198000000	17000000	118000000	135000000
18500000	400000000	418500000	19500000	316000000	335500000	17500000	232000000	249500000	17000000	172000000	189000000	17500000	118000000	135500000
19000000	400000000	419000000	20000000	316000000	336000000	18000000	232000000	250000000	17500000	172000000	189500000	18000000	118000000	136000000
19500000	400000000	419500000	18000000	310000000	328000000	18500000	232000000	250500000	18000000	172000000	190000000	18500000	118000000	136500000
20000000	400000000	420000000	18500000	310000000	328500000	9000000	208000000	217000000	18500000	172000000	190500000	19000000	118000000	137000000
18000000	394000000	412000000	19000000	310000000	329000000	19000000	232000000	251000000	19000000	172000000	191000000	19500000	118000000	137500000
18500000	394000000	412500000	19500000	310000000	329500000	19500000	232000000	251500000	16000000	166000000	182000000	20000000	118000000	138000000
19000000	394000000	413000000	20000000	310000000	330000000	20000000	232000000	252000000	19500000	172000000	191500000	16500000	112000000	128500000
19500000	394000000	413500000	18000000	304000000	322000000	8000000	202000000	210000000	16500000	166000000	182500000	17000000	112000000	129000000
20000000	394000000	414000000	18500000	304000000	322500000	10000000	208000000	218000000	20000000	172000000	192000000	13500000	106000000	119500000
18000000	388000000	406000000	19000000	304000000	323000000	6500000	196000000	216000000	17000000	166000000	183000000	17500000	112000000	129500000
18500000	388000000	406500000	19500000	304000000	323500000	8500000	202000000	210500000	17500000	166000000	183500000	14000000	106000000	120000000
19000000	388000000	407000000	20000000	304000000	324000000	18000000	226000000	244000000	18000000	166000000	184000000	18000000	112000000	130000000
19500000	388000000	407500000	18000000	298000000	316000000	7000000	196000000	203000000	18500000	166000000	184500000	18500000	112000000	130500000
20000000	388000000	408000000	18500000	298000000	316500000	9000000	202000000	211000000	15500000	160000000	175500000	19000000	112000000	131000000
18000000	382000000	400000000	19000000	298000000	317000000	7500000	196000000	203500000	19000000	166000000	185000000	19500000	112000000	131500000
18500000	382000000	400500000	19500000	298000000	317500000	9500000	202000000	211500000	16000000	160000000	176000000	20000000	112000000	132000000
19000000	382000000	401000000	20000000	298000000	318000000	19500000	226000000	245500000	19500000	166000000	185500000	16500000	106000000	122500000
19500000	382000000	401500000	18000000	292000000	310000000	8000000	196000000	204000000	16500000	160000000	176500000	17000000	106000000	123000000
20000000	382000000	402000000	18500000	292000000	310500000	10000000	202000000	212000000	20000000	166000000	186000000	17500000	106000000	123500000
18000000	376000000	394000000	19000000	292000000	311000000	8500000	196000000	204500000	17000000	160000000	177000000	18000000	106000000	124000000
18500000	376000000	394500000	19500000	292000000	311500000	9000000	196000000	205000000	17500000	160000000	177500000	18500000	106000000	124500000
19000000	376000000	395000000	20000000	292000000	312000000	9500000	196000000	205500000	18000000	160000000	178000000	19000000	106000000	125000000
19500000	376000000	395500000	18000000	286000000	304000000	10000000	196000000	206000000	18500000	160000000	178500000	19500000	106000000	125500000
20000000	376000000	396000000	18500000	286000000	304500000	8000000	190000000	198000000	19000000	160000000	179000000	20000000	106000000	126000000
18000000	370000000	388000000	19000000	286000000	305000000	10500000	196000000	206500000	19500000					

