

ROYAUME DU MAROC
..*.*.*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
..*.*.*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA



Projet de Fin d'Etudes

N° : 114

**La quantification du risque crédit et la mise en place d'une
application de gestion du risque obligataire**

*Préparé par : Mr Aymane REGRAGUI
Mr Mostapha LABYED*

*Sous la direction de : Mr Abderrahim OULIDI (INSEA)
Mr Smail ALAOUI (CDG)*

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- ◆ *Mr Abderrahim OULIDI (INSEA)*
- ◆ *Mr Ahmed DOGHMI (INSEA)*
- ◆ *Mr Smail ALAOUI (CDG)*

Juillet 2011

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سُبْحَانَكَ يَا عَلِيمُ لَنَا إِلَهٌ

مَا عَلَّمْنَا إِيَّاكَ أَنْتَ

الْعَلِيمُ الْعَظِيمُ

صِدْقُ اللَّهِ الْعَظِيمِ

Résumé

La rationalisation du financement au sein des entreprises marocaines fait que celles-ci recourent de plus en plus au marché financier. Face à cet état de fait, les investisseurs sont exposés à un dilemme : financer ces entreprises en s'exposant au risque de leur défaut, ou éviter cette prise de risque en délaissant par la même les rendements attrayants, accompagnant en général ces placements.

Une approche plus intéressante serait de mesurer le risque crédit relatif à chaque entreprise et de prendre des décisions en conséquence.

L'évaluation de la prime de risque crédit associée à une émission obligataire, nécessite une analyse économique et financière de l'entreprise émettrice d'obligations, ainsi que la maîtrise des modèles de la gestion du risque crédit.

Ce Projet de Fin d'Etudes consiste en l'analyse de différents modèles de risque de crédit qui ont été abordés par les auteurs intéressés par cette approche : l'approche par modélisation, en les adaptant au contexte marocain, ainsi que l'élaboration d'un outil informatique calculant aussi bien la prime de risque que les probabilités de défaut basées sur les hypothèses de ces modèles.

Nous allons commencer d'abord par situer le cadre théorique d'un tel travail, ensuite, nous allons détailler les hypothèses et les formulations des modèles de risque de crédit adoptés, ainsi que les différentes méthodes d'évaluations d'entreprises en tant que procédures nécessaires pour déterminer l'input valeur des actifs de l'entreprise V_A , et finir par une description de l'application *Moroccan Bond Risk Manager (MBRM)*, développée dans le cadre de ce travail, et qui permet d'évaluer et de suivre la prime de risque crédit d'une émission obligataire.

Mots Clés : risque de crédit, prime de risque, spread de taux, approches structurelles, probabilité de défaut, Merton, KMV, CreditGrade

Abstract

As rational decision, the firm's in Morocco attend to the stock market to rehabilitate themselves financially. At this point, the investors are to make a choice: either answer the call of these firms to aid them, and by doing so, they are to expect a loss for they know about the probably incoming default, or, avoid such risky attempt and thus lose the opportunity to get a higher payoff.

With that being said, there has been a remarkable surge lately in the need to measure the credit risk in order to make a decision as a response to the investor's dilemma.

Using the spread measurement according to some models was an answer; it requires economic and financial analysis for the subjugated firm, as well as a mastery of such credit risk management models.

This memoire includes an analysis of the various models of credit risk management accordingly to their founders, with a bit of a change in that we tried to suit it for Moroccan context, and a description of a software made in the aim to calculate credit risk spreads and default probabilities based on the hypothesis of each model we treated.

In the beginning, we will try to set the abstract boundaries of our work, and then, we will expatiate the hypothesis and the formulas of these credit risk models, then we will detail some companies' evaluation methods as a necessary procedure to determine the value of the equity, and finally, a description the software Moroccan Bond Risk Management (MBRM), developed within this framework that makes a a fairly good evaluation of the spreads and can track the credit risk of a bond issue.

Keywords: risque de crédit, prime de risque, spread de taux, approches structurelles, probabilité de défaut, Merton, KMV, CreditGrade

Dédicaces

Je désire dédier cet humble travail à:

A mes chers parents. Chaque mot que j'écris, chaque défi que je réussis, chaque bonheur que je vie, chaque souffle de vie que je possède est l'expression de vos sacrifices et de votre dévouement. J'implore Dieu de faire de moi ce que vous espérez, de me guider dans les pas que vous avez tracé et de triompher de votre fierté. Avec tout l'amour que peut porter un cœur, une âme, je vous aime.

A mes chers frères Rachid, Karim et Tarik, vous étiez toujours là pour m'aider, pour me soutenir et surtout pour m'encourager, je vous aime.

A ma chère petite sœur Nwadi, je t'aime.

A Soukaina, Khadija et Siham.

A tous les membres de ma famille.

A mes chers amies et amis qui se reconnaîtront.

A mon Binox Raymax

A tous ceux qui connaissent « Stephe whiteman ».

A toutes ces personnes, merci du fond du cœur

Mostapha LABYED

Dédicaces

To my farther

My old man and best buddy, who was there for me and kept me "NADY", who fulfilled his duty as a great daddy.

To my mother

Blessing upon thee for you are my emotion, no pen, no saying will express my devotion, I love you for your strong resolution.

To my Rkia

I hope I wasn't an awful boy, who was just there for you to annoy, but not anymore, now, with respect, I stand and say: Ahoy.

To my brother, I shall say this, thanks for just being yourself

To my two sisters, don't blame me, blame my mom :D.

To my lil' Fati, to whom I apologize endlessly

To my friends, Fahd, Hicham, Meryems' (both) Hamzas' (all of them) Fadwa, Imane and Najlae, Kawtar, Zineb (all of those too), Issam and Hassan, whiteman and all the mates I say, it has been a hell of a year.

To my professors and mentors, thanks for your efforts

To all to whom I count, I say, thank you and I love you

Aymanne REGRAGUI

Remerciements:

Avant tout développement sur notre expérience professionnelle, il apparaît opportun de commencer ce rapport de projet de fin d'études par des remerciements.

À notre Dieu pour cette grâce d'être en vie et en bonne santé depuis notre naissance jusqu'à ce jour.

À ceux qui nous ont beaucoup appris au cours de ce stage, et à ceux qui ont eu la gentillesse de faire de ce stage un moment très profitable.

Nous avons été touchés par la pertinence de vos conseils, votre patience et votre pédagogie :

*Vous, **Monsieur Abderrahim OULIDI**, notre grand et respectueux professeur d'avoir accepté notre encadrement ainsi que pour votre suivi, vos remarques pertinentes et sonvos encouragement ;*

*Vous, **Monsieur Smail ALAOUI**, notre chère encadrant au sein de la CDG, pour votre aide, vos explications, vos informations, votre encadrement et surtout pour votre modestie, vous étiez pour nous l'ami plus que l'encadrant ;*

*Vous, **Monsieur Adnane BARHARH**, directeur de la division de gestion de risque et reporting, pour votre accueil chaleureux et la confiance que vous nous avez accordée ;*

*Vous, **Monsieur Ahmed DOGHMI**, Nous tenons à vous exprimer notre gratitude d'avoir accepté de faire partie du membre du jury.*

Nos gratitudees et estimees à notre corps professoral et notre vénération pour l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée qui nous a garanti des compétences distinguées.

Enfin, nous remercions chaleureusement toute personne qui a participé de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail. (En particulier notre chère ami Miso-Miso)

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iii
Dédicaces	iv
Dédicaces	v
Remerciements:	vi
Liste des abréviations:	xi
Liste des tableaux et figures :	xii
INTRODUCTION :	1
Problématique et contexte du projet :	2
Partie I : Présentation Générale	3
Chapitre 1 : Dispositif prudentiel du Comité de Bâle.....	4
I. L'Accord de BALE 1 :.....	4
I.1. Objectifs de BALE 1 :.....	4
I.2. Architecture de BALE 1 :	4
II. Transition de BALE 1 à BALE 2 :.....	5
II.1. Objectifs de « BALE 2».....	6
II.2. Architecture de BALE 2.....	6
II.2.1) PILIER 1 : EXIGENCES MINIMALES DE FONDS PROPRES.....	6
II.2.2) PILIER 2 : PROCESSUS DE SURVEILLANCE PRUDENTIELLE.....	7
II.2.3) PILIER 3 : DISCIPLINE DE MARCHE.....	7
II.3. Champs d'application du nouvel accord	7
II.4. Transposition de BALE II au Maroc.....	8
III. Conclusion :.....	9
Chapitre 2 : Présentation de l'organisme	10
I. Mission de la CDG :.....	10
I.1. Mobilisateur de l'épargne :.....	10
I.2. Investisseur institutionnel :	10
I.3. Gestionnaire des retraites et promoteur de produits d'assurance et de prévoyance :.....	10
II. Organigramme de la CDG :.....	11
III. Pôle risk management.....	11
III.1. Direction Gestion des Risques Opérationnels et Contrôle permanent :	12
III.2. Direction Gestion des Risques Financiers et Reporting.....	12
III.3. Direction Conformité	13
Chapitre 3 : TYPES DE RISQUE.....	14
I. Risque de marché :.....	14

II. Risque opérationnel :	14
III. Risque de crédit	14
III.1. Risque de défaut de la contrepartie :	14
III.2. Risque de dépréciation de la qualité de signature d'un emprunteur:	16
III.3. Le risque sur le taux de recouvrement en cas de défaut.....	16
Partie II : Les Approches de gestion du risque crédit :	17
Chapitre 4 : Gestion classique et celle basé sur la notation :	18
I. Gestion simple et classique :	18
I.1. Les méthodes traditionnelles :	18
I.2. La titrisation :	18
I.3. Les dérivés de crédit :	18
II. Approches basés sur la notation :	19
II.1. Approche standard :	19
II.2. Approche IRB (Internal Ratings Based)	20
Chapitre 5 : Approche de modélisation du risque de crédit :	22
I. Approche structurelle :	22
I.1. Présentation de l'approche :	22
I.2. Paramètres de l'approche structurelle:	22
I.3. Inconvénients de l'approche structurelle :	23
II. Les Modèles structurels :	24
II.1. <i>Le modèle de Merton</i> :	24
II.1.1) Hypothèses du modèle :	24
II.1.2) Formulation du modèle :	26
II.1.3) Limites du modèle :	29
II.1.4) Extensions du modèle :	29
II.2. Modèle K.M.V	30
II.2.1) Présentation et Hypothèses du modèle :	30
II.2.2) Formulation du modèle :	30
II.2.3) Estimation des paramètres :	32
II.2.3.1) Estimation de la valeur des actifs VA et la volatilité des actifs σ_A : ...	32
a) Cas des sociétés cotées :	32
b) Cas des sociétés non cotées :	34
i. La méthode optionnelle d'estimation de σ_A :	35
ii. Méthode des difficultés financières d'estimation de σ_A :	36
II.2.3.2) Estimation du rendement des actifs :	36
a) Cas des sociétés cotées :	36

b) Cas des sociétés non cotées :.....	37
II.3. Le modèle de Vasicek-Kealhofer :.....	37
II.4. <i>Modèle CreditGrade</i> :	38
II.4.1) Présentation et hypothèses du modèle :.....	38
II.4.2) Formulation du modèle :.....	39
III. Approche des modèles à forme réduite	44
III.1. Présentation et caractéristiques des modèles à forme réduite :.....	44
III.2. Exemple de modèle à forme réduite : Modèle de Fons (1994)	46
III.3. Limites de l'approche des modèles à forme réduite :	46
IV. Conclusion.....	47
Chapitre 6 : Méthodes de valorisation d'entreprises.....	48
I. Méthodes patrimoniales.....	48
I.1. Méthode de l'actif net corrigé (ANC).....	49
I.2. Méthodes du Goodwill	49
II. Les méthodes comparatives.....	50
La méthode du PER	51
III. Méthodes des flux.....	51
III.1. Les méthodes de flux financiers.....	52
III.2. Les méthodes de flux économiques.....	52
III.2.1) Modélisation des flux futurs de trésorerie attendus	53
III.2.2) Coût moyen pondéré du capital.....	54
Partie III : Application de gestion du risque obligataire :	56
Chapitre 7: L'Application Moroccan Bond Risk Manager	57
I. Conception de l'application	57
I.1. Analyse des besoins	57
I.2. Présentation de l'environnement du développement.....	57
I.3. Principe de fonctionnement de l'application:.....	58
II. Application de gestion du risque obligataire :	58
II.1. Le cas des sociétés non cotée	59
II.1.1) Calcul de la valeur de l'entreprise:	61
a) Calcul du coefficient de sensibilité au risque β :	61
b) Calcul du taux d'actualisation.....	62
c) Calcul de la valeur de l'entreprise (DCF) :.....	63
II.1.2) Calcul de la volatilité des actifs de l'entreprise:	63
II.1.3) Calcul du rendement des actifs de la firme	64
II.1.4) Exemple de calcul :	65

II.2. Cas des sociétés cotées	65
II.2.1) Estimation de la volatilité, du rendement et du cours moyen de l'action:.....	67
II.2.2) Taux de recouvrement :	68
a) Taux de recouvrement global :	68
b) Taux de recouvrement spécifique :	69
II.2.3) Dette par action :	69
II.2.4) Total dette de la société :	69
II.2.5) Valorisation boursière :	69
II.2.6) Estimation du rendement des actifs :	69
II.2.7) Estimation de la volatilité et de la valeur des actifs :	70
II.2.8) Exemple de calcul :	72
III. Conclusion :	74
Chapitre 8: Stress testing de l'application.....	75
1. Effet de la volatilité de l'action :	76
2. Effet du niveau d'endettement de l'entreprise	76
3. Effet de la maturité :	77
4. Effet du taux de recouvrement spécifique :	78
5. Effet du taux d'intérêt sans risque :	79
6. Scénarios combinés :	79
7. Conclusion.....	80
CONCLUSION :	81
Bibliographie / Webographie	82
Annexes	84
Annexe 1 : probabilité de défaut maximal de KMV	84
Annexe 2: Dette par action.....	84
Annexe 3 : Exemple d'un CDS.....	85
Annexe 4 : la formule du spread d'un CDS	86
Annexe 5: Table simple de primes de risque de CreditGrade	88
Annexe 6 : Coefficient de sensibilité au risque :	88
Annexe 7 : Extrait de la feuille de calcul (Merton et KMV).....	89
Annexe 8 : table Moody's KMV empirique des probabilités de défaut :	90
Annexe 9: Programme VBA pour le calcul de la prime de risque CreditGrade.....	90
Annexe 10 : Programme VBA pour la résolution du système non linéaire de V_A et σ_A	92

Liste des abréviations:

ANC: Actif Net Corrigé
Approche IRB: Internal Ratings Based Approach.
Approche IRBA: Internal Ratings Based Approach-Advanced
Approche IRBF: Internal Ratings Based Approach-Foundation
BFR : Besoin en Fond de Roulement
BPA: Bénéfice Par Action
CDG : Caisse de dépôt et de Gestion
CDS: Credit Default Swap
CEN : Caisse d'Epargne Nationale
CMPC : Coût Moyen Pondéré du Capital
CNRA : Caisse Nationale de Retraites et d'Assurances
CNSS : Caisse Nationale de Sécurité Sociale
DCF: Discounted Cash Flow
DD: Distance au Défaut
EAD: Exposure At Default
EDF : Expected Default Frequency
FP : Fonds Propres
GW : Goodwill
K.M.V: Kealhfer, McQuown & Vasicek
LGD: Loss Given Default
MEDAF : Modèle D'Evaluation des Actifs Financiers
MBRM : Moroccan Bond Risk Manager
OCDE : l'Organisation de Coopération et de Développement Economiques.
PD: Point / probabilité de Défaut.
Pdb : point de base
PER : Price Earning Ratio.
PFE : Projet de Fin d'Etudes.
RC : Risque de Crédit
RCAR : Régime Collectif d'Allocation de Retraite
RDS : Ratio De Solvabilité
RM : Risque de Marché
RO : Risque Opérationnel
SA: Standardized Approach.
VK: Vasicek & Kealhfer.
GPBM: groupement professionnel des banques marocaines
VBA: Visual Basic for Applications
S&P: standards & poor's
CT: court terme
LT: long terme
CP: contrôle permanent
SPV : Special Purpose Vehicle
BAM : Bank Al Maghrib

Liste des tableaux et figures :

Liste des tableaux :

Tableau 1: Les échelles de notation des principales agences de notation	15
Tableau 2: tableau récapitulatif des notations les plus courantes	20
Tableau 3: taux de recouvrement estimés par Moody's en pourcentage de la valeur faciale	44
Tableau 4: tableau récapitulatif des données sur une entreprise lors d'une émission obligataire	72
Tableau 5 : Inputs concernant un exemple d'émission obligataire (société cotée)	75
Tableau 6: Table simple de primes de risque de CreditGrade	88
Tableau 7:table Moody's KMV empirique des probabilités de défaut	90

Liste des figures :

Figure 1 : Contenu du Pilier1 de l'accord Bâle2	7
Figure 2: Organigramme de la CDG	11
Figure 3: l'évolution de la qualité de gestion des risques et le niveau des exigences en fonds propres, en fonction des différentes approches de notations	21
Figure 4: Principe de Fonctionnement de l'application MBRM.....	58
Figure 5: démarrage de l'application MBRM	59
Figure 6: interface de saisie et des résultats de l'outil MBRM pour les sociétés non cotées en bourse	60
Figure 7: fenêtre de mise en garde pour pour les sociétés non cotés dans MBRM.....	61
Figure 8: calcul du coefficient de sensibilité au risque sur Excel (pour la méthode DCF).....	62
Figure 9: calcul du taux d'actualisation sur Excel (pour la méthode DCF)	62
Figure 10: méthode de calcul de la valeur de l'entreprise (DCF) sur Excel.....	63

Figure 11: volatilités des actifs de l'entreprise non coté sur MBRM	63
Figure 12: rendement des actifs des sociétés non coté sur MRCM	64
Figure 13: Exemple de calcul pour le cas d'entreprise non coté sur MBRM	65
Figure 14: fenêtre de mise en garde pour les sociétés cotées en bourse dans MCRM	66
Figure 15: interface de saisi et des résultats de l'outil MBRM pour les sociétés cotées en bourse	67
Figure 16: Estimation de la volatilité, du rendement et du cours moyen de l'action d'une société sur Excel.....	68
Figure 17: Détermination de la dette par action sur MBRM.....	69
Figure 18: Estimation du rendement des actifs sur Excel	70
Figure 19: estimation de la valeur et la volatilité des actifs via la résolution du système en combinant Excel et VBA.....	71
Figure 20: Exemple de calcul pour le cas d'entreprise coté sur MBRM	73
Figure 21: Evolution de la prime risque avec valeur de la volatilité de l'action	76
Figure 22: Evolution de la prime de risque avec la dette.....	77
Figure 23: prime de risque pour différentes maturités.....	78
Figure 24: Evolution de la prime de risque avec le taux de recouvrements spécifiques .	78
Figure 25: Evolution de la prime de risque avec le taux d'intérêt sans risque.....	79
Figure 26: Extrait de la feuille de calcul du Modèle de Merton	89
Figure 27: Extrait de la feuille de calcul du Modèle de Merton-KMV	89

INTRODUCTION :

Tout organisme financier (société, banque, assurance...) est exposé au risque qui peut être un risque crédit, un risque marché ou un risque opérationnel. Le risque crédit a connu une forte augmentation depuis les années 80 en raison de la montée en puissance de divers facteurs à savoir :

- La forte augmentation des faillites d'entreprises après le choc pétrolier,
- La forte baisse de la valeur des actifs des sociétés sous l'effet de la hausse des taux d'intérêt nominaux et réels,
- La montée du degré d'endettement des états.

Ces événements et ces menaces sur la stabilité du système financier ont conduit le Comité de réglementation bancaire, Comité de Bâle, à proposer un accord sur un niveau minimum de fonds propres exigible pour contrecarrer les conséquences néfastes du risque crédit. Ainsi, est né en 1988 l'Accord de Bâle I qui a instauré le premier ratio de solvabilité dit ratio de Cooke.

Ce dernier, ne prenant pas en compte la qualité de signature du débiteur, le Comité de Bâle a réfléchi, dès 1998, à l'élaboration d'une nouvelle norme de solvabilité plus sensible aux risques et intégrant les trois catégories de risques citées ci-dessus, par le biais du ratio de *Mc Donough* mis en place par le nouvel Accord Bâle II. Le dispositif de Bâle II repose sur trois piliers qui tendent à rapprocher le capital réglementaire du capital économique et qui sont : l'exigence en fonds propres (ratio de solvabilité **Mc Donough**), la procédure de surveillance de la gestion des fonds propres et la discipline du marché (transparence dans la communication des établissements).

Afin de répondre aux recommandations Bâloises au niveau des deux premiers piliers, les établissements de crédits, ainsi que plusieurs organismes financiers, se retrouvent devant l'exigence de développer des processus et des modèles de gestion du risque de crédit auquel elles se confrontent régulièrement, ceci en adoptant l'une des approches introduites par les directives du comité de Bâle à savoir **l'approche standard, l'approche IRB ou une approche par modélisation**, et c'est dans le contexte de cette dernière que s'inscrit ce projet de fin d'études, un cadre qui représente une approche globale de la gestion du risque crédit, et une évaluation de la prime de risque sur liée à un emprunt obligataire.

Le présent rapport, constitué de trois grandes parties, trace les grandes lignes de la réalisation de ce projet : la première partie nous situe dans le cadre théorique de notre problématique, la seconde traite les différentes approches qui permettent d'évaluer le risque crédit et présente les méthodes utilisées dans l'évaluation des entreprises, quant à la troisième partie, elle fait l'objet d'une présentation du logiciel **MBRM** élaboré dans le cadre de ce projet.

Problématique et contexte du projet :

La réalisation d'un outil d'analyse et d'aide à la décision en gestion du risque crédit s'inscrit dans le cadre de la volonté de la Division de Gestion de risque et reporting au sein de la CDG de maîtriser le risque lié à la défaillance des emprunteurs.

Les niveaux bas de la courbe des taux actuelle, pousse les gérants à investir plus dans les obligations privées. Ces titres présentent un intérêt en terme de rentabilité additionnelle, cependant, ils regorgent de risques liés à leur émetteur. Une estimation de cette prime de risque s'avère nécessaire ainsi qu'un suivi temporel des différents investisseurs.

Situation actuelle:

- Approche standard, et donc traditionnelle de l'évaluation de la prime de risque crédit.
- Absence des agences de notation qui permettent d'évaluer la santé financière des émetteurs des obligations afin d'utiliser l'approche par notation
- Difficultés liées à l'estimation des différents paramètres de l'entreprise (valeur, volatilité des actifs...) qui permettent de déduire la solvabilité de cette dernière.

Objectifs directs du projet:

- Évaluation des indicateurs sur les actifs de l'entreprise émettrice des obligations pour en déduire sa solvabilité.
- Évaluation de la prime de risque de la société.
- Réalisation d'un logiciel (MBRM) qui permet d'analyser et d'aider à la décision en risque crédit.

Objectifs à moyen et long terme:

- Emergence d'une culture de « risque » et la prévention de ce dernier.
- Appliquer ces outils sur les portefeuilles obligataires pour profiter de la diversification.

Partie I :

Présentation Générale

Cette partie nous situe dans le cadre général du projet. On commence par citer le dispositif prudentiel du comité de Bâle et les apports de l'accord Bâle1 et Bâle2 au niveau de la gestion du risque dans les institutions financières ainsi que les transpositions de ces mesures au Maroc. On passera à une brève présentation de la CDG, et particulièrement du pôle risk management. Et on terminera cette partie par l'énumération des différents risques, surtout le risque de crédit, sujet de notre étude.

Chapitre 1 : Dispositif prudentiel du Comité de Bâle

I. L'Accord de BALE 1 :

Les crises successives qui ont touché le système bancaire mondial, depuis la « Grande dépression » de 1929 jusqu'à la crise actuelle, ont incité les autorités de régulation à adopter certaines mesures afin de surveiller le fonctionnement du système bancaire et d'assurer la solvabilité des banques.

Les premières mesures ont consisté en la fixation de fonds propres minimums et le maintien de certains ratios entre ces fonds propres et divers postes de l'actif et du passif. Le plus ancien, le « Gearing ratio », est défini comme le rapport des fonds propres sur le fonds de tiers. Il présente toutefois l'inconvénient majeur de ne pas tenir compte de la structure des actifs. C'est pourquoi, avant l'accord de Bâle 1, d'autres ratios ont été imaginés entre, d'une part, l'ensemble des actifs pondérés par des coefficients qui dépendent du type de l'actif, et d'autre part, les fonds propres des banques.

L'intérêt derrière l'arbitrage entre les fonds propres et le risque encouru trouve son explication lors de la lecture du bilan d'un établissement de crédit. En effet, une banque pour rester solvable doit être en mesure de couvrir l'ensemble des pertes attendues et inattendues. Dans cet esprit, divers travaux de recherches ont eu lieu dans le but de fixer la meilleure adéquation des fonds propres.

I.1. Objectifs de BALE 1 :

En 1988, le Comité de Bâle, composé des 13 pays de l'Organisation de Coopération et de Développement Economiques (OCDE) publie les premiers «Accords de Bâle», ensemble de recommandations dont le pivot est la mise en place d'un ratio minimal de fonds propres par rapport à l'ensemble des crédits accordés : le ratio Cooke.

A ce moment, il fut évoqué les fonds propres réglementaires et les engagements de crédit devant être calculés par un système comptable précis. Le traité, constitué de recommandations, précise notamment que le rapport des fonds propres sur la somme des crédits accordés ne doit pas être inférieur à 8%. Les accords de Bâle sont actuellement appliqués dans plus d'une centaine de pays.

I.2. Architecture de BALE 1 :

Ainsi, « Bâle 1 » a défini nombreux paramètres intervenant dans la gestion de risque, dont :

LES FONDS PROPRES

Les fonds propres, au sens strict du terme, communément appelés « TIER 1 », désignent les ressources financières de l'entreprise. Ils proviennent de deux sources :

- Interne : les participations des actionnaires au moment de la création de l'entreprise ou lors d'une augmentation de capital
- Externe : les bénéfices accumulés par l'entreprise et non distribués durant les années précédentes.

