



المندوبية السامية للتخطيط
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC

*_*_*_*_*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

*_*_*_*_*_*_*_*_*

INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA



Projet de Fin d'Etudes

Modélisation de la structure par terme des taux & Mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire au sein de la CMR

Préparé par : **Mlle Imane EL GHAZA**

Sous la direction de : **M. Yacine ELQALLI (INSEA)**

M. Fouad BOUKHNIF (CMR)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : ACTUARIAT-FINANCE

Devant le jury composé de :

- **M. Yacine ELQALLI (INSEA)**
- **M. Fouad MARRI(INSEA)**
- **M. Fouad BOUKHNIF(CMR)**

Juin 2013

N°16

Résumé

Le marché obligataire marocain est un marché très particulier de par sa structure, son mode de fonctionnement et sa volumétrie. Le facteur traduisant la dynamique de ce marché contrôlé presque entièrement par l'Etat, est le taux d'intérêt.

D'un point de vue macroéconomique, le taux d'intérêt à court terme est un instrument de la politique monétaire sous le contrôle direct de la banque centrale. Du point de vue des finances, les taux longs sont des moyennes pondérées des taux courts futurs attendus. Ainsi, comme illustré par de nombreuses recherches récentes, la modélisation de la structure par terme des taux constitue un élément crucial de l'évaluation des actifs financiers, elle constitue aussi actuellement une priorité pour les gérants des portefeuilles, plus particulièrement ceux de la CMR. C'est pour cette raison que le présent travail fait l'objet d'une thématique qui a pour but principal la modélisation de la structure par terme des taux du marché financier marocain.

Ainsi, ce travail décomposé en deux parties traitera dans un premier temps les aspects économiques de la structure par terme des taux et déterminera dans un second temps les facteurs de déformation de cette structure à l'aide d'une analyse factorielle. Pour finalement essayer d'estimer cette structure complexe via des modèles économétriques de diverses classes.

L'apport secondaire de ce travail est la mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire dont les fonctionnalités se réduisent principalement à la réalisation des prévisions de la courbe des taux et l'analyse par scénario.

Mots clés : structure par terme, modélisation, gestion obligataire

Dédicace

**Je dédie ce modeste travail à toutes les personnes qui m'ont porté conseil et soutenu
durant toute la période de stage.**

A mon encadrant M. Fouad BOUKHNIF

Je suis très sensible à tout ce que vous avez bien voulu me consentir

Je souhaite que vous trouviez dans ce travail l'expression de mon profond respect

A mon professeur M. Yacine ELQALLI

Pour son assistance et sa patience

**A mes parents pour le soutien, l'encouragement, l'amour et l'aide qui m'ont porté tout
au long de mon chemin vers l'accomplissement de ma légende personnelle.**

A mes frères, mes sœurs & mon beau-frère pour leur tendresse, leur confiance et leur respect.

A mes oncles AZIZ Houssine & AZIZ Yahya

Pour leur croyance en mes capacités et mes ambitions

A mes amis et ma famille

Je vous aime tous et j'espère que vous seriez toujours fiers de moi.

Remerciements

Au terme de ce travail, je tiens tout d'abord à présenter mon éloge à tous les gens qui m'ont soutenu et qui m'ont aidé à s'engager dans un stage couronné de succès.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude et mon profond respect à mon professeur M. Yacine ELQALLI pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'encadrer ce travail.

Je tiens également à exprimer mes honnêtes compliments, mes vifs remerciements et ma profonde reconnaissance au chef du Pôle de Gestion de Portefeuille M. Jaber KHAMLICHI pour m'avoir accepté au sein de son service, ainsi que pour l'assistance qu'il m'a accordée pendant la période de stage.

Je remercie infiniment M. Fouad BOUKHNIF pour son encadrement et sa participation avec dévouement à l'élaboration de ce travail.

Je remercie aussi M. Slimane KABIRI, M. Réda Ibenrakkan, M. Mustapha LEKHEL et M. Anass KARINE, pour leurs conseils et leur soutien.

Sans oublier de remercier le corps professoral et le personnel administratif de notre chère école INSEA, spécialement M. Fouad MARRI et M. TOUHAMI, pour l'assistance et l'encouragement qui nous accordent au cours de la période de notre formation.