Optimisation Moyenne-Ecart-VaR

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
2000000	40000000	42000000	1850000	13000000	14850000
2000000	39400000	41400000	1900000	13000000	14900000
2000000	38800000	40800000	2000000	13000000	15000000
2000000	38200000	40200000	1650000	12400000	14050000
2000000	37600000	39600000	1700000	12400000	14100000
2000000	37000000	39000000	1750000	12400000	14150000
2000000	36400000	38400000	1800000	12400000	14200000
2000000	35800000	37800000	1850000	12400000	14250000
2000000	35200000	37200000	1900000	12400000	14300000
2000000	34600000	36600000	1950000	12400000	14350000
2000000	34000000	36000000	2000000	12400000	14400000
2000000	33400000	35400000	1650000	11800000	13450000
2000000	32800000	34800000	1700000	11800000	13500000
2000000	32200000	34200000	1750000	11800000	13550000
2000000	31600000	33600000	1800000	11800000	13600000
2000000	31000000	33000000	1850000	11800000	13650000
2000000	30400000	32400000	1900000	11800000	13700000
2000000	29800000	31800000	1950000	11800000	13750000
2000000	29200000	31200000	2000000	11800000	13800000
2000000	28600000	30600000	1650000	11200000	12850000
2000000	28000000	30000000	1700000	11200000	12900000
2000000	27400000	29400000	1750000	11200000	12950000
2000000	26800000	28800000	1800000	11200000	13000000
2000000	26200000	28200000	1850000	11200000	13050000
2000000	25600000	27600000	1900000	11200000	13100000
2000000	25000000	27000000	1950000	11200000	13150000
2000000	24400000	26400000	2000000	11200000	13200000
2000000	23800000	25800000	1650000	10600000	12250000
2000000	23200000	25200000	1700000	10600000	12300000
1950000	22600000	24500000	1750000	10600000	12350000
1000000	22000000	21200000	1800000	10600000	12400000
850000	19600000	20450000	1850000	10600000	12450000
900000	19600000	20500000	1900000	10600000	12500000
950000	19600000	20550000	1950000	10600000	12550000
1000000	19600000	20600000	2000000	10600000	12600000
1050000	19600000	20650000	1600000	10000000	11600000
1100000	19600000	20700000	1650000	10000000	11650000
1150000	19600000	20750000	1700000	10000000	11700000
1200000	19600000	20800000	1750000	10000000	11750000
1400000	19600000	21000000	1800000	10000000	11800000
1450000	19600000	21050000	1850000	10000000	11850000
1550000	19600000	21150000	1900000	10000000	11900000
1350000	19000000	20350000	1950000	10000000	11950000
1400000	19000000	20400000	2000000	10000000	12000000
1450000	19000000	20450000			
1500000	19000000	20500000			
1550000	19000000	20550000			
1300000	18400000	19700000			
1350000	18400000	19750000			
1400000	18400000	19800000			
1450000	18400000	19850000			
2000000	18400000	20400000			
2000000	17800000	19800000			
2000000	17200000	19200000			
2000000	16600000	18600000			
2000000	16000000	18000000			
2000000	15400000	17400000			
1700000	14800000	16500000			
1750000	14800000	16550000			
2000000	14800000	16800000			
1700000	14200000	15900000			
1750000	14200000	15950000			
1800000	14200000	16000000			
1850000	14200000	16050000			
2000000	14200000	16200000			
1700000	13600000	15300000			
1750000	13600000	15350000			
1800000	13600000	15400000			
1850000	13600000	15450000			
2000000	13600000	15600000			
1700000	13000000	14700000			
1750000	13000000	14750000			
1800000	13000000	14800000			

