



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN



Institut National de Statistique  
et d'Economie Appliquée

ROYAUME DU MAROC

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

## RAPPORT DE STAGE DE FIN D'ETUDES

Organisme d'accueil : RMA

### Méthodes de Provisionnement non-vie et Risque de Réserve à un an

Préparé par :

Mlle Khadija LAYAR  
Mlle Hind GOURIACH

Sous la direction de :

Mr Fouad MARRI (INSEA)  
Mme Fouzia AMGHAR (RMA)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du  
**Diplôme d'Ingénieur d'Etat.**

Option : Actuariat-Finance.

Devant le jury composé de :

- M. Fouad MARRI (INSEA)
- M. Yassine QALLI (INSEA)
- Mme Fouzia AMGHAR (RMA)



# Résumé

La mise en place de la réforme réglementaire de la Solvabilité basée sur les risques (SBR) au Maroc va entraîner un bouleversement majeur dans les méthodes de provisionnement des assureurs et dans leur approche du risque.

Ce mémoire propose une analyse préparatoire pour la mise en place de cette nouvelle réforme qui entrera en vigueur à partir d'octobre 2017, et dont La circulaire, dont l'avant-projet a été transmis à la profession pour discussion.

Cette étude s'appuie tout d'abord sur l'application pratique de méthodes déterministes et stochastique de calcul de provisions pour établir leur adéquation aux données.

La nouvelle réforme incitant que les provisions seront calculées en best estimate (meilleure estimation), dans cette optique nous calculerons le Best estimate et la marge de risque qui représente un pourcentage de ce dernier selon la circulaire.

Vu l'absence d'une démarche détaillée pour le calcul du SBR dans les articles sorties jusqu'aujourd'hui, nous nous intéressons au calcul du risque de provisionnement à horizon d'un an en assurance non vie. Pour cela nous avons utilisé dans un premier temps le modèle de Merz et Wuthrich qui permet la mesure de ce risque à travers l'application d'une formule fermée s'appuyant sur le modèle de Chain Ladder. Ensuite nous avons étudié une approche simulatrice de type Bootstrap permettant d'estimer à travers la simulation d'une nouvelle diagonale sur le triangle étudié.

## **Mots clés :**

SolvabilitéII, Best Estimate, Marge de Risque, Capital de solvabilité requis, Mack, GLM, Bootstrap, Merz & Wuthrich, Bootstrap.

# Dédicace

*Je dédie ce travail à mes chers parents, pour leurs sacrifices et le soutien qu'ils m'ont assurés durant mes études.*

*À ma chère sœur Souad,*

*À mon cher frère Foussef,*

*À tous mes amis, Mounia, Salma, Charaf, Anas, Ayoub,  
Basma, Meryem, Manal...*

*Pour tout le soutien que vous m'avez offert, je vous dis Merci.*

*À tous ceux qui m'aiment.*

*Hind FOURACHE*

*Dédicace :*

*Je tiens tout d'abord et avant toute autre chose à dédier ce  
modeste travail à ma chère petite famille comme expression d'un éternel  
remerciement de l'éducation qu'elle m'a prodiguée ainsi que les efforts  
consentis à mon égard, puis à mes chères amis.*

*Layar Khadija*

# Remerciement

Nous voulons remercier M.Marri Fouad pour ses précieux conseils et orientations qui nous ont été d'une grande importance et soutien durant toute la période de notre stage.

Ainsi, nous profitons de l'occasion pour exprimer notre grande reconnaissance envers M. Jabir, le directeur du département d'Actuariat pour sa confiance en nous confiant un sujet de telle ampleur , ainsi que M.Amghar Fouzia ,notre encadrante externe pour son encadrement tout en assurant les conditions de réussite.

Dans le même cadre, nous remercions M.Noama Meroune pour son aide et son soutien ainsi que le personnel du RMA qui nous a offert un climat accueillant.

Pour clôturer, nous adressons nos remerciements au corps professoral de l'INSEA pour son professionnalisme et de nous avoir assuré les connaissances et pré requis nécessaires permettant de s'insérer avec succès dans le monde professionnel et d'assurer notre stage de fin d'études .

## Table des matières

Résumé .....	3
<i>Dédicace</i> .....	4
Remerciement .....	6
Liste des abréviations : .....	10
Liste des figures : .....	11
Liste des tableaux .....	13
Introduction.....	16
PARTIE I : Méthodes du provisionnement non-vie .....	17
Chapitre 1 : Solvabilité I vs Solvabilité II.....	18
I. Solvabilité I : .....	18
II. Solvabilité II .....	18
Chapitre 2 : La théorie des méthodes déterministes et stochastiques .....	21
Méthodes déterministes : .....	21
I. Présentation des méthodes déterministes : .....	21
II. Méthode Chain-Ladder : .....	23
III. Méthode de London Chain : .....	25
IV. Méthodes Chain Ladder Pondérées: .....	26
V. Méthode de séparation de Taylor : .....	27
Méthodes stochastiques : .....	29
I. Méthode de Mack.....	29
II. Les modèles GLM .....	31
III. La méthode de Bootstrap : .....	32
Chapitre II: le cadre pratique des méthodes déterministes .....	35

I. Présentation des données :.....	35
II. La méthode de Chain Ladder :.....	37
III. La méthode de London Chain : .....	41
IV. Méthodes Chain-Ladder Pondérées:.....	43
Méthode de séparation de Taylor : .....	45
Méthodes stochastiques.....	48
I. Méthode de Mack.....	48
II. Méthode Bootstrap : .....	53
III. Méthode GLM : .....	57
Chapitre III : Analyse des résultats .....	63
I. Branche AT : .....	63
II. Branche Responsabilité Civile Automobile Matériel (R.C.Auto. M.) .....	67
III. Branche Responsabilité Civile Automobile Corporel (R.C.Auto. C.).....	69
IV. Choix de la méthode :.....	73
Partie II : Le Best Estimate et le risque de provisionnement dans le cadre du SCR. ....	80
Chapitre I : Calcul du Best Estimate.....	81
I. Cadre théorique: .....	81
II. Cadre Pratique : .....	81
III. Marge de risque .....	83
Chapitre II : Mesure du risque de provisionnement à un an .....	84
I. Cadre théorique de la méthode M&W : .....	84
II. Cadre pratique de la méthode M&W :.....	86
Chapitre III : Présentation de l'application réalisée. ....	94
Application Méthodes déterministes.....	94

Application Méthodes stochastiques.....	97
Conclusion .....	99
Annexe 1 .....	101
Annexe 2 :.....	107
Bibliographie : .....	108

# Liste des abréviations :

DAPS : Direction des assurances et prévoyance sociale.

MR : Marge de risque

Coc : Cout de Capital

BE : Best Estimate

CL : Chain Ladder

LC : London Chain

i.i.d : Indépendants identiquement distribués

SCR : Solvency Capital requirement (Capital de solvabilité requis)

MCR : Minimum Capital requirement

PSAP : Provision pour Sinistres à Payer.

M &W: Merz &Wuthrich

AT: Accident de Travail

IBNR: Incurred But Not Reported

GLM: Generalized Linear Models

MSEP: Mean Squared Errors Predicted

CDR: Claims development result

VAR: Value At Risk, TVAR: Tail Value At Risk

## Liste des figures :

Figure 1: Triangle des incréments de paiements .....	22
Figure 2: Triangle des paiements cumulés .....	22
Figure 3: Graphique des règlements des sinistres pour la branche AT. ....	36
Figure 4: Graphique des règlements des sinistres pour la branche RC Auto (corporel). ....	36
Figure 5: Graphique des règlements des sinistres pour la branche RC Auto (matériel).....	37
Figure 6: Comparaison des $f(i,k)$ à $f(.,k)$ pour $k=0, k=1$ et $k=2$ .....	38
Figure 7: Comparaison des $f(i,k)$ à $f(.,k)$ pour $k=0, k=1$ et $k=2$ . ....	38
Figure 8: Droite de régression, points $(C(i,j), C(i,j+1))$ .....	40
Figure 9: Droite de régression, points $C_{i,k}, C_{i,k+1}$ pour $k=0$ .....	42
Figure 10: Estimation des paramètres par méthode des moindres carrés .....	42
Figure 11: Les différentes provisions des méthodes Chain-Ladder pondérée.....	45
Figure 12: Calcul des $\mu_n$ actuels et futurs ainsi que $\mu_{i,j}$ , $n=i+j=0, \dots, 11$ et $j=0, \dots, 11$	46
Figure 13: Extrapolation des $\log(\mu(i+j))$ linéairement, avec $i+j=0, \dots, 11$ .....	47
Figure 14: Calcul des règlements futurs par la méthode de Taylor avec $i+j=11, \dots, 22$ et $i=0, \dots, 11, j=0, \dots, 11$ (en 1000000 DH) .....	47
Figure 15: Provision Totale sous le modèle de Taylor .....	47
Figure 16: Les facteurs de développement individuels $f_{ij}$ et la médiane .....	48
Figure 17: Position des facteurs par rapport aux médianes .....	49
Figure 18: Nuage de points $(C(i,j), D(i,j))$ , $j=0, 1$ et $2$ .....	50
Figure 19: Les variances définies par le modèle de Mack .....	54
Figure 20 : Triangle des résidus .....	54
Figure 21: Triangle des résidus ajustés.....	54
Figure 22 : Moyenne des résidus ajustés .....	54

Figure 23 : Triangle des résidus débiaisés .....	55
Figure 24 : Extrait de Ré-échantillonnage de 1000 vecteurs de résidus.....	55
Figure 25 : Extraits d'échantillons de facteurs de développement estimé.....	56
Figure 26 : Extraits d'échantillon des triangles estimés .....	56
Figure 27 : Provision totale résultante de la méthode Bootstrap .....	57
Figure 28 : L'estimation des paramètres $\mu$ (intercept), $\alpha_i$ et $\beta_j$ à l'aide du logiciel SAS .....	58
Figure 29: Provision totale estimé selon la loi Log Normal.....	59
Figure 30 : Estimation des paramètres du modèle Poisson .....	60
Figure 31: Provision totale estimé selon la loi de Poisson .....	61
Figure 32: Provision totale estimé selon la loi gamma.....	62
Figure 33: Intervalles de confiance autour des provisions. ....	65
Figure 34: Provisions annuelles pour chaque loi.....	66
Figure 35 : $C(i,1)$ en fonction de $C(i,2)$ .....	68
Figure 36: Intervalles de confiance autour des provisions- RC Auto Corporel. ....	71
Figure 37: Représentation graphique des coefficients de Chain-Ladder pour les trois branches.....	75
Figure 38: Courbe Zéros Coupon au 30/12/2016 .....	82
Figure 39: Triangle de développement aux dates $t = I$ et $t = I + 1$ . ....	84
Figure 40: Etapes Bootstrap.....	89

## Liste des tableaux

Tableau 1: Les coefficients de développement.....	40
Tableau 2: triangle règlement remplie (en 1000000 DH).....	41
Tableau 3: Provision Totale sous le modèle de London Chain .....	43
Tableau 4 : Tableau des coefficients individuel .....	43
Tableau 5: Coefficients de développement et provision pour P.M .....	44
Tableau 6: Coefficients de développement et provision pour P.k derniers .....	44
Tableau 7: Coefficients de développement et provision pour P. <b>w<sub>i</sub>, j</b> .....	44
Tableau 8 : Coefficients de développement et provision pour P. <b>w<sub>i</sub>, j<sub>2</sub></b> .....	45
Tableau 9:Calcul des variables nécessaires au test d'indépendance des différentes années de survenance.....	49
Tableau 10:Paramètres estimés du modèle de Mack.....	50
Tableau 11:Erreur quadratique moyenne par année de survenance et Total .....	51
Tableau 12:: Coefficients de variation par année de survenance. ....	51
Tableau 13:: Estimation des provisions par intervalles de confiance selon la loi normal. ....	52
Tableau 14:Estimation des provisions par intervalles de confiance selon la loi lognormal. ..	53
Tableau 15 : Estimation des réserves à l'aide du modèle de régression Log Normale .....	59
Tableau 16 : Estimation des paramètres du modèle Gamma.....	62
Tableau 17 : Résumé des résultats pour la branche AT.....	63
Tableau 18:Paramètres estimés du modèle de Mack.....	64
Tableau 19: Erreur quadratique moyenne et intervalle de confiance normal et log normal...64	
Tableau 20: Statistiques .....	65
Tableau 21: Critères pour chaque loi .....	66
Tableau 22: Résumé des résultats pour la branche RC Auto Matériel .....	67

Tableau 23: Variantes des facteurs de développement.....	68
Tableau 24: Statistiques.....	69
Tableau 25: Résumé des résultats pour la branche RC Auto Corporel .....	69
Tableau 26: Paramètres estimés du modèle de Mack-RC Auto Corporel.....	70
Tableau 27: Erreur quadratique moyenne et intervalle de confiance normal et log normal-RC Auto Corporel. ....	70
Tableau 28: Statistiques.....	71
Tableau 29: Critères de modélisation par loi Log Normal et loi Poisson.....	72
Tableau 31: Critères de modélisation par loi Poisson .....	72
Tableau 32: Critères de modélisation par loi Gamma .....	72
Tableau 33: Réserves obtenues pour les différentes méthodes et branches d'assurance. Entre parenthèses, l'écart relatif par rapport à la méthode de Chain-Ladder. ....	73
Tableau 34: Valeurs de l'"indice de stabilisation" pour les différentes branches d'assurance. ....	76
Tableau 35: Valeurs de la duration pour les différentes branches d'assurance. ....	76
Tableau 36: Choix de la méthode par SSE- branche AT- .....	77
Tableau 37: Choix de la méthode par SSE -RC Auto Corporel. ....	77
Tableau 38 : Choix de la méthode par SSE -RC Auto Materiel.....	78
Tableau 39: L'actualisation des flux futurs et le calcul du Best Estimate des sinistres AT ....	82
Tableau 40: Flux futur actualisés de toutes branches .....	83
Tableau 41: Calcul de marge de risque pour différentes branche .....	83
Tableau 42: Calcul des rapports $a(j)$ , $j=0$ ..... 11.....	87
Tableau 43: Erreur quadratique moyenne par année de survenance et Totale. ....	87
Tableau 44: Calcul des coefficients de variations de M&W et ceux par rapport à Mack par année de survenance et totale .....	88
Tableau 45: Intervalles de confiances, selon la loi normale, des CDR. ....	88

Tableau 46: Statistiques.....	92
Tableau 47: Quantile 99.5 % .....	93

# Introduction

La directive Solvabilité II définit de nouvelles exigences en matière de solvabilité pour les compagnies d'assurance et de réassurance afin de garantir leur capacité à respecter leurs engagements vis -à-vis de leurs assurées.

Le Maroc envisage de dupliquer un dispositif similaire à celui de solvabilité II ,de ce fait, l'autorité de contrôle des assurances et de prévoyance sociale (ACAPS) cherche à adopter un référentiel le plus rapidement possible tout en s'assurant qu'il tienne compte des réalités de terrain et que sa mise en œuvre soit simple.

L'estimation du Capital de Solvabilité Requis (SCR) doit reposer sur l'analyse de tous les risques propres aux compagnies d'assurance.

Dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à la problématique du risque de provisionnement à un horizon d'un an.

Nous nous sommes tout d'abord intéressés, à présenter dans une première partie les différentes méthodes de provisionnement , déterministes et stochastiques utilisées en assurance non-vie, Ensuite, nous avons effectué dans une seconde partie une application pratique de ces méthodes pour établir leur adéquation par branche d'activité et évaluer les provisions à l'ultime. Ces montants ont été actualisés dans le but d'obtenir le Best Estimate Solvabilité II.

Nous nous sommes focalisés dans une dernière partie sur l'évaluation du risque à un an. Dans ce but, nous avons adapté les méthodes retenues précédemment et implémenté une procédure utilisant des simulations à travers Bootstrap. Nous avons ainsi pu comparer nos résultats avec ceux donnés par la formule standard et le modèle de Merz-Wüthrich, exposé auparavant.

L'ensemble des résultats présentés dans ce mémoire ont été obtenus à l'aide d'outils VBA et SAS.

## **PARTIE I : Méthodes du provisionnement non-vie**

Dans le cadre de solvabilité II que nous décrirons dans un premier chapitre, Nous cherchons à déterminer le SCR provisionnement. L'estimation de ce dernier nécessite l'évaluation des provisions.

Nous allons passer en revue les principales méthodes de provisionnement, que l'on partitionne ici en deux catégories : les méthodes déterministes, et les méthodes stochastiques.

Dans troisième chapitre, nous appliquerons ces méthodes sur les triangle de règlements pour les branche de l'assurance non-vie (AT, RC Automobile corporel et matériel). Ensuite nous analysons les résultats obtenue afin de choisir la meilleure méthode pour chaque branche.

## ***Chapitre 1 : Solvabilité I vs Solvabilité II***

### **I. Solvabilité I :**

Chaque pays a ses propres textes concernant ces exigences financières, même si des Directives cadres existent. Néanmoins, pour que les entreprises puissent opérer dans un autre État membre sans contraintes supplémentaires et pour que les assurés soient toujours bien protégés, une harmonisation au niveau de chaque pays est nécessaire. Une première tentative d'harmonisation a été effectuée dans les années 1970 en Europe à travers deux directives en assurance non-vie (1973) et en assurance vie (1979). Elle a été suivie d'une mise à jour en 2002, la directive Solvabilité I.

Solvabilité I correspond à trois règles principales :

- Les provisions techniques doivent être évaluées correctement et avoir un montant suffisant.
- En représentation des engagements réglementés, la compagnie d'assurance doit détenir des actifs sûrs, liquides et rentables.
- La valeur des actifs doit toujours être supérieure aux engagements.

Cette directive a pour avantage d'utiliser un calcul d'exigence de marge de solvabilité (EMS) peu coûteux et facilement comparable au niveau national.

Toutefois, certaines critiques ont été faites à l'encontre de Solvabilité I :

- C'est une méthode trop simpliste ayant une approche mécanique du risque.
- Elle pénalise la prudence de provisionnement et de tarification.
- Elle ne tient pas compte du profil de risques de la compagnie.
- L'harmonisation est limitée au niveau international.

Afin de créer un véritable marché unique, il est nécessaire de moderniser et d'harmoniser les règles prudentielles et d'homogénéiser les pratiques des autorités de contrôle à travers une nouvelle directive : Solvabilité II.

### **II. Solvabilité II**

Les principaux objectifs de Solvabilité II sont de :

- Renforcer la protection des assurés.
- Renforcer l'intégration du marché de l'assurance ;
- Favoriser la compétitivité des assureurs .

Pour parvenir à ces objectifs, la directive se base sur des principes forts :

- Trouver un équilibre entre protection des assurés et coût du capital pour les assureurs.
- L'approche est fondée sur le profil de risque particulier de l'entreprise.
- Promouvoir une bonne gestion des risques et responsabiliser les assureurs en leur donnant plus de libertés mais avec un dialogue prudentiel renforcé en contrepartie.

Le cadre Solvabilité II est basé sur l'approche Lamfalussy qui est une approche de principes composée de trois niveaux.

Au niveau 1 sont adoptés les grands principes et objectifs, les droits et devoirs. Au niveau 2 ce sont les mesures techniques d'exécution, régulièrement mises à jour par la commission européenne. Enfin au niveau 3 sont adoptées les recommandations pratiques. Un niveau 4 est prévu pour le renforcement des procédures de suivi.

L'un des principes forts de la directive est le principe de proportionnalité : les exigences énoncées doivent être appliquées de manière proportionnée en fonction de la nature, l'ampleur et la complexité des risques inhérents à l'activité d'une entreprise d'assurance ou de réassurance.

L'architecture de Solvabilité II se décompose en trois piliers :

Pilier 1 : exigences quantitatives applicables aux entreprises d'assurance et de réassurance.

Pilier 2 : exigences qualitatives et surveillance prudentielle.

Pilier 3 : discipline de marché et communication externe.

Nous détaillerons le premier pilier qui nous intéresse dans ce mémoire :

## *Détails sur le Pilier 1*

- Valorisation des actifs et des passifs .
- Provisions techniques :

La valeur des provisions techniques correspond au montant actuel que les entreprises d'assurance et de réassurance devraient payer si elles transféraient sur le champ leurs engagements à une autre entreprise d'assurance ou de réassurance. Les provisions techniques doivent être calculées de manière prudente, fiable, objective et en cohérence avec le marché.

La valeur des provisions techniques est égale à la somme de la meilleure estimation (Best Estimate) et de la marge pour risque.

- Le best estimate (BE):

Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actualisées et crédibles et des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et statistiques adéquates, applicables et pertinentes.

La projection en matière de flux de trésorerie utilisée dans le calcul de la meilleure estimation tient compte de toutes les entrées et sorties de trésorerie nécessaires pour faire face aux engagements d'assurance et de réassurance pendant toute la durée de ceux-ci.

➤ La marge pour risque :

les entreprises d'assurance et de réassurance calculent la marge de risque en déterminant le coût que représente la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au capital de solvabilité requis nécessaire pour faire face aux engagements d'assurance et de réassurance pendant toute la durée de ceux-ci.

➤ Les fonds propres (FP) .

➤ Le SCR :

Le SCR est le Capital de Solvabilité Requis (Solvency Capital Requirement). Il est égal à la Value at Risk à 99,5% à un an des fonds propres de base, soit la perte maximale possible à horizon un an avec une probabilité de 99,5%.

Le calcul du SCR peut se faire par une formule standard ou par un modèle interne (calculs des FP propres aux sociétés) complet ou partiel.

Il se décompose en plusieurs modules :

- Risque de marché.
- Risque de contrepartie.
- Risque de souscription en santé.
- Risque de souscription en vie.
- Risque de souscription en non-vie.

Nous allons nous intéresser principalement au calcul du SCR non-vie. Ce module est divisé en trois sous-modules :

- le risque catastrophe naturelle.
- le risque de rachat.
- le risque de primes et de provisions.

Seul le risque de provisions sera étudié, c'est-à-dire le risque d'avoir des provisions de sinistres insuffisantes. Il peut provenir de trois sources d'incertitudes :

- L'incertitude liée à la valeur des engagements (le montant des sinistres peut dévier du coût attendu).
- L'incertitude concernant le développement des sinistres (qui peut dévier de la cadence attendue).
- L'incertitude liée au nombre de sinistres (qui peut dévier de la fréquence attendue).

L'objectif de la réforme Solvabilité II est d'éviter la ruine à un an des entreprises d'assurance dans 99.5% des cas. Nous allons donc chercher à estimer la volatilité des provisions à horizon un an.

## ***Chapitre 2 : La théorie des méthodes déterministes et stochastiques***

### ***Méthodes déterministes :***

Dans ce chapitre, nous calculerons les provisions à partir d'une multitude de méthodes déterministes. En ce qui concerne les méthodes déterministes nous ne nous limiterons pas aux résultats de la méthode de Chain Ladder, nous utiliserons de différentes méthodes pourvues de faire des comparaisons.

#### **I. Présentation des méthodes déterministes :**

L'objectif de cette partie est de présenter la partie théorique ainsi que l'application de quatre méthodes déterministes. Ces méthodes sont appelées déterministes parce qu'elles sont basées sur des données non variables. Les méthodes qu'on va essayer de présenter sont :

- La méthode de Chain Ladder Standard.
- La méthode de London Chain.
- Méthodes Chain Ladder Pondérées.
- La méthode de séparation de Taylor.

### ***Hypothèse :***

Les méthodes déterministes reposent sur une hypothèse indispensable à vérifier, c'est la stabilité des cadences de paiement définit comme rapport entre le règlement cumulé effectué après  $j$  années au comptes des sinistres survenus à l'année  $i$ , et la charge ultime estimée (somme de règlement et réserve) pour la même catégorie des sinistres; avec :  $i=0\dots n$  et  $j=0\dots n$ . La stabilité de ces cadences traduit la convergence de leur comportement par année de survenance.

### ***Notations et définitions :***

Avant d'entamer notre étude des différentes méthodes de provisionnement, introduisons quelques notions essentielles à la bonne compréhension des principes qui vont suivre ainsi que diverses notations que nous conserverons tout au long de ce rapport :

- $n$  = nombre maximal d'années nécessaires pour clore un sinistre et le régler en totalité,

- $i$  = indice des années de survenance des sinistres ( $i = 1, \dots, n$ ),
- $j$  = indice des années de développement ou de déroulement ( $j = 1, \dots, n$ ),
- $Y_{i,j}$ , les incréments de paiements pour l'année de développement  $j$  pour les sinistres survenus l'année  $i$ ;
- $C_{i,j}$ , les paiements cumulés des  $j$  premières années de développement de l'année de survenance  $i$ .

Ainsi, à partir de ces notations, nous pouvons d'ores et déjà établir le triangle des incréments de paiements et le triangle des paiements cumulés associé.

Accident	Années de développement								
	0	1	...	k	...	n-i	...	n-1	n
0	$Y_{0,0}$	$Y_{0,1}$	...	$Y_{0,k}$	...	$Y_{0,n-i}$	...	$Y_{0,n-1}$	$Y_{0,n}$
1	$Y_{1,0}$	$Y_{1,1}$	...	$Y_{1,k}$	...	$Y_{1,n-i}$	...	$Y_{1,n-1}$	
			...		...		...		
i	$Y_{i,0}$	$Y_{i,1}$	...	$Y_{i,k}$	...	$Y_{i,n-i}$	...		
			...		...		...		
n-k	$Y_{n-k,0}$	$Y_{n-k,1}$	...	$Y_{n-k,k}$	...		...		
			...		...		...		
n-1	$Y_{n-1,0}$	$Y_{n-1,1}$	...		...		...		
n	$Y_{n,0}$		...		...		...		

Figure 1: Triangle des incréments de paiements

Accident	Années de développement								
	0	1	...	k	...	n-i	...	n-1	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	...	$C_{0,k}$	...	$C_{0,n-i}$	...	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	...	$C_{1,k}$	...	$C_{1,n-i}$	...	$C_{1,n-1}$	
			...		...		...		
i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$	...	$C_{i,k}$	...	$C_{i,n-i}$	...		
			...		...		...		
n-k	$C_{n-k,0}$	$C_{n-k,1}$	...	$C_{n-k,k}$	...		...		
			...		...		...		
n-1	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$	...		...		...		
n	$C_{n,0}$		...		...		...		

Figure 2: Triangle des paiements cumulés

Nous pouvons, par ailleurs, établir la relation suivante :  $\forall i, k \in (0, 1, \dots, n)$  :

$$C_{i,k} = \sum_{j=0}^k Y_{i,j}$$

## II. Méthode Chain-Ladder :

### 1. Présentation du principe général :

La méthode Chain-Ladder est une méthode standard, couramment utilisée sur les marchés depuis les années 30 du fait de sa simplicité. Cette méthode est applicable à toute sorte de triangles (de dépenses, de charges, de nombre de sinistres). Au cours de notre étude, nous l'appliquerons pour les triangles des paiements cumulés  $C = (C_{i,j})$ .

La méthode de Chain Ladder consiste à prévoir les règlements futurs grâce aux règlements des années précédentes. La sinistralité est représentée par les triangles des règlements (également appelés triangle de run-off). On distingue le triangle des règlements non-cumulés :

$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$	...	$Y_{1,n-1}$	$Y_{1,n}$
$Y_{2,1}$	$Y_{2,2}$	...	$Y_{2,n-1}$	
...	...			
$Y_{n-1,1}$	$Y_{n-1,2}$			
$Y_{n,1}$				

Et le triangle des règlements cumulés :

$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	
...	...			
$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$			
$C_{n,1}$				

Ces triangles peuvent se lire de trois manières différentes :

- les lignes correspondent aux années de survenance  $i$  des sinistres,
- les colonnes aux années de développement  $j$ ,
- les diagonales aux années calendaires  $i+j$ .