Table des matières

Résumé.....	4
Dédicace.....	5
Remerciements	6
Liste des abréviations	9
Liste des figures.....	10
Liste des tableaux & graphiques.....	11
Introduction générale	12
Partie 1 : Cadrage du Projet de Fin d'Etudes	14
Chapitre I : Présentation du contexte de stage.....	14
I.1. Aperçu général sur le marché financier marocain	14
I.2. Présentation de l'organisme d'accueil	20
Chapitre II : Aspects économique de la structure par terme des taux	27
II.1. Notions de taux d'intérêt	27
II.2. Les approches traditionnelles de la structure par terme	29
II. 3. Structure par terme des taux	32
Partie 2 : Modélisation de la structure par terme des taux & mise en place d'un outil d'aide à la décision	40
Chapitre I : Modélisation de la structure par terme des taux.....	42
I.1. Méthodes de reconstitution de la courbe ZC	42
I.2. Analyse statistique de la structure par terme des taux.....	44
I.3. Modélisation de la courbe des taux	52
Chapitre II : Mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire.....	72
I.1. Notions & définitions	72
I.2. Réalisation du simulateur	76

Conclusion générale	79
Bibliographie.....	80
Annexe I: Présentation du test de stationnarité.....	82
Annexe II : Table de Dickey Fuller.....	84
Annexe III : Feuille de calcul des spreads entre Taux.....	84

Liste des abréviations

ALM : Asset liability Management

ACP : Analyse en Composante Principale

BAM : Bank Al Maghrib

BDT : Bons De Trésor

CDG : Caisse de Dépôt & de Gestion

CDVM : Conseil Déontologique des Valeurs Mobilières

CIR : Cox-Ingersoll-Ross

CMR : Caisse Marocaine de Retraite

FPCT : Fonds de Placement Collectif de Titrisation

ICV : Indice de Coût de Vie

IPC : Indice Prix de la Consommation

IVT : Intermédiaires en Valeurs du Trésor

ISIN : International Securities Identification Number

OPCVM : Organisme de Placement Collectif de Valeurs Mobilières

PGP : Pôle de Gestion du Portefeuille

PSLB : Position Structurelle des Banques

SAM : Service Asset Management

TMP : Temps Moyen Pondéré

ZC : Zéro Coupon

Liste des figures

Figure1 : organisation du marché marocain des capitaux	14
Figure 2 : Organigramme de la Caisse Marocaine des Retraites.....	21
Figure 3 : Organigramme du Pôle « Gestion du Portefeuille »	23
Figure 4 : Évolution des ressources par catégorie entre 2010 et 2011	24
Figure 5 : Diverses phases d'un cycle économique	27
Figure 6 : Principales formes d'une courbe des taux	35
Figure 7 : facteurs de déformation d'une courbe des taux	36
Figure 8 : feuille d'estimation de la courbe des taux par le modèle Nelson Siegel	57
Figure 9 : courbe des taux estimés au 05/09/2012	57
Figure 10 : courbe des taux estimé au 05/03/2012.....	57
Figure 11 : courbe des taux estimé au 05/01/2013.....	57
Figure 12 : courbe des taux estimé au 02/02/2013.....	58
Figure 13 : courbe des taux estimé au 05/01/2013.....	58
Figure 14 : Test de stationnarité de la série Y.....	61
Figure 15 : Test de stationnarité de la série X et la série Z.....	62
Figure 16 : Estimation des coefficients du modèle	62
Figure 17 : récapitulatif du modèle	63
Figure 18 : feuille d'estimation de la courbe des taux par le modèle CIR.....	63
Figure 19 : Corrélation entre les diverses variables du modèle.....	69
Figure 20 : test de stationnarité sur le taux « 13 semaines ».....	70
Figure 21 : test de stationnarité sur le taux « 26 semaines ».....	70
Figure 22 : test de stationnarité du taux « 52 semaines ».....	70
Figure 23 : Feuille de réalisation de l'analyse par scénario	78
Figure 24 : résultat du scénario central.....	78
Figure 25 : résultat du scénario pessimiste.....	78
Figure 26 : résultat du scénario optimiste.....	79

Liste des tableaux et graphiques

Graphique 1 : Evolution de la réserve de la CMR.....	27
Tableau 1 : statistiques descriptives des taux.....	45
Graphique 2 : Courbe de volatilité des taux.....	45
Graphique 3 : évolution temporelle des taux du court et moyen terme.....	46
Graphique 4 : évolution temporelle des taux longs.....	46
Tableau 2 : matrice de corrélation des taux.....	49
Tableau 3 : distribution de la variance totale expliquée	49
Tableau 4 : matrice des composantes.....	50
Graphique 5 : diagramme des composantes factorielles 1et 2.....	51
Graphique 6 : Composante du modèle Nelson Siegel	54
Graphique 7 : Forme de courbe à une bosse et un creux	55
Graphique 8 : Simulation du taux court.....	64
Graphique 9: prévisions de la courbe des taux	65

Introduction générale

L'évaluation des actifs financiers et la technique de gestion obligataire à suivre constituent l'un des soucis des gestionnaires de portefeuille de grandes institutions financières et non financières intervenant dans le marché des capitaux.