Avec choc sans QP

Optimisation moyenne-VaR

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
20000000	400000000	420000000	15500000	214000000	229500000	19000000	154000000	173000000
20000000	394000000	414000000	16000000	214000000	230000000	19500000	154000000	173500000
20000000	388000000	408000000	16500000	214000000	230500000	20000000	154000000	174000000
20000000	382000000	402000000	14500000	208000000	222500000	17000000	148000000	165000000
20000000	376000000	396000000	15000000	208000000	223000000	17500000	148000000	165500000
20000000	370000000	390000000	15500000	208000000	223500000	18000000	148000000	166000000
20000000	364000000	384000000	16000000	208000000	224000000	18500000	148000000	166500000
20000000	358000000	378000000	16500000	208000000	224500000	19000000	148000000	167000000
20000000	352000000	372000000	17000000	208000000	225000000	19500000	148000000	167500000
20000000	346000000	366000000	17500000	208000000	225500000	20000000	148000000	168000000
20000000	340000000	360000000	15000000	202000000	217000000	17000000	142000000	159000000
20000000	334000000	354000000	15500000	202000000	217500000	17500000	142000000	159500000
20000000	328000000	348000000	16000000	202000000	218000000	18000000	142000000	160000000
20000000	322000000	342000000	16500000	202000000	218500000	18500000	142000000	160500000
20000000	316000000	336000000	17000000	202000000	219000000	19000000	142000000	161000000
20000000	310000000	330000000	17500000	202000000	219500000	17000000	136000000	153000000
20000000	304000000	324000000	18000000	202000000	220000000	17500000	136000000	153500000
20000000	298000000	318000000	18500000	202000000	220500000	18000000	136000000	154000000
20000000	292000000	312000000	19000000	202000000	221000000	18500000	136000000	154500000
18000000	286000000	304000000	19500000	202000000	221500000	19000000	136000000	155000000
18500000	286000000	304500000	20000000	202000000	222000000	19500000	136000000	155500000
20000000	286000000	306000000	17500000	196000000	213500000	20000000	136000000	156000000
18000000	280000000	298000000	18000000	196000000	214000000	17000000	130000000	147000000
18500000	280000000	298500000	18500000	196000000	214500000	17500000	130000000	147500000
19000000	280000000	299000000	19000000	196000000	215000000	18000000	130000000	148000000
19500000	280000000	299500000	19500000	196000000	215500000	18500000	130000000	148500000
20000000	280000000	300000000	20000000	196000000	216000000	19000000	130000000	149000000
18000000	274000000	292000000	17500000	190000000	207500000	19500000	130000000	149500000
18500000	274000000	292500000	18000000	190000000	208000000	20000000	130000000	150000000
19000000	274000000	293000000	18500000	190000000	208500000	16500000	124000000	140500000
17000000	268000000	285000000	19000000	190000000	209000000	17000000	124000000	141000000
17500000	268000000	285500000	19500000	190000000	209500000	17500000	124000000	141500000
18000000	268000000	286000000	20000000	190000000	210000000	18000000	124000000	142000000
18500000	268000000	286500000	17500000	184000000	201500000	18500000	124000000	142500000
16500000	262000000	278500000	18000000	184000000	202000000	16500000	118000000	134500000
17000000	262000000	279000000	18500000	184000000	202500000	17000000	118000000	135000000
17500000	262000000	279500000	19000000	184000000	203000000	17500000	118000000	135500000
15500000	256000000	271500000	19500000	184000000	203500000	18000000	118000000	136000000
16000000	256000000	272000000	20000000	184000000	204000000	16500000	112000000	128500000
16500000	256000000	272500000	17000000	178000000	195000000	17000000	112000000	129000000
17000000	256000000	273000000	17500000	178000000	195500000	17500000	112000000	129500000
15000000	250000000	265000000	18000000	178000000	196000000	18000000	112000000	130000000
15500000	250000000	265500000	18500000	178000000	196500000	18500000	112000000	130500000
16000000	250000000	266000000	19000000	178000000	197000000	19000000	112000000	131000000
16500000	250000000	266500000	19500000	178000000	197500000	19500000	112000000	131500000
14500000	244000000	258500000	20000000	178000000	198000000	20000000	112000000	132000000
15000000	244000000	259000000	17000000	172000000	189000000	16500000	106000000	122500000
15500000	244000000	259500000	17500000	172000000	189500000	17000000	106000000	123000000
16000000	244000000	260000000	18000000	172000000	190000000	17500000	106000000	123500000
16500000	244000000	260500000	18500000	172000000	190500000	18000000	106000000	124000000
14500000	238000000	252500000	19000000	172000000	191000000	18500000	106000000	124500000
15000000	238000000	253000000	19500000	172000000	191500000	19000000	106000000	125000000
15500000	238000000	253500000	20000000	172000000	192000000	19500000	106000000	125500000
16000000	238000000	254000000	16000000	166000000	182000000	20000000	106000000	126000000
16500000	238000000	254500000	17000000	166000000	183000000	16500000	100000000	116500000
17000000	238000000	255000000	17500000	166000000	183500000	17000000	100000000	117000000
17500000	238000000	255500000	20000000	166000000	186000000	17500000	100000000	117500000
18000000	238000000	256000000	15500000	160000000	175500000	18000000	100000000	118000000
18500000	238000000	256500000	16000000	160000000	176000000	18500000	100000000	118500000
19000000	238000000	257000000	16500000	160000000	176500000	19000000	100000000	119000000
16500000	232000000	248500000	17000000	160000000	177000000	19500000	100000000	119500000
17000000	232000000	249000000	17500000	160000000	177500000	20000000	100000000	120000000
17500000	232000000	249500000	18000000	160000000	178000000			
18000000	232000000	250000000	18500000	160000000	178500000			
15500000	226000000	241500000	19000000	160000000	179000000			
16000000	226000000	242000000	19500000	160000000	179500000			
16500000	226000000	242500000	20000000	160000000	180000000			
12000000	214000000	226000000	15500000	154000000	169500000			
12500000	214000000	226500000	16000000	154000000	170000000			
13000000	214000000	227000000	16500000	154000000	170500000			
13500000	214000000	227500000	17000000	154000000	171000000			
14000000	214000000	228000000	17500000	154000000	171500000			
14500000	214000000	228500000	18000000	154000000	172000000			
15000000	214000000	229000000	18500000	154000000	172500000			