Le but de la méthode de Chain Ladder est d'estimer les règlements futurs et de compléter les triangles afin de calculer le montant des provisions :

$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	$\widehat{C}_{2,n}$
...	...	...	...	...
$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$	...	$\widehat{C}_{n-1,n-1}$	$\widehat{C}_{n-1,n}$
$C_{n,1}$	$\widehat{C}_{n,2}$	...	$\widehat{C}_{n,n-1}$	$\widehat{C}_{n,n}$

$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$	...	$Y_{1,n-1}$	$Y_{1,n}$
$Y_{2,1}$	$Y_{2,2}$	...	$Y_{2,n-1}$	$\widehat{Y}_{2,n}$
...	...	...	...	...
$Y_{n-1,1}$	$Y_{n-1,2}$	...	$\widehat{Y}_{n-1,n-1}$	$\widehat{Y}_{n-1,n}$
$Y_{n,1}$	$\widehat{Y}_{n,2}$	...	$\widehat{Y}_{n,n-1}$	$\widehat{Y}_{n,n}$

**Les coefficients de développement :**

La méthode de Chain Ladder considère que la cadence des paiements dépend de coefficients de développement  $\lambda_j$  qui dépendent uniquement de l'année de développement  $j$ . Cela revient à supposer que les  $(C_{i,j})_{j=1,\dots,n}$  sont liés comme suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j} \quad \text{pour } i \in \{1, \dots, n\} \text{ et } j \in \{1, \dots, n\}$$

Ce modèle repose sur 2 hypothèses sous-jacentes :

- H1 : les années de survenances sont indépendantes,
- H2 : la cadence des règlements est régulière.

Sous ces deux hypothèses, les coefficients de développement sont estimés de la façon suivante :

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \quad \text{pour } j \in \{1, \dots, n\}$$

Ensuite, grâce à ces coefficients, on évalue la partie inférieure du triangle des règlements cumulés :

$$\widehat{C}_{i,j} = (\widehat{\lambda}_{n-i+1} * \dots * \widehat{\lambda}_{j-1}) * C_{i,n+1-i} \quad \text{Pour } i \in \{2, \dots, n\} \text{ et } j \in \{n-i+2, \dots, n\}.$$

La provision au titre de l'année de survenance  $i$ , notée  $R_i$ , s'estime en calculant la différence entre le montant cumulé prévu à l'année  $n$  et le dernier montant cumulé connu :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1} = \sum_{j=n-i+2}^n \hat{Y}_{i,j} \quad \text{Pour } i \in \{2, \dots, n\}.$$

Enfin, le montant total  $R$  de la provision se calcule en faisant la somme des provisions au titre des différentes années de survenance  $i, i \in \{2, \dots, n\}$  :

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i = \sum_{i=2}^n (\hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}) = \sum_{i=2}^n \sum_{j=n-i+2}^n \hat{Y}_{i,j}$$

### III. Méthode de London Chain :

La méthode London Chain a pour objectif de rectifier les résultats de Chain Ladder classique quand le nuage de points, relatifs aux paiements cumulés de deux colonnes successives du triangle des paiements, s'ajuste mieux avec une fonction affine.

Contrairement à la méthode de Chain Ladder, la cadence des paiements ne dépend pas uniquement des coefficients de développement  $\lambda_j$ , mais également d'une composante constante  $\alpha_j$ . On suppose donc ici que les  $(C_{i,j})_{j=1, \dots, n}$  sont liés par le modèle suivant :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j} + \alpha_j \quad \text{Pour } i \in \{1, \dots, n\} \text{ et } j \in \{1, \dots, n-1\}.$$

Nous avons donc  $(2n-1)$  paramètres à identifier.

Ainsi, pour  $j$  toujours fixé, les  $(n-j)$  couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  doivent être "sensiblement" alignés sur une même droite affine.

De plus, pour les estimations de  $\lambda_j$  et  $\alpha_j$ , elles sont déterminées par la méthode des moindres carrés en minimisant :

$$(\hat{\lambda}_j, \hat{\alpha}_j) = \arg \min \left\{ \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - \alpha_j - \lambda_j * C_{i,j})^2 \right\} \quad \text{Pour } j \in \{1, \dots, n-1\}.$$

Posons :

$$\delta_j = \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - \alpha_j - \lambda_j * C_{i,j})^2$$

Nous obtenons les estimateurs de  $\lambda_j$  et  $\alpha_j$  dont les expressions respectives sont les suivantes :

$$\widehat{\lambda}_j = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} C_{i,j} - \widehat{C}_j \widehat{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}^2 - \widehat{C}_{i,j}^2} \quad \widehat{C}_k = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k} \quad \widehat{C}_{k+1} = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}$$

Et la formule de calcul de la constante est :  $\hat{\alpha}_j = \bar{C}_{j+1} - \hat{\lambda}_j * \bar{C}_j$

Il est à noter que si l'hypothèse (H2) de la méthode de Chain Ladder est vérifiée, à savoir les points  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  pour chaque année  $j$  sensiblement alignés, ils le seront aussi par une droite non contrainte à l'origine.

#### IV. Méthodes Chain Ladder Pondérées:

Le but de cette méthode est d'introduire des pondérations lors de la détermination des coefficients de passage.

Si, pour  $j \in \{0, \dots, n-1\}$  on choisit d'utiliser un même facteur de développement de délai  $j$  pour toutes les années d'origine, on pourrait naturellement le choisir comme une fonction des facteurs individuels  $f_{0j}, \dots, f_{n-j-1,j}$  de la  $j$  ème colonne du triangle. La fonction la plus simple serait une moyenne pondérée de la forme suivante :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{ij} f_{ij}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{ij}}$$

Où les pondérations  $(w_{ij})_{i=0, \dots, n-j-1}$  sont choisies en fonction de :

L'allure de ces facteurs individuels  $(f_{ij})_{i=0, \dots, n-j-1}$ , la fiabilité que l'on peut leur accorder, leur volatilité et autres considérations externes au triangle.

Les choix standard sont les suivants :

➤ Moyenne :

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} f_{ij}}{n-j}$$

➤ Moyenne des  $k$  derniers

Si on choisit par exemple,  $k=3$  ; on a :

$$f_k = \frac{1}{3} \sum_{i=n-k-3}^{n-k-1} f_{i,k} \quad \text{si } k = 0, \dots, n-3$$

$$f_k = \frac{1}{2} (f_{0,k} + f_{1,k}) \quad \text{si } k = n-2$$

$$f_k = f_{0,k} \quad \text{si } k = n-1$$

➤ Le dernier facteur :

$$f_k = f_{n-j-1,k}$$

Naturellement l'actuaire sera amené à effectuer des choix différents selon les délais du triangle. Il est important de noter que la méthode Chain Ladder Standard fait partie de cette famille : la pondération  $w_{ij} = f_{ij}$  conduit au facteur  $f_j$  de la méthode standard.

D'une nature différente serait une pondération par année calendaire faisant jouer un rôle plus marqué aux années récentes relativement aux plus anciennes.

C'est le cas de la pondération  $w_{ij} = i+j+1$ , avec :

$$\sum_{i=0}^{n-j-1} w_{i,j} = \sum_{i=0}^{n-j-1} i + (n-j)(j+1) = \frac{(n-j)(n+j+1)}{2}$$

Aussi pour la pondération  $w_{ij} = (i+j+1)^2$

Le choix d'une pondération calendaire mobilise l'ensemble du triangle.

Par ailleurs, par indépendance relativement à  $i$  :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} = \frac{A_{j+1}}{A_j}$$

On a :

$$f_i = \frac{\sum_i w_{i,j} f_{i,j}}{\sum_i w_{i,j}} = \frac{A_{j+1}}{A_j}$$

## V. Méthode de séparation de Taylor :

Proposée par Taylor(1974), l'idée de cette méthode est de considérer l'inflation comme un facteur endogène aux triangles. On travaille sur les triangles non-agrégés, et l'on suppose que le montant

des paiements  $Y_{ij}$ , relatifs aux sinistres survenus l'année  $i$ , et payés l'année  $i+j-1$  est de la forme suivante :

$$Y_{ij} = r_j \cdot \mu_{i+j-1} \text{ pour tout } i, j$$

Le triangle des paiements non cumulés s'écrit dans ce cas sous la forme :

$r_1 \cdot \mu_1$	$r_2 \cdot \mu_2$	$\cdots$	$r_{n-1} \cdot \mu_{n-1}$	$r_n \cdot \mu_n$
$r_1 \cdot \mu_2$	$r_2 \cdot \mu_3$	$\cdots$	$r_{n-1} \cdot \mu_n$	
$\vdots$	$\vdots$			
$r_1 \cdot \mu_{n-1}$	$r_2 \cdot \mu_n$			
$r_1 \cdot \mu_n$				

Autrement dit, les paiements sont fonctions d'une cadence de paiement  $r_j$ , dépendant du temps de développement  $j$  ( que l'on retrouve sur l'ensemble de la  $j$  ème colonne) et d'un facteur calendaire (ou d'inflation)  $\mu_{i+j-1}$  dépendant de l'année de paiement  $i+j-1$  (que l'on retrouve dans l'ensemble de la  $i+j$  ème diagonale). Le but est alors d'estimer les coefficients de développement  $r_1, r_2, \dots, r_n$  et les facteurs d'inflation  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ .

Pour estimer ces  $(2n)$  coefficients on fera l'hypothèse de normalisation des  $r_j$ , à savoir

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = 1$$

De surcroit, la somme sur la diagonale est

$$d_n = Y_{1,n} + Y_{2,n-1} + \dots + Y_{n,1} = \mu_n (r_1 + r_2 + \dots + r_n) = \mu_n.$$

On note pour la première sur diagonale :

$$d_{n-1} = Y_{1,n-1} + Y_{2,n-2} + \dots + Y_{n-1,1} = \mu_{n-1} (1 - r_n)$$

Et de plus, en considérant la  $n$  ème colonne

$$\gamma_n = Y_{1,n} = r_n * \mu_n$$

Et donc

$$r_n = \frac{\gamma_n}{\mu_n} \text{ et } \mu_{n-1} = \frac{d_{n-1}}{1-r_n}$$

$$r_{n-i+1} = \frac{\gamma_{n-i+1}}{\mu_n + \mu_{n-1} + \dots + \mu_{n-i+1}} \quad \mu_{n-i} = \frac{d_{n-i}}{1 - (r_n + r_{n-1} + \dots + r_{n-i+1})}$$

## ***Méthodes stochastiques :***

L'idée dans cette partie est de pouvoir quantifier la variabilité des réserves estimées, notamment par la construction d'intervalles de confiance, et ainsi d'obtenir une marge d'erreur sur le montant des provisions.

Pour cela, les méthodes stochastiques sont adaptées, puisqu'elles considèrent les réserves sous un angle probabiliste en considérant leur distribution. Ceci est d'autant plus important à ce jour du fait de la mise en place de la réglementation Solvabilité 2. En effet, cette directive a créé des besoins de calculs notamment en matière d'incertitude sur les réserves.

### **I. Méthode de Mack**

#### ***Hypothèses :***

La méthode de Mack est la première méthode faisant intervenir la notion d'incertitude dans la méthode déterministe Chain-Ladder. Elle permet de mesurer l'incertitude associée à la prédiction du montant des provisions que doit faire l'assureur.

Cette méthode s'appuie sur trois hypothèses :

- H1: Les années de survenance des sinistres sont indépendantes les unes des autres, c'est-à-dire,  $C_{i,j}$  et  $C_{k,j}$  sont indépendants si  $i \neq k$ .
- H2 :

$$\forall i = 1, \dots, n \quad \forall j = 1, \dots, n-1 \quad E(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \lambda_j C_{i,j}$$

Cette seconde hypothèse suppose alors que le passage d'une année de développement à l'autre est décrit en termes d'espérance.

Rappelons que  $\lambda_j$  correspond au facteur de développement associé à l'année de développement  $j$

dont l'estimateur  $\hat{\lambda}_j$  est déterminé par la relation suivante :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \quad \text{Il est}$$

important de noter que les facteurs  $\hat{\lambda}_j$  sont des estimateurs de  $\lambda_j$  sans biais.

Démonstration 1: Voir annexe 1.

- H3:  $\forall i = 1, \dots, n \quad \forall j = 1, \dots, n-1, \exists \sigma_j$  tel que  $Var(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \sigma_j^2 C_{i,j}$

$\hat{C}_{i,n}$  est un estimateur de  $C_{i,n}$  avec :  $\hat{C}_{i,j} = (\hat{\lambda}_{n-i+1} * \dots * \hat{\lambda}_{j-1}) * C_{i,n+1-i}$

Dans son raisonnement, Mack propose également un estimateur sans biais de  $\sigma_j^2$  que nous noterons ici  $S_j^2$  :

$$\forall 1 \leq j \leq n-2, \quad S_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \lambda_j \right)^2 ; \quad S_{n-1}^2$$

$$= \min \left\{ \frac{S_{n-2}^4}{S_{n-3}^2}, S_{n-2}^2, S_{n-3}^2 \right\}$$

### **Remarque :**

Le modèle de Mack considère implicitement que les paiements cumulés suivent une distribution normale avec une moyenne et une variance qui sont décrites dans les hypothèses (H2) et (H3).

#### **Mesure de l'incertitude de l'estimateur**

Sous ces hypothèses, Mack obtient une formule fermée pour la variance de la charge ultime. Nous calculons l'erreur quadratique moyenne (MSEP - Mean Square of Error of Prediction) en conditionnant par rapport aux données passées:

$$\forall i+j \leq n+1 \quad MSEP(\hat{C}_{i,n}) = \mathbb{E}((\hat{C}_{i,n} - C_{i,n})^2 | C_{i,j})$$

Nous en déduisons :

$$\forall i+j \leq n+1 \quad MSEP(\hat{C}_{i,n}) = Var(C_{i,n} | C_{i,j}) + (\mathbb{E}(C_{i,n} | C_{i,j}) - \hat{C}_{i,n})^2$$

De plus, en posant

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1} \quad \hat{R}_i - R_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n}$$

$$MSEP(\hat{R}_i) = MSEP(\hat{C}_{i,n})$$

et à l'erreur standard

$$SEP(\hat{R}_i) = \sqrt{MSEP(\hat{R}_i)}$$

Puis, avec  $\hat{R} = \sum_{i=2}^n \hat{R}_i$  des estimateurs de MSEP ( $\hat{R}_i$ ) et MSEP ( $\hat{R}$ ) sont respectivement :

$$MSE\widehat{P}(\widehat{R}_i) = \widehat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{S_j^2}{\lambda_j^2} \left( \frac{1}{C_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right) , \text{ pour } i = 2, \dots, n$$

$$MSE\widehat{P}(\widehat{R}) = \sum_{i=2}^n \left\{ MSE\widehat{P}(\widehat{R}_i) + \widehat{C}_{i,n} \left( \sum_{k=i+1}^n \widehat{C}_{k,n} \right) \left( \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{2S_j^2}{\lambda_j^2 \sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}} \right) \right\}$$

## II. Les modèles GLM

Ces modèles sont formés de trois composantes : la composante aléatoire, la composante systématique et la fonction de lien.

### *La composante aléatoire :*

On cherche à expliquer les variables aléatoires réelles  $(Z_{i,k})$   $i \in \{0, \dots, I\}, k \in \{0, \dots, J\}$  indépendantes et dont la loi de probabilité est de type exponentiel. On se situe donc dans le cadre suivant :

- H1 : Les paiements annuels non cumulés  $Z_{i,k}$  sont indépendants.
- H2 : Les paiements annuels non cumulés  $Z_{i,k}$  appartiennent à la famille exponentielle, de densité :

$$f(z_{i,k} | \theta_{i,k}; \phi) = \exp \left( \frac{z_{i,k} \theta_{i,k} - b(\theta_{i,k})}{\frac{\phi}{w_{i,k}}} + c(z_{i,k}; \phi) \right)$$

- $\theta_{i,k}$  est un paramètre réel, appelé paramètre naturel,
- $\phi$  est un paramètre de dispersion strictement positif,
- $w_{i,k}$  est une pondération (=1 par la suite),
- $b$  et  $c$  sont des fonctions spécifiques de la distribution,
- $b$  étant deux fois dérivable à valeurs dans  $\mathbb{R}$  et  $c$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^2$ .

On peut alors montrer que :

$$\begin{cases} \mu_{i,k} = \mathbb{E}[Z_{i,k}] = b'(\theta_{i,k}) \text{ soit } \theta_{i,k} = b'^{-1}(\mu_{i,k}), \text{ si } b' \text{ est inversible} \\ Var[Z_{i,k}] = b''(\theta_{i,k})\phi = b''[b'^{-1}(\mu_{i,k})]\phi = V(\mu_{i,k})\phi \end{cases}$$

La fonction  $V(\cdot) = b''[b'^{-1}(\cdot)]$  est appelée fonction variance de la distribution et joue un rôle essentiel dans la modélisation GLM.

## ***La composante systématique :***

Soit  $M$  la matrice de régression et  $\xi$  le vecteur des paramètres. La composante systématique est notée  $\eta$  et est définie comme une combinaison linéaire des variables explicatives des  $Z_i$ , par  $\eta = M\xi$ .

Dans le cas du provisionnement à deux variables exogènes qualitatives par exemple, la composante systématique s'écrit :

$$\eta_{i,k} = \mu + \alpha_i + \beta_k, \quad 0 \leq i \leq I, \quad 0 \leq k \leq J$$

-  $\alpha_i$  est le paramètre lié à la  $i$  ème année de survenance.

-  $\beta_j$  est le paramètre lié à la  $j$  ème année de développement tel que  $1 \leq j \leq n$ , avec  $n$  est l'horizon du triangle de liquidation.

Ainsi,  $\alpha_i$  et  $\beta_j$  ne sont d'autres que les coefficients de régression qu'on vise à estimer pour calculer les prédicteurs linéaires  $g(E(Z_{i,j}))$ . Les deux variables qualitatives contiennent  $n$  modalités. Par hypothèse, on prend  $\alpha_n = \beta_n = 0$  et ce pour raison d'identifiabilité du modèle.

avec, pour raison d'identifiabilité du modèle,  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ .

## ***La fonction lien :***

C'est la fonction qui fait le lien entre la composante aléatoire et la composante systématique. Il s'agit d'une fonction réelle  $g$ , strictement monotone et dérivable telle que :

$$\eta_{i,k} = g(\mu_{i,k}) \text{ ou } \mu_{i,k} = g^{-1}(\eta_{i,k})$$

Pour résumer, un modèle GLM est la donnée de :

1. la distribution de probabilité des variables réponses  $Z_{i,k}$ ,
2. la fonction variance  $V$  et, éventuellement, un paramètre de dispersion  $\phi$  avec :

$$\mathbb{E}[Z_{i,k}] = \mu_{i,k}, \quad \text{Var}[Z_{i,k}] = V(\mu_{i,k})\phi,$$

### **III. La méthode de Bootstrap :**

Nous présentons dans cette partie le Bootstrap récursif appliqué au modèle de Mack (dans sa reformulation faite par Buchwalder).

Nous commencerons par le calcul du best estimate et des résidus du modèle :

Les estimateurs des provisions du modèle de Mack sont identiques à ceux du Chain Ladder. Compte tenu de l'information disponible (à la date  $I+1$ ), nous estimons donc les facteurs de développement  $\hat{f}_j^{I+1}$  et le best estimate des provisions  $\hat{R}^{I+1}$  à l'aide des techniques usuelles du Chain Ladder :

$$\hat{R}^{I+1} = \sum_{i=2}^I \hat{R}_i^{I+1} = \sum_{i=2}^I (\hat{D}_{i,J}^{I+1} - D_{i,I-i+1})$$

$$\text{avec } \hat{D}_{i,J}^{I+1} = E[\hat{D}_{i,J} | F_{I+1}] = D_{i,I-i+1}^{I+1} \times \hat{f}_{I-i+1}^{I+1} \times \dots \times \hat{f}_{J-2}^{I+1} \times \hat{f}_{J-1}^{I+1} \text{ et } \hat{f}_j^{I+1} = \frac{\sum_{i=1}^{J-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{J-j} D_{i,j}}.$$

On procède ensuite au calcul des facteurs de développement individuels et des paramètres de dispersion. Les facteurs de développement individuels  $\hat{f}_{i,j}$  sont donnés par :

$$\hat{f}_{i,j} = \frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}}, \quad \forall i \in \{1, \dots, I-1\}, \quad \forall j \in \{1, \dots, J-i\}.$$

Les  $\hat{\sigma}_j^2$  définis par le modèle de Mack sont donnés par :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \times \sum_{i=1}^{I-j} D_{i,j} \times \left( \frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}} - \hat{f}_j^{I+1} \right)^2, \quad \forall j \in \{1, \dots, J-2\}.$$

Compte tenu du peu d'information disponible, nous choisissons d'approximer le dernier facteur par :

$$(\hat{\sigma}_{J-1}^{I+1})^2 = \min((\hat{\sigma}_{J-3}^{I+1})^2, (\hat{\sigma}_{J-2}^{I+1})^2).$$

L'étape suivante est le calcul des résidus du modèle

Les résidus sont calculés par inversion de la formule de Mack :

$$D_{i,j+1} = f_j \times D_{i,j} + \sigma_j \times \sqrt{D_{i,j}} \times r_{i,j} \Rightarrow r_{i,j} = \left( \frac{D_{i,j+1}}{D_{i,j}} - f_j \right) \times \frac{\sqrt{D_{i,j}}}{\sigma_j}$$

$$\text{d'où : } \hat{r}_{i,j}^{\text{brut}} = (\hat{f}_{i,j} - \hat{f}_j) \times \frac{\sqrt{D_{i,j}}}{\hat{\sigma}_j}.$$

Le calcul des résidus ajustés et centrés :

Afin d'être cohérent avec la théorie de formule fermée du modèle (formule de MerzWüthrich), nous ajustons les résidus :

$$\hat{r}_{i,j}^{ajusté} = \sqrt{\frac{I-j+1}{I-j}} \times \hat{r}_{i,j}^{brut}, \forall i \in \{1, \dots, I-1\}, \forall j \in \{1, \dots, J-i\}$$

Les résidus sont ensuite débiaisés

$$\hat{r}_{i,j} = \hat{r}_{i,j}^{ajusté} - \bar{r}_{i,j}^{ajusté}, \forall i \in \{1, \dots, n-1\}, \forall j \in \{1, \dots, n-i\}$$

avec :  $\bar{r}_{i,j}^{ajusté}$  la moyenne des résidus ajustés.

Nous avons déterminé la partie déterministe du modèle. Nous nous intéressons à présent à sa partie aléatoire ou itérative. Les étapes suivantes sont effectuées un nombre B (nombre de simulations) de fois. Nous ferons un rééchantillonnage des résidus de façon aléatoire et avec remise.

Ensuite on calcule les nouveaux facteurs de développement par inversion de la formule des résidus, nous obtenons :

$$\hat{f}_{i,j}^{b,I+1} = \hat{r}_{i,j}^b \times \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_j^2}{D_{i,j}}} + \hat{f}_j, \forall i \in \{1, \dots, I-1\}, \forall j \in \{1, \dots, J-i\}.$$

Nous en déduisons les nouveaux facteurs de développement suivants :

$$\hat{f}_j^{b,I+1} = \frac{\sum_{i=1}^{I-j} D_{i,j} \times \hat{f}_{i,j}^{b,I+1}}{\sum_{i=1}^{I-j} D_{i,j}}, \forall j \in \{1, \dots, J-1\}.$$

Nous estimons les règlements théoriques de l'année (I+1, I+2] en réajustant le modèle de Chain Ladder à partir du triangle initial et de la nouvelle information disponible (pseudo-facteurs de règlements de la diagonale I+2), les pseudo-règlements futurs sont alors donnés par :

$$\hat{D}_{i,J-i+2}^{b,theorique} = D_{i,J-i+1} \times \hat{f}_{J-i+1}^{b,I+1}, \forall i \in \{2, \dots, I\}$$

## ***Chapitre II: le cadre pratique des méthodes déterministes***

### **I. Présentation des données :**

#### **1. Présentation des triangles de paiements :**

Les données dont nous disposons sont des triangles de paiements cumulés. Une ligne de ces triangles représente les montants versés au cours du temps pour une année de survenance; ainsi, la première ligne du triangle représente les sommes cumulées successivement versées par l'assurance au titre des sinistres survenus en 2005. Chaque colonne représente ce qu'on appelle une année de déroulement, le nombre d'année entre la survenance du sinistre et le paiement de l'assuré.

Nous disposons de différents jeux de données correspondant aux branches suivantes :

- Accidents de travail.
- Responsabilité civile automobile : matériel et corporel.

#### **Validation de l'hypothèse fondamentale des méthodes déterministes :**

L'hypothèse fondamentale de toute méthode déterministe est la stabilité de la cadence de règlements, c'est pour cela qu'il est nécessaire de la vérifier avant d'appliquer les méthodes déterministes.

La cadence de règlement est le rapport entre le règlement cumulé effectué après  $j$  années au comptes des sinistres survenus à l'année  $i$ , et la charge ultime estimée (somme de règlement et la PSAP) pour la même catégorie des sinistres.

On prend ici :  $i=2005 \dots 2016$  et  $j=0 \dots 11$ .

Ainsi, on a tracé le graphique des cadences de règlement des sinistres pour les branches citées ci-dessus :

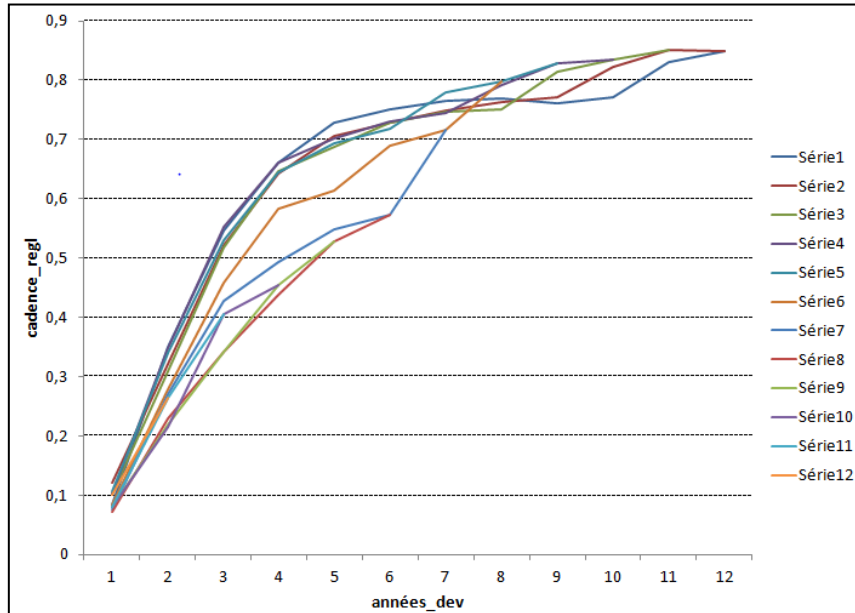


Figure 3: Graphique des règlements des sinistres pour la branche AT.

Pour la branche AT, on constate qu'au bout de la 7<sup>ème</sup> année une certaine stabilité des cadences de paiements.

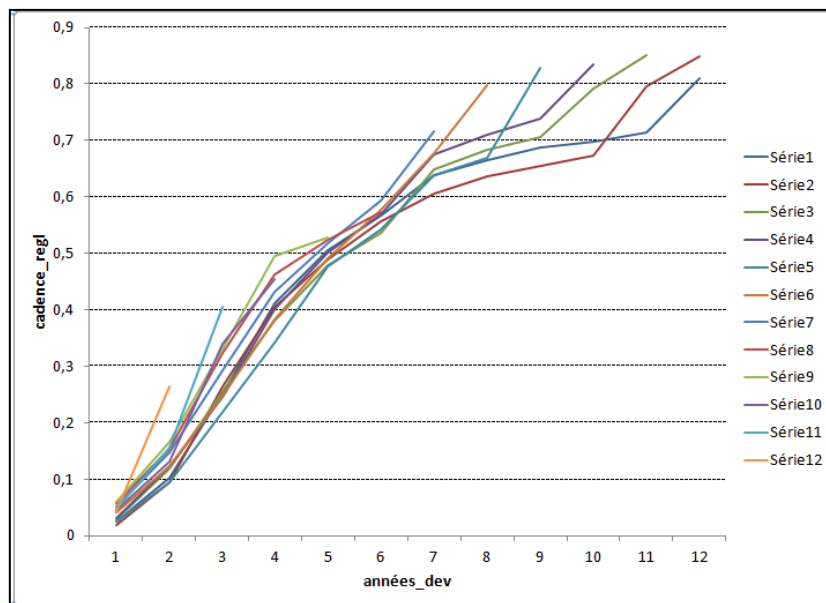


Figure 4: Graphique des règlements des sinistres pour la branche RC Auto (corporel).

