ROYAUME DU MAROC

--*-*-*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

--*-*-*-*-*-*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA

Projet de Fin d'Etudes

****N°35****

Trading de volatilité et stratégies d'options

Préparé par : ***Mlle Roukia LAHLOU*** **(Actuariat-finance)**
Mr. Younes SAID (Statistique)

Sous la direction de : ***Mr. Yassine ELQALLI*** **(INSEA)**
Mr. Driss MASAOUDI **(Attijariwafa bank)**

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Devant le jury composé de :

- ***Mr. Yassine ELQALLI*** (INSEA)
- ***Mr. Lahcen ACHY*** (INSEA)
- ***Mr. Driss MASAOUDI*** (Attijariwafa bank)

Juin "2012"

Résumé

La notion de volatilité, tient aujourd'hui une large place dans l'étude des marchés et est un élément indispensable pour diversifier les portefeuilles, gérer le risque ou évaluer les options. La volatilité permet d'apprécier l'amplitude des mouvements réalisés sur un sous-jacent. Appréhendée de façon optimale, elle offre des opportunités de gain importantes en profitant des grands mouvements et des retournements de tendance.

Notre travail consiste à proposer des stratégies d'investissement basées sur une combinaison d'options dans l'objectif de faire du trading de volatilité. Ces stratégies sont par la suite comparées en termes de rendement et de risque.

Dans ce présent rapport, nous commençons tout d'abord par introduire quelques notions clés nécessaires à la compréhension du sujet. Nous nous attarderons par la suite sur les options, allant des modèles de pricing, passant par les grecs et clôturant ce chapitre par deux formes de couverture les plus répandues (delta & gamma hedging).

Le quatrième chapitre représente le noyau de notre étude. En effet, nous le consacrant pour notre application qui débutera par une analyse technique de la série de volatilité de l'EUR/USD. Cette analyse nous permettra par la suite d'initier nos différentes stratégies et évaluer nos gains et pertes sur chacune d'elles.

Enfin, après un back test qui nous a permis de valider nos résultats, nous réalisons une étude comparative entre ces stratégies à l'aide d'indicateurs permettant de mesurer la performance, le rendement et le risque.

Mots clés : Trading, volatilité, modèles de pricing, stratégies d'options, indicateurs techniques, Grecs.

Dédicace

Je dédie cet humble travail et ma profonde gratitude à ma mère et mon père pour l'éducation qu'ils m'ont prodigué, avec tous les moyens et au prix de toutes les sacrifices qu'ils ont consentis à mon égard, pour le sens du devoir qu'ils m'ont enseigné depuis mon enfance.

A mon cher frère, qui a toujours été là pour moi et dont les conseils m'ont toujours été d'une grande aide.

A ma chère binôme, qui m'a tant soutenu tout au long de la période de notre stage et qui m'a été d'une grande aide.

A Mariem, pour sa présence, son soutien et sa patience.

A mes chers amis, Amine, Yassir, Youssef, Driss, Yassine, Mouad, Talal, Loukal, Hamza, Mehdi, Amine, Marouane, Jihane, Salma, Sara. Veuillez accepter l'expérience de mon grand amour. Merci d'être là pour moi.

A mes grands-parents, mes oncles, tantes, cousins et cousines. Vous qui êtes si aimable, généreux, spontanés et bons, veuillez accepter cet hommage en témoignage de mon plus profond amour. Que Dieu vous garde.

A tous mes amis avec lesquels j'ai partagé mes moments de joie et de bonheur Que toute personne m'ayant aidé de près ou de loin, trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Younes SAID

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents

Avec tous mes sentiments de respect, d'amour et de gratitude, pour tous les sacrifices qu'ils ont consentis pour me permettre de suivre mes études dans les meilleures conditions possibles et n'avoir jamais cessé de m'encourager tout au long de mon parcours.

A ma petite sœur chérie, je t'aime tellement.

A mon cher binôme, pour avoir contribué à la réussite de ce travail, pour sa patience, son optimisme et sa joie de vivre.

A Yassine, sans qui ce stage n'aurait su être aussi agréable.

A mes deux chères amies, Sophia et Fatim-zahra, auprès de qui j'ai parcouru un si long chemin, vous avez toujours été là pour moi dans mes joies comme mes peines. Merci

A Mehdi, pour ses encouragements, sa présence, et sa patience.

A Salma et Sara, nous avons vécu tellement de choses en si peu de temps, vous avez égayé mes jours. Merci.

A toute ma famille, A tous mes amis avec lesquels j'ai partagé mes moments de joie et de bonheur.

Que toute personne m'ayant aidé de près ou de loin, trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Roukia Lahlou

Remerciements

Nos sincères remerciements s'adressent en premier lieu à notre maître de stage Mr Driss MASAOUDI, trader dérivés de change et matières premières à la salle des marchés d'Attijariwafa Bank, pour sa disponibilité, son dévouement, ses conseil et directives sans qui ce travail n'aurait pu se faire.

Nous tenons également à remercier notre cher encadrant, Mr Yassine ELQALLI, professeur à l'INSEA, pour ses conseils pertinents, le temps qu'il nous a accordé et ses explications qui nous ont été d'une grande aide.

Nos remerciements vont également vers Mr. Chakib ERQUIZI, Directeur de la banque des marchés et investissements d'Attijariwafa Bank, de nous avoir accueillis au sein de son service, ainsi que l'ensemble du personnel travaillant au sein de la salle des marchés, pour leur aide, leur sympathie et leur accueil : Mr Yassine RAFA, Mr Adil HAJJI, Mme Souad MAAZIZI, Mlle Omelghit NABHANE.

Un dernier mot de remerciement va aux membres du jury qui ont bien accepté d'évaluer notre projet de fin d'études.

Table des matières

Liste des abréviations

AIC: Akaike's Information Criteria

AR: Auto regressive

ARCH : Auto Regressive Conditionnal Heteroscedasticity

ARMA: Auto Regressive Mobil Average

ATM: At The Money

ATW: Attijariwafa bank

BIC: Bayesian Information Criteria

CAC 40: Cotation Assisté en Continu

EUR : Euro

FAC: Fonction d'auto corrélation

FSTE: Financial Times Stock Exchange

GARCH: Generalized Auto Regressive Conditionnal Heteroscedasticity

MA: Mobil Average

MACD: Mean Average Convergence Divergence

MC: Monte Carlo

MME : Moyenne Mobile exponentielle

MMS : Moyenne Mobile simple

P&L : Profit And Loss

PACF: Fonction d'auto corrélation partielle

QMV: Quasi Maximum de Vraisemblance

RSI: Relative Strength Index

USD : United States Dollar

VBA : Visual Basic for application

Liste des tableaux

Liste des figures

Introduction

La volatilité d'un actif mesure l'importance des variations de son cours sur une période donnée. Pour la plupart des observateurs, les marchés d’options sont avant tout des marchés où se confrontent l’offre et la demande de volatilité (Nandi et Wagonner [2001]). Cette dernière constitue un facteur déterminant sur le marché des options.

De ce fait, un trader option doit faire attention aux évènements qui peuvent secouer le marché, il doit constamment suivre la volatilité et même l’anticiper. En effet, les opérateurs qui s’engagent dans l’achat ou la vente d’options misent principalement sur leur habilité à prévoir la volatilité future des actifs sous-jacents, tout en se couvrant contre les variations de prix (couverture en *delta-gamma* neutre).

Une attention particulière a d’ailleurs été portée au pouvoir prédictif de la volatilité implicite extraite du prix des options, et, aujourd’hui, il est largement admis que celle-ci a un contenu informationnel significatif. Ce résultat était plutôt attendu dans la mesure où les techniques adoptées ne font que traduire les pratiques mises en œuvre par les opérateurs.

Dans le cadre de notre stage, nous avons développé, pour le compte du desk produits dérivés d’Attijariwafa bank, des stratégies d’investissement basées sur des combinaisons d’options dans le but de faire du trading de volatilité pour compte propre.

Après avoir introduit le contexte général de notre projet, nous essayons à travers le deuxième chapitre de cerner la notion de volatilité sous ses différentes formes, tout en présentant ses principales caractéristiques ainsi que les méthodes de calcul, d’estimation et de prévision.

Le 3ème chapitre est consacré aux options. Nous introduisons le modèle de pricing de Black and Scholes et ses variantes à savoir le modèle de Merton et celui de Garman-Kohlhagen. Pour chaque modèle nous avons mis en place un pricer développé sous VBA, permettant d’avoir la valeur théorique pour des options vanilles.

Nous présentons également les différentes sensibilités (grecs), leurs interprétations et nous explicitons les deux formes de couverture les plus répandues basées sur ces derniers à savoir le delta hedging et le delta-gamma hedging. Aussi avons-nous jugé pratique d’intégrer un outil permettant de calculer ces grecs que nous avons développé sous VBA.

Dans le 4ème chapitre, qui représente le cœur de notre étude, nous avons tout d’abord proposé deux indicateurs d’analyse technique qui nous permettent de détecter nos points d'entrée et de sorties ainsi que la position à prendre (achat ou vente). Nous exposons par la suite les quatre stratégies d'options que nous avons adoptées.

Pour ce qui est de notre application nous avons travaillé sur une série de volatilité implicite de l'EUR/USD pour l'année 2011, en adoptant deux approches, la première est basée sur l'analyse du potentiel de marché et représente les résultats optimaux et la seconde se base sur l'indicateur MACD que nous avons proposé. Nous avons initié à chaque point nos quatre stratégies est pour chaque position clôturée nous avons calculé notre gain ou perte.

Le calcul des différents indicateurs de performance et de risque , la vérification des résultats par un back test basé sur la série EUR/USD de 2010 ainsi que la comparaison entre les différentes stratégies, fait l'objet de la conclusion générale.

Chapitre premier

Contexte général du projet

Mots clés :

- **Présentation de l'organisme d'accueil**
- **Organisation de la salle des marchés**
- **Missions accomplies**
- **Problématique**

I. Présentation du cadre de stage :

Afin de compléter notre formation d'ingénieur d'Etat de l'INSEA, nous avons été amenés à effectuer un stage de fin d'études en vue de l'obtention de notre diplôme.

Pour cela, nous nous sommes adressés au groupe d'Attijariwafa bank, leader sur le marché marocain, qui a eu l'amabilité de nous accueillir au sein de sa salle de marché pour une durée de quatre mois.

Dans ce chapitre, nous présenterons notre organisme d'accueil ainsi que la structure de la salle des marchés, avec ces différentes activités. Par la suite, nous citerons les différentes missions qui nous ont été confiées et introduiront notre problématique.

I.1. Présentation du groupe Attijariwafa Bank

Situé au 1er rang des banques du Maghreb et à la 7ème place à l'échelle africaine en 2011 avec 4,6 millions de clients et 13 500 collaborateurs, le Groupe Attijariwafa bank compte aujourd'hui parmi les acteurs clés du développement économique marocain.

Dotée d'une assise financière solide, d'un capital de savoir-faire diversifié et d'outils d'expertise modernes, Attijariwafa bank a su relever le défi majeur qu'elle s'était fixé : construire un modèle de référence et disposer d'une taille lui permettant de se déployer dans tous les métiers bancaires et financiers dans les meilleures conditions d'efficacité et de rentabilité, tant sur le marché intérieur en recherchant de nouvelles voies de croissance, qu'en dehors des frontières à travers un plan de développement régional ambitieux.

Une position stratégique qui l'engage constamment à se dépasser, en respectant des règles strictes particulièrement en matière de gestion des ressources humaines, de management des risques et de conformité. Attijariwafa bank joue un rôle de premier plan dans les opérations stratégiques et de marché, s'imposant par son expérience et son expertise comme un interlocuteur privilégié des entreprises. Les synergies développées entre les différentes entités spécialisées (Capital Markets, Attijari Finances Corporation, Attijari Intermédiation, Wafa Gestion, Capital Investissement et Custody) lui permettent d'offrir à ses clients institutionnels et corporate un service intégré, aux meilleures normes internationales et à la pointe de l'innovation, de tirer parti de conditions de marché favorables et de consolider ses parts de marché sur l'ensemble des segments concernés.

I.2. Présentation de la salle des marchés :

La salle des marchés d'Attijariwafa bank, inaugurée officiellement au début de l'année 2007, est un lieu qui regroupe différents services spécialisés permettant à la banque d'intervenir sur les marchés de capitaux internationaux. Elle doit trouver des ressources à coût réduit et des emplois rémunérateurs tout en minimisant les risques de marché.

La salle des marchés est organisée sous trois pôles distincts à savoir le front office qui est chargé de la négociation avec les clients, le middle office chargé de contrôler les risques et d'analyser les résultats, le back-office, chargé des saisies, des contrôles comptables et du contrôle interne.

I.2.1. Le Front office

Le front office constitue littéralement l'interface de la banque avec le marché. Il centralise et traite tous les besoins de la salle des marchés et de ses clients en termes de couverture et de financement, investissement, gestion de position, trading et arbitrage. Il se distingue du back office qui exécute l'ensemble des tâches administratives ou logistiques liées à la vente.

Le front office d'Attijariwafa bank se compose de quatre desks à savoir : Desk change, Desk taux, Desk produits dérivés et matières premières, Desk trésorerie et Desk actions.

Lors de notre stage nous avons collaboré avec le Desk produits dérivés et matières premières. Dans le but de développer l'activité trading de volatilité pour compte propre.

Les opérations conclues en Front Office engagent la banque de manière irrévocable vis-à-vis des contreparties. Pour prendre au mieux les décisions en respectant les limites de marché et de contreparties qui leur sont fixées, les opérateurs doivent s'appuyer sur des systèmes leur permettant de s'informer sur l'activité de marché et de mesurer et d'analyser leurs positions et leur résultat, la salle des marchés a été pour cet effet équipée d'écrans projetant les cotations et les dernières nouvelles économiques à travers la chaîne Bloomberg et de postes disposant de licences Reuters.

I.2.2. Middle Office

Le Middle Office est le service chargé de nommer les opérations initiées par les traders dans la salle des marchés, plus exactement dans le Front Office, après avoir vérifié qu'elles sont conformes à la réglementation. Il est chargé de faire la jonction entre le front et le back office. Il saisit sur une base de données toutes les transactions effectuées par les traders et les sales. Et enfin, il met en place avec le front et le back office des méthodes d'analyse des risques et définit les procédures homogènes par lignes de produits.

I.2.3. Back Office

L'opérateur back office est chargé d'assurer le suivi administratif et comptable des opérations conclues au Front Office. Il enregistre les transactions, informe les clients (entreprises ou institutions), effectue le règlement et la livraison des titres, gère le versement des dividendes des actions et des intérêts des obligations. Il participe aussi à la mise en place et à l'évolution des procédures et des systèmes informatiques.

Dans le cadre de notre stage de fin d'études, nous avons été accueillis au sein de la salle des marchés d'Attijariwafa Bank, plus précisément au front office. Nous avons eu l'honneur de développer ce travail avec l'aide et la collaboration du personnel du front office, où nous avons eu l'occasion de côtoyer les différents métiers de trading assurés dans cette entité, et de tirer profit de cette expérience afin de mieux comprendre le mécanisme de cette profession qui concrétise parfaitement nos perspectives professionnelles.

II. Missions accomplies :

Durant notre période de stage, nous avons été amené à réaliser plusieurs missions à savoir :

L'impact de la flambée des matières premières sur la facture énergétique et alimentaire du Maroc.

- Prévision du cours d'Attijariwafa bank sur un horizon d'un an.
- Elaborer un pricer d'options vanilles se basant sur le modèle de Black & Sholes et ses variantes.
- Calcul de la volatilité implicite via l'algorithme de Newton Raphson
- Prévision de la volatilité se basant sur le modèle de GARCH.
- Simulation de Monte Carlo.
- Elaborer un outil de delta hedging et Gamma hedging.
- Outil pour le calcul des grecs sous VBA.
- Programmer deux indicateurs d'analyse techniques (MACD et StochRSI).
- Elaborer un outil de comparaison entre les stratégies d'options.
- Proposer et tester différentes stratégies d'options.

III. Problématique :

La volatilité occupe une place stratégique dans les marchés financiers. Dans ce contexte de crise, et avec les grands mouvements des marchés, les traders se sont vus obligés de se tourner vers le trading de volatilité pour le potentiel de gain qu'il présente. Dans cette perspective, la salle des marchés d'Attijariwafa Bank est en train de développer cette activité.

Notre mission a été de collaborer avec le desk « produits dérivés de change et matières premières » dans le but de développer des stratégies d'investissement basées sur des combinaisons d'option et permettant de faire du trading de volatilité. Ensuite, de les comparer en termes de performance, rendement et risque.

2ème Chapitre

Volatilité

Mots clés :

- **Volatilité historique**
- **Volatilité implicite**
- **Modèle de Garch**
- **Simulation de Monte-Carlo**
- **Surface de volatilité**

Le sujet que l'on traitera dans le cadre de notre travail porte sur le trading de volatilité et les stratégies d'options. Aussi allons-nous commencer tout d'abord par définir la notion de volatilité, distinguer ces différentes formes et ces principales caractéristiques, pour enfin introduire les différentes méthodes de calcul d'estimation et de prévision.

I. Notion de volatilité et méthodes de calcul

I.1. Concept

La volatilité mesure l'importance des variations d'un actif financier sur une période donnée.

On la mesure en calculant l'écart type des variations de rentabilités. La fréquence des observations de l'actif financier et la maturité sur laquelle la volatilité est calculée doivent toujours être précisées. La fréquence d'observation la plus courante est quotidienne.

Un actif financier peut ne pas changer de valeur entre un jour et un autre, mais peut avoir été très volatile entre ces deux jours. Exemple, une action gagne 20% pendant une journée et revient à son cours de départ le lendemain (reperd plus de 20%). Cette action n'a pas bougé en deux jours mais elle a été extrêmement volatile.

I.2. Différentes formes de volatilité

Quand les traders parlent de volatilité, même les plus expérimentés peuvent se rendre compte qu'ils ne parlent pas de la même chose. Quand un trader dit que la volatilité d'un actif X est de 25%, ceci peut être interprété de différentes manières. Pour éviter qu'il y ait confusion il faut distinguer entre les différentes formes de volatilité et préciser laquelle on utilise.

I.2.1. Volatilité historique

La volatilité historique est la volatilité réalisée sur un intervalle de temps passé. Par exemple, la volatilité historique six mois est l'écart type des variations du spot au cours des six derniers mois.

I.2.2. Volatilité implicite

La volatilité implicite est la volatilité attendue par le marché entre le moment d'achat de l'option et son échéance. Ainsi, la volatilité implicite six mois d'une option est l'anticipation du marché quant à l'écart type des variations de spot entre le moment d'achat de cette option et les six mois suivants.

C'est la volatilité implicite qui détermine le prix de l'option. Cette volatilité est calculée en utilisant une itération sur la formule de Black & Scholes, étant donné que celle-ci ne peut être inversée mathématiquement.

I.3. Méthodes de calcul de la volatilité historique :

I.3.1. La rentabilité journalière d'un actif :

Si on appelle P(t), le prix d'un actif financier (action, obligation, devise..) à la date t et P(t-1) le prix de cet actif financier à la date t-1, on définit le rendement quotidien r(t) de cet actif à la date t du titre par :

$$\boldsymbol{r(t) = ln(\frac{P(t)}{P(t-1)})}$$

où Ln(x) désigne la fonction logarithme népérien

L'intérêt de cette écriture est que pour une période comprise entre 0 et t, le rendement total est la somme des rendements par période.

I.3.2. Volatilité historique :

Elle correspond au niveau de volatilité atteint dans le passé. Elle se calcul sur l'historique de l'évolution des cours du sous-jacent.

✓ ***Relations des traders :***

La volatilité est couramment définie par l'écart type des rentabilités journalières. Il existe bien sûr d'autres définitions, mais c'est celle qui est communément admise en finance quantitative « académique ».

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(r(t) - r_m)^2}{n-1}}$$

Où $r(t)$ est le rendement pour la période [t-1, t] et r_m est la valeur moyenne des rendements calculée sur [0, t]

Le n-1 provient du fait que n données permettent de calculer n-1 rentabilités. La moyenne r_m est par conséquent calculée à partir de n-1 rentabilités.

La volatilité calculée pose un problème simple en termes de trading. Si la rentabilité journalière est égale à la rentabilité moyenne ($r(t)=r_m$), la volatilité est nulle.

On lui préfère la volatilité non centrée sur la moyenne

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(r(t))^2}{n-1}}$$

Elle est en plus simple et plus rapide à calculer.

✓ ***Volatilité annualisée :***

Les résultats obtenus par les formules ci-dessus donnent des chiffres qui correspondent à une volatilité pour 1 jour.

Afin d'apprécier les différentes volatilités sur une période d'un an, il est d'usage de multiplier ce nombre par un coefficient qui permet simplement de se rendre compte de la variabilité de l'actif pendant 1 an. C'est à dire, obtenir un nombre qui transcrive le fait que cet actif a le même comportement pendant 365 jours (si on compte les week-ends).

Pour cela, il suffit de multiplier la variance par 365. On en déduit l'écart type annualisé en prenant la racine carrée, d'où le résultat:

$$\sigma_{annualisée} = \sqrt{365 * \frac{\sum(r(t))^2}{n-1}}$$

✓ ***Volatilité de Parkinson :***

La volatilité joue un rôle central en finance où elle est souvent associée à la notion de risque. Mais les cours de clôture ne suffisent pas à rendre compte de l'agitation d'un sous-jacent pendant la journée.

De ce fait, il parait logique d'utiliser la volatilité "réelle" de l'actif pendant la journée et ne pas se cantonner aux cours de clôture. C'est ce que se propose de faire la volatilité de Parkinson. Cette dernière capte une information complémentaire, à partir des "plus hauts" et des "plus bas" de la journée.

Pour n journées :

$$\sigma_{Park.} = \sqrt{(\frac{1}{4n\ln(2)})\sum(\ln(\frac{Hi}{Li}))^2}$$

Avec
ln la fonction logarithme népérien
∑ la somme sur n le nombre de jour que constitue l'observation
Hi le plus haut de la journée i
Li le plus bas de la journée i

Le nombre trouvé correspond à la volatilité pour une journée qu'il convient d'annualiser le cas échéant :

$$\sigma_{annualisée} = \sqrt{252} * \sigma_{Park.}$$

Si on part du principe qu'il y a 252 jours ouvrés dans l'année.

✓ ***Volatilité de Garman-Klass :***

On avait d'abord vu comment calculer la volatilité avec les cours de clôture, puis avec les plus hauts-plus bas, maintenant avec les deux et le cours d'ouverture.

Pour n journées

$$\sigma_{GK} = \sqrt{[252 * \left(\frac{1}{n}\right) * (\sum[0.511 * \left(\ln\left(\frac{Hi}{Li}\right)\right)^2 - (0.019 * \ln\left(\frac{Ci}{Oi}\right) * \ln\left(\frac{HiLi}{Oi^2}\right)) - (2\ln\left(\frac{Hi}{Oi}\right) * \ln(\frac{Li}{Oi}))])]}$$

Avec
Oi le cours d'ouverture de la journée i
Ci le cours de clôture de la journée i
Hi le cours le plus haut de la journée i
Li le cours le plus bas de la journée i
ln la fonction logarithme népérien
Si on part du principe qu'il y a 252 jours ouvrés afin de l'annualiser.

II. Inversion de la formule de Black and Sholes par l'algorithme de Newton-Raphson :

Dans le modèle de Black-Scholes [1], le sous-jacent, S_t, se "diffuse" dans le temps en suivant l'équation suivante:

[1] *Le modèle de Black & Scholes sera vu en détail dans la partie relative aux modèles de pricing.*

$$S_t = S_0 e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)t+\sigma Wt} \quad \forall\, t \geq 0$$

Où S_0 est la valeur à l'origine du sous-jacent, r est le taux sans risque, σ est la volatilité du sous-jacent et $W = (Wt)t \geq 0$ est un mouvement Brownien standard. Une manière équivalente d'écrire cela est:

$$\frac{dS_t}{S_t} = r\,dt + \sigma dWt$$

Cette équation décrit l'évolution infinitésimale de St, i.e. l'écart entre S_t et S_{t+h} quand h tend vers 0. De manière informelle, disons que r porte l'information du rendement du sous-jacent, puisque la moyenne du terme dWt est nulle et que σ porte l'information de la variabilité du sous-jacent, puisque la source d'aléa est uniquement le mouvement Brownien.

Les raisons pour lesquelles c'est le taux sans risque qui est choisi pour représenter le rendement du sous-jacent ne serons pas exposées ici. Disons simplement que nous observons l'état de la nature à travers un prisme qui est appelé "probabilité risque neutre" dans la littérature.

Nous rappelons qu'avec les notations précédentes, la formule de Black-Scholes de la valeur d'une option européenne d'achat du sous-jacent, de strike K et de maturité T est:

$$CallBS(S_0, K, r, \sigma, T) = S_0 N(d1) - Ke^{(-rT)} N(d2)$$

où $N(x) = P(X \leq x)$ pour X suivant une loi normale centrée réduite, et

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \;;\; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Dans la pratique, les informations descriptives du contrat sont connues (fixées) à l'avance. Il s'agit des paramètres S_0 (observé sur le marché spot), K et T (déterminés par les parties). Le taux sans risque présente une petite subtilité, mais disons qu'il n'est pas difficile d'en trouver une valeur "universelle", à un temps t donné - cette valeur est observée sur le marché des taux d'intérêt. Pour la volatilité, en revanche, le calcul pose problème. En effet, il n'en existe pas de valeur unique, ni de manière préétablie pour la calculer.

Dans les faits, les prix des options ne sont pas calculés avec la formule de Black-Scholes. La plupart du temps, ces prix résultent simplement de la loi de l'offre et de la demande, laquelle règne sur la plupart des marchés. Quand on regarde alors l'expression non réduite.

$$call_{market} = S_0 N\left(\frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Ke^{-rT} N\left(\frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Il s'agit d'une équation à un inconnu, puisque la seule valeur qui manque est σ. La volatilité implicite est donc la valeur σ^* pour laquelle cette équation est vraie:

$$Call_{market}(S_0, K, r, T) = Call_{BS}(S_0, K, r, \sigma^*, T)$$

Une méthode intuitive serait de commencer par une volatilité très élevée, puis de baisser progressivement pour se rapprocher de la bonne valeur, en tâtonnant. Cependant, il est possible d'améliorer cette idée en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson. L'idée est que grâce à la formule de Taylor pour une fonction f dérivable au moins une fois:

$$\mathrm{f}(x_1) \approx \mathrm{f}(x_0) + \mathrm{f}'(x_0)(x_1 - x_0)$$

et on cherche à résoudre $f(x_1) = 0$, $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$

Il reste alors à itérer le processus grâce à la formule de récurrence

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Dans notre cas, comme S_0, K, r et T sont fixés, nous considérons la fonction :

$\mathrm{Call}_{\mathrm{BS}}(\sigma) - \mathrm{Call}_{\mathrm{market}}$

Dans la théorie, la dérivée de cette fonction, qui est la dérivée du prix du call par rapport à la volatilité s'appelle le "véga" et appartient à un ensemble nommé les "grecques".

$$vega = \frac{\partial call_{BS}}{\partial \sigma} = \frac{S_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{d1^2}{2}\right)}$$

Nous avons donc les expressions de f et f' et il est possible de lancer la récurrence.