Par ailleurs, l'existence d'une diversité de taux d'intérêt présente un fait patent de la réalité économique et financière. Taux du marché monétaire, interbancaire, obligataire, taux débiteurs, . . . des centaines de taux révèlent les relations complexes liant prêteurs et emprunteurs de capitaux.

Face à ce constat, la théorie économique met en avant un certain nombre de critères permettant de classer les taux d'intérêt: la durée du prêt correspondant, son statut fiscal, la plus ou moins grande liquidité du titre support, le risque de défaillance de l'emprunteur, et enfin les clauses de remboursement. Toutefois, le critère de la durée a été largement privilégié, tout simplement parce qu'il fait référence à ce qui fait « l'essence » du phénomène de l'intérêt : le temps.

Ainsi, l'étude de l'impact du facteur temps doit être menée sur la base des taux d'intérêt uniquement différenciés par la durée du titre support. Ordonnant alors les taux d'intérêt portés par ces titres en fonction de leur échéance, on obtient une structure par terme des taux d'intérêt.

Une notion très difficile à appréhender, la structure par terme des taux, constitue un élément crucial dans l'évaluation des actifs financiers. Par ailleurs, et contrairement à la notion de la structure par terme, celle du taux d'intérêt est relativement ancienne et occupe une grande place dans l'histoire. A cet effet, on peut dire que les avancées de la théorie financière ont joué un rôle majeur dans la mise en place des évolutions les plus importantes de la théorie des taux. Par exemple la modélisation du comportement d'optimisation inter-temporelle en incertitude ou l'évaluation risque-neutre ont contribué dans la réalisation de plusieurs progrès concernant les méthodes d'ajustement des modèles de structure des taux, des méthodes qui ont été conçus dans le but de rapprocher l'une des trois représentations équivalentes de la structure par terme: la courbe de taux au comptant (spot), courbe escompte et la courbe de taux à terme(forward).

Bien entendu, la structure par terme des taux est une notion relativement récente dans l'histoire de l'analyse économique, elle constitue actuellement un domaine de recherche très important. C'est pour cette raison que le présent travail fait l'objet d'une thématique qui a pour but principal la compréhension des spécificités et des aspects économiques de la structure par terme des taux, ainsi que son rôle dans l'allocation stratégique des actifs, d'où la nécessité de son estimation.

Dès lors, deux parties constituent ce travail : la première partie constituée de deux chapitres est introductive, elle est donc dédiée à la représentation du contexte général de la thématique ainsi que la représentation des aspects économiques de la structure par terme des taux compte tenu des diverses théories économiques traditionnelles discutant cette thématique ; La seconde est consacrée à la modélisation et l'estimation de la courbe des taux

en prenant comme référence les modèles économiques et financiers du taux d'intérêt. Finalement cette modélisation sera utilisée dans la mise en place d'un simulateur dédié à la réalisation d'une analyse par scénario du portefeuille de la CMR.

Partie 1 :

« *Cadrage du
Projet de Fin
d'Etudes* »

Dans le but d'appréhender la thématique étudiée, nous avons décidé de consacrer toute une partie à la présentation du cadre général de notre projet.

Cette partie aura donc comme but général la présentation du marché financier marocain ainsi que la définition des concepts et des théories économiques les plus importants s'attachant à la fois au marché obligataire et la structure par terme des taux. Dans un second lieu, nous allons présenter le fonctionnement de la CMR comme étant l'organisme d'accueil de notre stage.

CHAPITRE I: « Présentation du contexte de stage »

Afin de remplir sa mission principale en tant qu'assureur et honorer ses engagements vers ses assurés ainsi que trouver les moyens opportuns pour répondre à leurs besoins, la caisse marocaine de retraite essaye toujours de faire de son mieux et d'améliorer ses capacités et son niveau de performance. Disposant d'une réserve importante, la CMR a décidé de l'employer dans le marché financier national pour à la fois contribuer au développement économique et enrichir sa trésorerie. C'est pour cette raison qu'elle constitue aujourd'hui un acteur majeur du secteur de prévoyance sociale et du secteur financier marocain.