De même pour la branche RC auto corporel, on remarque que la stabilité commence à partir de la 7<sup>ème</sup> année.

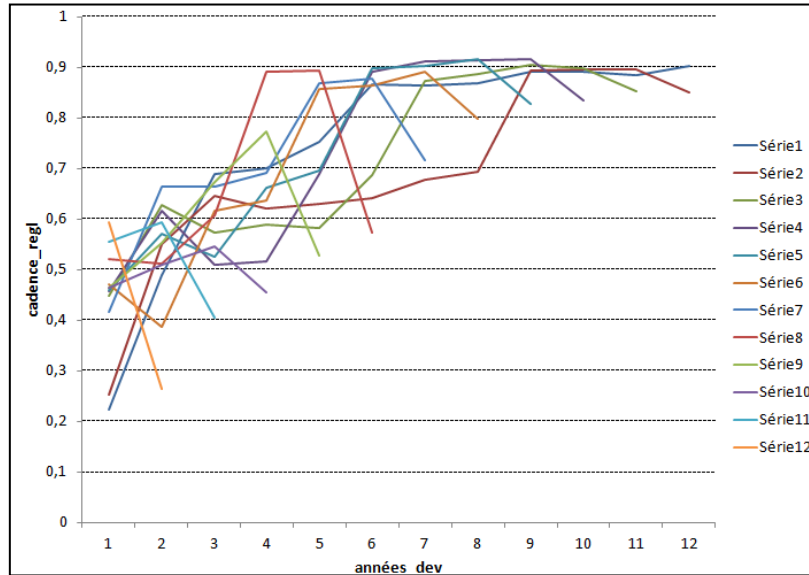


Figure 5: Graphique des règlements des sinistres pour la branche RC Auto (matériel).

Pour la branche RC Auto matériel, on commence à constater une pseudo-stabilité des cadences à partir de la 4ème année.

## *Conclusion :*

L'hypothèse s'avère vérifiée, en effet, la convergence des comportements des cadences de paiements par année de survenance et une stabilisation se manifestent. La tendance croissante remarquée au début peut être expliquée par le fait qu'on charge notre PSAP dans les premières années de développement pour liquider le maximum possible des sinistres et avoir une maîtrise de risque et ce pour honorer le maximum des engagements de l'assureur. La décroissance de la PSAP signifie la croissance de la cadence des paiements et son rapprochement vers 1.

## *Démarche de travail :*

Dans ce qui suit l'étude détaillée traitera la branche AT, les autres branches figureront dans les annexes (Annexe 1).

### A. Branche AT :

## II. La méthode de Chain Ladder :

### 1. Vérification des hypothèses du modèle :

La première hypothèse à vérifier est que ce coefficient de linéarité est identique sur les années de survenance :

$$f_{i,k} = f_k \quad \forall i = 0, \dots, I - k - 1, \quad \forall k = 0, \dots, J - 1$$

Pour chaque année de développement  $k$ , il s'agit de calculer les  $f(i,k)$   $i=0, \dots, I-k-1$  et les comparer à leur moyenne  $f(\cdot, k)$  (s'ils sont identiques, alors ils valent la moyenne).

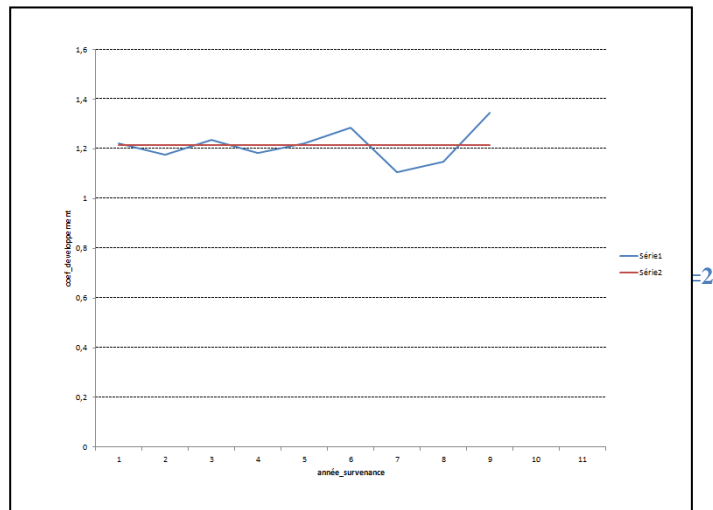
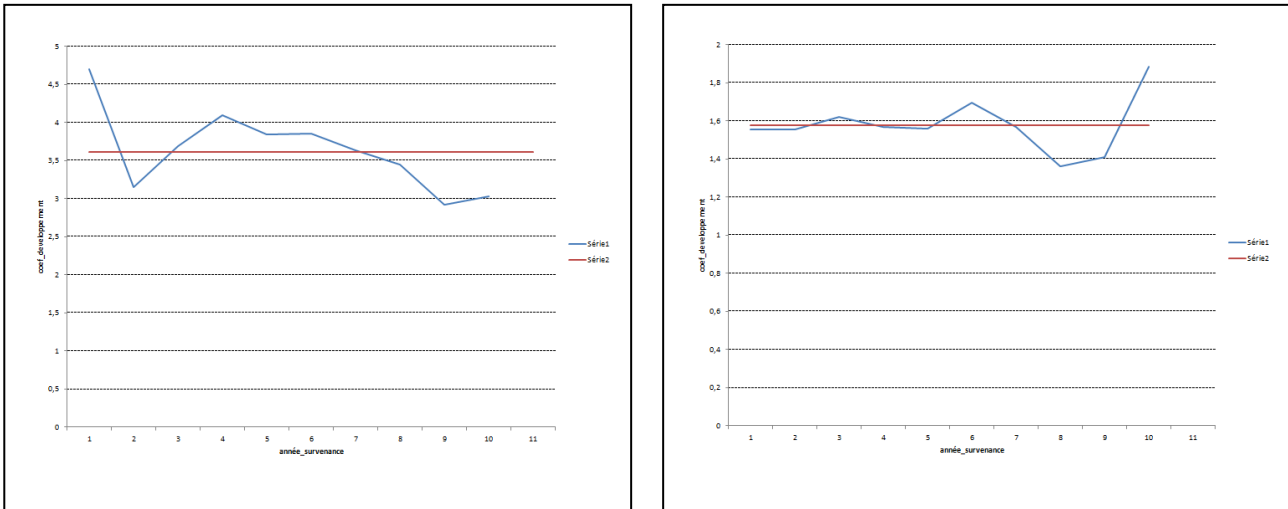


Figure 7: Comparaison des  $f(i,k)$  à  $f(\cdot, k)$  pour  $k=0$ ,  $k=1$  et  $k=2$ .

Pour la première année de développement (voir figure ci-dessus), l'hypothèse d'égalité des coefficients sur les années de survenance ne semble pas réaliste; d'ailleurs, la variance  $\hat{\sigma}_j^2$  est relativement élevée et signifie que les coefficients par année sont plutôt volatiles autour de la moyenne. En revanche, elle paraît plus vraisemblable pour les années de développement suivantes. A titre d'exemple, le dernier graphique montre que les facteurs sont relativement stables pour la deuxième année de développement. Il en est de même pour les autres années, et cela se remarque aussi avec des variances faibles.

La seconde hypothèse est l'hypothèse de l'explication des années de développement du comportement des paiements:

L'hypothèse selon laquelle il existe une relation linéaire entre les paiements cumulés d'une année de déroulement à l'autre est vérifiée, les points  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$   $i=0, \dots, I-j$  doivent être alignés sur une droite passant par l'origine.

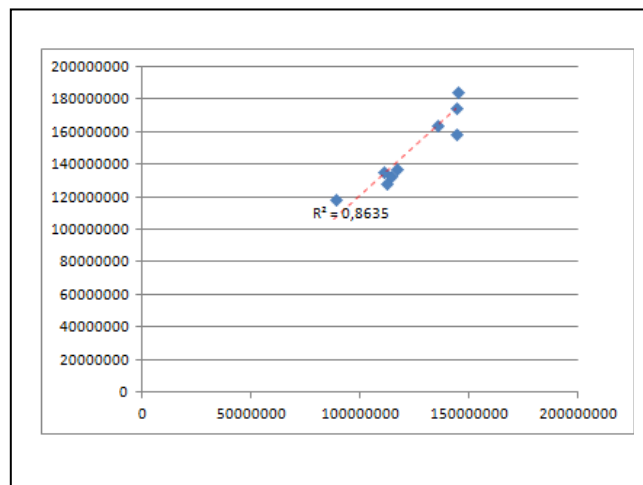
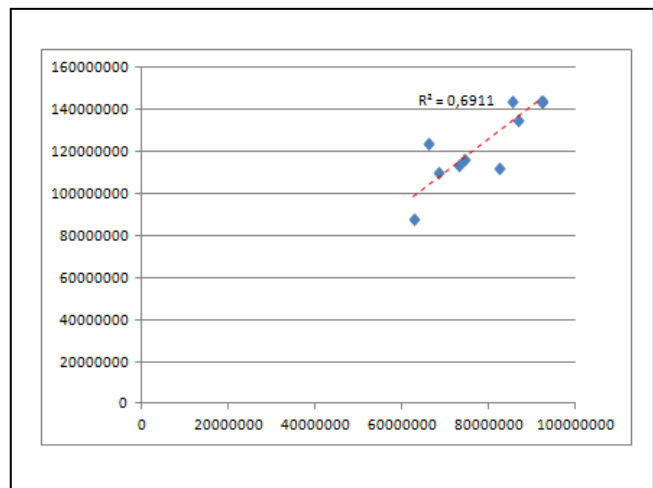
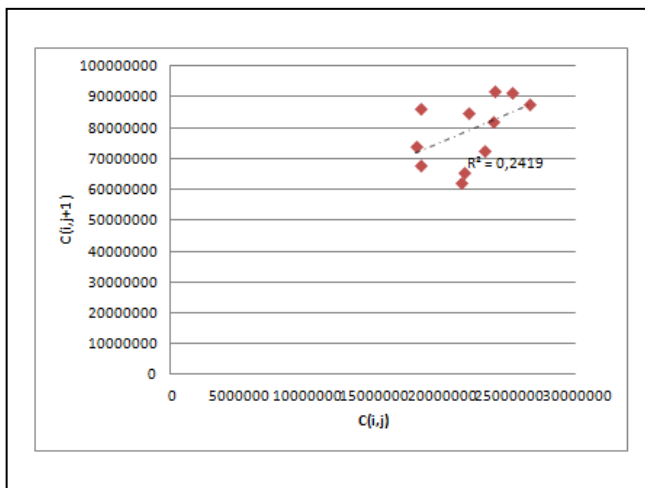


Figure 8: Droite de régression, points (C(i,j),C(i,j+1))

Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons tracé l'ensemble de ces points selon les années de développement. Au regard de ces figures, l'hypothèse paraît raisonnable car les points semblent alignés sur des droites issues de l'origine pour chaque année de développement.

Nous considérons donc que les hypothèses du modèle de Chain Ladder sont ici vérifiées, et nous pouvons appliquer le modèle.

### Application du modèle :

Après la vérification des hypothèses, nous passerons à la modélisation des triangles. Nous commencerons par le calcul des coefficients de passage par année de déroulement, dont la formule est mentionnée dans la partie théorique:

<b>Coefficient de développement</b>	<b>3,577</b>	<b>1,574</b>	<b>1,210</b>	<b>1,091</b>	<b>1,041</b>	<b>1,022</b>	<b>1,014</b>	<b>1,009</b>	<b>1,013</b>	<b>1,006</b>	<b>1,000</b>
-------------------------------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

Tableau 1: Les coefficients de développement

Ces coefficients de développement nous permettent de :

- Déduire les paiements tardifs que la compagnie,
- Calculer les charges finales prévisibles par années de survenances.
- Calculer les provisions par année de survenance et la provision totale que ce soit pour les règlements ou les charges.

D'où la partie inférieure du triangle remplie :

Réglements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
<b>2005</b>	18	87	135	165	178	186	189	190	193	197	199	199
<b>2006</b>	23	73	113	134	146	152	157	160	162	163	163	<b>163</b>
<b>2007</b>	18	68	110	136	147	155	159	161	162	163	<b>164</b>	<b>164</b>
<b>2008</b>	18	74	117	138	150	158	160	161	163	<b>165</b>	<b>166</b>	<b>166</b>
<b>2009</b>	24	92	144	176	194	198	201	205	<b>207</b>	<b>209</b>	<b>211</b>	<b>211</b>
<b>2010</b>	22	85	144	185	195	201	207	<b>209</b>	<b>211</b>	<b>214</b>	<b>215</b>	<b>215</b>
<b>2011</b>	25	92	144	159	169	177	<b>181</b>	<b>184</b>	<b>185</b>	<b>188</b>	<b>189</b>	<b>189</b>
<b>2012</b>	24	82	112	129	154	<b>160</b>	<b>163</b>	<b>166</b>	<b>167</b>	<b>169</b>	<b>170</b>	<b>170</b>
<b>2013</b>	21	63	88	119	<b>130</b>	<b>135</b>	<b>138</b>	<b>140</b>	<b>141</b>	<b>143</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>2014</b>	22	66	124	<b>150</b>	<b>164</b>	<b>170</b>	<b>174</b>	<b>176</b>	<b>178</b>	<b>180</b>	<b>181</b>	<b>182</b>
<b>2015</b>	27	88	<b>138</b>	<b>167</b>	<b>182</b>	<b>190</b>	<b>194</b>	<b>197</b>	<b>199</b>	<b>201</b>	<b>202</b>	<b>202</b>

2016	31	112	176	213	232	242	247	251	253	256	258	258
------	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Tableau 2: triangle règlement remplie (en 1000000 DH)

Ainsi, les provisions par années de survenance et la provision totale sont :

Réglements cumulés	provisions	provisions totales
2005	0	470896670
2006	1639,01741	
2007	1059551,53	
2008	3113362,63	
2009	5862714,37	
2010	8824693,4	
2011	11598092,1	
2012	16813452	
2013	24961821	
2014	57549736,4	
2015	114551772	
2016	226559836	

En supposant que le déroulement des sinistres est terminé, la provision totale à effectuer est de 470 896 670 DH

Notons que cette modélisation est faite sous l'hypothèse forte que les déroulements sont clos au bout de J années.

### III. La méthode de London Chain :

#### 1. Hypothèses du modèle :

Contrairement à la méthode de Chain-Ladder qui ne pouvait être appliquée que lorsque les points  $(C(i,k), C(i,k+1))$  étaient sensiblement alignés (à  $k$  fixé) sur une droite passant par l'origine, la méthode de London-Chain suppose elle aussi un alignement des points sur une même droite, mais relâche l'hypothèse d'alignement avec l'origine. Le relâchement de cette contrainte peut-être validé à l'aide d'un test statistique concernant la significativité du facteur incrémental. De manière formelle, le test d'hypothèse est le suivant :

$$\mathcal{H}_0 : \alpha_k = 0 \text{ Vs } \mathcal{H}_1 : \alpha_k \neq 0$$

En guise d’aperçu, on peut commencer par tracer la droite de régression pour l’année de développement k : non contrainte, correspondant à la méthode de London-Chain de la forme :

$$y = ax + b$$

On obtient la Figure suivante :

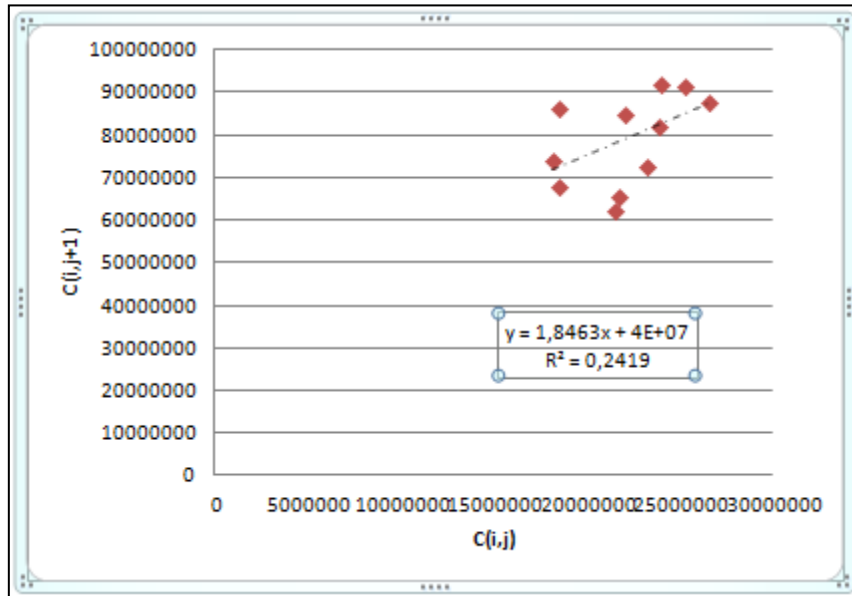


Figure 9: Droite de régression, points  $(C_{i,k}, C_{i,k+1})$  pour  $k=0$ .

Puisque les hypothèses du modèles Chain Ladder ont toutes été vérifiées donc ceux de London Chain.

### Application du modèle :

Paramètres de la régression :

<b>coef de dev</b>	3,55	1,57	1,21	1,09	1,04	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00
<b>alpha</b>	-586985	2061692	1370397	1737284	291495	180003	127628	21256	-382281	-337037	-

Figure 10: Estimation des paramètres par méthode des moindres carrés

En suivant la démarche décrite auparavant, nous obtenons les résultats suivants :

facteurs de développement	Reserves totale	Reserves Annuelles
2005	-	480 418 490
2006	1 639	
2007	902 051	
2008	2 815 137	
2009	5 713 539	
2010	8 779 134	
2011	11 624 171	
2012	16 873 100	
2013	26 421 136	
2014	60 044 369	
2015	119 336 697	
2016	227 907 518	

Tableau 3: Provision Totale sous le modèle de London Chain

Après calcul des estimateurs des paramètres grâce à nos données, le montant des réserves obtenu par la méthode London-Chain est de 480 418 490 DH.

#### IV. Méthodes Chain-Ladder Pondérées:

Tout d'abord, on calcule le triangle des facteurs de développements individuels, on obtient :

facteurs de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
2005	4,7	1,555	1,222	1,083	1,0402	1,0166	1,009	1,011	1,024	1,009	1,000
2006	3,15	1,553	1,177	1,095	1,0397	1,0309	1,023	1,009	1,004	1,003	
2007	3,69	1,62	1,236	1,074	1,058	1,0256	1,012	1,006	1,007		
2008	4,09	1,569	1,185	1,084	1,0557	1,0126	1,008	1,01			
2009	3,84	1,56	1,222	1,101	1,0213	1,0187	1,017				
2010	3,86	1,693	1,285	1,054	1,0308	1,0269					
2011	3,63	1,567	1,105	1,06	1,052						
2012	3,44	1,361	1,148	1,195							
2013	2,92	1,408	1,346								
2014	3,03	1,883									
2015	3,31										

Tableau 4 : Tableau des coefficients individuel

## 1. Pondération par la Moyenne :

On obtient :

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
coefficients fj	3,607	1,577	1,214	1,093	1,043	1,022	1,014	1,009	1,012	1,006	1,000
provisions	1639	1015883	2946168	5632035	8596843	11419547	16845351	25363405	58616990	116084051	230663174

Tableau 5: Coefficients de développement et provision pour P.M

La provision totale est 

<b>Provision totale</b>
477 185 085

 de :

## Pondération par la Moyenne des k derniers :

Si on choisit par exemple  $k=8$  . On obtient :

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
coefficients fj	3,516	1,5827	1,21305	1,09334	1,04253	1,0218868	1,0137157	1,009274	1,0117681	1,0062209	1,00001005
provisions	1639	1015883	2946168	5632035	8596843	11419547	16845351	25363405	58471050	116658876	224789854

Tableau 6: Coefficients de développement et provision pour P.k derniers

La provision totale est de : 

<b>Provision totale</b>
471 740 650,32

## Pondération par $w_{i,j}$ :

De la même manière avec :  $w_{i,j} = i + j + 1$

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
coefficients fj	3,436	1,58287	1,21797	1,09805	1,04218	1,0219019	1,0137048	1,009182	1,0111854	1,0060886	1,00001005
provisions	1639	994326	2828800	5464119	8422723	11269635	16653563	25821665	59793659	118162350	220807921

Tableau 7: Coefficients de développement et provision pour P.  $w_{i,j}$

La provision totale est de : 

<b>Provision totale</b>
470 220 400

**Pondération par  $w_{i,j}^2$ :**

Aussi pour la pondération  $w_{i,j}^2 = (i + j + 1)^2$  :

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
coefficients fj	3,339	1,59136	1,223	1,10356	1,04188	1,021938	1,0136888	1,009107	1,0106362	1,005957	1,00001005
provisions	1639	972866	2717035	5306950	8258508	11132294	16480085	26399637	61289132	120952881	216996424

Tableau 8 : Coefficients de développement et provision pour P.  $w_{i,j}^2$

La provision totale est de :

**Provisions totales :**

<b>Provision totale</b>
470 507 451,05

Les provisions correspondant aux exemples de la pondération sont :

Méthode	Provision Totale en DH
Pondération par la Moyenne	<b>477 185 085</b>
Pondération par la Moyenne des 8 derniers	<b>471 740 650</b>
Pondération par $w_{ij}$	<b>470 220 400</b>
Pondération par $w_{ij}^2$	<b>470 507 451</b>

Figure 11: Les différentes provisions des méthodes Chain-Ladder pondérée.

Le choix de l'une de ces méthodes reste à l'appréciation des responsables en prenant en considération des facteurs endogènes, par exemple la nature de la branche, les particularités de la compagnie, ainsi que des facteurs exogènes relatives au marché en général.

**Méthode de séparation de Taylor :**

C'est un modèle qui intègre les hypothèses d'inflation, en effet, nous supposons que chaque règlement estimé est une proportion cout total payé dans l'année calendaire  $i+j$ , et cela selon

la formule  $Y_{i,j} = r_j \mu_{i+j-1}$ . En se basant sur les formules introduites dans le cadre théorique du modèle de Taylor, on a calculé les  $r(i)$  pour les 11 premières années calendaires. Puis, on a extrapolé ceux des années futures (de  $n+1$  à  $2n$ ).

Nous obtenons alors :

	P	MU
0	0,12716002	144963872
1	0,31128362	208625139
2	0,24891286	169457784
3	0,14240901	166513521
4	0,075258	172594948
5	0,03758746	189358181
6	0,02064865	187511540
7	0,01288345	212952383
8	0,00892358	212023086
9	0,01307613	132181984
10	0,00644684	136200802
11	-0,00458963	226052366
		181887182
		182613066
		183341847
		184073537
		184808147
		185545689
		186286174
		187029614
		187776021
		188525407
		189277784

Figure 12: Calcul des  $\mu_n$  actuels et futurs ainsi que  $r_i$ ,  $n=i+j=0 \dots \dots \dots 11$  et  $j=0 \dots \dots 11$

On note que le coefficient de détermination le plus important correspond au modèle exponentielle ( $\log(\mu_n)=f(n)$ )

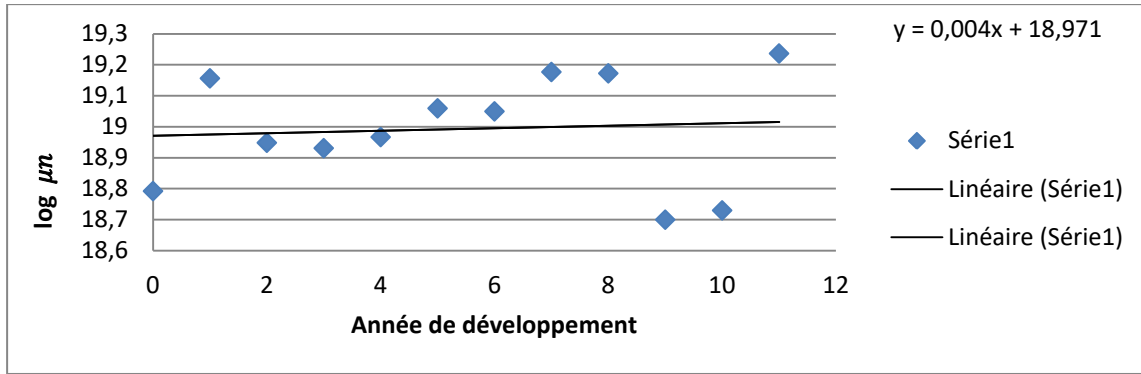


Figure 13: Extrapolation des log (μ (i+j)) linéairement, avec i+j=0, ... 11

On peut maintenant calculer les règlements estimés, d'où le triangle :

Règlements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
2005	18	87	135	165	178	186	189	190	193	197	199	199
2006	23	73	113	134	146	152	157	160	162	163	163	163
2007	18	68	110	136	147	155	159	161	162	163	164	164
2008	18	74	117	138	150	158	160	161	163	165	167	167
2009	24	92	144	176	194	198	201	205	206	209	210	210
2010	22	85	144	185	195	201	207	209	211	213	214	214
2011	25	92	144	159	169	177	181	183	185	187	189	189
2012	24	82	112	129	154	160	164	167	168	171	172	172
2013	21	63	88	119	133	139	143	146	147	150	151	151
2014	22	66	124	150	164	170	174	177	178	181	182	182
2015	27	88	133	159	173	180	184	186	188	190	191	191
2016	31	88	133	159	173	180	184	186	188	191	192	192

Figure 14: Calcul des règlements futurs par la méthode de Taylor avec i+j=11 ...22 et i=0 .. 11,j=0 ...11 (en 100000 DH)

Puis, en cumulant on trouve les provisions par année de survenance et donc la provision totale.

Facteur de developpement	Reserves totale	Reserves Annuelles
2005	-	401 140 907
2006	1 609	
2007	1 174 213	
2008	3 557 280	
2009	5 194 561	
2010	7 558 626	
2011	11 344 517	
2012	18 226 468	
2013	31 987 673	
2014	58 017 705	
2015	103 523 304	
2016	160 554 950	

Figure 15: Provision Totale sous le modèle de Taylor

## *Méthodes stochastiques*

L'idée dans cette partie est de pouvoir quantifier la variabilité des réserves estimées, notamment par la construction d'intervalles de confiance, et ainsi d'obtenir une marge d'erreur sur le montant des provisions.

### I. Méthode de Mack

#### 1. Vérification des hypothèses de la méthode de Mack :

Comme mentionné auparavant, ce n'est que la version stochastique de la méthode de CL, ce qui sous-entend qu'elles ont la même réserve, sauf que Mack s'applique dans une optique de gestion des risques.

On commence par tester l'hypothèse H1 qui suppose l'indépendance entre les différentes années de survenance entre elles. En effet, les effets calendaires peuvent perturber l'indépendance si ces effets affectent plusieurs années de survenance de la même façon, ces effets peuvent être dus par exemple aux changements dans les systèmes d'information, les procédures de gestion des sinistres ou bien des changements causés par l'inflation.