Les fonds propres participent au financement de l'entreprise et couvrent aussi les différents risques courus (cette ligne sera détaillée par la suite). Le comité de Bâle a donné aux banques le pouvoir, d'inclure les fonds propres complémentaires (constitué de provisions générales non affectés et de dettes subordonnées « TIER 2 »), dans le calcul de leurs fonds propres à hauteur de 50%.

Les établissements de crédits sont permis de tenir compte des dettes subordonnées dans le calcul du « TIER 2 » à hauteur de 50%.

LES CLASSES DES ACTIFS

L'accord de « Bâle 1 » a défini 3 grandes classes d'actifs :

- Crédit hypothécaire (garantis par une hypothèque)
- Les créances interbancaires et les créances accordées à des organismes internationaux
- Les créances accordées aux gouvernement et banques centrales des pays OCDE

Les différents actifs sont pondérés par des coefficients censés tenir compte du degré de leurs risques moyens respectifs. Il est à noter que les accords de Bâle 1 se limitent à la maîtrise et à la couverture du risque de crédit, les autres risques tels que le risque de taux ou le risque opérationnel ne sont pas concernés.

L'EXIGENCE MINIMUM A RESPECTER

Le comité a fixé le seuil minimum de ratio de solvabilité (RDS), à 8%.

$$RDS = \frac{FP}{engagements} \geq 8\%$$

FP : les fonds propres (au sens large) de la banque.

Engagements : l'ensemble des engagements de crédits pondérés de la banque.

Pratiquement, l'exigence minimale en fonds propres que doit détenir une banque pour accorder un crédit interbancaire d'une valeur de 100MDH, sachant que Bâle 1 exige que ce genre de crédits doit être pondéré par un coefficient de 20% est :

$$1008\% * 20\% = 1.6 \text{ MDH}$$

II. Transition de BALE 1 à BALE 2 :

En 2004, le Comité de Bâle, prenant conscience des limites du ratio Cooke en ce qui concerne le risque de crédit, rédige les accords intitulés « Bâle 2 ». Ces nouveaux textes prennent en compte de manière plus pertinente les notions incluses dans le risque de crédit et

notamment celles concernant la qualité de l'émetteur par l'intermédiaire d'un système de notation interne pour chaque établissement. Un nouveau ratio est mis en place : le ratio **MacDonough**.

II.1. Objectifs de « BALE 2 »

Le comité « Bâle 2 », dans le but de l'amélioration de la gestion de risque, s'est fixé des objectifs à atteindre à travers les autorités de contrôles. Parmi ces objectifs:

- Inciter les établissements financiers à adopter les méthodes les plus avancées dans la gestion du risque crédit et du risque opérationnel, en les faisant bénéficier d'exigences en fonds propres moins importantes
- Définir des règles d'exigences minimales de fonds propres plus sensibles aux risques réels encourus par les banques
- Rapprocher les notions de capital réglementaire et de capital économique
- Inciter les établissements à améliorer leurs gouvernances ainsi que leurs dispositifs internes de gestion de risque.

II.2. Architecture de BALE 2

Les recommandations du nouvel accord s'articulent sur trois piliers :

II.2.1) PILIER 1 : EXIGENCES MINIMALES DE FONDS PROPRES

Contrairement à l'accord de « Bâle 1 » qui se limite à la gestion du risque de crédit, les recommandations du nouvel accord incitent sur la prise en compte du risque opérationnel et du risque de marché (le risque de marché a été introduit en 1997) Ainsi, le ratio de Cooke a été délaissé au profit du ratio de **MacDonough** défini par :

$$RDS = \frac{FP}{RC + RM + RO}$$

Avec :

- FP : les fonds propres de la banque (il est à noter que « Bâle 2 » permet aussi l'intégration des fonds propres sur-complémentaires « TIER 3 » dans le calcul des fonds propres au sens large)
- RC : Risque de crédit
- RM : Risque de marché
- RO : Risque opérationnel

Le comité a fixé un seuil de 8 % pour le ratio de solvabilité (RDS).

Le schéma ci-après détaille le contenu du pilier I de l'accord :

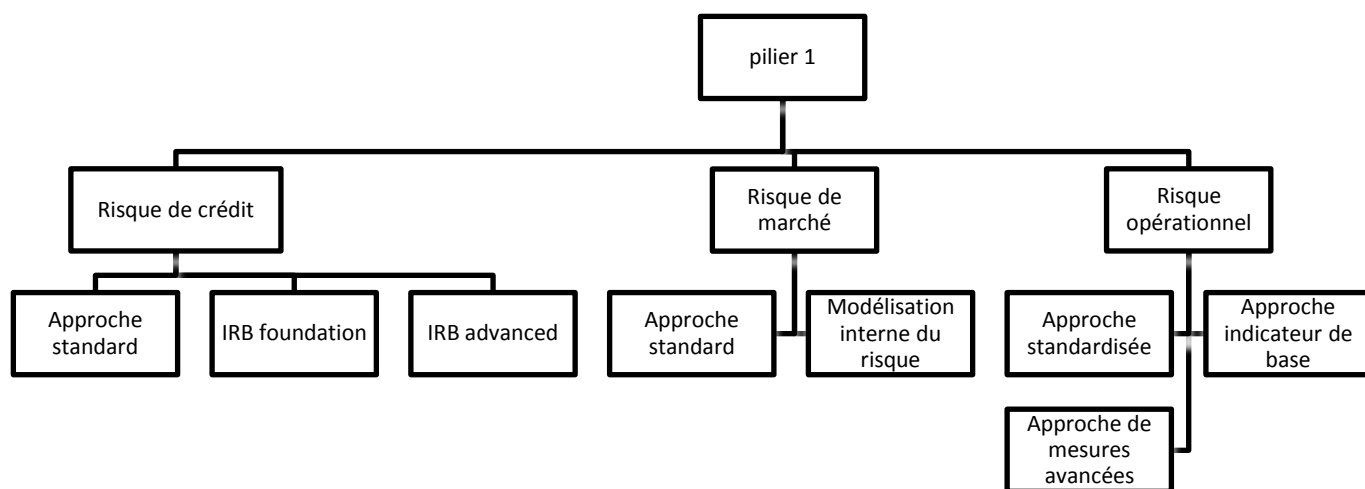


Figure 1 : Contenu du Pilier1 de l'accord Bâle2

(Source : texte de Bâle 2006)

II.2.2) PILIER 2 : PROCESSUS DE SURVEILLANCE PRUDENTIELLE

Ce pilier repose sur 4 principes clés :

- La mise en place par les banques d'un dispositif d'évaluation de l'adéquation des fonds propres au profil de risque
- La mise en place d'un processus de surveillance et d'évaluation prudentielle par le régulateur (vérification par le régulateur du processus interne d'évaluation du risque)
- Le niveau des fonds propres doit excéder le niveau réglementaire minimum en permanence
- L'intervention "préventive" du régulateur.

Il est à noter que l'objectif principal du 2^{ème} pilier reste le respect des obligations du pilier 1.

II.2.3) PILIER 3 : DISCIPLINE DE MARCHE

Le comité de « Bâle 2 » exige aux banques et aux établissements de crédit de se soumettre à des standards de transparence financière en leur imposant de communiquer certaines informations relatives au marché des capitaux et aux actionnaires. Les banques doivent alors diffuser des informations financières, quantitatives et qualitatives, permettant aux acteurs du marché d'apprécier des aspects importants de leurs gestions du risque. Des efforts d'harmonisation entre les informations diffusées par les banques, conformément au pilier trois, et les normes comptables ont été faits par le comité de « Bâle 2 ».

II.3. Champs d'application du nouvel accord

Le champ d'application du dispositif intègre, sur une base totalement consolidée, toute société holding à la tête d'un groupe bancaire, pour garantir la prise en compte des risques à

l'échelle du groupe. On entend par «groupe bancaire» un groupe qui exerce des activités à dominance bancaire; dans certains pays, un groupe bancaire peut être agréé en tant que banque.

Le dispositif s'applique aussi à toutes les banques à dimension internationale, à chaque niveau au sein du groupe, également sur une base intégralement consolidée. Une période transitoire de trois ans est prévue pour les pays où une telle sous consolidation intégrale au niveau intermédiaire n'est pas exigée actuellement.

En outre, l'un des principaux objectifs du contrôle bancaire étant la protection des déposants, il est essentiel de garantir que les fonds propres réglementaires soient aisément mobilisables à leur bénéfice. Dans cette optique, les autorités de contrôle bancaire devraient s'assurer que chaque établissement présente une capitalisation adéquate, au niveau individuel.

II.4. Transposition de BALE II au Maroc

Pour la transposition du nouvel Accord, BAM a adopté une démarche qui tient compte de la réalité et de la structure du système bancaire marocain. C'est une démarche structurante et incitative en vue d'adopter les meilleures pratiques en matière de gestion des risques et ouverte sur les différentes approches de calcul des fonds propres réglementaires prévues par le Comité de Bâle.

Au plan national, les commissions mixtes BAM-GPBM avaient planché, dès la fin de l'exercice 2003, sur les trois grands chantiers de l'accord de Bâle II : risque de crédit, risques de marché et risques opérationnels, traduisant la volonté des autorités et de la profession d'évoluer vers ces nouvelles normes internationales et la définition d'une législation adaptée au secteur bancaire marocain.

BAM a arrêté un calendrier pour la transposition, au Maroc, du nouvel Accord de Bâle. Il s'agit de 2007 pour les approches standard de calcul des exigences en fonds au titre des risques de crédit, de marché et opérationnels et de 2009-2012 pour l'application des approches de modèles internes.

En vue d'une bonne transition vers ce nouveau dispositif, BAM a engagé une action sur un triple plan à savoir la mise à niveau du processus de supervision bancaire en conformité avec l'ensemble des principes du Comité de Bâle, la création d'une nouvelle centrale des bilans et le renforcement du cadre réglementaire et de la transparence financière.

D'autre part, des recommandations générales relatives au système de notation interne des entreprises par les établissements de crédit, ont été publiées par BAM. Ces recommandations, dérivées en grande partie des exigences minimales édictées par le Comité de Bâle, visent à permettre aux banques de se préparer progressivement à l'adoption des méthodes de calcul des exigences en fonds propres fondées sur les notations internes (l'approche IRB).

Dans le cadre de la transposition de l'accord Bâle II, l'ensemble du cadre prudentiel régissant les dispositifs précités relatifs aux trois piliers, a été mis en consultation, auprès de la profession bancaire.

III. Conclusion :

Globalement, on peut dire que le fait que les régulateurs s'intéressent de très près au risque de crédit, comme nous venons de le voir, par la modification des accords de Bâle reflète très bien l'importance accordée à une bonne évaluation de la qualité de l'emprunteur, du risque crédit encouru. À cet effet, la réforme Bâle 2 propose trois approches distinctes pour mesurer le risque de crédit intrinsèque des clients :

- *L'approche standard* qui est schématiquement une amélioration de l'approche Cooke en procédant par différenciation du risque grâce aux notations "externes" fournies par les agences de notations.

- *L'approche "Notation Interne Fondation"* pour laquelle la banque doit construire des modèles internes de notations de ses clients et estimer les probabilités de défauts correspondantes pour un horizon d'un an.

- *L'approche "Notation Interne Avancée"*, approfondissement de la méthode précédente, demande une estimation complémentaire des pertes en cas de défaut.

Aussi faut-il noter qu'à la fin des années 90, de nombreux modèles ont été développés permettant de calculer le risque de crédit, afin que les utilisateurs qui étaient dans l'impossibilité d'effectuer une évaluation interne du risque puissent répondre aux exigences Bâle 2. Ces modèles ont rapidement été repris par des logiciels, disponibles sur le marché, permettant à tout un chacun pouvant se les offrir de calculer le risque de défaut ou la dégradation de qualité de la contrepartie.

Chapitre 2 : Présentation de l'organisme

La Caisse de Dépôt et de Gestion est une institution financière, créée sous forme d'établissement public par le Dahir du 10 février 1959, elle a pour rôle central de recevoir, conserver et gérer des ressources d'épargne qui, de par leur nature ou leur origine, requièrent une protection spéciale.

I. Mission de la CDG :

Ses missions se résument sous trois attributions majeures, à savoir :

I.1. Mobilisateur de l'épargne :

La CDG est le premier mobilisateur de l'épargne institutionnelle. Les sommes collectées sont constituées de dépôts obligatoires (CNSS, CEN, Notaires, Secrétaires greffiers) mais également de dépôts libres (en provenance des filiales, des compagnies d'assurances, de la Fondation Mohamed VI de l'Académie du Royaume...). La Caisse a ainsi pour mission prioritaire de canaliser et de gérer les fonds d'épargne qui lui sont confiés, en veillant à leur assurer protection, liquidité et rentabilité. Outre l'atout de la sécurité, la CDG privilégie une approche commerciale dynamique avec ses clients, en nouant avec eux de véritables relations de partenariat et en leur offrant une gestion ciblée de leur patrimoine.

I.2. Investisseur institutionnel :

La CDG est le premier investisseur institutionnel du royaume. L'épargne drainée par la Caisse est essentiellement investie dans les marchés des capitaux, les secteurs immobilier et touristique, l'aménagement des zones industrielles et touristiques, et depuis récemment, le capital-risque.

I.3. Gestionnaire des retraites et promoteur de produits d'assurance et de prévoyance :

La prévoyance représente un secteur dans lequel la CDG ne cesse de développer ses activités, via la CNRA et le RCAR, institutions qu'elle gère directement. La priorité de la Caisse dans ce domaine reste la conception de nouveaux produits afin d'étendre la protection sociale à des catégories socio-professionnelles traditionnellement dépourvues de couverture sociale. La stratégie retenue par la Caisse pour développer sa présence sur le marché de la retraite privilégie l'approche de partenariat avec des institutions et des organismes nationaux.

Impliqué dans les principaux projets structurants du Maroc, le groupe CDG est aujourd'hui le premier investisseur institutionnel du Royaume agissant en acteur majeur de l'économie nationale. Son ambition consiste à contribuer activement au développement économique et social du pays.

II. Organigramme de la CDG :

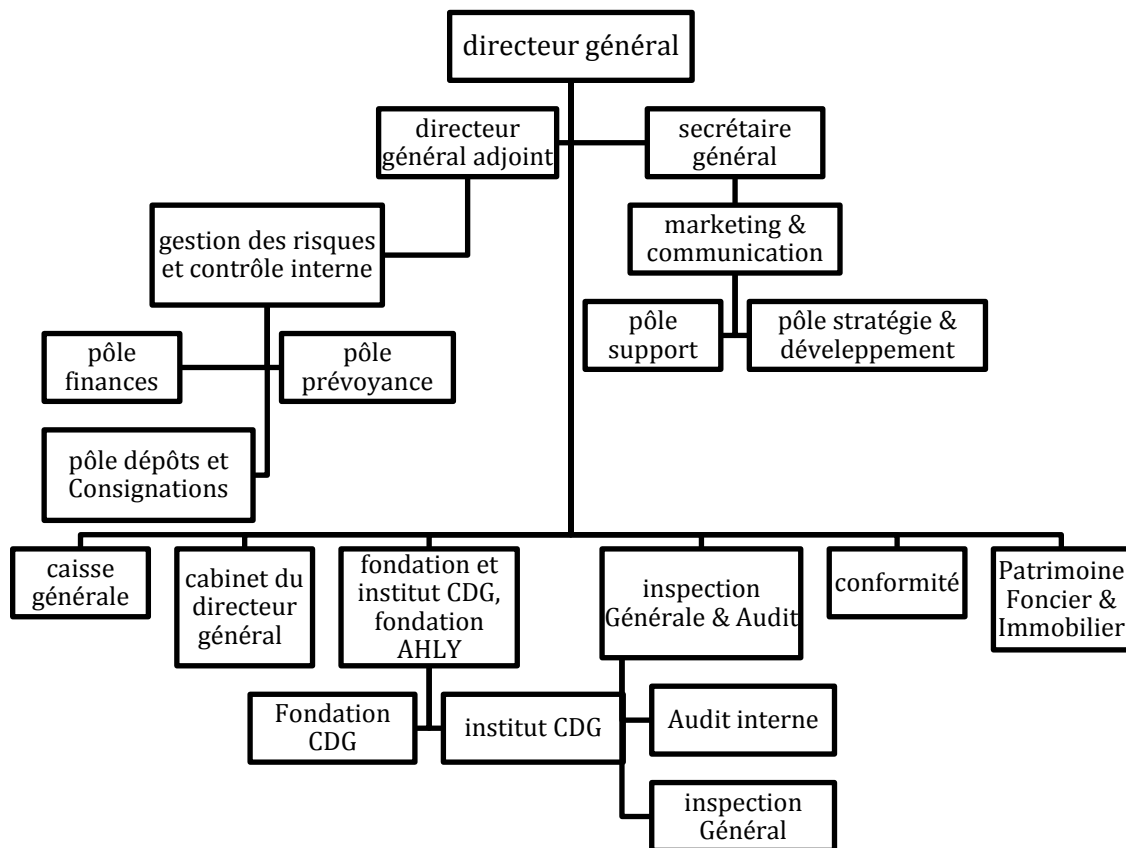


Figure 2: Organigramme de la CDG

Source : fait par nos soins sur la base de www.cdg.ma

III. Pôle risk management

Le pôle Risk Management se charge de concevoir et d'élaborer le dispositif de gestion des risques, coordonne son déploiement au sein du Groupe CDG, et assurer l'intégration de la fonction conformité au sein du groupe CDG, par le biais de relais et correspondants risk management. Ainsi, cette filière devrait :

- Elaborer et mettre à jour la cartographie des risques de la CDG.
- Concevoir, piloter et mettre à jour le système de gestion des risques (financiers, opérationnels...) au niveau de la CDG, sur base individuelle et consolidée.
- Assurer un reporting synthétisant l'exposition aux différents risques, aux différentes instances de la CDG, et le cas échéant au régulateur.
- Consolider les travaux de Risk Management au niveau du groupe.

Pour assurer ce rôle, très récemment, la structure Risk Management a été érigée en trois Directions :

- a) Gestion des Risques Opérationnel et Contrôle Permanent.

- b) Gestion des Risques Financiers et Reporting.
- c) Conformité.

III.1. Direction Gestion des Risques Opérationnels et Contrôle permanent :

- Cette structure est en charge de la gestion des risques opérationnels ; à ce titre, elle devrait assurer :
- La production d'un reporting, synthétisant l'exposition aux risques opérationnels, sur base individuelle et consolidée.
- Le suivi et mise à jour de la cartographie des risques opérationnels sur base individuelle et pilotage sur une base consolidée.
- Le suivi et collecte ainsi que l'analyse des incidents.
- L'assistance des fonctions support et les métiers dans l'amélioration du dispositif de contrôle interne
- La Prise en charge des travaux de plan de continuité d'activité.
- La coordination et être Co-interlocuteur, avec les structures métiers, de l'Inspection Générale, pour la conduite des travaux d'audit interne

III.2. Direction Gestion des Risques Financiers et Reporting

Cette structure est en charge de la gestion des risques financiers ; à ce titre, elle devrait :

- Participer à l'élaboration de la stratégie d'investissement et d'allocation des fonds propres du groupe CDG, et à la gestion des ressources, en partenariat avec le Pôle Finance (détermination de limites dynamiques, des leviers et des fonds alloués par ligne-métier, respect des exigences de rentabilité couplées à une exposition maîtrisée au risque), et ce sous vision individuelle et consolidée.
- Superviser le dispositif prudentiel Bâle II, conjointement avec le pôle Finance.
- Mettre en place et /ou participer en collaboration avec les responsables métiers, la structure Outils et reporting, et la mise en place des outils spécifiques pour le pilotage et la gestion des risques, au niveau du groupe CDG (référentiel documentaire, outils ...).
- Assurer un reporting synthétisant l'exposition aux risques, aux instances de la CDG.
- Participer et animer certains comités au niveau du groupe CDG (Comité d'audit et des risques,)
- Analyser la diversification ou la concentration des portefeuilles.
- Revoir d'une manière critique, sous l'angle risque, les analyses réalisées par les métiers et les filiales sur la rentabilité des opérations.
- Contribuer à la mise en place de système des limites d'engagements selon différents axes d'analyse (les métiers étant libres de fixer des sous-limites supplémentaires)
- S'assurer que les engagements enregistrés dans les systèmes métiers ou risques et ceux comptabilisés sont rapprochés, que les écarts sont analysés et expliqués, que l'exposition au risque est correctement calculée, et que les sources d'écarts sont corrigées.
- Elaborer, diffuser et mettre à jour le référentiel risques du Groupe CDG (famille des risques, référentiel de définition).

- Elaborer et mettre en place, en étroite collaboration avec la structure ‘Gestion des Risques opérationnels & CP’, les outils et les méthodes à même de permettre la gestion et le pilotage de ces risques.
- Elaborer et mettre en place, en étroite collaboration avec la structure ‘Gestion des Risques Financiers’, les outils et les méthodes à même de permettre la gestion et le pilotage de ces risques.
- Concevoir, élaborer, mettre en place et à jour les outils et processus risques centraux (Datawarehouse risque, outils de rapprochement métiers-comptabilité-risques, référentiel des contreparties, base des notes internes, outils de notation centraux (dans une perspective de convergence vers les méthodes avancées) ...)
- Définir et/ou participer à la conception et à l’élaboration de l’architecture des outils risques du Groupe, en collaboration avec les métiers, la DSI, la DOQ, en vision individuelle et consolidée.

III.3. Direction Conformité

La fonction conformité est, au sens de la vision du régulateur, une fonction indépendante dont l’objectif est d’identifier et d’évaluer le risque de non-conformité d’un établissement ainsi que d’assister l’organe de direction dans la gestion et le contrôle de ce risque.

A ce titre, cette Direction se doit de :

- Assurer un rôle de maîtrise d’ouvrage pour la mise en place d’une politique de Conformité.
- Identifier et évaluer tout risque de non-conformité.
- Mettre en place et veiller à la mise à jour d’un référentiel des normes et des règles en vigueur, qui régissent toutes les activités du groupe CDG. Ce référentiel doit être diffusé à l’ensemble des instances du groupe CDG.
- Mettre en place les procédures et les outils, permettant la mise en œuvre de la politique de Conformité, telle que déclinée notamment au niveau de la Charte d’Ethique.
- Veiller au respect de la politique de Conformité au sein du groupe CDG.
- Assurer la production de reporting interne et externe (à l’attention de la Direction Générale et du régulateur) sur les activités et les travaux effectués.

Notre PFE s’inscrit dans le cadre des objectifs de la structure Gestion des Risques Financiers et Reporting, dans laquelle on a pu voir de plus près ce que c’est un risk manager à travers ses missions accomplies

Chapitre 3 : TYPES DE RISQUE

Le risque correspond à l'incertitude résultant de la réalisation potentielle d'un événement, probable mais non sûr.

Un risque financier est le risque de perdre de l'argent suite à une opération financière (sur un actif financier) ou à une opération économique ayant une incidence financière.

Après instauration des directives de Bâle 2, on distingue quatre types de risques financiers :

I. Risque de marché :

Il se définit comme étant le risque de pertes sur les positions du bilan et du hors bilan à la suite des variations des prix de marché, il recouvre :

- Les risques relatifs aux instruments liés aux taux d'intérêt et titres de propriété du portefeuille de négociation ;
- Le risque de change et le risque sur produits de base encourus pour l'ensemble de l'activité du bilan et du hors-bilan.

II. Risque opérationnel :

Le risque opérationnel se définit comme le risque de perte résultant de carences ou de défauts attribuables à des procédures, personnels et systèmes internes ou à des événements extérieurs. La définition inclut le risque juridique (Le risque juridique inclut, entre autres, l'exposition à des amendes, pénalités et dommages pour faute résultant de l'exercice de surveillance prudentielle ainsi que de transactions privées), mais exclut les risques stratégiques et le risque de réputation.

III. Risque de crédit

Le risque de crédit se définit comme la possibilité qu'un emprunteur n'honore pas totalement ou partiellement ses engagements et ses obligations, et le prêteur enregistre une perte en conséquence. On peut distinguer entre trois de ses composantes :

III.1. Risque de défaut de la contrepartie :

Il se traduit par l'incapacité du débiteur à faire face à ses obligations de paiements (paiement des intérêts ou remboursement du capital). Ce risque concerne les activités traditionnelles de l'établissement de crédit, mais intervient encore dans le cadre de son activité de marché. Les banques réalisent en effet un certain nombre d'opérations sur le marché interbancaire et se trouvent de ce fait engagées les unes vis-à-vis des autres ce qui génère des risques de contrepartie.

Le risque de défaut peut être évalué selon plusieurs modèles, mais cette tâche peut être « externalisée » en utilisant, pour les sociétés émettant de la dette négociable, les sources que représentent les agences de notations.

La notation est une évaluation indépendante de la capacité et des moyens mis en œuvre par un emprunteur pour faire face à ses engagements. Ci-après sont représentées les échelles de notation des trois principales agences internationales.

Tableau 1: Les échelles de notation des principales agences de notation

S&P		Moody's		Fitch		
AAA	BB+	Aaa	Ba1	AAA	BB+	DDD
AA+	BB	Aa1	Ba2	AA+	BB	DD
AA	BB-	Aa2	Ba3	AA	BB-	D
AA-	B+	Aa3	B1	AA-	B+	
A+	B	A1	B2	A+	B	
A	B-	A2	B3	A	B-	
A-	CCC+	A3	Caa1	A-	CCC+	
BBB+	CCC	Baa1	Caa2	BBB+	CCC	
BBB	CCC-	Baa2	Caa3	BBB	CCC-	
BBB-	CC	Baa3	Ca	BBB-	CC	
	C		C		C	
	D		WR			

Source : Bloomberg

Les notes sont classées selon une échelle qualitative. Par exemple « AAA » chez S&P, signifie que la capacité de l'emprunteur à faire face à ses engagements financiers est extrêmement forte. « BBB », toujours chez S&P recèle le fait qu'une dégradation de l'environnement économique est potentiellement une source d'affaiblissement de la capacité

de remboursement de l'entreprise. Chez S&P, la note « C » est attribuée à une entreprise en situation de dépôt de bilan¹.