Dès lors avant d'analyser cette institution ainsi que sa structure, il est opportun d'abord d'analyser l'organisation du marché financier marocain.

I.1. Aperçu général sur le marché financier marocain :

I.1.1. Positionnement et fonction du marché financier :

Le marché financier marocain est comme tout autre marché le reflet de la situation économique du pays. Il constitue une source importante du financement de l'économie et son développement n'est autre que la résultante d'une économie en pleine croissance. D'autre part, Il est un lieu d'échange de produits ou d'instruments financiers entre acheteurs, agents disposant d'un excédent de liquidités, et vendeurs, agents à besoin de liquidités, où les prix de vente et d'achat sont déterminés par le niveau de l'offre et de la demande.

Les vendeurs sont généralement l'Etat ou les entreprises à la recherche de liquidités pour financer leurs projets de développement et ceci en créant des titres (émission de titres) et les mettant en vente à travers les intermédiaires financiers soit de gré à gré soit sur le marché boursier. En ce qui concerne les acheteurs ce sont des épargnants ou des investisseurs qui souhaitent investir dans les projets des entreprises ou de l'Etat en prêtant de l'argent ou en devenant associés.

Pour répondre à la fois aux besoins des détenteurs de capitaux et des vendeurs, le marché marocain des capitaux s'organise de la manière suivante :

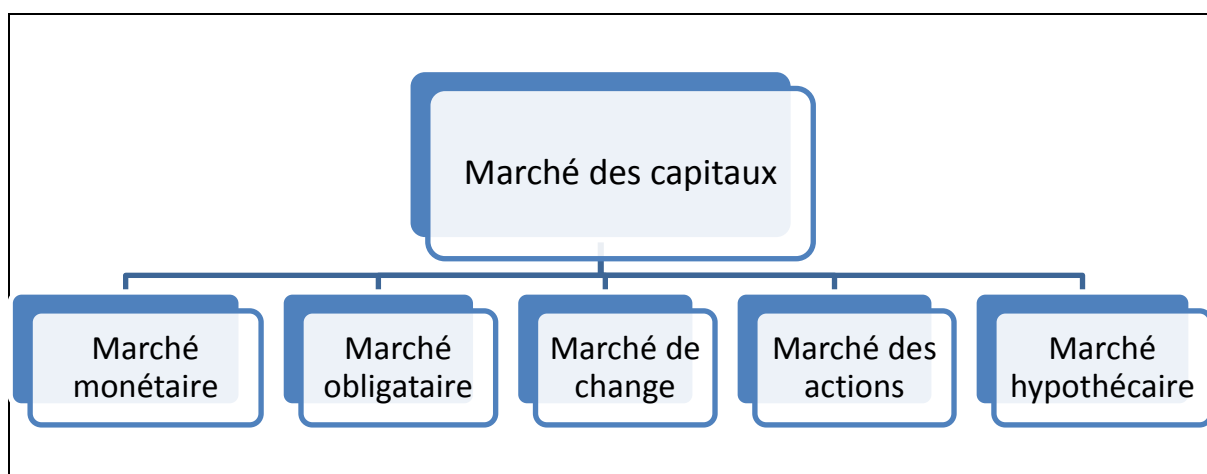


Figure 1 : organisation du marché marocain des capitaux

- **Marché monétaire** : Le marché monétaire est un marché financier où s'échangent des titres de courte durée contre des liquidités. Il est réservé aux institutions financières et entreprises qui peuvent prêter ou emprunter des liquidités sur des durées très courtes. Ce marché est organisé en un marché interbancaire réservé aux banques et un marché de titres de créances réservé aux investisseurs.

- **Marché obligataire** : Le marché obligataire est un marché financier où l'Etat et les entreprises peuvent emprunter des liquidités par création de titres de dette connu sous le terme **obligations**. C'est le marché où sont émises, vendues et achetées les obligations.

- **Marché des actions** : Le marché actions est un marché financier où sont vendues et achetées des actions de différents types d'entreprises. Les actions sont des titres de propriété représentatifs d'une fraction du capital de l'entreprise qui confèrent certains droits à leur détenteur.