La première étape du test consiste à calculer les facteurs de développements individuels, ainsi que les médianes par colonne et enfin de comptabiliser le nombre de facteurs supérieurs et inférieurs à la médiane :

	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
2005	4,70357482	1,55537924	1,22178022	1,08298993	1,04023476	1,01663807	1,00931246	1,01131392	1,02438868	1,00899744	1,00001005
2006	3,14960357	1,55290302	1,17733752	1,09522409	1,03973418	1,03089508	1,02304712	1,00937779	1,00400583	1,00344427	
2007	3,69336595	1,61989388	1,23571905	1,07417146	1,05800911	1,02563498	1,01168988	1,00644745	1,00690967		
2008	4,09331824	1,56932779	1,18512583	1,0839882	1,05565386	1,01256448	1,00787387	1,00995783			
2009	3,84170008	1,56035356	1,22170326	1,10124974	1,02127875	1,01872989	1,01665509				
2010	3,85743165	1,69327465	1,28508612	1,05389872	1,03077922	1,02685846					
2011	3,62883022	1,5669034	1,10480069	1,06045141	1,05200354						
2012	3,44326256	1,36112622	1,14811595	1,19475327							
2013	2,92248206	1,407875	1,34648075								
2014	3,02973576	1,8828617									
2015	3,31085035										
médiane	3,85743165	1,6268141	1,22170326	1,09261897	1,05565386	1,01909973	1,01168988	1,00791262	1,00400583	1,00622085	1,00001005

Figure 16: Les facteurs de développement individuels  $f_{ij}$  et la médiane

	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
2005		+	-	+	-	-	-	-	+	+	+	0
2006		-	-	-	+	-	+	+	+	0	-	
2007		-	-	+	-	+	+	0	-	+		
2008		+	-	-	-	0	-	-	+			
2009		-	-	0	+	-	-	+				
2010			0	+	+	-	+					
2011		-	-	-	-	-						
2012		-	-	-	+							
2013		-	-	+								
2014		-	+									
2015		-										

Figure 17: Position des facteurs par rapport aux médianes

Notons que le signe «+» indique que le facteur de développement est supérieur à la médiane, et vice versa pour le signe «-»

Le tableau ci-après résume la suite des résultats :

diagonale	Gj	Pj	Zj	nj	mj	E(Zj)	V(Zj)
2	2	0	0	2	0	0,5	0,25
3	2	1	1	3	1	0,75	0,1875
4	3	1	1	4	1	1,25	0,4375
5	3	2	2	5	2	1,5625	0,37109375
6	5	0	0	5	2	1,5625	0,37109375
7	3	3	3	6	2	2,0625	0,62109375
8	2	5	2	7	3	2,40625	0,55371094
9	6	2	2	8	3	2,90625	0,80371094
10	8	1	1	9	4	3,26953125	0,73594666
11	3	7	3	10	4	3,76953125	0,98594666
<b>total</b>			<b>15</b>			<b>20,039062</b>	<b>5,3175964</b>

Tableau 9: Calcul des variables nécessaires au test d'indépendance des différentes années de survenance

Au vue du résultat ( $15 \leq 15 \leq 25$ ), l'hypothèse  $H1$  est donc validée.

Etant donné que la première hypothèse est vérifiée auparavant, alors on testera la deuxième hypothèse qui teste la forme de l'espérance.

Graphiquement, cela se traduit par le fait que les points  $(C(i,j), C(i,j+1))$  doivent être sensiblement alignés sur une droite passant par l'origine et de pente  $f_j$ .

### Résultat :

Cette hypothèse a déjà été validée dans la partie portant sur le modèle de Chain-Ladder considérant toutefois que les constantes provenant des régressions sont négligeables.

Finalement, l'hypothèse  $H3$  qui se traduit par le fait que les  $Var(C_{i,j})$  doivent être proportionnelles aux  $C_{i,j}$ . Graphiquement, l'hypothèse  $H3$  est validée si les points

$(C_{i,j}, \frac{C_{i,j} - f_j C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}})$  ne présentent pas de tendance spécifique.

## Résultat

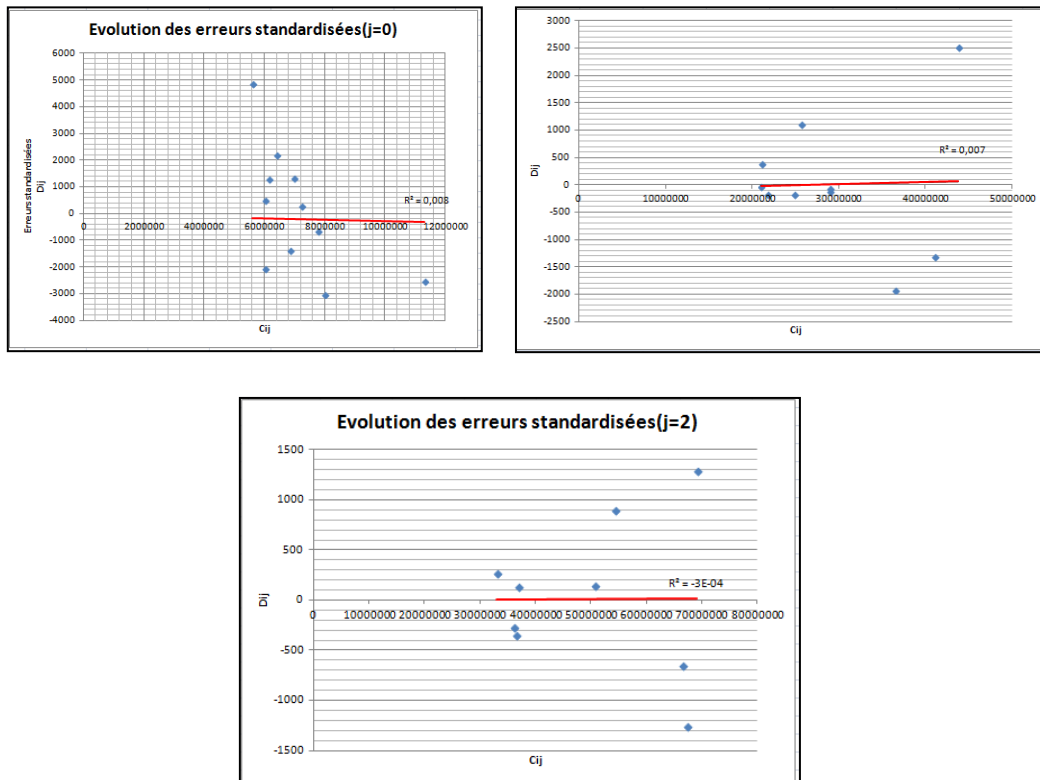


Figure 18: Nuage de points  $(C(i,j), D(i,j))$ ,  $j=0,1$  et  $2$

Ainsi, Aucune structure n'est prise par nos nuages de points, ce qui ne pourra que traduire la robustesse et l'exhaustivité des hypothèses de Mack permettant d'incorporer l'information expliquant l'évolution des  $(C(i,j))$ .

## 2. Application de la méthode de Mack

En partant du triangle des montants cumulés de sinistres et des formules d'estimation des paramètres du modèle, nous obtenons les coefficients ci-dessous :

N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1
3,58	1,57	1,21	1,09	1,04	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00
5421738	1464431	597932	266250	31805	8062	6293	717	21985	2749	344

Tableau 10: Paramètres estimés du modèle de Mack.

La dernière volatilité n'est pas définie vu qu'elle nécessite l'information de l'année de déroulement qui suit ce qui n'est pas disponible

Ensuite, nous avons calculé les erreurs quadratiques moyennes totale et par année de survenance :

	<b>MSEP(Ri)</b>
<b>2005</b>	
<b>2006</b>	1,0204E+11
<b>2007</b>	7,541E+11
<b>2008</b>	5,5433E+12
<b>2009</b>	7,6993E+12
<b>2010</b>	9,6365E+12
<b>2011</b>	9,971E+12
<b>2012</b>	1,5054E+13
<b>2013</b>	5,5139E+13
<b>2014</b>	1,9205E+14
<b>2015</b>	5,2326E+14
<b>2016</b>	1,7035E+15
<b>total</b>	2,9666E+15

**Tableau 11: Erreur quadratique moyenne par année de survenance et Total**

Dans le même cadre, il est intéressant de calculer une grandeur importante dite le coefficient de variation qui est défini comme suit :

Ce coefficient renseigne sur la stabilité des réserves par année de survenance et même pour la réserve totale, s'il est inférieur à 15% alors on dit qu'il y' a une stabilité de nos réserves sinon ce n'est pas le cas.

	<b>SE(Ri)</b>	<b>Coef_varia</b>
<b>2006</b>	319 435	194,89
<b>2007</b>	868 391	0,82
<b>2008</b>	2 354 427	0,76
<b>2009</b>	2 774 762	0,47
<b>2010</b>	3 104 267	0,35
<b>2011</b>	3 157 694	0,27
<b>2012</b>	3 879 954	0,23
<b>2013</b>	7 425 590	0,30
<b>2014</b>	13 858 210	0,24
<b>2015</b>	22 874 774	0,20
<b>2016</b>	41 273 740	0,18
<b>total</b>	54 466 825	0,12

**Tableau 12:: Coefficients de variation par année de survenance.**

### 3. Construction des Intervalles de confiance

Dans ce cadre, deux lois sont les plus utilisées pour l'approximation de l'évolution de la réserve et donc pour la constitution des intervalles de confiance dans l'assurance non vie : la loi log normale et normale. Cette dernière n'est pas toujours souhaitable vu qu'elle communique des valeurs négatives que ceci concerne les réserves ou les bornes des intervalles de confiance.

#### Distribution normale de la réserve :

On suppose que les réserves suivent une loi normale, ce qui veut dire que l'intervalle de confiance sera de la forme suivante :  $[\hat{R}_i \pm 1.96 * \hat{SE}(R_i)]$

	loi normale	
	intervalle de confiance	
	borne inférieure	borne supérieure
<b>2005</b>		
<b>2006</b>	-624453,3894	627731,4242
<b>2007</b>	-642494,6167	2761597,668
<b>2008</b>	-1501315,188	7728040,445
<b>2009</b>	424181,0999	11301247,64
<b>2010</b>	2740330,387	14909056,41
<b>2011</b>	5409012,189	17787172,1
<b>2012</b>	9208742,574	24418161,39
<b>2013</b>	10407664,51	39515977,39
<b>2014</b>	30387644,73	84711827,97
<b>2015</b>	69717215,49	159386328,3
<b>2016</b>	145663306,3	307456365,2
<b>total</b>	364141693,6	577651646,4

Tableau 13:: Estimation des provisions par intervalles de confiance selon la loi normal.

#### Distribution lognormale de la réserve :

On suppose que la réserve  $R_i$  suit une loi lognormale de paramètres,  $R_i$  et  $SE(R_i)^2$  alors  $\ln(R_i)$  suit une loi normale de paramètres  $\mu'_i$  et  $\sigma'^2_i$ .

On obtient ainsi :

$$\mu'_i = \ln(\hat{R}_i) - \frac{\sigma'^2_i}{2}, \quad \sigma'^2_i = \ln\left(1 + \left(\frac{\hat{SE}(R_i)}{\hat{R}_i}\right)^2\right).$$

Ainsi, on a tous les ingrédients pour calculer l'intervalle de confiance estimé de notre réserve:  $IC_{95\%}(R_i) = IC_{95\%}(\exp(\ln(R_i))) = [\exp(\mu'_i \pm 1.96 * \sigma'_i)]$

	loi lognormale		$\sigma^2$	$\mu$
	intervalle de confiance			
	borne inférieure	borne supérieure		
<b>2005</b>				
<b>2006</b>	0,01447518	4885,78422	10,5449395	2,12938246
<b>2007</b>	201075,482	3339813,99	0,51385126	13,6164307
<b>2008</b>	664602,203	9278461,25	0,45227764	14,7250751
<b>2009</b>	2195396,61	12790925,7	0,20212669	15,4830599
<b>2010</b>	4262091,35	16259593,9	0,11666462	15,9347321
<b>2011</b>	6625783,95	18900829,3	0,07150673	16,2305978
<b>2012</b>	10483394,3	25602324	0,05188292	16,6117484
<b>2013</b>	13520527,1	42338281,2	0,08479426	16,9904609
<b>2014</b>	35132441,9	89104199,9	0,05636766	17,8399763
<b>2015</b>	76241405	165512668	0,03910133	18,5369868
<b>2016</b>	156417733	317614614	0,03264922	19,222195
<b>total</b>	373172499	586367444	0,01328996	19,9635043

Tableau 14: Estimation des provisions par intervalles de confiance selon la loi lognormal.

On constate donc à partir de ce dernier tableau que les intervalles de confiance, si on suppose que la distribution des réserves est normale, sont plus larges que ceux des réserves, si on suppose que la distribution des réserves est log normale.

## II. Méthode Bootstrap :

Nous présentons dans cette partie le Bootstrap récursif appliqué au modèle de Mack :

Etape 1: Calcul des facteurs de développement individuels et des paramètres de dispersion

var iance
5421737.8
1464431.2
597931.6
266250.35
31805.455
8062.3858
6292.8289
716.5433
21985.004
2748.9293
343.71667

Figure 19: Les variances définis par le modèle de Mack

Etape 2 : calcul des résidus du modèle

Les résidus sont calculés par inversion de la formule de Mack :

$$\hat{r}_{i,j}^{brut} = (\hat{f}_{i,j} - \hat{f}_j) \times \frac{\sqrt{D_{i,j}}}{\hat{\sigma}_j}$$

res										
1	2.0770489	-0.145887	0.1725916	-0.186879	-0.083336	-0.778958	-0.755833	1.0051342	1.1111454	0.6721366
2	-0.884375	-0.151419	-0.45392	0.1057702	-0.109416	1.2532181	1.479213	0.0063571	-0.730561	-0.740427
3	0.2144456	0.3107775	0.3455671	-0.369669	1.1309887	0.5357289	-0.315911	-1.382144	-0.481286	1
4	0.9445965	-0.035698	-0.351415	-0.148418	0.9819225	-1.289607	-0.9258	0.2816799	1	1
5	0.5565984	-0.110961	0.1770533	0.2761122	-1.565425	-0.476272	0.5326723	1	1	1
6	0.5654944	0.9067661	1.1613064	-0.965439	-0.827932	0.8035799	1	1	1	1
7	0.1116882	-0.058875	-1.636227	-0.734214	0.7757247	1	1	1	1	1
8	-0.281012	-1.598052	-0.850805	2.290813	1	1	1	1	1	1
9	-1.302684	-1.089592	1.6553459	1	1	1	1	1	1	1
10	-1.095829	2.068562	1	1	1	1	1	1	1	1
11	-0.588765	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figure 20 : Triangle des résidus

Etape 3 : calcul des résidus ajustés et centrés :

Nous ajustons les résidus et ensuite les débiaisés :

$$\hat{r}_{i,j}^{ajusté} = \sqrt{\frac{I-j+1}{I-j}} \times \hat{r}_{i,j}^{brut}, \forall i \in \{1, \dots, I-1\}, \forall j \in \{1, \dots, J-i\}$$

$$\bar{r}_{i,j} = \hat{r}_{i,j}^{ajusté} - \bar{r}_{i,j}^{ajusté}, \forall i \in \{1, \dots, n-1\}, \forall j \in \{1, \dots, n-i\}$$

avec :  $\bar{r}_{i,j}^{ajusté}$  la moyenne des résidus ajustés.

resaj										
1	2.1694069	-0.153008	0.1819276	-0.198216	-0.08909	-0.841371	-0.827974	1.1237742	1.2830402	0.8231958
2	-0.9237	-0.15881	-0.478474	0.1121863	-0.11697	1.3536303	1.6203967	0.0071075	-0.84358	-0.906834
3	0.2239811	0.3259462	0.3642597	-0.392093	1.2090778	0.5786534	-0.346063	-1.545284	-0.555741	1
4	0.9865989	-0.037441	-0.370424	-0.157421	1.0497193	-1.392935	-1.014163	0.3149277	1	1
5	0.581348	-0.116376	0.1866306	0.2928612	-1.67351	-0.514433	0.5835133	1	1	1
6	0.5906397	0.9510243	1.2241245	-1.024003	-0.885096	0.8679655	1	1	1	1
7	0.1166545	-0.061748	-1.724735	-0.778752	0.8292846	1	1	1	1	1
8	-0.293508	-1.676051	-0.896827	2.4297741	1	1	1	1	1	1
9	-1.36061	-1.142774	1.7448878	1	1	1	1	1	1	1
10	-1.144556	2.1695261	1	1	1	1	1	1	1	1
11	-0.614945	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figure 21: Triangle des résidus ajustés

<p><b>moy</b></p> <p><b>0.0157356</b></p>
---

Figure 22 : Moyenne des résidus ajustés

resfin											
1	2.1536713	-0.168743	0.166192	-0.213951	-0.104826	-0.857107	-0.843709	1.1080386	1.2673046	0.8074603	-0.015736
2	-0.939435	-0.174545	-0.49421	0.0964507	-0.132706	1.3378947	1.6046611	-0.008628	-0.859315	-0.92257	1
3	0.2082455	0.3102106	0.3485241	-0.407829	1.1933422	0.5629178	-0.361799	-1.561019	-0.571477	1	1
4	0.9708633	-0.053176	-0.38616	-0.173157	1.0339837	-1.408671	-1.029899	0.2991921	1	1	1
5	0.5656124	-0.132112	0.170895	0.2771256	-1.689246	-0.530168	0.5677777	1	1	1	1
6	0.5749041	0.9352887	1.2083889	-1.039739	-0.900832	0.8522299	1	1	1	1	1
7	0.100919	-0.077484	-1.74047	-0.794487	0.813549	1	1	1	1	1	1
8	-0.309243	-1.691787	-0.912563	2.4140385	1	1	1	1	1	1	1
9	-1.376345	-1.158509	1.7291522	1	1	1	1	1	1	1	1
10	-1.160291	2.1537905	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	-0.63068	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figure 23 : Triangle des résidus débiaisés

**Remarque :**

Les « 1 » qui figurent sur la figure 21 sont la valeur par laquelle est initialisée la matrice « resfin », la première colonne désigne le nombre d'année de survenance .

Etape 4 : Ré-échantillonnage des résidus.

Les résidus sont ré échantillonnés de façon aléatoire et avec remise.

s	
1	2.1536713
1	-0.168743
1	0.166192
1	0.166192
1	-0.213951
1	1.1080386
1	1.2673046
1	1.2673046
1	0.8074603
1	-0.015736
1	-0.015736
1	-0.939435
1	-0.49421
1	-0.132706
1	1.3378947
1	1.3378947

Figure 24 : Extrait de Ré-échantillonnage de 1000 vecteurs de résidus

Etape 5 : calcul des nouveaux facteurs de développement :

Par inversion de la formule des résidus de l'étape 2, nous obtenons les nouveaux facteurs de développement individuel et ensuite nous en déduisons les nouveaux facteurs de développement suivants :

facte										
3.6144607	1.5728953	1.2067497	1.090515	1.0390128	1.0253601	1.0134419	1.0088079	1.0185619	1.0056989	0.9947682
3.8306874	1.5437406	1.1792765	1.0763556	1.0432471	1.0238063	1.0140309	1.0083209	1.009657	1.0079985	0.9962448
3.9575589	1.5630576	1.1507506	1.0655793	1.0364917	1.0227241	1.0180541	1.0100351	1.0180679	1.0087884	0.9947682
3.669103	1.4968173	1.1964882	1.1016551	1.0457011	1.0189604	1.0120373	1.0087219	1.0169117	1.0071772	0.9945595
3.7502615	1.5523811	1.2031223	1.0942532	1.036365	1.0216699	1.013061	1.0087374	1.0142066	1.0079985	0.996454
3.6885464	1.5514958	1.1898001	1.07783	1.0445258	1.0221299	1.0130024	1.0095928	1.0240681	1.0111217	0.9958498
3.544076	1.4802121	1.2374423	1.0939714	1.0442212	1.0212226	1.0160705	1.0107943	1.0154576	1.0051426	0.9945595
3.7595236	1.5443242	1.2227052	1.0898922	1.0399959	1.0204345	1.0091079	1.0071743	1.0129247	1.007838	0.9962448
3.8690644	1.5934961	1.2012421	1.0523144	1.0345214	1.0197231	1.0121893	1.0092844	1.0066523	1.0048054	0.9941395
3.5447578	1.5600025	1.227975	1.0974584	1.0413011	1.0212039	1.0130553	1.0085418	1.0071816	1.0045157	0.9962448
3.4026778	1.5146659	1.2002346	1.0879508	1.0385551	1.0234052	1.0156818	1.009737	1.0203843	1.0094688	0.9958498
3.4097434	1.6179007	1.2239538	1.0879125	1.0307853	1.0210347	1.0133131	1.0100043	1.0088904	1.0049532	0.9935545
3.4820499	1.5736055	1.225763	1.1138284	1.040342	1.0222504	1.0118194	1.0092501	1.0072607	1.0047462	0.9936803
3.7261542	1.5911381	1.1707633	1.0570657	1.0363708	1.0220297	1.0177328	1.0097805	1.0166422	1.0047199	0.9949156
3.4346384	1.5371499	1.2013895	1.0950177	1.0413942	1.0194327	1.013847	1.0084573	0.999933	1.0029701	0.9945595
3.5879909	1.6103649	1.2204306	1.0877292	1.0341557	1.0148858	1.0116373	1.0088758	1.0078205	1.0067078	0.9945595
3.7662571	1.5977982	1.2358535	1.1232586	1.0439621	1.0236492	1.0129402	1.0095646	1.0122925	1.0054096	0.996454
3.8541107	1.6207964	1.2206924	1.0882543	1.0456596	1.0198881	1.0147701	1.0113881	1.0161179	1.0117368	0.9958498
3.6195966	1.5543169	1.2338215	1.098859	1.043586	1.020731	1.0117043	1.0081048	1.0129295	1.0094034	0.9962448

Figure 25 : Extraits d'échantillons de facteurs de développement estimé

Etape 6 : estimation des règlements théoriques :

Nous remplissons la partie inférieure du triangle en se basant sur les nouveaux facteurs de développement:

esttri												
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	18433609	86703860	134857383	164766084	178440010	185619501	188707852	190465186	192620093	197317843	199093199	198055702
0	23200115	73071166	113472434	133595353	146316849	152130629	156830716	160445213	161949834	162598577	163158610	162304999
0	18453336	68154923	110403742	136428008	146547073	155048138	159022794	160881751	161919029	163037835	163966978	163109138
0	18155623	74316744	116627331	138218063	149826749	158165186	160152450	161413470	163020798	166046782	166993072	166119400
0	23995702	92184289	143840083	175729898	193522503	197640420	201342203	204695575	206498510	210331524	211530191	210423510
0	22066673	85120681	144132692	185222923	195206201	201214496	206618807	209396159	211240496	215161531	216387723	215255629
0	25300567	91811463	143859693	158936289	168544211	177309107	181805683	184249499	185872347	189322500	190401437	189405297
0	23892101	82266776	111975467	128560819	153598459	159590769	163638006	165837614	167298292	170403674	171374794	170478198
0	21468633	62741696	88332465	118937964	129703636	134763741	138181363	140038785	141272230	143894517	144714563	143957448
0	21728359	65831187	123951021	149577861	163116904	169480555	173778598	176114515	177665711	180963532	181994832	181042674
0	26506566	87759274	138036152	166575088	181652635	188739418	193525867	196127225	197854691	201527259	202675750	201615394
0	31265434	113007682	177749255	214498865	233914233	243039888	249203403	252553174	254777632	259506801	260985714	259620293
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	18433609	86703860	134857383	164766084	178440010	185619501	188707852	190465186	192620093	197317843	199093199	198055702
0	23200115	73071166	113472434	133595353	146316849	152130629	156830716	160445213	161949834	162598577	163158610	162304999
0	18453336	68154923	110403742	136428008	146547073	155048138	159022794	160881751	161919029	163037835	164341891	163724750
0	18155623	74316744	116627331	138218063	149826749	158165186	160152450	161413470	163020798	164595084	165911595	165288559
0	23995702	92184289	143840083	175729898	193522503	197640420	201342203	204695575	206398831	208392016	210058836	209270018
0	22066673	85120681	144132692	185222923	195206201	201214496	206618807	209517849	211261231	213301372	215007460	214200058
0	25300567	91811463	143859693	158936289	168544211	177309107	181530176	184077203	185608894	187401312	188900239	188190875
0	23892101	82266776	111975467	128560819	153598459	160241144	164055888	166357735	167741985	169361862	170716500	170075421
0	21468633	62741696	88332465	118937964	128019546	133556018	136735488	138654007	139807736	141157853	142286902	141752583
0	21728359	65831187	123951021	146172523	157333617	164137836	168045346	170403169	171821080	173480349	174867929	174211260
0	26506566	87759274	135477554	159765492	171964485	179401447	183672326	186249409	187799176	189612744	191129359	190411625
0	31265434	119768105	184890886	218037471	234685858	244835336	250663952	254180986	256296006	258771045	260840822	259861306

Figure 26 : Extraits d'échantillon des triangles estimés

Remarque :

Les zéros « 0 » qui figurent dans la figure 24 sont seulement comme indicateur des limites de chaque triangle estimé.

Etapes 7 : Calcul des provisions et la provision totale

Nous calculons les provisions par année de survenance pour chaque triangle estimé des 1000 triangles ainsi que la provision totale, nous prenons comme provisions totale la moyenne des provisions totaux :

<b>provision</b> <b>429043149</b>
--------------------------------------

Figure 27 : Provision totale résultante de la méthode Bootstrap

### III. Méthode GLM :

#### 1. Modélisation Log Normal :

L'application de la méthode de la régression Log Normale nécessite l'estimation des paramètres du modèle et le calcul de la variance à l'aide de la procédure GENMOD avec la distribution normale et la fonction de lien log. A noter, que nos variables explicatives sont les années de survenance et les délais de règlements.

Informations sur le modèle	
<b>Data Set</b>	ASTOC.DATA_GLM1_LN
<b>Distribution</b>	Normal
<b>Link Function</b>	Identity
<b>Dependent Variable</b>	log_y

Analyse des valeurs estimées du paramètre de vraisemblance maximum								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Intervalle de confiance de Wald à 95 %		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
<b>Intercept</b>		1	7.7703	0.5077	6.7753	8.7653	234.28	<.0001
<b>ligne</b>	1	1	-0.1694	0.3744	-0.9032	0.5644	0.20	0.6510
<b>ligne</b>	2	1	-0.4685	0.3744	-1.2023	0.2653	1.57	0.2108
<b>ligne</b>	3	1	-0.4697	0.3751	-1.2049	0.2655	1.57	0.2105
<b>ligne</b>	4	1	-0.5151	0.3763	-1.2526	0.2224	1.87	0.1710
<b>ligne</b>	5	1	-0.2373	0.3779	-0.9780	0.5033	0.39	0.5300
<b>ligne</b>	6	1	-0.2217	0.3801	-0.9667	0.5233	0.34	0.5598
<b>ligne</b>	7	1	-0.3668	0.3832	-1.1178	0.3842	0.92	0.3384
<b>ligne</b>	8	1	-0.3614	0.3875	-1.1209	0.3981	0.87	0.3510
<b>ligne</b>	9	1	-0.5232	0.3941	-1.2956	0.2492	1.76	0.1843
<b>ligne</b>	10	1	-0.3464	0.4050	-1.1402	0.4473	0.73	0.3923
<b>ligne</b>	11	1	-0.2167	0.4262	-1.0520	0.6187	0.26	0.6112
<b>ligne</b>	12	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.