Optimisation avec QP

Optimisation Moyenne-Ecart type-VaR

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
2000000	40000000	42000000	1800000	16600000	18400000	1850000	10600000	12450000
2000000	39400000	41400000	1850000	16600000	18450000	1900000	10600000	12500000
2000000	38800000	40800000	1900000	16600000	18500000	1950000	10600000	12550000
2000000	38200000	40200000	1950000	16600000	18550000	2000000	10600000	12600000
2000000	37600000	39600000	2000000	16600000	18600000	1650000	10000000	11650000
2000000	37000000	39000000	1700000	16000000	17700000	1700000	10000000	11700000
2000000	36400000	38400000	1750000	16000000	17750000	1750000	10000000	11750000
2000000	35800000	37800000	1800000	16000000	17800000	1800000	10000000	11800000
2000000	35200000	37200000	1850000	16000000	17850000	1850000	10000000	11850000
2000000	34600000	36600000	1900000	16000000	17900000	1900000	10000000	11900000
2000000	34000000	36000000	1950000	16000000	17950000	1950000	10000000	11950000
2000000	33400000	35400000	2000000	16000000	18000000	2000000	10000000	12000000
2000000	32800000	34800000	1700000	15400000	17100000			
2000000	32200000	34200000	1750000	15400000	17150000			
2000000	31600000	33600000	1800000	15400000	17200000			
2000000	31000000	33000000	1850000	15400000	17250000			
2000000	30400000	32400000	1900000	15400000	17300000			
2000000	29800000	31800000	1950000	15400000	17350000			
2000000	29200000	31200000	2000000	15400000	17400000			
2000000	28600000	30600000	1700000	14800000	16500000			
2000000	28000000	30000000	1750000	14800000	16550000			
2000000	27400000	29400000	1800000	14800000	16600000			
2000000	26800000	28800000	1850000	14800000	16650000			
2000000	26200000	28200000	1900000	14800000	16700000			
2000000	25600000	27600000	1950000	14800000	16750000			
10500000	23200000	24250000	2000000	14800000	16800000			
9000000	22600000	23500000	1700000	14200000	15900000			
9500000	22600000	23550000	1750000	14200000	15950000			
10000000	22600000	23600000	1800000	14200000	16000000			
10500000	22600000	23650000	1850000	14200000	16050000			
11000000	22600000	23700000	1900000	14200000	16100000			
9500000	22000000	22950000	1950000	14200000	16150000			
10000000	22000000	23000000	2000000	14200000	16200000			
10500000	22000000	23050000	1700000	13600000	15300000			
11000000	22000000	23100000	1750000	13600000	15350000			
9500000	21400000	22350000	1800000	13600000	15400000			
10000000	21400000	22400000	1850000	13600000	15450000			
10500000	21400000	22450000	1900000	13600000	15500000			
11000000	21400000	22500000	1950000	13600000	15550000			
11500000	21400000	22550000	2000000	13600000	15600000			
12000000	21400000	22600000	1700000	13000000	14700000			
12500000	21400000	22650000	1750000	13000000	14750000			
13000000	21400000	22700000	1800000	13000000	14800000			
13500000	21400000	22750000	1850000	13000000	14850000			
14000000	21400000	22800000	1900000	13000000	14900000			
14500000	21400000	22850000	1950000	13000000	14950000			
15000000	21400000	22900000	2000000	13000000	15000000			
15500000	21400000	22950000	16500000	12400000	14050000			
16000000	21400000	23000000	17000000	12400000	14100000			
16500000	21400000	23050000	17500000	12400000	14150000			
17000000	21400000	23100000	18000000	12400000	14200000			
15000000	20800000	22300000	18500000	12400000	14250000			
15500000	20800000	22350000	19000000	12400000	14300000			
16000000	20800000	22400000	19500000	12400000	14350000			
16500000	20800000	22450000	20000000	12400000	14400000			
20000000	20800000	22800000	16500000	11800000	13450000			
20000000	20200000	22200000	17000000	11800000	13500000			
20000000	19600000	21600000	17500000	11800000	13550000			
20000000	19000000	21000000	18000000	11800000	13600000			
17500000	18400000	20150000	18500000	11800000	13650000			
20000000	18400000	20400000	19000000	11800000	13700000			
17000000	17800000	19500000	19500000	11800000	13750000			
17500000	17800000	19550000	20000000	11800000	13800000			
18000000	17800000	19600000	16500000	11200000	12850000			
20000000	17800000	19800000	17000000	11200000	12900000			
17000000	17200000	18900000	17500000	11200000	12950000			
17500000	17200000	18950000	18000000	11200000	13000000			
18000000	17200000	19000000	18500000	11200000	13050000			
18500000	17200000	19050000	19000000	11200000	13100000			
19000000	17200000	19100000	16500000	10600000	12250000			
20000000	17200000	19200000	17000000	10600000	12300000			
17000000	16600000	18300000	17500000	10600000	12350000			
17500000	16600000	18350000	18000000	10600000	12400000			