On peut souligner l'unicité de cette solution car la fonction
$\sigma \to Call_{BS}(S_0, K, r, \sigma, T)$ est strictement croissante de $[0, +\infty[$ à $]0, S_0[$

III. Simulation de Monte Carlo :

La méthode de simulation de Monte Carlo est une technique numérique pour résoudre des problèmes mathématiques en simulant des variables aléatoires.

Il n'y a pas un consensus absolu sur une définition précise de ce qu'est une technique de type Monte Carlo, mais la description la plus habituelle consiste à dire que les méthodes de ce type se caractérisent par l'utilisation du hasard pour résoudre des problèmes centrés sur un calcul. Elles sont en général applicables à des problèmes de type numérique, ou bien à des problèmes de nature elle-même probabiliste.

III.1. Méthodologie d'exécution

La Simulation de Monte Carlo est une méthode habituelle pour l'évaluation d'un modèle déterministe utilisant un ensemble de nombres aléatoires. Cette méthode est souvent utilisée lorsque le modèle est complexe, non linéaire, ou implique quelques paramètres incertains. Elle peut généralement faire intervenir plus de 10000 évaluations du modèle.

Les étapes à suivre sont les suivantes :
1. Créer un modèle paramétrique y = f(x_1, x_2 , ..., x_q).
2. Générer un ensemble de données aléatoires x_{i1}, x_{i2} , ..., x_{iq}.
3. Évaluer le modèle y
4. Répéter l'expérience n fois.

III.2. Les limites de la méthode de Monte Carlo

Le problème de base est que l'hypothèse principale utilisé dans la simulation de Monte Carlo suppose une distribution normale et des coefficients de corrélation nuls, or aucun de ces deux suppositions n'est vraie sur le marché financier.

Ces hypothèses peuvent engendrer des problèmes lors de l'analyse. Rubinstein a développé un ensemble de critères qui servent à décider si on doit ou pas utiliser la simulation de Monte Carlo.

En effet, la simulation MC est appropriée si :

- Il est impossible ou très coûteux d'obtenir des informations
- Le système observé est très complexe
- La solution analytique est difficile à obtenir
- Il est impossible ou coûteux de valider les modèles mathématiques

Les variables de Monte Carlo supposent que les processus étudiés sont indépendants les uns des autres et que chaque valeurs est un tirage aléatoire d'une distribution. Donc, les programmes utilisés par les ordinateurs peuvent manipuler les relations dépendantes entre les variables exogènes. Cependant, le problème est que la relation entre deux ou plusieurs variables est généralement compliquées et il est difficile de déterminer la vraie relation et les distributions des variables.

Donc, quand est ce qu'on doit utiliser une simulation de Monte Carlo ? La réponse est bien simple, à chaque fois ou la variable ne peut pas être estimée ou dans le cas où l'information n'est pas disponible.

III.3. Cas d'application :

La technique Monte Carlo consiste à générer plusieurs milliers de chemins possibles du prix du sous- jacent (dans ce cas il s'agit d'estimer le cours de l'eur/usd). Chaque chemin étant une prédiction de l'évolution du cours sur la période allant jusqu'à l'échéance.

Tout d'abord on peut utiliser le mouvement géométrique brownien pour modéliser le cours de l'eur/usd sur l'année à venir. Pour simuler ce mouvement on va utiliser la formule d'Euler :

$$S_{n+1} = S_n(1 + \mu t + \sigma\omega)$$

µ = taux sans risque en année
σ = volatilité historique
$w = \sqrt{X_n * t}$
X_n est une fonction qui renvoie, pour une probabilité donnée, la valeur d'une variable aléatoire suivant une loi normale standard.

Exemple : Aperçu d'une simulation du cours de BNP

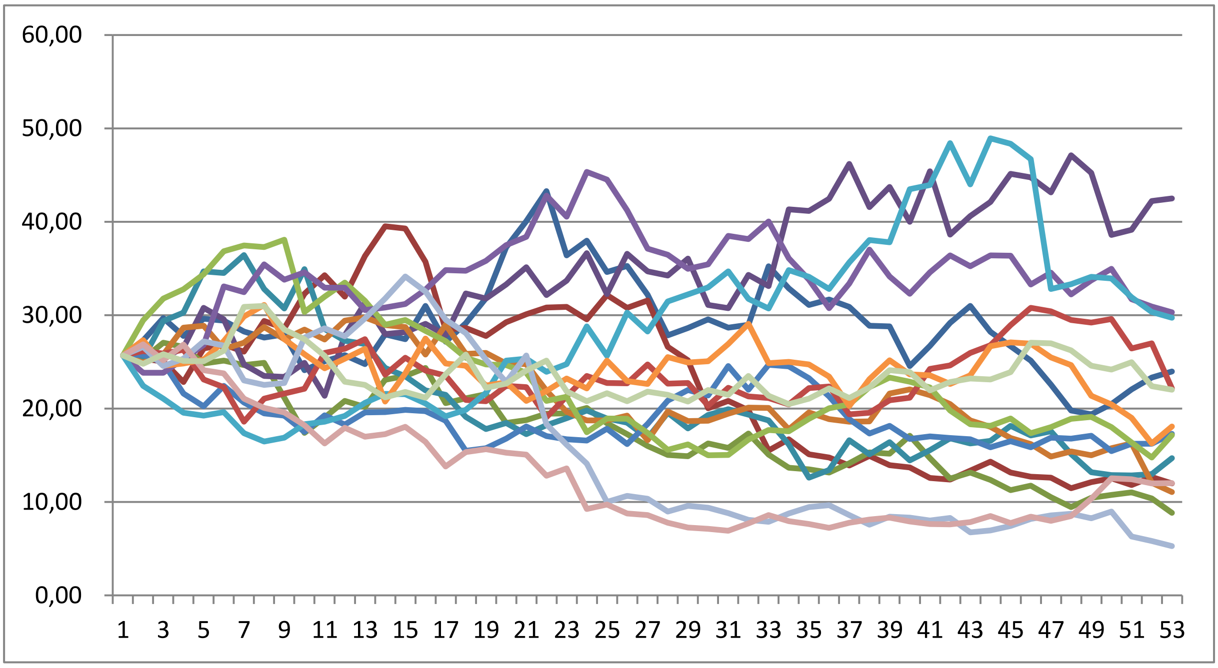


Figure 1: Simulation de Monte Carlo

IV. Volatilité estimée par le modèle de GARCH

IV.1. Modèle ARCH :

Les modèles de type ARCH (AutoRegressive Conditionnal Heteroscedasticity) permettent de modéliser des chroniques (la plupart du temps financières) qui ont une volatilité (ou variance ou variabilité) instantanée qui dépend du passé. En effet, les séries financières sont particulièrement concernées par les modèles ARCH car on constate des périodes de forte spéculation (variabilité élevée) suivie de périodes d'accalmie (variabilité faible). Il est ainsi possible d'élaborer une prévision dynamique de la chronique en termes de moyenne et de variance.

- Cas Arch (p) :

Ce modèle est donné par la forme suivante :

$$\begin{cases} x_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t \\ h_t = w_0 + \sum_{i=1}^{p} w_{1,i} x_{t-i}^2 \end{cases}$$

avec $\varepsilon_t \sim$ N(0,1).

Les moments conditionnels sont :

$$\begin{cases} E(x_t | x_{t-1}) = 0 \\ V(x_t | x_{t-1}) = h_t \end{cases}$$

IV.2. Modèle de GARCH :

La définition d'un processus ARCH fait intervenir la notion de variance conditionnelle. Celle-ci permet de modéliser la variance locale du processus à chaque instant t, en fonction des observations antérieures.

Les processus GARCH sont similaires aux processus ARMA usuels dans le sens où le degré q apparait comme degré de la partie de la moyenne mobile et p comme celui de l'autorégressive; cela permet d'introduire des effets d'innovations ou de chocs sur les erreurs et voir de quelle manière ils se répercutent sur les processus. La variance conditionnelle est déterminée par le carré des p erreurs précédentes et des q variances conditionnelles passées.

- **Cas GARCH (p, q) :**

Le modèle GARCH (Generalized AutoRegressive Conditionnal Heteroscedasticity) est une généralisation des modèles ARCH.

Ce modèle est donné par la forme suivante :

$$\begin{cases} x_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t \\ h_t = w + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j} \end{cases}$$

Avec $\varepsilon_t \sim$ N(0,1)

$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \, \epsilon_{t-i}{}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \; \sigma_{t-j}{}^2$

Avec $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i \geq 0$ et $\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \leq 1$ pour i > 0 et j > 0.

- **Cas GARCH (1, 1) :**

Ce modèle est définit par :

$$\begin{cases} x_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t \\ h_t = w + \alpha x_t^2 + \beta h_{t-1} \end{cases}$$

Avec $\varepsilon_t \sim$ N(0,1)

Les moments conditionnels sont :

$$\begin{cases} E(x_t|F_t) = 0 \\ V(x_t|F_t) = h_t \end{cases}$$

Où $\mathcal{F}t$ est la filtration engendrée par les valeurs passées des séries x_t, x_t^2 *et* h_t.

La série converge si et seulement si (α+β) < 1, d'où l'existence de la variance de la série, appelée variance non conditionnelle ou variance de long terme :

$$V(x_t) = \frac{w}{1-(\alpha+\beta)}$$

La positivité de la variance est assurée, car le modèle suppose que ω, α et β sont tous positifs, à condition que $\alpha+\ \beta$ soit inférieur à 1.

IV.2.1. Propriété du processus GARCH :

L'idée fondamentale derrière le modèle GARCH, est basée sur le fait qu'en pratique, on observe qu'une volatilité élevée est suivie par une période de volatilités élevées et vice versa , un tel comportement est qualifié d'hétéroscédastique . Ce phénomène qui est dénommé « *cluster* » pourrait en effet être modélisé par un GARCH.

Soit ϵ_t un processus GARCH (p,q) alors :

1. $E(\epsilon_t/I_{t-1}) = 0$ et par la suite $E(\epsilon_t) = 0$.

Cela voudrait dire que l'information passée contenue dans $I_{t-1} = \{\epsilon_{t-i}, i > 0\}$ n'influence pas la prévision du futur.

2. GARCH (p,q) est un processus stationnaire si $\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \leq 1$

3. $cov(\epsilon_t\epsilon_{t+h}/I_{t-1}) = 0$ et par la suite $cov(\epsilon_t\epsilon_{t+h}) = 0$.

L'absence de corrélations entre les valeurs d'un processus (G) ARCH est une caractéristique très importante de cette famille de modèle. Remarquons néanmoins que l'absence de corrélations entre les valeurs d'un processus ARCH n'implique pas que ces valeurs soient indépendantes.

IV.2.2. Principe d'identification :

- Tester la présence d'un effet « GARCH » le résidu.
- Calculer les paramètres du processus « GARCH ».
- Estimation globale d'un processus « GARCH ».

- **Tester la présence d'un effet « GARCH » le résidu :**

Dans le cas d'une héteroscedasticité conditionnelle supposée, on ne peut tester une spécification de type ARCH que contre une spécification du type GARCH.

Le test porte sur l'hypothèse nulle Ho d'une erreur ARCH(p) contre l'hypothèse H_1 d'une erreur GARCH (p,q).

L'Hypothèse Ho va donc être que les β_j sont nulles contre H_1 qu'il existe au moins un β_j non nul:

$$\begin{cases} Ho: \beta_1 = \beta_2 = \ldots\ldots\ldots \beta_q = 0 \\ H1: \exists \text{ au moins un } \beta_j \text{ non nul} \end{cases}$$

Le test le plus approprié est celui du multiplicateur de Lagrange:

$LM = n.R^2 \rightarrow \chi^2_q$(q degré de liberté) où R^2 est le coefficient de détermination obtenu dans la régression par les MCO dans l'équation:

$$h_t = w + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j}$$

Si $n.R^2 > \chi^2_q$ lu dans la table à un seuil de confiance (en général 5%) et q degré de liberté, on rejette Ho et donc les erreurs obéissent à un processus GARCH (p,q).

- **Calculer les paramètres du processus « GARCH » :**

Identifier le carré d'un processus GARCH comme un processus ARMA de moyenne non nulle.

Soit (ϵ_t) GARCH (p,q) stationnaire tel que $({\epsilon_t}^2)$ stationnaire.

Alors $({\epsilon_t}^2)$ est un processus ARMA (max (p,q),q) :

$$\epsilon_t{}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i)\, \epsilon_{t-i}{}^2 + \vartheta_t + \sum_{j=1}^{q} (-\beta_j)\, \vartheta_{t-j}$$

Où $\vartheta_t = \epsilon_t{}^2 - \sigma_t{}^2$ est un bruit blanc.

Cette observation amène deux conditions immédiates :

1. Bien que les valeurs ϵ_t d'un processus GARCH soient non corrélées, il existe des dépendances non linéaires entre les observations, puisque que le carré des observations se comporte formellement comme un processus ARMA.

2. Pour identifier le nombre les paramètres p et q d'un processus $\epsilon_t \sim$GARCH (p; q), on peut utiliser les fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle du processus $\epsilon_t{}^2$ suivant la même procédure utilisée pour trouver le nombre de paramètres d'un processus ARMA.

Plus précisément, on trouve d'abord la représentation ARMA (m, q) pour $\epsilon_t{}^2$ où, rappelons-le, m = max (p; q). Au cas où m = q, il faut, bien évident, passer par une étape supplémentaire, pour en pouvoir déduire l'ordre p ≤ q du processus GARCH (p, q) on suggère la possibilité d'effectuer des tests d'hypothèse successifs de significativité des paramètres$(\alpha_1 \ldots . \alpha_q)$. Par exemple, pour m = 1 = q, il faudrait tester l'égalité du coefficient de $\epsilon_{t-1}{}^2$ avec le coefficient de ϑ_{t-j}, et au cas de non-rejet de cette hypothèse nulle, on passe au modèle avec p = 0.

Ensuite on identifie p et q du processus ARMA :

1. On choisit deux valeurs pmax et qmax pour les ordres :
   - Pmax = les pmax premiers PACF sont en dehors des bornes de l'intervalle de confiance.
   - Qmax = les qmax premiers FAC sont en dehors des bornes de l'intervalle de confiance.
2. On choisit les modèles : AR (pmax), MA (qmax) et les modèles ARMA(p, q).
3. Pour chaque modèle on estime ces paramètres, le test de student permet de vérifier que ces paramètres sont bien significatifs.
4. Parmi ces modèles estimés, on ne retiendra que ceux dont tous les coefficients ont un |t de student | > 1:96; (risque de 5%).
5. Pour chaque modèle retenu, on vérifie que les résidus ∼un bruit blanc.
6. Critère de sélection AIC, BIC :
   - AIC(p,q) = $\ln\left(\hat{\sigma}^2(p,q)\right) + \frac{2}{T}$ (p+q)
   - BIC(p,q)= $\ln\left(\hat{\sigma}^2(p,q)\right) + \frac{\ln(T)}{T}$ (p+q)

On retiendra que le modèle qui posséde le plus petit AIC ou BIC.

IV.2.3. Estimation globale d'un processus GARCH :

- ***La méthode du maximum de vraisemblance :***

On supposera que les observations $(\epsilon_1,\epsilon_2,\ldots,\epsilon_n)$ constituent une réalisation d'un processus GARCH (p,q).

Les ordres p et q sont supposés connus. Le vecteur des paramètres

$$\theta = \left(\theta_1, \ldots, \theta_{p+q+1}\right)' = (w, \alpha_1 \ldots \alpha_q, \beta_1 \ldots \beta_p)'$$

La vraie valeur du paramètre est inconnue. Elle est notée

$$\theta_0 = (w_0, \alpha_{01} \ldots \alpha_{0q}, \beta_{01} \ldots \beta_{0p})'$$

Pour écrire la vraisemblance du modèle, il faut spécifier une distribution particulière pour les variables iid η_t. On considère généralement la quasi-vraisemblance gaussienne. La vraisemblance conditionnelle gaussienne $L_n(\theta)$ s'écrit :

$$L_n(\theta) = L_n(\theta, \epsilon_1, \epsilon_2, \ldots, \epsilon_n) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\tilde{\sigma}_t^{\,2}}} \exp\left(-\frac{\epsilon_t}{2\tilde{\sigma}_t^{\,2}}\right)$$

Où les où les $\tilde{\sigma}_t^{\,2}$ sont définis récursivement, pour tout t ≥ 1 , par

$$\tilde{\sigma}_t^{\,2} = \tilde{\sigma}_t^{\,2}(\theta) = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i\, \epsilon_{t-i}^{\,2} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j\, \widetilde{\sigma_{t-j}}^{\,2}$$

Un estimateur de QMV de θ est défini comme toute solution mesurable $\widehat{\theta_n}$ *de*

$$\widehat{\theta_n} = \arg\max L_n(\theta)$$

IV.2.4. Prévision de la volatilité

La prévision de la volatilité passe d'abord par la prévision du cours du sous-jacent en utilisant la simulation de Monte Carlo.

- ***Cas d'application :***

Dans cette partie on verra quelles sont les étapes à suivre pour aboutir à une bonne estimation de la volatilité de GARCH, représenté dans l'équation ci-dessous :

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \, \epsilon_{t-i}{}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \, \sigma_{t-j}{}^2$$

Le but est de trouver une valeur optimale pour les coefficients (α_0, α_iet β_j) pour pouvoir calculer la volatilité par la suite.

En premier lieu, on commence par introduire le cours de l'EUR/USD simulé par la méthode de Monte Carlo. On calcule par la suite le rendement du cours en appliquant la formule suivante :

$$\boldsymbol{r(t) = \frac{S(t) - S(t-1)}{S(t-1)}}$$

Par la suite on calcule la variance de ces rendements qui représentera la volatilité à l'instant t=0 à savoir $\sigma_0{}^2$.

Une fois qu'on détermine ces deux variables (le rendement au carré et la volatilité initiale) on choisit les coefficients (α_0, α_iet β_j) d'une manière aléatoire , pour calculer la variance conditionnelle en respectant la contrainte suivante :

$$\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \leq 1$$

Dans notre cas, on travaille sur un modèle GARCH (1 ,1), nous avons donc une seule valeur de α et de β.

Enfin, on estime la variance par la méthode de maximum de vraisemblance explicitée ci-dessous :

$$L_n(\theta) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\tilde{\sigma}_t{}^2}} \exp(-\frac{\epsilon_t}{2\tilde{\sigma}_t{}^2})$$

Et on applique le solveur d'Excel sur le résultat obtenu afin de le maximiser et trouver les valeurs optimales des coefficients (α_0, α_i et β_j).

Ainsi, on recalcule la variance conditionnelle avec les nouvelles valeurs des coefficients pour aboutir à la volatilité souhaitée qui n'est rien d'autre que la racine de cette variance.

V. Caractéristiques de la volatilité

V.1. Smile de volatilité :

On constate en pratique que la volatilité implicite d'une option évolue en fonction du prix d'exercice (strike) et de la maturité de l'option. Pour une maturité donnée, la volatilité implicite atteint généralement un point bas lorsque l'option est à la monnaie. La volatilité devient plus importante au fur et à mesure que l'option devient davantage dans la monnaie ou en dehors de la monnaie. C'est cette représentation graphique (volatilité en fonction du strike) en forme de « sourire » (smile en anglais) qui donne son nom à ce phénomène.

Le smile de volatilité permet au trader d'apprécier s'il paye cher ou pas son option. L'évolution de la forme du smile sur un certain nombre de jour permet également de voir si le marché a réagi ou pas à une annonce ou un événement… (Exemple : un problème climatique et ses conséquences sur les cours de certaines matières premières).

Il est important de savoir que la forme des smiles de volatilité diffère selon les actifs et selon le type de contrat (call ou put). Les options sont utilisées à l'origine pour se couvrir contre un risque (exemple : chute du CAC40, envolée des cours de certaines matières premières).
La volatilité implicite est toujours plus élevée là où se trouve le risque que l'acheteur de l'option cherche à couvrir.

Le smile de volatilité peut être représenté en 2D, comme ci-dessus, c'est-à-dire la volatilité en fonction des strikes ; ou en 3D, la volatilité en fonction des strikes et des différentes échéances. On parle dans ce cas d'une surface de volatilité.

Le graphique ci-dessous montre le smile de l'EUR/USD pour différentes maturités, extrait de Bloomberg.

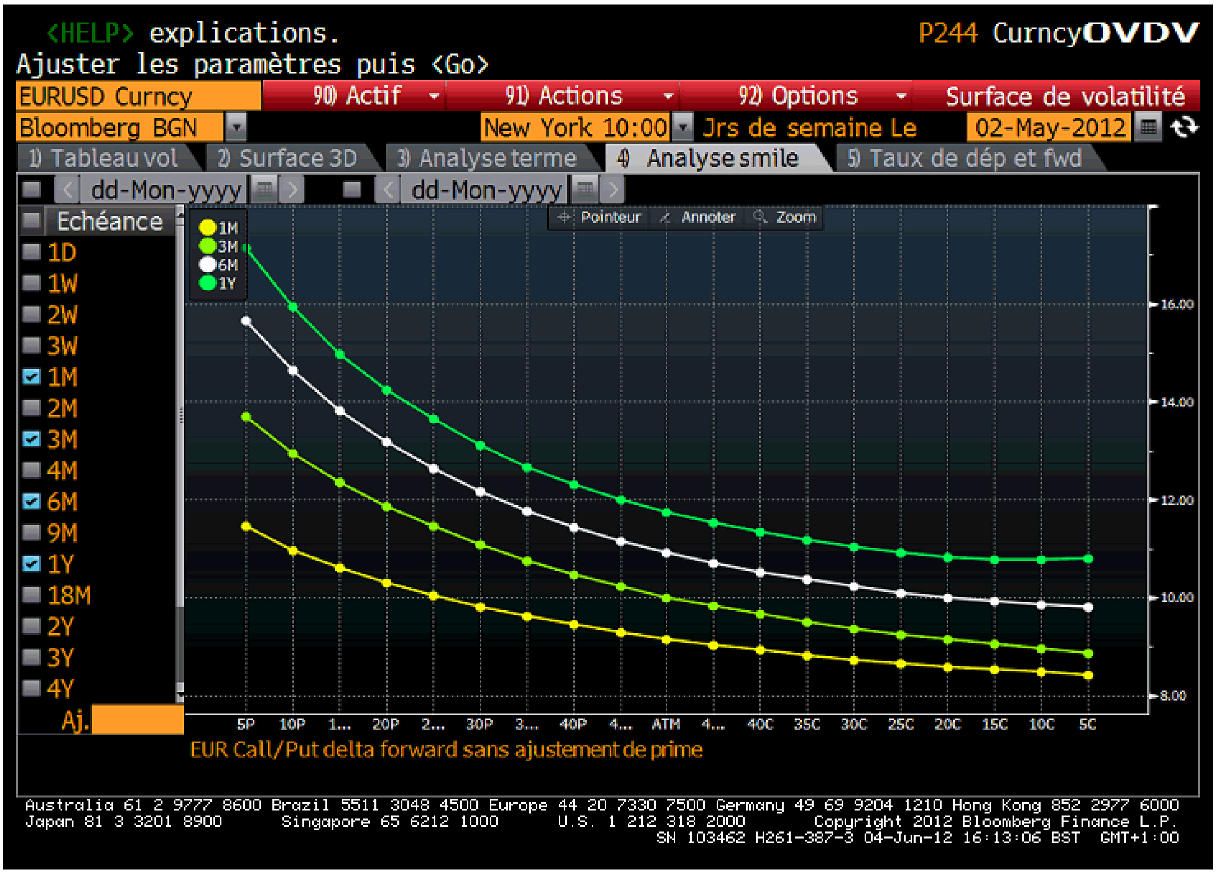


Figure 2: Smile de volatilité de l'EUR/USD

V.2. Skew

Comme pour n'importe quel marché sur terre, les marchés d'options sont dirigés avant tout par l'offre et la demande. Il s'en suit qu'à partir du moment où les prix côtés ne sont pas sujets à des arbitrages immédiats, ils sont susceptibles de s'éloigner parfois assez fortement de leurs prix théoriques.

Typiquement sur les options sur les marchés boursiers, le risque financier se situe à la baisse. Les gestionnaires ont donc plus particulièrement intérêt à acheter des protections contre des baisses inopinées- des Krachs Boursiers - ils achètent des puts.
Dans le même temps, un adage veut que les arbres ne montent pas jusqu'au ciel. Il devient naturel pour eux de vendre des calls.

On aboutit à un déséquilibre entre calls et puts, les premiers étant survendus, et les seconds surachetés (parfois par les liquidités obtenus par les précédents). Ce déséquilibre s'exprime par le fait que la volatilité implicite des calls out of the money est bien moindre que celle des puts symétriques par rapport au niveau du sous-jacent.

<u>Exemple :</u>

- Les options sont utilisées couramment par les opérateurs de marché pour se couvrir contre la baisse des indices actions (CAC40, SP500…). Elle nécessite donc l'achat de PUT. Ainsi on observe, sur les options des indices actions, que la volatilité implicite est généralement plus importante sur les PUT que sur les CALL. En d'autres termes, le PUT coûte plus cher que le CALL.
- Sur les matières premières, le phénomène est inverse. Les options sont utilisées pour se couvrir contre une hausse des cours de ces matières premières, et ce particulièrement à l'approche des récoltes où de certaines saisons (saison des ouragans pour le pétrole, par exemple). Ainsi, la volatilité sur les CALL de matières premières est généralement plus élevée, rendant ainsi le « coût » de cette option plus important.

La figure ci-dessous représente la surface de volatilité de l'EUR/USD extraite de Bloomberg. On y voit l'évolution on de la volatilité en fonction du strike et de la maturité.