Analyse des valeurs estimées du paramètre de vraisemblance maximum								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Intervalle de confiance de Wald à 95 %		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
colonne	0	1	9.4878	0.3744	8.7539	10.2216	642.18	<.0001
colonne	1	1	10.4285	0.3744	9.6947	11.1623	775.84	<.0001
colonne	2	1	10.1865	0.3751	9.4512	10.9217	737.43	<.0001
colonne	3	1	9.6214	0.3763	8.8839	10.3589	653.84	<.0001
colonne	4	1	8.9699	0.3779	8.2293	9.7106	563.42	<.0001
colonne	5	1	8.3053	0.3801	7.5603	9.0503	477.41	<.0001
colonne	6	1	7.6818	0.3832	6.9308	8.4328	401.94	<.0001
colonne	7	1	7.1994	0.3875	6.4398	7.9589	345.14	<.0001
colonne	8	1	6.8728	0.3941	6.1003	7.6452	304.12	<.0001
colonne	9	1	6.8233	0.4050	6.0295	7.6171	283.85	<.0001
colonne	10	1	6.3613	0.4262	5.5260	7.1967	222.76	<.0001
colonne	11	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
Scale		0	0.3428	0.0000	0.3428	0.3428		

Figure 28 : L'estimation des paramètres  $\mu$  (intercept),  $\alpha_i$  et  $\beta_j$  à l'aide du logiciel SAS

Nous constatons que p-value des année de développement sont significatives.  
Le calcul des réserves annuelles depuis 2005 jusqu'à 2016 est donné par le tableau suivant :

r								
2005	18433609	68270251	48153524	29908700	13673926	7179491.5	3088350.7	1757334
2006	23200115	49871050	40401268	20122920	12721495	5813779.9	4700087.7	3614496.4
2007	18453336	49701587	42248820	26024266	10119065	8501065.1	3974656.6	1858956.6
2008	18155623	56161120	42310587	21590732	11608686	8338437	1987264.1	1261020.3
2009	23995702	68188587	51655794	31889815	17792606	4117916.7	3701782.7	3353372.6
2010	22066673	63054009	59012011	41090230	9983278.1	6008295.1	5404311.3	2540772.5
2011	25300567	66510896	52048230	15076595	9607922.5	8764896	3560009.2	2197445.6
2012	23892101	58374676	29708690	16585353	25037640	6676726	3579373.6	2209398.4
2013	21468633	41273063	25590769	30605499	11039305	5679192.6	3044598.8	1879304.1
2014	21728359	44102828	58119834	25272190	13174023	6777402.4	3633345.9	2242713.2
2015	26506566	61252708	50629313	28773800	14999361	7716451.4	4136767.4	2553454.4
2016	31265434	80096835	62878556	35735326	18628303	9583367.7	5137615.8	3171236.5
r								
2154907	4697750.1	1775355.4	2000					
1504620.8	648742.95	560033.15	1482.8842					
1037277.8	1118806.7	857600.81	1481.1678					
1607328.4	1300814.7	819541.53	1415.4354					
1804355.4	1717281.6	1081924.7	1868.5991					
1832847	1744398.3	1099008.8	1898.1052					
1585179.9	1508683	950503.07	1641.6199					

r			
1593802.3	1516889.3	955673.24	1650.5494
1355681	1290259.1	812891.29	1403.9497
1617834.8	1539762.1	970083.56	1675.4375
1841995.3	1753105.2	1104494.4	1907.5793
2287647.2	2177251	1371715.4	2369.0985

Tableau 15 : Estimation des réserves à l'aide du modèle de régression Log Normale

Nous calculons ensuite les provisions par année de survenance ainsi que la provision totale :

Provisions annuelles										
1482.8842	859081.98	2121771.6	4605430.3	7218924.8	9803462.4	16533513	25102636	55229030	113510650	221070223

Provision log normal
456 056 206

Figure 29: Provision totale estimée selon la loi Log Normal

La provision totale selon la modélisation avec la loi Log Normal est de 456 056 206 DH .

### Modélisation par loi de Poisson :

L'estimation des paramètres  $\mu$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  est faite à l'aide du logiciel SAS en utilisant la procédure GENMOD du GLM , avec la distribution poisson et le lien log.

Informations sur le modèle	
Data Set	POISS.DATA_GLM1_POISS
Distribution	Poisson
Link Function	Identity
Dependent Variable	Log_y

Analyse des valeurs estimées du paramètre de vraisemblance maximum								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Intervalle de confiance de Wald à 95 %		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept		1	7.7544	0.4622	6.8485	8.6603	281.48	<.0001
ligne	1	1	-0.1535	0.3947	-0.9271	0.6201	0.15	0.6973
ligne	2	1	-0.4749	0.3942	-1.2474	0.2977	1.45	0.2283

Analyse des valeurs estimées du paramètre de vraisemblance maximum								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Intervalle de confiance de Wald à 95 %		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
ligne	3	1	-0.4754	0.3950	-1.2496	0.2989	1.45	0.2288
ligne	4	1	-0.5233	0.3962	-1.3000	0.2533	1.74	0.1866
ligne	5	1	-0.2395	0.3984	-1.0204	0.5414	0.36	0.5477
ligne	6	1	-0.2232	0.4010	-1.0092	0.5627	0.31	0.5777
ligne	7	1	-0.3675	0.4042	-1.1597	0.4247	0.83	0.3633
ligne	8	1	-0.3537	0.4092	-1.1556	0.4482	0.75	0.3874
ligne	9	1	-0.5178	0.4161	-1.3332	0.2977	1.55	0.2133
ligne	10	1	-0.3451	0.4284	-1.1847	0.4945	0.65	0.4205
ligne	11	1	-0.2150	0.4512	-1.0994	0.6694	0.23	0.6337
ligne	12	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
colonne	0	1	9.5036	0.2868	8.9415	10.0658	1097.88	<.0001
colonne	1	1	10.4437	0.2878	9.8796	11.0079	1316.57	<.0001
colonne	2	1	10.2016	0.2886	9.6359	10.7673	1249.19	<.0001
colonne	3	1	9.6368	0.2895	9.0694	10.2043	1107.93	<.0001
colonne	4	1	8.9864	0.2908	8.4163	9.5564	954.64	<.0001
colonne	5	1	8.3246	0.2926	7.7511	8.8981	809.39	<.0001
colonne	6	1	7.6996	0.2953	7.1207	8.2784	679.64	<.0001
colonne	7	1	7.2173	0.2995	6.6301	7.8044	580.51	<.0001
colonne	8	1	6.8894	0.3060	6.2896	7.4892	506.77	<.0001
colonne	9	1	6.8310	0.3179	6.2079	7.4541	461.71	<.0001
colonne	10	1	6.3676	0.3401	5.7010	7.0341	350.62	<.0001
colonne	11	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
Scale		0	0.0872	0.0000	0.0872	0.0872		

Figure 30 : Estimation des paramètres du modèle Poisson

Nous constatons que p-value des année de développement sont significatives .

Nous remplissons la partie inférieure du triangle des paiements décumulés selon l'équation suivante :

$$Y_{i,j} = \exp (\mu + \alpha_i + \beta_j)$$

Nous calculons ensuite les provisions par année de survenance ainsi que la provision totale :

Provisions annuelles										
1450.3356	846013.57	2085960.1	4572411.7	7189171.3	9788148.1	16675317	25258396	55313245	113676519	220990291

Provision Poisson
456396924

Figure 31: Provision totale estimé selon la loi de Poisson

La provision totale selon la modélisation avec la loi gamma est de 456 396 924 DH.

### Modélisation par la loi Gamma :

De même, on procède par l'estimation des paramètres du modèle à l'aide du logiciel statistique :

Informations sur le modèle	
Data Set	GAMMA.DATA_GLM1_GAMMA
Distribution	Gamma
Link Function	Identity
Dependent Variable	Log_y

Analyse des valeurs estimées du paramètre de vraisemblance maximum								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Intervalle de confiance de Wald à 95 %		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept		1	7.7370	0.4500	6.8550	8.6190	295.59	<.0001
ligne	1	1	-0.1361	0.4170	-0.9534	0.6813	0.11	0.7442
ligne	2	1	-0.4817	0.4160	-1.2971	0.3336	1.34	0.2468
ligne	3	1	-0.4814	0.4170	-1.2987	0.3358	1.33	0.2483
ligne	4	1	-0.5318	0.4182	-1.3515	0.2879	1.62	0.2035
ligne	5	1	-0.2414	0.4209	-1.0665	0.5836	0.33	0.5663
ligne	6	1	-0.2246	0.4239	-1.0555	0.6063	0.28	0.5962
ligne	7	1	-0.3679	0.4273	-1.2054	0.4697	0.74	0.3893
ligne	8	1	-0.3458	0.4330	-1.1945	0.5029	0.64	0.4246
ligne	9	1	-0.5123	0.4403	-1.3752	0.3506	1.35	0.2446
ligne	10	1	-0.3438	0.4542	-1.2340	0.5463	0.57	0.4490
ligne	11	1	-0.2133	0.4788	-1.1517	0.7251	0.20	0.6559
ligne	12	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
colonne	0	1	9.5211	0.2346	9.0612	9.9809	1646.93	<.0001
colonne	1	1	10.4605	0.2374	9.9952	10.9258	1941.57	<.0001
colonne	2	1	10.2183	0.2382	9.7515	10.6851	1840.74	<.0001
colonne	3	1	9.6538	0.2383	9.1868	10.1208	1641.41	<.0001

<b>colonne</b>	4	1	9.0043	0.2388	8.5363	9.4723	1422.02	<.0001
<b>colonne</b>	5	1	8.3455	0.2395	7.8762	8.8148	1214.68	<.0001
<b>colonne</b>	6	1	7.7190	0.2413	7.2461	8.1919	1023.28	<.0001
<b>colonne</b>	7	1	7.2370	0.2448	6.7571	7.7168	873.71	<.0001
<b>colonne</b>	8	1	6.9076	0.2505	6.4165	7.3987	760.09	<.0001
<b>colonne</b>	9	1	6.8392	0.2626	6.3246	7.3538	678.51	<.0001
<b>colonne</b>	10	1	6.3744	0.2845	5.8168	6.9320	502.10	<.0001
<b>colonne</b>	11	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
<b>Scale</b>		0	2019.683	0.0000	2019.683	2019.683		

Tableau 16 : Estimation des paramètres du modèle Gamma

Nous constatons que p-value des année de développement sont significatives.

Nous calculons ensuite les provisions par année de survenance ainsi que la provision totale :

Provisions Annuelles										
1415.4915	832060.33	2048399.7	4538312.9	7159290.9	9773852.1	16821064	25412999	55391391	113840236	220905574

<b>Provision Gamma</b>
<b>456 724 595</b>

Figure 32: Provision totale estimé selon la loi gamma

La provision totale selon la modélisation avec la loi Gamma est de 456 724 595 DH.

## Chapitre III : Analyse des résultats

### I. Branche AT :

#### 1. Méthodes déterministes:

Comparaison des résultats obtenus par les méthodes déterministes :

Le tableau ci-après résume les provisions résultant de l'ensemble des méthodes précédentes :

Année de survenance	CHAIN LADDER	MOYENNE	$w(i, j)$	$w(i, j)^2$	k derniers	LONDON CHAIN	TAYLOR
2005	0					0	0
2006	1 639	1 639	1 639	1 639	1 639	1 639	1 609
2007	1 059 552	1 015 883	994 326	972 866	1 015 883	902 051	1 174 213
2008	3 113 363	2 946 168	2 828 800	2 717 035	2 946 168	2 815 137	3 557 280
2009	5 862 714	5 632 035	5 464 119	5 306 950	5 632 035	5 713 539	5 194 561
2010	8 824 693	8 596 843	8 422 723	8 258 508	8 596 843	8 779 134	7 558 626
2011	11 598 092	11 419 547	11 269 635	11 132 294	11 419 547	11 624 171	11 344 517
2012	16 813 452	16 845 351	16 653 563	16 480 085	16 845 351	16 873 100	18 226 468
2013	24 961 821	25 363 405	25 821 665	26 399 637	25 363 405	26 421 136	31 987 673
2014	57 549 736	58 616 990	59 793 659	61 289 132	58 471 050	60 044 369	58 017 705
2015	114 551 772	116 084 051	118 162 350	120 952 881	116 658 876	119 336 697	103 523 304
2016	226 559 836	230 663 174	220 807 921	216 996 424	224 789 854	227 907 518	160 554 950
<b>PROVISION TOTALE</b>	470896670	477185085,3	470220400,3	470507451	471740650,3	480418489,7	401140907
<b>Ecart relatif</b>		1,34%	-0,14%	-0,08%	0,18%	2%	-14,81%

Tableau 17 : Résumé des résultats pour la branche AT

Les montants des provisions semblent relativement proches exceptés pour la méthode de Taylor qui amène à un résultat plus élevé de près de -14,81% dû à l'extrapolation des coefficients  $\mu_i$  par une extrapolation exponentielle avec un  $R^2$  faible.

## Méthodes stochastiques :

### ➤ Mack

En partant du triangle des montants cumulés de sinistres et des formules d'estimation des paramètres du modèle, nous obtenons les coefficients ci-dessous :

	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1
<b>Coefficient de développement</b>	<b>3,58</b>	<b>1,57</b>	<b>1,21</b>	<b>1,09</b>	<b>1,04</b>	<b>1,02</b>	<b>1,01</b>	<b>1,01</b>	<b>1,01</b>	<b>1,01</b>	<b>1,00</b>
<b>sigma<sup>2</sup></b>	5421738	1464431	597932	266250	31805	8062	6293	717	21985	2749	344

Tableau 18: Paramètres estimés du modèle de Mack.

En reprenant les formules fournies auparavant, nous pouvons en déduire les provisions  $R_i$  l'estimation de l'erreur commise sur ces réserves notée  $MSEP(R_i)$  dans le tableau ci-après), sa racine carrée notée  $SE(R_i)$ , le rapport  $\frac{SE(R_i)}{\hat{R}_i}$  ainsi que les intervalles de confiance à 95% autour des provisions basés sur la distribution normale d'une part et log normale d'autre part :

	provisions	MSEP(Ri)	SE(Ri)	Coef_varia	loi normale		loi lognormale	
					intervalle de confiance		intervalle de confiance	
					borne inferieure	borne superieure	borne inferieure	borne superieure
2006	1,64E+03	1,02E+11	3,19E+05	1,95E+02	-6,24E+05	6,28E+05	1,45E-02	4,89E+03
2007	1,06E+06	7,54E+11	8,68E+05	8,20E-01	-6,42E+05	2,76E+06	2,01E+05	3,34E+06
2008	3,11E+06	5,54E+12	2,35E+06	7,56E-01	-1,50E+06	7,73E+06	6,65E+05	9,28E+06
2009	5,86E+06	7,70E+12	2,77E+06	4,73E-01	4,24E+05	1,13E+07	2,20E+06	1,28E+07
2010	8,82E+06	9,64E+12	3,10E+06	3,52E-01	2,74E+06	1,49E+07	4,26E+06	1,63E+07
2011	1,16E+07	9,97E+12	3,16E+06	2,72E-01	5,41E+06	1,78E+07	6,63E+06	1,89E+07
2012	1,68E+07	1,51E+13	3,88E+06	2,31E-01	9,21E+06	2,44E+07	1,05E+07	2,56E+07
2013	2,50E+07	5,51E+13	7,43E+06	2,97E-01	1,04E+07	3,95E+07	1,35E+07	4,23E+07
2014	5,75E+07	1,92E+14	1,39E+07	2,41E-01	3,04E+07	8,47E+07	3,51E+07	8,91E+07
2015	1,15E+08	5,23E+14	2,29E+07	2,00E-01	6,97E+07	1,59E+08	7,62E+07	1,66E+08
2016	2,27E+08	1,70E+15	4,13E+07	1,82E-01	1,46E+08	3,07E+08	1,56E+08	3,18E+08
total	4,71E+08	2,97E+15	5,45E+07	1,16E-01	3,64E+08	5,78E+08	3,73E+08	5,86E+08

Tableau 19: Erreur quadratique moyenne et intervalle de confiance normal et log normal.

L'erreur absolue connaît une tendance similaire à la valeur des provisions avec toutefois une amplitude moins importante. Si sur l'ensemble, nous constatons une

décroissance de l'erreur relative  $\frac{\widehat{SE}(R_i)}{\widehat{R}_i}$  en fonction des années de survénance  $i$ , il n'en demeure pas moins que la variabilité observée est très élevée notamment pour les premières années.

La représentation graphique des intervalles de confiance est donnée ci-dessous :

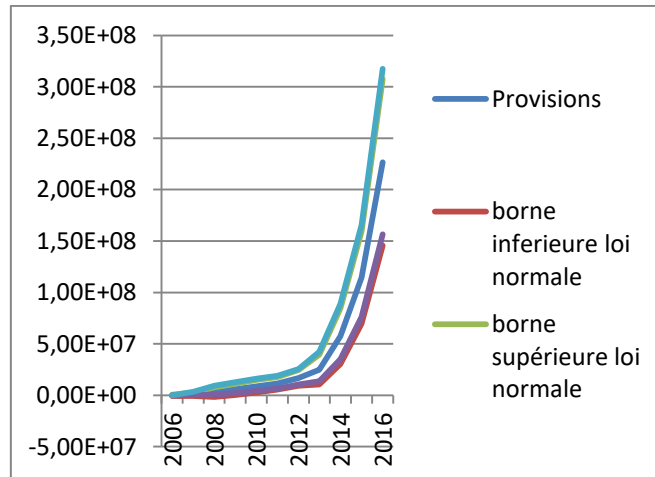


Figure 33: Intervalles de confiance autour des provisions.

Rappelons que l'hypothèse d'une distribution log normale est préférée à celle d'une loi normale du fait des valeurs négatives qui peuvent survenir pour ce dernier (ici c'est le cas pour les trois premières années étudiées).

## ➤ Bootstrap :

Nous retrouvons quelques statistiques sur la distribution des provisions estimés

Mesures statistiques de base			
Tendance centrale		Dispersion	
<b>Moyenne</b>	4.3951E8	<b>Ecart-type</b>	15336959
<b>Médiane</b>	4.3859E8	<b>Variance</b>	2.35222E14
<b>Mode</b>	.	<b>Intervalle</b>	99791809
		<b>Ecart interquartile</b>	20895202

Tableau 20: Statistiques

La provision totale après la simulation Bootstrap, avec 1000 itérations donne :

La moyenne est de 439508981 DH . L'écart type est de 15336959.3 DH.

➤ **GLM :**Comparaison des résultats :

Log Normal	Poisson	Gamma
456 056 206	456 396 924	456 724 595

On constate que les provisions fournies par les trois lois sont proches.

Lors de la réalisation d'un GLM, le choix du meilleur modèle est très important. Plusieurs méthodes permettent de sélectionner le modèle le plus adapté :

Critère AIC : le modèle dont l'AIC est le plus faible est le meilleur modèle.

Tableau 21: Critères pour chaque loi

	Log Normal			Poisson			Gamma		
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDD	DDL	Valeur	Valeur/DDD	DDL	Valeur	Valeur/DDD
Deviance	55	6.4648	0.1175	55	0.4186	0.0076	55	0.0272	0.0005
Scaled Deviance	55	55.0000	1.0000	55	55.0000	1.0000	55	55.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	55	6.4648	0.1175	55	0.4190	0.0076	55	0.0273	0.0005
Scaled Pearson X2	55	55.0000	1.0000	55	55.0543	1.0010	55	55.1047	1.0019
Log Likelihood		-15.6795			298912.7352			-19.4017	
Full Log Likelihood		-15.6795			-23755.6337			-19.4017	
AIC (smaller is better)		77.3591			47557.2675			84.8035	
AICC (smaller is better)		97.8035			47577.7119			105.2479	
BIC (smaller is better)		131.5634			47611.4718			139.0078	

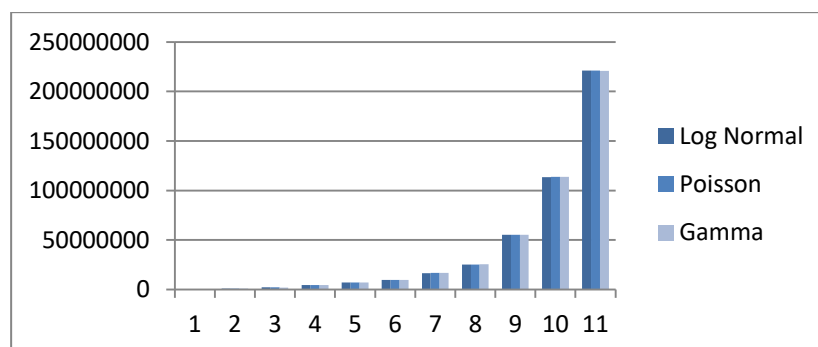


Figure 34: Provisions annuelles pour chaque loi

D'après la comparaison des AIC, on conclue que la distribution Log Normal qui ajuste bien les provisions, avec un AIC de 77.3591.

## II. Branche Responsabilité Civile Automobile Matériel (R.C.Auto. M.)

### 1. Méthodes déterministes:

Comparaison des résultats obtenus par les méthodes déterministes :

Le tableau ci-après résume les provisions résultant de l'ensemble des méthodes précédentes :

Année de survenance	CHAIN LADDER	MOYENNE	w (i, j)	w (i, j) <sup>2</sup>	k derniers	LONDON CHAIN	TAYLOR
2005	-	-				-	-
2006	56 755	56 755	56 755	56 755	56 755	56 755	64 412
2007	130 136	129 542	130 262	130 979	129 542	134 000	149 033
2008	179 012	177 785	178 894	180 089	177 785	185 642	201 249
2009	159 394	172 490	159 017	148 136	172 490	177 538	166 148
2010	579 498	731 450	636 192	539 942	731 450	409 176	590 260
2011	2 670 227	3 300 778	2 958 539	2 580 928	3 300 778	1 859 319	2 454 104
2012	7 509 695	9 218 771	8 469 970	7 491 780	9 218 771	5 295 157	7 007 581
2013	14 330 732	17 905 607	16 885 682	15 095 536	18 999 066	9 938 084	14 531 172
2014	15 772 469	17 945 548	18 640 872	17 768 225	22 390 121	12 207 054	20 308 925
2015	20 146 290	30 791 116	31 466 865	31 963 653	33 790 810	13 782 921	25 312 916
2016	87 788 029	159 870 772	110 369 490	90 204 118	93 524 697	56 349 598	73 286 543

<b>PROVISION TOTALE</b>	<b>149 322 239</b>	<b>240300613,7</b>	<b>189 952 538</b>	<b>166 160 141</b>	<b>182 492 265</b>	<b>100 395 244</b>	<b>144 072 343</b>
<b>Ecart relatif</b>		37,86%	21,39%	10,13%	18,18%	-48,73%	-3,64%

Tableau 22: Résumé des résultats pour la branche RC Auto Matériel

Les montants des provisions semblent relativement loin exceptés pour la méthode de Taylor qui amène à un résultat proche dû à l'extrapolation des coefficients  $\mu_i$  par une extrapolation exponentielle avec un  $R^2$  élevé.

On essaiera d'expliquer ces écarts par rapport à CHAIN LADDER :

- Pour les variantes de CHAIN LADDER on trace les variantes de coefficients de développement :

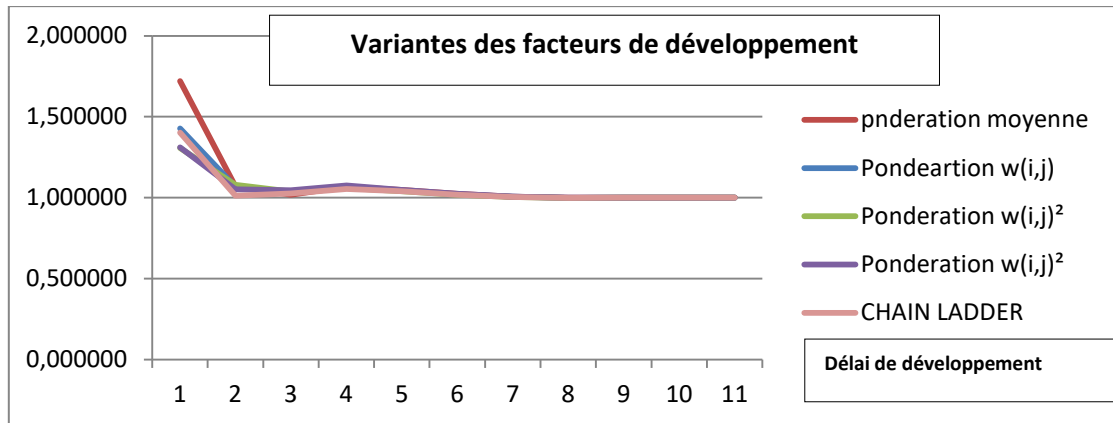


Tableau 23: Variantes des facteurs de développement

Il s'avère bien la raison pour laquelle les provisions résultantes de la Pondération par moyenne et  $w(i, j)$  sont loin de celle de Chain Ladder. En effet, les courbe des coefficients de développement de P.M et  $w(i, j)$  ne s'ajuste pas pour les premières années de développement avec celle de Chain Ladder, comme le montre le graphe ci-dessus.

- Pour London Chain on peut retracer la courbe de  $C(i,1)$  en fonction de  $C(i,2)$  par exemple pour tester la significativité du paramètre  $\alpha$ .

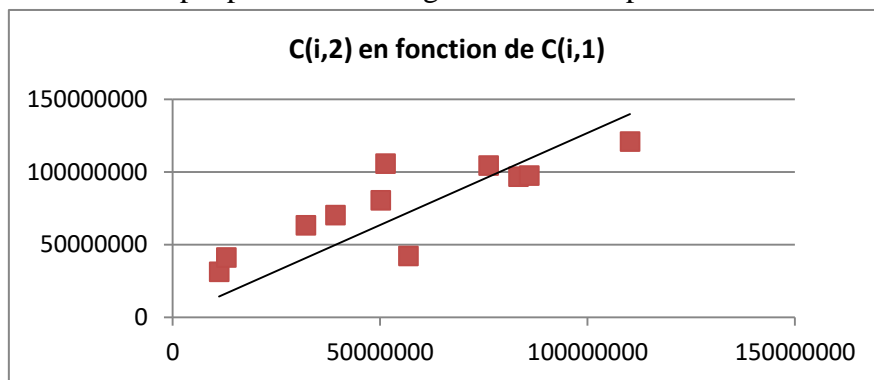


Figure 35 :  $C(i,1)$  en fonction de  $C(i,2)$

On constate que la première bissectrice ajuste bien le nuage de point. Donc on peut dire que le paramètre  $\alpha$  est non significatif, d'où le résultat de la provision d'écart de -48,73% par rapport à Chain Ladder.

➤ **Bootstrap :**

Mesures statistiques de base			
Tendance centrale		Dispersion	
Moyenne	77877171	Ecart-type	25443174
Médiane	76871786	Variance	6.47355E14
Mode	.	Intervalle	190566049
		Ecart interquartile	32136009

Tableau 24: Statistiques

La provision totale après la simulation Bootstrap, avec 1000 itérations donne :  
77877170.81 DH . L'écart type est de 25443173.8 DH.

### III. Branche Responsabilité Civile Automobile Corporel (R.C.Auto. C.)

#### 1. Méthodes déterministes:

Comparaison des résultats obtenus par les méthodes déterministes :

Le tableau ci-après résume les provisions résultant de l'ensemble des méthodes précédentes :

Année de survenance	CHAIN LADDER	MOYENNE	w (i, j)	w (i, j) <sup>2</sup>	k derniers	LONDON CHAIN	TAYLOR
2005	-	-	-	-	-	-	-
2006	4031342	4031342	4031342	4031342	4031342	4031342	4428844
2007	10290345	10290374	10289223	10288076	10290374	10283337	11238631
2008	19941269	19933883	20027321	20113899	19933883	20044719	19370721
2009	31524454	31364332	31657122	31939622	31364332	32147087	31988383
2010	49546128	49380603	49752943	50098889	49380603	50224932	51914898
2011	71043274	70452596	71529075	72545216	70452596	72793780	83850447
2012	112187937	111199938	113542394	115595960	113144193	114284107	138507874
2013	194641921	193452457	197548091	200415291	200726913	196523666	221542401
2014	315364552	315505903	316089742	315753457	323412428	314473105	335239970
2015	477762435	485411048	476724589	474945771	480626320	475170906	460154174
2016	510976507	560780457	503353593	483954788	452583063	484581539	551770371

<b>PROVISION TOTALE</b>	<b>1797310164</b>	<b>1851802934</b>	<b>1794545432</b>	<b>1779682312</b>	<b>1774558519</b>	<b>1755946048</b>	<b>1910006714</b>
-------------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

<b>Ecart relatif</b>		-2,94%	-0,15%	-0,99%	-1,28%	-2,36%	5,9%
----------------------	--	--------	--------	--------	--------	--------	------

Tableau 25: Résumé des résultats pour la branche RC Auto Corporel

Les montants des provisions semblent relativement proches.

#### Méthodes stochastiques :

##### ➤ Méthode de Mack

Comme précédent, nous partons du triangle des montants cumulés de sinistres et des formules d'estimation des paramètres du modèle, nous obtenons les coefficients ci-dessous :

	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1
<b>Coefficient de développement</b>	<b>5,77</b>	<b>2,53</b>	<b>1,62</b>	<b>1,30</b>	<b>1,16</b>	<b>1,08</b>	<b>1,05</b>	<b>1,03</b>	<b>1,02</b>	<b>1,02</b>	<b>1,01</b>
<b>sigma<sup>2</sup></b>	15394829,8	3240124	628950	696396,4	149436,9	46001,9	4267,3	8677,3	8893,5	3,6	0,001

Tableau 26: Paramètres estimés du modèle de Mack-RC Auto Corporel.