III.2. Risque de dépréciation de la qualité de signature d'un emprunteur:

La valeur des obligations et actions d'une entreprise dépend (au moins en partie) de la confiance qu'elle inspire au marché, ce qui se traduit par la « qualité de la signature » de l'émetteur. Cette composante du risque concerne avant tout les activités de marché. Ainsi une anticipation négative du marché quant à la solidité financière d'un émetteur entraîne la dégradation de la valeur de ses titres, et une banque, possédant certains de ces titres, subit donc une perte. Ce risque de dépréciation peut avoir indirectement des conséquences sur son activité de banque commerciale : le principe de provisionnement, par le biais de provisions pour *bad loans* (mauvais prêts) peut dégrader la solvabilité de la banque.

Comme nous l'avons déjà mentionné, dans notre travail, on s'est intéressé à la première composante qu'est le risque de contrepartie en adoptant comme approche d'évaluation les modèles de risque de crédit et ceci pour deux raisons majeures parmi d'autres que nous détaillerons par la suite .

III.3. Le risque sur le taux de recouvrement en cas de défaut

Plusieurs facteurs ont une influence sur le taux de recouvrement², le moment du défaut, le type de faillite, et notamment la séniorité de la dette considérée.

En effet, si l'émetteur est contraint au dépôt de bilan, les créanciers ont un droit de propriété sur les actifs de la société qui peut varier sensiblement selon les clauses particulières assorties aux différentes dettes. Par conséquent les différents titres de dette d'un même émetteur auront un taux de recouvrement qui dépendra notamment de leur séniorité.

¹ Une entreprise est en dépôt de bilan lorsque ses dirigeants déclarent la cessation de paiements au tribunal de commerce

² Le taux de recouvrement est la proportion de l'émission ou du capital qui pourra effectivement être récupérée en cas de défaillance

Partie II :

Les Approches de gestion du risque crédit :

Cette partie décrit différentes approches de gestion du risque crédit. Après un aperçu sur quelques méthodes classique de faire face au risque de crédit, ainsi que l'approche standard et IRB basés sur la notation donnée par les agences de notation telles que Standard & Poor's et Moody's, on abordera les modèles structurels qui considèrent que le défaut d'une entreprise est un phénomène prévisible. En effet, l'entreprise ne peut pas faire face à ses engagements si sa valeur passe au-dessous de la valeur de la dette. La dernière partie, décrit les modèles à forme réduite. Selon ces modèles, la faillite est un événement imprévisible. Dans ces modèles les émetteurs d'obligations sont regroupés par notation.

Chapitre 4 : Gestion classique et celle basé sur la notation :

I. Gestion simple et classique :

I.1. Les méthodes traditionnelles :

Ces méthodes ex-ante de gestion de risque, consistent à procéder par une sélection standardisée des emprunteurs en fonction de critères tels que leur rentabilité ou leur structure financière. Par la suite, la gestion du risque consiste à définir les termes de l'accord de prêt. De plus, l'établissement prêteur peut s'entourer de garantie telle que l'assurance-crédit³. Enfin, la gestion du risque se matérialise par la recherche d'une diversification optimale dans le but d'éviter les concentrations de risque.

Le principal inconvénient de ces méthodes de gestion réside dans le manque de dynamisme dans le suivi du risque. En effet, une fois la relation de prêt établie, et l'absence d'assurance, la société de financement se trouve en risque face à l'emprunteur, du moment où les conditions de financement ont été déterminées sur la base de la situation de ce dernier au moment de l'accord et sur des prévisions de sa situation dans les exercices à venir.

I.2. La titrisation :

Lorsqu'une société de financement souhaite se désengager d'une créance, il existe des solutions telles que les cessions de créance ou la titrisation. La titrisation est une technique financière par laquelle des créances non liquides et gardées par leur détenteur jusqu'à l'échéance sont transformées en titres négociables et liquides. Dans une opération de titrisation, un établissement de crédit cède à une entité spécialement établie à cet effet des titres de créances. Cette entité souvent appelée SPV (*Special Purpose Vehicle*) émet des titres qui, après évaluation par une agence de notation, seront placés auprès d'investisseurs.

I.3. Les dérivés de crédit :

Les dérivés du crédit sont des instruments financiers hors bilan qui permettent de transférer le risque de l'actif à une contrepartie sans céder cet actif.

Ils répondent à trois principaux besoins des sociétés de financement : identifier le risque, le couvrir et le négocier.

³ L'assurance-crédit est proposée par des compagnies d'assurance spécialisées dans l'appréciation du risque de défaillance, qui garantissent à l'entreprise ou à la banque le paiement par un client de sa créance moyennant une prime.

II. Approches basés sur la notation :

II.1. Approche standard :

Cette approche est basée sur la notation donnée par les agences de notation telles que *Standard & Poor's* et *Moody's* ; elle est basée sur le même principe que le ratio Cooke, sauf que les pondérations sont liées à la qualité de l'emprunteur, elle remédie donc à la principale critique apportée à l'ancien ratio de solvabilité, à savoir, l'absence du fondement économique des coefficients de pondération appliqués aux actifs. Le comité de Bâle exige des notateurs externes le respect des six normes suivantes :

- L'objectivité, garantie pour le score par une méthodologie de notation rigoureuse et une actualisation permanente des notes.
- L'indépendance, en assurant l'absence d'une pression économique possible de la part des entreprises notées.
- Un large accès possible aux notes.
- La transparence de la méthodologie, donnée par l'indication de la signification de l'échelle des notes, celles des taux historiques de défaillance et des matrices de transition.
- La crédibilité de la méthodologie, à travers une confiance reconnue portée par les tiers.
- L'adaptation des moyens mis en œuvre au service d'une évaluation qualitative et quantitative.

Dans le cadre de cette approche, le texte de Bâle 2 a prévu de classer les expositions en différentes catégories dont on cite :

- Emprunteurs souverains
- Organismes publiques
- Banques
- Entreprises
- Clientèle de détail
- Prêts garantis par immobiliers résidentiels

Les notations des clients utilisées sont des notes qui varient, par exemple pour l'agence de notation S&P, de AAA+ à B. La figure ci-après illustre un exemple de classes de risque.

Ci-dessous un tableau récapitulatif des notations les plus courantes, leur signification et les pondérations correspondantes :

Tableau 2: tableau récapitulatif des notations les plus courantes

	AAA ⁺ => AA ⁻	A ⁺ => A ⁻	BBB ⁺ => BB ⁻	BB ⁺ => B ⁻	Tous ceux qui sont <B ⁻	Aucune notation
Emprunteurs souverains	0%	20%	50%	100%	150%	100%
Banques	20%	20%	50%	100%	150%	50%
Entreprises	20%	50%	100%	100%	150%	100%
Signification en termes de capacité de remboursement	Risque le plus faible =>capacité très forte	très forte => forte	très moyenne =>incertaine à terme	Capacité incertaine => faible capacité	Capacité médiocre => danger	-

Source : Pondérations attribuées par l'agence S&P

D'un commun accord entre les établissements de crédit et Bank Al Maghrib, les règles de Bâle II sont appliquées, à compter de juin 2007, au niveau des seules approches standard pour les trois catégories de risque du pilier I.

La dite approche standard est basée sur la notation donnée par les agences externes homologuées (tableau dessus). Les pondérations sont liées à la qualité de l'emprunteur, et exigent un montant des fonds propres réglementaires. Ces derniers loin d'être représentatifs de la qualité du processus interne de gestion de risque des établissements de crédit et des entreprises, et en vue de réaliser des économies en fonds propres en termes de fonds immobilisés, une nouvelle approche avancée est adoptée afin de rapprocher au maximum le capital réglementaire du capital économique estimé en interne : il s'agit de l'approche **IRB**.

II.2. Approche IRB (Internal Ratings Based)

Contrairement à l'approche standardisée, la méthode IRB est basée sur des évaluations internes des probabilités de défaillance (Probability of Default). Notons que ce concept n'intervient pas dans la méthode SA (standardized approach). Néanmoins, elle est implicitement contenue dans la définition des pondérations. Avec la méthode IRB, le but du Comité de Bâle est double :

1. proposer une méthode plus sensible au risque de crédit (*additional risk sensitivity*) ;
2. et définir une méthode "fédératrice" pour calculer le risque de crédit (« *incentive compatibility, in That an appropriately structured IRB approach can provide a framework which encourages banks to continue to improve their internal risk management practices* »)

Outre la probabilité de défaut PD, la méthode IRB est basée sur deux autres concepts :

- la perte en cas de défaillance (Loss Given Default ou LGD) ;
- l'exposition en cas de défaillance (Exposure At Default ou EAD).

Le Comité de Bâle définit alors deux approches IRB ; « IRBF : foundation » ou simple et « IRBA : Advanced » ou complexe.

- **L'approche IRBF (fondation) :** Pour cette approche, la banque estime la probabilité de défaillance de ses débiteurs et utilise les valeurs fournies par l'autorité de contrôle pour les autres paramètres de calcul des risques.
- **l'approche IRBA (complexe) :** Selon cette approche, la banque est supposée maîtriser toutes ses composantes en estimant tous les paramètres. Le schéma suivant représente l'évolution de la qualité de gestion des risques et le niveau des exigences en fonds propres, en fonction des différentes approches de notations :

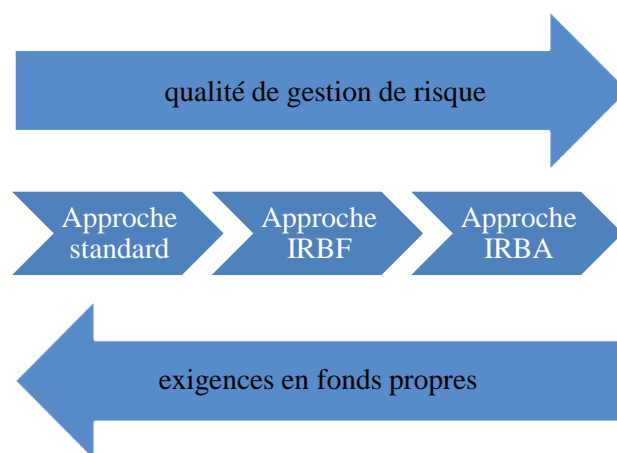


Figure 3: l'évolution de la qualité de gestion des risques et le niveau des exigences en fonds propres, en fonction des différentes approches de notations

(source : fait par nos soins)

Chapitre 5 : Approche de modélisation du risque de crédit :

I. Approche structurelle :

I.1. Présentation de l'approche :

L'approche structurelle du risque de crédit est basée sur les méthodes d'évaluation des options instaurées par Black et Scholes [1973] et Merton [1974]. Il s'agit d'une approche relativement intuitive dans la mesure où le risque de crédit encouru par le détenteur d'une obligation est directement relié à l'aspect économique de l'entreprise: on considère qu'il y a défaut dès que la valeur de marché de l'ensemble des actifs de la firme passe sous un certain seuil déterminé par le niveau global de la dette contractée. C'est une vision optionnelle de la dette : l'émetteur reçoit le droit de faire défaut sur sa dette, droit qu'il exerce dès que la valeur de ses actifs ne permet plus de la couvrir.

Merton fut le premier à proposer ce type de modèle. Il l'applique à la forme de dette la plus simple : l'obligation zéro coupon. Dans ce cadre, Merton obtient une formule fermée d'évaluation de la dette faisant apparaître le *spread* de taux comme une prime liée au risque de défaut de la firme.

Théoriquement, ce modèle est très séduisant car il explicite directement les différents paramètres représentant les fondements économiques du risque obligataire :

- le taux sans risque ;
- la volatilité de la valeur de marché des actifs de l'entreprise, c'est-à-dire l'incertitude pesant sur le rendement de l'ensemble des actifs de la firme ;
- le levier, c'est-à-dire le rapport entre la valeur actualisée au taux sans risque de la dette, et la valeur initiale des actifs : plus le levier est important (i.e. plus la part de la dette dans le total des actifs, vu d'aujourd'hui, est importante) plus la dette est risquée.

I.2. Paramètres de l'approche structurelle:

Les modèles structurels requiert un certain nombre de paramètres à connaître pour qu'ils fonctionnent, lesquels paramètres sont des données soit sur les marchés financiers soit à estimer :

1. la valeur des actifs, la structure financière de l'émetteur :

Si l'on souhaite évaluer la dette d'un émetteur de façon précise, il convient d'avoir une bonne connaissance de la valeur de marché totale de ses actifs et de la façon dont elle est susceptible d'évoluer au cours du temps. Cette valeur n'étant pas directement observable, il faut l'estimer le plus précisément possible. Une telle démarche nécessite une base de données

particulièrement riche portant sur la structure financière de l'entreprise et sa valorisation boursière.

2. les conditions d'émission de la dette :

Il s'agit ici de prendre en compte les termes du contrat fixant entre autres la maturité, les flux versés, les éventuelles options de conversion, les ordres de priorité en cas de défaut.

3. La perte sachant le défaut :

Une fois la faillite déclarée, une procédure de liquidation judiciaire est mise en place. Un liquidateur est alors nommé, dont le rôle est de réaliser les actifs de la firme afin de rembourser les créanciers suivant leur ordre de priorité. Notons que les modalités d'une telle procédure varient en fonction des réglementations propres à chaque pays et que le montant total recouvré par les créanciers dépend de la manière dont est menée la liquidation : par exemple, si la liquidation est rapide, les actifs risquent d'être bradés. Dans les différents modèles structurels, la partie de la dette recouvrée correspond à une fraction de la valeur de marché de la firme à l'instant de défaut (Merton [1974], Leland et Toft [1996]). Il peut également s'agir d'une fonction de la valeur faciale de la dette, ou d'un processus stochastique.

4. le processus du taux sans risque et la corrélation entre ce processus et le prix des actifs :

Les spreads de taux peuvent difficilement être analysés indépendamment de la structure des taux sans risque. En effet, ce dernier dépend fortement du cycle économique, tout comme le risque de crédit. Par exemple, en période de forte activité, on peut s'attendre à ce que d'une part, l'écart entre taux court et taux long s'accroisse, et d'autre part à ce que la meilleure qualité du crédit conduise à une réduction des spreads. Pour pouvoir déterminer le prix des instruments de crédit, il faut donc connaître le lien entre la structure des taux sans risque et les probabilités de défaut des entreprises.

I.3. Inconvénients de l'approche structurelle :

L'inconvénient majeur de ce type de modèles est le fait qu'ils exigent beaucoup d'input ; les quatre paramètres vus préalablement doivent faire l'objet d'une vérification pointue afin d'obtenir un résultat acceptable.

Un autre obstacle à la valeur et la volatilité des actifs de l'entreprise, il est très difficile d'accéder à ce type d'information, ce qui limite la portée des modèles structurels pour la majorité des acteurs financiers engagés sur les marchés obligataires. Notons de plus qu'on ne peut contrôler la structure capitalistique d'une entreprise en temps continu dans la mesure où, la plupart du temps, les comptes sont publiés une fois par an.

Dans la section qui suit, nous allons expliciter les hypothèses ainsi que les différents paramètres du modèle de Merton et ses extensions, sur lesquels on s'est arrêté dans la partie précédente.

II. Les Modèles structurels :

II.1. Le modèle de Merton :

Ce modèle est original car il fait appel à l'équation de Black & Scholes pour modéliser cette prime de risque.

II.1.1) Hypothèses du modèle :

Selon ce modèle, les actionnaires de l'entreprise sont considérés comme détenteurs d'un put sur la valeur des actifs de la firme, dont le prix d'exercice serait la valeur de la dette à la fin de la période considérée. Ils bénéficieront, à l'échéance de la dette, de la hausse de la valeur des actifs de la firme au-delà de la valeur de la dette. Les quatre points abordés précédemment se présentent comme suivant :

1. Evolution de la valeur des actifs, Structure financière de l'émetteur :

L'une des caractéristiques principales de ce modèle est que la valeur $V_A(t)$ des actifs de l'entreprise émettrice suit un processus de diffusion du type :

$$dV_A^t = (\mu_A V_A^t - C)dt + \sigma_A V_A^t dW_t \quad (1)$$

Avec μ_A est le rendement instantané des actifs de la firme, C est le montant des *payouts* (dividendes et intérêts) par unité de temps, et σ_A^2 la variance du processus de rendement. $(W(t); t > 0)$ est un mouvement brownien standard.

2. Conditions d'émission de la dette :

La firme ne peut ni émettre de nouvelle dette, ni rembourser une partie de sa dette avant la maturité ; elle s'engage à payer un montant B à la maturité T . Compte tenu de ces conditions d'émission et de la structure financière de la firme, le paramètre C de l'équation vaut 0 et la dynamique suivie par la valeur des actifs devient :

$$\frac{dV_A^t}{V_A^t} = \mu_A dt + \sigma_A dW_t \quad (2)$$

3. Perte sachant le défaut :

À l'échéance, l'ensemble des événements possibles qui peuvent surgir pour l'entreprise endettée se résume en deux scénarios:

- 1) L'entreprise est en mesure de rembourser la valeur nominale de ses obligations. Donc: $(V_A > B)$. La dette est alors payée et les actionnaires touchent la valeur résiduelle de la firme, soit $(V_A - B)$;
- 2) l'entreprise n'est pas en mesure de rembourser la valeur nominale de ses obligations. L'entreprise dépose alors son bilan. Les créanciers prennent possession de la firme et les actionnaires sont laissés pour compte.

La valeur marchande des obligations D_T sera donc égale à :

$$\begin{cases} D_T = B & \text{si } V_A^T > B \\ D_T = V_A^T & \text{si } V_A^T < B \end{cases} \quad (3)$$

Donc:

$$D_T = \text{MIN}(V_A^T, B) \quad (4)$$

Cette équation peut être réécrite de la façon suivante:

$$D_T = B - \text{MAX}(B - V_A^T, 0) \quad (5)$$

Or on sait que:

$$P_T = \text{MAX}(B - V_A^T, 0) \quad (6)$$

Dans cette expression, P_T désigne la valeur d'un Put : option de vente, écrite sur la valeur des actifs la firme et dont le prix d'exercice est B .

Dès lors, et sous l'optique des options, ce raisonnement veut dire, du point de vu des créanciers ; en prêtant à la firme, ils ont vendu une option de vente aux actionnaires, c.à.d. le droit de leur vendre la société pour un prix de B à l'échéance de la dette. Si, à l'échéance des obligations, la valeur de la firme s'avère inférieure à la valeur nominale des obligations, les actionnaires vont exercer leur option de vente et abandonner la firme aux créanciers, Sinon ils n'exercent pas.

4. *Processus de taux sans risque :*

Le taux d'intérêt sans risque est supposé constant au cours du temps, égal à r . La dynamique des taux n'est pas un souci par rapport aux modèles structurels, on verra plus tard qu'elle caractérise les modèles à forme réduite.

La dernière formulation peut donc s'écrire, en actualisant au taux sans risque r :

$$D_0 = B e^{-rT} - P_0 \quad (7)$$

Cette relation nous donne la valorisation de la dette risquée, aujourd'hui, en fonction des cash flues générés par le titre sans risque et la valeur du put de sous-jacent la valeur actuelle des actifs de l'entreprise.

Cette valorisation est sujette à deux hypothèses essentielles à savoir :

1. il y a absence d'opportunité d'arbitrage : il est impossible de générer un profit presque sûr à partir d'un investissement nul ;
2. les marchés sont complets : il est possible de répliquer tout produit dérivé à l'aide d'une stratégie dynamique fondée sur les actifs sous-jacents.

Ces deux hypothèses fortes assurent l'existence (absence d'opportunité d'arbitrage) et l'unicité (complétude des marchés) des prix de marché. Ceci est dit même si, contrairement aux marchés d'actions, les marchés obligataires sont particulièrement peu liquides.

II.1.2) Formulation du modèle :

Selon Merton, en cas de défaut, le détenteur de la dette devient propriétaire de la firme. Il suppose que la firme fait défaut si la valeur V_A^T à la maturité T des actifs est inférieure à B . Le détenteur de la dette reçoit donc V_A^T ; et il perd $(B - V_A^T)$. Le *payoff* final s'écrit :

$$D_T = B - \max(B - V_A^T; 0) \quad (8)$$

En actualisant au taux sans risque :

$$D_0 = Be^{-rT} - P_0 \quad (9)$$

La valeur des obligations est égale à la valeur actuelle de B moins le prix d'un Put européen de prix d'exercice B sur la valeur des actifs de la firme.

C'est la forme d'une stratégie où l'on aurait acheté un zéro-coupon sans risque dont on aurait financé une partie du coût par la vente d'un put de sous-jacent V_A^T , de prix d'exercice B et de maturité T .

Pour les créanciers, cette relation postule que la valeur marchande de la dette, intérêts inclus, actualisée au taux sans risque, diminuée de la valeur de la dette risquée, égale à la valeur du Put, ou de **la prime de risque** en montant, exigée par les créanciers lors de l'achat de l'obligation. C'est une rémunération supplémentaire pour les créanciers qui se rajoute au taux sans risque pour former sa rémunération totale. Ceci est légitime puisque le créancier court le risque que l'option de vente soit exercée par les actionnaires, autrement dit, que la société ne tienne pas ses engagements et que la dette ne soit pas remboursée.

Une autre vision (vision option d'achat):

Dans certains ouvrages, les auteurs préfèrent se situer dans la perspective des actionnaires (les endettés) et faire un raisonnement analogue à celui qu'on a fait lors du passage à la théorie des options, mais avec une différence d'optiques, à savoir :

Au lieu de réécrire l'équation (4) sous la forme (5), on pourrait éventuellement la voir de la forme :

$$D_T = \min(V_A(T), B) \Leftrightarrow \begin{cases} D_T = B - \max(B - V_A^T, 0) & (a) \text{ vision créanciers} \\ D_T = V_A^T - \max(V_A^T - B, 0) & (b) \text{ vision actionnaires} \end{cases}$$

Selon (b), l'option d'achat apparaît. En effet, on sait que:

$$C_T = \max(V_A^T - B, 0) \quad (10)$$

Où C_T Dans cette expression, désigne la valeur terminale d'une option d'achat sur la valeur des actifs de la firme dont le prix d'exercice est de B .

En rapportant l'équation (b) à la date actuelle (0) au taux sans risque r , on obtient :

$$D_0 = V_A^T e^{-rT} - C_0 \quad (11)$$

Selon cette équation, les créanciers contrôlent la valeur marchande de la firme, soit $V_0 = V_A^T e^{-rT}$, mais ont vendu une option d'achat ($-C_0$) à ses actionnaires. Les créanciers, et non les actionnaires, sont propriétaires de la compagnie. C'est une affirmation qui peut paraître suspecte au départ mais qui a un justificatif à l'appui. Cependant, ce sont des propriétaires qui ont pieds et poings liés : ils ont en effet vendu une option d'achat **aux actionnaires** de la compagnie.

Lors de l'octroi de du crédit, les actionnaires sont désormais long d'un Call sur la valeur des actifs V_A^T de leur entreprise de Strike B et d'échéance T . A l'échéance ils reçoivent : $\text{Max}(V_A^T - B, 0)$: le *payoff* d'un call.

Maintenant que les formulations sont assez claires, on peut s'acharner dans le détail tout en choisissant une des optiques, nous préférons celle du Put du moment qu'elle est la plus populaire.

Selon Black and Scholes, le prix du Put P_0 ; dont le sous-jacent est V_A^0 la valeur actuelle au taux sans risque r des actifs de la firme et de prix d'exercice la valeur nominale de la dette B ; s'écrit :

$$P_0 = B e^{-rT} N(-d_2) - V_0 N(-d_1) \quad (12)$$

Où :

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{B}\right) + \left(r + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}} \\ d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T} \\ N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy \end{cases} \quad (13)$$

En substituant la valeur de l'option de vente, donnée par l'équation (12), dans l'équation du prix d'une obligation risquée (9), on aura :

$$D_0 = B e^{-rT} - P_0 \xrightarrow{\text{équation (12)}} D_0 = B e^{-rT} \left(1 - N(-d_2) + \frac{V_0 N(-d_1)}{B e^{-rT}}\right)$$

Soit :

$$K = 1 - N(-d_2) + \frac{V_0 N(-d_1)}{B e^{-rT}}$$

On a donc

$$D_0 = B e^{-rT} K$$

K étant le facteur d'escompte d'une obligation risquée. C'est le facteur par lequel il faut escompter l'obligation sans risque pour obtenir la valeur de l'obligation risquée. Étant donné que les taux sont continus, le taux de rendement d'une obligation risquée serait donc :

$$r_D = -\frac{1}{T} \ln\left(\frac{D_0}{B}\right) = -\frac{1}{T} \ln(Ke^{-rT})$$

Prime de risque de Merton :

Et donc, la prime de risque p (en taux cette fois ci) de l'obligation risquée est donc égale à :

$$p = r_D - r = -\frac{1}{T} \ln\left[\left(1 - N(-d_2) + \frac{V_0 N(-d_1)}{B e^{-rT}}\right)\right]$$

Pour une maturité T donnée, la prime de risque dépend uniquement de la volatilité σ^2 de la valeur des actifs et du levier $d = \frac{B}{V_0 e^{rT}}$. Merton montre que p est une fonction croissante de ces deux paramètres, ce qui est conforme à l'intuition :

-La volatilité de la valeur de marché d'une firme reflète l'incertitude des opérateurs sur les rendements à venir de cette firme. Par conséquent, plus la volatilité est élevée, plus le risque encouru par le détenteur de la dette est important et plus la prime doit être conséquente.

- L'effet de levier $d = \frac{B}{V_0 e^{rT}}$ permet aux propriétaires d'une entreprise (les actionnaires) d'accroître le niveau d'activité sans augmenter pour autant le montant de leurs engagements. Le risque supplémentaire lié au surplus d'activité est alors supporté par les créanciers, ce qui se traduit par une meilleure rémunération de leurs placements.

Dans la suite, on présentera un exemple illustrant un calcul simple de la prime de risque selon le modèle de Merton.

Exemple :

On suppose que la valeur marchande d'une firme est de **40** millions \$ et la valeur nominale de sa dette se chiffre à **39.5** millions \$. Sa dette échoit dans un an. Le taux d'intérêt sans risque est de **2%** et la volatilité des actifs de la firme est de **40%**. On demande de calculer la prime de risque des obligations de cette entreprise.