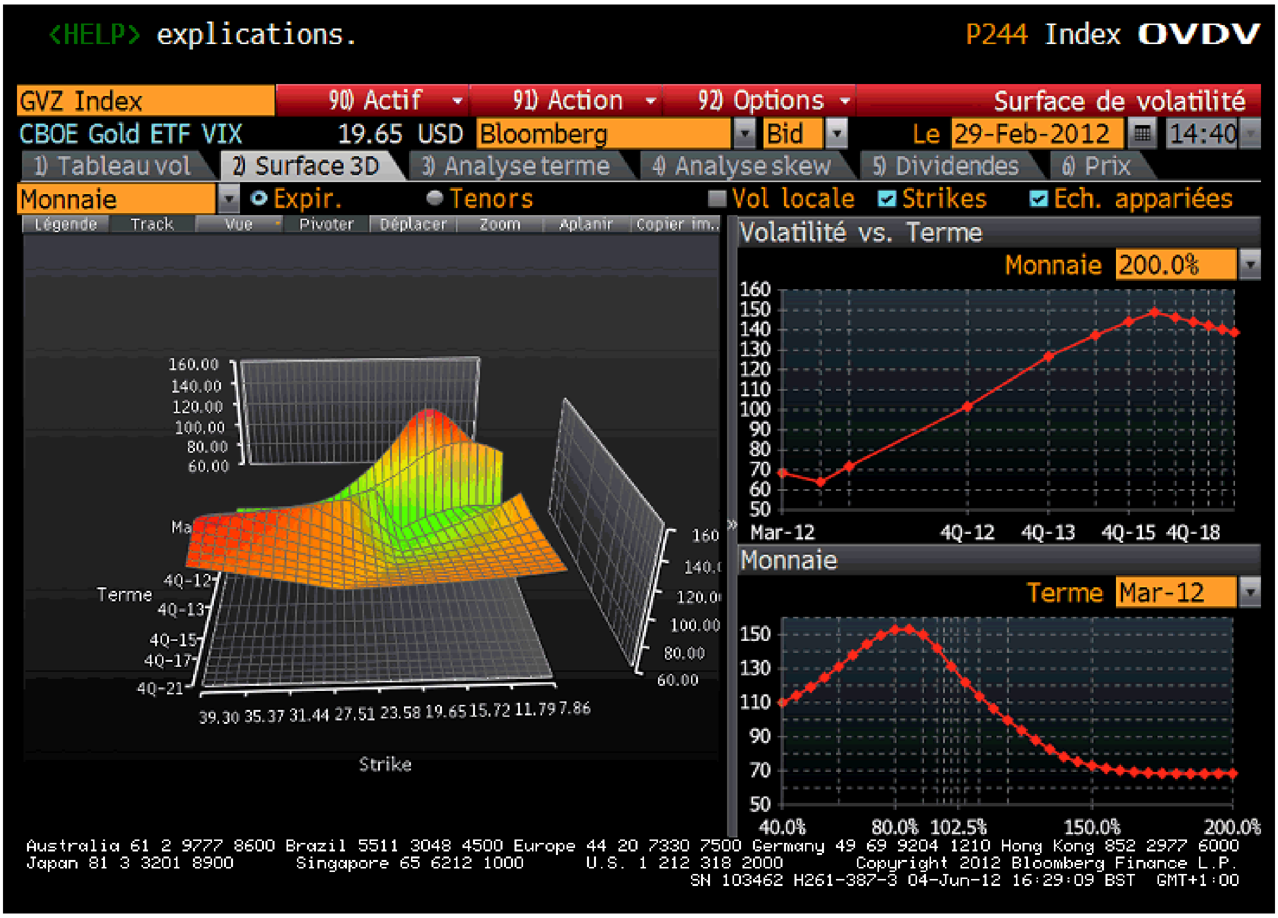


Figure 3: Surface de volatilité de l'EUR/USD

Au terme de ce premier chapitre, nous avons fournis une vue globale des éléments clés qui entourent la notion de volatilité. Rappelons que nous avons tout d'abord définie le concept de volatilité, par la suite nous avons distingué entre la volatilité historique et implicite en présentant les différentes méthodes de calcul ainsi que les modèles de prévision à savoir le modèle de GARCH et la simulation de Monte Carlo. Aussi avons-nous jugé nécessaire d'expliquer le smile, le skew et la surface de volatilité.

La notion de volatilité est fortement liée aux options, comme tous les autres paramètres des options ne changent pas, tout ce qui peut changer la valeur d'une option est la volatilité. D'ailleurs, sur le marché de nombreux traders choisissent de pricer leurs options non pas en prime mais en volatilité implicite (car elle est extraite des prix du marché). Un trader d'options est en fait un trader de volatilité. Dans le même sens, on parle du trading de volatilité pour désigner le trading d'options. C'est la raison pour laquelle nous avons consacré le prochain chapitre aux options.

3ème Chapitre :

Les options

Mots clés :

- Pricing d'options
- Modèles de Black & Scholes
- Modèle de Merton
- Modèle de Garman Kohlhagen
- Grecs
- Delta & Gamma hedging

L'option est un contrat entre deux parties par lequel l'une accorde à l'autre le droit (mais non l'obligation) de lui acheter (option d'achat) ou de lui vendre (option de vente) un actif, moyennant le versement d'une prime.

L'achat (ou la vente) de cet actif se fera à un Prix déterminé (Prix d'exercice) durant une période (période d'exercice pour les options dites "américaines") ou à une date précise (date d'exercice pour les options dites "européennes"). Le fondement de l'option est la rémunération du risque.

I. Caractéristiques d'une option :

Maintenant que nous avons vu les paramètres qui caractérisent une option, il nous faut savoir comment fonctionne le prix de l'option, c'est-à-dire la prime, et comment on calcule ce prix.

Calculer le prix d'une option est une opération extrêmement compliquée et mathématique, mais il est important de comprendre certains des principes qui la sous-tendent parce que:

En tant qu'acheteur d'options, on veut savoir pourquoi on paie la somme que l'on paie pour l'option.

En tant que vendeur d'options, on veut savoir pourquoi on touche la somme que l'on touche pour l'option.

De plus, la plupart des options étant "clôturées" (c'est-à-dire rachetées ou revendues) avant expiration, on doit se faire une idée de la façon dont risque de se comporter le prix d'une option, entre l'ouverture de la position et sa clôture.

Il y a trois facteurs-clés qui jouent dans la fixation du prix d'une option.

I.1. Valeur intrinsèque

Les positions que peut prendre une option sont trois :

- Position "dans la monnaie"
- Position "en dehors de la monnaie"
- Position " à la monnaie "

Le montant qui détermine si une option est "dans" ou "en dehors de" la monnaie, est appelé sa "valeur intrinsèque", et c'est un facteur déterminant du prix de l'option, c'est-à-dire, de sa prime.

De toute évidence, si une option est "dans la monnaie", elle sera plus chère qu'une option qui est "en dehors de la monnaie". Cela est dû au fait qu'elle a une valeur intrinsèque supérieure. La valeur intrinsèque n'est cependant pas le seul facteur qui joue un rôle pour déterminer le prix d'une option.

I.2. Valeur temps

Un autre facteur important à prendre en compte est la durée dont dispose une option avant son expiration. Ce facteur est important car, plus l'option dispose de temps avant son expiration, plus elle a le temps de se retrouver dans une position profitable. On appelle cela la valeur temps de l'option, et elle diminue au fur et à mesure que l'option approche de la date d'expiration.

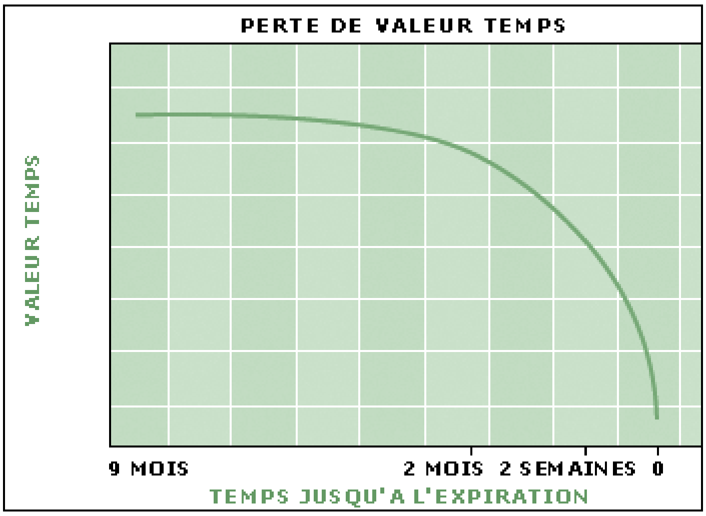


Figure 4: Valeur temps d'une option

Plus l'option dispose de temps avant expiration, plus son prix a des chances d'être élevé, car elle dispose de plus de temps pour se retrouver dans une position profitable.

Le prix d'une option est donc déterminé à la fois par la valeur intrinsèque et la valeur temps. Mais il nous reste un troisième facteur à prendre en compte.

I.3. Volatilité

Le dernier facteur à prendre en compte est la volatilité du prix du titre sous-jacent sur lequel l'option se calque. Pourquoi cela est-il important?

Cela est important parce que, comme avec la valeur temps, plus le titre sous-jacent est caractérisé par des prix volatiles, plus il a de chances d'aller dans un sens qui est profitable à l'acheteur de l'option. C'est pour cette raison que les vendeurs d'options tiendront compte de la volatilité des prix dans les primes qu'ils cotent.

Nous savons donc en quoi consistent les caractéristiques d’une option, et nous connaissons aussi les facteurs qui affectent les prix d'une option. Examinons maintenant quelques-uns des modèles de pricing les plus utilisés dans le domaine de la finance et qui nous sévirons pour évaluer différentes options dans le cadre de notre application.

II. Présentation du modèle de Black & Scholes et ses variantes :

II.1. Modèle de Black & Scholes d'origine:

Le modèle de Black-Scholes (du nom de Fischer Black et Myron Scholes) d'évaluation d'option est un modèle utilisé en mathématiques financières afin d'estimer en théorie la valeur d'une option financière, du type option européenne.

II.1.1. Formule de Black-Scholes

La formule de Black-Scholes permet de calculer la valeur théorique d'une option à partir des cinq données suivantes :

S_0 la valeur actuelle de l'action sous-jacente

T le temps qui reste à l'option avant son échéance (exprimé en années)

K le prix d'exercice fixé par l'option

r le taux d'intérêt sans risque

σ la volatilité du prix de l'action

Le prix théorique d'une option d'achat (*call*), qui donne le droit mais pas l'obligation d'acheter l'actif S à la valeur K à la date T, est caractérisé par son *pay off* :

$$(S_T - K)^+ = \max(S_T - K; 0)$$

Le prix de l'option est donné par l'espérance sous probabilité risque neutre du *pay off* terminal actualisé

$$C = E[Payoff\ x\ e^{-rT}]$$

soit la formule de Black-Scholes :

$$C(S, K, r, t, \sigma) = SN(d_1) - Kr^{-rt}N(d_2)$$

De même,le prix théorique d'une option de vente (*put*), de *payoff*

$$(K - S_T)^+ = \max(K - S_T\ ; 0)$$

est donné par :

$$P(S, K, r, t, \sigma) = -SN(-d_1) + Ke^{-rt}N(-d_2)$$

avec

N la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $N(0,1)$,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \ ; \ d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

La formule de Black-Scholes repose sur l'hypothèse que les rendements de l'actif sous-jacent sont gaussiens, ou de manière équivalente que la valeur de l'actif suit une diffusion brownienne géométrique.

Les quatre premières données sont évidentes, seule la volatilité σ de l'actif est difficile à évaluer. Deux analystes pourront avoir une opinion différente sur la valeur de σ à choisir.

On peut également appliquer la formule à l'inverse. Étant donné le prix de l'option qui est coté dans les marchés, quelle valeur de σ doit être choisie pour que la formule B-S donne exactement ce prix. On obtient ainsi la " volatilité implicite " qui a un grand intérêt pratique et théorique, c'est ce qu'on a vu dans la partie avec l'algorithme de Newton Raphson.

II.1.2. Hypothèses du modèle :

La formule de Black-Scholes peut être démontrée rigoureusement si un certain nombre de conditions sont établies. On parle alors de modèle de Black-Scholes, ou on dit qu'on est dans le cas Black-Scholes. Les marchés financiers correspondent assez bien à ce modèle, mais pas exactement bien sûr et, en particulier, contrairement à l'hypothèse centrale du modèle, le temps n'y est pas continu. Il y a donc un certain écart entre ce modèle et la réalité, qui peut devenir important quand les marchés sont agités avec de fréquentes discontinuités de cours.

Les conditions du modèle sont les suivantes :

- le prix du sous-jacent suit un mouvement brownien géométrique ;
- la volatilité est connue à l'avance et est constante ;
- il est possible d'acheter et de vendre le sous-jacent à tout moment et sans frais ;
- les ventes à découvert sont autorisées (où on emprunte une certaine quantité du sous-jacent pour la vendre) ;
- il n'y a pas de dividende ;
- le taux d'intérêt est connu à l'avance et est constant ;
- l'exercice de l'option ne peut se faire qu'à la date d'échéance, pas avant (option à exercice européen, dite option européenne).

Nous présentons ci-dessous un pricer basé sur la formule de Black & Scholes que nous avons programmé sous VBA, et qui fournit les prix d'options vanilles.

II.1.3. Pricer sous VBA :

Priceur B&S

Input	
stock price	56,00
strike	60,00
risk free rate	0,05
volatility	0,20
Time	1,00

Output	
Call price	3,9868
Put price	5,0606

Calculer

Figure 5: Pricer d'options Black & Scholes

II.2. Modèle de Black-Scholes-Merton :

La formule de prix d'option ci-dessus est employée pour l'évaluation d'options européennes sur les actions ne payant pas de dividendes. Le modèle Black-Scholes peut être facilement étendu aux options sur des instruments payant des dividendes. Pour les options sur des indices (tels que le FTSE ou le CAC 40) où chacune des entreprises entrant dans son calcul peut payer un dividende une ou deux fois par an, il est raisonnable de supposer que les dividendes sont payés sans interruption.

Le paiement des dividendes au cours d'une période de temps $[t, t + \delta h]$est alors noté :

$$q\ S_t\ dt$$

pour un q constant. Sous cette formulation le prix arbitrage-libre selon le modèle Black-Scholes peut être montré comme étant :

$$C(S,T) = e^{-qT} S_0 N(d_1) - e^{-rt} K\ N(d_2)$$

$$P(S,T) = e^{-rT} K N(-d_2) - e^{-qT} S_0 N(-d_1)$$

où maintenant :

$F = e^{(r-q)T} S_0$ est le prix modifié de l'avant qui se produit aux termes d_1 and d_2. Cette formule est généralement connue comme *Black-Scholes-Merton*.

C’est également possible d’étendre le cadre Black-Scholes aux options sur des instruments payant des dividendes discrets. C'est utile quand l'option est basée sur des actions simples.

Un modèle typique doit supposer qu'une proportion δ du prix (cours) d'actions ait payé comme dividende aux dates prédéterminées T_1, $T2$....

Le prix des actions est alors modelé comme:

$$S_t = S_0(1-\delta)^{n(t)} e^{\sigma W_t + \mu t}$$

où $n(t)$ est le nombre de dividendes qui ont été payés au temps t .

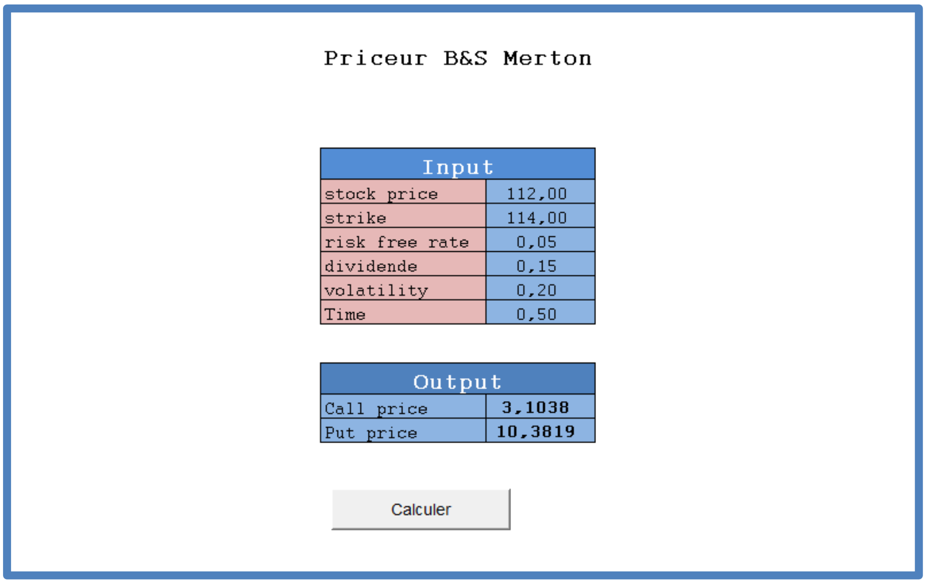
Le prix d'une option d'achat sur des telles actions est encore:

$$C(S_0, K, r, T, q, \sigma) = FN(d_1) - Ke^{-rt}\, N(d_2)$$

$$P(S_0, K, r, T, q, \sigma) = e^{-rT} KN(-d_2) - FN(-d_1)$$

où maintenant : $F = S_0(1-\delta)^{n(t)} e^{rt}$ est le prix en avance des actions payant du dividende.

Exactement la même formule est employée pour évaluer des options sur des taux de devises étrangères, sauf que maintenant q prend le rôle du taux d'intérêt sans-risque étranger et S le taux de change immédiat. C'est le modèle de Garman-Kohlhagen (1983).



II.3. Modèle de Garman-Kohlhagen

II.3.1. Spécifités du modèle :

Dans le cadre du modèle de Garman-Kohlhagen qui s’inspire de celui de Black-Scholes, le taux de change $(St)_{t\in[0;T]}$ a la dynamique suivante :

$$dS_t = (r_d - r_f)S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

où r_d est le taux d'intérêt domestique, r_f est le taux d'intérêt étranger, et σ la volatilité supposée constante, et W un P-mouvement brownien standard.

Ainsi S_t s'écrit de la manière suivante :

$$S_t = S_0 \, e^{\left((r_d - r_f) - \frac{\sigma^2}{2} \right)}$$

Si par exemple S désigne le taux de change entre la devise domestique et la devise étrangère, alors 1/S désigne le taux de change inverse.

Dans les marchés FX, plusieurs notations sont utilisées afin de faire la distinction entre la devise domestique et la devise étrangère.

La devise domestique est également appelée devise de base (ou b), et la devise étrangère underlying (ou u). La notation b/u est équivalente à u-b. Ainsi, $S^{b/u}$ correspond à la valeur de 1 u en monnaie b:

En tant qu'exemple, nous allons étudier le cas d'un call sur $S^{EUR/USD}$, qui est la valeur de 1 USD en EUR: Le strike est exprimé en EUR/USD, et est noté C . Le payeoff d'un tel call à maturité est

$$(S_T^{EUR/USD} - K^{EUR/USD})^+$$

C'est également un call sur l'USD, qui est équivalent à un Put sur l'EUR; on montre dans ce qui suit cette équivalence : si on note Q^{EUR} le nominal en euros, et Q^{USD} le nominal en dollars, alors le payoff en EUR du Call sur l'USD est donné par :

$$Q^{USD}(S_T^{EUR/USD} - K^{EUR/USD})^+$$

qui est un call sur $S_T^{EUR/USD}$. Et le payoff en USD du Put sur l'EUR est :

$$Q^{EUR}(K^{USD/EUR} - S_T^{USD/EUR})^+$$

qui est un put sur $S_T^{USD/EUR}$

Nous pouvons en outre écrire :

$$Q^{USD}(S_T^{EUR/USD} - K^{EUR/USD})^+ = \frac{Q^{USD} K^{EUR/USD}}{S_T^{EUR/USD}} (K^{USD/EUR} - S_T^{USD/EUR})^+$$

Ainsi les deux portefeuilles ont la même valeur à la maturité. Comme nous sommes dans un monde sans arbitrage, ils doivent avoir la même valeur aujourd'hui.

En fait ce n'est qu'une simple traduction de la parité call-put, qui est une caractérisation de la condition de non-arbitrage dans notre économie internationale.

$$Put_{EUR}^{EUR/USD} = Call_{USD}^{EUR/USD} S_T^{EUR/USD}$$

II.3.2.Pricing :

Dans ce qui suit, on étudie le pricing d'options fréquemment échangées dans les marchés FX, à savoir les options vanilles.

Le prix à la date t = 0, d'un call de maturité T, de strike K; est donné par :

$$p_0 = e^{-(r_d T)} E\left[(S_T - K)1_{\{S_T \geq K\}}\right]$$
$$= e^{-(r_d T)} E\left[S_T 1_{\{S_T \geq K\}}\right] - K e^{-r_d T} P(S_T \geq K)$$

Le deuxième terme se calcule facilement :

$$P(S_T \geq K) = P\left(\frac{\ln\left(\frac{S_x}{S_0}\right) - \left(\left(r_d - r_f\right) - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \geq \frac{\ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \left(\left(r_d - r_f\right) - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$= N(d_1 - \sigma\sqrt{T})$$

où N est la fonction de répartition de la loi normale, et d1 est donné par :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(\left(r_d - r_f\right) + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

– Pour le premier terme on introduit la mesure de probabilité P définie par :

$$\tilde{P} := Z_T P, sur\ F_T$$

Ou Z_T est défini par :

$$Z_T := \frac{S_T}{E^P[S_T]} = e^{-(r_d - r_f)T} \frac{S_T}{S_0}$$

Alors d'après le théorème de Girsanov, le processus $\left(\widetilde{W}_t\right)_{t\geq 0}$ défini par $\widetilde{W}_t := W_t - \sigma t$ est un $\tilde{P}$ –mouvement brownien standard.

Alors

$$e^{-r_d T} E^P\left[S_T 1_{\{S_T \geq K\}}\right] = e^{-r_d T} E^{\tilde{P}}\left[\frac{S_T}{Z_T} 1_{\{S_T \geq K\}}\right]$$
$$= S_0 e^{-r_f T} E^{\tilde{P}}\left[1_{\{S_T \geq K\}}\right]$$
$$= S_0 e^{-r_f T} \hat{P}[(S_T \geq K)]$$
$$= S_0 e^{-r_f T} N[d_1]$$

Ainsi le prix à la date t = 0 du call est donné par :

$$p_0 = e^{-(r_f T)} N(d_1) - K\, e^{-r_d T} N(d_1 - \sigma\sqrt{T})$$

Dans la plupart des cas, on doit distinguer 2 autres dates qui peuvent jouer un rôle non-négligeable lors des passages de week-ends ou de jours fériés. On définit alors 4 dates de la manière suivante :

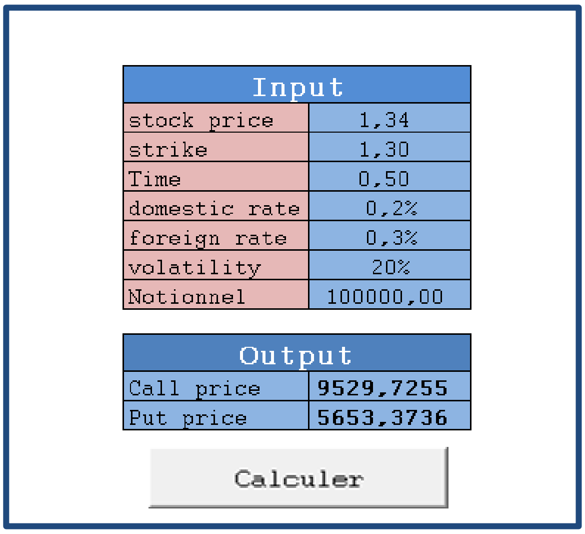
T_H: date de pricing (H pour horizon date)
T_S : date spot
T_E : date d'expiration
T_D : date de livraison.

En général l'intervalle de temps entre T_H et T_S est de 2 jours de cotations, tout comme l'intervalle de temps entre T_E et T_D. Cependant, si par exemple T_E est un vendredi, alors T_D sera un lundi et l'intervalle de temps entre les deux dates sera alors de trois jours. Pour plus de précisions on prend ces quatre dates en input. La valeur de d1 calculée précédemment est alors modifiée :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r_d - r_f)(T_D - T_S) + \frac{\sigma^2}{2}(T_E - T_H)}{\sigma\sqrt{T_E - T_H}}$$

On remarque clairement qu'au milieu de la semaine et sans jours fériés
T_D - T_S = T_E -T_H de sorte que l'on retrouve la formule simple.

II.3.3. Pricer sous VBA :



Input	
stock price	1,34
strike	1,30
Time	0,50
domestic rate	0,2%
foreign rate	0,3%
volatility	20%
Notionnel	100000,00

Output	
Call price	9529,7255
Put price	5653,3736

Figure 6: Pricer d'options de change

III. Sensibilité d'une option : les grecs

III.1. Delta

Il existe plusieurs définitions du delta. Ces définitions sont certes différentes mais se recoupent toutes. On dit souvent qu'il y a plusieurs manières de voir ou d'interpréter le delta

Le delta est la dérivée du prix P de l'option par rapport au sous-jacent :

$$\delta = \frac{\partial P}{\partial S}$$

Graphiquement, le delta est la pente de la tangente à la courbe représentative du prix de l'option en fonction du spot. Le delta est la sensibilité du prix de l'option à une variation donnée du prix du sous-jacent : quand le spot monte de x euros, le prix de l'option varie de delta fois x euros. Le delta nous donne deux indications : le signe de variations (signe du delta) et l'amplitude de variation (valeur du delta). Le delta est aussi la quantité exacte de sous-jacent dont on est long ou court. Enfin, le delta est la probabilité que l'option finisse dans la monnaie.

III.1.3. Propriétés

Les propriétés principales du delta sont les suivantes :

- Le delta d'un call est toujours positif et est compris entre 0 et 100%.
- Le delta d'un put est toujours négatif et est compris entre -100% et 0
- Le delta d'un sous-jacent vaut 100%, Le delta d'une option à la monnaie vaut a peu près 50%,
- Le delta d'une option très "in the money" est très proche de 100%,
- Le delta d'une option très "out of the money" est très proche de 0.

III.1.2. Neutralisation du delta

Le delta est une fonction linéaire : le delta d'une somme vaut la somme des deltas.

Il est donc possible de neutraliser le delta d'un portefeuille de la manière suivante :

- Si le delta global δ d'une position est positif, on vend (à découvert) δ unités du sous-jacent ce qui permet d'avoir un delta global nul.
- Si le delta global δ d'une position est négative, on achète δ unités du sous-jacent ce qui permet d'avoir un delta global nul.

III.2. Gamma

Toute variation du spot dS engendre non seulement une variation du prix de l'option (delta), mais aussi une variation du delta lui-même. Le facteur de proportionnalité liant la variation du delta et celle du sous-jacent s'appelle le gamma.

Le gamma, appelé aussi « convexité » de l'option, est la dérivée seconde du prix P de l'option par rapport au cours du sous-jacent :

$$\gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 P}{\partial^2 S}$$

Le gamma est donc le « pas de variation » du delta avec le sous-jacent : lorsque le sous-jacent monte de n euros, le delta augmente de n fois gamma unités euros. Plus le gamma est grand, plus la variation du delta est importante à chaque variation du spot et plus le maintien de la position en delta est difficile et requiert plus d'achats et ventes de sous-jacents.