Et le tableau récapitulatif :

	provisions	MSEP(Ri)	SE(Ri)	Coef_varia	loi normale		loi lognormale	
					intervalle de confiance		intervalle de confiance	
					borne inferieure	borne superieure	borne inferieure	borne superieure
<b>2006</b>	<b>4031341,5</b>	815288,358	902,9332	0,00022	4029571,8	4033111,29	4029572,1	4033112
<b>2007</b>	<b>10290345</b>	1678181289	40965,61	0,00398	10210052	10370637,6	10210284	10370869
<b>2008</b>	<b>19941269</b>	4,6575E+12	2158133	0,10822	15711327	24171209,8	16046109	24495071
<b>2009</b>	<b>31524454</b>	9,0922E+12	3015327	0,09565	25614414	37434494,7	26027711	37835884
<b>2010</b>	<b>49546128</b>	1,1627E+13	3409842	0,06882	42862837	56229418,5	43198706	56558328
<b>2011</b>	<b>71043274</b>	3,1837E+13	5642451	0,07942	59984070	82102476,9	60625840	82728900
<b>2012</b>	<b>112187937</b>	1,0086E+14	10042776	0,08952	92504096	131871779	93792095	1,33E+08
<b>2013</b>	<b>194641921</b>	4,9163E+14	22172740	0,11392	151183351	238100492	154803994	2,42E+08
<b>2014</b>	<b>315364552</b>	9,5311E+14	30872438	0,09789	254854574	375874531	259185661	3,8E+08
<b>2015</b>	<b>477762435</b>	3,5864E+15	59886862	0,12535	360384186	595140685	371144766	6,05E+08
<b>2016</b>	<b>510976507</b>	1,5344E+16	1,24E+08	0,24242	268191180	753761833	310877263	7,93E+08
<b>total</b>	<b>1,797E+09</b>	2,2992E+16	1,52E+08	0,08436	1,5E+09	2094504646	1,518E+09	2,11E+09

Tableau 27: Erreur quadratique moyenne et intervalle de confiance normal et log normal- RC Auto Corporel.

Nous constatons que l'erreur relative  $\frac{\widehat{SE}(R_i)}{\widehat{R}_i}$  en fonction des années de survenance  $i$ , est moins importante que celles des autres branches, la variabilité observée la moins élevée pour correspond aux premières années.

La représentation graphique des intervalles de confiance est donnée ci-dessous :

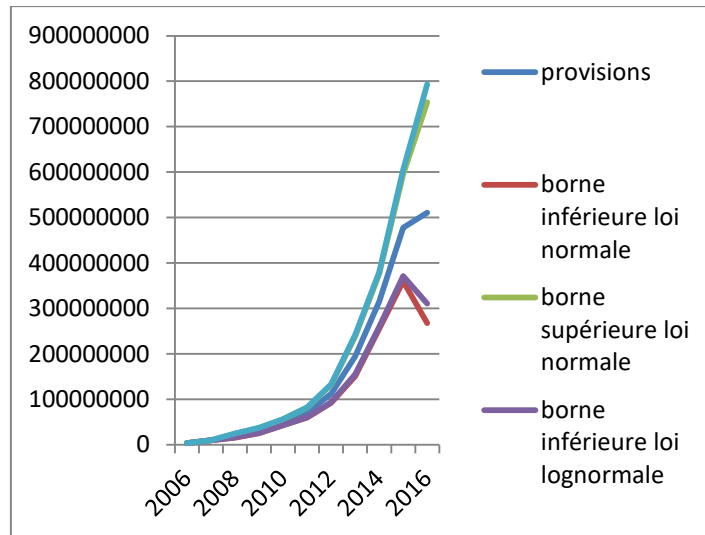


Figure 36: Intervalles de confiance autour des provisions- RC Auto Corporel.

Rappelons que l'hypothèse d'une distribution log normale est préférée à celle d'une loi normale du fait que les intervalles de confiances sont moins larges donc on a plus de précision.

### ➤ Bootstrap :

Mesures statistiques de base			
Tendance centrale		Dispersion	
<b>Moyenne</b>	1.6535E9	<b>Ecart-type</b>	41959501
<b>Médiane</b>	1.6523E9	<b>Variance</b>	1.7606E15
<b>Mode</b>	.	<b>Intervalle</b>	268882257
		<b>Ecart interquartile</b>	55698556

Tableau 28: Statistiques

La provision totale après la simulation Boostrap, avec 1000 itérations donne :  
1.6535 (10<sup>9</sup>) DH . L'écart type est de 41959501 DH.

### ➤ GLM :

Critère d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	45	1.2335	0.0274
Scaled Deviance	45	45.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	45	1.2335	0.0274
Scaled Pearson X2	45	45.0000	1.0000
Log Likelihood		35.5438	
Deviance	45	1.2335	0.0274
Scaled Deviance	45	45.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	45	1.2335	0.0274
Scaled Pearson X2	45	45.0000	1.0000
Log Likelihood		35.5438	
Full Log Likelihood		35.5438	
AIC (smaller is better)		-29.0877	
AICC (smaller is better)		-8.0877	
BIC (smaller is better)		16.8951	

Critère d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	45	0.0735	0.0016
Scaled Deviance	45	45.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	45	0.0736	0.0016
Scaled Pearson X2	45	45.0373	1.0008
Log Likelihood		1281989.8146	
Full Log Likelihood		-94799.6219	
AIC (smaller is better)		189641.2437	
AICC (smaller is better)		189662.2437	
BIC (smaller is better)		189687.2265	

Tableau 29: Critères de modélisation par loi Log Normal et loi Poisson

Tableau 30: Critères de modélisation par loi Poisson

Critère d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	45	0.0044	0.0001
Scaled Deviance	45	45.0000	1.0000
Pearson Chi-Square	45	0.0044	0.0001
Scaled Pearson X2	45	45.0735	1.0016
Log Likelihood		34.0264	
Full Log Likelihood		34.0264	
AIC (smaller is better)		-26.0528	
AICC (smaller is better)		-5.0528	
BIC (smaller is better)		19.9299	

Tableau 31: Critères de modélisation par loi Gamma

Log Normal	Poisson	Gamma
1.819E9	1.827E9	1.83588E9

Les provision fournies par la modélisation par les trois lois sont très proches, en se référant au critère AIC on choisit la loi Gamma.

## IV. Choix de la méthode :

Après le calcul de la provision par les différentes méthodes, c'est à l'actuaire de choisir la méthode la plus convaincante.

En effet, le choix doit tenir compte de nombreux paramètres, notamment du risque en question, des contraintes réglementaires, de la politique de la compagnie, de la branche d'assurance étudiée, etc.

Jusque là, nous avons calculé les provisions mathématiques via une pléthore de méthodes de provisionnement, que ce soit déterministes ou stochastiques sur un même triangle et nous avons remarqué que les montants de réserves obtenus ne sont pas les mêmes.

Dans la suite, nous avons donc voulu étudier si ces divergences persistaient d'une branche d'assurance à l'autre; ce qui nous a menés à appliquer ces méthodes sur des triangles provenant de secteurs d'assurance différents. Nous proposerons dans un premier temps un critère de différenciation des méthodes autour de la vitesse de stabilisation des montants cumulés, puis dans un second temps, une façon de sélectionner une de ces méthodes sur un critère purement historique par rapport au triangle étudié.

### 1. Comparaison des méthodes :

	Chain Ladder	Moyenne	Wij	Chain Ladder Pondéré	Wij <sup>2</sup>	8_dernier	dernier	London Chain	Taylor
AT	470 896 670	477 185 085 (1,34%)	470 220 400 (-0,14%)	470 507 451 (-0,08%)	471 740 650 (0,18%)	714 415 015 (51,71%)	480 418 490 (2%)	401 140 907 (-14,81%)	
RC CORP	1 797 310 164	1 851 802 934 (3,03%)	1 794 545 432 (-0,15%)	1 779 682 312 (-0,98%)	1 741 468 048 (-3,11%)	1939 322 979 (7,90%)	1 774 558 519 (-1,27%)	1910 006 714 (6,27%)	
RC MAT	149 322 239	240 300 614 (60,93%)	189 952 538 (27,21%)	166 160 141 (11,28%)	160 912 119 (7,76%)	39 764 367 (-73,37%)	100 395 244 (-32,77%)	144 072 343 (-3,52%)	

**Tableau 32: Réserves obtenues pour les différentes méthodes et branches d'assurance. Entre parenthèses, l'écart relatif par rapport à la méthode de Chain-Ladder.**

D'après ce tableau, la première impression semble être que les méthodes de Chain-Ladder Pondéré conduisent globalement à un montant de réserves plus élevé. Le provisionnement est dit plus prudent, mais ce n'est nullement un indice de qualité du modèle puisqu'un sur-provisionnement reflète, au même titre qu'un sous-provisionnement, une mauvaise gestion des ressources financières face au risque.

Cette observation doit cependant être prise avec précaution. D'une part, cela n'empêche l'existence de cas où le montant de réserves obtenus par la méthode de Chain-Ladder Pondéré est plus faible que celui obtenu avec notre méthode de référence (AT avec pondération wij et wij, Rc Corporel avec la pondération moyenne), on remarque aussi un montant très faible de provisionnement obtenu en utilisant le dernier facteur de développement comme pondération dans la branche Rc Matériel. Cela implique que l'on ne peut pas généraliser le fait que Chain-Ladder Pondéré entraîne un sur-provisionnement par rapport à Chain-Ladder. D'autre part, on

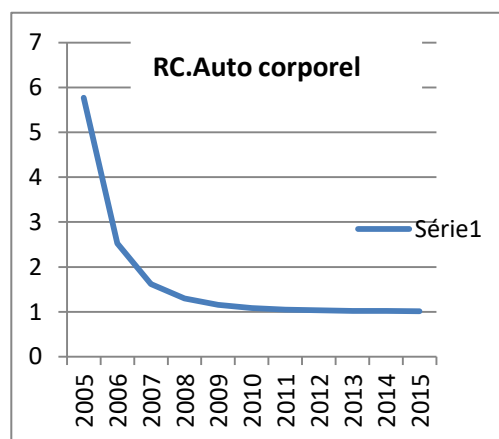
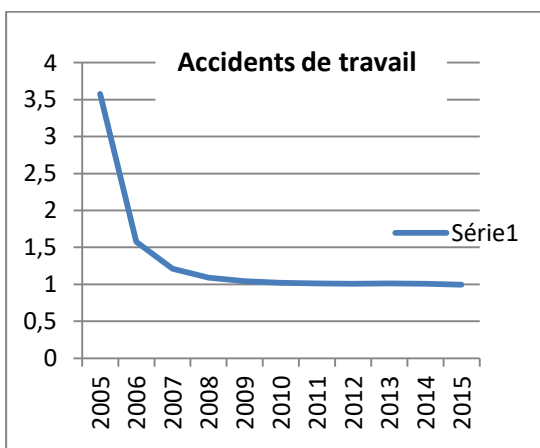
constate que la méthode de Taylor conduit à un sous-provisionnement par rapport à Chain-Ladder dans les trois branches. Les résultats obtenus par ces trois méthodes n'ont été testés que sur trois triangles différents, ce qui, encore une fois, ne nous permet pas de faire une généralisation de nos résultats.

Ce tableau nous montre également qu'il n'apparaît pas de logique globale entre ces méthodes. On y observe de fortes disparités.

En effet,

- Pour la branche AT : les montants les plus grands de provisionnement sont ceux obtenus par les méthodes Chain-Ladder Pondéré (pondération par le dernier coefficient : 714 415 015 DH) et la méthode de London-Chain (480 418 490 DH) et le montant le plus faible est celui proposé par la méthode de Taylor (401 140 907 DH).
- Pour la branche RC-AUTO Corporel : le même scénario se répète pour les méthodes de Chain-Ladder Pondéré (sur-provisionnement) avec un montant de provision égale à (1939 322 979 DH), il est digne de signaler également qu'on obtient un sur-provisionnement par rapport aux résultats obtenus par la méthode de Taylor (1910 006 714 DH), et un sous provisionnement dans le cas d'une pondération par la moyenne des 8 derniers facteur de développement individuels avec un montant égale à (1 741 468 048 DH).
- Pour la branche RC-AUTO Matériel : le montant le plus grand de provision obtenu est celui de les méthodes de Chain-Ladder Pondéré (la pondération moyenne) et qui est égale à (240 300 614 DH), un autre montant important aussi est obtenu par la pondération par le coefficient  $w_{ij}$  (189 952 538 DH), tandis que les montants les plus faibles sont ceux obtenus par la pondération par le dernier facteur de développement (39 764 367 DH) et la méthode de London-Chain (100 395 244 DH)

Nous avons donc cherché à voir s'il existait des similitudes dans les caractéristiques de chacune de ces branches pouvant expliquer ces résultats. Après avoir représenté graphiquement les facteurs de développement de Chain-Ladder pour ces trois triangles (cf. figure ci-dessous) :



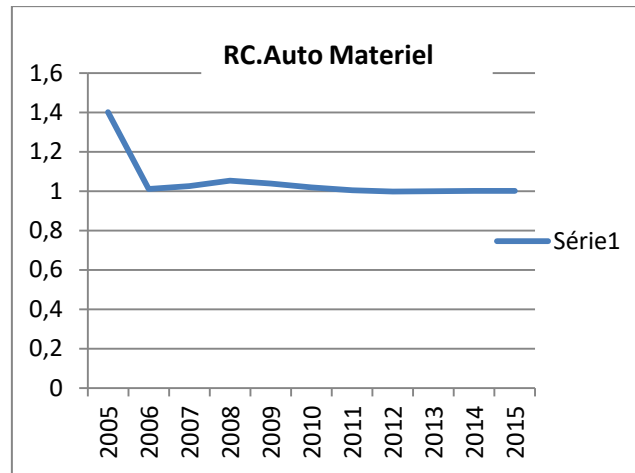


Figure 37: Représentation graphique des coefficients de Chain-Ladder pour les trois branches.

Nous avons observé que pour la RC Matériel, la stabilisation des facteurs semblait bien plus lente que pour l'AT et la RC Corporel.

## 2. L'indice de stabilisation :

D'une manière quantitative, on définit l' « indice de stabilisation » comme suit :

$$Indice = \sum_{k=0}^{taille-1} \frac{\hat{\lambda}_k}{\prod_{l=0}^{taille-1} \hat{\lambda}_l} \times \frac{1}{k+1}$$

Cet indice reflète la rapidité avec laquelle les paiements se stabilisent; plus cet indice est élevé et plus la stabilisation est rapide.

Le principe de cet indice est en fait de sommer les "proportions de déroulement"  $\frac{\hat{\lambda}_k}{\prod_{l=0}^{taille-1} \hat{\lambda}_l}$  en

attribuant un poids plus important aux proportions les plus récentes à l'aide du terme  $\frac{1}{k+1}$ ,

de sorte à ce que plus la charge finale est déterminée rapidement après l'année de survenance (forte proportion en début de déroulement), plus l'"indice de stabilisation" est élevé. Après calcul de cet indice sur chacun des quatre triangles, nous avons obtenu les résultats suivants :

branche d'assurance	valeur de l'indice
AT	0,726863340
RC CORP	0,202521561
RC MAT	2,116909103

Tableau 33: Valeurs de l'"indice de stabilisation" pour les différentes branches d'assurance.

Les résultats du tableau confirment notre ce qu'on a obtenu dans les graphiques ci-dessus. En effet, on remarque que l'indice le plus élevé est celui de la branche RC Auto Corporel, branche pour laquelle la stabilisation paraît la plus rapide. Viennent ensuite la branche Accidents de travail et la RC Auto Matériel.

### 3. Calcul de duration

Un autre indice de comparaison est la duration, qui se calcule sur les flux de la dernière année de survenance qu'on a déterminé entièrement par l'application des coefficients de développement de Chain-Ladder, elle se calcule de la manière suivante :

$$D = \frac{\sum_{k=0}^{taille} (k+1) \frac{Z_{taille,k}}{(1+r)^k}}{\sum_{k=0}^{taille} \frac{Z_{taille,k}}{(1+r)^k}}$$

où  $r$  est le taux d'actualisation. Puisqu'il s'agit de visualiser un classement des durations, leur valeur en absolue n'est pas nécessaire, et nous pouvons donc choisir arbitrairement  $r$ , fixée à 0 pour simplifier le calcul. De plus, pour  $k \geq 2$ ,

$$Z_{taille,k} = C_{taille,k} - C_{taille,k-1} = Z_{taille,0} \times \prod_{j=0}^{k-2} \hat{\lambda}_j \times (\hat{\lambda}_{k-1} - 1), \text{ et } Z_{taille,1} = Z_{taille,0} \times (\hat{\lambda}_{k-1} - 1)$$

d'où la formule de duration suivante :

$$D = \frac{Z_{taille,0} + 2Z_{taille,0}(\hat{\lambda}_0 - 1) + \sum_{k=2}^{taille} (k+1)Z_{taille,0} \times \prod_{j=0}^{k-2} \hat{\lambda}_j \times (\hat{\lambda}_{k-1} - 1)}{Z_{taille,0} + Z_{taille,0}(\hat{\lambda}_0 - 1) + \sum_{k=2}^{taille} Z_{taille,0} \times \prod_{j=0}^{k-2} \hat{\lambda}_j \times (\hat{\lambda}_{k-1} - 1)}$$

La duration s'interprète de façon inverse à celle de l'indice de stabilisation : une duration élevée correspond à des paiements plus rapprochés de la date de début, donc à une stabilisation plus rapide.

L'observation des durations dans notre exemple :

branche d'assurance	valeur de la duration
AT	1,720446102
RC CORP	1,82657929
RC MAT	1,286642787

Tableau 34: Valeurs de la duration pour les différentes branches d'assurance.

L'observation des durations dans notre exemple vient confirmer la conclusion précédente avec l'indice de stabilisation.

### Somme des carrés des erreurs minimales –SSE-

Il est possible d'avoir une idée de la méthode qui s'avère être la plus adaptée au triangle considéré, dans la mesure où elle serait la méthode qui colle le mieux au développement passé (information connue) du triangle. Plus concrètement, cette technique proposée par Denuit et Charpentier [2005] mettrait en évidence l'erreur d'estimation des provisions faites dans le passé de chacune des méthodes par rapport aux vraies valeurs observées dans le passé. Il est important de noter encore une fois que cette technique, bien que pouvant paraître objective et pertinente, ne se fonde que sur un critère historique, particulier au triangle.

Il suffit pour cela de prendre notre triangle qui, complété par une des méthodes, on compare les provisions estimées avec les vraies valeurs lisibles dans le triangle de développement. La méthode la plus adaptée au triangle sera celle qui fournira la somme des carrés des erreurs minimale. Ainsi, pour chacune des méthodes, la somme des carrés des erreurs se calcule

$$\text{comme suit : } SSE = \sum_{m=1}^{taille/2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=m-i-1}^m (\hat{C}_{i,k} - C_{i,k})$$

Nous avons appliqué cette technique sur les triangles des trois branches précédemment citées on a obtenu :

- Pour la branche AT :

Méthodes	SSE * 10 <sup>10</sup>
Chain-Ladder	12134336,14
London-Chain	1677384,003
Taylor	61536614,95

Tableau 35: Choix de la méthode par SSE- branche AT-

d'après cette méthode de comparaison par SSE sur les triangles, la méthode de provisionnement la plus adaptée à notre exemple est la méthode de London- Chain.

- Pour la branche RC.Auto Corporel :

Méthodes	SSE* 10 <sup>10</sup>
Chain-Ladder	30257647,7
London-Chain	12934951,1
Taylor	113360469,2

Tableau 36:Choix de la méthode par SSE -RC Auto Corporel.

On remarque que la méthode de London- Chain est la mieux adaptée.

- Pour la branche RC.Auto Materiel :

Méthodes	SSE * 10 <sup>10</sup>
Chain-Ladder	58113080,36
London-Chain	40311202,3
Taylor	6200183,135

**Tableau 37 :Choix de la méthode par SSE -RC Auto Materiel.**

Enfinement pour la branche RC.Auto Materiel, on privilégie la méthode de Taylor.

## *Conclusion*

Tout d'abord, les techniques déterministes les plus couramment utilisées ont été testées. Le premier modèle présenté est celui de ChainLadder qui a servi de Benchmark .

D'autres méthodes ont été retenues telles que la méthode de London-Chain ou encore celle de Taylor selon l'indicateur SSE pour chaque branche.

L'introduction des méthodes stochastiques s'est ensuite avérée indispensable afin de quantifier l'incertitude liée aux modèles étudiés. Le modèle de Mack a ainsi été analysé, et nous avons obtenu des intervalles de confiance pour les provisions. Pour les modèles linéaires généralisés, nous avons pu choisir le modèle qui ajuste le mieux nos données parmi les trois modèles (Log Normal, Poisson, Gamma) grâce au critère AIC. L'introduction des techniques de bootstrap a permis, par la suite, de représenter la distribution des réserves estimées et nous avons choisi la moyenne des provisions estimées pour chaque itération comme provision finale.

## **Partie II : Le Best Estimate et le risque de provisionnement dans le cadre du SCR.**

La directive Solvabilité II met particulièrement l'accent sur le risque de réserve, et incite les acteurs du marché de l'assurance non-vie notamment à réduire l'incertitude sur les prévisions. Par conséquent, le choix de la méthode de provisionnement qui permettra de prédire au mieux les paiements futurs, et avec une moindre incertitude, est primordial. Nous allons donc maintenant présenter Dans un premier chapitre le calcul du Best Estimate ainsi que la marge de risque. Dans le deuxième chapitre, nous procédons au calcul du CDR par le biais de la méthode de M&W, ensuite par la méthode simulateur en utilisant Bootstrap afin de calculer le SCR provisionnement qui représente le quantile (99.5%) du (-CDR).

## ***Chapitre I : Calcul du Best Estimate***

### **Introduction :**

Dans le cadre de la nouvelle directive Solvabilité II, qui est en guise d'application au Maroc cette année d'après l'ACAPS. Les sociétés d'assurance seront tenues de mesurer l'ensemble des risques auxquels elles font face. En matière de provisionnement, la mise en place de Solvabilité II requiert des changements importants dans la démarche d'estimation des provisions. Les sociétés d'assurance devront passer d'un environnement déterministe à un environnement méthodologique très encadré et contenant une dimension stochastique.

L'évaluation des provisions techniques se fera par le calcul du Best Estimate (meilleure estimation des provisions) auquel sera ajoutée une marge pour risque appelée risk margin. De plus, les compagnies d'assurance devront veiller à la suffisance de leurs fonds propres vis-à-vis des risques auxquels elles font face. Les fonds propres constituent un matelas de sécurité dans lequel elles pourront puiser si les provisions ne suffisent pas à couvrir leurs engagements.

### **I. Cadre théorique:**

La provision best estimate, calculée brute de réassurance, est donc égale à :

$$BE = \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1 + r_i)^i}$$

$CF_i$  représente les cash flows de l'année  $i$ , et  $r_i$  le taux sans risque de maturité  $i$  provenant de la courbe des taux sans risque fournie par le marché à la date d'évaluation. Les cash flows pris en compte dans le calcul de la provision best estimate correspondent au flux associés aux contrats actuels et aux engagements actuels vis à vis des assurés.

En assurance non vie, la provision best estimate est scindée en deux parties, provision pour primes et provision pour sinistres.

La provision pour sinistres sert à couvrir les sinistres survenus entre la date de souscription du contrat et la fin de l'exercice comptable. La provision pour primes est utilisée afin de faire face aux sinistres survenus après la date de l'inventaire pendant la durée de vie du contrat.

### **II. Cadre Pratique :**

## ***Calcul du Best estimate des sinistres pour chaque branche :***

D'après la partie théorique, le calcul du Best Estimate nécessite les deux éléments suivants :

- Des flux futurs annuels correspondent donc aux diagonales du triangle de liquidation inférieur.
- La courbe des taux qui sert pour l'actualisation est la courbe des taux zéro coupon produite par la banque centrale du Maroc.  
Nous avons récupéré la courbe des taux zéro coupon du département financier de la compagnie :

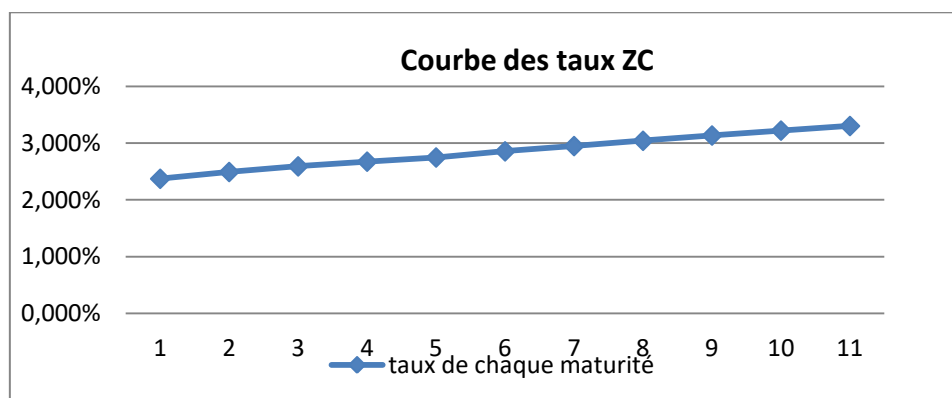


Figure 38: Courbe Zéros Coupon au 30/12/2016

Les tableaux suivants représentent le résultat final des best estimate des sinistres :

### 1. Branche AT :

Année	Flux Futur	Taux zéros coupon	Facteur d'actualisation	Flux actualisés	Best estimate
1	185010491,6	2,374%	0,976807792	180719689,8	<b>433 704 676,01</b>
2	122951788,1	2,495%	0,9519022	117038077,6	
3	68957694,26	2,597%	0,925979402	63853404,48	
4	36585787,73	2,682%	0,899535396	32910211,07	
5	19621955,85	2,759%	0,872783514	17125719,59	
6	11456458,26	2,874%	0,843656401	9665314,352	
7	7492714,837	2,974%	0,81453149	6103052,181	
8	5252398,65	3,076%	0,784778771	4121970,959	
9	3525368,518	3,179%	0,754530924	2659999,564	
10	607893,3537	3,277%	0,7244057	440361,4106	
11	-1343542,554	3,369%	0,694525807	-933124,9771	

Tableau 38: L'actualisation des flux futurs et le calcul du Best Estimate des sinistres AT

Après avoir calculé les flux futur, et après leur actualisation, on trouve un best estimate des sinistres pour la branche AT d'ordre de 433 704 676,01 DH.

Remarque :

Les autres branches (voir Annexe 2).

## *Flux futur actualisés pour toutes les branches :*

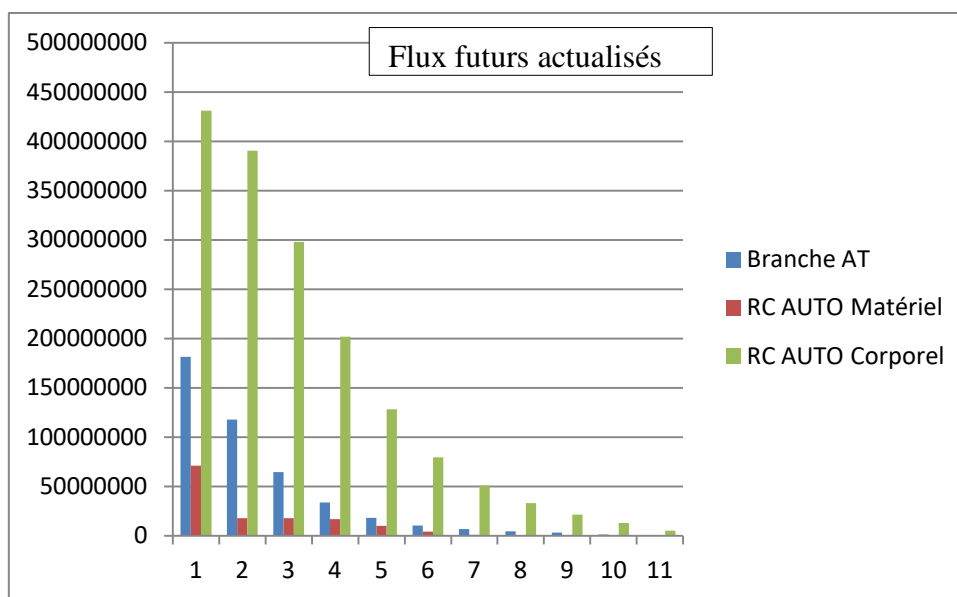


Tableau 39: Flux futur actualisés de toutes branches

On constate que la branche RC Automobile corporels est la branche qui représente les flux futur importants.