La dette de cette firme est évidemment risquée. En effet, son levier financier, à hauteur de $\frac{39.5}{0.5} = 79$, s'avère très élevé. La prime de risque sur les actions de cette compagnie devrait être substantielle. C'est ce que nous révélera le calcul de cette prime de risque à partir de l'équation de Black et Scholes.

Sous les données de notre problème, la valeur du put s'établit à 5,61\$.

La valeur actuelle de la dette sans risque est de :

$$39,5e^{-0.02} = 38.71$$

Comme la valeur de la dette risquée est égale à la différence entre la valeur de la dette sans risque et la valeur de l'option de vente, on a : $38.71 - 5.61 = 33.09$

Le taux de rendement des obligations risquées est alors égal à :

$$r_D = -\frac{1}{T} \ln\left(\frac{D_0}{B}\right) = -\ln\left(\frac{33,09}{39,5}\right) = 0,1770 = 17,7\%$$

La prime de risque sur de telles obligations est importante, comme cela est prévu, elle est égale à :

$$17,7\% - 2\% = 15,7\%$$

II.1.3) Limites du modèle :

Avantages :

ce modèle permet d'expliquer directement la cause de défaut par la diminution de sa valeur.

Inconvénients :

il suppose que le défaut ne survient qu'à la maturité ; et que le défaut est synonyme de non remboursement.

II.1.4) Extensions du modèle :

Le modèle de Merton a servi comme *template* de base pour plusieurs auteurs qui ont essayé de s'éloigner des hypothèses fortes de Merton et de perfectionner les estimations des paramètres du modèle.

Par exemple ; Black et Cox (1976) ont modifié le modèle de Merton de manière à autoriser la faillite de l'entreprise avant l'échéance de la dette. Leur modèle est donc du type « temps d'arrêt » ou « stopping time » qui est aussi celui des options américaines. A l'intérieur de leur modèle, la valeur V de l'entreprise obéit à l'équation différentielle suivante:

$$dV_A^t = V_A(r - C)dt + V_A\sigma_A dW_t$$

Avec C le taux continu de paiement du dividende. Le taux d'intérêt est fixe. Contrairement au modèle de Merton (1974), le temps auquel survient la faillite n'est pas fixé à l'échéance de la dette mais est une fonction du temps. La période τ à laquelle survient le défaut est modélisée par l'équation suivante:

$$\tau = \inf\{t > 0 : V(t) \leq K(t)\}$$

C'est-à-dire que l'on recherche la période la plus rapprochée pour laquelle la valeur $V(t)$ de l'entreprise se situe en-dessous de la barrière $K(t)$ qui déclenche la faillite. $K(t) = Ke^{-rt}$; $0 < K < B$. Black et Cox définissent ainsi un levier maximal $d = B/K < 1$ que les actionnaires ne peuvent franchir pour financer l'activité de leur entreprise. Notons que la

barrière K est fixée de façon exogène : elle doit être définie de façon explicite dans le contrat de dette.

II.2. Modèle K.M.V

II.2.1) Présentation et Hypothèses du modèle :

Le modèle K.M.V (*Kealhofer, McQuown et Vasicek*) développé par la société *KMV*, s'inspire du modèle de Merton en termes de vision option de la dette risquée. Le modèle *KMV* calcule la probabilité de défaut de la firme à n'importe quel instant, sur la base d'une estimation robuste de la valeur des actifs de la firme et leurs volatilités à partir de sa valorisation boursière sur le marché des actions et la volatilité de ses actions.

La probabilité de défaut provient de la distance de défaut, en regard de la barrière qui enclenche le défaut. Le principal output du modèle *KMV* est la fréquence espérée du défaut (EDF : expected default frequency).

Ce modèle postule que le risque de défaut augmente à mesure que la valeur des actifs se rapproche de la valeur comptable des engagements. Le défaut intervenant lorsque la valeur de l'actif de l'entreprise atteint un seuil de défaut appelé « point de défaut » noté K ou PD , une valeur qui se situe, sur la base d'analyses empiriques, entre le montant total de la dette et les engagements à court terme.

Cette distance DD au point de défaut définie par K.M.V normalise la valeur nette de l'entreprise en la comparant à son écart-type :

$$DD = \frac{V_A - K}{\sigma_A V_A}$$

Elle correspond au nombre d'écarts-type séparant la valeur de marché des actifs du point de défaut. On peut remarquer que cette mesure fait la synthèse des facteurs de risque mis en évidence par le modèle de Merton : elle intègre à la fois le levier et la volatilité des actifs.

II.2.2) Formulation du modèle :

Revenons maintenant à l'output majeur du modèle K.M.V, l'**EDF** peut être déterminée à partir de la distance au défaut DD . La formule de cette dernière est issue du fait que la valeur des actifs de la firme est sujette à l'EDS déjà vue :

$$dV_A = \mu_A V_A dt + \sigma_A V_A dW$$

On peut donc appliquer la formule d'Îto pour le log népérien :

$$\begin{aligned}
d\ln(V_A^t) &= 0dt + \frac{1}{V_A^t} dV_A^t + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{V_A^t} \right) (\sigma_A V_A^t)^2 dt \\
&= \frac{1}{V_A^t} (\mu_A V_A^t dt + \sigma_A V_A^t dW_t) - \frac{1}{2} \sigma_A^2 dt \\
&= \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) dt + \sigma_A dW_t
\end{aligned}$$

Par intégration on obtient entre 0 et T :

$$\ln(V_A^T) = \ln(V_A^0) + \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) T + \sigma_A W_T$$

On pose $W_T = \sqrt{T}\varepsilon$ où ε est une normale centrée réduite.

$$\ln(V_A^T) = \ln(V_A^0) + \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) T + \sigma_A \sqrt{T} \varepsilon$$

Cette équation explicite le fait que V_A^t est une variable log normale, qui suit un processus de diffusion.

Etant donnée ces paramètres, et si on suppose de plus que le point de défaut égale, en particulier, à la valeur faciale de la dette⁴, à partir de cette dernière formulation, on peut tirer la distance de défaut dont on a parlé, tout en prenant comme variable $\ln(V_A^t)$ de moyenne $\ln(V_A) + \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) t$ et d'écart-type $\sigma_A \sqrt{T}$:

$$\begin{aligned}
DD &= \frac{\ln(V_A^0) + \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) T - \ln(B)}{\sigma_A \sqrt{T}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{V_A^0}{B}\right) + \left(\mu_A - \frac{1}{2} \sigma_A^2 \right) T}{\sigma_A \sqrt{T}}
\end{aligned}$$

Une fois, calculée, la **DD** sert à calculer la probabilité de défaut, ceci provient du fait que l'on considère que l'événement défaut correspond au fait que la valeur des actifs de la firme se retrouve en dessous du point de défaut qu'est, dans notre cas particulier, la valeur faciale de la dette **B**.

⁴ En effet, cette hypothèse est une caractérisation du modèle Merton-K.M.V, on verra plus tard dans le modèle **VK** que la dette n'est pas nécessairement égale au point de défaut

La probabilité de défaut de KMV :

$$\begin{aligned}
P_T &= P_r(V_A^T < B) \\
&= P_r\left(V_A^T e^{(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)T + \sigma_A W_T} < B\right) = P_r\left(W_T < \frac{\ln\left(\frac{V_A^T}{B}\right) - (\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \\
&= P_r\left(Z < \frac{\ln\left(\frac{V_A^T}{B}\right) - (\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \\
&= P_r(Z < -DD) \text{ où } Z \text{ est une normale centrée réduite } N(0, 1)
\end{aligned}$$

II.2.3) Estimation des paramètres :**II.2.3.1) Estimation de la valeur des actifs V_A et la volatilité des actifs σ_A :****a) Cas des sociétés cotées :**

Dans le modèle de Merton, les actionnaires reçoivent $\max(V_A - B; 0)$ à la maturité T . La valeur de la firme sur le marché des actions est donc le prix d'un call européen de sous-jacent la valeur de marché des actifs et de Strike la valeur comptable B de la dette.

Ce propos nous donne une première équation permettant l'estimation des deux paramètres manquant ; V_A et σ_A ; car on peut écrire désormais :

$$V_E = V_A N(d_1) - e^{-rT} B N(d_2)$$

La seconde équation peut être déduite du fait que, d'abord, la valeur de la firme sur le marché des actions suit un processus de diffusion du type :

$$dV_E = \mu_A V_A dt + \sigma_A V_A dW$$

Où :

- μ_E : rendement des fonds propres
- σ_E : volatilité des fonds propres

Ensuite, du fait qu'on peut appliquer le lemme d'Itô sur V_E :

$$dV_E = \frac{\partial V_E}{\partial t} dt + \frac{\partial V_E}{\partial V_A} dV_A + \frac{1}{2} \sigma_A^2 V_A^2 \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} (dV)^2$$

On utilise le fait que V_A suit aussi un processus de diffusion similaire à V_E , c.à.d :

$$dV_A = \mu_A V_A dt + \sigma_A V_A dW$$

Où :

- μ_A : rendement des actifs de la firme.
- σ_A : volatilité des actifs de la firme.

En remplaçant dV_A dans la formule d'Itô de dV_E on obtient :

$$dV_E = \left(\frac{1}{2} \sigma_A^2 V_A^2 \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} + \frac{\partial V_E}{\partial t} + \mu_A V_A \frac{\partial V_E}{\partial V_A} \right) dt + \sigma_A V_A \frac{\partial V_E}{\partial V_A} dW$$

Maintenant, en identifiant les deux développements terme par terme, drift égal drift, et diffusion égale à diffusion, on obtient :

$$\left(\frac{1}{2} \sigma_A^2 V_A^2 \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} + \frac{\partial V_E}{\partial t} + \mu_A V_A \frac{\partial V_E}{\partial V_A} \right) = \mu_E V_E \quad \sigma_A V_A \frac{\partial V_E}{\partial V_A} = \sigma_E V_E$$

Finalement, on se retrouve avec un système de deux équations à deux inconnues permettant d'estimer V_A et σ_A

$$\begin{cases} V_E = V_A N(d_1) - e^{-rT} B N(d_2) \\ \sigma_E = \frac{V_A}{V_E} N(d_1) \sigma_A \\ \begin{cases} d_1 = \frac{1}{\sigma_A \sqrt{T}} \left(\ln\left(\frac{V_A}{B}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \sigma_A^2\right) T \right) \\ d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T} \end{cases} \end{cases}$$

Pour résoudre ce système, plusieurs méthode ont été adoptées par les praticiens ils utilisent à la fois Excel et Matlab pour mettre en œuvre les données correspondantes et résoudre simultanément les deux équations non linéaires.

La résolution nécessite la connaissance préalable des paramètres suivant :

1. La volatilité des actions σ_E : elle est calculée à partir des données historiques des rendements des actions μ_i . Étant donné que les cours de bourses sont des mouvements browniens géométriques, on peut prendre les μ_i comme le **ln-rendement** du $i^{\text{ème}}$ jour. Donc, si S_i et S_{i-1} sont les cours de clôture des jours i et $i-1$ respectivement, on aura :

$$\mu_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

Ensuite on estime la volatilité σ_E par la formule :

$$\sigma_E = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n}}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mu_i^2 - \frac{1}{(n-1)n} \left(\sum_{i=1}^n \mu_i \right)^2}$$

Où n est le nombre de jour de bourse, qui est approximativement égale à 253 (jours de travail).

2. La valorisation boursière V_E : ou capitalisation boursière, elle peut être calculée à partir des méthodes d'évaluation d'entreprises, ou donnée reçue du service financier de la CDG tout simplement.
3. Taux d'intérêt sans risque : r
4. La maturité de l'obligation : T
5. Le point de défaut : PD

Une fois les cinq paramètres sont déterminés, Les deux équations simultanées non linéaires sont compliquées et comme nous l'avons évoqué, les spécialistes utilisent MATLAB pour résoudre le système de deux équations.

Le principe est le suivant :

1. La volatilité des actifs est remplacée par la volatilité des capitaux propres. En procédant ainsi pour la première équation du système, on peut trouver la valeur des actifs de la firme ;
2. en utilisant cette valeur dans la deuxième équation du système, on conclue une valeur de la volatilité des capitaux propres ;
3. si maintenant, cette volatilité est égale à la volatilité réelle⁵ des capitaux propres, on peut s'arrêter, sinon, on itère en réajustant la valeur de la volatilité des actifs de la firme jusqu'à ce qu'on arrive à la condition d'arrêt.

b) Cas des sociétés non cotées :

V_A est la valeur de l'entreprise, elle peut être calculée à partir des modèles d'évaluation des entreprises directement. On essayera de détailler de telles méthodes dans un chapitre ultérieur.

Quant à la volatilité de l'entreprise, elle est une grandeur inobservable, plusieurs méthodes permettent de déterminer cette dernière, les plus utilisées sont:

⁵ Volatilité réelle = σ_E estimée par la formule des rendements des actions

i. La méthode optionnelle d'estimation de σ_A :

La méthode s'apparente à celle utilisée par les traders de produits dérivés, pour déterminer la volatilité implicite d'un sous-jacent à partir de l'observation du prix de marché d'une option.

Selon la théorie optionnelle « endetter » une entreprise revient pour les créanciers à investir dans l'actif sans risque et à vendre une option de vente de l'actif économique aux actionnaires.

Les caractéristiques de cette option de vente sont les suivantes:

- sous-jacent = l'actif économique de l'entreprise
- Prix d'exercice = montant de la dette à rembourser à l'échéance.
- volatilité = volatilité de la valeur de l'actif sous-jacent soit celle de l'actif économique,
- maturité = échéance de la dette.

On sait d'après le modèle de Merton abordé dans le premier chapitre de ce rapport que:

$$\text{Valeur de la dette} = \text{Valeur actuelle de la dette au taux sans risque} - \text{Valeur d'un put}$$

La valeur de la dette est la valeur nominale à rembourser.

La valeur actuelle de la dette au taux sans risque est calculée comme étant la valeur des coupons annuels actualisés au taux d'intérêt sans risque, augmentés de la valeur nominale de la dette à rembourser actualisée à la dernière année.

Exemple:

Considérons une société dont le financement est assuré à la fois par les capitaux propres et de la dette. Supposons que la dette est de 100 et que le remboursement intervient dans un an. Si le taux d'intérêt compte tenu de son risque est de 6%, le montant à verser aux créanciers dans un an est de 106.

Si le taux d'intérêt sans risque est de 5%, la valeur actualisée du remboursement (intérêts compris) au taux sans risque est égale à $106/1.05=100.95$. A l'aide de la théorie des options, on peut calculer la valeur du put

$$\text{Valeur du put} = 100.95 - 100 = 0.95$$

$$\text{Valeur de l'option de vente} = -V \cdot N(-d1) + B e^{-r(T-t)} N(-d2)$$

$$\text{Avec } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

En utilisant une méthode numérique on peut déduire la valeur de la volatilité des actifs de l'entreprise. Dans ce cas la méthode utilisée est la méthode de Newton-Raphson. Cette méthode est utilisée seulement dans le cas des sociétés très endettées ou très risquées.

ii. Méthode des difficultés financières d'estimation de σ_A :

Si la dette de l'entreprise est petite par rapport à sa valeur, la méthode optionnelle n'est pas valable, dans ce cas une méthode se basant sur la formule suivante est utilisée:

$$\sigma = \sqrt{2 * (R(1-\tau) * (1-c) - r)}$$

Avec :

- R est le taux de rendement à l'échéance de la plus récente émission d'obligations de l'entreprise, dont l'échéance la plus éloignée possible,
- r : taux sans risque observé à la date de l'évaluation.
- λ : taux d'imposition applicable sur l'entreprise.
- c : coût (en pourcentage de l'actif) de difficultés financières possible de l'entreprise.

Les coûts des difficultés financières surviennent lorsque l'entreprise ne peut pas honorer ses dettes après une perte de valeur.

II.2.3.2) Estimation du rendement des actifs :

a) Cas des sociétés cotées :

Il est à noter que μ_A peut être déterminé par l'équation issue de la comparaison des termes de diffusion et des drift de la formule d'Ito, après avoir estimé V_A et σ_A :

$$\left(\frac{1}{2} \sigma_A^2 V_A^2 \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} + \frac{\partial V_E}{\partial t} + \mu_A V_A \frac{\partial V_E}{\partial V_A}\right) = \mu_E V_E$$

En introduisant les quantités suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V_E = \frac{\partial V_E}{\partial V_A} = \phi(d1) \\ \Theta^{V_E} = \frac{\partial V_E}{\partial t} = -\frac{V_A \phi(d1) \sigma_A}{2\sqrt{t}} - r B e^{-rt} \phi(d2) \\ \Gamma^{V_E} = \frac{\partial^2 V_E}{\partial V_A^2} = \frac{\phi(d1)}{V_A \sigma_A \sqrt{t}} \end{array} \right.$$

En réarrangeant les termes de l'équation précédente, on peut déduire μ_A sous la forme :

$$\mu_A = \frac{\mu_E V_E - \Theta^{V_E} - \frac{1}{2} \sigma_A^2 V_A^2 \Gamma^{V_E}}{V_A \Delta^{V_E}}$$

b) Cas des sociétés non cotées :

Pour les sociétés non cotées, le rendement attendu des actifs d'une entreprise est confondu avec le taux de rentabilité économique :

$$\mu = \frac{\text{Résultat d'exploitation} \times (1 - \tau)}{\text{Actif économique de l'entreprise}}$$

Avec : τ est le taux d'imposition au entreprise

Sinon on peut se contenter de r ; taux sans risque, et avoir une mesure qui sert comme une limite supérieure à la probabilité de défaut calculée par μ_A ⁶

II.3. Le modèle de Vasicek-Kealhofer :

Jusqu'à maintenant on a vu comment le modèle K.M.V fonctionne sous les hypothèses de Merton, cependant, K.M.V corporation (Moody's K.M.V) ne se contente pas seulement de ces hypothèses simplificatrices du moment qu'elle les considère non réaliste, entre autres l'hypothèse du zéro-coupon.

En effet, Moody utilise un modèle qui est une généralisation du modèle de Merton, modèle appelé *Vasicek-Kealhofer* dont les fondateurs sont *Oldrich Vasicek* et *Stephen Kealhofer*, en utilisant une base de donnée constituée de firmes ; américaines ; on estime la distribution empirique de la *DD* d'une entreprise et la fréquence de défaut est calculée empiriquement sous forme d'un « taux de défaut », qui sera la EDF.

De plus, dans le modèle Merton-K.M.V, l'option Put (ou Call selon la perspective) possède les caractéristiques d'une option européenne dont la maturité est *T*. Dans le modèle de Moody's K.M.V, l'option est perçue comme une option perpétuelle et qui peut être exercée à n'importe quel moment.

Aussi faut-il noter que selon un nombre très considérable d'observations, Moody a pu trouver que lorsque le défaut surgit, la valeur de marché des actifs de la firme défaillante se situe entre la valeur faciale des engagements et la valeur des engagements à court terme, et donc, le défaut déjà vue qui postule que ce phénomène est dû à la dégradation de la valeur des actifs jusqu'en dessous de la valeur de la dette ne tient plus la route ; et donc, le point de défaut n'est plus égale à la valeur faciale de la dette, mais équivaut aux engagements de court terme augmentés de la moitié des engagements à long terme :

⁶ Voir annexe

$$PD = D_s + \frac{1}{2}D_L$$

Où : D_s : dette court terme D_L : dette long terme

Et la distance au défaut se calcule de la manière usuelle, à savoir le nombre d'écart-types séparant la valeur des actifs de la firme du point de défaut :

$$DD = \frac{V_A - K}{\sigma_A V_A}$$

A partir de la base de données, on cherche la valeur de la DD la plus proche à la DD calculée, et on prend l'*EDF* empiriquement calculée correspondante.

II.4. *Modèle CreditGrade:*

II.4.1) Présentation et hypothèses du modèle :

Le modèle *CreditGrade* est de type structurel lui aussi, il suppose que le défaut survient lorsque la valeur de la firme passe en dessous d'un certain niveau appelé barrière de défaut. Dans ce modèle, cette barrière est aléatoire, il permet d'évaluer la probabilité de défaut sur un intervalle de temps donné selon cinq paramètres :

- i. La valeur des actifs de la firme ;
- ii. La volatilité des actifs de la firme ;
- iii. Son endettement par action ;
- iv. L'espérance du taux de recouvrement et sa volatilité.

Tous ces paramètres sont déterministes, sauf la valeur de la firme qui suit un mouvement brownien géométrique. De plus, le taux de recouvrement n'est connu qu'au moment du défaut et suit une loi log normale. En supposant l'indépendance entre la valeur de la firme et le taux de recouvrement, les auteurs trouvent une formule fermée pour la probabilité de défaut.

Le modèle *CreditGrade* se base sur les hypothèses de Merton, essentiellement sur le fait que la valeur des actifs de la firme suit un mouvement brownien géométrique :

$$dV_A = \mu_A V_A dt + \sigma_A V_A dW$$

Cependant, V_A ne représente pas exactement la valeur des actifs de l'entreprise, on verra dans la section qui suit comment les fondateurs de ce modèle appréhendent V_A , ils définissent la *barrière de défaut* comme le montant restant de la valeur des actifs lors du défaut, lequel montant correspond simplement à la valeur du recouvrement que les créanciers

ont perçue, c.à.d. $L * D$; où L est le taux de recouvrement moyen global en cas de défaut et D est la dette par action⁷ de la firme.

Une autre hypothèse est encore plus propre au modèle *CreditGrade*, ses auteurs supposent $\mu_A = 0$. Ils justifient cette hypothèse en argumentant que ce qui est important dans l'évaluation de crédit ce n'est pas le coefficient de drift en soit, mais plutôt ce dernier relativement à la barrière de défaut. Ainsi en présumant qu'en moyenne une compagnie émet plus de dette et/ou paie des dividendes pour maintenir un niveau de levier constant, il en résulte que le coefficient de drift est le même pour la dette et le prix de l'action de la firme. Il s'ensuit donc que le coefficient de dérive de la firme par rapport à celui de la dette est 0, par conséquent, il est aussi de 0 par rapport à la barrière de défaut.

Désormais, la valeur des actifs de l'entreprise suit :

$$\frac{dV_A}{V_A} = \sigma_A dW_t$$

La résolution de cette dernière équation donne la valeur de l'entreprise à une date future sous la forme

$$V = V_0 e^{\sigma W_t - \frac{\sigma^2 t}{2}}$$

II.4.2) Formulation du modèle :

Le modèle *CreditGrade* est caractérisé par l'introduction de l'incertitude dans la valeur du taux de recouvrement moyen global en cas de défaut L ; ceci constitue un contraste avec les modèles structurels du moment qu'ils considèrent que le point de défaut est constant. L'incertitude dans les taux de recouvrement a été remarquée empiriquement lors des études menées par *Hu et Laurence (2000)* qui ont justifié que leur motif dans leurs études était le fait que les *spread* de court terme dégagé par les autres modèles structurels sont peu réalistes (puisque le point de défaut est constant).

L'hypothèse caractéristique de *CreditGrade* est que le taux de recouvrement suit une distribution log normal de moyenne \bar{L} et d'écart-type λ .

$$\bar{L} = E(L)$$

$$\lambda^2 = \text{Var}(\log(L))$$

$$LD = \bar{L} D e^{\lambda Z - \lambda^2 / 2}$$

Z est une variable aléatoire qui suit une normale standard qui est indépendante du mouvement brownien W , Z est inconnue au temps $t=0$ et est connue seulement au moment du défaut. Ainsi, il y a un élément d'incertitude dans le montant de recouvrement et la barrière peut être

⁷ Pour plus de détails sur la dette par action, voir annexe

atteinte à n'importe quel moment, ce qui ressemble à un saut au défaut. En effet, il n'y a pas de défaut à l'instant t tant que la valeur estimée de l'entreprise à t est supérieure à la valeur estimée de la dette au même instant, ceci peut exprimer sous la forme:

$$V_0 e^{\sigma W_t - \sigma^2 t / 2} > \bar{L} D e^{-\lambda Z - \lambda^2 / 2}$$

La moyenne \bar{L} et l'écart type λ sont estimés historiquement en utilisant des données de taux de recouvrement.