Un simple développement à l'ordre 2 du prix d'une option en séries de Taylor permet immédiatement de comprendre où intervient le gamma.

En effet, la variation du prix d'une option peut s'approximer ainsi :

$$V(S) \approx V(S_0) + \frac{\partial V(S_0)}{\partial S}(S - S_0) + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 V(S_0)}{\partial S^2}(S - S_0)^2 + o(S)$$

et en déduire que:

$$\begin{aligned} V(S) - V(S_0) &\approx \frac{\partial V(S_0)}{\partial S}(S - S_0) + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 V(S_0)}{\partial S^2}(S - S_0)^2 \\ &\approx \Delta(S - S_0) + \frac{1}{2!}\Gamma\,(S - S_0)^2 \end{aligned}$$

Graphiquement le gamma s'interprète comme la courbure de la courbe représentative du prix de l'option en fonction du sous-jacent.

Lorsque cette courbure est convexe, c'est que le gamma est positif et lorsqu'elle est concave c'est qu'il est négatif. Par ailleurs, plus cette courbe est convexe ou concave (c'est-à-dire plus la courbe est incurvée) plus le gamma est grand (en valeur absolue).

III.2.1. Propriétés

- Le gamma est aussi une fonction linéaire :
- Le gamma d'un portefeuille est la somme des gammas des éléments qui le composent.
- Le gamma d'une position acheteuse d'options est toujours positif.
- Le gamma d'une position vendeuse d'options est toujours négatif,.
- Plus généralement le gamma de toute position optionnelle dont la représentation graphique est une fonction convexe est positif et le gamma de toute position optionnelle dont le graphique est une fonction concave est négatif.
- Le gamma d'un sous-jacent est nul (le delta est constant et vaut 1, sa dérivée par rapport au spot est donc nulle).

III.2.2. Variation du delta et Gamma en fonction du spot

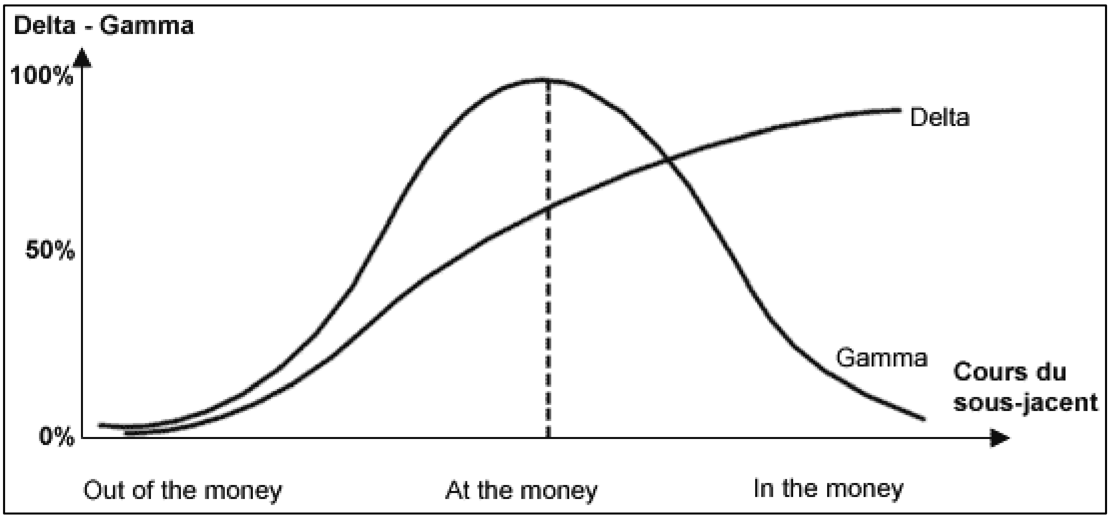


Figure 7: Variation du delta et du gamma en fonction du spot

Le delta est une fonction croissante du spot aussi bien pour un put que pour un call.

On voit bien que la courbure est maximale au voisinage de la monnaie et est sensiblement nulle quand l'option est très éloignée de la monnaie. On constate que le gamma d'une option donnée en fonction du sous-jacent est une courbe en forme de cloche qui présente un maximum au prix d'exercice.

III.3. Le Thêta :

III.3.1. Définition

Une option perd de la valeur tous les jours. La perte de valeur dP pour une variation dt s'appelle le thêta. Pour un intervalle de temps dt, le prix d'une option varie de dp/dt :

Le thêta est donc la dérivée du prix de l'option par rapport au temps. Cette dérivée est toujours négative et traduit la décroissance de la valeur de l'option au fil du temps (toutes choses égales par ailleurs).

Cette décroissance profite évidemment au vendeur de l'option, et l'unité de temps sera égale à un jour par convention. On a donc dt = 1 jour, et le thêta s'interprète comme la valeur de décroissance journalière du prix d'une option liée au raccourcissement de sa maturité résiduelle.

III.3.2. Propriétés

Les propriétés essentielles à connaître concernant le thêta sont les suivantes :

- Une position acheteuse d'option à un thêta négatif,
- Une position vendeuse d'option à un thêta positif, Le thêta du sous-jacent est nul, Le thêta d'une option est maximal à la monnaie (car c'est là où la valeur temps est maximale),

- Le thêta d'une option est d'autant plus faible que la maturité résiduelle est élevée,

III.4. Le Véga :

III.4.1. Définition

Le Véga est la dérivée du prix P de l'option par rapport à la volatilité du cours du sous-jacent :

$$\vartheta = \frac{\partial P}{\partial \sigma}$$

III.4.2. Propriétés

- Le Véga est une fonction linéaire uniquement pour les options d'une même maturité
- Le Véga d'un portefeuille composé d'options de maturité identique est la somme des végas des options qui le composent,
- Le Véga d'un sous-jacent est nul,
- Le Véga d'une position acheteuses d'options est positif,
- Le Véga d'une position vendeuse d'options est négatif,
- Le Véga d'une option est d'autant plus grand que la maturité est longue,
- Le Véga d'une option est maximal à la monnaie, car c'est à la monnaie qu'il y a le plus d'incertitude,
- Le Véga est d'autant plus faible que l'on s'éloigne de la monnaie.

III.5. Outil pour le calcul des Grecs :

L'outil dont l'aperçu figure ci-dessous permet de calculer les différents grecs d'une option. On trouve comme inputs le spot, le strike, la maturité, le taux sans risque, la volatilité et le sens. Nous l'avons développé sous VBA.

Greeks

Input	
stock price	111,00
strike	115,00
Time	0,50
risk free rate	0,05
volatility	0,30
sens	Achat

	Output	
greeks for call	Call price	**8,8562**
	Delta	0,5227
	Gamma	0,0169
	Vega	31,2616
	Theta	7,1476
	Rho	24,5840

	Output	
greeks for put	Put price	**10,0168**
	Delta	-0,4773
	Gamma	0,0169
	Vega	31,2616
	Theta	1,5396
	Rho	-31,4963

Figure 8: Calcul des Grecs

IV. Interdépendance et corrélation des grecques : base du trading de volatilité

IV.1. Propriétés à retenir :

- **Additivité**

Comme il a été vu plus haut, tous les grecs sont additifs sauf le Véga qui ne l'est que pour des options de même maturité.

- **Parité Put-Call et ses conséquences**

Tout call et Put de même maturité et de même strike sont liés par la relation mathématique suivante dite « parité call/put » :

$$\boldsymbol{C + K\ exp(-rT) = P + S}$$

En dérivant les deux membres de cette égalité, nous obtenons les relations mathématiques entre grecques suivantes :

$$\delta_{call} = 1 + \delta_{put}$$

$$\gamma_{call} = \gamma_{put}$$

$$\theta_{call} = \theta_{put}$$

$$\vartheta_{call} = \vartheta_{put}$$

IV.2. Calcul du point mort :

La valeur d'un portefeuille optionnel varie en fonction du sous-jacent, de l'écoulement du temps et de la volatilité.

Nous admettrons la formule suivante :

$$\Delta P = \delta \Delta S + \frac{1}{2}\gamma(\Delta S)^2 + \theta \Delta t + \vartheta \Delta \sigma$$

A l'exception du delta, les trois autres grecques, gamma, thêta et Véga pour des calls et des puts de même strike et même maturité sont égaux. Par conséquent, deux portefeuilles A et B constitués, respectivement, de calls et de puts de mêmes caractéristiques (mêmes strikes et mêmes maturités) tous les deux deltas hedgés auront le même gamma, Véga et thêta et, donc, réagiront de la même manière à l'écoulement du temps, aux variations du spot et à celles de la volatilité implicite.

La nature en soi de l'option (call ou put) importe peu pour évaluer les risques d'un portefeuille. Ce qui est important, en revanche, c'est de pouvoir identifier les options (calls ou puts) dont le portefeuille est long (sens = achat) et celles dont il est court (sens = vente) pour pouvoir évaluer les grecques de ce portefeuille, et par conséquent ses risques.

V. Couverture par les grecs :

V.1. Delta hedging :

Le prix d'une option varie en fonction du prix du sous-jacent. Se couvrir contre le risque de variation du sous-jacent, c'est limiter son exposition à sa corrélation.

Se couvrir, en dehors du fait de sortir purement et simplement, c'est trouver une corrélation entre deux instruments financiers suffisamment stable afin de pouvoir opérer sur l'un et l'autre en limitant la variation du portefeuille global. Une option est donc "sensible" à une variation du sous-jacent à hauteur de son delta.

✓ ***<u>Intérêt de la réplication</u>***

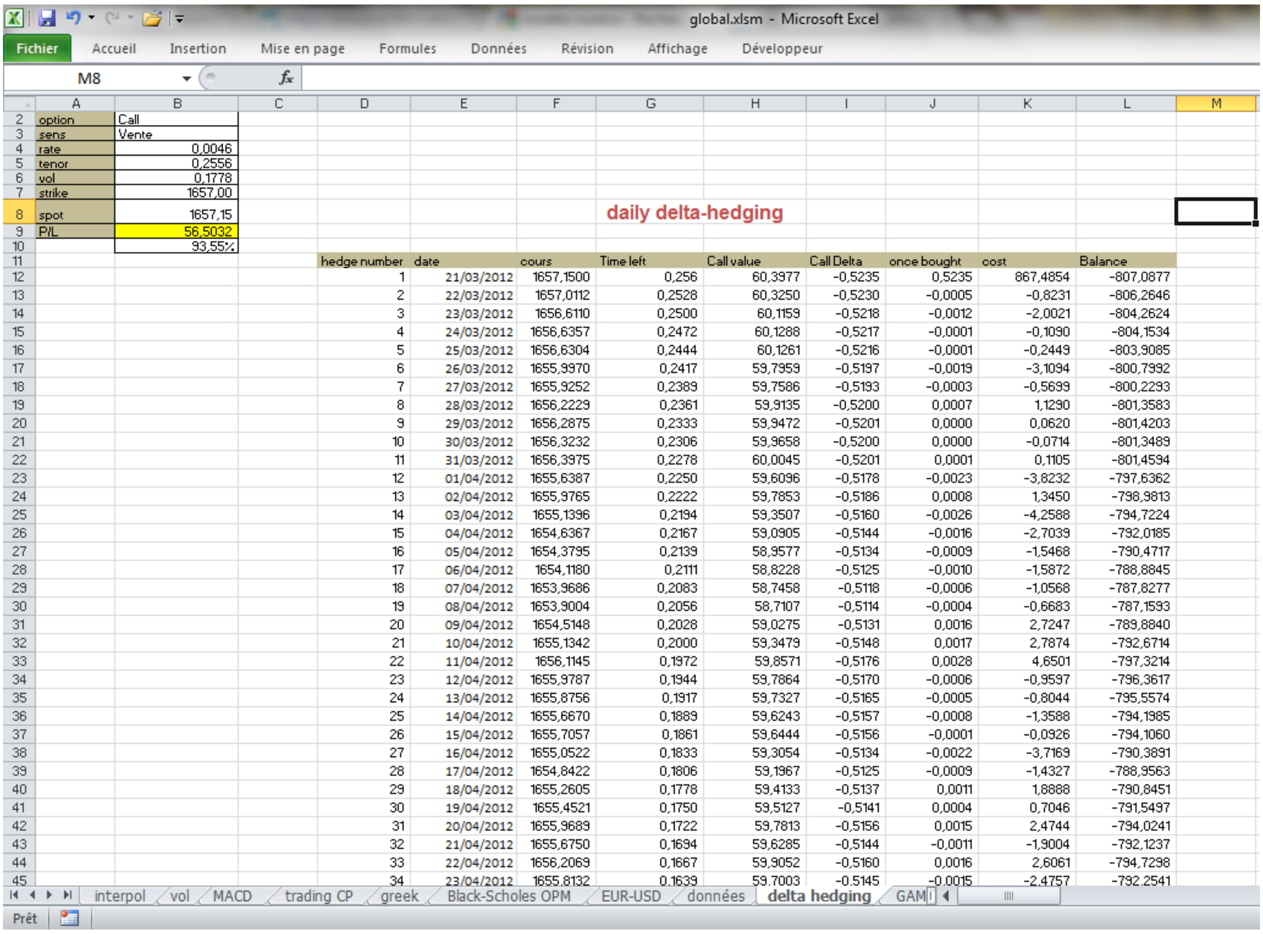
L'intérêt pour une banque ou une institution financière qui achèterait/vendrait un call à un de ses clients, est qu'il lui suffit de vendre/d'acheter simultanément delta actions afin de compenser une petite variation positive ou négative de l'action. La banque est alors couverte vis à vis du risque de décalage de l'action, on dit qu'elle est delta-hedgée. Cela permet par exemple à un market-maker de pouvoir coter en permanence une option dès lors qu'il peut se couvrir sur le sous-jacent.

✓ ***<u>Application :</u>***

Nous présentons dans ce qui suit l'exemple d'un delta hedging journalier pour une option d'achat sur le Gold, dont les paramètres sont les suivants :

- Spot: 1657,15
- Strike : 1657

- Maturité : 3 mois
- Taux d'intérêt sans risque : 0,46 %
- Volatilité : 17,78 %



option	Call
sens	Vente
rate	0,0046
tenor	0,2556
vol	0,1778
strike	1657,00
spot	1657,15
P/L	56,5032
	93,55%

daily delta-hedging

hedge number	date	cours	Time left	Call value	Call Delta	once bought	cost	Balance
1	21/03/2012	1657,1500	0,256	60,3977	-0,5235	0,5235	867,4854	-807,0877
2	22/03/2012	1657,0112	0,2528	60,3250	-0,5230	-0,0005	-0,8231	-806,2646
3	23/03/2012	1656,6110	0,2500	60,1159	-0,5218	-0,0012	-2,0021	-804,2624
4	24/03/2012	1656,6357	0,2472	60,1288	-0,5217	-0,0001	-0,1090	-804,1534
5	25/03/2012	1656,6304	0,2444	60,1261	-0,5216	-0,0001	-0,2449	-803,9085
6	26/03/2012	1655,9970	0,2417	59,7959	-0,5197	-0,0019	-3,1094	-800,7992
7	27/03/2012	1655,9252	0,2389	59,7586	-0,5193	-0,0003	-0,5699	-800,2293
8	28/03/2012	1656,2229	0,2361	59,9135	-0,5200	0,0007	1,1290	-801,3583
9	29/03/2012	1656,2875	0,2333	59,9472	-0,5201	0,0000	0,0620	-801,4203
10	30/03/2012	1656,3232	0,2306	59,9658	-0,5200	0,0000	-0,0714	-801,3489
11	31/03/2012	1656,3975	0,2278	60,0045	-0,5201	0,0001	0,1105	-801,4594
12	01/04/2012	1655,6387	0,2250	59,6096	-0,5178	-0,0023	-3,8232	-797,6362
13	02/04/2012	1655,9765	0,2222	59,7853	-0,5186	0,0008	1,3450	-798,9813
14	03/04/2012	1655,1396	0,2194	59,3507	-0,5160	-0,0026	-4,2588	-794,7224
15	04/04/2012	1654,6367	0,2167	59,0905	-0,5144	-0,0016	-2,7039	-792,0185
16	05/04/2012	1654,3795	0,2139	58,9577	-0,5134	-0,0009	-1,5468	-790,4717
17	06/04/2012	1654,1180	0,2111	58,8228	-0,5125	-0,0010	-1,5872	-788,8845
18	07/04/2012	1653,9686	0,2083	58,7458	-0,5118	-0,0006	-1,0568	-787,8277
19	08/04/2012	1653,9004	0,2056	58,7107	-0,5114	-0,0004	-0,6683	-787,1593
20	09/04/2012	1654,5148	0,2028	59,0275	-0,5131	0,0016	2,7247	-789,8840
21	10/04/2012	1655,1342	0,2000	59,3479	-0,5148	0,0017	2,7874	-792,6714
22	11/04/2012	1656,1145	0,1972	59,8571	-0,5176	0,0028	4,6501	-797,3214
23	12/04/2012	1655,9787	0,1944	59,7864	-0,5170	-0,0006	-0,9597	-796,3617
24	13/04/2012	1655,8756	0,1917	59,7327	-0,5165	-0,0005	-0,8044	-795,5574
25	14/04/2012	1655,6670	0,1889	59,6243	-0,5157	-0,0008	-1,3588	-794,1985
26	15/04/2012	1655,7057	0,1861	59,6444	-0,5156	-0,0001	-0,0926	-794,1060
27	16/04/2012	1655,0522	0,1833	59,3054	-0,5134	-0,0022	-3,7169	-790,3891
28	17/04/2012	1654,8422	0,1806	59,1967	-0,5125	-0,0009	-1,4327	-788,9563
29	18/04/2012	1655,2605	0,1778	59,4133	-0,5137	0,0011	1,8888	-790,8451
30	19/04/2012	1655,4521	0,1750	59,5127	-0,5141	0,0004	0,7046	-791,5497
31	20/04/2012	1655,9689	0,1722	59,7813	-0,5156	0,0015	2,4744	-794,0241
32	21/04/2012	1655,6750	0,1694	59,6285	-0,5144	-0,0011	-1,9004	-792,1237
33	22/04/2012	1656,2069	0,1667	59,9052	-0,5160	0,0016	2,6061	-794,7298
34	23/04/2012	1655,8132	0,1639	59,7003	-0,5145	-0,0015	-2,4757	-792,2541

V.2. Gamma hedging :

Le gamma hedging est une technique de couverture du risque delta d'un portefeuille options. La couverture en delta n'était pas toujours satisfaisante, en particulier pour des positions short gamma, vendeuses d'options. Afin d'éviter de réajuster le delta, et donc de payer les frais de transactions mais aussi les spreads inhérents, un bon moyen est d'avoir le delta le plus stable possible. Avoir le delta le plus stable signifie pas ou peu de modification de sa valeur initiale, donc un gamma neutre.

✓ ***<u>Le principe</u>***

Le sous-jacent n'est pas sensible à une variation du delta, son delta est constant et égale à 1 ou 100 %. Il faut donc intervenir sur une autre option pour ajuster le gamma. Le principe de gamma hedging d'un portefeuille contenant au moins une option, est de trouver une autre option sur le marché, dans des proportions qui permettent de compenser le gamma de la position originelle.

- D'une manière générale, il suffit de : **acheter / vendre pour chaque option O1 vendue/achetée, Γ1 / Γ2 options O2.**

    Où : Γ1 est le gamma de l'option *O1*

    Γ2 est le gamma de l'option *O2*

Le portefeuille est ainsi « gamma-hedgé».

✓ ***<u>Application :</u>***

Cet exemple traite le cas d'un delta gamma hedging hebdomadaire pour une option d'achat sur le Gold, dont les paramètres sont les suivants :

- Spot: 1657,15
- Strike : 1657
- Maturité : 3 mois
- Taux d'intérêt sans risque : 0,46 %
- Volatilité : 17,78 %

delta gamma hedging

vol	0,177765905
spot	1657,15

main option

option	Call
sens	Vente
strike	1650
tenor	0,255555556

hedging otion

strike	1655
tenor	0,255555556
sens	Achat
type	Call

weekly hedge

N	date	spot price	Time left	Main Call	Main Delta	Main Gamma	H call	H Delta	H Gamma	Gamma ratio	Total Delta	Asset Costs	H call costs	Total Costs	Balance
1	21/03/2012	1657,1500	0,2556	-63,8729	-0,5422	-0,0027	99,2606	0,5288	0,0027	-0,9970	-0,0150	-24,7968	-98,9631	-123,7599	59,8871
2	28/03/2012	1658,5548	0,2361	-62,2711	-0,5460	-0,0028	92,8155	0,5321	0,0028	-0,9966	-0,0157	-26,09	-92,4974	-118,5864	178,4682
3	04/04/2012	1659,7234	0,2167	-60,4485	-0,5495	-0,0029	86,4502	0,5350	0,0029	-0,9961	-0,0166	-27,51	-86,1157	-113,6262	292,0785
4	12/04/2012	1660,1301	0,1944	-57,7228	-0,5512	-0,0030	79,6467	0,5358	0,0031	-0,9958	-0,0176	-29,15	-79,3114	-108,4663	400,5152
5	19/04/2012	1661,0410	0,1750	-55,5088	-0,5547	-0,0032	73,2407	0,5386	0,0032	-0,9952	-0,0187	-31,03	-72,8921	-103,9250	504,4047
6	26/04/2012	1660,1855	0,1556	-52,1664	-0,5529	-0,0034	67,7762	0,5358	0,0034	-0,9952	-0,0197	-32,67	-67,4513	-100,1195	604,4796
7	03/05/2012	1657,9130	0,1361	-47,8675	-0,5459	-0,0036	62,9932	0,5275	0,0037	-0,9958	-0,0206	-34,09	-62,7260	-96,8179	701,2439
8	10/05/2012	1658,7284	0,1167	-45,0427	-0,5501	-0,0039	56,1485	0,5304	0,0039	-0,9950	-0,0224	-37,22	-55,8663	-93,0908	794,2726
9	17/05/2012	1658,8921	0,0972	-41,5839	-0,5528	-0,0043	49,4457	0,5311	0,0043	-0,9943	-0,0247	-40,98	-49,1621	-90,1377	884,3400
10	24/05/2012	1659,4385	0,0778	-37,9735	-0,5584	-0,0048	42,1910	0,5342	0,0048	-0,9929	-0,0280	-46,40	-41,8922	-88,2965	972,5583
11	01/06/2012	1660,3741	0,0556	-33,3919	-0,5701	-0,0056	33,1485	0,5416	0,0057	-0,9899	-0,0340	-56,43	-32,8139	-89,2428	1061,7026
12	08/06/2012	1660,5135	0,0361	-28,1103	-0,5831	-0,0070	24,7698	0,5478	0,0071	-0,9853	-0,0433	-71,86	-24,4064	-96,2659	1157,8745
13	15/06/2012	1660,6504	0,0167	-21,1479	-0,6161	-0,0100	14,7271	0,5649	0,0103	-0,9702	-0,0680	-112,95	-14,2887	-127,2360	1285,0080
14	20/06/2012	1659,8858	0,0028	-12,3602	-0,7401	-0,0209	4,3632	0,6258	0,0244	-0,8558	-0,2045	-339,53	-3,7340	-343,2634	3278,3689

4ème Chapitre :

Trading de volatilité

Mots clés :

- **Analyse technique**
- **Véga hedging**
- **Stratégies d'options**
- **Trading**

En pratique, un trader de volatilité reste très rarement en position jusqu'à l'échéance de l'option. Le plus souvent il revendra sa position avant la date d'expiration.

En effet, l'essentiel de l'activité d'un trader d'options consiste en la prise de positions optionnelles à un certain niveau de volatilité, à la gestion en delta neutre de ces positions sur une certaine période et enfin à la revente de ces positions à des niveaux de volatilité plus intéressants permettant un profit en Véga.

Un trader de volatilité cherche, *in fine*, soit à « acheter » de la volatilité pour la « revendre » plus chère, soit à vendre de la volatilité pour la racheter « moins cher ». C'est pourquoi on appelle les traders d'options « traders de volatilité ».

Un trader de volatilité doit s'efforcer d'anticiper l'évolution du marché en termes de volatilité pour ne pas subir certains trades (contre le client par exemple), mais aussi pour construire des positions intéressantes en termes de risk / reward si le scenario anticipé se réalise. Cela demande à la fois une anticipation du marché en termes de volatilité (ajustement du Véga), mais aussi une anticipation des évolutions du spot à court terme (ajustement simultané du gamma et du thêta).

Dans ce chapitre nous présenterons dans un premier temps les démarches suivies pour l'élaboration de notre outil de gestion d'un book option. Cet outil est dédié à la couverture du risque de volatilité, pour ce faire nous avons effectué une gestion hebdomadaire en véga. Nous enchainerons par présenter quelques indicateurs d'analyse technique, qui nous permettrons de détecter nos points d'entrée ainsi que d'anticiper la tendance du marché. Par la suite, nous introduirons les différentes stratégies d'options qui permettent de faire du « Directional Trading » tout en distinguant les points forts et faibles de chacune d'entre elles. La troisième sous-partie sera dédiée à notre application, nous commencerons tout d'abord par une analyse technique de la volatilité (ATM 3 mois) de l'EUR/USD pour l'année 2011 basée sur la MACD. Une fois les signaux détectés, nous initierons nos différentes stratégies et calculerons le gain ou perte relatif d'abord à chaque coup ensuite à l'ensemble des positions. La même approche sera adoptée mais cette fois en remplaçant l'analyse technique par une analyse graphique, l'objectif étant de détecter les points extrêmes qui maximisent notre profit. Cette étude va nous permettre d'apprécier le gain potentiel présent sur le marché, afin de pouvoir le comparer aux résultats obtenus avec la MACD pour chacune de nos stratégies.

I. Présentation de l'outil de gestion:

Dans le cadre de notre projet nous avons établi un outil d'optimisation de la gestion d'un book option. Nous avons débuté avec un portefeuille composé de trois options cotées sur le CAC40 avec différents strikes et différentes maturités et pour trois contreparties.

Notre objectif est d'optimiser la gestion de ce portefeuille en termes de véga, gestion qui sera faite de façon hebdomadaire sur une période de 3mois.

Au départ nous évaluons notre véga global, qui exprime notre exposition au risque de volatilité, et suite à cette évaluation on hedge notre position en véga.

Cela se fait par l'achat d'une combinaison d'options qui annule notre véga ou le réduit au maximum.

Afin de trouver la stratégie optimale ayant le véga adéquat et qui coute le moins cher, nous avons pensé à développer un outil VBA qui intègre les quatre stratégies (Straddle, Strangle, Butterfly et Condor). Nous avons un target en véga et nous recherchons la combinaison adéquate (sens, stratégie, strike et maturité).