- **Marché hypothécaire** : ou marché de titrisation, est un marché dont le principe est simple: vendre une créance pour en financer une autre. Une seule condition cependant, les créances ne doivent en aucun cas être litigieuses. Plus techniquement, la titrisation est la transformation de créances en titres financiers via une société indépendante. La base du mécanisme est qu'une structure ad hoc émet des titres et achète des actifs avec le produit de cette émission. Les investisseurs sont ainsi remboursés grâce aux flux dégagés de la cession de ces actifs.

Le marché hypothécaire est donc basé sur deux intervenants principaux en plus des investisseurs. L'établissement gestionnaire-dépositaire (banques agréées, CDG ou tout établissement ayant pour objet le crédit, le dépôt, la garantie, la gestion de fonds ou les opérations d'assurances et de réassurances) y joue le rôle de pivot. Il est chargé de la garde des créances acquises par le fonds et assure la gestion des actifs du fonds. Le second maillon important de la chaîne est le FPCT. Créé à l'initiative conjointe d'un établissement initiateur et d'un établissement gestionnaire-dépositaire, il a pour objet d'acquérir des créances hypothécaires et d'émettre des titres représentatifs.

- **Marché de changes** : c'est un marché basé sur l'acte de « change », l'acte par lequel on échange les monnaies de différentes nations. La majeure partie des actifs monétaires échangés sur les marchés des changes sont des dépôts à vue dans des banques. A noter que ces échanges se font selon un taux de change représentant le prix de la monnaie d'un pays en termes de la monnaie d'un autre. Ainsi, nous pouvons dire que le marché des changes est un marché qui ne connaît pas de frontières.

Ainsi, le marché financier marocain constitue un marché vaste accessible à toutes les catégories d'intervenants et comportant plusieurs compartiments mis en place afin de diversifier les opportunités de placement et d'optimiser les possibilités de financement.

I.1.2. Les instruments financiers:

Etant un élément crucial dans la définition des marchés financiers, les instruments financiers doivent être ventilés en premier lieu avant d'étudier un marché financier quelconque. Ces instruments comprennent :

1. Les actions et autres titres donnant ou pouvant donner accès, directement ou indirectement, au capital ou aux droits de vote ;
2. Les titres de créance qui représentent chacun un droit de créance sur la personne morale ou le fond commun de titrisation qui les émet;
3. Les parts ou actions d'organismes de placements collectifs ;
4. Les instruments financiers à terme figurant sur une liste fixée par décret ;
5. Et tous instruments financiers équivalents à ceux mentionnés aux précédents alinéas, ainsi que les droits représentatifs d'un placement financier dans une entité, émis sur le fondement de droits étrangers.

Les instruments financiers mentionnés aux 1 à 3 ne peuvent être émis que par l'Etat, une personne morale, un fonds commun de placement, un fonds de placement immobilier ou un fonds commun de créances.

L'échange de ces produits financiers sur les marchés précités précédemment se fait de gré à gré, c'est à dire, par entente directe ou sur un lieu organisé connu sous l'appellation Bourse ou Bourse des valeurs. La Bourse des Valeurs est un marché réglementé et structuré sur lequel sont négociées les valeurs mobilières.

I.1.3. Les acteurs du marché financier :

Le marché financier fait intervenir plusieurs acteurs qui contribuent à sa dynamique et qui installent une certaine vivacité et permettent sa continuité. Il s'agit des émetteurs, des investisseurs et des instances de régulation des opérations sur le marché.

Six intervenants ont pu être recensés dans le marché financier :

- Emetteurs : Demandeurs de fonds, ils offrent des titres ;
- Investisseurs : Pourvoyeurs de fonds, ils demandent des titres ;
- Les intermédiaires : Exécutent les ordres ;
- La société de marché : Gère et organise les séances de bourse ;
- Le dépositaire central de titres : administre les comptes titres ;
- L'autorité de marché : Régule et règlemente le marché.

I.1.4. Le marché obligataire marocain :

Le marché obligataire est le marché où sont échangées et négociées les obligations qui peuvent être émises par l'Etat, les collectivités publiques, les entreprises et les institutions financières. Il est constitué de deux grands compartiments : le marché primaire et le marché secondaire.

I.1.4.1. Le marché primaire :

Appelé également « marché du neuf », c'est un marché délocalisé qui met en relation directe l'émetteur et le souscripteur d'un titre. A noter que les entreprises, l'Etat, les institutions financières et les collectivités publiques se rencontrent pour la première fois sur le marché lors d'une émission de titres obligataires neufs.