La formulation précédente, en introduisant la quantité X_t avec:

$$X_t = \sigma W_t - \lambda Z - \frac{\sigma^2}{2} t - \frac{\lambda^2}{2},$$

Telle que X_t suit une normale $N(-\frac{A_t^2}{2}, A_t^2)$ où $A_t^2 = \sigma^2 t + \lambda^2$ devient :

$$X_t > \ln(\bar{L} D / V_0) - \lambda^2$$

Pour passer à l'étape suivante, on devrait énoncer le lemme de la théorie de diffusion suivant :

Soit Y désigne un mouvement brownien avec dérive de sorte que

$$Y_t = at + bW_t$$

Alors on a :

$$P(Y_s > y, \forall s < t) = \phi\left(\frac{at - y}{b\sqrt{t}}\right) - e^{\frac{2ay}{b^2}} \phi\left(\frac{at + y}{b\sqrt{t}}\right)$$

Maintenant, en appliquant le lemme précédent, sur Y_t où Y_t suit une loi $N(at, b^2t)$ avec :

$$b^2t = A_t^2 \quad \text{et} \quad at = -\frac{A_t^2}{2}.$$

On a :

$$P(Y_s > y, \forall s < t) = \phi\left(\frac{at - y}{b\sqrt{t}}\right) - e^{\frac{2ay}{b^2}} \phi\left(\frac{at + y}{b\sqrt{t}}\right)$$

Et on posant $y = \ln(LD/V_0) - \lambda^2$, on obtient la formule de la probabilité de survie à l'instant t donnée par:

$$P_s(t) = N\left(-\frac{A_t}{2} + \frac{\ln(d)}{A_t}\right) - d \times N\left(-\frac{A_t}{2} - \frac{\ln(d)}{A_t}\right)$$

$$\text{avec } d = \frac{V_0 e^{\lambda^2}}{LD}$$

$$A_t = \sqrt{\sigma^2 t + \lambda^2}$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy$$

Et pour estimer la probabilité de survie, il est important de relier la valeur initiale et la volatilité des actifs à des variables observables sur le marché, comme dans le modèle Merton KMV :

Soit S le prix de l'action de la firme et σ_s sa volatilité. Comme on a vu, on peut admettre que la volatilité de l'action et celle des actifs d'une firme sont reliées par la relation suivante:

$$\sigma_s = \sigma_A \frac{V}{S} \frac{\partial S}{\partial V}.$$

On peut définir la distance de défaut η par le nombre d'écart type séparant le prix de l'équité de la firme au seuil de défaut, par:

$$\eta = \frac{1}{\sigma_A} \log\left(\frac{V}{LD}\right) = \frac{1}{\sigma_s} \frac{V}{S} \frac{\partial S}{\partial V} \log\left(\frac{V}{LD}\right).$$

η doit vérifier deux conditions de borne. La première est déterminée pour une valeur de V proche du seuil de défaut LD . On suppose que plus on s'approche du défaut ($S \ll LD$), plus la valeur des actions S est proche de zéro. Et donc :

$$V|_{S=0} = LD$$

Et pour S petit, par développement de Taylor autour de $S = 0$

$$V \approx LD + \frac{\partial V}{\partial S} S.$$

Ces équations donnent une distance de défaut :

$$\eta \approx \frac{1}{\sigma_s}.$$

La deuxième condition aux bornes est celle qui doit être vérifiée quand le prix de l'action est loin du seuil de défaut ($S \gg LD$). Ici, on suppose que la valeur des actifs et celle des actions augmentent avec le même taux (S/V tend alors vers 1). Ceci nous permet d'approximer η par:

$$\eta = \frac{1}{\sigma_s} \log\left(\frac{S}{LD}\right).$$

Les valeurs de V et de η permettant de vérifier simultanément ces conditions de bornes sont:

$$V = S + LD,$$

et

$$\eta = \frac{S + LD}{\sigma_S S} \log\left(\frac{S + LD}{LD}\right).$$

Ceci nous permet de poser, pour une valeur initiale V_0 à la date $t = 0$,

$$V_0 = S_0 + \bar{LD}$$

Avec S_0 est la valeur initiale de l'action de la firme. Aussi, on a:

$$\sigma_A = \sigma_S \frac{S_0}{S_0 + \bar{LD}}$$

Cette équation nous montre que pour une volatilité stable σ_A la volatilité des actions σ_E doit subir une hausse si le cours de bourse est en baisse, et donc, en particulier à l'avènement du défaut, des valeurs très grandes pour σ_A . Pour réduire l'intensité de ce problème et tenir compte de l'évolution des cours des actions, il est recommandé d'utiliser une référence du prix de l'action sur une période, les auteurs optent pour une période représentative où le cours de bourse subit une variance considérable, et remplacent la volatilité et le prix des actions dans la formule précédente par σ_S^* et S^* ; la volatilité et la moyenne du prix de l'action sur la période considérée :

$$\sigma_A = \sigma_S^* \frac{S^*}{S^* + \bar{LD}}$$

Dans la dérivation de la formule de probabilité de défaut $P(t)$, la dérivée de la valeur des actifs est supposée égale à zéro. En fait, dans ce modèle, la dérive de la valeur des actifs relative à la valeur de la barrière est plus importante que celle de la valeur des actifs. Les auteurs du modèle de *CreditGrades* supposent que les firmes auront tendance à garder un niveau de levier financier stable soit par l'émission de nouvelles dettes, soit par le versement de dividende. Et étant donné que $V = S + LD$, et pour éviter toute opportunité d'arbitrage, on doit supposer que la dérivée de la valeur des actifs et celle des actions sont égales. Ceci donnera obligatoirement une dérivée nulle de la valeur des actifs relative à la barrière de défaut.

Maintenant, pour convertir la probabilité survie à une grandeur pouvant *pricer* le crédit de manière assez rigoureuse, nous devons introduire deux autres paramètres comme inputs à savoir : le taux sans risque r et un taux de recouvrement R ⁸ spécifique à une classe de dette.

⁸ Notons que R diffère de L dans ce sens où L représente le taux de recouvrement global alors que R est le taux de recouvrement spécifique à une classe de dette de la firme sur le marché.

Pour faire ceci, il est impératif d'introduire les « Contrats d'échange sur le risque de défaut » (CDS : credit default swap)

Un CDS est un contrat de dérivé de crédit. Il s'agit d'un contrat qui procure une protection contre le risque de défaut (aléa de crédit) d'une entité de référence donnée (entreprise, État...). Le CDS peut porter sur une obligation de l'entité de référence ou directement sur l'entité de référence (auquel cas le dénouement se fera uniquement en *cash*). L'acheteur de la protection acquiert le droit de vendre une obligation particulière (obligation de référence émise par l'entité de référence) à sa valeur nominale en cas d'occurrence d'un aléa de crédit. En contrepartie, l'acheteur verse au vendeur des montants convenus à l'avance, à intervalles réguliers jusqu'à échéance du CDS, ou bien à la survenance d'un aléa de crédit. En cas d'aléa de crédit, un ultime paiement est effectué par l'acheteur et le *swap* est alors dénoué soit par livraison du sous-jacent, soit en *cash*. Les CDS sont cotés en points de base (pdb) par rapport à l'encours notionnel. Ainsi, un CDS à 5 ans de 300 pdb indique que l'acheteur devra payer 3 % du notionnel chaque année pendant 5 ans au vendeur, en l'absence d'aléa de crédit. Un CDS est ainsi défini par 4 paramètres : l'entité de référence, le montant notionnel, le *spread* et la maturité⁹.

La prime de risque de Creditgrade :

Pour un taux sans risque fixe r et une probabilité de survie calculée à la *Creditgrade*, le *spread* c^* d'un CDS¹⁰ d'une maturité t est de la forme :

$$c^* = r(1 - R) \frac{1 - P(0) + e^{\xi}(G(t + \xi) - G(\xi))}{P(0) - P(t)e^{-rt} - e^{r\xi}(G(t + \xi) - G(\xi))}$$

Avec $\xi = \lambda/\sigma^2$, et la fonction G est donnée par :

$$G(u) = d^{z+\frac{1}{2}}\phi\left(-\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{u}} - z\sigma\sqrt{u}\right) + d^{-z+\frac{1}{2}}\phi\left(-\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{u}} + z\sigma\sqrt{u}\right)$$

$$\text{Et } z = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

Pour ce qui est du taux R , il est supposé égal à 40 %, ce qui correspond au taux de recouvrement moyen estimé par l'agence de notation Moody's pour l'Amérique du Nord. Empiriquement, les taux de recouvrement varient selon l'ordre de priorité de la dette considérée. Moody's a ainsi estimé les taux de recouvrement des obligations *corporate* en Amérique du Nord et en Europe sur la période 1985-2005.

⁹ Un exemple de CDS est détaillé en annexe

¹⁰ La démonstration de la formule du spread d'un CDS est détaillée en annexe

Tableau 3: taux de recouvrement estimés par Moody's en pourcentage de la valeur faciale

Classe	Taux de recouvrement moyen sur la période 1985-2005	
	Europe	Amérique du Nord
Sénior garantie	52,7%	62,6%
Sénior non garantie	26,0%	38,4%
Sénior subordonnée	40,6%	32,0%
Subordonnée	35,3%	31,0%
Junior subordonnée	N/V	23,9%
Total	32,3%	40,1%

Source: Varma, P. et Bodard, E. "Default and Recovery Rates of European Corporate Bond Issuers: 1985-2005", Moody's Investors Service, mars 2006.

Finalement, tous les ingrédients sont déterminés, on peut dès lors calculer la prime de risque selon le modèle *Creditgrade*. Notons que les auteurs de ce modèle ont élaboré une table¹¹ de primes de risque pour différentes valeurs de la volatilité des fonds propres, avec des valeurs moyennes pour $\bar{L} = 0,5$; $\lambda = 0,3$ et $R = 0,5$ et une maturité $T = 5$ ans

III. Approche des modèles à forme réduite

III.1. Présentation et caractéristiques des modèles à forme réduite :

Les modèles dits de « forme réduite » abandonnent toute tentative d'explication financière de la cessation de paiement et considèrent que le défaut survient « par hasard ».

La date d'arrivée du défaut est modélisée à l'aide d'un temps aléatoire imprévisible ou de manière équivalente à l'aide du premier temps de saut d'un processus stochastique.

Encore, l'une des principales limitations des modèles structurels est que les primes de risque à court terme sont nécessairement proches de zéro contrairement aux *spreads* (prime de risque) réellement observés sur les marchés de capitaux. Cette propriété du modèle est liée à la continuité de la filtration brownienne (ou, de manière équivalente, à la prévisibilité de l'instant de défaut). *Duffie et Lando* expliquent cette apparente contradiction par le fait que l'asymétrie d'information qui existe entre les actionnaires et les détenteurs de la dette n'est pas prise en compte par ce modèle. Ils ont montré que si ces derniers ne disposent que d'une information comptable partielle (ou "bruitée") l'instant de défaut leur apparaît comme totalement inaccessible. Ces résultats permettent de justifier l'utilisation des modèles à forme réduite qui sera abordée dans cette partie.

¹¹ Voir annexe

Les modèles à forme réduite établissent un lien entre la valeur de la firme et le défaut. Le défaut est un événement imprévisible dont la loi est gouvernée par un processus stochastique appelé intensité d'arrivée ou taux de hasard: il n'y a pas de cause précise au défaut. La faillite n'est pas un processus progressif comme cela est le cas dans les modèles structurels. Cette analyse repose en effet sur la distribution des pertes d'une entreprise. Dans ces modèles les émetteurs d'obligations sont regroupés par notation.

L'exemple le plus simple d'un tel modèle est celui où l'instant de défaut τ est défini comme le premier instant d'arrivée d'un processus de Poisson d'intensité λ . Dans ce cas, on a:

$$P[\tau > t] = e^{-\lambda t}, \quad E[\tau] = \frac{1}{\lambda}, \quad P[\tau \in (t, t + \Delta t) | \tau > t] = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

En pratique, on peut faire dépendre cette intensité de défaut d'un certain nombre de variables économiques (tels les taux d'intérêt) et/ou de variables liées à l'entreprise (telle sa notation).

On appelle *spread* de crédit l'écart de rendement existant entre une dette émise par un emprunteur privé et celle émise par l'État, c'est aussi la prime de risque crédit.

L'intensité de défaut λ , est intimement liée au *spread* émetteur court terme s . Plus précisément, nous montrerons que sous l'hypothèse de recouvrement, on a:

$$s(t) = (1 - \delta) \lambda(t)$$

- δ est le taux de recouvrement de la dette.

Selon cette approche, le *spread* de crédit dépend donc, en niveau comme en variation, du taux de défaut et du taux de recouvrement anticipés par les marchés, eux-mêmes directement influencés par l'évolution de l'activité économique. En outre, le niveau du taux d'intérêt sans risque a une importance non négligeable dans la formation de cet écart.

L'avantage de ce type d'approche est qu'il fournit un modèle d'évaluation d'une obligation risquée (et donc du *spread* de taux) a priori assez simple : il suffit de connaître le prix d'une obligation sans risque de même maturité, la probabilité de défaut et le taux de recouvrement. Le prix de l'obligation sans risque est observé sur le marché (ou interpolé à partir d'une structure par terme du prix des obligations zéro-coupon) et le taux de recouvrement peut être estimé à l'aide de données historiques pour des obligations similaires (données fournies par les agences de notation internationales) et pour différentes notations.

Duffie et Singleton (1999) poursuivent une approche traitant le défaut comme un événement imprévisible régi par un processus de taux de hasard. Leur approche est distinguée par la paramétrisation des pertes en cas de défaut considérées comme une réduction partielle de la valeur marchande à la date de défaut. Le caractère attrayant de ce modèle est que la valeur de la dette peut être considérée comme si elle était sans risque de défaut et ce en remplaçant le taux d'intérêt court par un taux ajusté par défaut :

$$P^*(t, T) = E_t^Q \left[\exp\left(-\int_t^T R_t dt\right) X \right]$$

où

$$R_t = r_t + h_t \times (1 - L_t)$$

- R_t est le taux risqué,
- r_t est le taux sans risque,
- h_t est la probabilité de défaut,
- L_t est le taux de recouvrement de la valeur marchande de l'obligation risquée
- X est la valeur nominale de la dette.

Pour arriver à cela, les auteurs du modèle KMV à forme réduite font une hypothèse très importante, ils supposent que le montant de recouvrement est une fraction du prix juste avant le défaut (recovery of market value). Ainsi, il est possible de construire une structure à terme des taux ajustés pour le risque en utilisant des modèles pour taux sans risque et ensuite d'évaluer des obligations avec risque de défaut.

III.2. Exemple de modèle à forme réduite : Modèle de Fons (1994)

Fons s'intéresse à la structure par terme des spreads de crédit par catégorie de notation en utilisant un modèle emprunté au calcul actuariel. En effet, en faisant l'hypothèse d'investisseurs neutres au risque, l'auteur obtient la relation entre le spread de crédit, les probabilités de défaut et le taux de recouvrement en cas de défaut. Il utilise ainsi les statistiques historiques publiées par les agences de notation sur les probabilités de défaut et les taux de recouvrement en cas de défaut, par rating et par rang d'obligation.

$$P = \sum_{t=1}^N \frac{S_t C + S_{t-1} d_t \mu(C+1)}{(1+i)^t} + \frac{S_N}{(1+i)^N}$$

- P : le prix de l'obligation risquée,
- S_t : la probabilité de survie jusqu'à l'instant t
- d_t : la probabilité de défaut à l'instant t ,
- μ : le taux de recouvrement,
- C : le taux de coupon,
- N : la maturité de l'obligation.
- i : le taux de rendement de l'obligation sans risque de même maturité que l'obligation risquée.

III.3. Limites de l'approche des modèles à forme réduite :

L'avantage de ce type d'approche est qu'il fournit un modèle d'évaluation d'une obligation risquée (et donc du *spread* de taux) *a priori* assez simple : il suffit de connaître le prix d'une obligation sans risque de même maturité, la probabilité de défaut et le taux de recouvrement. Le prix de l'obligation sans risque est observé sur le marché (ou interpolé à partir d'une structure par terme du prix des obligations zéro coupon) et le taux de peut être estimé à l'aide de données historiques pour des obligations similaires (données fournies par les agences de notation internationales) et pour différentes notations.

Le marché obligataire se développe et s'internationalise, les investisseurs ont besoin de références pour mesurer le risque de défaut des émetteurs qu'ils ne connaissent pas très bien, la notation demeure une information cruciale pour un placement obligataire.

Le système de rating d'au moins une des grandes agences de notation, constitue une base solide pour la gestion du risque crédit, c'est un enjeu pour les entreprises marocaine, c'est un moyen qui leur permettra un accès facile au crédit, et si elle admet de nombreux avantages pratiques, cette dernière approche apparaît moins intuitive que l'approche structurelle.

IV. Conclusion

Nous venons de voir les différentes approches et modèles permettant de quantifier le risque de crédit et calculer une prime de risque liée à un emprunt obligataire, cependant, il y a eu des préférences lors du choix de la méthodologie à adopter, lesquelles préférences ont été sujettes aux arguments suivants :

Entre approches, les avantages de la modélisation du risque de crédit, qui ont fait que cette approche se prévaut, pour la CDG, aux deux autres approches que sont l'approche standard et l'approche IRB.

1. **Kealhofer** and **Kurbat** ont reproduit les résultats des recherches de **Moody** (agence de rating) afin de prouver que le modèle Moody's K.M.V capture plus d'informations et réagit de manière assez rapide vis-à-vis des inputs comparativement aux agences de rating internationales ;
2. Le pôle finance de la CDG est déjà en train d'étudier la faisabilité de l'installation d'un système de notation interne, chose qui nous a incité à prendre l'autre alternative qui est la modélisation des risques de crédit.

Entre modèles, nous avons choisi les modèles structurels car :

1. Même si les modèles à forme réduite sont faciles à utiliser, cependant, l'absence des agences de notation crédit au Maroc rend difficile l'accès à l'information et nous forcera à faire des hypothèses assez critiquable.
2. Les modèles structurels sont les plus anciens dans la modélisation quantitative du risque crédit, et ils ont été largement utilisés par les praticiens parce qu'ils n'exigent pas des données qui sont difficiles à obtenir.

Chapitre 6 : Méthodes de valorisation d'entreprises

La valeur de l'entreprise, correspond à la valeur de marché de l'outil industriel et commercial. Le calcul de la valeur de l'entreprise est primordial dans le cas de cession d'une partie ou de la totalité de l'entreprise.

Cette étude a pour objet de présenter les méthodes du calcul de la valeur de l'entreprise au regard des éléments objectifs déterminés à partir des données financières.

L'intérêt du calcul de prix d'une entreprise, dans la mesure où il n'existe pas de marché organisé (en dehors des marchés boursiers) qui définit un prix de référence, est pour l'essentiel fonction de l'intérêt des parties qui veulent soit contracter un prêt ou dans le cas d'une introduction en bourse, pour l'aboutissement de l'opération.

L'évaluation de l'entreprise s'effectue en deux étapes:

1. La première étape permet d'établir un diagnostic de l'entreprise, d'analyser ses performances antérieures, sa situation actuelle et de mettre en perspective le potentiel futur (retraitement des données financières et mise en place d'un plan prévisionnel).
2. La seconde étape consiste à calculer la valorisation de l'entreprise à partir d'un panel de méthodes d'évaluation, puis de sélectionner la ou les méthodes à retenir afin d'obtenir une fourchette de valeurs.

Cette étude est basée sur le bilan et le compte des résultats pour savoir l'état financier actuel de l'entreprise, sur cette base la valeur de l'entreprise est calculée à partir de ses différents résultats prévisionnels.

Fondamentalement, il existe trois catégories de méthodes, à savoir :

- Des méthodes privilégiant l'aspect « propriété » de l'entreprise : il s'agit des méthodes patrimoniales.
- Des méthodes privilégiant la notion de génération de flux : méthodes des cash-flow.
- Des méthodes dites analogiques ou comparatives.

Dans la partie qui suit, nous allons expliciter chacune de ces catégories, ainsi que les principales méthodes sous-jacentes à chaque genre.

I. Méthodes patrimoniales

Ce type de méthode repose sur un principe de base consistant à considérer que la valeur d'une entreprise correspond à la valeur de son patrimoine.

Ainsi, la valeur de l'entreprise, donc de ses actions, est celle de ses actifs. Selon cette démarche, la question « que vaut une entreprise ? » peut s'exprimer « quelle est la valeur économique des actifs qui la composent ? »

On peut distinguer entre deux méthodes patrimoniales :

I.1. Méthode de l'actif net corrigé (ANC)

La valeur de l'entreprise est celle de son patrimoine réévalué (ou corrigé) net des dettes et de la fiscalité latente des retraitements effectués.

$$\begin{aligned} \text{valeur de l'entreprise} &= \text{Actif net comptable} \\ &+ \text{retraitements} \\ &- \text{incidences fiscales des retraitements} \\ &- \text{Fiscalité latente incluse dans l'Actif net comptable}^{12} \end{aligned}$$

Avantage:

C'est une technique de première approche, dont le concept théorique est assez simple, et qui a été couramment utilisée pour valoriser des sociétés holdings.

Inconvénients:

Parmi les inconvénients de cette approche :

- C'est le fait qu'elle est statique tournée vers le passé (accumulation des richesses passées).
- Elle dissimule la rentabilité de l'entreprise et ses perspectives.
- Elle valorise le patrimoine de la société et non ses actions.
- Elle est un peu délicate lorsqu'il s'agit d'estimer des éléments incorporels.

I.2. Méthodes du Goodwill

La démarche des méthodes du Goodwill s'appuie sur la méthode de l'Actif Net Corrigé (ANC) et tente des réponses satisfaisantes à ses principales défaillances, entre autres ; l'exclusion de la rentabilité actuelle ou future et la valorisation non satisfaisante des éléments incorporels difficiles à estimer, ou simplement oubliés dans la méthode de l'ANC.

Selon ces méthodes, la valeur de l'entreprise est égale à la valeur de l'ANC hors actifs incorporels (A), augmentée du goodwill ; c.à.d. la valeur actuelle de la rente de surprofit que procure un investissement A en actifs dans l'entreprise par rapport à ce même investissement sur le marché financier sans risque (emprunt d'Etat à long terme au taux i).

¹² C.à.d. impôts sur provisions réglementés et subventions

La démarche consiste dans :

- Calculer la valeur de l'ANC hors incorporels : A
- Définir une période de visibilité (maximum 5 ans)
- Déterminer le flux de Résultat Net Prévisionnel Récurrent.
- Retenir un taux d'actualisation ($1,5 \times i$ ou $2 \times i$) en fonction du risque de l'entreprise et de l'optimisme relatif des prévisions.
- Déterminer le flux de surprofit de chaque année future : $S_j = B_j - iA$
- Calculer la valeur actuelle de la rente de surprofit ou Goodwill :

$$GW = \sum_{j=1}^n \frac{S_j}{(1+t)^j} = \sum_{j=1}^n \frac{(B_j - iA)}{(1+t)^j}$$

- Calculer la valeur de l'entreprise :

$$V = A + GW$$

Avantage :

La méthode du goodwill mixe le passé (ANC) et le futur (rente du surprofit). Elle constitue ainsi un tremplin entre la méthode de l'ANC et les méthodes de flux et représente une première tentative de valorisation de l'activité. Elle est utilisée fréquemment pour les PME non cotées.

Inconvénient

Elle n'a pas contrecarré les autres problèmes de la méthode de l'ANC, à savoir :

- La valorisation en patrimoine et non en actions.
- Détermine la valeur des incorporels internes à l'entreprise par un raisonnement externe (investisseur).

II. Les méthodes comparatives

Les méthodes comparatives reposent sur un concept simple :

« Des sociétés comparables se valorisent sur la base de critères proches voire identiques. Pour déterminer la valorisation d'une entreprise, on lui applique des règles, usages, critères ou ratios extraits de références de valorisation connues d'un échantillon d'entreprises comparables. »

L'échantillon de sociétés comparables ne peut être constitué que d'entreprises d'un même secteur exerçant des métiers similaires et vendant à une clientèle du même type, et la première référence de valorisation de telles sociétés est le marché des fusions-acquisition.

La principale méthode de type comparatif est celle dite du PER (Price earning ratio)

La méthode du PER

Le Price earning ratio a trouvé son origine sur le marché boursier. Il représente le quotient entre le cours de l'action et le bénéfice par action (BPA)

Soit :

$$PER = \frac{\text{Cours}}{\text{Bénéfice par Action}}$$

Le cours de l'action peut s'écrire donc :

$$\text{Cours} = PER \times \text{Bénéfice par Action}$$

Et en multipliant les deux cotés de l'équation par le nombre d'actions de la société, on obtient :

$$\text{Capitalisation boursière} = PER \times \text{Résultat Net Retraité}^{13}$$

La démarche consiste donc à déterminer l'échantillon d'entreprises comparables, ensuite déterminer un PER sectoriel, c'est celui qui se dégage de l'échantillon de sociétés, sur un exercice donné, et l'appliquer au résultat du même exercice pour trouver la capitalisation boursière, en d'autres termes la valeur de l'entreprise.

Avantage :

Cette méthode présente l'avantage qu'elle est très simple si le PER est déterminé aisément, la plupart des utilisateurs dans les marchés boursiers adoptent cette méthode et elle sert de, prime abord, à valider une valeur déjà calculée par l'une des autres méthodes.

Inconvénient :

Parmi ses inconvénients :

- Difficulté de trouver des sociétés réellement comparables
- Forte influence de la santé du marché boursier

III. Méthodes des flux

Par un raisonnement totalement différent et divergent de la structure de pensée qu'on vient de voir avec la catégorie patrimoniale, l'entreprise est une sorte de « coquille » ou de « machine » à générer des flux financiers à destination de ses apporteurs de capitaux (ou

¹³Résultat Net Retraité = Bénéfice par Action × nombre d'actions

bailleurs de fonds). La valeur du patrimoine de ces bailleurs de fonds est fonction des flux financiers futurs que l'entreprise pourra leur verser (ou engager en leur faveur) dans l'avenir.

Dans cette catégorie de méthodes, on distingue entre deux sous-catégories :

III.1. Les méthodes de flux financiers

Ces méthodes qui sont basés sur les flux de dividendes ou de résultats net modélisent une combinaison plus ou moins complexe de taux et oublient l'identité propre de la société. Elles s'avèrent très sensibles à la politique de distribution future de l'entreprise qui, par essence, reste aléatoire, hypothétique, et au fond très théorique. Elles n'intègrent pas les besoins de capitaux réclamés par l'exploitation future et peuvent accorder une valeur significative à une entreprise dont tous les banquiers annoncent l'inévitable défaillance.

Ainsi, aucune des méthodes abordées à ce stade ne s'intéresse clairement à l'activité propre de l'entreprise, et surtout à la valeur, industrielle ou commerciale, de cette activité. C'est l'objet de la méthode des *Discounted Cash-Flow (DCF)* qui de plus, s'imprègne des principaux enseignements des méthodes précédentes :

- En intégrant l'opinion du marché
- En examinant les besoins de capitaux de l'activité, entre autre en termes d'actifs (investissements, BFR).
- En retenant le principe selon lequel un bien, action ou activité, se valorise par les flux futurs qu'il générera à destination de ses détenteurs, c'est-à-dire de ceux qui le financent.

III.2. Les méthodes de flux économiques

La méthode des flux de trésorerie disponibles, également désignée sous le terme de Discounted Cash-Flows (DCF), ou encore la méthode des cash-flows futurs, est largement admise en matière d'évaluation d'actifs et traduit financièrement qu'un actif " vaut ce qu'il rapporte".

La méthode d'actualisation des cash-flows (DCF) mesure la capacité de l'entreprise à créer de la valeur. La création de valeur résulte de la différence entre la rentabilité des capitaux investis et l'exigence de rémunération des actionnaires et des créanciers.

Cette méthode donne une vision dynamique de la valeur d'une activité puisqu'elle se base sur des projections des résultats et prend en considération les principaux facteurs qui influent sur la valeur de l'activité, tels que l'évaluation de sa rentabilité, sa cyclicité, sa situation financière et le risque propre.