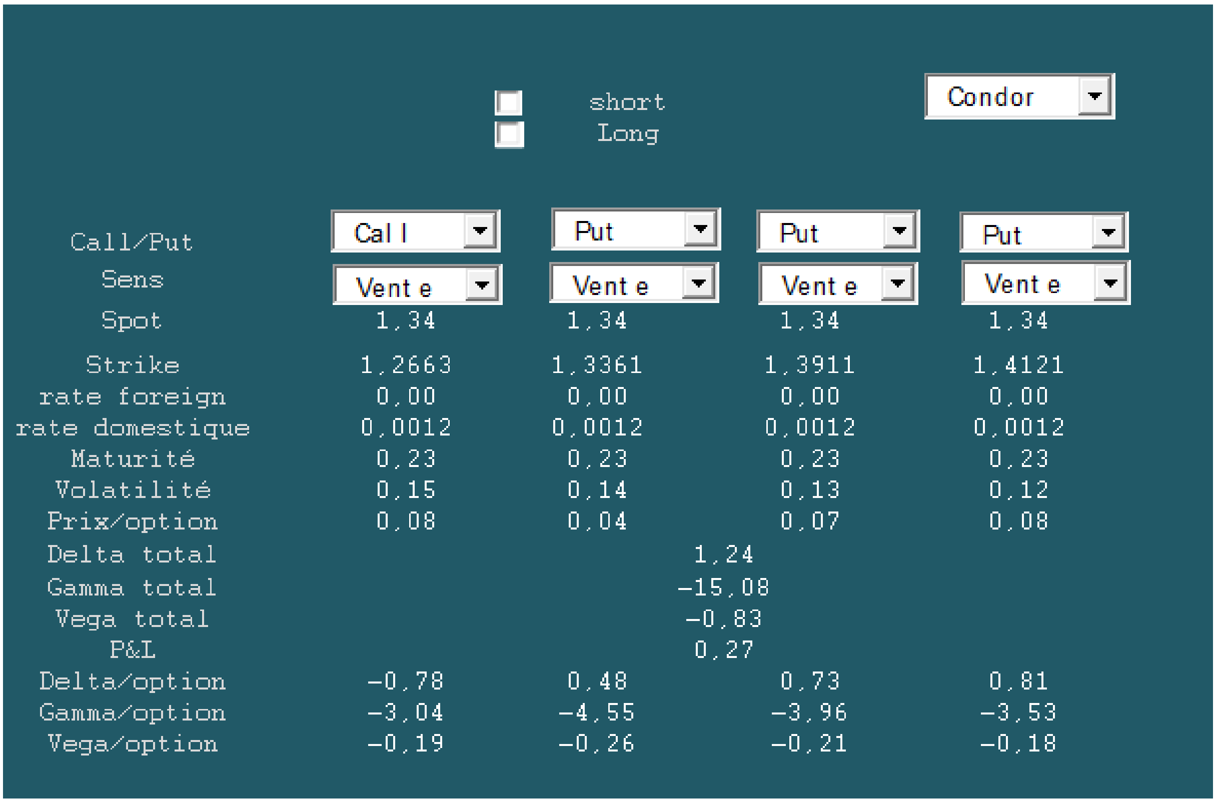


Figure 9: Outil pour comparer les stratégies

Notre portefeuille de départ est le suivant :

Tableau 1: Portefeuille initié sans stratégie

	Sens	option	maturité	spot	strike	rate	div	vol	prix	vega	vega unitaire	P&L
BNP	Vente	Call	0,25	25,5	29,0	0,01	0,07	0,51	1,24	-4,76	-0,05	1,24
ALSTOM	Vente	Put	0,25	27,3	27,0	0,01	0,02	0,48	2,50	-5,36	-0,05	2,50
Alcatel	Achat	Call	0,50	1,5	1,5	0,03	0,00	0,58	0,25	0,41	0,00	-0,25
											-0,10	3,49

Tableau 2: Portefeuille initié avec un straddle

Straddle	sens	option	maturité	spot	strike	rate	div	vol	Price	vega	vega unitaire	P&L
BNP	Vente	Call	0,25	25,7	29,0	0,01	0,07	0,51	1,30	-4,84	-0,05	1,30
ALSTOM	Vente	Put	0,25	27,3	27,0	0,01	0,02	0,48	2,50	-5,36	-0,05	2,50
Alcatel	Achat	Call	0,50	1,5	1,5	0,03	0,00	0,58	0,25	0,41	0,00	-0,25
	Achat	Call	0,25	25,5	32,4	0,01	0,07	0,46	0,39	3,08	0,03	-0,39
	Achat	Put	0,25	25,5	32,4	0,01	0,07	0,46	7,60	3,08	0,03	-7,60
											-0,03	-4,44

Dans le tableau 1 :

Notre véga total est de : -0,10 cela signifie que si la courbe de volatilité augmente de 1%, alors notre perte sera de 0,1 €. Nous avons dégagé au départ un gain de 3,49 €.

Dans le tableau 2 :

Notre véga total est de : -0,03 cela signifie que si la courbe de volatilité augmente de 1%, alors notre perte sera de 0,03 €. Nous avons constaté au départ une perte de -4.44 €.

Pour apprécier le comportement du véga jusqu'à maturité, nous allons comparer les résultats d'un portefeuille sans couverture avec un portefeuille incluant l'une des stratégies d'options à savoir un straddle, strangle, butterfly ou condor qui annulera ou réduira au moins notre véga. Un jour avant l'échéance on clôture notre position et on constate nos gains ou pertes avec et sans couverture.

Nous avons choisi de prendre l'exemple du straddle.

Tableau 3: Portefeuille à échéance sans stratégie

Semaine 13	Sens	option	maturité	spot	strike	rate	div	vol	Price	vega	vega unitaire	P&L
BNP	Vente	Call	0,0055	25,5	29,0	0,01	0,07	0,51	0,00	-0,01	0,000	1,19
ALSTOM	Vente	Put	0,0055	27,9	27,0	0,01	0,02	0,48	0,09	-0,79	-0,008	2,32
Alcatel	Achat	Call	0,2530	1,5	1,5	0,03	0,00	0,58	0,19	0,30	0,003	-0,23
											-0,040	3,28

Tableau 4: Portefeuille à échéance avec un straddle

Semaine 13	sens	option	maturité	spot	strike	rate	div	vol	Price	vega	vega unitaire	P&L
BNP	Vente	Call	0,0055	25,4	29,0	0,01	0,07	0,51	0,000	-0,002	0,000	0,00
ALSTOM	Vente	Put	0,0055	27,1	27,0	0,01	0,02	0,48	0,340	-0,796	-0,008	0,34
Alcatel	Achat	Call	0,2530	1,5	1,5	0,03	0,00	0,58	0,176	0,296	0,003	-0,18
BNP	Achat	Call	0,0055	25,5	32,4	0,01	0,07	0,46	0,000	0,000	0,000	0,00
BNP	Achat	Put	0,0055	25,5	32,4	0,01	0,07	0,46	6,878	0,000	0,000	-6,88
											-0,005	7,27

Dans le tableau 3 :

Nous remarquons qu'à maturité et dans un portefeuille sans couverture, notre véga a diminué jusqu'à atteindre -0.04, avec un gain de 3,28 €.

On déduit que le vega a baissé de 60% avec un P&L final de

6,77€ = (3.49+3.28)

Dans le tableau 4 :

Nous remarquons qu'à maturité et dans un portefeuille avec straddle, notre véga a diminué jusqu'à atteindre -0.005, avec un gain de 7,47 €.

On déduit que le véga a baissé de 95% avec un P&L final de

2,83€ = (7,27-4,44).

Nous constatons que le portefeuille sans couverture engendre un gain supérieur à celui avec couverture, car le premier portefeuille est allégé en termes d'options. En revanche, il est plus sensible à une forte volatilité car son véga est plus grand.

Nous avons dû abandonner cette approche, vu que la gestion s'est avérée très couteuse. Certes notre couverture était optimale mais pour un portefeuille réduit les couts ont dépassé le gain en véga. Nous estimons qu'avec un portefeuille plus important cette couverture pourrait s'avérer intéressante. Malheureusement, nous n'avons pas pu élargir d'avantage notre portefeuille vu la complexité de cette tâche. En effet, ceci requiert un grand nombre de paramètres qui va falloir gérer en temps réel. Et vu que nous n'avons pas de lien direct avec les systèmes informatiques financiers, tel que Bloomberg ou Reuters, nous faisons l'extraction des données manuellement, chose qui complique la gestion.

Même si nous n'avons pas pu mettre en place l'outil de gestion d'un book option, la partie concernant le choix de la stratégie optimale et la moins couteuse nous a été très utile dans le trading compte propre. En effet, grâce à cet outil nous avons pu intervenir sur les différents paramètres qui déterminent le prix de la stratégie pour obtenir la meilleure combinaison. Aussi avons-nous pu observer la réaction de chaque stratégie à la variation de l'un de ces paramètres.

II. Indicateurs d'analyse technique :

Cette partie ne figurait pas dans notre plan de départ mais nous avons jugé judicieux de l'inclure. En effet pour pouvoir faire du trading compte propre il faut tout d'abord détecter les points d'entrée et de sortie ainsi que la position à prendre.

Pour ce faire, nous avons opté pour deux indicateurs techniques assez performants à savoir la MACD et le StochRSI que nous verrons plus en détail dans cette partie.

II.1. La MACD :

La MACD est un des indicateurs les plus populaires. Comme son nom l'indique (Moving Average Convergence Divergence) elle repose sur les divergences et convergences de moyennes mobiles.

La MACD est un indicateur non borné, il a été mis au point par Gerald Appel (éditeur de Systems and Forecasts) permet une analyse précise des moyennes mobiles exponentielles.

Cet indicateur est construit à partir de la différence entre 2 moyennes mobiles exponentielles (MME) calculées sur les cours de clôture. Il s'utilise avec la moyenne exponentielle de cette différence.

La MACD repose, dans sa version originale, sur la comparaison de deux moyennes mobiles exponentielles de 26 et 12 jours.

Il est important de rappeler que les MME, pour le calcul de la MACD, sont élaborées avec les cours de clôtures.

Il existe deux représentations possibles de la MACD :

- Une représentation en courbe : Utilisée généralement pour moyen - long terme.
- Une représentation en histogramme : court terme.

La superposition des deux types de représentations est possible, mais il est important de signaler que les échelles correspondantes sont différentes.

La MACD est un bon indicateur de tendance. Sa construction basée sur les MME permet d'atténuer les retards obtenus avec les moyennes mobiles simples.

✓ ***Formule expliquée :***

La MACD est construit à partir de la différence entre 2 moyennes mobiles exponentielles (MME). Gerald Appel a retenu 9, 12 et 26 comme période pour les MME.

La méthode de calcul de ces MME est ordinaire. Le dernier cours de clôture a plus de poids que les autres cours de la période. Cette importance dépend du pourcentage exponentiel.

A chaque nouvelle clôture, on fait la différence entre les MME 12 et 26 jours. Le résultat obtenu va être utilisé pour faire une moyenne avec les 8 derniers cours de clôture (le but est de faire une MME 9 jours des différences entre la MME 12 et 26 jours).

✓ ***MACD : Application au trading et à l'investissement :***

Il y a plusieurs manières d'interpréter la MACD.

Tout d'abord, on peut repérer les croisements. Le signal est obtenu par le croisement de la courbe MACD et de la ligne de signal. Le signal baissier est indiqué lorsque la MACD tombe en dessous de la ligne de signal. Le signal est haussier lorsque la MACD dépasse la ligne de signal. Les croissements sont plus fiables lorsqu'ils apparaissent dans ces zones dites de sur achats et surventes, correspondants à des niveaux élevés de la MACD.

Le signal d'achat est déclenché dès que la courbe du MACD passe au-dessus de la ligne de signal. Lorsque celle-ci passe au-dessus de la courbe du MACD, le signal est baissier.

Une autre méthode consiste à chercher des divergences entre l'évolution des cours et l'évolution de la MACD. On parle de divergence lorsqu'un indicateur évolue dans un sens contraire de celui des cours.

✓ ***Exemple :***

Le graphique ci-dessous illustre le croisement entre la MACD et la ligne du signal permettant de détecter les points d'entrée et de sortie. Cette méthode a été appliquée à la volatilité ATM 3mois de l'EUR/USD sur l'année 2011.

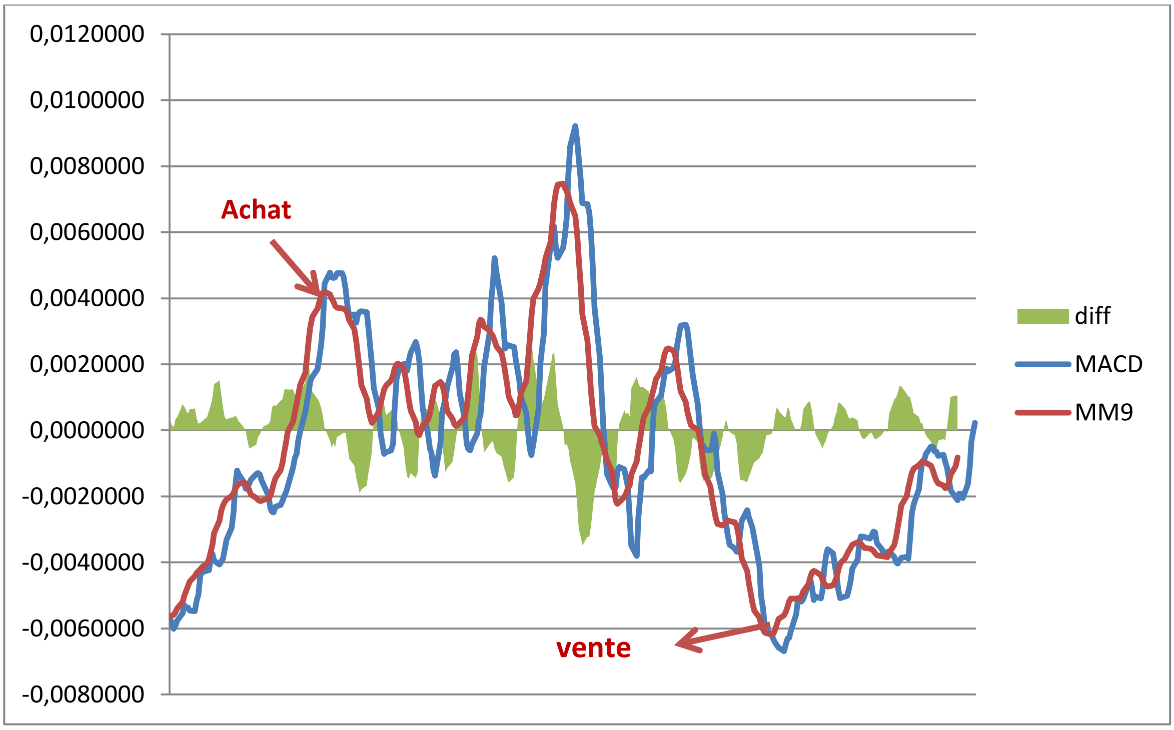


Figure 10: Détection des signaux par la MACD

Calcul de la Moyenne Mobile Exponentielle :

La moyenne mobile exponentielle attribue plus de poids au prix le plus récent. Une période ou un pourcentage exponentiel sont nécessaires pour le calcul de la moyenne mobile.

Le calcul de la moyenne mobile exponentielle s'effectue en multipliant la dernière donnée (le dernier cours) avec le pourcentage exponentiel. On ajoute à ce résultat la multiplication entre la dernière moyenne mobile exponentielle (celle de la veille) et le solde du pourcentage exponentiel (100% - le pourcentage exponentiel).

Par exemple pour une moyenne de période 5 sur les cours de clôture.

Pour moyenne mobile simple chaque donnée compte pour 20% du résultat total

(20% + 20%+ 20%+ 20%+ 20% = 100%).

(clôture1 + clôture2+ clôture3+ clôture4+ clôture5)/5 = 1/5 * (clôture1 + clôture2+ clôture3+clôture4+ clôture5)

Chacun des 5 derniers cours de clôture compte pour 20% du la MMS (5).

Pour une moyenne mobile exponentielle :

On défit le pourcentage exponentiel qui correspond à :

$$\frac{2}{(\text{Période} + 1)}$$

Dans notre cas :

$$\frac{2}{(5+1)} = 33{,}33\ \%$$

Ainsi, le dernier cours de clôture (clôture du jour) va compter pour un tiers de la moyenne mobile. Le reste, les quatre autres cours de clôture vont compter pour 1-1/3 soit 66,667%.

Si on compare les deux types de moyennes mobiles, pour la MMS le dernier cours de clôture va compter pour 20% du la MMS alors qu'il va représenter 33,33 % pour la MME (les quatre autres clôtures comptent pour 80% pour la MMS contre 66,667% pour la MME).

II.2. Les indicateurs de retournement de tendance :

II.2.1. Le RSI (Relative Strength Index) :

Le RSI est un indicateur parmi les plus utilisés en analyse technique. Il a été développé par J.W.Wilder en 1978 et il met en évidence des zones de surachat et des zones de survente.

Le RSI permet de mesurer la dynamique d'un cours. Son calcul définit le rapport entre les moyennes des hausses et les moyennes des baisses d'un titre sur une période déterminée.

Le niveau du RSI peut informer le trader sur la vitesse à laquelle le marché monte et baisse. Il détecte d'une manière des plus pertinentes, les situations précédant un retournement de tendance par les deux concepts de zones de surachat et de survente.

Le RSI a 3 utilisations fréquentes :

- Identifier des marchés surachetés ou survendus.
- Générer des signaux d'achat ou de vente.
- Indiquer des divergences haussières ou baissières.

Il est étudié en 3 zones :

- Zone de survente : entre 0 et 30, donne un signal d'achat.
- Zone de sur-achat : entre 70 et 100, donne un signal de vente.
- Zone entre 30 et 70, ne donne aucune information particulière.

  - *Méthode de calcul :*

$$\boxed{RSI = 100 - \frac{100}{1 + \frac{H}{B}}}$$

H= valeur moyenne des séances haussières sur une période donnée
B= valeur moyenne des séances baissières sur une période donné

cours	50	54	51	52	60	56	58	64	66	68	59	52	54	52
Variation		4	-3	1	8	-4	2	6	2	2	-9	-7	2	-2

Avec les variations des séances haussières sur cette période :

H= (4+1+8+2+6+2+2+2)=27

Avec les variations des séances baissières sur cette période :

B= (3+4+9+7+2)=25

Hausse (H)	27
Baisse (B)	25
H/B	1,08
1+ (H/B)	2,08
100/ (1+ (H/B))	48,07
100-[100(1+H/B)]	51,92

- ***<u>Interprétation :</u>***

L'analyse du RSI est basée sur la constatation de divergences entre lui-même et les cours. Ainsi, lorsqu'un titre atteint de nouveaux sommets et que le RSI n'arrive pas à créer lui-même un sommet plus haut que le précédent, on peut estimer qu'un retournement se prépare.

Dans son livre Welles Wilder indique cinq points majeurs pour l'utilisation du RSI :

1. RSI au-dessus de 70% ou en dessous de 30%.

   Le RSI atteint ses sommets ou ses creux avant la valeur elle-même. Plus précisément, cela signifie que le RSI qui dépasse le seuil des 70 envoie une alerte, précisant que la valeur va faire un autre sommet majeur, lequel sera probablement le dernier avant retournement.
2. Le RSI forme des figures similaires à celles qu'un tracé de cours pourrait faire, par exemple un "tête et épaules".
3. Cassure de résistances ou de supports par le RSI.

   Lorsque le RSI dépasse un précédent plus haut ou descend plus bas qu'un précédent plus bas, il y aura un probable retournement des cours.
4. Supports et résistances du RSI.

   Il arrive que le RSI perce un support ou une résistance tracée sur le RSI lui-même, alors que l'on ne détecte pas cette situation sur le tracé des cours.
5. Divergence du RSI par rapport aux cours.

   Comme indiqué plus haut, Le RSI ne parvient pas à dépasser le sommet précédent, alors que les cours y parviennent. Lors de ce sommet-là, il convient de liquider tout ou partie de sa position car le retournement est probable, car annoncé par le RSI.

II.2.2. Le StochRSI :

Le Stochastic RSI, ou également appelé Stoch RSI, a été développé par Tushard Chande et Stanley Kroll. C'est un oscillateur qui, comme son nom l'indique, applique la méthode de calcul de l'indicateur Stochastics classique sur les valeurs du RSI. C'est donc un "indicateur d'indicateur". Alors que l'indicateur Stochastics classique mesure la relation entre cours de clôture et écarts journaliers, le Stochastic RSI mesure le RSI par rapport à sa variation sur une période.

✓ *Méthode de calcul :*

$$\boxed{Stoch\ RSI\ = \frac{RSI\ -\ MinimumRSIn}{MaximumRSIn\ -\ MinimumRSIn}}$$

où

- RSI = la valeur du RSI de période n
- MinimumRSIn = la valeur minimum du RSI sur la période n
- MaximumRSIn = la valeur maximum du RSI sur la période n

✓ *Interprétation :*

Le Stochastic RSI peut être interprété de plusieurs façons :

1. ***Signal de sur achat ou de sur vente :*** quand le Stochastic RSI est au-dessus de 0.80, alors la valeur est considérée comme sur achetée et une correction à la baisse pourrait intervenir dans le futur proche. Inversement, quand le Stochastic RSI est en dessous de 0.20, alors la valeur est considérée comme sur vendue et une correction à la hausse pourrait intervenir dans le futur proche. Certains considèrent que le franchissement à la hausse du niveau 0.20 est un signal d'achat, et que le franchissement à la baisse du niveau 0.80 est un signal de vente.

2. ***Signal de franchissement du niveau central*** : Certains considèrent que le franchissement du niveau 0.50 confirme un autre signal. D'autres considèrent que le franchissement à la hausse du niveau 0.50 après une situation de sur vente comme un signal d'achat, ou inversement le franchissement à la baisse du niveau 0.50 après une situation de sur achat comme un signal de vente.

3. ***Signal de divergence*** : Si le Stochastic RSI est en hausse et franchit le niveau 0.20 tandis que le cours de clôture est en baisse, alors cette divergence peut être interprétée comme un signal d'achat. Inversement, si le Stochastic RSI est en baisse et franchit le niveau 0.80 tandis que le cours de clôture est en hausse, alors cette divergence peut être interprétée comme un signal de vente.

Pour notre stratégie de trading, qui sera présentée dans la prochaine partie, nous avons opté pour la MACD puisqu'elle nous donnait de meilleurs signaux et une plus grande fréquence d'interventions qui nous permet de dégager plus de gain et de profiter d'un maximum de mouvements. Les deux indicateurs ont été réalisés sur Excel, il suffit d'introduire l'historique du cours pour obtenir les signaux d'achat ou de vente.

III. Stratégies de trading de volatilité :

Les stratégies d'options représentent une combinaison d'options qui permet de profiter des forts mouvements de volatilité afin de générer un gain. Comme elles peuvent utiles pour la diversification du portefeuille et la couverture de risque.

III.1. Straddle :

- Objectif:

Tirer profit à la fois d'un mouvement de hausse et d'un mouvement de baisse d'un sous-jacent.

- Stratégie:

✓ ***Vente :***

La vente d'un straddle consiste en la vente simultanée d'un call et d'un put portant sur le même actif sous-jacent, de même strike, même maturité.

Le vendeur de *Straddle* mise sur une stabilité des cours du support par rapport au prix d'exercice afin de lui permettre de conserver au moins une partie des primes touchées initialement.

✓ ***Achat :***

L'achat d'un straddle consiste en l'achat simultanée d'un call et d'un put portant sur le même actif sous-jacent, de même strike, même maturité.

L'acheteur de *Straddle* anticipe une forte variation de cours indépendamment du sens de celle-ci. Cette variation doit être suffisamment importante pour lui permettre le paiement des 2 primes et si possible l'exercice d'une des options.

- Caractéristique:

Vente	Achat
Perte illimitée	**Perte limitée**
Profit limité	**Profit illimité**
Cash crédit	**Cout important**

- Représentation graphique:

Exemple : Vente d'un straddle 100/ 100 (vente put strike 100+ vente call strike 100), échéance 1 an, volatilité du sous-jacent 30%, taux d'intérêt sans risque 5%, pas de dividende ni revenu.

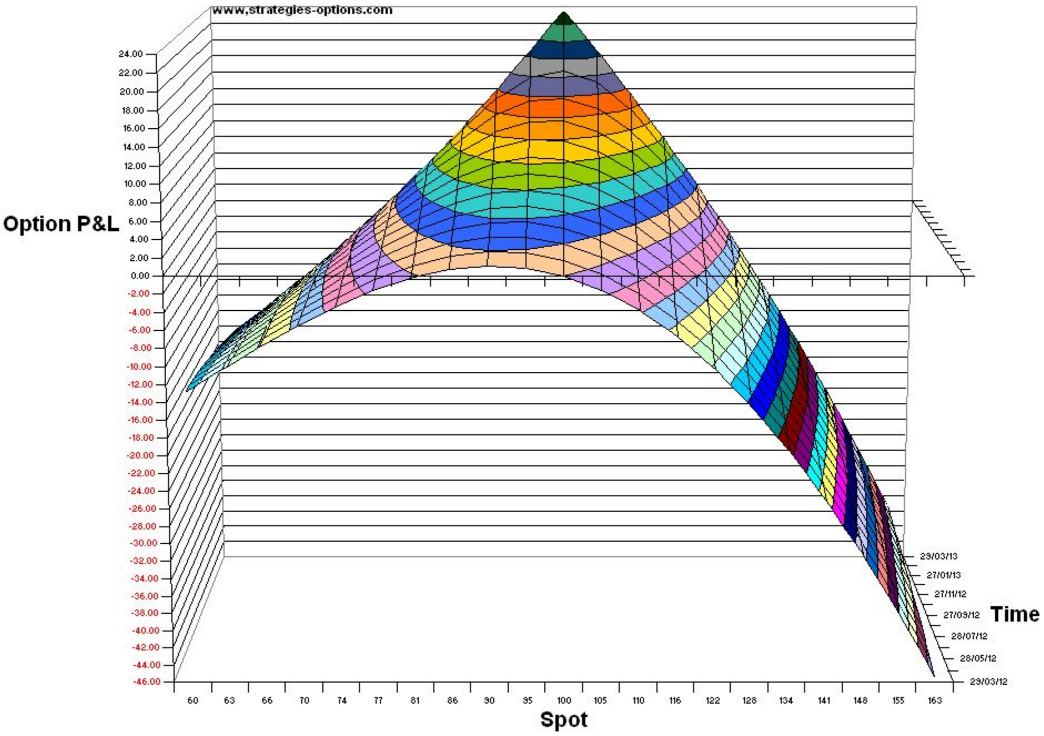


Figure 11: Short straddle

Achat d'un straddle 100 / 100 (achat put strike 100 + achat call strike 100), échéance 1 an, volatilité du sous-jacent 30%, taux d'intérêt sans risque 5%, pas de dividende ni revenu.