### III. Marge de risque

La marge de risque correspond au montant que l'on doit ajouter au Best estimate pour qu'un autre assureur accepte de reprendre le passif. Il s'agit du montant qui sert à dédommager le repreneur d'avoir à immobiliser du capital pour supporter les engagements d'assurance qu'il va récupérer, et ce, jusqu'à leur extinction.

#### Méthode

Selon la circulaire de la mise en place de réforme SBR, la marge de risque est définie comme un pourcentage du best estimate. Selon le marché nous estimons ce pourcentage par 7% pour les branches de l'assurance non-vie.

Branche	Marge de risque
AT	30 359 327,32
RC.AUTO Materiel	9 837 007,15
RC.AUTO Corporel	115 688 721,96

Tableau 40: Calcul de marge de risque pour différentes branche

## **Chapitre II : Mesure du risque de provisionnement à un an**

### **Branche AT :**

### ***Le modèle de MERZ et WUTHRICH***

#### **I. Cadre théorique de la méthode M&W :**

La réforme Solvabilité II exige des compagnies d'assurance qu'elles adoptent une autre vision: la vision à court terme.

Les compagnies d'assurance devront alors appréhender leur risque de provisionnement à un horizon d'un an. Cette vision du risque peut être intéressante car la stabilité financière à court terme de la société d'assurance peut avoir un impact sur sa solidité financière et sa réputation sur le marché de l'assurance.

Le risque de provisionnement à un an est un risque portant sur la ré-estimation Best Estimate de la charge ultime de la compagnie d'assurance entre les années I et I+1. Pour l'estimer, nous nous intéressons au Claims Development Result (noté CDR), qui est la différence entre l'estimation Best Estimate des charges ultimes de deux années successives.

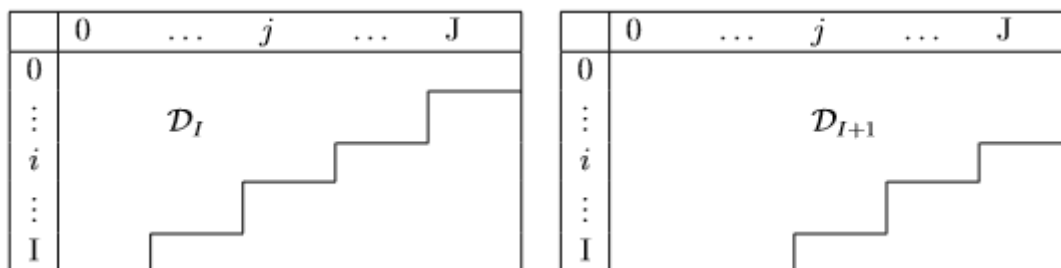
#### ***Ecriture formelle du CDR :***

Avant de présenter les différentes mesures d'incertitude, nous introduisons deux ensembles d'information qui nous seront utiles tout au long de cette partie :

Soit  $D_I = \{C_{i,j} \text{ tq } i \leq I \text{ et } i + j \leq I\}$  les paiements disponibles à la date  $t = I$ ,

Et  $D_{I+1} = \{C_{i,j} \text{ tq } i \leq I \text{ et } i + j \leq I + 1\}$  les paiements disponibles à la date  $t = I + 1$ .

Pour avoir une meilleure vision de ces deux ensembles, ces derniers ont été représentés dans la figure suivante :



**Figure 39: Triangle de développement aux dates  $t = I$  et  $t = I + 1$ .**

On a

$$CDR_i(I + 1) = E(C_{i,I}|D_I) - E(C_{i,I}|D_{I+1})$$

Notons que I=taille du triangle.

Suivant le même principe que Mack, Merz & Wuthrich ont quantifié la volatilité du CDR et ont montré que :

$$\begin{aligned} \text{MSEP}(C_{i,I}) &= \text{MSEP}(R_i) \\ &= \text{Var}(C_{i,I}|D_I) + (E(C_{i,I}|D_I) - \widehat{C}_{i,I}) \end{aligned}$$

↓
↓  
 Erreur de modélisation      Erreur d'estimation

Tel que :

Ainsi, Merz & Wuthrich ont estimé cette formule comme suit :

$$\text{MSEP}(CDR_i(\hat{I}))_{CDR(I|D_I)} = E((CDR_i(I) - CDR_i(\hat{I}))^2 | D_I)$$

Merz & Wuthrich ont estimé cette formule:

$$\widehat{\text{MSEP}}(0)_{CDR_i(I|D_I)} = \widehat{C}_{i,I}^2 \cdot \left[ \left( \frac{\hat{\sigma}_{I-i}^2}{\hat{\lambda}_{I-i}^2 * C_{i,I}^2} \right) + \left( \frac{\hat{\sigma}_{I-i}^2}{\hat{\lambda}_{I-i}^2 * S_{I-i}^I} \right) + \sum_{j=I-i+1}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \cdot \frac{C_{I-j,j}^2}{S_j^{I+1/2}} \cdot \left( \frac{1}{C_{I-j,j}} + \frac{1}{S_j^I} \right) \right]$$

$$\text{Avec} \quad S_j^I = \sum_{i=0}^{I-j-1} \widehat{C}_{i,I}$$

Il est à noter que si on avait les vraies valeurs des facteurs de développement de CL, on aurait :

$$E(CDR_i(\widehat{I+1}) | D_I) = 0$$

C'est pour cela qu'on adopte cette estimation, par hypothèse, dans le modèle de M&W.

En ce qui concerne les estimateurs des MSEP pour les années de survenance agrégées, on a :

$$\begin{aligned} \widehat{\text{MSEP}}(0)_{\sum_{i=2}^I CDR_i(I|D_I)} &= \sum_{i=2}^I \widehat{\text{MSEP}}(0)_{CDR_i(I|D_I)} + 2 \cdot \left[ \sum_{k>i>1} \widehat{C}_{i,I} * \widehat{C}_{k,I} \cdot \left( \frac{\hat{\sigma}_{I-i}^2}{\hat{\lambda}_{I-i}^2 * S_{I-i}^{I+1}} \right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{C_{i,I-i}}{S_{I-j}^{I+1}} * \frac{\hat{\sigma}_{I-i}^2}{\hat{\lambda}_{I-i}^2 * S_{I-i}^I} + \sum_{j=I-i+1}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \cdot \frac{C_{I-j,j}^2}{S_j^{I+1/2}} \cdot \left( \frac{1}{C_{I-j,j}} + \frac{1}{S_j^I} \right) \right]. \end{aligned}$$

La loi la plus utilisée pour simuler la fluctuation des CDR autour de zéro est la loi normale. Du coup, on peut calculer leurs intervalles de confiance et ce pour cerner leur comportement par année de survenance ou même agrégées.

## **Comparaison avec le modèle de Mack :**

Rappelons brièvement les deux formules :

Mack :

$$\widehat{MSEP}(R_i) = C_{i,I}^2 * \left( \sum_{j=I-i+1}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \cdot \hat{C}_{i,j} + \sum_{j=I-i+1}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2 * S_j^{I+1}} \right)$$

M&W :

$$\widehat{MSEP}(0)_{CDR_i(I|D_I)} = \hat{C}_{i,I}^2 \cdot \left[ \left( \frac{\hat{\sigma}_{I-i}^2}{\hat{\lambda}_{I-i}^2 * C_{i,I}^2} \right) + \left( \frac{\hat{\sigma}_{I-i}^2}{\hat{\lambda}_{I-i}^2 * S_{I-i}^I} \right) + \sum_{j=I-i+1}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2} \cdot \frac{C_{I-j,j}^2}{S_j^{I+1}} \cdot \left( \frac{1}{C_{I-j,j}} + \frac{1}{S_j^I} \right) \right]$$

Nous avons comparé la formule obtenue par M&W de l'erreur quadratique moyenne à celle de Mack. Dans la dernière formule, seul le premier terme de la diagonale principale (I-i) concernant l'erreur de processus de Mack est maintenue. Concernant l'erreur d'estimation, elle est également maintenue pour la diagonale (I-i).

## **Limites du modèle de MERZ et WUTHRICH :**

Le modèle de MERZ et WUTHRICH est très utilisé dans le domaine de l'actuariat non-vie. Néanmoins, il présente des limites non négligeables.

Les formules pour estimer la volatilité des CDR de M&W reposent sur la méthode de Mack. Il faut donc que les triangles de paiements satisfassent les hypothèses de cette méthode.

La méthode de M&W donne une évaluation analytique du risque de provisionnement à un an sans aucune distribution des CDR. Enfin, l'estimation de M&W repose sur l'approximation

$$\prod_{j=0}^I (1 + a_j) \quad \text{avec } a_j \ll 1$$

Il faut que  $\left( \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2 * \hat{C}_{i,I-i}} \right) \ll 1$ , du coup il faut vérifier pratiquement cette condition avant d'adopter les formules de M&W précédentes.

## **II. Cadre pratique de la méthode M&W :**

Avant de faire tout calcul de M&W il est important de vérifier la condition d'usage de la formule approchée de M&W qui stipule que :

$$\left( \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{\lambda}_j^2 * \hat{C}_{i,I-i}} \right) \ll 1$$

<b>a(j)</b>	0,00214	0,00362	0,00250	0,00137	0,00014	0,00004	0,00003	0,00000	0,00018	0,00002	0,00000
-------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

Tableau 41: Calcul des rapports a(j), j=0 ..... 11

On constate que l'hypothèse est vérifiée.

Nous passons ensuite au calcul des erreurs quadratiques moyennes pour les CDR par année de survenance ainsi que le CDR totale en se basant sur les dernières valeurs comme suit :

Année de survenance	MSEP(Ri)
2006	8,1339E+10
2007	6,0273E+11
2008	4,5406E+12
2009	7,6051E+11
2010	2,2365E+12
2011	2,2795E+12
2012	6,5734E+12
2013	4,2378E+13
2014	1,193E+14
2015	3,0312E+14
2016	1,0028E+15
total	1,7097E+15

Tableau 42: Erreur quadratique moyenne par année de survenance et Totale.

Nous calculerons les coefficients de variations renseignant sur la stabilité des réserves à un an ainsi que les coefficients de variation relatifs dont l'expression est comme suit :

$$\text{Coef\_relatif} = \frac{\text{Coef\_Varia}_{\text{Mack}}}{\text{Coef\_Varia}_{\text{M\&W}}}$$

Nous obtenons :

Année de survenance	Coef_varia (M&W)	Coef_varia (Mack)	% de la volatilité de Mack
2006	17400,66%	19489,41%	89,28%
2007	73,64%	81,96%	89,85%
2008	68,80%	75,62%	90,98%
2009	14,95%	47,33%	31,59%
2010	17,03%	35,18%	48,42%
2011	13,09%	27,23%	48,06%
2012	15,33%	23,08%	66,43%
2013	26,22%	29,75%	88,13%
2014	19,08%	24,08%	79,23%
2015	15,28%	19,97%	76,51%
2016	14,05%	18,22%	77,13%
total	8,83%	11,57%	76,31%

**Tableau 43: Calcul des coefficients de variations de M&W et ceux par rapport à Mack par année de survenance et totale**

Nous remarquons qu'il y a une instabilité à un an des réserves surtout pour les premières années de survenance. Mais cette fois, une pseud-stabilité commence à partir de 2009 sans qu'il y a une tendance croissante. Le plus important c'est la stabilité de la réserve totale à l'horizon d'un an et ce avec un coefficient de 8.83%.

D'autre part, nous remarquons que la part de la volatilité à un an de celle à l'ultime est importante, et ce pour toutes les années de survenance et même agrégées. Par exemple, une part de 76,31% traduit que si on arrive à maîtriser la volatilité de notre réserve ou bien le risque de provisionnement pour un horizon d'un an, on est sûr à 76,31% qu'on maîtrisera le risque de provisionnement à l'ultime, ce qui constitue une donnée importante permettant de clarifier la vision à l'ultime et ce à partir de l'année calendaire actuelle.

Pour finir, il sera intéressant de cerner le comportement des CDR par année de survenance et même pour le CDR de toutes les années, surtout que le modèle de M&W ne communique pas une distribution des CDR. Pour ce faire, on construira des intervalles de confiance avec la loi normale qui, comme on le verra dans la partie de Bootstrap modifié, ajuste mieux l'évolution des CDR. La forme de ces intervalles de confiance est la suivante :

$$IC_{95\%}(CDR_i) = [\pm 1.96 * \hat{S}E_{CDR_i}(0)] \text{ avec } \hat{S}E_{CDR_i}(0) = \sqrt{MS\hat{E}P_{CDR_i}(0)}$$

Ce-ci sous l'hypothèse de M&W :  $E(CDR_i(I+1) | D_i) = 0$

D'où :

	loi normale	
	intervalle de confiance	
	borne inferieure	borne superieure
<b>2005</b>		
<b>2006</b>	-558991,7863	558991,7863
<b>2007</b>	-1529371,893	1529371,893
<b>2008</b>	-4198307,234	4198307,234
<b>2009</b>	-1717830,545	1717830,545
<b>2010</b>	-2946276,111	2946276,111
<b>2011</b>	-2974573,274	2974573,274
<b>2012</b>	-5051455,026	5051455,026
<b>2013</b>	-12826260,83	12826260,83
<b>2014</b>	-21520498,26	21520498,26
<b>2015</b>	-34303138,27	34303138,27
<b>2016</b>	-62392315,37	62392315,37
<b>total</b>	-81467475,67	81467 475,67

**Tableau 44: Intervalles de confiances, selon la loi normale, des CDR.**

## Approche du SCR par simulation Bootstrap :

Le bootstrap utilisé dans cette partie se caractérise par un calcul des résidus des facteurs de développement ainsi qu'un ré-échantillonnage de ces résidus reposant sur le modèle de Chain Ladder et le modèle qu'on a choisie comme meilleur que nous décrirons par la suite. Ce ré-échantillonnage, effectué à chaque itération, permet le calcul de nouveaux facteurs de développement servant à simuler une nouvelle diagonale I+1, incorporant une erreur de processus. Le triangle est ensuite complété. A chaque itération, le CDR est obtenu à partir des provisions aux temps I et I+1 ajustés par les paiements effectués au temps I+1. L'estimation de la msep correspond alors à la variance empirique des CDR obtenus.

### Etapes du Bootstrap :

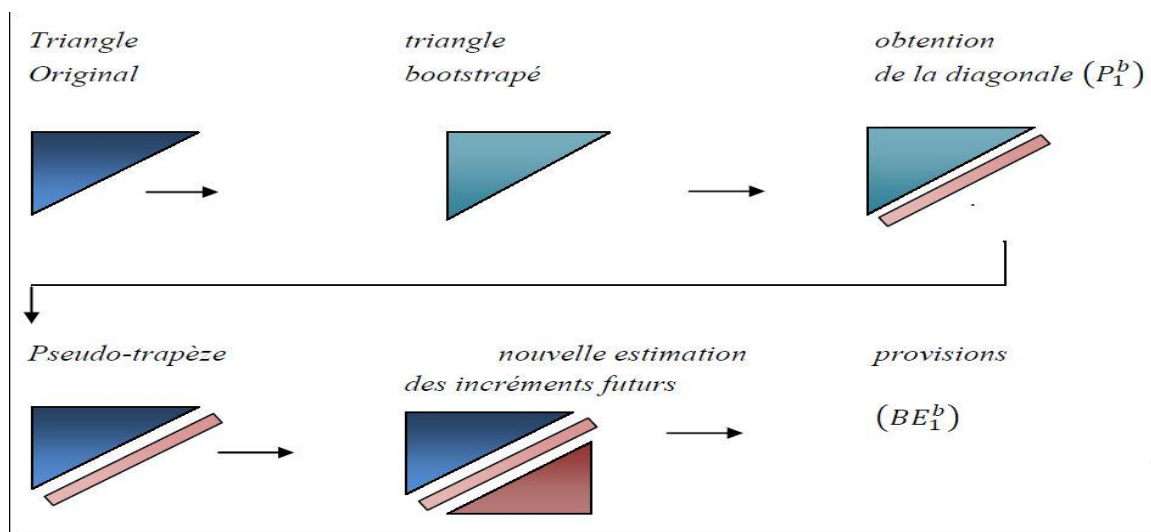


Figure 40: Etapes Bootstrap\*

#### ETAPE 1 : Calcul de la provision au temps I

La provision au temps I est calculée par la formule :

$$R^I = \sum_{i=1}^I (\hat{C}_{i,J} - C_{i,J-i})$$

#### ETAPE 2 : Calcul des résidus :

Il s'agit des résidus calculé à partir des deux triangles décumulée, celui des paiement  $D_{i,j}$  et le triangle calculé selon les estimateurs de la loi Log Normal  $\hat{D}_{i,j}$  ; choisie comme meilleur modèle selon la partie « Analyse des résultats ».

Triangle des paiements décumulé estimé selon la loi Log Normal :

mat												
2005	26395392	67619029	53084737	30168232	15725592	8090491	4337029	2677248	1931293	1838021	1157994	2000
2006	19571794	50138513	39361550	22369299	11660295	5998980	3215843	1985140	1432025	1362866	1157994	,
2007	19548322	50078383	39314344	22342472	11646311	5991786	3211986	1982759	1430308	1361231	,	,
2008	18680673	47855662	37569383	21350805	11129391	5725841	3069423	1894755	1366824	,	,	,
2009	24662637	63180104	49599931	28187805	14693268	7559382	4052320	2501497	,	,	,	,
2010	25050391	64173442	50379757	28630983	14924280	7678233	4116031	,	,	,	,	,
2011	21666980	55505907	43575255	24763962	12908544	6641179	,	,	,	,	,	,
2012	21784298	55806449	43811198	24898049	12978439	,	,	,	,	,	,	,
2013	18529970	47469597	37266300	21178562	,	,	,	,	,	,	,	,
2014	22113526	56649856	44473319	,	,	,	,	,	,	,	,	,
2015	25175957	64495112	,	,	,	,	,	,	,	,	,	,
2016	31267820	,	,	,	,	,	,	,	,	,	,	,

Les résidus sont calculés selon la formule suivante :

$$r_{i,j} = \frac{D_{i,j} - \widehat{D}_{i,j}}{\sqrt{\widehat{D}_{i,j}}}$$

#### ETAPE 3: Ré-échantillonnage des résidus :

On procède à un ré-échantillonnage de 10000 triangles de résidus, A chaque itération, un nouvel ensemble de résidus  $r_{i,j}$  est créé aléatoirement donnant lieu au calcul de nouveaux triangles de paiement à partir de la formule suivante :

$$D_{i,j} = r_{i,j} \sqrt{\widehat{D}_{i,j}} + \widehat{D}_{i,j}$$

#### ETAPE 4 : Extraction de la diagonale I+1 :

On calcule les triangles cumulés estimés, ensuite on remplit la partie inférieure par la méthode Chain Ladder. Après on extrait la diagonale I+1. Finalement on l'injecte dans le triangle initial des paiements.

mat												
2005	18433609	86703860	134857383	164766084	178440010	185619501	188707852	190465186	192620093	197317843	199093199	199095199
2006	23200115	73071166	113472434	133595353	146316849	152130629	156830716	160445213	161949834	162598577	163158610	163158894
2007	18453336	68154923	110403742	136428008	146547073	155048138	159022794	160881751	161919029	163037835	164527645	
2008	18155623	74316744	116627331	138218063	149826749	158165186	160152450	161413470	163020798	165029734		
2009	23995702	92184289	143840083	175729898	193522503	197640420	201342203	204695575	207194247			
2010	22066673	85120681	144132692	185222923	195206201	201214496	206618807	208569147				
2011	25300567	91811463	143859693	158936289	168544211	177309107	179514364					
2012	23892101	82266776	111975467	128560819	153598459	161808022						
2013	21468633	62741696	88332465	118937964	130424815							
2014	21728359	65831187	123951021	155561309								
2015	26506566	87759274	135719268									
2016	31265434	125681623										

**ETAPE 5: Calcul des nouveaux facteurs de développement au temps I+1**

Au temps I+1, la nouvelle diagonale est simulée et les facteurs de développement doivent être recalculés et estimer les nouveaux triangles en I+1 .

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2005	18433609	86703860	134857383	164766084	178440010	185619501	188707852	190465186	192620093	197317843	199093199	199095199
2006	23200115	73071166	113472434	133595353	146316849	152130629	156830716	160445213	161949834	162598577	163158610	163146788
2007	18453336	68154923	110403742	136428008	146547073	155048138	159022794	160881751	161919029	163037835	163024348	163019928
2008	18155623	74316744	116627331	138218063	149826749	158165186	160152450	161413470	163020798	163009896	163733655	163729215
2009	23995702	92184289	143840083	175729898	193522503	197640420	201342203	204695575	204687101	206631343	207548780	207543153
2010	22066673	85120681	144132692	185222923	195206201	201214496	206618807	206606670	208088301	210064850	210997532	210991811
2011	25300567	91811463	143859693	158936289	168544211	177309107	177289427	179245167	180530581	182245370	183054534	183049571
2012	23892101	82266776	111975467	128560819	153598459	153593836	156452208	158178086	159312423	160825669	161539730	161535350
2013	21468633	62741696	88332465	118937964	118925028	123274826	125568963	126954158	127864579	129079115	129652222	129648707
2014	21728359	65831187	123951021	123945128	134165891	139073137	141661281	143223995	144251091	145621276	146267830	146263864
2015	26506566	87759274	87758105	104354629	112959921	117091538	119270605	120586320	121451076	122604692	123149054	123145715
2016	31265434	31265434	47410902	56377096	61026064	63258151	64435382	65146191	65613371	66236607	66530695	66528891

**ETAPE 5: Calcul des nouveaux facteurs de développement au temps I+1**

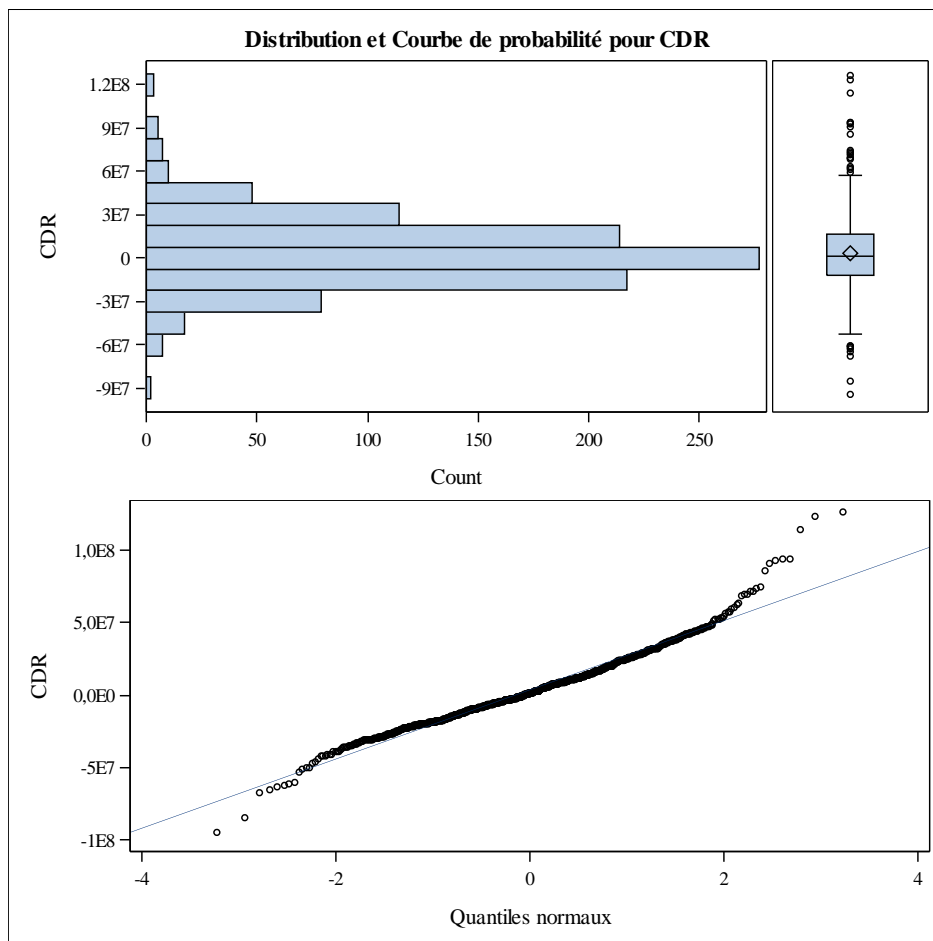
On a calculé dans l'étape 1 LES  $C_{i,I}$  dans l'étape 5 on a pu calculer les  $C_{i,I+1}$  .D'ou le calcul de  $CDR_i(I + 1)$ :

$$CDR_i(I + 1) = E(C_{i,I}|D_I) - E(C_{i,I}|D_{I+1})$$

**Procédure UNIVARIATE****Variable :****- CDR**

Moments			
<b>N</b>	1000	<b>Somme des poids</b>	1000
<b>Moyenne</b>	3248496.83	<b>Somme des observations</b>	3248496827
<b>Ecart-type</b>	23878035.4	<b>Variance</b>	5.70161E14
<b>Skewness</b>	0.61978168	<b>Kurtosis</b>	2.58953361
<b>Somme des carrés non corrigée</b>	5.80143E17	<b>Somme des carrés corrigée</b>	5.6959E17
<b>Coeff. variation</b>	735.048752	<b>Moy. erreur std</b>	755089.779

Tableau 45: Statistiques



La distribution du  $-CDR$  suit une Loi Normale comme le montre le graphe ci-dessus.

### ***Calcul du SCR :***

Après l'élaboration des modèles précédents (c'est-à-dire M&W et Bootstrap modifié), on a tous les ingrédients pour calculer le SCR et ce dans le cadre du modèle standard :

$$SCR = VAR_{99,5\%}(-CDR)$$

Quantiles (Définition 5)	
Quantile	Valeur estimée
100% Max	126459133
99.5%	<b>93796495</b>
99%	72991852
95%	42605199
90%	32045547
75% Q3	16235725
50% Médiane	1497767
25% Q1	-11939491
10%	-22699911
5%	-30490219
1%	-50764627
0% Min	-94705683

Tableau 46: Quantile 99.5 %

Ainsi, on déduit que le SCR adéquat pour la branche pilote de la compagnie est :

**93 796 495DHS.**

## Chapitre III : Présentation de l'application réalisée.

### *Application Méthodes déterministes*

Pour plus d'interactions avec l'utilisateur, nous avons choisi l'interface suivante :

The screenshot displays the RMA application interface with a dark blue background and white text. On the right side, there is a logo featuring a lion's head inside a circular frame, followed by the letters 'RMA' in a large, serif font. Below the logo is a button labeled 'Best Estimate'. The main interface is divided into several sections:

- SUPPRESSION**: Contains two buttons, 'Effacer Triangle' and 'Effacer Résultat'.
- IMPORTATION DE DONNEES**: Includes a text input field for 'Année comptable', a 'VALIDER' button, and a 'Best Estimate' button.
- CHOIX DE TRIANGLE**: Features three input fields for 'Taille de triangle', 'Choix de triangle', and 'Catégorie', along with checkboxes for 'Reglement' and 'Charge', and a 'VALIDER' button.
- CHOIX DE METHODES**: Contains buttons for 'CHAIN LADDER', 'H0', 'H1', 'LONDON CHAIN', and 'TAYLOR'. Below these are checkboxes for 'Moyenne', 'Pondération wij', and 'Pondération wij²', a 'Pondération de' dropdown menu, and a 'CHAIN LADDER PONDERE' button.
- Recap/Indices**: Includes buttons for 'RECAPE', 'Indice de stabilisation', 'Duration', and 'SSE'.