La détermination des cash-flows repose sur l'élaboration d'un plan d'affaire sur un horizon cohérent en général de 5 ans et le calcul d'une valeur terminale de l'entreprise en fin de période du plan d'affaires.

Cette méthode consiste à calculer, par actualisation, la valeur actuelle nette des flux de trésorerie futurs attendus d'une activité.

Dans le cadre d'une transaction, le montant ainsi déterminé correspond au prix qu'un acquéreur devrait accepter de payer pour un investissement donné, puisque ce prix permet à cet investisseur de couvrir le coût des capitaux (dette et fond propres) qu'il engage.

Dans cette approche, la valeur d'entreprise V_E correspond à la somme des flux de trésorerie disponibles prévisionnels actualisés au coût moyen pondéré du capital engagé ($CMPC$):

$$V_E = \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1 + CMPC)^i} + \frac{V_T}{(1 + CMPC)^n}$$

- V_E : la valeur de l'entreprise
- CF_i : le flux de trésorerie généré par l'exploitation à l'année i
- $CMPC$: le coût moyen pondéré du capital
- V_T : la valeur terminale de l'entreprise

III.2.1) Modélisation des flux futurs de trésorerie attendus

Les éléments réunis lors du diagnostic stratégique et financier constituent, avec le business plan (prévisions d'activité) établi par la société le point de départ pour la méthode du *DCF*. Le rôle de l'évaluateur est d'examiner ces prévisions, afin de les critiquer ou les prolonger si nécessaire.

Les flux de trésorerie disponibles après impôt mesurent les flux de trésorerie générés par l'actif économique. Ils sont calculés par deux méthodes, soit à partir de l'excédent brut d'exploitation ou à partir du résultat d'exploitation:

✓ Calcul de CF_i à partir de l'excédent brut d'exploitation:

*Flux de trésorerie disponible après impôts = Excedent brut d'exploitation –
Impôts théoriques sur les sociétés + ou –
variation en besoin de fond de roulement –
investissement net sur les désinvestissements*

✓ Calcul de CF_i à partir du résultat d'exploitation:

*flux de trésorerie disponible après impôts = résultats d'exploitation –
impôts théoriques sur le résultat d'exploitation +
dotations aux amortissements et provisions, nettes de reprises –
investissement net sur les désinvestissements + ou –
Variation du besoin en fond de roulement*

Lorsqu'on connaît le taux de croissance des flux de trésorerie disponibles est connu, le flux de trésorerie prévisionnel de l'année i est calculé à partir de celui de l'année $i-1$, si on note g le taux de croissance des flux de trésorerie disponibles alors:

$$CF_i = CF_{i-1}(1 + g)$$

III.2.2) Coût moyen pondéré du capital

Le coût du capital représente la rentabilité exigée par l'ensemble des investisseurs pour un actif. Ces investisseurs apportent principalement deux types de financement:

- les capitaux propres sont rémunérés via des dividendes et donnent accès à la propriété de tous les éléments constituant le patrimoine de l'entreprise.
- la dette financière est la partie de la dette de l'entreprise qui porte intérêt: emprunt, comptes courants, etc.

Dans la mesure où les flux générés par l'actif économique reviennent à la fois aux actionnaires et aux créanciers, le coût moyen pondéré du capital, ou *CMPC*, se calcule comme la moyenne du taux de rentabilité exigée par les actionnaires et du taux de rentabilité après impôt exigé par les créanciers pondéré par la part relative des capitaux propres et de l'endettement:

$$CMPC = K_{CP} \times \frac{V_{FP}}{V_{FP} + V_D} + K_D \times (1 - IS) \times \frac{V_D}{V_{FP} + V_D}$$

- V_{FP} : la valeur des fonds propres
- V_D : la valeur de la dette
- K_{CP} : le coût des fonds propres
- K_D : le coût de la dette financière.

La pratique actuelle de l'évaluation d'entreprise repose majoritairement sur le modèle du MEDAF qui permet de décomposer:

- le coût des fonds propres K_{CP}
- le coût de la dette K_D

Ce modèle permet d'estimer la rentabilité exigée par un actionnaire selon la formule suivante:

$$K_{CP} = r + (r_m - r) \times \beta_{CP}$$

Avec

- r : taux sans risque.
- r_m : taux de marché
- β_{CP} : le coefficient de sensibilité au risque¹⁴.

Le taux sans risque est déterminé à l'aide du taux de rendement moyen des obligations d'Etat à long terme.

La quantité $r_m - r$ est la prime de risque marché, elle peut être calculée comme étant la somme de la prime de risque actions et la prime de risque société.

¹⁴ Voir annexe

Dans le cas des sociétés non cotées, il est utile d'utiliser un benchmark pour le calcul de β_{CP} , le *benchmarking* consiste à constituer un échantillon des sociétés cotées dont l'activité est plus proche de l'activité de la société non cotée,

Soit A une société non cotée dont vous voulez calculer la sensibilité β_{CP} de A , il suffit de prendre un échantillon de n sociétés cotées dont l'activité principale est celle de la société A , donc

$$\beta_{CP} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_{CPi}}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}$$

Avec :

- α_i est la part de l'activité de la société A dans le chiffre d'affaire de la société i
- et β_{CPi} est le coefficient de sensibilité au risque de la société i .

En cas d'absence des sociétés similaires, il suffit de préciser la valeur de K_{CP} : taux minimum exigé par les actionnaires.

✓ Estimation du coût de la dette K_D :

Le coût de la dette est le taux qu'un prêteur prudent exigerait pour un prêt de l'entreprise. Ce coût est déterminé en additionnant le taux sans risque et le spread, ou prime de risque, exigé par le prêteur tenant compte du différentiel de risque.

On a donc: $K_D = r + spread$

On remarque que le taux $CMPC$ est une fonction de la valeur V_{FP} et que, par conséquent la détermination de la valeur des actions, celle de la valeur globale et celle du taux r relève d'un processus itératif.

Partie III :

Application de gestion du risque obligataire :

*Dans cette partie, on va présenter le logiciel de gestion du risque lié aux emprunts obligataires : **Moroccan Bond Risk Manager (MBRM)** réalisé dans le cadre de ce projet. La première partie du chapitre 6 permet de définir les besoins ainsi que l'environnement de développement du logiciel. La deuxième partie décrit les grandes fonctionnalités du logiciel, dans ce cadre on distingue entre les sociétés cotées et les sociétés non cotées en bourse.*

Chapitre 7: L'Application Moroccan Bond Risk Manager

I. Conception de l'application

I.1. Analyse des besoins

Dans un contexte d'absence de notation de crédit des entreprises, le gérant obligataire se trouve toujours devant la nécessité d'analyser l'entreprise émettrice des obligations, pour anticiper le comportement de remboursement de la dette de cette dernière.

L'application réalisée dans le cadre de ce projet, est la conception et réalisation d'un outil d'analyse et d'aide à la décision en gestion du risque crédit.

Cette application permet de :

- Automatiser l'analyse financière de l'entreprise émettrice des obligations (la valeur, le rendement et la volatilité de ses actifs, son taux de recouvrement spécifique, ...)
- Calculer la prime de risque crédit liée à chaque émission.
- Faire un suivi de la gestion du risque crédit, pour chaque émission.

Les exigences nécessaires à l'élaboration du logiciel:

- Les contraintes externes: il s'agit de définir les caractéristiques des entrées/sorties du logiciel attendus par le client (données à saisir et à afficher, des exigences de flexibilité etc.)
- Les contraintes fonctionnelles: caractérisent le fonctionnement interne du logiciel, c'est-à-dire quels moyen seront mis en œuvre pour traiter les informations d'entrées/sorties du logiciel (méthodes de calcul, intervalle des données, estimation des paramètres etc.)
- Les contraintes de performance: concernent le temps du calcul et la précision des données.

I.2. Présentation de l'environnement du développement

- **Excel** : C'est un tableur de de la suite Microsoft Office. Utilisé car il est disponible dans tous les organismes, il est simple à utiliser et manipuler et donne des précisions de calcul acceptables.
- **VBA** : **V**isual **B**asic pour **A**pplications est le langage de programmation des applications de Microsoft Office Excel. C'est un langage puissant, souple et facile à utiliser et permet de réaliser très rapidement des applications.

I.3. Principe de fonctionnement de l'application:

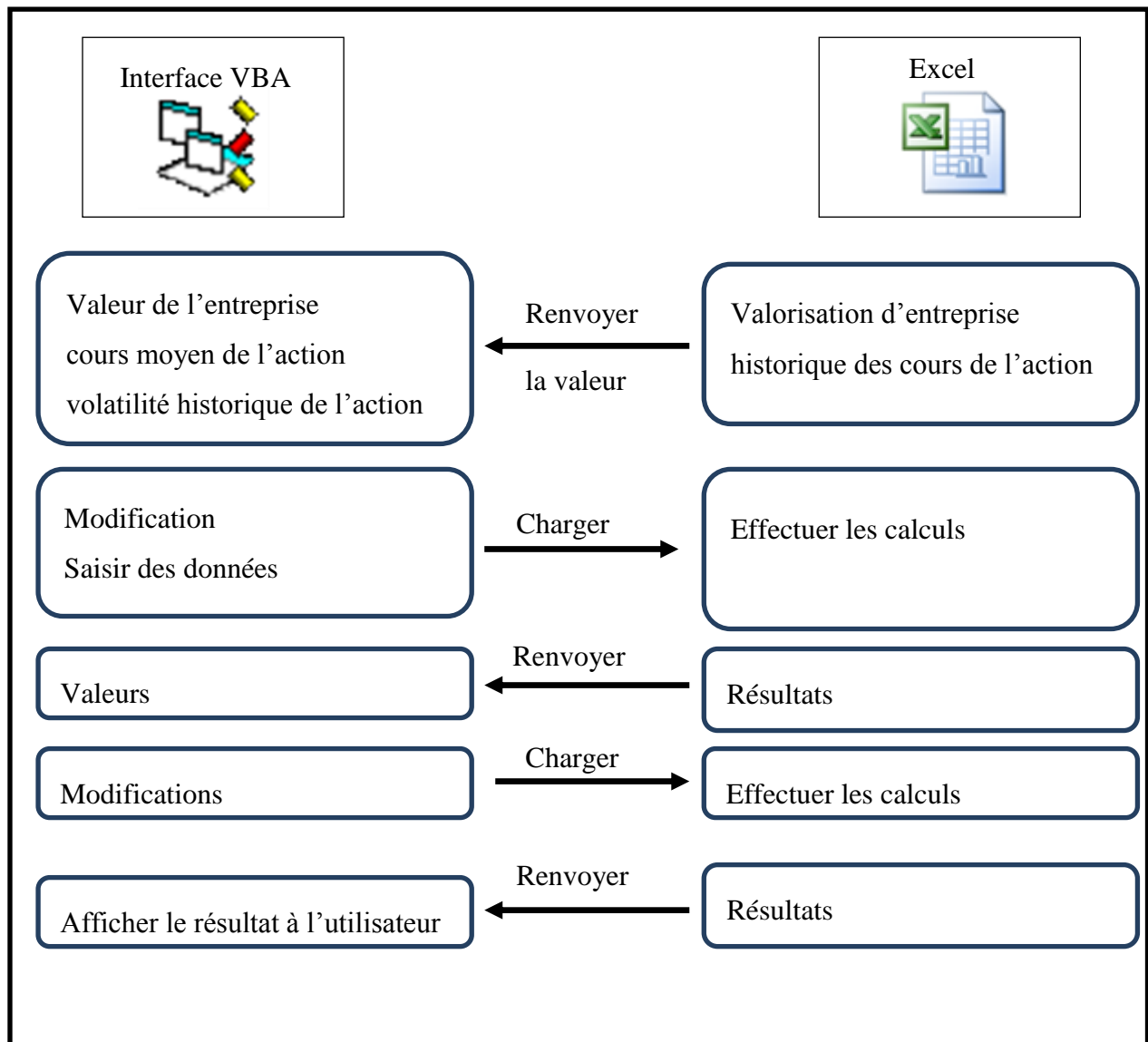


Figure 4: Principe de Fonctionnement de l'application MBRM

(source : fait par nos soins)

II. Application de gestion du risque obligataire :

L'application contient deux parties essentielles :

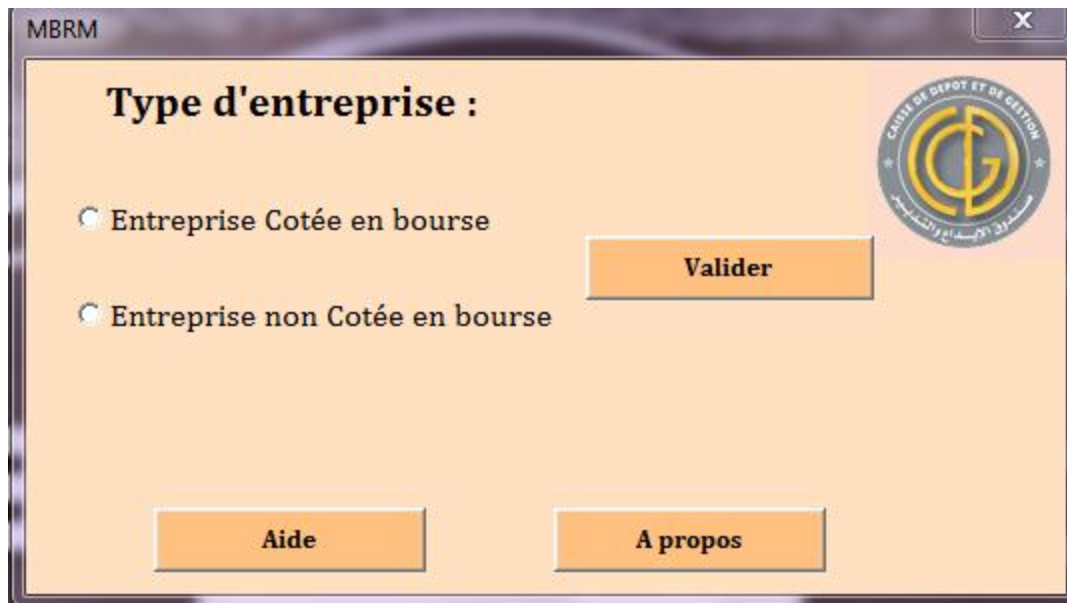


Figure 5: démarrage de l'application MBRM

- ✓ Evaluation de la prime de risque crédit pour les sociétés non cotées en bourse : dans ce cas les différents paramètres de la société (valeur, rendement et volatilité des actifs), sont estimés à partir de ces données comptables et ses résultats prévisionnels.
- ✓ Evaluation de la prime de risque crédit pour les sociétés cotées en bourse : en supposant que l'évolution de l'entreprise est représentée par ses actions. Ceci est valable dans le cas de l'indisponibilité des bilans comptables et des résultats prévisionnels de l'entreprise. Toutefois, l'utilisateur, s'il le juge nécessaire, peut utiliser les résultats de la première méthode pour effectuer les calculs.

Lors de la réalisation du logiciel, nous avons veillé à minimiser le nombre de paramètres saisis par l'utilisateur et aussi à minimiser le nombre d'interfaces.

Un autre avantage important est la flexibilité pour le choix des données à saisir, l'utilisateur à le choix entre utiliser les valeurs générées par le fichier Excel (valeur d'entreprise, volatilité, rendement,...) ou saisir d'autres valeurs.

L'application permet de calculer la prime de risque crédit pour différentes échéances et aussi la probabilité de défaut associés par plusieurs méthodes pour pouvoir faire des comparaisons.

II.1. Le cas des sociétés non cotée

Cette partie concerne l'évaluation de la prime de risque pour les sociétés non cotées, elle permet une évaluation de l'entreprise puisque les données sur ces entreprises sont rares, et parfois avec un degré de crédibilité insuffisant.

Pour ces sociétés, on utilise les modèles :

- Merton pour déterminer la prime de risque ainsi que la probabilité de défaut, un extrait de la démarche de calcul sur la feuille Excel est joint en annexe¹⁵
- KMV historique basé sur le Modèle de VK, utilise une table¹⁶ historique de la société Moody's KMV pour déterminer la probabilité de défaut d'une entreprise. Après le calcul de la distance au défaut, la probabilité de défaut associée est calculée, via une interpolation linéaire, en se basant sur les probabilités de défaut tabulées des deux distances au défaut qui cadre la DD calculée
- KMV analytique¹⁷ basé sur Merton-KMV qui considérant que la distribution de probabilité de la valeur des actifs de la firme est lognormal.

Figure 6: interface de saisie et des résultats de l'outil MBRM pour les sociétés non cotées en bourse

Pour la valorisation de la société émettrice des obligations, on a opté pour l'utilisation de la Méthode des flux de trésorerie disponibles (DCF) car c'est la plus recommandée par les praticiens en plus de ces avantages cités dans le chapitre de valorisation des entreprises.

¹⁵ Voir Annexe

¹⁶ La table historique de la société Moody's KMV est jointe en Annexe

¹⁷ Un extrait de la feuille de calcul Excel est joint en Annexe

Avant de procéder au calcul de la prime de risque, l'utilisateur doit s'assurer qu'il a bien remplie la feuille Excel contenant la méthode DCF :

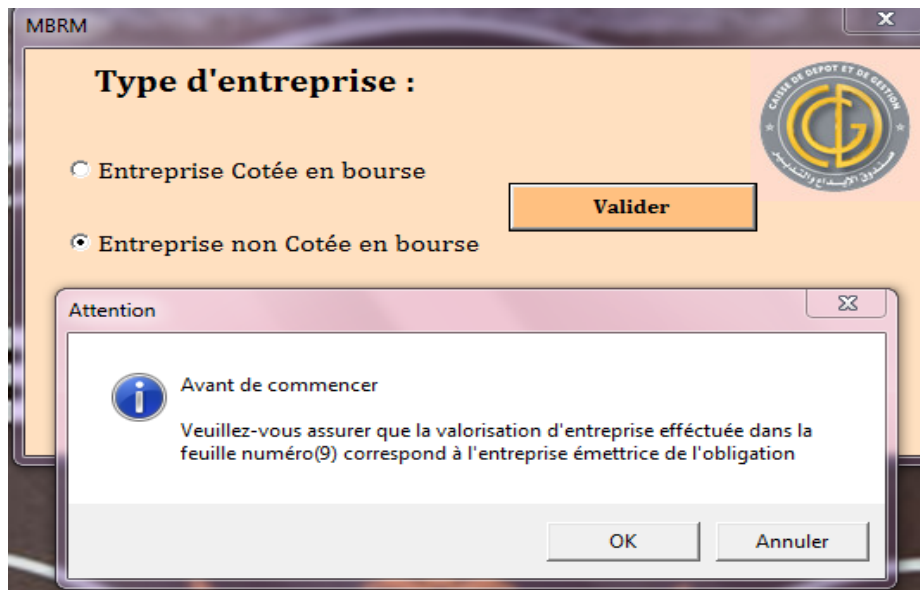


Figure 7: fenêtre de mise en garde pour pour les sociétés non cotés dans MCRM

II.1.1) Calcul de la valeur de l'entreprise:

a) Calcul du coefficient de sensibilité au risque β :

Si l'entreprise est cotée en bourse, le coefficient β est donné. Sinon, et s'il existe des sociétés cotées similaires à l'entreprise en question, la sensibilité de l'entreprise est la somme pondérée¹⁸ des sensibilités des entreprises similaires.

¹⁸ La pondération est la part de l'activité principale de l'entreprise en question dans le chiffre d'affaire des sociétés cotées.

Calcul du coefficient de sensibilité au risque β :			
Nombre de sociétés similaire :	3		
société	β	% activité	β pondéré
	0,7	60%	0,42
	0,9	100%	0,9
	0,8	80%	0,64
$\beta =$	0,816666667		

Figure 8: calcul du coefficient de sensibilité au risque sur Excel (pour la méthode DCF)

b) Calcul du taux d'actualisation

Calcul du taux d'actualisation (coût moyen pondéré du capital)	
valeur de la dette	1000
valeur des capitaux propres	100000
taux sans risque	5,00%
β	0,816666667
prime de risque marché	6,00%
spread sur les prêts	2,00%
taux d'impôts (IS)	34,00%
Coût des capitaux propres (KCP)	0,099
Coût de la dette (KD)	0,07
taux d'actualisation :	9,85%

Figure 9: calcul du taux d'actualisation sur Excel (pour la méthode DCF)

Dans le cas d'absence des sociétés cotées en bourse similaires à la société en question, le taux d'actualisation est celui exigé par les investisseurs.

c) Calcul de la valeur de l'entreprise (DCF) :

Valorisation de l'entreprise : Méthode DCF (flux de trésorerie disponibles)										
	NB : Seul les données en "rouge" sont à donner									
	Nombre d'années des données prévisionnelles :									10
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2004e	2005e	2006e	2007e	2008e	2009e	2010e	2011e	2012e	2013e
Chiffre d'affaires	10 000	10 600	11 183	11 798	12 388	13 007	13 593	14 204	14 773	15 363
Croissance CA	6,0%	6,0%	5,5%	5,5%	5,0%	5,0%	4,5%	4,5%	4,0%	4,0%
Charges opérationnelles (hors DAP)	-5 000	-5 100	-5 300	-5 400	-5 600	-5 700	-5 800	-6 000	-6 300	-6 450
Dotations aux amortissements et provisions (DAP)	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000	-1 000
Résultat Opérationnel	4 000	4 500	4 883	5 398	5 788	6 307	6 793	7 204	7 473	7 913
DAP	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
Impôt	- 1 360	- 1 530	- 1 660	- 1 835	- 1 968	- 2 145	- 2 310	- 2 449	- 2 541	- 2 691
Investissements	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000	- 1 000
Variation du besoin en fond de roulement (BFR)	- 750	- 750	- 750	- 750	- 750	- 750	- 750	- 750	- 750	- 750
flux de trésorerie disponible (FTD)	1 890	2 220	2 473	2 813	3 070	3 413	3 733	4 005	4 182	4 473
FTD actualisé	1 721	1 840	1 866	1 932	1 920	1 943	1 934	1 889	1 796	1 749
Somme FTD actualisés (1)	18 588									
Valeur terminale de l'entreprise (VT) actualisée (2)	26 301									
(1) + (2) =	44 888									
Ajustement	1,05					taux d'actualisation (CMPC)	9,85%			
Valeur Globale Entreprise	47 047					Taux croissance infinie :	3%			
- Dettes	- 3 500					Taux de l'impôt :	34,00%			
+ Participations	1 900	valeur de marché								
- Minotaires	- 3 000	valeur de marché								
Valeur de l'entreprise	42 447									

Figure 10: méthode de calcul de la valeur de l'entreprise (DCF) sur Excel

II.1.2) Calcul de la volatilité des actifs de l'entreprise:

On utilise la méthode qui se base sur le coût des difficultés financières possible pour l'entreprise.

Un clic sur le bouton « charger » devant la volatilité des actifs de la société permet d'afficher :

MBRM -Volatilité des actifs de l'entreprise

tx de redmt à maturité de la plus récente oblig : %

coût (en % de l'actif) des difficultés financières : %

taux sans risque : %

le taux d'imposition à l'entreprise (IS) : %

Figure 11: volatilités des actifs de l'entreprise non coté sur MBRM

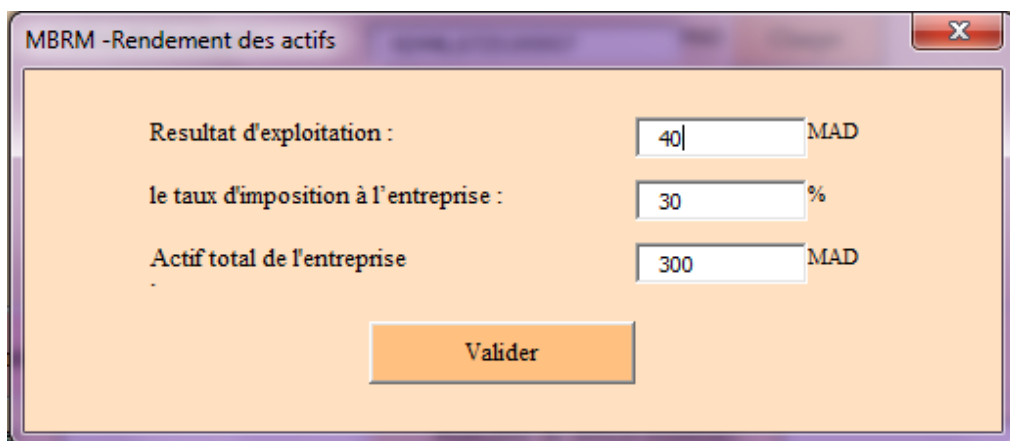
l'utilisateur à le choix entre valider cette valeur et l'utiliser, ou entrer une autre valeur dans la case « volatilité des actifs de la société ».

II.1.3) Calcul du rendement des actifs de la firme

Le rendement attendu des actifs de l'entreprise est estimé par la formule :

$$\mu = \frac{\text{Résultat d'exploitation} \times (1 - \tau)}{\text{Actif total de l'entreprise}}$$

Un clic sur le bouton « charger » devant le rendement des actifs permet d'afficher :



The screenshot shows a dialog box titled "MBRM - Rendement des actifs". It has a close button (X) in the top right corner. The dialog contains three input fields with labels and units:

- Resultat d'exploitation : 40 MAD
- le taux d'imposition à l'entreprise : 30 %
- Actif total de l'entreprise : 300 MAD

At the bottom center, there is a button labeled "Valider".

Figure 12: rendement des actifs des sociétés non coté sur MRCM

Aussi dans ce cas, l'utilisateur à le choix entre valider cette valeur et l'utiliser, ou entrer une autre valeur dans la case « rendement des actifs ».