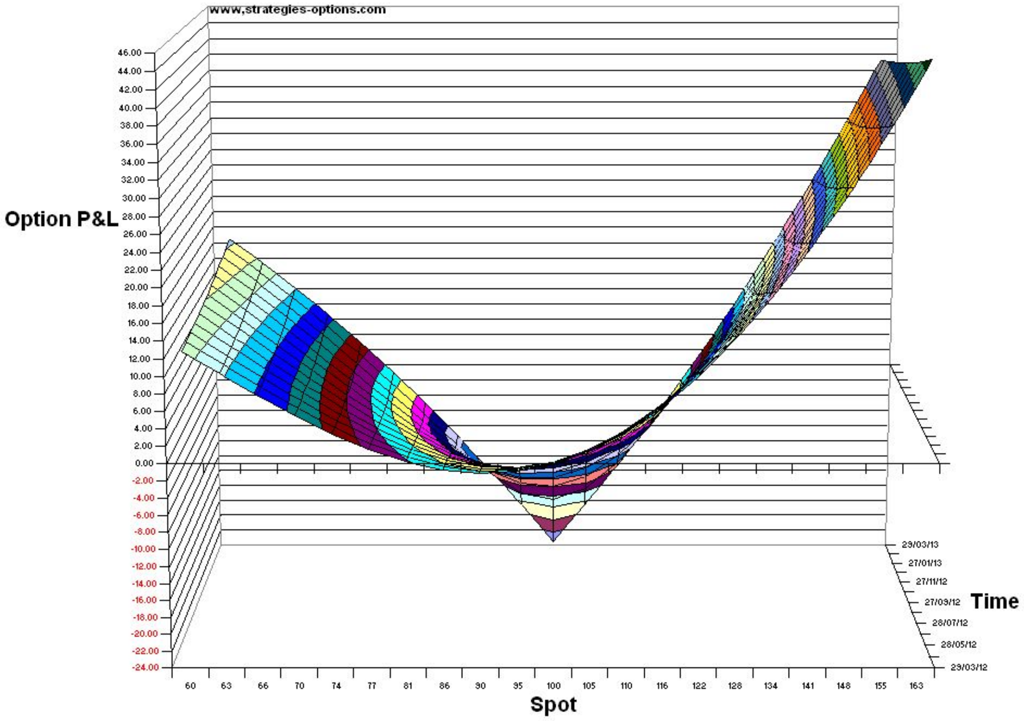


Figure 12: Long Straddle

III.2. Strangle:

- Objectif:

Tirer profit à la fois d'un mouvement de hausse et d'un mouvement de baisse d'un sous-jacent (avec des primes moins importantes).

- Stratégie:

✓ ***Short Strangle :***

La vente d'un strangle consiste en la vente simultanée d'un call et d'un put portant sur le même actif sous-jacent, de différent strikes et même maturité.

Le vendeur du Strangle anticipe une quasi-stabilité du cours du support.

Le sens de variation n'influe pas sur les profits et pertes de la stratégie. Le risque est équivalent à celui d'une position vendeuse d'options (call ou put) en cas de variation brutale de l'actif sous-jacent.

✓ ***Long Strangle :***

L'achat d'un *strangle* consiste en l'achat simultanée d'un call et d'un put portant sur le même actif sous-jacent, de différent strikes et même maturité.

L'acheteur de *strangle* anticipe donc une forte variation du cours du titre sans que savoir dans quel sens celle-ci se produira.

- Caractéristique:

Vente	Achat
Perte illimitée	**Perte limitée**
Profit limité	**Profit illimité**
Cash crédit	**Cout important**

- Représentation graphique:

Exemple : Vente d'un strangle 90 / 110 (vente put strike 90 + vente call strike 110), échéance 1 an, volatilité du sous-jacent 30%, taux d'intérêt sans risque 5%, pas de dividende ni revenu.

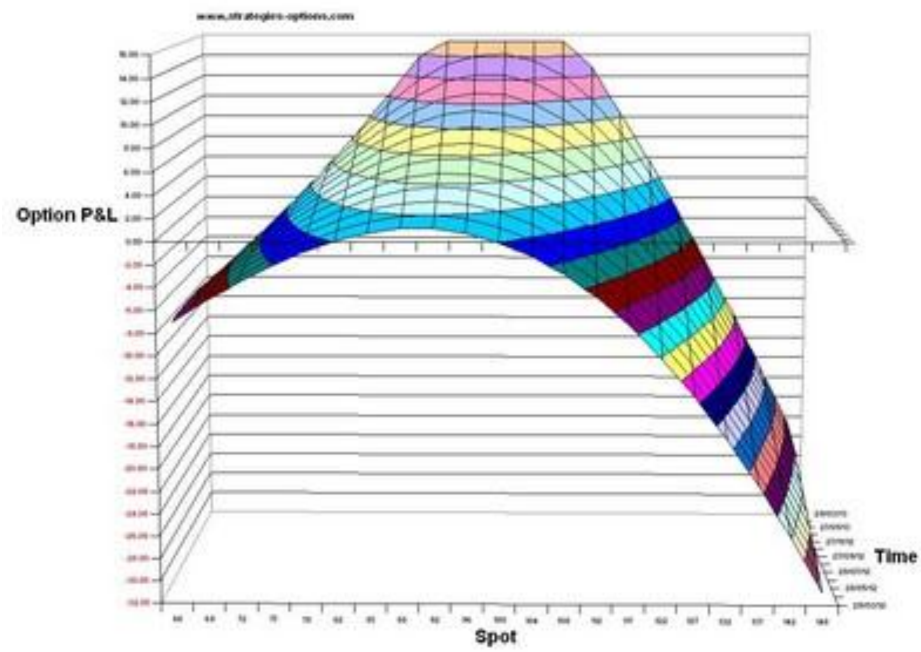


Figure 13:P&L short strangle

Achat d'un strangle 90 / 110 (achat put strike 90 + achat call strike 110), échéance 1 an, volatilité du sous-jacent 30%, taux d'intérêt sans risque 5%, pas de dividende ni revenu.

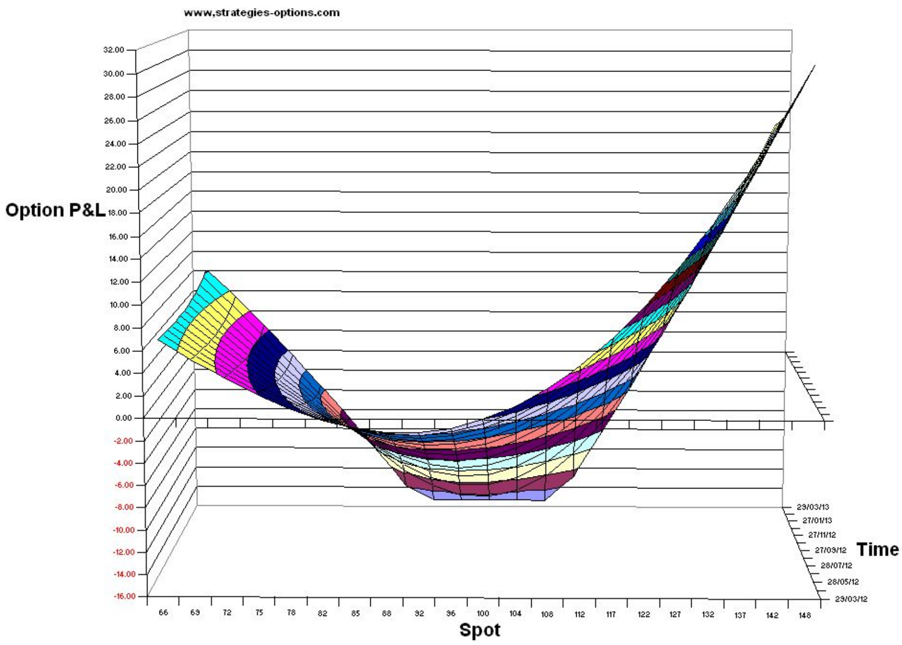


Figure 14: P&L long strangle

III.3. Spread:

✓ Call spread :

- Objectif:

En achetant un call et en vendant un autre, le montant à débourser est bien plus faible que l'achat sec.

- Stratégie:

Le call spread appelé aussi écart haussier est une stratégie simple qui combine l'achat et la vente de deux options de même type, des calls, portant sur le même sous-jacent, ayant même maturité, et qui ne diffèrent que par les prix d'exercice, les strikes.

Le Call spread est obtenu par l'achat d'un Call A et la vente d'un Call B.

Les conditions d'application de cette technique sont :

1ère condition : l'achat et la vente des options sont simultanés;
2ème condition : A et B sont respectivement achetés en-dessous et au-dessus du cours du sous-jacent.

Elle permet de limiter le risque, car la perte maximale est égale à la différence entre la prime du Call acheté et celle du Call vendu.

- Caractéristique:

✓ Perte illimitée si on a une tendance haussière

- ✓ Profit limité
- ✓ Cout réduit

- <u>Représentation graphique:</u>

Exemple : Ci jointe la représentation graphique d'un call spread 100/120 d'échéance 1 an, le sous-jacent ayant une volatilité de 30%, et avec un taux d'intérêt sans risque de 1%. Pas de dividende ni revenu.

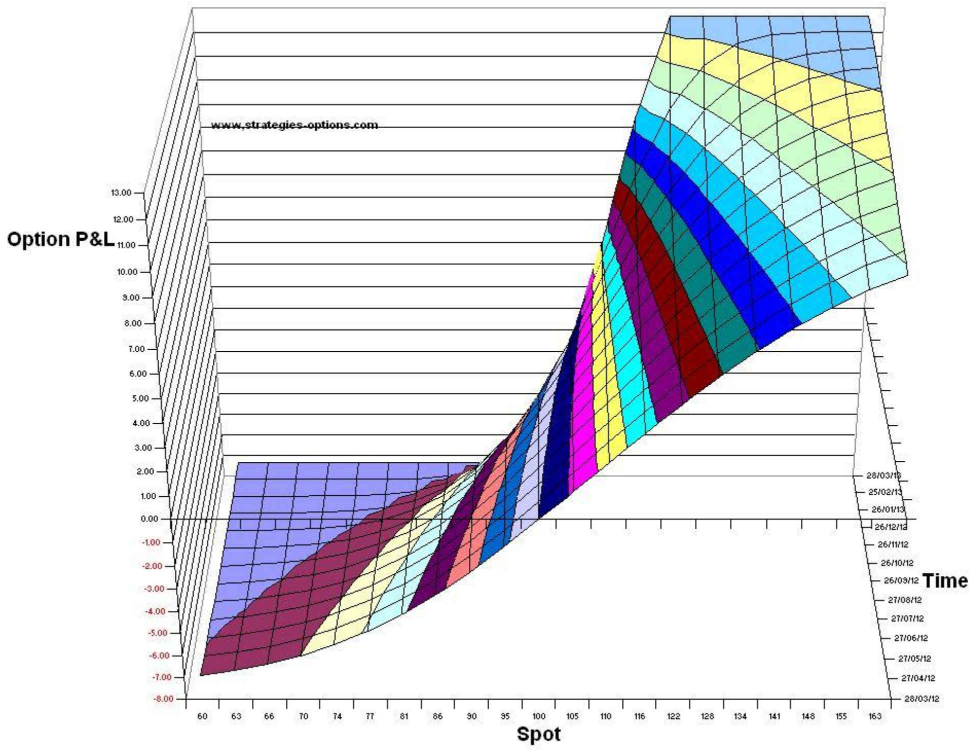


Figure 15: P&L call spread

- ✓ *Put spread*

- <u>Objectif:</u>

En achetant un put et en vendant un autre, le montant à débourser est bien plus faible que l'achat sec.

- <u>Stratégie:</u>

Le put spread appelé aussi écart baissier est une stratégie simple qui combine l'achat et la vente de deux options de même type, des puts, portant sur le même sous-jacent, ayant même maturité, et qui ne diffèrent que par les prix d'exercice, les strikes.

Le Put spread est obtenu par l'achat d'un put A et la vente d'un Put B.

:

- <u>Caractéristique:</u>

  ✓ Perte illimitée si on a une tendance baissière

  ✓ Profit limité

  ✓ Cout réduit

- <u>Représentation graphique:</u>

Exemple : Ci jointe la représentation graphique d'un put spread 100/80 d'échéance 1 an, le sous-jacent ayant une volatilité de 30%, et avec un taux d'intérêt sans risque de 1%. Pas de dividende ni revenu.

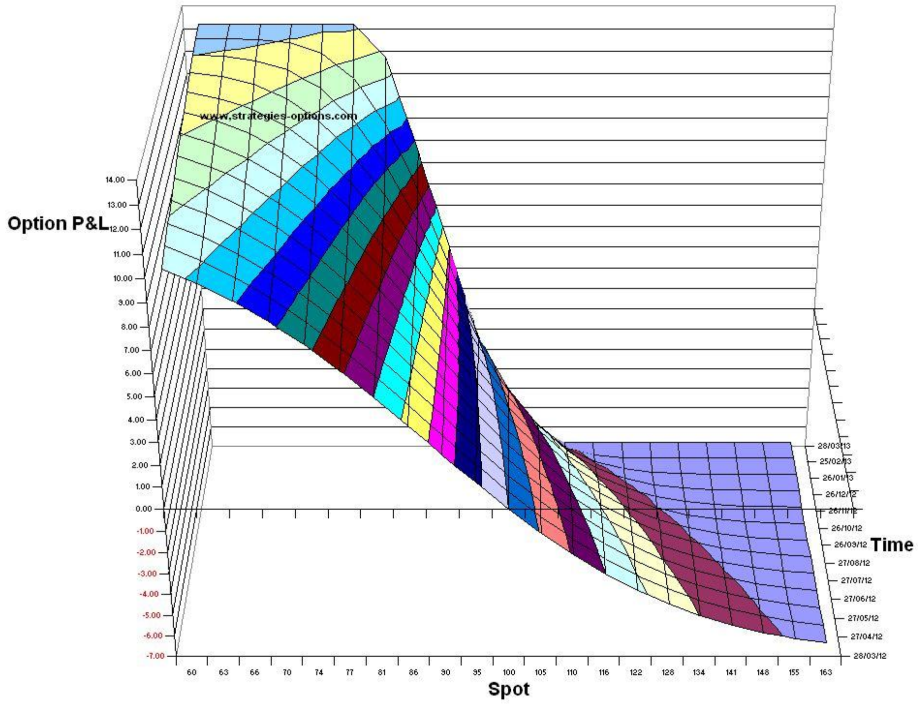


Figure 16: P&L put spread

III.4. Butterfly :

- <u>Objectif:</u>

Maximiser un gain en achetant un Butterfly.

- <u>Stratégie:</u>

Le Butterfly ou papillon est une stratégie combinant l'achat d'un Strangle et la vente simultané d'un Straddle de même échéance et de même nominal.

Cette stratégie consiste donc à acheter (ou vendre) simultanément un call dans la monnaie et un call en dehors de la monnaie et à vendre (ou acheter) 2 call à la monnaie de même échéance.

Dans cette combinaison, l'acheteur de Butterfly espère une certaine stabilité des prix alors que le vendeur croit à des mouvements importants. En effet, si un souscripteur d'options anticipe une forte volatilité du cours du sous-jacent, il choisira de vendre un Butterfly (il vendra donc un Strangle et achètera un Straddle).

L'acheteur du Butterfly anticipe une quasi-stabilité du cours du support. Il va donc utiliser cette stratégie afin de se protéger en cas de brusques variations de la valeur. Cette stratégie est perdante mais limitée au coût initial (connu à l'avance). Le coût est moindre car les primes payées peuvent être quasiment compensées par les primes reçues.

Le vendeur du Butterfly anticipe de très fortes variations du marché. Les gains apparaîtront en cas de brusques variations de la valeur. De plus, en cas de stabilité du cours du support, la perte sera limitée.

- <u>Caractéristique:</u>
  - ✓ Perte limitée
  - ✓ Profit limité
  - ✓ Cout réduit

Exemple : Un call butterfly90/100/110, échéance 1 an sur un actif.

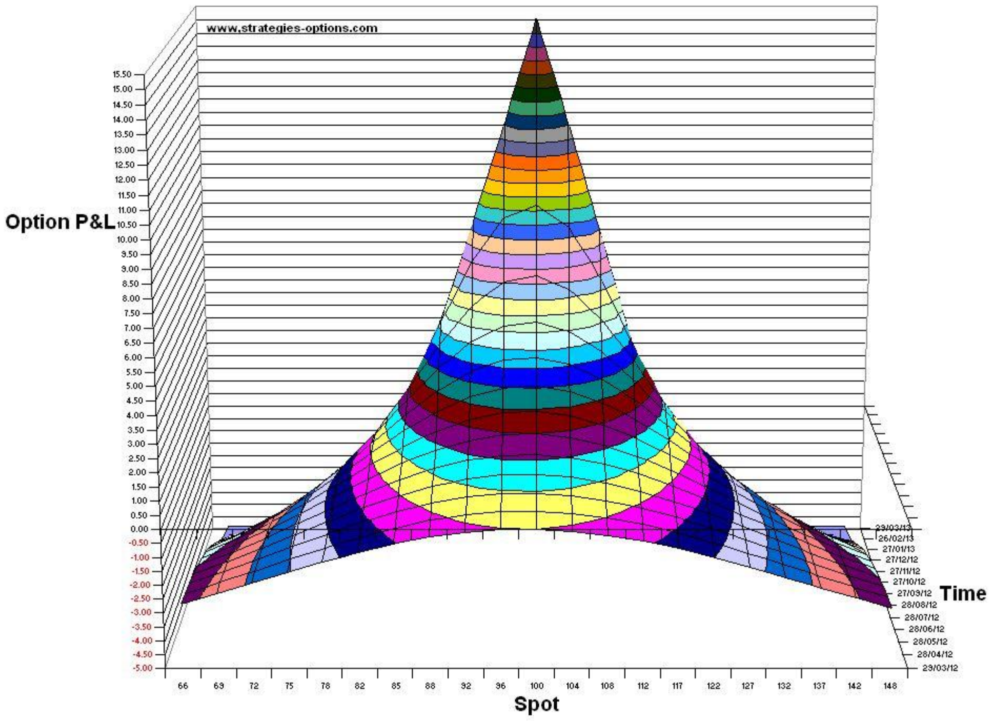


Figure 17: P&L butterfly

III.5. Iron condor

L'iron condor est une stratégie qui nécessite une prise de position sur quatre options, deux calls et deux puts, de strikes différents (4 strikes donc) mais de sous-jacent et de maturité identiques.

Soit 4 strikes différents S1, S2, S3 et S4 ; S1 étant le plus faible et S4 le plus élevé.

L'iron Condor consiste à :

- Achat un PUT de strike S1 (le plus faible) hors de la monnaie
- Vente PUT de strike S2 hors de la monnaie
- Vente CALL de strike S3 hors de la monnaie
- Achat CALL de strike S4 hors de la monnaie

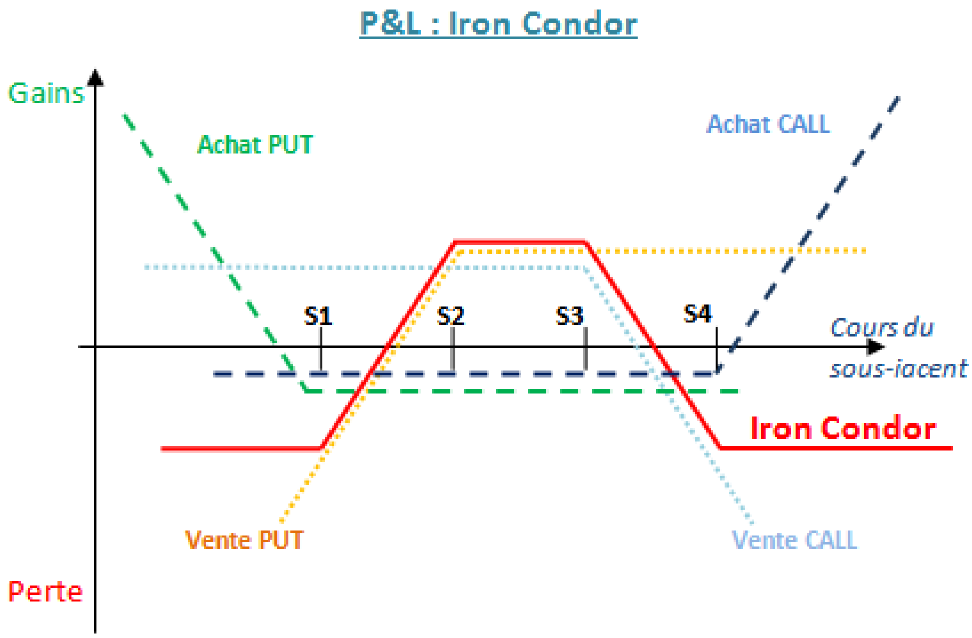


Figure 18: P&L de l'iron condor

Cette stratégie est assez proche de l'iron butterfly, mais elle se distingue par le fait que les deux options vendues ont des strikes différents. La représentation graphique laisse alors apparaître une « zone de gain maximum » en forme de plateau au lieu d'un pic (comme c'est le cas de l'iron butterfly). L'iron condor est également assimilable à la vente d'un strangle dont on limite le potentiel de perte par la prise de position à l'achat sur un call et un put. Il est également possible de visualiser l'iron condor comme la combinaison d'un «bull put spread » et d'un « bear call spread ».

L'iron condor est une stratégie pour laquelle le potentiel de perte est limité. L'espérance de gain repose sur une faible variation (voire stabilisation) des cours du sous-jacent.

L'iron condor est une stratégie créditrice (c'est-à-dire qui ne nécessite pas d'investissement initial) puisque que les options vendues ont une prime plus élevé (plus proche de la monnaie) que les options achetées.

Les seuils clés

- *Le gain maximum*

Le gain atteint un maximum lorsqu'il évolue entre les deux strikes des options vendues. Ce gain maximum s'élève au montant crédité lors de la construction de l'Iron Condor (primes encaissées des options vendues – primes décaissées des options achetées).

- *Seuils de rentabilité*

Les deux points morts peuvent se calculer comme suit :

Seuil de rentabilité bas = strike du PUT vendu (S2) – (primes des options vendues - primes des options achetées)

Seuil de rentabilité haut = strike du CALL vendu (S3) + (primes des options vendues - primes des options achetées)

- *La perte maximale*

Le potentiel de perte est limité pour l'iron condor spread. Ce niveau de perte est atteint lorsque les cours du sous-jacent se situent en-dessus du strike S4 du call acheté ou en-dessous du strike S1 du put acheté.

Signalons qu'il est également possible de vendre un Iron condor. Le Short Iron Condor est construit lorsque le trader anticipe une variation importante (au-delà de S2 et S3) du cours du sous-jacent.

IV. Application : Trading compte propre

L'objectif de cette partie est de regrouper les outils développés auparavant afin de faire du trading compte propre. Nous avons choisi de travailler sur le FOREX, plus précisément sur le cours de change de l'EUR/USD. Nous nous sommes basés dans notre étude sur la volatilité à la monnaie (ATM) 3 mois, sur laquelle nous avons effectué dans un premier temps une analyse du potentiel du marché et par la suite des indicateurs d'analyse technique afin de détecter les points d'entrée et de sortie.

Dans chaque point d'entrée nous initions une position soit acheteuse soit vendeuse pour les quatre stratégies d'options que nous avons choisi à savoir le straddle, le strangle, le butterfly et le condor. Au signal suivant on coupe notre position, c'est-à-dire si c'est une position acheteuse on la vend et vice versa. En même temps on initie une nouvelle position à la même date dans le même sens que notre dernière position.

Notre objectif est de profiter des mouvements de volatilité, en effet on est vendeur quand la volatilité est élevée et acheteur quand elle est à un niveau plus bas. Notre gain se traduit par l'écart des volatilités, ce gain est d'autant plus important que le gap augmente.

Nous présenterons dans ce qui suit notre outil de trading, qui débute par la détection des signaux à partir de la courbe de volatilité ATM 3 mois de l'EUR/USD. Nous partons avec un investissement de départ de 10 000 € et on adopte deux approches : sans réinvestissement de cas et avec réinvestissement de cash. La différence étant que le non réinvestissement de cash nous permet de récupérer notre gain sur chaque position et n'investir que la somme de 10000 € à chaque coup .Par contre, pour l'approche avec cash, on investit au départ le cash en entier et après chaque clôture de position on évalue notre gain ou perte puis on rajoute la somme gagnée ou perdue au montant de la position précédente qui sera réinvestit dans le prochain coup.

Pour chaque signal, on applique les quatre stratégies d'options que nous avons présentées auparavant. Cette étude s'étale sur une année, on calcule finalement la somme de nos gains et pertes et on fait une comparaison entre les stratégies en termes de rentabilité, de performance, de risque et d'investissement de départ.

IV.1. Trading sans réinvestissement de cash :

IV.1.1. Approche par la MACD :

1ère étape : Détection des points d'entrée et de sortie à partir de la courbe de volatilité ATM 3mois.

On travaille sur l'historique de cours de 2011, on introduit le cours dans notre fichier et grâce au MACD on obtient les points d'entrée et de sortie suivants :

Tableau 5: signaux d'achat et de vente

Signal	Date d'entrée	Signal	Date de sortie	Durée (jours)
vente	30/03/2011	achat	08/04/2011	9
achat	08/04/2011	vente	17/05/2011	39
vente	17/05/2011	achat	13/06/2011	27
achat	13/06/2011	vente	28/06/2011	15
vente	28/06/2011	achat	08/07/2011	10
achat	08/07/2011	vente	20/07/2011	12
vente	20/07/2011	achat	29/07/2011	9
achat	29/07/2011	vente	12/08/2011	14
vente	12/08/2011	achat	01/09/2011	20
achat	01/09/2011	vente	28/09/2011	27
vente	28/09/2011	achat	31/10/2011	33
achat	31/10/2011	vente	29/11/2011	29
vente	29/11/2011	achat	28/12/2011	29
achat	28/12/2011	vente	02/01/2012	5
vente	02/01/2012	achat	25/01/2012	23
achat	25/01/2012	vente	07/02/2012	13
vente	07/02/2012	achat	08/02/2012	1
achat	08/02/2012	vente	09/02/2012	1
vente	09/02/2012	achat	10/02/2012	1
achat	10/02/2012	vente	20/02/2012	10
vente	20/02/2012	achat	28/02/2012	8
achat	28/02/2012	vente	14/03/2012	15
vente	14/03/2012	achat	02/04/2012	19
achat	02/04/2012	vente	23/04/2012	21
vente	23/04/2012	achat	03/05/2012	10

Après avoir déterminer nos points d'entrée et de sortie ainsi que les positions à adopter nous passons à l'application des différentes stratégies d'options.