#### *La section « SUPPRESSION » :*

Pour supprimer tout calcul effectué précédemment, la première chose à faire est d'appuyer sur les boutons de la section « SUPPRESSION ».

#### *La section « IMPORTATION DE DONNEES » :*

C'est la partie en relation avec l'infocentre de la compagnie, son rôle réside dans le fait d'importer les données saisies sur le système de l'année comptable, d'une manière simple et facile à manipuler pour un utilisateur quelconque.

#### *La section « CHOIX DU TRIANGLE » :*

Cette partie de l'application nous permet de choisir la taille du triangle sur lequel on aimerait faire les calculs et tests, le triangle peut être brute ou retraité. On peut également choisir la branche d'assurance ainsi que le type de paiement que ce soit règlements ou charges.

Après le remplissage des cases on appuie sur le bouton « VALIDER ».

## ***La section « CHOIX DE LA METHODE » :***

Passons maintenant à la partie contenant les différentes méthodes déterministes :

Nous constatons l'existence de 4 méthodes de calcul :

CHAIN-LADDER : qui nous permet d'obtenir les résultats de cette méthode appliquée sur le triangle choisi dans la section précédente.

H0 et H1 représentent les hypothèses nécessaires pour l'application de cette méthode.

CHAIN-LADDER PONDERE : dans laquelle on a programmé plusieurs pondérations comme la moyenne, les pondérations par les coefficients  $w_{ij}$  et  $w_{ij}^2$ ...

LONDON-CHAIN : un appui sur ce bouton est suffisant pour obtenir les résultats de cette méthode.

TAYLOR : idem pour cette méthode aussi.

Cette section contient une sous section « RECAP/INDICES » qui nous servent pour faire une analyse globale des résultats ainsi que choisir la bonne méthode à appliquer.

Bouton « Best Estimate » :

Ce bouton sert à calculer bien évidemment le Best Estimate.

Avec un clique sur ce bouton, nous obtenons une autre interface :



L'interface est constituée de 3 sections :

***1ère section :*** « Choix de la méthode »

Dans laquelle on remplit le triangle par une méthode de notre choix, les triangles contiendront les règlements décumulés.

**2ème section** : « Calcul du Best Estimate »

Cette partie contient 2 boutons, le premier nous renvoie un tableau dans lequel on doit saisir les taux zéro-coupon et le deuxième nous donne le Best Estimate résultant.

**3ème section** : « Résultats »

Finalement afin de pouvoir faire des comparaisons cette partie nous permet de garder les résultats obtenus dans la récap.

Le bouton Vider sert à effacer le contenu afin de pouvoir refaire le calcul mais cette fois avec une autre méthode.

## Application Méthodes stochastiques

The screenshot shows a software interface titled "Méthodes Stochastiques" within a window named "UserForm3". The interface is divided into four main sections:

- SUPPRESSION**: Contains two buttons: "Effacer Triangle" and "Effacer Résultat".
- IMPORTATION DE DONNEES**: Contains a text input field labeled "Année comptable", a "VALIDER" button, and a small empty text box.
- CHOIX DE TRIANGLE**: Contains three input fields: "taille de triangle", "Choix de triangle", and "Catégorie". To the right are two checkboxes labeled "Reglement" and "Charge", and a "VALIDER" button.
- CHOIX DE METHODES**: Contains four buttons: "Méthode de MACK", "Méthode M&W", "Test d'hypothèse", "H1", and "H2".

On the right side of the interface, there is a logo for "RMA" (Régulation des Marchés d'Assurance) featuring a lion's head in a circle.

Cette application contient 4 sections : dont les trois premières sections « SUPPRESSION », « IMPORTATION DE DONNEES » et « CHOIX DE TRIANGLE » sont décrites dans la partie précédente.

### ***La section « CHOIX DE LA METHODE » :***

Cette partie contient seulement deux méthodes :

La méthode de Mack avec ses deux hypothèses et la méthode de M&W (Merz & Wuthrich).

Les méthodes Bootstrap et GLM sont programmées sur le logiciel SAS.

## ***Conclusion de la partie***

En se basant sur la nouvelle réglementation, de la solvabilité marocaine nous avons pu calculé le Best Estimate et la marge du risque.

Vu l'absence jusqu'aujourd'hui de formules ou méthodes concrètes pour le calcul du SBR, nous nous sommes basées sur la méthodes M&W et Bootstrap pour estimer le SCR provisionnement selon la vision européenne.

## Conclusion

En guise de conclusion, pourvu de quantifier l'incertitude sur les réserves estimées, la nouvelle réglementation en solvabilité (Solvabilité<sup>2</sup>) propose une approche sur un horizon d'un an. Nous avons vu à cet égard que certaines méthodes s'avèrent capable de fournir des informations sur cette incertitude. Pour cela, le modèles M&W, se caractérisant par une formule fermée, nous renseigne sur l'incertitude du CDR par le biais des Intervalles de confiance, et le modèle de Bootstrap, qui produit des résultats bien plus complets puisqu'il donnent une vision de la distribution du CDR.

Mais bien avant cela, le choix d'une meilleure méthode de provisionnement s'avère nécessaire. Dans cette optique, nous avons étudié les méthodes de provisionnement déterministes et stochastiques, et nous avons pu comparer les différents résultats par le biais d'applications numériques sur des triangles de règlements pour les branches non-vie. Ceci nous a permis de mettre en avant les disparités des réserves estimées, nous avons ensuite cherché à introduire le calcul du SSE pour avoir une idée de la méthode la plus appropriée.

De surcroit, le choix d'une meilleure méthode ne repose pas simplement sur l'estimation des réserves ou le calcul de l'incertitude. Il faut tout d'abord vérifier que les hypothèses des modèles sont respectées. Nous avons choisit la méthode GLM pour la branche AT comme meilleure méthode, et ensuite nous avons calculé la distribution du CDR via la méthode de bootstrap.

Après avoir tous les ingrédients, nous avons calculé le SCR provisionnement qui permet de faire face au risque de ruine à 99.5 % de confiance , ce qui est considéré comme niveau acceptable par l'assureur.

# ANNEXES

## Annexe 1 : Branche RC Auto Materiel

### CHAIN LADDER

Réglements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
2005	11224349	31327319	45748461	43600706	43893871	44208199	44365481	44695177	44762428	44787863	44828732	44881168
2006	12943386	41188256	48544603	42709402	43913252	44401758	47487889	48263485	48450843	48449879	48520737	<b>48577492</b>
2007	32120859	63330759	43662143	44050106	44126404	53073637	54160092	55429946	54885332	54923416	<b>54989231</b>	<b>55053552</b>
2008	39248079	70353965	44552945	44312328	59881156	61678947	64778356	63996951	64097960	<b>64125034</b>	<b>64201875</b>	<b>64276973</b>
2009	50168619	80543169	61834867	73012270	78409107	84298560	83943973	83872293	<b>83797657</b>	<b>83833052</b>	<b>83933509</b>	<b>84031687</b>
2010	56839227	42224781	74349412	76462813	81227508	82041762	81914824	<b>82337844</b>	<b>82264574</b>	<b>82299322</b>	<b>82397941</b>	<b>82494322</b>
2011	51321656	105797169	96511527	101721749	103265491	102700441	<b>104630470</b>	<b>105170798</b>	<b>105077210</b>	<b>105121592</b>	<b>105247560</b>	<b>105370669</b>
2012	83373594	96813132	110546416	113754892	113943617	<b>118375530</b>	<b>120600139</b>	<b>121222936</b>	<b>121115063</b>	<b>121166220</b>	<b>121311414</b>	<b>121453313</b>
2013	76163391	104481465	113380560	116262821	<b>122518699</b>	<b>127284145</b>	<b>129676171</b>	<b>130345839</b>	<b>130229848</b>	<b>130284855</b>	<b>130440975</b>	<b>130593553</b>
2014	85971588	97563488	103283687	<b>105991485</b>	<b>111694682</b>	<b>116039121</b>	<b>118219822</b>	<b>118830327</b>	<b>118724583</b>	<b>118774730</b>	<b>118917058</b>	<b>119056156</b>
2015	110264132	120981831	<b>122431575</b>	<b>125641374</b>	<b>132401894</b>	<b>137551754</b>	<b>140136737</b>	<b>140860425</b>	<b>140735077</b>	<b>140794521</b>	<b>140963235</b>	<b>141128121</b>
2016	138192664	<b>193721549</b>	<b>196042943</b>	<b>201182618</b>	<b>212007866</b>	<b>220254054</b>	<b>224393245</b>	<b>225552046</b>	<b>225351334</b>	<b>225446518</b>	<b>225716671</b>	<b>225980694</b>
Coeff de dev		<b>1,402</b>	<b>1,012</b>	<b>1,026</b>	<b>1,054</b>	<b>1,039</b>	<b>1,019</b>	<b>1,005</b>	<b>0,999</b>	<b>1,000</b>	<b>1,001</b>	<b>1,001</b>

Et les provisions annuelles et totale :

	provisions	Provision totale
2005	0	149 322 239,427
2006	56755,0659	
2007	130136,113	
2008	179012,398	
2009	159394,053	
2010	579498,484	
2011	2670227,47	
2012	7509695,38	
2013	14330732,4	
2014	15772469,3	
2015	20146289,5	
2016	87788029,3	

### CHAIN LADDER PONDEREE

Pondération par : la moyenne

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provision totale
coefficients fj	1,7193	1,0688	1,0171	1,0676	1,0472	1,0230	1,0069	0,9993	1,0004	1,0012	1,0012	<b>240 300 613,75</b>
provisions	56755	129542	177785	172490	731450	3300778	9218771	17905607	17945548	30791116	159870772	

### Pondération par : wij

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provision totale
coefficients fj	1,4274	1,0674	1,0308	1,0660	1,0443	1,0209	1,0059	0,9991	1,0004	1,0012	1,0012	<b>189 952 538,42</b>
provisions	56755	130262	178894	159017	636192	2958539	8469970	16885682	18640872	31466865	110369490	

### Pondération par : wij<sup>2</sup>

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provision totale
coefficients fj	1,3073	1,0786	1,0373	1,0601	1,0396	1,0184	1,0048	0,9990	1,0004	1,0012	1,0012	<b>166 160 140,93</b>
provisions	56755	130979	180089	148136	539942	2580928	7491780	15095536	17768224	31963653	90204118	

### Pondération par : la moyenne des 8 derniers fj

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provision totale
coefficients fj	1,3709	1,0061	1,0251	1,0676	1,0472	1,0230	1,0069	0,9993	1,0004	1,0012	1,0012	<b>160 912 119,27</b>
provisions	56755	129542	177785	172490	731450	3300778	9218771	17905607	18899859	23017055	87302028	

## LONDON CHAIN

Règlements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
<b>2005</b>	11224349	31327319	45748461	43600706	43893871	44208199	44365481	44695177	44762428	44787863	44828732	44881168
<b>2006</b>	12943386	41188256	48544603	42709402	43913252	44401758	47487889	48263485	48450843	48449879	48520737	48577492
<b>2007</b>	32120859	63330759	43662143	44050106	44126404	53073637	54160092	55429946	54885332	54923416	54993089	55057415
<b>2008</b>	39248079	70353965	44552945	44312328	59881156	61678947	64778356	63996951	64097960	64128555	64208497	64283602
<b>2009</b>	50168619	80543169	61834867	73012270	78409107	84298560	83943973	83872293	83811392	83849691	83951633	84049831
<b>2010</b>	56839227	42224781	74349412	76462813	81227508	82041762	81914824	82148884	82090171	82127797	82227818	82324000
<b>2011</b>	51321656	105797169	96511527	101721749	103265491	102700441	104035007	104353435	104266537	104312830	104437599	104559760
<b>2012</b>	83373594	96813132	110546416	113754892	113943617	117084119	118637723	119011847	118906343	118958357	119099463	119238774
<b>2013</b>	76163391	104481465	113380560	116262821	120551095	123906174	125563666	125964206	125849877	125904604	126053459	126200905
<b>2014</b>	85971588	97563488	103283687	106506000	110386509	113411494	114909171	115269074	115168321	115218874	115355808	115490741
<b>2015</b>	110264132	120981831	120297596	124064375	128678699	132297720	134083000	134516034	134390850	134448915	134607301	134764752
<b>2016</b>	138192664	174352536	173065496	178520914	185411130	190872527	193549799	194209643	194008689	194090053	194314970	194542262
coef de dev	1,2745	0,9887	1,0320	1,0418	1,0325	1,0152	1,0038	0,9987	1,0004	1,0011	1,0012	
alpha	-1777508	682215	-82896	-570677	-559797	-229382	-78370	45561	5545	8406	0	

Les provisions sont :

	provisions	provisions totales
<b>2005</b>	<b>0</b>	<b>100395243,8</b>
<b>2006</b>	<b>56755,0659</b>	
<b>2007</b>	<b>133999,571</b>	
<b>2008</b>	<b>185641,954</b>	
<b>2009</b>	<b>177538,476</b>	
<b>2010</b>	<b>409176,183</b>	
<b>2011</b>	<b>1859318,93</b>	
<b>2012</b>	<b>5295157,04</b>	
<b>2013</b>	<b>9938084,3</b>	
<b>2014</b>	<b>12207053,6</b>	
<b>2015</b>	<b>13782920,9</b>	
<b>2016</b>	<b>56349597,7</b>	

## TAYLOR

Réglements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
<b>2005</b>	11224349	31327319	45748461	43600706	43893871	44208199	44365481	44695177	44762428	44787863	44828732	44881168
<b>2006</b>	12943386	41188256	48544603	42709402	43913252	44401758	47487889	48263485	48450843	48449879	48520737	48585149
<b>2007</b>	32120859	63330759	43662143	44050106	44126404	53073637	54160092	55429946	54885332	54923416	54997320	55072449
<b>2008</b>	39248079	70353965	44552945	44312328	59881156	61678947	64778356	63996951	64097960	64125382	64211582	64299209
<b>2009</b>	50168619	80543169	61834867	73012270	78409107	84298560	83943973	83872293	83803710	83835694	83936235	84038441
<b>2010</b>	56839227	42224781	74349412	76462813	81227508	82041762	81914824	82311295	82231301	82268607	82385875	82505084
<b>2011</b>	51321656	105797169	96511527	101721749	103265491	102700441	104466084	104928515	104835214	104878725	105015503	105154545
<b>2012</b>	83373594	96813132	110546416	113754892	113943617	118088807	120148198	120687563	120578739	120629490	120789023	120951198
<b>2013</b>	76163391	104481465	113380560	116262821	122620568	127455388	129857398	130486497	130359568	130418762	130604837	130793992
<b>2014</b>	85971588	97563488	103283687	106643905	114059384	119698569	122500198	123233960	123085914	123154955	123371987	123592612
<b>2015</b>	110264132	120981831	122607048	126526302	135175486	141752855	145020589	145876426	145703749	145784278	146037417	146294747
<b>2016</b>	138192664	181955009	183850611	188421907	198510047	206181686	209993069	210991290	210789886	210883812	211179065	211479207

Les provisions sont :

	provisions	provisions totales
<b>2005</b>	<b>0</b>	<b>144072342,8</b>
<b>2006</b>	<b>64412,0986</b>	
<b>2007</b>	<b>149032,942</b>	

<b>2008</b>	201249,222	
<b>2009</b>	166147,72	
<b>2010</b>	590260,285	
<b>2011</b>	2454104,3	
<b>2012</b>	7007580,53	
<b>2013</b>	14531171,6	
<b>2014</b>	20308925,2	
<b>2015</b>	25312915,7	
<b>2016</b>	73286543,2	

## Branche RC Auto Corporel

### CHAIN LADDER

Réglements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
<b>2005</b>	4737304	34430394	96437490	165906646	211242297	236293383	253586591	265371634	272460586	276793731	282389224	286411436
<b>2006</b>	3751063	33334346	103314430	166244940	203683989	235681713	250259205	262506059	270174414	277465708	283030206	<b>287061548</b>
<b>2007</b>	5604853	42700142	107940426	167337468	215860546	246607684	265308445	280311952	289931496	296848959	<b>302826001</b>	<b>307139304</b>
<b>2008</b>	6669474	52278750	114762425	198369140	253002808	291538945	317494792	332630577	345554345	<b>353250108</b>	<b>360362785</b>	<b>365495613</b>
<b>2009</b>	6485077	41061878	108459055	181571921	257609114	297862142	324897389	341575909	<b>352744183</b>	<b>360600069</b>	<b>367860737</b>	<b>373100363</b>
<b>2010</b>	9427990	46549784	113615507	188759394	255231489	306978459	336781465	<b>353685527</b>	<b>365249741</b>	<b>373384136</b>	<b>380902211</b>	<b>386327592</b>
<b>2011</b>	12982621	54993976	128658424	203876586	253962963	293753165	<b>318011660</b>	<b>333973609</b>	<b>344893316</b>	<b>352574358</b>	<b>359673429</b>	<b>364796438</b>
<b>2012</b>	11682941	54512189	130487627	199951292	257283022	<b>297517333</b>	<b>322086678</b>	<b>338253165</b>	<b>349312798</b>	<b>357092265</b>	<b>364282303</b>	<b>369470959</b>
<b>2013</b>	11812009	61407207	144736260	225997386	<b>292914367</b>	<b>338720763</b>	<b>366692737</b>	<b>385098134</b>	<b>397689425</b>	<b>406546277</b>	<b>414732070</b>	<b>420639307</b>
<b>2014</b>	10199293	55789583	156546889	<b>253544427</b>	<b>328617983</b>	<b>380007765</b>	<b>411389270</b>	<b>432038120</b>	<b>446164175</b>	<b>456100597</b>	<b>465284165</b>	<b>471911441</b>
<b>2015</b>	11906078	72234278	<b>182450068</b>	<b>295497395</b>	<b>382993068</b>	<b>442886109</b>	<b>479460185</b>	<b>503525715</b>	<b>519989152</b>	<b>531569713</b>	<b>542272849</b>	<b>549996713</b>
<b>2016</b>	11909435	<b>68673662</b>	<b>173456628</b>	<b>280931559</b>	<b>364114342</b>	<b>421055099</b>	<b>455826343</b>	<b>478705621</b>	<b>494357531</b>	<b>505367257</b>	<b>515542807</b>	<b>522885942</b>
Coefficient de développement		<b>5,76632389</b>	<b>2,525810081</b>	<b>1,619606938</b>	<b>1,296096259</b>	<b>1,156381526</b>	<b>1,082581221</b>	<b>1,05019297</b>	<b>1,032696317</b>	<b>1,022270776</b>	<b>1,02013496</b>	<b>1,014243503</b>

D'où les provisions sont :

Réglements cumulés	provisions	provisions totales
<b>2005</b>	<b>0</b>	<b>1797310164</b>
<b>2006</b>	<b>4031341,54</b>	
<b>2007</b>	<b>10290345,1</b>	
<b>2008</b>	<b>19941268,6</b>	
<b>2009</b>	<b>31524454,3</b>	
<b>2010</b>	<b>49546127,6</b>	
<b>2011</b>	<b>71043273,6</b>	
<b>2012</b>	<b>112187937</b>	
<b>2013</b>	<b>194641921</b>	
<b>2014</b>	<b>315364552</b>	
<b>2015</b>	<b>477762435</b>	
<b>2016</b>	<b>510976507</b>	

## CHAIN LADDER PONDEREE

### Pondération par : la moyenne

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provisions_totales
coefficients fj	6,23	2,56	1,62	1,30	1,16	1,08	1,05	1,03	1,02	1,02	1,01	1851802934
provisions	4031342	10290374	19933883	31364332	49380603	70452596	111199938	193452457	315505903	485411048	560780457	

### Pondération par : wij

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provisions_totales
coefficients fj	5,693	2,517	1,611	1,300	1,159	1,083	1,050	1,033	1,023	1,020	1,014	1794545432
provisions	4 031 342	10 289 223	20027 321	31 657 122	49 752 943	71 529 075	113 542 394	197 548 091	316 089 742	476 724 589	503353 593	

### Pondération par : wij<sup>2</sup>

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provisions_totales
coefficients fj	5,50	2,51	1,60	1,30	1,16	1,09	1,05	1,03	1,02	1,02	1,01	1779682312
provisions	4031342	10288076	20113899	31939622	50098889	72545216	115595960	200415291	315753457	474945771	483954788	

### Pondération par : les 8 derniers fj

années de développement	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0	provisions_totales
coefficients fj	5,59	2,46	1,61	1,30	1,16	1,08	1,05	1,03	1,02	1,02	1,01	1741468048
provisions	4031342	10290374	19933883	31364332	49380603	70452596	111199938	193452457	312031360	460227344	479103818	

## LONDON CHAIN

Règlements cumulés	N-11	N-10	N-9	N-8	N-7	N-6	N-5	N-4	N-3	N-2	N-1	N-0
2005	4737304	34430394	96437490	165906646	211242297	236293383	253586591	265371634	272460586	276793731	282389224	286411436
2006	3751063	33334346	103314430	166244940	203683989	235681713	250259205	262506059	270174414	277465708	283030206	287061548
2007	5604853	42700142	107940426	167337468	215860546	246607684	265308445	280311952	289931496	296848959	302819092	307132296

<b>2008</b>	6669474	52278750	114762425	198369140	253002808	291538945	317494792	332630577	345554345	353355386	360464783	365599064
<b>2009</b>	6485077	41061878	108459055	181571921	257609114	297862142	324897389	341575909	353236293	361206930	368474626	373722996
<b>2010</b>	9427990	46549784	113615507	188759394	255231489	306978459	336781465	353739844	365797009	374044950	381571482	387006396
<b>2011</b>	12982621	54993976	128658424	203876586	253962963	293753165	318940433	335004623	346450656	354271486	361399352	366546945
<b>2012</b>	11682941	54512189	130487627	199951292	257283022	297794049	323318129	339601728	351197716	359123347	366349035	371567129
<b>2013</b>	11812009	61407207	144736260	225997386	292713869	338808269	367750921	386261485	399379485	408368830	416587388	422521052
<b>2014</b>	10199293	55789583	156546889	252013525	326437642	377846406	410042922	430673155	445239836	455241644	464405236	471019993
<b>2015</b>	11906078	72234278	181912682	292988598	379552139	439330955	476652263	500620947	517469281	529065705	539717713	547405184
<b>2016</b>	11909435	65455825	165005225	265676845	344148907	398348702	432254102	453997557	469325065	479858605	489518516	496490974
<b>coef de dev</b>	5,44	2,49	1,62	1,30	1,16	1,08	1,05	1,03	1,02	1,02	1,01	
<b>alpha</b>	679671	1739124	-867204	-238320	-32939	702679	78942	518392	172206	-14836	0	

<b>Réglements cumulés</b>	<b>provisions</b>	<b>provisions totales</b>
<b>2005</b>	0	<b>1774558519</b>
<b>2006</b>	4031341,54	
<b>2007</b>	10283337,2	
<b>2008</b>	20044719	
<b>2009</b>	32147087	
<b>2010</b>	50224931,7	
<b>2011</b>	72793780,1	
<b>2012</b>	114284107	
<b>2013</b>	196523666	
<b>2014</b>	314473105	
<b>2015</b>	475170906	
<b>2016</b>	484581539	

## TAYLOR

<b>nents cumulés</b>	<b>N-11</b>	<b>N-10</b>	<b>N-9</b>	<b>N-8</b>	<b>N-7</b>	<b>N-6</b>	<b>N-5</b>	<b>N-4</b>	<b>N-3</b>	<b>N-2</b>	<b>N-1</b>	<b>N-0</b>
<b>2005</b>	4737304	34430394	96437490	165906646	211242297	236293383	253586591	265371634	272460586	276793731	282389224	286411436
<b>2006</b>	3751063	33334346	103314430	166244940	203683989	235681713	250259205	262506059	270174414	277465708	283030206	287459050
<b>2007</b>	5604853	42700142	107940426	167337468	215860546	246607684	265308445	280311952	289931496	296848959	303349906	308087590
<b>2008</b>	6669474	52278750	114762425	198369140	253002808	291538945	317494792	332630577	345554345	352902721	359857004	364925066
<b>2009</b>	6485077	41061878	108459055	181571921	257609114	297862142	324897389	341575909	352842774	360703581	368142814	373564292
<b>2010</b>	9427990	46549784	113615507	188759394	255231489	306978459	336781465	354477303	366529851	374938824	382896824	388696363
<b>2011</b>	12982621	54993976	128658424	203876586	253962963	293753165	322068483	340998322	353891342	362886705	371399648	377603612
<b>2012</b>	11682941	54512189	130487627	199951292	257283022	306093226	336383083	356632975	370425076	380047721	389154305	395790896
<b>2013</b>	11812009	61407207	144736260	225997386	299373212	351587145	383989233	405651230	420405109	430698779	440440401	447539787
<b>2014</b>	10199293	55789583	156546889	254795432	333288043	389143060	423804674	446977247	462759972	473771460	484192405	491786859
<b>2015</b>	11906078	72234278	173770875	278870676	362836888	422586895	459665600	484454089	501337405	513116768	524264406	532388452
<b>2016</b>	11909435	71437265	180054410	292483236	382304743	446221354	485885704	512402791	530463448	543064233	554989239	563679806

## Annexe 2 :

### Best estimate RC Auto corporel

Année	Flux Futur	Taux zéros coupon	Facteur d'actualisation	Flux actualisés	Best Estimate
1	441163824,8	2,374%	0,97680779	430932262	1 652 696 028
2	410087620,7	2,495%	0,9519022	390363308	
3	321946444,9	2,597%	0,9259794	298115776	
4	224361101,4	2,682%	0,8995354	201820752	
5	147058891,6	2,759%	0,87278351	128350576	
6	94132730,19	2,874%	0,8436564	79415680,4	
7	62653585,82	2,974%	0,81453149	51033318,6	
8	42323277,27	3,076%	0,78477877	33214409,5	
9	28340137,1	3,179%	0,75453092	21383509,8	
10	17899414,59	3,277%	0,7244057	12966438	
11	7343135,428	3,369%	0,69452581	5099997,06	

### Best estimate RC Auto Materiel

Année	Flux Futur	Taux zéros coupon	Facteur d'actualisation	Flux actualisés	Best estimate
1	72802274,49	2,374%	0,97680779	71113829	<b>140 528 673,59</b>
2	18868060,01	2,495%	0,9519022	17960547,8	
3	19376170,96	2,597%	0,9259794	17941935,2	
4	18958783,68	2,682%	0,8995354	17054097	
5	11599190,71	2,759%	0,87278351	10123582,4	
6	5080444,425	2,874%	0,8436564	4286149,46	
7	1381619,651	2,974%	0,81453149	1125372,71	
8	153637,4896	3,076%	0,78477877	120571,44	
9	40299,9512	3,179%	0,75453092	304073,662	
10	435038,6057	3,277%	0,7244057	315144,446	
11	264022,465	3,369%	0,69452581	183370,416	

## **Bibliographie :**

Adrien VOGT, Modélisation stochastique en assurance non vie : calcul de l'exigence de capital réglementaire sous Solvency II, octobre 2010.

Christophe Bonnefoy et Bruno Devictor, Calcul stochastique de provisions techniques d'assurance non-vie, 2017.

Delphine BOUTHIER et Hélène HIPPOLYTE, Mesure du risque de provisionnement à un an en assurance IARD, Juin 2012.

Hélène COMPAIN, Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II, novembre 2010.

Ilan HABIB, Stéphane RIBAN, Quelle méthode de provisionnement pour des engagements non-vie, juin 2012.

Julien BENCTEUX, Modélisation du risque de provision par l'approche bootstrap, juillet 2015.

Martine LE CAMUS, Méthodes de provisionnement en RC corporelle automobile, 2014.

PHAN NGOC Hungmars, Provisionnement stochastique adapté aux spécialités de la réassurance non-vie, 2015.

Sandra GOTLIB, COMPARAISON DES METHODES DE PROVISIONNEMENT DANS LE CADRE DE LA GARANTIE

RESPONSABILITE CIVILE EN FLOTTE AUTOMOBILE, novembre 2012.

Selma JAZIRI, Méthodes de provisionnement non-vie et risque de réserve à un an, Juillet 2011.