Optimisation QP avec choc

Optimisation Moyenne-Ecart type-VaR

Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond	Priorité	portée	plafond
2000000	400000000	402000000	16500000	262000000	278500000	19000000	190000000	209000000	19000000	118000000	137000000
2500000	400000000	402500000	17000000	262000000	279000000	19500000	190000000	209500000	19500000	118000000	137500000
3000000	400000000	403000000	17500000	262000000	279500000	20000000	190000000	210000000	16500000	112000000	128500000
3500000	400000000	403500000	18000000	262000000	280000000	17500000	184000000	201500000	17000000	112000000	129000000
4000000	400000000	404000000	18500000	262000000	280500000	18000000	184000000	202000000	17500000	112000000	129500000
4500000	400000000	404500000	19000000	262000000	281000000	18500000	184000000	202500000	18000000	112000000	130000000
5000000	400000000	405000000	19500000	262000000	281500000	19000000	184000000	203000000	18500000	112000000	130500000
5500000	400000000	405500000	20000000	262000000	282000000	19500000	184000000	203500000	19000000	112000000	131000000
6000000	400000000	406000000	17500000	256000000	273500000	17000000	178000000	195000000	19500000	112000000	131500000
7000000	400000000	407000000	18000000	256000000	274000000	17500000	178000000	195500000	20000000	112000000	132000000
20000000	400000000	420000000	18500000	256000000	274500000	18000000	178000000	196000000	16500000	106000000	122500000
20000000	394000000	414000000	19000000	256000000	275000000	18500000	178000000	196500000	17000000	106000000	123000000
20000000	388000000	408000000	19500000	256000000	275500000	19000000	178000000	197000000	17500000	106000000	123500000
20000000	382000000	402000000	17000000	250000000	267000000	19500000	178000000	197500000	18000000	106000000	124000000
20000000	376000000	396000000	17500000	250000000	267500000	20000000	178000000	198000000	18500000	106000000	124500000
20000000	370000000	390000000	18000000	250000000	268000000	17000000	172000000	189000000	19000000	106000000	125000000
20000000	364000000	384000000	13500000	238000000	251500000	17500000	172000000	189500000	19500000	106000000	125500000
20000000	358000000	378000000	14000000	238000000	252000000	18000000	172000000	190000000	20000000	106000000	126000000
20000000	352000000	372000000	14500000	238000000	252500000	18500000	172000000	190500000	16500000	100000000	116500000
20000000	346000000	366000000	15000000	238000000	253000000	19000000	172000000	191000000	17000000	100000000	117000000
20000000	340000000	360000000	15500000	238000000	253500000	19500000	172000000	191500000	17500000	100000000	117500000
20000000	334000000	354000000	16000000	238000000	254000000	20000000	172000000	192000000	18000000	100000000	118000000
18000000	328000000	348000000	16500000	238000000	254500000	17000000	166000000	183000000	18500000	100000000	118500000
18500000	328000000	346500000	17000000	238000000	255000000	17500000	166000000	183500000	19000000	100000000	119000000
20000000	328000000	348000000	17500000	238000000	255500000	18000000	166000000	184000000	19500000	100000000	119500000
18000000	322000000	340000000	18000000	238000000	256000000	18500000	166000000	184500000	20000000	100000000	120000000
18500000	322000000	340500000	16000000	232000000	248000000	19000000	166000000	185000000			
19000000	322000000	341000000	16500000	232000000	248500000	19500000	166000000	185500000			
19500000	322000000	341500000	17000000	232000000	249000000	20000000	166000000	186000000			
20000000	322000000	342000000	17500000	232000000	249500000	17000000	160000000	177000000			
18000000	316000000	334000000	18000000	232000000	250000000	17500000	160000000	177500000			
18500000	316000000	334500000	16000000	226000000	242000000	18000000	160000000	178000000			