II.1.4) Exemple de calcul :

MBRM - Entreprises non cotées en bourse

Taux sans risque : 4 %

Total dettes : 15 000 MAD

Maturité : 8 ans

Valeur de la société : 42 446,6725195957 MAD

Rendement des actifs : 9,333333333333333 %

Volatilité des actifs de la société : 36,8781778291715 %

DD-KMV empirique: 1,7534 Probabilité de défaut (Merton) : 0,2170

DD-KMV analytique : 1,1915 PD-KMV empirique : 0,0350

PD-KMV analytique : 0,1167

PD-KMV maximal : 0,2170

Prime de risque (Merton) 110,5333 points de base

Figure 13: Exemple de calcul pour le cas d'entreprise non coté sur MBRM

Dans ce cas, le taux risqué estimé pour l'obligation émises par cette entreprise est de : 5,10%

II.2. Cas des sociétés cotées

Dans le cas des sociétés cotées en bourse, on utilise les modèle de :

- Merton¹⁹ pour estimer la prime de risque et la probabilité de défaut associée
- Credit-Grade²⁰ pour estimer aussi la prime de risque et la probabilité de défaut associée.

Pour les sociétés non coté, on privilège la prime de risque calculée sur la base de CreditGrade plutôt que les autre modèles car le point de défaut dans ce modèle est une variable aléatoire, et en plus ce modèle est conçu spécialement pour les sociétés cotées en bourse.

¹⁹ Merton pour société coté, voir annexe

²⁰ Pour cet effet, un programme VBA a été développé, il est cité en annexe

- KMV (historique et analytique)²¹ pour estimer les probabilités de défaut pour raison de comparaison.

Pour ces sociétés, on suppose que l'évolution du cours des actions représente l'évolution de l'entreprise, cette hypothèse n'est pas toujours vraie, car les actions sont parfois surévaluées ou sous-évaluées. Cependant l'utilisation de l'hypothèse précédente est nécessaire dans le cas des difficultés d'accès aux informations concernant la situation financière de l'entreprise.

Dans ce sens, si l'utilisateur juge que l'évolution des cours des actions ne reflète pas la réalité de l'entreprise, il lui suffira de se référer à la feuille Excel de la méthode DCF et utiliser la valeur obtenue au lieu de la valeur des actifs de l'entreprise.

Mais, avant de procéder au calcul de la prime de risque, l'utilisateur doit s'assurer qu'il a bien remplie la feuille Excel contenant l'estimation de la volatilité historique, du rendement et du cours moyens de l'action pendant une période donnée, et que les cours correspondent à la société en question :

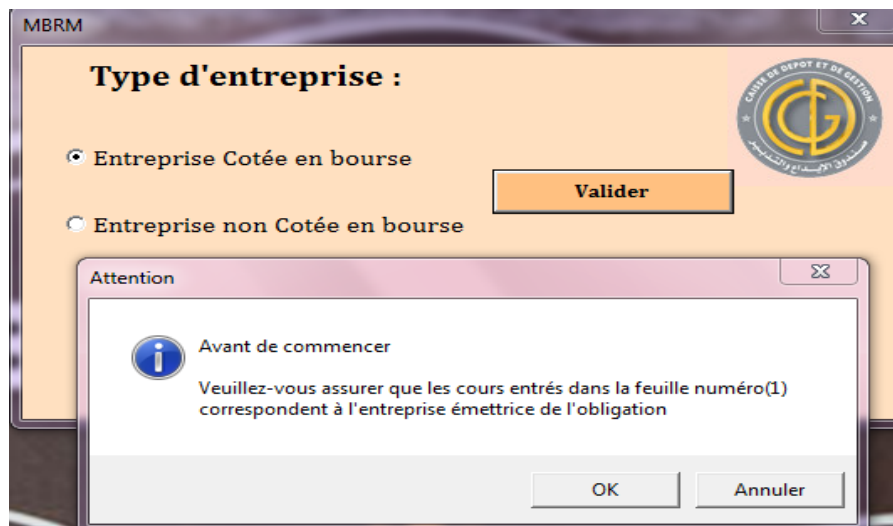


Figure 14: fenêtre de mise en garde pour les sociétés cotées en bourse dans MBRM

Après de confirmer par OK, la fenêtre de calcul de la prime de risque s'affiche :

²¹ Voir annexe

MBRM - Entreprises cotées en bourse

Taux sans risque : %

Nominal de l'obligation : MAD

Maturité : ans

prix des actions à l'instant (t=0) : MAD

Dette par action : MAD

Total dette de la société : MAD

Valorisation boursière : MAD

Taux de recouvrement spécifique : %

taux de recouvrement global :

Moyenne : %

Ecart type : %

historique des cours de la sociétés

Volatilité historique des actions : %

Cours moyen de l'action : MAD

Rendement moyen de l'action : %

valeur et volatilité des actifs

Volatilité des actifs de la firme: % Valeur des actifs de la firme: MAD

Rendement des actifs : % PD - Merton: PD - KMV empirique:

Volatilité des actifs: % PD - Credit Grade PD - KMV analytique

Prime de risque (Merton) : points de base

Prime de risque (Credit Grade) : points de base

Figure 15: interface de saisie et des résultats de l'outil MBRM pour les sociétés cotées en bourse

II.2.1) Estimation de la volatilité, du rendement et du cours moyen de l'action:

L'estimation est faite à partir des cours historiques des actions, qui sont téléchargés à partir du site de la bourse de des valeurs de Casablanca, www.casablanca-bourse.com. Le choix de la période doit se faire soigneusement, on s'intéresse donc à la période pour laquelle l'évolution est significative.

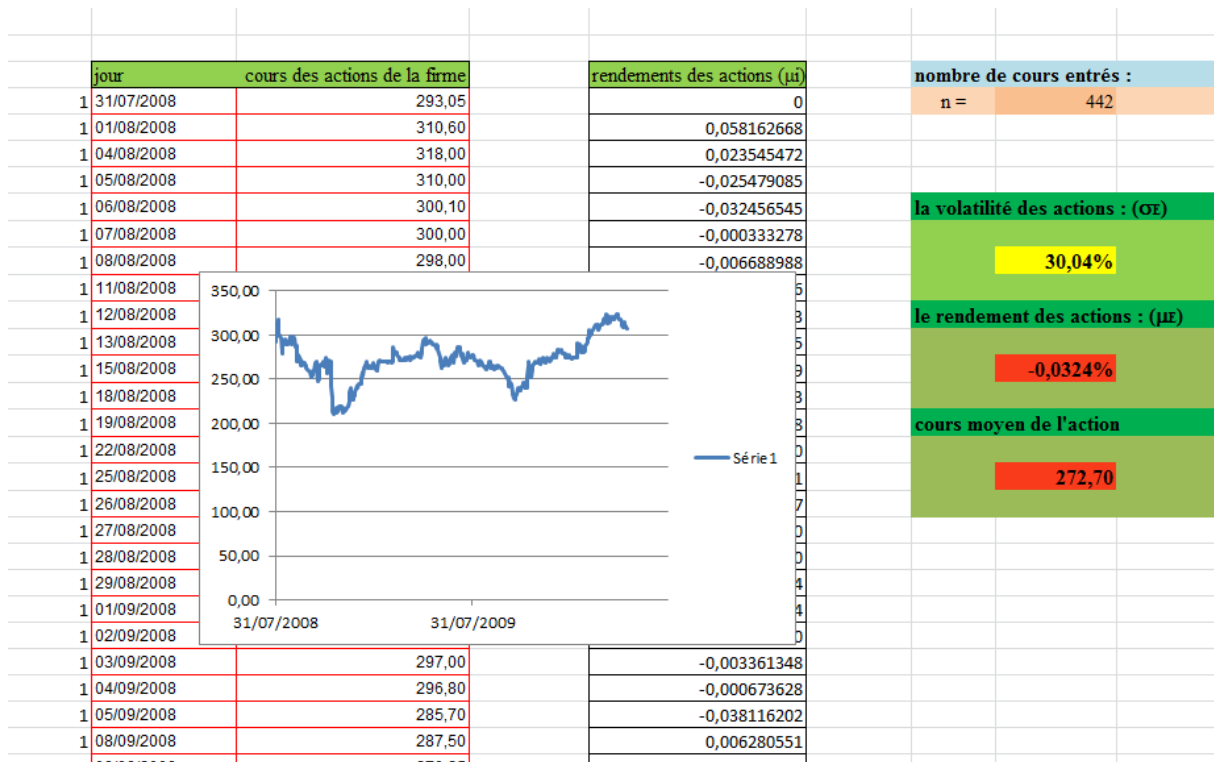


Figure 16: Estimation de la volatilité, du rendement et du cours moyen de l'action d'une société sur Excel

Le graphe de l'interface montre l'évolution du cours des actions, il permet donc de choisir la période la plus représentative de l'évolution.

II.2.2) Taux de recouvrement :

a) Taux de recouvrement global :

L'espérance du taux de recouvrement global et son écart type sont estimés historiquement en utilisant une série de taux de recouvrement d'un échantillon de sociétés appartenant aux différents secteurs qui ont fait défaut pendant une période donnée. Les instruments de défaut comprennent les obligations et les prêts bancaires.

Généralement, ce type de données est publiées par les agences de notations (Standard & Poor's par exemple)

En se basant sur l'étude de ces données historiques, et en absence de données marocaines, $E(L)$ et λ sont estimés respectivement par 0,5 et 0,3. Toutefois, l'utilisateur peut les changer s'il le juge nécessaire. Un $\lambda < 30\%$ est prévu pour le secteur financier en raison de la réglementation gouvernementale spécifique qui régit et contrôle ce secteur.

b) Taux de recouvrement spécifique :

Etant le taux de recouvrement sur une classe spécifique de la dette d'une entreprise (la classe des obligations dans notre cas), li est généralement fixé entre 40% et 50%. On a pris 50% comme valeur par défaut en laissant à l'utilisateur le droit de la changer.

II.2.3) Dette par action :

On a pris :

Dette par action = [(dettes CT + dettes LT) avec intérêts + 0,5*(dettes CT + dettes LT) sans intérêts] / le nombre d'actions

Description	Valeur	Monnaie
Dette à court terme portant intérêts :	49 619 049 500	MAD
Dette à long terme portant intérêts :	49 714 749 500	MAD
Dette à court terme ne portant pas intérêts :	91 777 845 000	MAD
Dette à long terme ne portant pas intérêts :	0	MAD
Nombre d'actions :	192 995 960	MAD

Figure 17: Détermination de la dette par action sur MBRM

II.2.4) Total dette de la société :

Total dette = (dettes CT + dettes LT) avec intérêts + (dettes CT + dettes LT) sans intérêts

II.2.5) Valorisation boursière :

Valorisation boursière = (prix de l'action à la date d'émission de l'obligation)*(nombre des actions de l'entreprise)

II.2.6) Estimation du rendement des actifs :

Utile dans le calcul de la probabilité de défaut de KMV en utilisant la formule mentionné dans la partie précédente :

$$\mu_A = (\mu_E * V_E - \text{Theta}(E) - 0,5 * \sigma_E^2 * V_A^2 * \text{Gamma}(E)) / (V_A * \text{Delta}(E))$$

N(d1) =	0,93
N(d2) =	0,89
valeur des actifs de l'entreprise (VA)	201 865 967 582,44
valorisation boursière de l'entreprise (VE)	59 249 759 720,00
σ_A =	0,0951000
μ_E	-0,00032380
valeur faciale de la dette (F)	191 111 644 000,00
taux sans risque (r)	0,04
maturité (T)	7,00
theta de l'action :	
theta(E) =	-8 482 240 337,96
Gamma de l'action :	
Gamma(E) =	0,00
Delta de l'action :	
Delta(E) =	0,93
le rendement des Actifs de l'entreprise :	
μ_A =	0,0272371

Figure 18: Estimation du rendement des actifs sur Excel

II.2.7) Estimation de la volatilité et de la valeur des actifs :

Après de cliquer sur le bouton « valider les valeurs », les données saisies se charge dans le fichier Excel, maintenant en peut estimer la volatilité des actifs et la valeur de l'entreprise en

$$\text{résolvant le système : } \begin{cases} V_E = V_A N(d_1) - e^{-rT} B N(d_2) \\ \sigma_E = \frac{V_A}{V_E} \phi(d_1) \sigma_A \end{cases} \quad \text{et} \quad N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy$$

$$\begin{cases} d_1 = \frac{1}{\sigma_A \sqrt{T}} \left(\ln\left(\frac{V_A}{B}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \sigma_A^2\right) T \right) \\ d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T} \end{cases}$$

Pour programmer la résolution²² de ce système, on a procéder de manière itérative comme suite :

²² Le programme VBA qui a été développé est cité en annexe :

II.2.8) Exemple de calcul :

Pour tester l'application, on s'est basé sur une base-test d'obligations de différentes maturités émises par différentes entreprises dans lesquelles la CDG a investi durant ces six dernières années. Alors fallait estimer le taux risqué (comme output primordial pour ce test) lié à chaque émission obligataire et le comparé au taux faciale qui a été appliqué.

Prenons un exemple d'une émission obligataire d'un groupe bancaire de la place coté en bourse:

date d'émission	29/06/2010
date d'échéance	29/06/2017
nominal de l'obligation	95 700 000
taux facial	4,78%

Pour déterminer les inputs de l'application pour pouvoir mener les calculs, on se situe dans la date d'émission de l'obligation, et chercher :

- Le taux sans risque (le taux de bons de trésor à 10 ans) qui a été appliqué dans cette date.
- Le résultat du 30/06/2010 de la société pour pouvoir en tirer les différentes dettes (CT et LT avec et sans intérêts, ...)
- L'historique des cours de bourse juste avant la date 29/06/2010.
- Ainsi que les inputs nécessaires au calcul.

Après la collecte des données, on élabore un tableau récapitulatif :

Tableau 4: tableau récapitulatif des donnée sur une entreprise lors d'une emission obligataire

	date d'évaluation	29/06/2010
	S0	307
1	nominal obligation	95 700 000
2	nombre d'action	192 995 960
	maturité	7
	Taux sans risque	4%

Etablissement de crédit

3	dette à vue	4 755 200 000,00
4	dette à terme	23 145 437 000,00

clientèle

5	à vue	87 022 645 000,00
6	à terme et autres	62 037 908 000

7	créances émis	4 677 161 000,00
8	Dettes subordonnées	9 377 593 000,00
0,5*(4+6+7+8) « hypothèse »	CT intérêts	49 619 049 500,00
1+0,5*(4+6+7+8) « hypothèse »	LT intérêts	49 714 749 500,00
3+5	CT sans intérêts	91 777 845 000,00
	LT sans intérêts	

Source : résultat financier téléchargé du site : www.stockproinfo.com
 taux d'intérêt sans risque d'après la courbe des taux de BAM
 l'historique des actions ainsi que la capitalisation boursière du site : www.casablanca-bourse.com

En plaçant l'historique des cours dans la feuille Excel correspondante, et en entrant tous les inputs dans l'application, on obtient :

Figure 20: Exemple de calcul pour le cas d'entreprise coté sur MBRM

Dans ce cas, le taux risqué estimé pour l'obligation émises par cette entreprise est de : $4\% + 0,87\% = 4,87\%$, tant-dis que le taux facial qui a été appliqué est de $4,78\%$.

On remarque qu'il n'y a pas de grande différence entre les deux taux, donc on peut considérer que le taux facial de l'obligation de cette entreprise renferme son risque de défaut, é la prime de risque qui a été accordée, càd le 0,78%, s'avère raisonnable.

III. Conclusion :

Ce chapitre s'articule selon deux axes: la conception et la réalisation de l'application informatique. Dans la première partie, on définit les besoins de la division de gestion de risque de la CDG, puis on fait une description des outils utilisés dans le développement du logiciel. La deuxième partie décrit le fonctionnement du logiciel.

Ce logiciel permet d'évaluer la prime de risque crédit, toutefois le rôle de l'être humain reste très grand, cela est dû essentiellement à la complexité de l'automatisation de l'évolution des entreprises, et la détermination des différentes inputs de l'application, ainsi que l'estimation de plusieurs paramètres non quantifiables (catastrophes naturelles, crises politiques, changement de la direction, etc.).

Chapitre 8: Stress testing de l'application

Dans les tests des logiciels, stress testing se réfère à des tests qui déterminent la robustesse de l'application en l'exposant à des scénarios de test au-delà des limites de fonctionnement normal.

Les tests de stress essaient de mettre davantage l'accent sur la robustesse, la disponibilité et la gestion des erreurs sous une charge lourde ou sous des cas extrêmes, que sur ce qui serait considéré un comportement correct dans les circonstances normales.

Dans nos tests, on va se limiter aux entreprises cotées en bourse, car plus de 90% du portefeuille obligataire de la CDG est issu d'entreprises cotées. Et on va se focaliser sur la prime de risque CreditGrade, car c'est l'output le plus important pour cette catégorie d'entreprises.

Pour effectuer de tels tests, on a considéré un exemple basé sur une émission obligataire d'une entreprise marocaine pas trop endettée avec une volatilité des actifs pas très considérable, avec de petits ajustements près sur les données de cette entreprise.

Les inputs sont regroupés dans le tableau suivant :

Tableau 5 : Inputs concernant un exemple d'émission obligataire (société cotée)

taux sans risque	4%
nominal obligation	80 000 000
maturité	7
S0	300
dette CT intérêts	200 000 000
dette LT intérêts	200 000 000
dette CT intérêts	50 000 000
dette CT intérêts	50 000 000
nombre d'action	1 000 000
Dette par action	450
S0/D	0,66
R	50%
E(L)	50%
λ	30%
volatilité des actions	30%
cours moyen de l'action	270
rendement moyen de l'action	-0,3

Ces input, tel qu'ils sont, donnent une prime de risque de 55 pbs (càd un taux risqué de 4,55%), qui est proche de la valeur faciale qui a été appliqué (4,60%)

1. Effet de la volatilité de l'action :

On prend une série de volatilités de 0,5% à 70% en gardant les autres inputs sans changement, et on calcule la série des primes de risque associée. Les résultats sont représentés dans le graphique suivant :

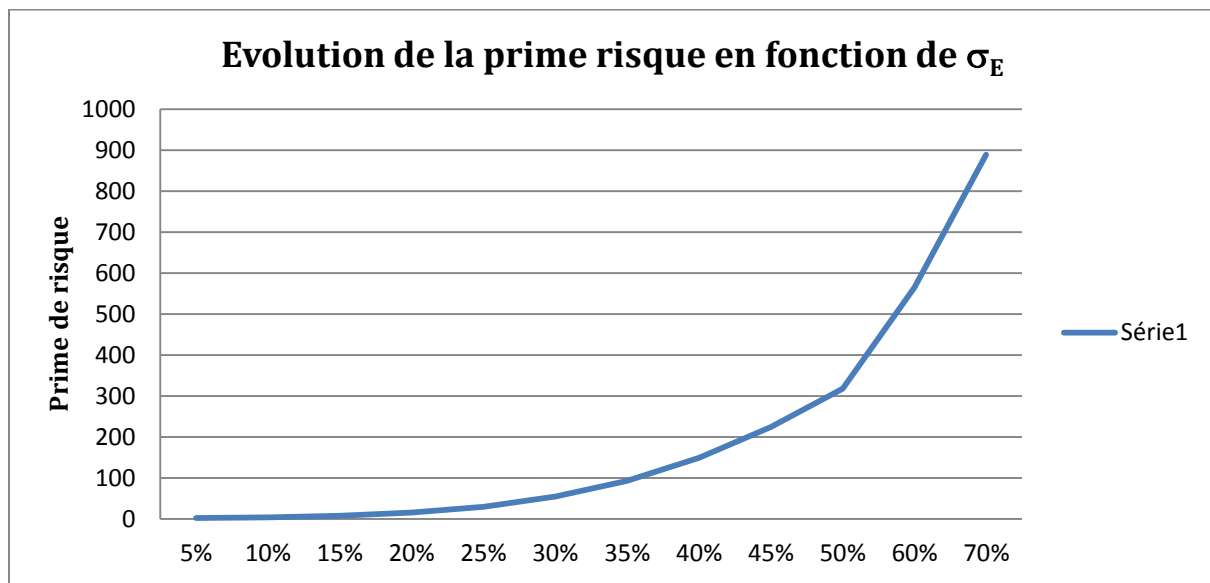


Figure 21: Evolution de la prime risque avec valeur de la volatilité de l'action

La figure 20 montre que la prime de risque augmente lorsque la volatilité augmente, en effet l'augmentation de la volatilité des actifs d'une entreprise signifie que son risque augmente, ce qui induit l'augmentation de la prime de risque.

Et pour les cas extrêmes (70%, 80%,...), la prime de risque est très grande (plus de 10%)

2. Effet du niveau d'endettement de l'entreprise

Pour ce fait, on considère le ratio S0/D (la part du prix de l'action dans la dette par action).

On prend une série de D :

1200	600	400	300	200	150	120	100	85	75	66	50	38	30
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----	----	----	----	----

On garde S0 et on calcule la prime de risque associée à la série des S0/D suivante :

0,25	0,5	0,8	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	8	10
------	-----	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	---	---	---	----

On obtient le graphique :

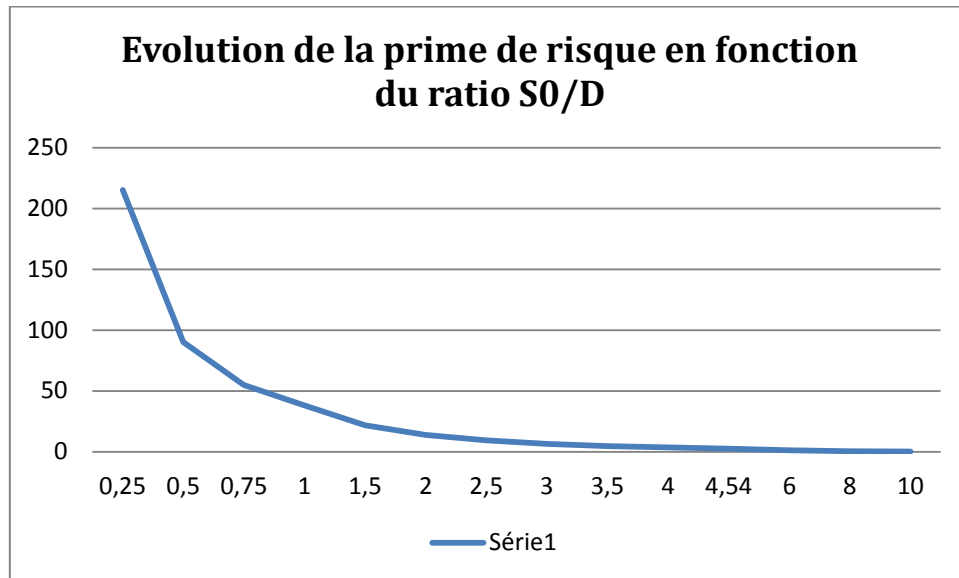


Figure 22: Evolution de la prime de risque avec la dette

La figure 21 montre que la prime de risque de crédit diminue en fonction du nominale de la dette, ce qui est logique puisque les difficultés financières des entreprises augmentent lorsque son endettement augmente, tant que les difficultés financière de l'entreprise augmente, il y a plus de risque de remboursement de la dette, donc la prime sur ce risque est aussi grande.

Et pour les cas extrêmes, càd entreprises trop endettées ($D=3300 = 11 \cdot S_0$) ou peu endettées ($D=10$), la prime de risque est respectivement considérable (695,2187 pbs), ou négligeable (0,000 pbs) ce qui est en concordance avec l'état normal.

3. Effet de la maturité :

On prend une série de maturité de 1 à 40 ans et on calcul la série des prime de risque correspondantes, on obtient alors :

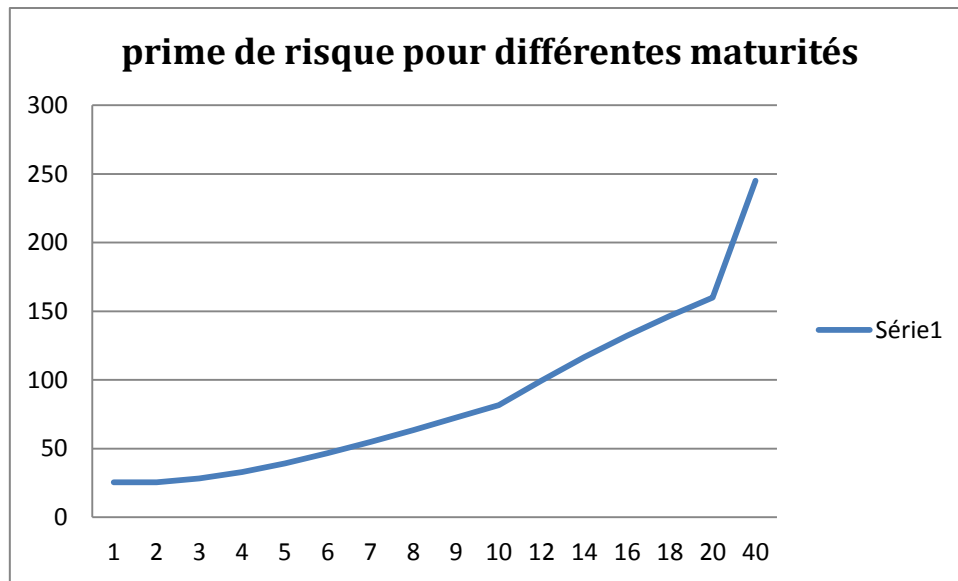


Figure 23: prime de risque pour différentes maturités

La figure 22 montre que la prime de risque de crédit augmente avec la maturité de l'obligation, ce qui est logique puisque avec le temps, la probabilité que l'entreprise aille des difficultés financières augmente.

Pour les cas extrêmes, courtes maturités (1ans), respectivement long maturités (40ans), la prime de risque est très petite (25pbs) respectivement grande (244pbs).