2ème étape : Calcul des volatilités ATM, 25δP et 25δC par interpolation

Nous disposons uniquement des volatilités 3 mois, 2 mois et 1 mois chacune pour 3 strikes différents. Cependant, pour pouvoir intervenir en toute aisance et calculer la volatilité à n'importe quelle point nous avons utilisé un algorithme d'interpolation qui nous permet de tirer la volatilité pour n'importe quelle durée comprise entre les 3 maturités citées au-dessus.

Vous pouvez consulter l'algorithme utilisé dans le $2^{ème}$ annexe.

3ème étape : Initier les quatre stratégies d'options

Dans cette partie nous allons présenter les quatre stratégies d'options avec les différentes interventions. Avant cela, nous précisons notre plan de trading ainsi que les paramètres des options.

- ✓ ***Plan de trading :***

Investissement de départ : 10 000 €[2]

Notionnel = 10000 €

Fréquence d'intervention : selon le signal

- ✓ ***Paramètres des options :***

Type d'options : Options vanille sur l'EUR/USD de type européennes

Maturité : 3 mois

Taux domestique : 0,16 %

Taux étranger : 0,34%

4ème étape : Evaluer les résultats de la stratégie

Dans cette étape nous évaluerons notre stratégie en termes de rendement, de risque et d'investissement de départ. Nous présenterons aussi quelques statistiques à savoir le gain et la perte maximum.

Performance : représente le gain moyen par rapport à chaque position.

$$\boxed{\mathbf{Perf} = \frac{\mathbf{P\&L\ par\ position}}{\mathbf{investissement\ départ}}}$$

Performance/exposition : on remplace l'investissement de départ par l'exposition.

$$\mathbf{Exposition} = \mathbf{nombre\ d'options\ x\ Notionnel}$$

$$\boxed{\mathbf{Perf/expo} = \frac{\mathbf{P\&L\ par\ position}}{\mathbf{exposition}}}$$

Rendement *:* représente le gain rapporté à la somme engagée au départ se calcule sur une base annuelle et nous permet de situer notre stratégie par rapport au marché.

[2] Tous les montants présentés dans cette partie sont en Euro.

- *Rendement par position :*

$$\boxed{r_i = perf_i \times \frac{360}{N_i}}$$

Avec N_i nombre de jours entre la prise de position i et sa clôture.

- *Rendement de la stratégie :*

$$R = \sum r_i \frac{N_i}{360}$$
$$= \sum perf_i \times \frac{360}{N_i} \times \frac{N_i}{360}$$

$$\boxed{R = \sum perf_i}$$

- ***Risque :*** peut-être mesuré de différentes façons nous avons adopté l'indicateur suivant ***:***

$$\frac{P}{G} = \frac{\sum perf_i^{(-)} \times \frac{N_i}{360}}{\sum perf_j^{(+)} \times \frac{N_j}{360}}$$

$$\boxed{\frac{P}{G} = \frac{\sum perf_i^{(-)} \times N_i}{\sum perf_j^{(+)} \times N_j}}$$

Il représente la perte constatée par rapport au gain sur la période de l'investissement.

- ***Investissement moyen unitaire :*** représente la somme moyenne que nous coute chaque stratégie (straddle, strangle..).Il nous permet de comparer entre les stratégies en termes de cout.

1) Straddle :

Comme nous l'avons expliqué auparavant cette stratégie combine un call et un put achetés ou vendus simultanément. Nous choisissons des straddles à la monnaie, car c'est là où le gain est maximal.

Tableau 6: Straddle MACD

Straddle									
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Prix total	Nombre options	P&L unitaire	P&L total
call	1,411	0,030	put	1,411	0,031	0,062	16		
call	1,411	0,038	put	1,411	0,019	-0,057		51,012	816,190
call	1,431	0,030	put	1,431	0,031	-0,061	16		
call	1,431	0,020	put	1,431	0,036	0,055		-57,286	-916,574
call	1,416	0,036	put	1,416	0,036	0,072	13		
call	1,416	0,039	put	1,416	0,021	-0,060		125,518	1631,731
call	1,435	0,034	put	1,435	0,035	-0,070	14		
call	1,435	0,031	put	1,435	0,037	0,068		-14,764	-206,689
call	1,429	0,037	put	1,429	0,037	0,074	13		
call	1,429	0,036	put	1,429	0,029	-0,065		91,946	1195,293
call	1,436	0,034	put	1,436	0,035	-0,069	14		
call	1,436	0,026	put	1,436	0,047	0,073		38,402	537,628
call	1,416	0,037	put	1,416	0,038	0,075	13		
call	1,416	0,044	put	1,416	0,026	-0,070		54,276	705,583
call	1,433	0,036	put	1,433	0,037	-0,073	13		
call	1,433	0,032	put	1,433	0,042	0,073		0,600	7,796
call	1,424	0,039	put	1,424	0,040	0,079	12		
call	1,424	0,038	put	1,424	0,026	-0,065		142,680	1712,162
call	1,437	0,037	put	1,437	0,038	-0,075	13		
call	1,437	0,011	put	1,437	0,090	0,101		266,474	3464,163

Le tableau ci-dessus présente un aperçu sur quelques positions. En effet, si on détecte un signal d'achat on achète un straddle jusqu'au signal suivant, qui est un signal de vente indiquant une hausse de la volatilité, donc on revend notre option plus chère et on gagne la différence entre la volatilité au moment de l'achat et de la vente. Il faudrait noter que le passage du temps dévalorise notre option on perd sur le thêta mais vu que la fréquence des signaux ne dépasse pas une semaine, cette perte reste minime comparé à notre gain en véga.

❖ ***Résultats de la stratégie :***

Gain total : 17769

Performance : 7%

Rendement annualisé : 13%

Perte/Gain: 11%

Investissement moyen unitaire : 663

Perte max : - 917

Gain max : 3464

2) Strangle :

Tableau 7: Strangle MACD

strangle									
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Prix total	Nombre options	P&L unt	P&L total
call	1,355	0,065	put	1,461	0,066	0,130	7		
call	1,355	0,079	put	1,461	0,048	-0,127		30,710	235,804
call	1,496	0,008	put	1,389	0,017	-0,024	40		
call	1,496	0,003	put	1,389	0,018	0,021		-30,214	-1233,768
call	1,481	0,011	put	1,356	0,016	0,028	36		
call	1,481	0,010	put	1,356	0,007	-0,017		106,850	3875,987
call	1,490	0,013	put	1,369	0,014	-0,026	37		
call	1,490	0,010	put	1,369	0,015	0,025		-12,189	-461,229
call	1,494	0,011	put	1,365	0,017	0,029	35		
call	1,494	0,010	put	1,365	0,011	-0,021		75,319	2641,125
call	1,479	0,015	put	1,360	0,012	-0,027	37		
call	1,479	0,010	put	1,360	0,018	0,028		13,698	516,752
call	1,480	0,012	put	1,349	0,017	0,029	34		
call	1,480	0,015	put	1,349	0,010	-0,024		48,230	1660,874
call	1,497	0,012	put	1,369	0,016	-0,028	36		
call	1,497	0,009	put	1,369	0,020	0,029		9,466	341,870
call	1,488	0,013	put	1,349	0,017	0,030	33		
call	1,488	0,011	put	1,349	0,008	-0,019		114,806	3799,955
call	1,486	0,015	put	1,357	0,014	-0,029	34		
call	1,486	0,003	put	1,357	0,042	0,045		158,552	5448,615

La procédure suivie pour le strangle est pareille à celle du straddle ; on remarque toutefois que le strangle est beaucoup moins cher. C'est dû au fait que les options sont en dehors de la monnaie et on le voit clairement dans le tableau ci-dessus par le nombre d'options achetées.

Le strangle est aussi beaucoup plus rentable, même si le rendement unitaire du straddle est plus élevé, le fait que le strangle est moins cher nous permet de gagner en nombre d’options et par conséquent le gain total augmente.

- ***Résultats de la stratégie :***

Gain total : 30323

Performance : 12%

Rendement annualisé : 8%

Risque : 12%

Investissement moyen unitaire : 260

Perte max : -1952

Gain max : 5449

3) Butterfly :

Comme nous l’avons expliqué auparavant cette stratégie combine l'achat et la vente simultanée de quatre options, des strikes avec la même distance. Nous avons choisi deux strikes hors de la monnaie et un seul dans à la monnaie.

Tableau 8: Butterfly MACD

Butterfly												
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Option3	Strike 3	Prix3	Prix total	Nombre options	P&L unitaire	P&L total
call	1,3548	0,068	call	1,4113	0,061	call	1,4609	0,01101	-0,02	54,0759		
call	1,3548	0,081	call	1,4113	0,075	call	1,4609	0,0138	0,02		9,2178	498,46
call	1,3894	0,058	call	1,4308	0,06	call	1,496	0,00755	0,00	213,164		
call	1,3894	0,044	call	1,4308	0,04	call	1,496	0,00344	-0,01		-27,125	-5782,05
call	1,356	0,075	call	1,4156	0,071	call	1,4814	0,01134	-0,02	66,4379		
call	1,356	0,085	call	1,4156	0,078	call	1,4814	0,01032	0,02		18,721	1243,77
call	1,3689	0,079	call	1,4347	0,069	call	1,4902	0,01257	0,02	44,3153		
call	1,3689	0,074	call	1,4347	0,062	call	1,4902	0,00991	-0,02		-2,6065	-115,51
call	1,3651	0,08	call	1,4287	0,073	call	1,4939	0,01132	-0,02	55,8411		
call	1,3651	0,082	call	1,4287	0,072	call	1,4939	0,0098	0,02		16,647	929,59
call	1,3596	0,088	call	1,4364	0,068	call	1,4793	0,01488	0,03	29,0549		
call	1,3596	0,073	call	1,4364	0,051	call	1,4793	0,01017	-0,03		24,674	716,90
call	1,3485	0,083	call	1,4156	0,075	call	1,4796	0,01195	-0,02	48,4646		
call	1,3485	0,094	call	1,4156	0,087	call	1,4796	0,01469	0,02		6,0658	293,98
call	1,3689	0,08	call	1,4334	0,072	call	1,4974	0,01166	0,02	52,1813		
call	1,3689	0,074	call	1,4334	0,063	call	1,4974	0,00908	-0,02		-8,8964	-464,23
call	1,3487	0,091	call	1,4241	0,078	call	1,4875	0,01337	-0,03	37,2935		
call	1,3487	0,095	call	1,4241	0,077	call	1,4875	0,0108	0,03		27,924	1041,37
call	1,3565	0,093	call	1,4369	0,074	call	1,4855	0,01536	0,03	28,6872		
call	1,3565	0,043	call	1,4369	0,022	call	1,4855	0,0033	-0,02		107,85	3093,94
call	1,2716	0,104	call	1,3585	0,088	call	1,4243	0,0168	-0,03	30,774		
call	1,2716	0,144	call	1,3585	0,132	call	1,4243	0,02366	0,04		30,986	953,57
call	1,3106	0,114	call	1,4147	0,077	call	1,4435	0,02282	0,06	16,9423		
call	1,3106	0,05	call	1,4147	0,017	call	1,4435	0,00333	-0,04		223,45	3785,73
call	1,2533	0,096	call	1,332	0,085	call	1,3998	0,01463	-0,03	37,9776		
call	1,2533	0,066	call	1,332	0,039	call	1,3998	0,00355	0,03		47,567	1806,49

❖ ***Résultats de la stratégie :***

Gain total : 5981

Performance : 2%

Rendement annualisé : 5%

Perte/Gain : 11%

Investissement moyen unitaire : -250

Perte max : -5782

Gain max : 3786

4) Condor :

Comme nous l'avons expliqué auparavant cette stratégie combine 4 options, deux achetées et deux vendues. Nous avons choisi tous les strikes hors de la monnaie.

❖ ***Résultats de la stratégie :***

Gain total : 33859

Performance : 14%

Rendement annualisé: 7%

Perte/Gain : 5%

Investissement moyen unitaire : 202

Perte max : -1451

Gain max : 6933

Tableau 9: Condor MACD

Condor															
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Option3	Strike 3	Prix3	Option4	Strike4	Prix 4	Prix total	Nombre options	P&L unitaire	P&L total
put	1,2941	0,0029	put	1,3548	0,0102	call	1,461	0,0152	call	1,507	0,0044	0,018166	55,0482		
put	1,2941	0,0015	put	1,3548	0,0044	call	1,461	0,0174	call	1,507	0,0049	-0,01533		28,324	1559,178728
put	1,3304	0,0044	put	1,3894	0,0141	call	1,496	0,0112	call	1,545	0,0026	-0,01821	54,9188		
put	1,3304	0,0027	put	1,3894	0,0157	call	1,496	0,0055	call	1,545	0,0009	0,017672		-5,3671	-294,7545888
put	1,2865	0,0038	put	1,356	0,0134	call	1,481	0,0156	call	1,538	0,0043	0,020933	47,7722		
put	1,2865	0,0014	put	1,356	0,0048	call	1,481	0,0143	call	1,538	0,0029	-0,0148		61,322	2929,483797
put	1,2993	0,003	put	1,3689	0,011	call	1,49	0,0175	call	1,543	0,005	-0,0205	48,7859		
put	1,2993	0,003	put	1,3689	0,0117	call	1,49	0,0158	call	1,543	0,004	0,020567		0,6942	33,86811281
put	1,2865	0,0036	put	1,3651	0,0132	call	1,494	0,0179	call	1,547	0,0051	0,0224	44,6432		
put	1,2865	0,0019	put	1,3651	0,0081	call	1,494	0,0155	call	1,547	0,0037	-0,01797		44,337	1979,325313
put	1,2855	0,0021	put	1,3596	0,0084	call	1,479	0,0217	call	1,529	0,0067	-0,02124	47,0819		
put	1,2855	0,0025	put	1,3596	0,0136	call	1,479	0,0166	call	1,529	0,0046	0,023063		18,234	858,4682955
put	1,2677	0,0035	put	1,3485	0,0128	call	1,48	0,0192	call	1,533	0,0056	0,022893	43,6807		
put	1,2677	0,002	put	1,3485	0,007	call	1,48	0,0202	call	1,533	0,006	-0,01921		36,813	1608,003587
put	1,2927	0,0033	put	1,3689	0,0125	call	1,497	0,0172	call	1,553	0,0047	-0,02173	46,0105		
put	1,2927	0,0038	put	1,3689	0,0147	call	1,497	0,0158	call	1,553	0,0037	0,023016		12,814	589,5808535
put	1,2623	0,0032	put	1,3487	0,012	call	1,488	0,0215	call	1,543	0,0062	0,024172	41,3709		
put	1,2623	0,0011	put	1,3487	0,0051	call	1,488	0,0176	call	1,543	0,0039	-0,01765		65,173	2696,25673
put	1,276	0,0026	put	1,3565	0,0095	call	1,486	0,0237	call	1,536	0,0076	-0,02306	43,3717		
put	1,276	0,003	put	1,3565	0,0366	call	1,486	0,007	call	1,536	0,0015	0,039042		159,85	6933,137951
put	1,1801	0,0036	put	1,2716	0,013	call	1,424	0,0255	call	1,487	0,0078	0,027133	36,8557		
put	1,1801	0,0004	put	1,2716	0,0008	call	1,424	0,0315	call	1,487	0,0079	-0,02398		31,57	1163,542783
put	1,2263	0,0017	put	1,3106	0,0066	call	1,444	0,0329	call	1,495	0,012	-0,02578	38,786		
put	1,2263	0,001	put	1,3106	0,0248	call	1,444	0,0071	call	1,495	0,0014	0,029565		37,822	1466,958556
put	1,1654	0,0038	put	1,2533	0,0136	call	1,4	0,0232	call	1,46	0,007	0,025943	38,5455		
put	1,1654	0,0006	put	1,2533	0,0102	call	1,4	0,0065	call	1,46	0,0009	-0,01532		106,23	4094,624183

IV.1.2 Analyse du potentiel de marché :

L'objectif de cette partie est d'appliquer l'analyse graphique afin de détecter les points d'entrée et de sortie et faire du trading par la suite. Il faut préciser que ces résultats présentent le potentiel optimal qu'on peut tirer des stratégies , car ils reflètent un plan de trading parfait où on détecte un signal d'achat au plus bas niveau de la volatilité et un signal de vente au plus haut niveau de la volatilité , chose qui est impossible dans la pratique. Aussi, cette partie va-t-elle nous servir de référence pour comparer la performance de l'indicateur MACD par rapport au potentiel du marché.

1ère étape : Détection des points d'entrée et de sortie à partir de la courbe de volatilité ATM 3mois.

On travaille sur l'historique de volatilité implicite de 2011 de l'EUR/USD. A partir de la courbe ci-dessous on essaye de détecter les points où l'on peut initier nos stratégies. Le but étant de rentrer long lorsque le niveau de volatilité est bas et de clôturer sa position par une vente lorsque la volatilité est élevée.

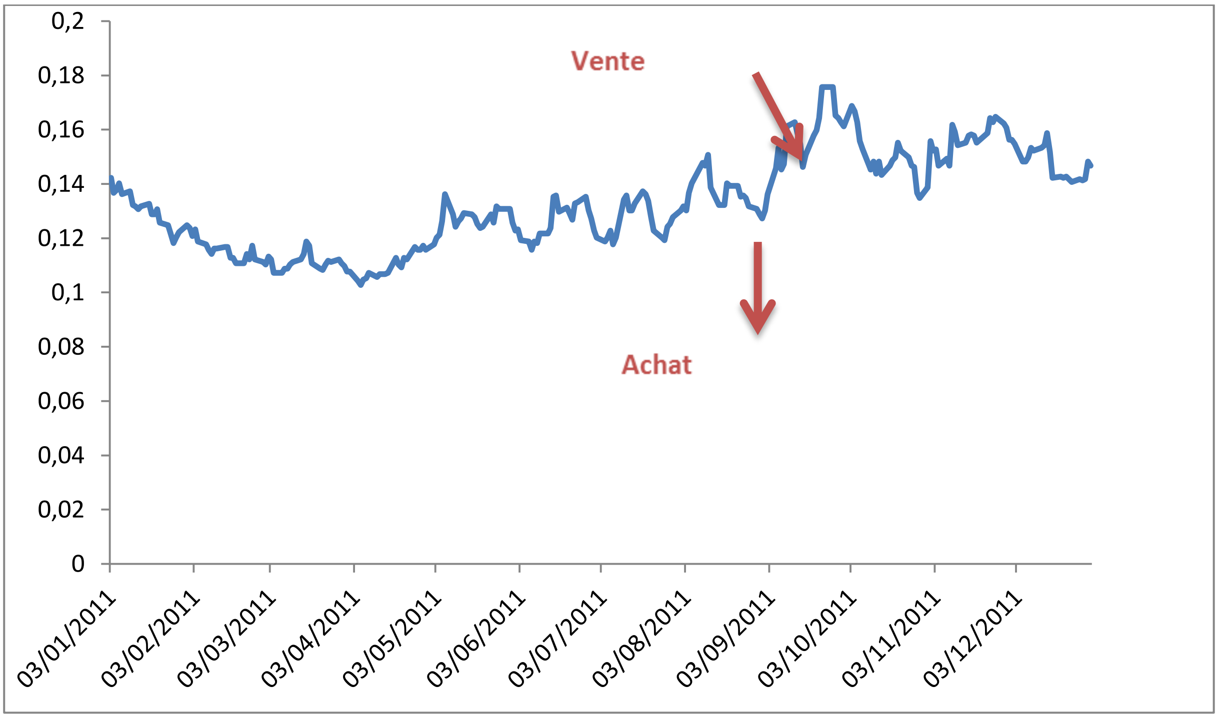


Figure 19: Volatilité ATM 3mois (2011)

On obtient les points d'entrée et de sortie suivants :

Tableau 10: signaux du marché 2011

Signal	Date d'entrée	Signal	Date de sortie	Durée (jours)
vente	04/01/2011	achat	26/01/2011	22
achat	26/01/2011	vente	31/01/2011	5
vente	31/01/2011	achat	08/02/2011	8
achat	08/02/2011	vente	16/03/2011	36
vente	16/03/2011	achat	04/04/2011	19
achat	04/04/2011	vente	06/05/2011	32
vente	06/05/2011	achat	10/05/2011	4
achat	10/05/2011	vente	25/05/2011	15
vente	25/05/2011	achat	07/06/2011	13
achat	07/06/2011	vente	15/06/2011	8
vente	15/06/2011	achat	21/06/2011	6
achat	21/06/2011	vente	27/06/2011	6
vente	27/06/2011	achat	04/07/2011	7
achat	04/07/2011	vente	18/07/2011	14
vente	18/07/2011	achat	25/07/2011	7
achat	25/07/2011	vente	11/08/2011	17
vente	11/08/2011	achat	30/08/2011	19
achat	30/08/2011	vente	09/09/2011	10
vente	09/09/2011	achat	15/09/2011	6
achat	15/09/2011	vente	23/09/2011	8
vente	23/09/2011	achat	12/10/2011	19
achat	12/10/2011	vente	20/10/2011	8
vente	20/10/2011	achat	27/10/2011	7
achat	27/10/2011	vente	09/11/2011	13
vente	09/11/2011	achat	05/12/2011	26
achat	05/12/2011	vente	14/12/2011	9

Après avoir déterminé nos points d'entrée et de sortie ainsi que les positions à adopter nous passons à l'application des différentes stratégies d'options.

2ème étape : Calcul des volatilités ATM, 25δP et 25δC par interpolation

Comme nous l'avons expliqué auparavant cette étape consiste à calculer les volatilités correspondant aux maturités non disponibles. On utilise pour ceci un algorithme d'interpolation.

3ème étape : Initier les quatre stratégies d'option

1) Straddle :

Tableau 11: Straddle marché

Straddle									
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Prix total	Nombre options	P&L unt	P&L total
call	1,3361	0,036	put	1,3361	0,037	0,07	13,73		
call	1,3361	0,046	put	1,3361	0,015	-0,06		118,5070	1627,00
call	1,3681	0,032	put	1,3681	0,033	-0,06	15,50		
call	1,3681	0,029	put	1,3681	0,037	0,07		16,1053	249,71
call	1,3611	0,033	put	1,3611	0,034	0,07	14,77		
call	1,3611	0,028	put	1,3611	0,031	-0,06		91,4565	1351,01
call	1,3583	0,031	put	1,3583	0,032	-0,06	15,95		
call	1,3583	0,050	put	1,3583	0,009	0,06		-31,2782	-498,98
call	1,3998	0,033	put	1,3998	0,034	0,07	15,09		
call	1,3998	0,038	put	1,3998	0,015	-0,05		133,4276	2013,40
call	1,4237	0,029	put	1,4237	0,030	-0,06	16,90		
call	1,4237	0,048	put	1,4237	0,019	0,07		77,7267	1313,53
call	1,4539	0,039	put	1,4539	0,040	0,08	12,66		
call	1,4539	0,026	put	1,4539	0,044	-0,07		81,6882	1034,34
call	1,4365	0,035	put	1,4365	0,036	-0,07	14,05		
call	1,4365	0,022	put	1,4365	0,049	0,07		-1,2033	-16,91
call	1,41	0,037	put	1,41	0,037	0,07	13,50		
call	1,41	0,059	put	1,41	0,013	-0,07		20,5020	276,82
call	1,4576	0,033	put	1,4576	0,034	-0,07	14,87		
call	1,4576	0,031	put	1,4576	0,045	0,08		82,8036	1230,98
call	1,444	0,039	put	1,444	0,039	0,08	12,84		
call	1,444	0,029	put	1,444	0,043	-0,07		54,5406	700,47
call	1,4304	0,036	put	1,4304	0,037	-0,07	13,57		
call	1,4304	0,031	put	1,4304	0,044	0,07		12,1601	164,97
call	1,4188	0,038	put	1,4188	0,039	0,08	13,07		
call	1,4188	0,052	put	1,4188	0,019	-0,07		64,3068	840,57

❖ ***<u>Résultats de la stratégie :</u>***

Gain total : 29407

Performance : 13%

Rendement annualisé : 24%

Perte/Gain : 4%

Investissement moyen unitaire : 711

Perte max : -499

Gain max : 3506

2) *Strangle :*

Tableau 12: Strangle marché

Strangle									
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Prix total	Nombre options	P&L unt	P&L total
Put	1,2663	0,014	call	1,3911	0,014	0,028	35,33176975		
Put	1,2663	0,003	call	1,3911	0,017	-0,020		83,048	2934,25
Put	1,3127	0,014	call	1,4236	0,011	-0,025	40,1205661		
Put	1,3127	0,016	call	1,4236	0,010	0,026		14,923	598,70
Put	1,3086	0,016	call	1,4231	0,011	0,027	36,91761481		
Put	1,3086	0,012	call	1,4231	0,007	-0,020		74,971	2767,75
Put	1,3073	0,014	call	1,4128	0,011	-0,025	40,29888859		
Put	1,3073	0,002	call	1,4128	0,018	0,020		-48,146	-1940,21
Put	1,3302	0,011	call	1,4443	0,014	0,025	39,29701902		
Put	1,3302	0,002	call	1,4443	0,015	-0,017		83,165	3268,15
Put	1,3665	0,012	call	1,4684	0,011	-0,023	43,95949571		
Put	1,3665	0,006	call	1,4684	0,024	0,030		72,464	3185,47
Put	1,3599	0,010	call	1,4957	0,021	0,031	31,87600059		
Put	1,3599	0,011	call	1,4957	0,012	-0,022		91,516	2917,15
Put	1,3745	0,015	call	1,498	0,012	-0,027	36,86542624		
Put	1,3745	0,022	call	1,498	0,006	0,027		3,121	115,05
Put	1,3396	0,014	call	1,4675	0,014	0,028	35,40394359		
Put	1,3396	0,003	call	1,4675	0,025	-0,027		9,066	320,97
Put	1,4044	0,016	call	1,5221	0,010	-0,026	38,41920292		
Put	1,4044	0,025	call	1,5221	0,009	0,034		77,636	2982,71
Put	1,3444	0,010	call	1,4769	0,022	0,032	30,96921423		
Put	1,3444	0,010	call	1,4769	0,015	-0,025		69,464	2151,26
Put	1,3686	0,018	call	1,4971	0,011	-0,028	35,15462496		
Put	1,3686	0,021	call	1,4971	0,009	0,030		13,816	485,69
Put	1,3551	0,018	call	1,4878	0,011	0,030	33,89780273		
Put	1,3551	0,006	call	1,4878	0,016	-0,023		69,529	2356,88

❖ ***Résultats de la stratégie :***

Gain total : 63384

Performance : 24%

Rendement annualisé : 20%

Perte/Gain : 6%

Investissement moyen unitaire : 277

Perte max : -1940

Gain max : 6246

3) Butterfly :