19000000	316000000	335000000	16500000	226000000	242500000	17000000	154000000	171000000			
19500000	316000000	335500000	17000000	226000000	243000000	17500000	154000000	171500000			
20000000	316000000	336000000	17500000	226000000	243500000	18000000	154000000	172000000			
18000000	310000000	328000000	18000000	226000000	244000000	18500000	154000000	172500000			
18500000	310000000	328500000	18500000	226000000	244500000	19000000	154000000	173000000			
19000000	310000000	329000000	19000000	226000000	245000000	19500000	154000000	173500000			
19500000	310000000	329500000	19500000	226000000	245500000	20000000	154000000	174000000			
20000000	310000000	330000000	20000000	226000000	246000000	17000000	148000000	165000000			
18000000	304000000	322000000	17500000	220000000	237500000	17500000	148000000	165500000			
18500000	304000000	322500000	18000000	220000000	238000000	18000000	148000000	166000000			
19000000	304000000	323000000	18500000	220000000	238500000	18500000	148000000	166500000			
19500000	304000000	323500000	19000000	220000000	239000000	19000000	148000000	167000000			
20000000	304000000	324000000	19500000	220000000	239500000	19500000	148000000	167500000			
18000000	298000000	316000000	20000000	220000000	240000000	20000000	148000000	168000000			
18500000	298000000	316500000	17500000	214000000	231500000	17000000	142000000	159000000			
19000000	298000000	317000000	18000000	214000000	232000000	17500000	142000000	159500000			
19500000	298000000	317500000	18500000	214000000	232500000	18000000	142000000	160000000			
20000000	298000000	318000000	19000000	214000000	233000000	18500000	142000000	160500000			
18000000	292000000	310000000	19500000	214000000	233500000	19000000	142000000	161000000			
18500000	292000000	310500000	20000000	214000000	234000000	19500000	142000000	161500000			
19000000	292000000	311000000	17500000	208000000	225500000	17000000	136000000	153000000			
19500000	292000000	311500000	18000000	208000000	226000000	17500000	136000000	153500000			
17500000	286000000	303500000	18500000	208000000	226500000	18000000	136000000	154000000			
18000000	286000000	304000000	19000000	208000000	227000000	18500000	136000000	154500000			
18500000	286000000	304500000	19500000	208000000	227500000	17000000	130000000	147000000			
19000000	286000000	305000000	20000000	208000000	228000000	17500000	130000000	147500000			
17000000	280000000	297000000	17500000	202000000	219500000	18000000	130000000	148000000			
17500000	280000000	297500000	18000000	202000000	220000000	18500000	130000000	148500000			
18000000	280000000	298000000	18500000	202000000	220500000	16500000	124000000	140500000			
18500000	280000000	298500000	19000000	202000000	221000000	17000000	124000000	141000000			
16500000	274000000	290500000	19500000	202000000	221500000	17500000	124000000	141500000			
17000000	274000000	291000000	20000000	202000000	222000000	18000000	124000000	142000000			
17500000	274000000	291500000	17500000	196000000	213500000	18500000	124000000	142500000			
18000000	274000000	292000000	18000000	196000000	214000000	19000000	124000000	143000000			
18500000	274000000	292500000	18500000	196000000	214500000	19500000	124000000	143500000			
16500000	268000000	284500000	19000000	196000000	215000000	20000000	124000000	144000000			
17000000	268000000	285000000	19500000	196000000	215500000	16500000	118000000	134500000			
17500000	268000000	285500000	20000000	196000000	216000000	17000000	118000000	135000000			
18000000	268000000	286000000	17500000	190000000	207500000	17500000	118000000	135500000			
18500000	268000000	286500000	18000000	190000000	208000000	18000000	118000000	136000000			
19000000	268000000	287000000	18500000	190000000	208500000	18500000	118000000	136500000			