4. Effet du taux de recouvrement spécifique :

On prend une série de taux de recouvrement spécifique (R) de 1% à 100%, on calcul les prime associé, ce qui nous donne :

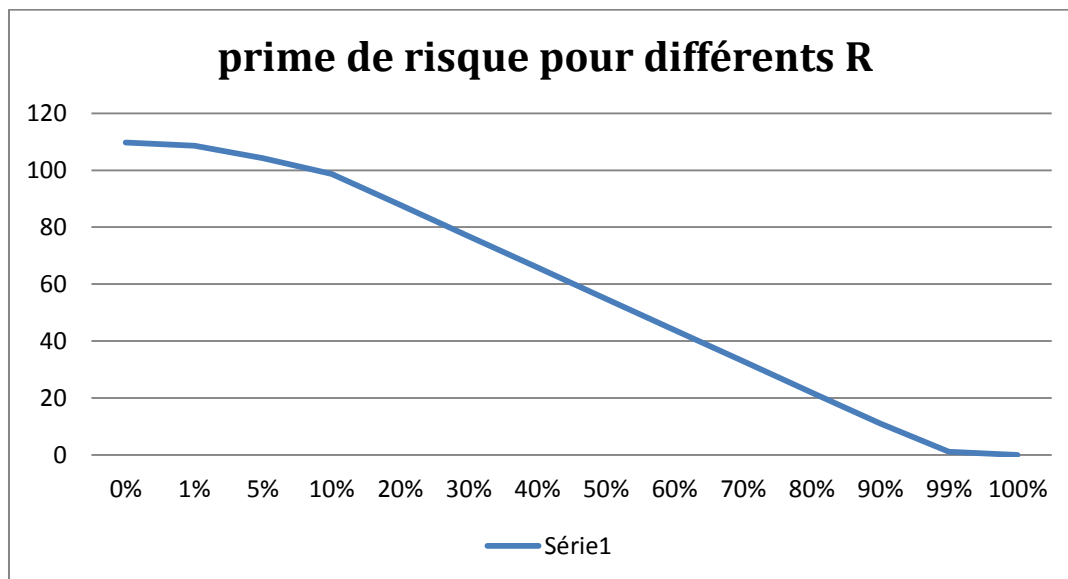


Figure 24: Evolution de la prime de risque avec le taux de recouvrements spécifiques

La prime de risque diminue avec l'augmentation du taux de recouvrement spécifique, ce qui est normal car si on sait que l'entreprise recouvre une grande part de ces emprunts obligataires, alors le risque qu'elle ne nous rembourse pas est minime, ce qui engendre une prime de risque petite.

5. Effet du taux d'intérêt sans risque :

On prend une série de taux d'intérêt de 0,5% à 15% et on calcul la série des prime de risque correspondantes, on obtient alors :

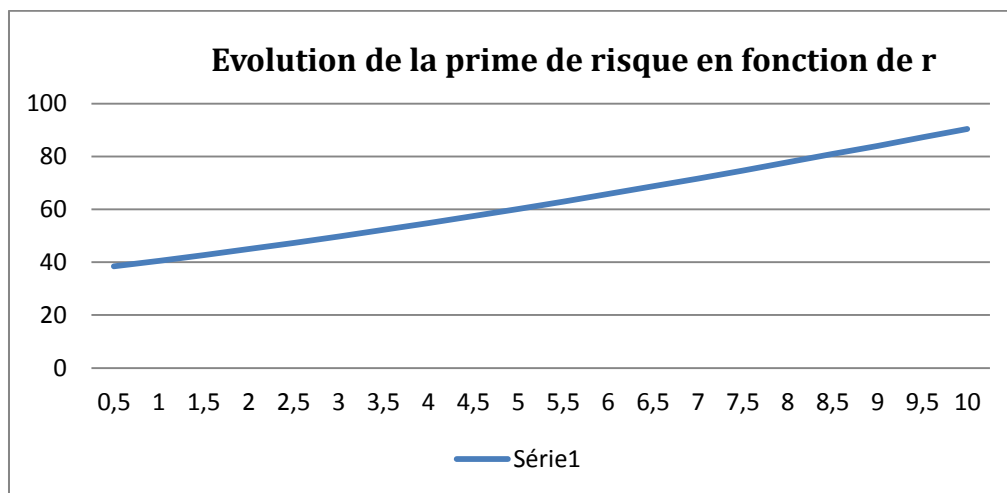


Figure 25: Evolution de la prime de risque avec le taux d'intérêt sans risque

La figure 24 montre que la prime de risque de crédit augmente avec le taux d'intérêt sans risque, cela reste aussi valable aussi pour les cas extrêmes de taux d'intérêt (20% donne 159 pbs ; 30% donne 219 pbs)

Mais, l'augmentation de la prime de risque lors de la variation du taux d'intérêt sans risque par 0,5% ne dépasse pas les 3,3pbs. Ce qui veut dire que la prime de risque n'est pas fortement corrélé avec taux sans risque. Et puisque les taux sans risque ne varient pas d'une façon considérable sans influencer le comportement d'endettement des entreprises, alors la prime de risque n'est pas très affectée par ce constat.

6. Scénarios combinés :

On a aussi combiné plusieurs cas extrêmes d'input en même temps pour voir le comportement de l'application, par exemple :

- Entreprise très endettée (dette par action de 3800) avec des actions très volatile (60%) : on enregistre une prime estimée de 1330 pbs, ce qui est logique en voyant la situation financière de cette entreprise.

- Entreprise très endettée (dette par action de 3800) avec des actions très volatile (60%) et une maturité très grande (40ans): on enregistre une prime estimée de 4842 pbs.
En augmentant de plus la maturité, l'exposition au défaut augmente, la prime doit augmenter alors.
- Si de plus on ajoute que le taux de recouvrement est de 10%, la prime de risque explose et devient 9249pbs, ce qui est normal.

7. Conclusion

Au cours de ce chapitre, on a essayé de tester la robustesse de l'application élaborée lors de notre projet, en analysant son comportement vis-à-vis plusieurs inputs et en l'exposant à plusieurs scénarios extrêmes et rares où on a constaté que les résultats suivent la logique normale des faits, et on n'a pas enregistré aucune anomalie et aucun résultat non significatif.

CONCLUSION :

Malgré les énormes progrès qui ont été faits depuis quelques années sur le risque crédit, il reste beaucoup de chemin à faire, et beaucoup d'améliorations doivent être apportées aux nombreux modèles de calcul du risque de crédit, aux méthodes d'évaluation des probabilités de défaut, etc.

Un problème inévitable est le manque d'information flagrant sur les composantes du risque de crédit. On remarque que plusieurs modèles ou méthodes pour calculer soit le risque de crédit soit les pertes agrégées par exemple sont très difficiles à cause de ce manque d'information.

Au terme de notre stage, on a pu balayer les différentes approches de gestion de risque de manière générale, avec plus de précisions en ce qui concerne les modèles structurels de risque de crédit ; on a vu que le modèle de base est celui de Merton, le premier qui a posé des hypothèses sur la valeur des actifs de la firme et profité des résultats de Black and Scholes pour calculer la prime de risque, ensuite on a entamé ses extensions, à savoir le modèle K.M.V dans lequel ses auteurs ont pu approcher les quantités inobservables telles que la valeur des actifs V_A et leurs volatilité σ_A par la valorisation boursière V_E et la volatilité des actions σ_E qui sont des grandeurs déterminées de manière assez aisée sur le marché, contournant ainsi les limites du modèle de Merton en supposant que le défaut peut survenir à tout instant, ce modèle sert de base pour le logiciel développé par la société Moody's ; Moody's K.M.V Riskcalc.

Le modèle CreditGrade développé par CreditMetrics est un modèle, lui aussi, assez robuste qui suppose que le point de défaut ne peut être considéré comme un point constant, mais une variable aléatoire qui va servir pour le calcul de la probabilité de survie de l'entreprise en risque de défaut, et par suite, en se basant sur une comparaison avec les contrats CDS, on peut conclure une formule close du spread de taux.

Notre outil informatique a donné des résultats acceptables dans le calcul, en comparaison avec les primes de risque suggéré par certains clients-exemples de la CDG, même si la qualité des inputs, qui est primordiale, n'a pas été tellement satisfaisante. On a essayé d'estimer les paramètres de nos modèles de la manière la moins biaisée, surtout en ce qui concerne le modèle K.M.V avec son système non linéaire.

La gestion des risques crédit doit s'intégrer dans le cadre du projet d'entreprise de la CDG, que ça soit via une notation interne solide ou des modèles structurels poussés, par le biais d'allocation des ressources (humaines, logistiques, et financières) nécessaires pour assurer la maîtrise de l'analyse crédit des actifs gérés.

Bibliographie / Webographie

BIBLIOGRAPHIE

- François-Éric RARICOT et Raymond THEORET : Finance Computationnelle et gestion des risques, 2006
- John HULL : Options, futures et autres actifs dérivés, 6^e édition, 2007
- La gestion des risques dans les banques ; BERNARD Keizer
- Eric MANCHON : Analyse bancaire de l'entreprise, 5^e édition, ECO NOMICA, 2001
- Nicolas LEBOISNE : Mathématiques financières et gestion des risques
- Sylvain ZEGHNI : Management du risque.
- christophe J.Godlewski : Modélisation de la prévision de défaillance de la banque : une application aux banques des payes émergents.
- Hayette Gatfaoui : Risque de Défaut et Risque de Liquidité : Une Etude de Deux Composantes du Spread de Crédit
- Christopher C. Finger: CreditGrade technical document, RiskMetrics, Group, Inc.
- Steve Ambler : ECO 6080 : Economie financière : L'efficacité des marchés financiers; Département des sciences économiques à l'école des sciences de la gestion Université du Québec à Montréal.
- Default Forecasting in KMV by Yuqian (Steven) Lu.
- Article : de l'évaluation du risque de crédit par François-Éric Racicot et Raymond Théoret
- Article : Le marché des *Credit Default Swap* (CDS) par Antoine Bouveret
- Article : 30 ans de modèles structurels de risque de défaut par Franck Moraux et Olivier Renault

Mémoires:

- Isna HIRCHE : Conception et Mise en Place d'un Système de Notation Interne Selon les Approches Avancées de Bâle II, EMI
- Abdellah RIFFI et Omar BELGANACHE : Elaboration d'un modèle de notation interne des PME dans le cadre de l'approche IRBF de la réglementation de Bâle II, INSEA, 2009
- Stratégies de gestion obligataire et choix de benchmark : ENCG Agadir
- Produits dérivés de crédit sur panier d'obligations et copules pour modéliser la dépendance, HEC Montréal
- Chloé Blanchard : Utilisation de la méthode affine pour l'évaluation du risque crédit et comparaison avec les méthodes classiques, université LOUIS PASTEUR STRASBOURG, 2007/2008

Cours

- Y. EL QALLI : Modèles Mathématiques de la Finance : cours de l'INSEA, Décembre 2010
- Y. EL QALLI : Econométrie de la finance, Le modèle d'évaluation des actifs financiers, cours de l'INSEA, Octobre 2010
- A.ABDELLAOUI : Simulation, cours de l'INSEA
- Thierry RONCALLI : Introduction à la Gestion des Risques, cours ENSAE, Groupe de Recherche Opérationnelle Crédit Lyonnais

WEBOGRAPHIE

- www.casablanca-bourse.com
- www.cdg.ma
- www.kmv.com
- www.standardandpoors.com/RatingsActions
- www.moody.com
- www.bis.org
- www.rbnz.govt.nz/banking/regulation
- www.bkam.ma

Annexes

Annexe 1 : probabilité de défaut maximal de KMV

This default probability does not represent the actual default probability of a firm. Since the underlying asset is risky, the firm value is not drift at the risk-free interest rate r . In order to get an objective default probability; we need to replace the risk-free interest rate r by the expected return on the firm's asset μ_A . then we have:

$$N(-DD) = N\left(-\frac{\ln\left(\frac{V_A^0}{D}\right) + \left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)t}{\sigma_A\sqrt{t}}\right)$$

To evaluate the expected return on the firm's asset μ_A , we can use equation (20)

$$\left(\frac{1}{2}\sigma_A^2V_A^2\frac{\partial^2V_E}{\partial V_A^2} + \frac{\partial V_E}{\partial t} + \mu_A V_A\frac{\partial V_E}{\partial V_A}\right) = \mu_E V_E$$

In reality the drift is higher than the risk-free interest rate on the return of the firm's asset, in despite of the same diffusion in both objective and risk-neutral distribution of the value of the firm's asset. In fact, risk-neutral probability serves as an upper bound to objective default probability.

Annexe 2: Dette par action

Ce ratio est calculé à partir des données des états financiers, qui sont tirés de la base de données d'une agence de notation ou équivalent. Ce ratio est la dette total de l'entreprise divisée par le nombre des actions émises.

La dette totale est calculée de la façon suivante :

Dette totale = Dette à court terme + Dette à long terme + 0.5 x Autres dettes à court terme + 0.5 x Autres dettes à long terme + 0 x Comptes payables.

La dette à court terme et la dette à long terme sont composées de la dette à court et long terme portant intérêt, dont notamment les obligations, les prêts et les découverts bancaires. Les autres dettes à court terme et autres dettes à long terme sont composées des dettes ne portant pas intérêts tels que les impôts à payer et le passif découlant du régime de retraite. Dans ce cas les comptes autres dettes à court et long terme sont incluses à 50% et les comptes payables sont exclus du calcul de la dette puisqu'ils ne participent pas au niveau d'endettement de la firme.

Les dettes d'une filiale sont consolidées à 100% même si la société mère ne détient pas la totalité de la filiale. Pour ajuster ceci, il est supposé que la société filiale a un ratio de dette par action k on considère alors que :

$$\text{Dette minoritaire} = k \times \text{Intérêt minoritaire dans filiale}$$

Le nombre d'actions émises est calculé de la façon suivante:

$$\text{Nombre d'actions} = \text{Actions classiques} + \text{Actions privilégiées};$$

Où

$$\text{Actions classiques} = \text{Capitalisation boursière} / \text{Prix d'action};$$

Et

$$\text{Actions privilégiées} = \text{équité privilégiée} / \text{Prix d'action}$$

Enfin

$$\text{Dette par action} = \text{Dette totale} / \text{Nombre d'actions}$$

Annexe 3 : Exemple d'un CDS

Le 1er mars 2007, deux entreprises signent un CDS sur un montant notionnel de 100 M\$ d'obligations sur 5 ans, soit un million d'obligations cotées à 100 \$ le jour de la transaction. L'acheteur s'engage à payer 90 pdb (point de bases) pour être protégé contre le défaut de l'entité de référence.

Si celle-ci ne fait pas défaut, l'acheteur ne reçoit rien mais paye, chaque 1er mars des années 2008 à 2012, 900 000\$ (0,9% du total)

Si un aléa de crédit survient le 1er septembre 2010, le dénouement du CDS a lieu soit à un paiement en cash, soit à la livraison du sous-jacent :

- Dénoûement en cash : le vendeur s'engage à payer à l'acheteur $(100-Z)\%$ de 100 M\$ où Z représente la valeur de l'obligation de référence, cotée à une date ultérieure à l'aléa de crédit. si après l'aléa de crédit, le cours de l'obligation vaut 35 \$, le vendeur versera donc 65 M\$ à l'acheteur.
- Dénoûement par livraison du sous-jacent : l'acheteur a le droit de livrer les obligations de référence pour une valeur de 100 M\$ du vendeur.

Annexe 4 : la formule du spread d'un CDS²⁴

In this appendix we derive the close-form price formula for a CDS within the context of the closed-form asset based model.

We have that the survival probability up to time t is:

$$P(t) = N\left(-\frac{A_t}{2} + \frac{\ln(d)}{A_t}\right) - d \times N\left(-\frac{A_t}{2} - \frac{\ln(d)}{A_t}\right)$$

$$\text{avec } d = \frac{V_0 e^{\lambda^2}}{LD}$$

$$A_t = \sqrt{\sigma^2 t + \lambda^2}$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-y^2/2} dy$$

The probability density function, for the default time is defined as:

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$$

So that the cumulative default probability up to time t is given by:

$$1 - P(0) + \int_0^t dsf(s)$$

Consider a CDS with maturity t and a continuous spread c . the discounted expected loss payments for the CDS are given by:

$$(1 - R) \left[1 - P(0) + \int_0^t dsf(s)e^{-rs} \right]$$

Where R is the asset specific recovery rate and r is the default –free discounted rate.

The discounted expected spread payments are given by:

²⁴ Source: CreditGrades technical document

$$c \int_0^t ds P(s) e^{-rs}$$

The price of the CDS is given by the difference of the discounted spread and loss payments:

$$CDS = (1 - R) \left[1 - P(0) + \int_0^t ds f(s) e^{-rs} \right] - c \int_0^t ds e^{-rs} P(s)$$

We can write this equation as:

$$CDS = (1 - R)(1 - P(0)) - \frac{c}{r} (P(0) - P(t)e^{-rt}) + \left(1 - R + \frac{c}{r}\right) \int_0^t ds f(s) e^{-rs} \quad (9)$$

It turns out that there is a closed form expression for the integral in this equation

$$\int_0^t ds f(s) e^{-rs} = e^{\frac{r\lambda^2}{\sigma^2}} \left[G\left(t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2}\right) - G\left(\frac{\lambda^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (10)$$

The function $G(u)$ is given by²⁵:

$$G(u) = d^{z+\frac{1}{2}} \phi\left(-\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{u}} - z\sigma\sqrt{u}\right) + d^{-z+\frac{1}{2}} \phi\left(-\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{u}} + z\sigma\sqrt{u}\right)$$

And $z = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2r}{\sigma^2}}$. Combining (9) and (10), we have:

$$CDS = (1 - R)(1 - P(0)) - \frac{c}{r} (P(0) - P(t)e^{-rt}) + \left(1 - R + \frac{c}{r}\right) e^{r\xi} (G(t + \xi) - G(\xi))$$

With $\xi = \lambda/\sigma^2$. We find the par spread c^* that makes the CDS price equal to zero:

$$c^* = r(1 - R) \frac{1 - P(0) + H(t)}{P(0) - P(t)e^{-rt} - H(t)}$$

Where $H(t) = e^\xi (G(t + \xi) - G(\xi))$

²⁵ See Rubinstein and Reiner (1991).

Annexe 5: Table simple de primes de risque de CreditGrade

The table below displays CreditGrade's spreads for a variety of stock-to-debt (S_0/D) ratios and equity volatility levels. In all cases, we have used the standard CreditGrade assumptions of $\bar{L} = 0,5$; $\lambda = 0,3$ et $R = 0,5$ and a maturity of $T = 5$ years, also, an interest rate of 5%.

Tableau 6: Table simple de primes de risque de CreditGrade

$\frac{S_0}{D}$	Equity volatility percent													
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	
0,5	55	85	125	175	232	297	367	441	520	602	687	774	865	
1	8	22	46	82	130	188	253	326	403	486	572	662	755	
1,5	2	8	22	48	85	134	193	260	333	412	495	583	675	
2	1	3	12	30	59	101	153	214	283	358	438	523	612	
2,5	0	2	7	20	43	78	124	180	244	315	392	474	561	
3	0	1	4	13	32	62	103	154	214	282	355	434	518	
3,5	0	0	3	9	24	50	86	133	190	254	325	401	483	
4	0	0	2	7	19	41	73	117	169	230	298	373	452	
4,5	0	0	1	5	15	34	63	103	152	211	276	348	425	
5	0	0	1	4	12	28	55	91	138	194	257	326	401	
5,5	0	0	1	3	10	24	48	82	126	179	240	307	381	
6	0	0	0	2	8	20	42	74	115	166	224	290	362	

Source: CreditGrades technical document

Annexe 6 : Coefficient de sensibilité au risque :

$$\beta_{CP} = \beta[1 + (1 - f) \frac{Dette_0}{V_0}]$$

Sachant que :

β : bêta endetté de la société

β_s : bêta désendetté du secteur

f = taux d'impôts sur les sociétés

$Dette_0$: dette financière nette en année 0

V_0 : part de la valeur de l'activité revenant aux actionnaires en année 0

Annexe 7 : Extrait de la feuille de calcul (Merton et KMV)

Modèle de Merton			
Cas des sociétés Non Cotées en bourse :		Cas des sociétés Cotées en bourse :	
valeur des actifs de la firme (VA)	5 000	valorisation boursière (VE)	98000
valeur faciale de la dette (F)	2 910	valeur des actifs de la firme (VA)	99 746
Maturité (T)	10	valeur faciale de la dette (F)	2 910
taux sans risque (r _f)	5,00%	Maturité (T)	10
Volatilité des Actifs (σ _A)	30,00%	taux sans risque (r _f)	5,00%
		Volatilité des Actifs (σ _A)	22,31%
le calcul de d1 et d2 de la formule B&S			
d1 =	1,572	d1 =	6,070
d2 =	0,623	d2 =	5,365
le calcul de N(d1) and N(d2)			
N(d1) =	0,9420	N(d1) =	1,0000
N(d2) =	0,7334	N(d2) =	1,0000
La valeur de marché de la dette ou la valeur de la dette risquée :			
B =	1584,439528	B =	1 746
Le taux de rendement de l'obligation risquée :			
r _B	6,08%	r _B	5,11%
Probabilité de défaut			
PD = N(-d2)	0,266553903	PD = N(-d2)	4,05532E-08
la prime de risque ou Le spreade de taux de l'obligation:			
prime de risque :	107,92 Pbs	prime de risque :	10,83 Pbs

Figure 26: Extrait de la feuille de calcul du Modèle de Merton

Modèle KMV			
valorisation boursière (VE)	98000		
valeur des actifs de la firme (VA)	99 746		
valeur faciale de la dette (F)	2 910		
Maturité (T)	10		
taux sans risque (r _f)	5,00%		
En considérant que la distribution de probabilité de la valeur des actifs de la firme est lognormal			
Cas des sociétés Cotées en bourse :		Cas des sociétés Non Cotées en bourse :	
Le rendement des Actifs(μ)	-0,014%	Le rendement des Actifs (μ)	9,33%
la volatilité des Actifs (σ _A)	22,31%	la volatilité des Actifs (σ _A)	30,00%
$DD = [\ln(VA/F) + (\mu - 0,5 * \sigma_A^2) * T] / (\sigma_A * T^{0,5})$			
DD=	4,6540	DD=	4,2351
probabilités de défaut	0,0002%	probabilités de défaut	0,0011%

Figure 27: Extrait de la feuille de calcul du Modèle de Merton-KMV

Annexe 8 : table Moody's KMV empirique des probabilités de défaut :

Tableau 7:table Moody's KMV empirique des probabilités de défaut

Distances au Défaut empirique	Nombre d'entreprises	Nombre d'entreprises défailtantes	probabilité de défaut empirique
0,25	550	99	0,18
0,5	490	85	0,173469388
1	1900	260	0,136842105
1,25	2435	240	0,098562628
1,5	3700	205	0,055405405
1,75	2990	105	0,035117057
2	5612	169	0,030114041
2,5	4488	53	0,011809269
3	8500	26	0,003058824
3,5	7455	5	0,000670691
4	3500	2	0,000571429
6	1245	1	0,000803213
10	320	0	0
25	675	0	0
>25	247	0	0

Source : Moody's KMV

Annexe 9: Programme VBA pour le calcul de la prime de risque CreditGrade

Function Spread(S, SEGA, DPS, T, RecSP, r, RecGlobal, SEGBar)

```
'*****
'Dim S 'prix des actions de l'entreprise au moment de l'évaluation ( S0)
'Dim SEGA 'Volatilité des actifs de l'entreprise ( SEGMA(A) )
'Dim DPS 'dette par action ( D)
'Dim T 'La maturité ( en années)
'Dim RecSP 'taux de recouvrement spécifique ( R )
'Dim r 'taux sans risque
'Dim RecGlobal 'taux de recouvrement globale de l'entreprise ( E(L) )
'Dim SEGBar 'Ecart type du taux de Recouvrement moyen en cas de défaut (
lambda)

Dim Probdefaut 'Probabilité de défaut
```

```

Dim Sref 'temp variable
Dim d 'temp var
Dim A 'temp var
Dim z 'temp var
Dim xi 'temp var

Dim Ht 'temp var
Dim P0 'temp var
Dim Pt 'temp var
Dim A0 'temp var
Dim Gxi 'temp var
Dim Gtxi 'temp var

'*****

Sref = S
d = Exp(SEGBar * SEGBar) * (S + DPS * RecGlobal) / (DPS * RecGlobal)
A = Sqr(SEGA * SEGA * T + SEGBar * SEGBar)
z = Sqr(0.25 + 2 * r / (SEGA * SEGA))
xi = SEGBar * SEGBar / (SEGA * SEGA)
Gxi = d ^ (z + 0.5) * Application.WorksheetFunction.NormDist(-Log(d) / SEGA / Sqr(xi) - z * SEGA * Sqr(xi), 0, 1, True)
Gxi = Gxi + d ^ (-z + 0.5) * Application.WorksheetFunction.NormDist(-Log(d) / SEGA / Sqr(xi) + z * SEGA * Sqr(xi), 0, 1, True)
Gtxi = d ^ (z + 0.5) * Application.WorksheetFunction.NormDist(-Log(d) / SEGA / Sqr(T + xi) - z * SEGA * Sqr(T + xi), 0, 1, True)
Gtxi = Gtxi + d ^ (-z + 0.5) * Application.WorksheetFunction.NormDist(-Log(d) / SEGA / Sqr(T + xi) + z * SEGA * Sqr(T + xi), 0, 1, True)
Ht = Exp(r * xi) * (Gtxi - Gxi)
A0 = SEGBar
P0 = Application.WorksheetFunction.NormDist(-A0 / 2 + Log(d) / A0, 0, 1, True) - d * Application.WorksheetFunction.NormDist(-A0 / 2 - Log(d) / A0, 0, 1, True)
Probdefault = 1 - (Application.WorksheetFunction.NormDist(-A / 2 + Log(d) / A, 0, 1, True) - d * Application.WorksheetFunction.NormDist(-A / 2 - Log(d) / A, 0, 1, True))
Pt = 1 - Probdefault
Spread = r * (1 - RecSP) * (1 - P0 + Ht) / (P0 - Pt * Exp(-r * T) - Ht)

End Function

```

Annexe 10 : Programme VBA pour la résolution du système non linéaire de V_A et σ_A

```
Sub valeurActif()  
Feuill1.Range("B24").Value = 0.01  
Feuill1.Range("B23").Value = Cdbl(Feuill1.Range("B7").Value)  
Dim precision As Double, res As Double, but As Double, d As Long  
precision = 0.0001  
d = 1 / precision  
res = Feuill1.Range("E21").Value  
but = Feuill1.Range("B8").Value  
While (res * d) < (but * d)  
Feuill1.Range("B24").Value = Cdbl(Feuill1.Range("B24").Value) + precision  
Feuill1.Range("E17").GoalSeek Goal:=0, ChangingCell:=Feuill1.Range("B23")  
res = Feuill1.Range("E21").Value  
Wend  
End Sub
```