Le marché primaire peut gérer plusieurs types d'émissions, à savoir :

- L'émission de nouveaux titres obligataires sur le marché ;
- La possibilité d'émission de titres après transformation des bons de souscription en nouvelles obligations ;
- L'assimilation d'une tranche nouvelle à une émission déjà réalisée.

Ainsi, les valeurs émises sur ce marché peuvent par la suite être négociées sur un autre marché plus dynamique appelé le marché secondaire.

I.1.4.2. Le marché secondaire :

Le marché secondaire appelé aussi le marché de l'occasion représente le marché où sont échangées et négociées les obligations émises sur le marché primaire. C'est un marché organisé ayant l'apparence d'une centralisation dans le cadre du marché boursier. Il assure donc la liquidité des titres aux investisseurs, et sert aussi à la détermination des prix des obligations établis en fonction de l'offre et la demande sur le marché.

I.1.4.3. Liens entre marché primaire et secondaire :

Ces deux compartiments sont différents mais complémentaires. L'importance du marché primaire dépend du niveau d'activité, c'est-à-dire, du degré de liquidité du marché secondaire. En effet, toutes choses étant égales par ailleurs, les investisseurs seront d'autant plus encouragés à souscrire à des titres émis sur le marché primaire qu'ils ont l'assurance ou la certitude de pouvoir s'en dessaisir dans de bonnes conditions au niveau du marché secondaire. La liquidité du marché secondaire va donc dépendre, du moins partiellement, des nouvelles émissions, c'est-à-dire de l'alimentation du marché secondaire en nouveaux titres provenant du marché primaire. Inversement, un marché secondaire peu actif (peu liquide) risque de constituer un obstacle à de nouvelles émissions.

En somme, bien que ces deux marchés soient différents, ils sont complémentaires dans le sens où le dysfonctionnement de l'un entraînera obligatoirement le dysfonctionnement de l'autre.

I.1.4.4. Les intervenants sur le marché obligataire :

Le marché obligataire fait intervenir plusieurs acteurs qui contribuent à sa dynamique et qui installent une certaine vivacité et permettent sa continuité. Il s'agit des émetteurs, des investisseurs et des instances de régulation des opérations sur le marché. Néanmoins, les pouvoirs et les motivations diffèrent d'un intervenant à un autre sur le marché des émissions obligataires.

- Les émetteurs :

L'Etat et les collectivités : Les émissions effectuées par ces deux acteurs représentent une part assez importante au regard du nombre des émissions effectuées par les émetteurs.

La politique budgétaire suivie par l'Etat l'oblige parfois à procéder à des émissions dans le but de financer ses insuffisances budgétaires. Les établissements de crédit : Ce sont les banques et les entreprises financières qui recourent aux marchés financiers en vue du financement de leurs besoins économiques.

- Les IVT :

Ce sont des agents spécialisés dans l'animation des marchés primaire et secondaire et qui par ce fait minimisent l'intervention de l'État dans la gestion directe de la dette intérieure. Ils sont au nombre de six : BMCI ; MEDIFINANCE ; CDG ; ATTIJARI (BCM- WAFABANK) ; BCP ; BMCE

- Les investisseurs :

- Les banques : La mission que mène la banque sur ce marché est celle d'intermédiaire entre les acheteurs et vendeurs de titres. Par ailleurs, les banques peuvent constituer leurs propres portefeuilles obligataires pour développer leur situation financière et économique.
- Les investisseurs institutionnels : Ces institutions ont un rôle très important sur le marché obligataire.

Elles contribuent à la dynamique des marchés de capitaux mondiaux. Cette catégorie d'investisseurs est constituée de sociétés d'assurance, des caisses de retraite, des caisses de dépôts et aussi des OPCVM.

- Les institutions non financières et les particuliers : Ce sont les établissements autres que financiers et toutes personnes morales ou physiques, pouvant aussi investir dans les titres obligataires.

- L'autorité du marché (CDVM) :

Institué par le Dahir portant loi n° 1-93-212 du 21 septembre 1993, le Conseil Déontologique des Valeurs Mobilières (CDVM) est un établissement public doté de la personnalité morale et de l'autonomie financière. En tant qu'autorité de marché, le CDVM a pour mission générale de protéger l'épargne investie en valeurs mobilières. Pour assumer sa mission, le CDVM veille à l'information des investisseurs en valeurs mobilières, ainsi qu'au bon

fonctionnement des marchés de valeurs mobilières à travers le contrôle du respect des dispositions légales et réglementaires les régissant.