Tableau 13:Butterfly marché

Butterfly												
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Option3	Strike 3	Prix3	Prix total	Nombre options	P&L unitaire	P&L total
call	1,2663	0,0829	call	1,3361	0,072	call	1,3911	0,0145	0,03	35,6794		
call	1,2663	0,104	call	1,3361	0,092	call	1,3911	0,0172	-0,02		50,986	1819,164
call	1,3127	0,0682	call	1,3681	0,064	call	1,4236	0,0114	-0,01	69,6238		
call	1,3127	0,0642	call	1,3681	0,058	call	1,4236	0,0099	0,02		21,591	1503,269
call	1,3086	0,0681	call	1,3611	0,067	call	1,4231	0,0108	0,01	120,465		
call	1,3086	0,0614	call	1,3611	0,055	call	1,4231	0,0072	-0,02		-86,227	-10387,3
call	1,3073	0,0645	call	1,3583	0,062	call	1,4128	0,0106	-0,02	49,7954		
call	1,3073	0,0945	call	1,3583	0,101	call	1,4128	0,0175	0,01		-119,56	-5953,45
call	1,3302	0,08	call	1,3998	0,065	call	1,4443	0,0142	0,03	34,2363		
call	1,3302	0,0953	call	1,3998	0,076	call	1,4443	0,0147	-0,03		-10,92	-373,877
call	1,3665	0,0679	call	1,4237	0,058	call	1,4684	0,0112	-0,03	30,0362		
call	1,3665	0,0931	call	1,4237	0,097	call	1,4684	0,0237	0,02		-157,61	-4733,98
call	1,3599	0,1035	call	1,4539	0,078	call	1,4957	0,021	0,04	27,0666		
call	1,3599	0,0864	call	1,4539	0,053	call	1,4957	0,0116	-0,05		-87,744	-2374,92
call	1,3745	0,0764	call	1,4365	0,070	call	1,498	0,0119	-0,01	84,4826		
call	1,3745	0,0564	call	1,4365	0,044	call	1,498	0,0058	0,03		146,51	12377,4
call	1,3396	0,0839	call	1,41	0,073	call	1,4675	0,0139	0,04	28,4561		
call	1,3396	0,1201	call	1,41	0,119	call	1,4675	0,0245	-0,01		240,64	6847,564
call	1,4044	0,0685	call	1,4576	0,066	call	1,5221	0,0099	-0,01	88,5257		
call	1,4044	0,0634	call	1,4576	0,061	call	1,5221	0,0092	0,02		132,35	11716,28
call	1,3444	0,1087	call	1,444	0,077	call	1,4769	0,0223	0,05	21,4984		
call	1,3444	0,0957	call	1,444	0,058	call	1,4769	0,0149	-0,05		-20,605	-442,972
call	1,3686	0,0785	call	1,4304	0,073	call	1,4971	0,0109	-0,01	69,9748		
call	1,3686	0,0706	call	1,4304	0,063	call	1,4971	0,0087	0,02		50,068	3503,515

❖ ***<u>Résultats de la stratégie :</u>***

Gain total : 17329

Performance : 7%

Rendement annualisé : 3%

Perte/Gain : 27%

Investissement moyen unitaire : -179

Perte max : -937

Gain max : 2316

4) Condor :

❖ ***Résultats de la stratégie :***

Gain total : 38792

Rendement : 15%

Risque : 5%

Investissement moyen unitaire : 215

Perte max : -2070

Gain max : 40862

condor															
Option1	Strike1	Prix 1	Option2	Strike2	Prix2	Option3	Strike 3	Prix3	Option4	Strike4	Prix 4	Prix total	Nombre options	P&L unitaire	P&L total
put	1,197	0,003	put	1,266	0,011	call	1,391	0,019	call	1,449	0,005	0,022	46,204		
put	1,197	0,000	put	1,266	0,002	call	1,391	0,020	call	1,449	0,005	-0,017		43,398	2005,156
put	1,253	0,003	put	1,313	0,012	call	1,424	0,014	call	1,475	0,004	-0,019	54,014		
put	1,253	0,004	put	1,313	0,014	call	1,424	0,014	call	1,475	0,004	0,019		7,659	413,713
put	1,245	0,004	put	1,309	0,014	call	1,423	0,015	call	1,477	0,004	0,020	49,697		
put	1,245	0,002	put	1,309	0,011	call	1,423	0,010	call	1,477	0,002	-0,016		42,353	2104,819
put	1,249	0,004	put	1,307	0,012	call	1,413	0,014	call	1,462	0,004	-0,018	54,255		
put	1,249	0,000	put	1,307	0,002	call	1,413	0,021	call	1,462	0,005	0,017		-13,173	-714,680
put	1,267	0,002	put	1,330	0,009	call	1,444	0,019	call	1,498	0,005	0,020	50,578		
put	1,267	0,000	put	1,330	0,002	call	1,444	0,018	call	1,498	0,004	-0,016		39,405	1993,009
put	1,308	0,003	put	1,367	0,009	call	1,468	0,015	call	1,514	0,004	-0,018	57,027		
put	1,308	0,001	put	1,367	0,005	call	1,468	0,027	call	1,514	0,011	0,020		27,602	1574,022
put	1,285	0,002	put	1,360	0,008	call	1,496	0,025	call	1,556	0,008	0,023	43,212		
put	1,285	0,002	put	1,360	0,008	call	1,496	0,016	call	1,556	0,004	-0,019		45,214	1953,777
put	1,306	0,003	put	1,375	0,012	call	1,498	0,016	call	1,553	0,005	-0,021	48,408		
put	1,306	0,005	put	1,375	0,019	call	1,498	0,009	call	1,553	0,002	0,020		-3,569	-172,783
put	1,269	0,003	put	1,340	0,011	call	1,468	0,019	call	1,524	0,006	0,022	46,296		
put	1,269	0,000	put	1,340	0,002	call	1,468	0,029	call	1,524	0,009	-0,022		-4,537	-210,041
put	1,338	0,004	put	1,404	0,013	call	1,522	0,014	call	1,575	0,004	-0,020	50,417		
put	1,338	0,008	put	1,404	0,020	call	1,522	0,014	call	1,575	0,004	0,023		35,449	1787,210
put	1,268	0,002	put	1,344	0,007	call	1,477	0,029	call	1,534	0,010	0,025	40,664		
put	1,268	0,002	put	1,344	0,007	call	1,477	0,022	call	1,534	0,006	-0,021		32,090	1304,906
put	1,291	0,004	put	1,369	0,013	call	1,497	0,017	call	1,551	0,005	-0,022	44,976		
put	1,291	0,005	put	1,369	0,017	call	1,497	0,015	call	1,551	0,004	0,023		4,946	222,454

Figure 20: Condor marché

IV.1.3 Etude comparative MACD/ Marché

Tableau 14:Etude comparative MACD/Marché 2011-2012

	Straddle		**Strangle**		**Butterfly**		**Condor**	
	MACD	**marché**	**MACD**	**marché**	**MACD**	**marché**	**MACD**	**marché**
performance	7%	13%	12%	24%	2%	7%	14%	15%
Rendement annualisé	13%	24%	8%	20%	5%	3%	7%	10%
Perte/ Gain	11%	4%	12%	6%	11%	27%	5%	5%
perte max	-917	-499	-1952	-1940	-5782	-937	-1451	-1127
gain max	3464	3506	5449	6246	3786	2316	6933	40862
Investissement moyen	663	711	260	277	250	179	202	215
gain total	17769	29407	30323	63384	5981	17329	33859	39734

Commentaire :

Ce tableau permet, d'une part, de comparer les stratégies entre elles et, d'autre part, de comparer les résultats de notre indicateur au potentiel du marché.

Nous remarquons, en effet, qu'en moyenne on atteint 50% de ce potentiel. Résultat qui est très satisfaisant, on peut donc dire que notre indicateur est pertinent.

Nous remarquons que le meilleur rendement est enregistré au niveau du straddle suivi du strangle puis le condor.

Le condor a le gain total maximum (33859 €) avec une performance de 14% et un ratio de gain/perte de 5% c'est une stratégie qui est peu couteuse vu que les options vendues aident à financer les options achetées.

La perte maximale est enregistrée avec le butterfly, en effet, c'est une stratégie qui permet de maximiser le gain mais en cas de perte la somme est tout aussi importante.

Nous déduisons que le butterfly ne s'adapte pas avec notre optique, car on se positionne à l'achat lorsque la volatilité est chère et à la vente lorsqu'elle est moins chère.

IV.2. Trading avec réinvestissement de cash :

Dans cette partie nous adoptant les mêmes approches :

- ✓ Analyse technique basée sur la MACD
- ✓ Analyse du potentiel de marché

Pour chaque approche nous appliquons les quatre stratégies : Straddle, Strangle, Butterfly et Condor.

La seule différence étant que le cash dégagé suite à la clôture d'une position est réinvestit dans la prochaine, ce qui permet d'augmenter nos gains mais augmente aussi notre perte si notre position est mal initiée.

Nous avons choisi de présenter le tableau récapitulatif regroupant les résultats des différentes stratégies avec les deux approches.

Les tableaux qui ont servi au calcul de chaque stratégie figurent à la deuxième annexe.

Tableau 15:Etude comparative MACD/marché 2011-2012 avec cash

	Straddle		**strangle**		**butterfly**		**condor**	
	MACD	**marché**	**MACD**	**marché**	**MACD**	**marché**	**MACD**	**marché**
Performance	7%	13%	12%	24%	2%	7%	14%	15%
Rendement annualisé	13%	24%	8%	20%	5%	3%	7%	10%
Perte/ Gain	11%	4%	12%	6%	11%	27%	5%	5%
perte max	-4451	-675	-21129	-5130	-6070	-5041	-18013	-16241
gain max	11374	20677	37666	717123	3392	8392	37409	358375
Investissement moyen	663	711	260	277	250	179	202	215
gain total	41468	140789	100865	2174798	1115	39636	166323	342135

<u>Commentaire :</u>

Nous remarquons que le meilleur rendement est enregistré au niveau du straddle suivi du strangle puis le condor.

Le Condor a le gain total maximum (166323 €) avec une performance de 14%et un ratio de gain/perte de 5% c'est une stratégie qui est peu couteuse vu que les options vendues aident à financer les options achetées.

La perte maximale est enregistrée avec le strangle, en effet, c'est une stratégie qui permet de maximiser le gain mais en cas de perte la somme est tout aussi importante.

Nous déduisons qu'avec ou sans réinvestissement de cash, le condor suivi par le strangle restent les meilleures stratégies à adopter car elles permettent de maximiser notre gain et de minimiser notre risque.

V. Back test :

On a appliqué la même procédure pour l'année 2010 à savoir le trading de volatilité en se basant sur l'analyse graphique et sur l'indicateur MACD. Par la suite, on a décidé de comparer les résultats de l'année 2011 avec celle de l'année 2010, d'une part, pour back tester nos résultats et d'autre part pour en déduire les tendances du marché durant ces deux années.

Tableau 16:Comparaison MACD 2010/2011 avec cash

	Straddle		strangle		butterfly		condor	
	2010	2011	2010	2011	2010	2011	2010	2011
Performance	9%	13%	21%	12%	16%	2%	12%	14%
Rendement annualisé	13%	13%	12%	8%	21%	5%	6%	7%
Perte/ Gain	15%	11%	7%	12%	32%	11%	30%	5%
perte max	-5595	-4451	-20676	-21129	-60036	-6070	-24893	-18013
gain max	10869	11374	24528	37666	25688	3392	18201	37409
Investissement moyen	675	663	263	260	621	250	200	202
gain total	13468	41468	33946	100865	35344	1115	-7826	166323

<u>Commentaire :</u>

Nous remarquons que le meilleur rendement est enregistré au niveau du butterfly suivi du strangle puis le strangle.

Le strangle a le gain total maximum (33946 €) avec une performance de 21% et un ratio de gain/perte de 7% c'est une stratégie qui est peu couteuse vu que strikes sont hors de la monnaie.

La perte maximale est enregistrée avec le condor.

Le strangle et le straddle, sont des stratégies stables elles offrent un rendement satisfaisant sur les deux années.

Tableau 17: Comparaison MACD entre 2010 et 2011 sans cash

	Straddle		**strangle**		**butterfly**		**condor**	
	2010	**2011**	**2010**	**2011**	**2010**	**2011**	**2010**	**2011**
Performance	9%	7%	21%	12%	16%	2%	12%	14%
Rendement annualisé	13%	13%	12%	8%	21%	5%	6%	7%
Perte/ Gain	15%	11%	7%	12%	32%	11%	30%	5%
perte max	-2323	-917	-3606	-1952	-5820	-5782	-8501	-1451
gain max	10869	3464	23040	5449	7869	3786	10299	6933
Investissement moyen	675	663	263	260	621	250	200	202
gain total	14901	17769	33270	30323	24957	5981	19759	33859

<u>Commentaire :</u>

Nous remarquons que le meilleur rendement est enregistré au niveau du butterfly suivi du strangle puis le strangle.

Le strangle a le gain total maximum (33270 €) avec une performance de 21% et un ratio de gain/perte de 7% c'est une stratégie qui est peu couteuse vu que strikes sont hors de la monnaie.

La perte maximale est enregistrée avec le condor.

Enfin, on déduit de notre étude que la meilleure stratégie à adopter est le strangle car elle a réalisé des résultats bien meilleurs que le condor, cette stratégie a aussi prouvé qu'elle est plus stable face aux fluctuations du marché.

Conclusion

Ce projet de fin d'études effectué au sein de la salle des marchés d'Attijariwafa bank, a été pour nous une occasion de découvrir le monde de la finance de marché. Ce fut une expérience à la fois agréable et instructive.

Nous avons pu observer de près la manière dont travaillaient les ingénieurs financiers afin de pricer des options, et d'élaborer des stratégies selon la volonté de se couvrir d'un risque ou au contraire de parier sur la hausse ou la baisse de différents facteurs, notamment la volatilité.

La mission qui nous a été confiée est d'élaborer des stratégies d'investissement permettant de faire du trading de volatilité. Nous avons collaboré avec le desk produits dérivés afin de proposer des stratégies basées sur des combinaisons d'options.

Pour ce faire nous avons commencé par cerner le paramètre clé qui est le cœur de notre étude à savoir la volatilité. Nous avons tout d'abord approché les modèles d'estimation et de prévision, ensuite nous avons travaillé en profondeur sur des modèles de pricing assez classiques comme le modèle de Black & Scholes et ses variantes.

Ceci nous a amené à étudier les « Grecques », instruments financiers mathématiques utilisés quotidiennement par l'ensemble des acteurs d'un Front Office, mais aussi à comprendre l'importance d'une réactualisation fréquente d'un portefeuille lors d'une stratégie de couverture et la nécessité de considérer l'ensemble des facteurs agissant sur le pricing d'une option afin de mieux cerner son évolution.

Nous avons finalement centré notre étude sur quatre stratégies d'options que nous avons appliquées sur la volatilité de l'EUR/USD sur l'année 2011/2012. Nous avons opté pour une étude comparative qui résume l'ensemble de notre travail et que nous considérons comme notre principal apport.

Nos résultats ont été back testés, mais faute de temps nous avons considéré qu'un historique d'un an. Nous désirions aussi élargir cette étude à l'arbitrage de volatilité. En effet, une première recherche nous a permis de constater que ces stratégies peuvent être appliquées lorsqu'on détecte une opportunité d'arbitrage afin d'en profiter d'avantage.

En travaillant sur la volatilité nous avons découvert un potentiel énorme présent sur le marché mais qui n'est toujours pas exploité par les banques marocaines. Nous estimons que ce travail, regroupant théorie et pratique, sera pour Attijariwafa bank un point de départ vers le trading de volatilité pour compte propre.

En définitive, ce travail sur le trading de volatilité et les stratégies d'options nous a permis de découvrir pleinement le domaine de la finance de marché et de nous familiariser avec les notions et outils qui y sont couramment utilisés et de mettre en pratique nos connaissances acquises durant le cursus d'ingénieur d'état à l'INSEA.

Bibliographie :

Livres :

[1] Natenberg, S. (1996). *Option volatility & pricing advanced stratégies and techniques*, Mc Graw-Hill

[2] Kaeppel, J. (2002). *“The option Traders” Guide to probability, Volatility and Timing*. Wiley finance edition.

[3] A. Fontanills, G. (2005). *The options course*. Second edition Jhon Wiley, & sons, Inc.

[4] Douglas Rouah, F. et Vainbeno, G. (2007). *Option pricing Models & Volatility using EXCEL-VBA.* Wiley Finance edition.

[5] Gatheral, J. (2006). *The volatility surface.* Jhon wiley & sons, Inc.

[6] Hull, J. (2007). *Options, futures et autres actifs dérivés.* 6éme édition (Pearson education).

Mémoires et rapports:

Yacine Jerbi (2006). « Evaluation des options et gestion des risques financiers sur les réseaux des neurones et par les modèles à volatilité stochastique.

Thèse de doctorat en mathématiques appliquées, Paris, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.

Idir Arjdjoune (2011). Assistant broker et developpement d’outild d’aide à la décision « equity and index derivatives desk ». Rapport de stage de fin d’études, Paris, ingénieur sup Galilée.

Majd Cheikh Ali, Modèle à volatilité locale et stochastique. Rapport de fin d’études, Murex, ENSTA, Université Paris Dauphine.

Christian Didion, Thomas Jamaud, Valdo durrelman. « Trading de volatilité ». Mémoires d’étude d’approfondissement, Ecole polytechnique.

Webographie :

http://www.aadsoft.com/tutorial/volat.htm (stratégies d'options)

http://www.strategies-options.com/ (options)

http://www.guidefinance.ch/ica_french/les_produits_derives/zoom_sur_les_options/principes_de_base/weba3.html

http://www.techno-science.net/?onglet=glossaire&definition=6256 (B&S merton)

http://www.trading-school.eu/glossaire-bourse/fiche-Volatilite-historique-et-implicite-110

http://www.trader-forex.fr/abc-du-trader-lexique-du-forex

Articles:

Derman, E., Kamal, M., Kani, I., McClure, J., Pirasteh, C. et Zou, J. (1996). *Investing in Volatility, Quantitative Strategies Research Notes*, October, Goldman, Sachs & Co.

Derman, E., Kamal, M., Kani, I., McClure, J., Pirasteh, C. et Zou, J. (1999). *More Than You Ever Wanted To Know About Volatility Swaps, Quantitative Strategies Research Notes,* October, Goldman, Sachs & Co.

Hedge Funds, The voice of the alternative investment industry review in association with FIMAT, "Volatility Arbitrage, The non-correlated alternative". July,2006.

Economie et prévisions-n° 148-février 2001. RZEPKOWZKI, B., « Pouvoir prédictif de la volatilité implicite dans les prix des options de change » (p 71 à 97)

Annexes

Annexes I : Modèle de GARCH(1,1)

ω	0,00
α	0,04
β	0,96

Somme MV 2391,01

Date	Taux	Rendement	Rendement Carré	Rendement Carré Retardé	variance conditionnel	Max vraisemblance	écart-type
08/03/2012	242,05						
09/03/2012	227,55	-0,06	0,00		0,00		
10/03/2012	213,90	-0,06	0,00	0,00	0,00	-1,88	0,31
11/03/2012	210,00	-0,02	0,00	0,00	0,00	2,55	0,36
12/03/2012	211,50	0,01	0,00	0,00	0,00	2,84	0,36
13/03/2012	217,10	0,03	0,00	0,00	0,00	2,17	0,35
14/03/2012	212,05	-0,02	0,00	0,00	0,00	2,34	0,35
15/03/2012	213,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,87	0,35
16/03/2012	217,90	0,02	0,00	0,00	0,00	2,35	0,35
17/03/2012	219,00	0,01	0,00	0,00	0,00	2,88	0,35
18/03/2012	219,50	0,00	0,00	0,00	0,00	2,92	0,34
19/03/2012	220,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,94	0,34
20/03/2012	220,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,96	0,33
21/03/2012	212,00	-0,04	0,00	0,00	0,00	1,37	0,32
22/03/2012	218,00	0,03	0,00	0,00	0,00	2,04	0,34
23/03/2012	217,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,89	0,35
24/03/2012	213,50	-0,02	0,00	0,00	0,00	2,65	0,34
25/03/2012	215,00	0,01	0,00	0,00	0,00	2,89	0,34
26/03/2012	217,60	0,01	0,00	0,00	0,00	2,79	0,33
27/03/2012	220,00	0,01	0,00	0,00	0,00	2,82	0,33
28/03/2012	225,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,35	0,32
29/03/2012	235,70	0,05	0,00	0,00	0,00	0,25	0,33
30/03/2012	240,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,55	0,35
31/03/2012	237,00	-0,01	0,00	0,00	0,00	2,74	0,35
01/04/2012	227,00	-0,04	0,00	0,00	0,00	1,03	0,35
02/04/2012	227,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,85	0,37
03/04/2012	231,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,57	0,36
04/04/2012	232,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,86	0,36
05/04/2012	231,15	0,00	0,00	0,00	0,00	2,88	0,35
06/04/2012	236,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,44	0,35
07/04/2012	242,50	0,03	0,00	0,00	0,00	2,10	0,35
08/04/2012	240,60	-0,01	0,00	0,00	0,00	2,84	0,35
09/04/2012	244,00	0,01	0,00	0,00	0,00	2,70	0,35
10/04/2012	245,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,91	0,34
11/04/2012	251,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,26	0,34
12/04/2012	252,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,92	0,34
13/04/2012	258,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,30	0,33
14/04/2012	253,00	-0,02	0,00	0,00	0,00	2,52	0,34
15/04/2012	261,90	0,04	0,00	0,00	0,00	1,53	0,33
16/04/2012	265,00	0,01	0,00	0,00	0,00	2,76	0,35
17/04/2012	265,10	0,00	0,00	0,00	0,00	2,92	0,34
18/04/2012	270,00	0,02	0,00	0,00	0,00	2,56	0,34
19/04/2012	264,00	-0,02	0,00	0,00	0,00	2,38	0,34

Annexes II : Fonction VBA

- **Fonction interpolation**

```
Public Function interpp(Xvals As Range, yVals As Range, x As Double) As Double

    Dim fract As Double
    Dim i As Integer
    Dim numVals As Integer

    If Xvals.Cells.Count <> yVals.Cells.Count Then
    interpp = Err()
       Exit Function
    End If

    numVals = Xvals.Cells.Count
    i = 2

    While Xvals.Cells(i).Value < x And i < numVals
       i = i + 1

    Wend
    If i = 1 And x = Xvals.Cells(1).Value Then
       interpp = yVals.Cells(1).Value
       Exit Function
    End If
    fract = (Xvals.Cells(i).Value - x) / (Xvals.Cells(i).Value - Xvals.Cells(i - 1).Value)
    interpp = fract * yVals.Cells(i - 1).Value + (1 - fract) * yVals.Cells(i).Value

End Function
```

- **Simulation Monte Carlo :**

```
Function MC_Sim(St As Double, Volatility As Double, r As Double, deltaT As Double, NSim As Long) As Double
Dim i As Long
Dim S, S0, G, U As Double
For i = 1 To NSim
   U = Rnd()
   G = WorksheetFunction.NormSInv(U)
   S = St + St * r * deltaT + St * Volatility * G * Sqr(deltaT)
   MC_Sim = MC_Sim + S
   Randomize
Next
MC_Sim = MC_Sim / NSim
End Function
```

- **Exemple de Grecs:**
  - **Delta:**

```
Public Function BSDelta_CP(S As Double, x As Double, d As Double, r As Double, v As Double, T As Double, cp As String, sens As String)
If cp = "Call" Then
BSDelta_CP = BSDelta_C(S, x, d, r, v, T, sens)
Else
BSDelta_CP = BSDelta_P(S, x, d, r, v, T, sens)
End If
End Function
```

- **Gamma:**

```
Public Function BSGamma_CP(S As Double, x As Double, d As Double, r As Double, v As Double, T As Double, sens As String)
Dim dt As Double, D1 As Double, NN1 As Double
dt = v * Sqr(T)
D1 = (Log(S / x) + (r - d + 0.5 * v ^ 2) * T) / dt
NN1 = (1 / Sqr(2 * pi) * Exp(-0.5 * D1 ^ 2))
If sens = "Achat" Then
BSGamma_CP = (NN1 * Exp(-d * T)) / (S * dt)
Else
BSGamma_CP = -(NN1 * Exp(-d * T)) / (S * dt)
End If
End Function
```

- **Vega:**

```
Public Function BSVega_CP(S As Double, x As Double, d As Double, r As Double, v As Double, T As Double, sens As String)
Dim dt As Double, D1 As Double, NN1 As Double
dt = v * Sqr(T)
D1 = (Log(S / x) + (r - d + 0.5 * v ^ 2) * T) / dt
NN1 = (1 / Sqr(2 * pi) * Exp(-0.5 * D1 ^ 2))
If sens = "Achat" Then
BSVega_CP = S * Sqr(T) * NN1 * Exp(-d * T)
Else
BSVega_CP = -S * Sqr(T) * NN1 * Exp(-d * T)
End If
End Function
```

- **Pricer de Black & Scholes:**

```
Public Function Norm(x As Double)

Norm = Application.WorksheetFunction.NormSDist(x)

End Function

Public Function BS_Call(S As Double, x As Double, r As Double, d As Double, v As Double, T As Double) As Double

Dim dt As Double
Dim D1 As Double, d2 As Double
Dim Nd1 As Double, Nd2 As Double

dt = v * Sqr(T)
D1 = (Log(S / x) + ((r - d) + 0.5 * v ^ 2) * T) / dt
d2 = D1 - dt

Nd1 = Norm(D1)
Nd2 = Norm(d2)

If T = 0 Then
BS_Call = Application.WorksheetFunction.Max(S - x, 0)
Else
BS_Call = (S * Nd1) * Exp(-d * T) - (x * Exp(-r * T) * Nd2)
End If

End Function
Public Function BS_Put(S As Double, x As Double, r As Double, d As Double, v As Double, T As Double) As Double

Dim dt As Double
```

```
Dim D1 As Double, d2 As Double
Dim NNd1 As Double, NNd2 As Double

dt = v * Sqr(T)
D1 = (Log(S / x) + ((r - d) + 0.5 * v ^ 2) * T) / dt
d2 = D1 - dt

NNd1 = Norm(-D1)
NNd2 = Norm(-d2)
If T = 0 Then
BS_Put = Application.WorksheetFunction.Max(x - S, 0)
Else
BS_Put = (-S * Exp(-d * T) * NNd1) + (x * Exp(-r * T) * NNd2)
End If
End Function
Function BS_price(S As Double, x As Double, r As Double, d As Double, v As Double, T As Double, PC As String, sens As String) As Double
If sens = "Vente" Then
If PC = "Call" Then
BS_price = -BS_Call(S, x, r, d, v, T)
Else
BS_price = -BS_Put(S, x, r, d, v, T)
End If
Else
If PC = "Call" Then
BS_price = BS_Call(S, x, r, d, v, T)
Else
BS_price = BS_Put(S, x, r, d, v, T)
End If
End If
End Function.
```