- Le dépositaire des titres MAROCLEAR :

Depuis la dématérialisation des titres, qui sont désormais gérés en comptes courants, on a créé une institution sous forme de société par action SPA dont le capital est souscrit par les banques et sociétés cotées en bourse. Le dépositaire central des titres établit des relations avec les divers acteurs du marché pour une gestion efficace de l'information financière. Il est soumis au contrôle de l'autorité du marché et ses fonctions principales sont :

- Ouverture et administration des comptes titres pour les teneurs de titres y adhérents ;
- Mise en œuvre des opérations sur titres ordonnées par les sociétés émettrices ;
- Codification des titres selon les normes internationales I.S.I.N ;
- Publication des informations relatives au marché.

I.1.4.5. Les différents instruments et leurs caractéristiques :

Les émissions publiques

- ✓ Bons sur formule
- ✓ Emprunts nationaux
- ✓ Bons du Trésor émis par adjudication

Les obligations garanties par l'État

- ✓ Obligations CIH
- ✓ Obligations BNDE
- ✓ Les émissions ONCF

Les émissions privées

- ✓ Billet de trésorerie
- ✓ Bons de sociétés de financement
- ✓ Certificat de dépôt
- ✓ Obligation privée

I.2. Présentation de l'organisme d'accueil :

I.2.1. Présentation de la Caisse marocaine des retraites :

Créée par le Dahir du 1er Chaoual 1346 (2 mars 1930), la Caisse marocaine des retraites (CMR) est un établissement public doté de la personnalité morale et de l'autonomie financière et qui gère les régimes de pensions suivants :

- **Le régime des pensions civiles regroupant:**
 - Les fonctionnaires stagiaires et titulaires de l'État ;
 - Les agents titulaires et stagiaires des Collectivités locales ;
 - Les personnels de certains établissements publics. (Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail; Centre Hospitalier Ibn Sina; Entraide Nationale; Chambre des Représentants; Chambre des Conseillers; Institut Agronomique et Vétérinaire Hassan II; Poste Maroc; Maroc Télécom; Office National des Aéroports; Agence Nationale de Réglementation des Télécommunications; Office National d'Eau Potable; Institut Pasteur du Maroc; Agence Nationale de la Conservation Foncière du Cadastre et de la Cartographie; CMR).
- **Le régime des pensions militaires couvrant :** les Forces Armées Royales et les Forces Auxiliaires.
- **Le régime de retraite complémentaire Attakmili** destiné uniquement aux affiliés du régime de base de la CMR
- **Les allocations forfaitaires attribuées à certains anciens résistants**

I.2.2. Mode de fonctionnement :

La CMR fonctionne selon un régime de répartition : les pensions des retraités et celles de leurs ayants droits sont financées par les cotisations des affiliés et les contributions des employeurs. Ce régime entraîne une double solidarité :

- Instantanée, entre les cotisants et les retraités actuels, car les ressources des derniers dépendent des versements des premiers.
- Etalée dans le temps car les cotisants d'aujourd'hui, comptent sur l'effort des travailleurs de demain.

La gestion administrative de la CMR, est assurée par un conseil d'administration composé de 14 membres dont 7 représentants des organismes employeurs, 5 représentants des affiliés aux régimes des pensions civiles et militaires et 2 représentants des retraités de ces mêmes régimes. En vertu du nouvel organigramme prenant effet le 1er avril 2002, la Caisse Marocaine des Retraites comprend outre la Direction et le Secrétariat Général, 11 Divisions et 33 services. (Voir figure n°2)

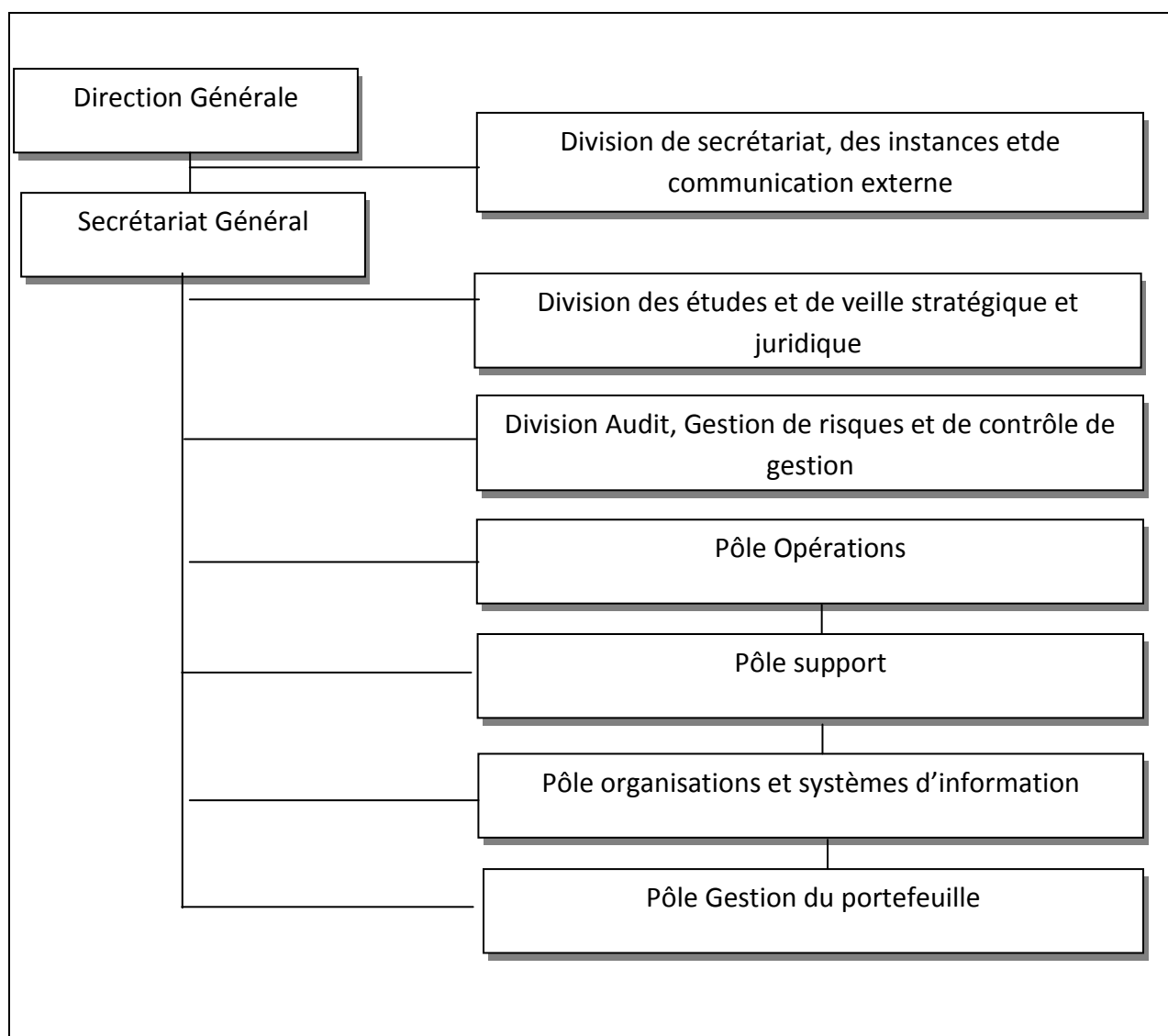


Figure 2 : Organigramme de la Caisse Marocaine des Retraites

I.2.3. Présentation du Pôle « Gestion du Portefeuille (PGP) »:

Le métier de gestion du portefeuille a vu le jour à la CMR au lendemain de la réorganisation de celle-ci en novembre 1996. En effet, le législateur a prévu la constitution pour les régimes gérés par la CMR de réserve et provisions dont le rôle est de contribuer à la consolidation de l'équilibre financier de ces régimes à travers les revenus supplémentaires générés par la gestion financière de ces réserves et provisions.

I.2.3.1. Mission du PGP :

La mission principale du pôle gestion du portefeuille est de financer les engagements de la Caisse, optimiser le rendement des portefeuilles et optimiser la gestion de la trésorerie de la Caisse. Pour ce faire, la division intervient sur le marché primaire et secondaire en investissant dans des classes d'actifs diversifiées notamment actions, obligations, OPCVM obligataires, OPCVM actions et diversifiés, OPCVM monétaires, REPO,... etc.).

I.2.3.2. Organisation :

En matière d'organisation du métier de gestion de portefeuille à la CMR, la division a adopté la structure organisationnelle qu'on trouve au niveau des salles de marchés, des sociétés gestionnaires d'OPCVM.

Le Pôle « Gestion du portefeuille » s'organise comme suit :

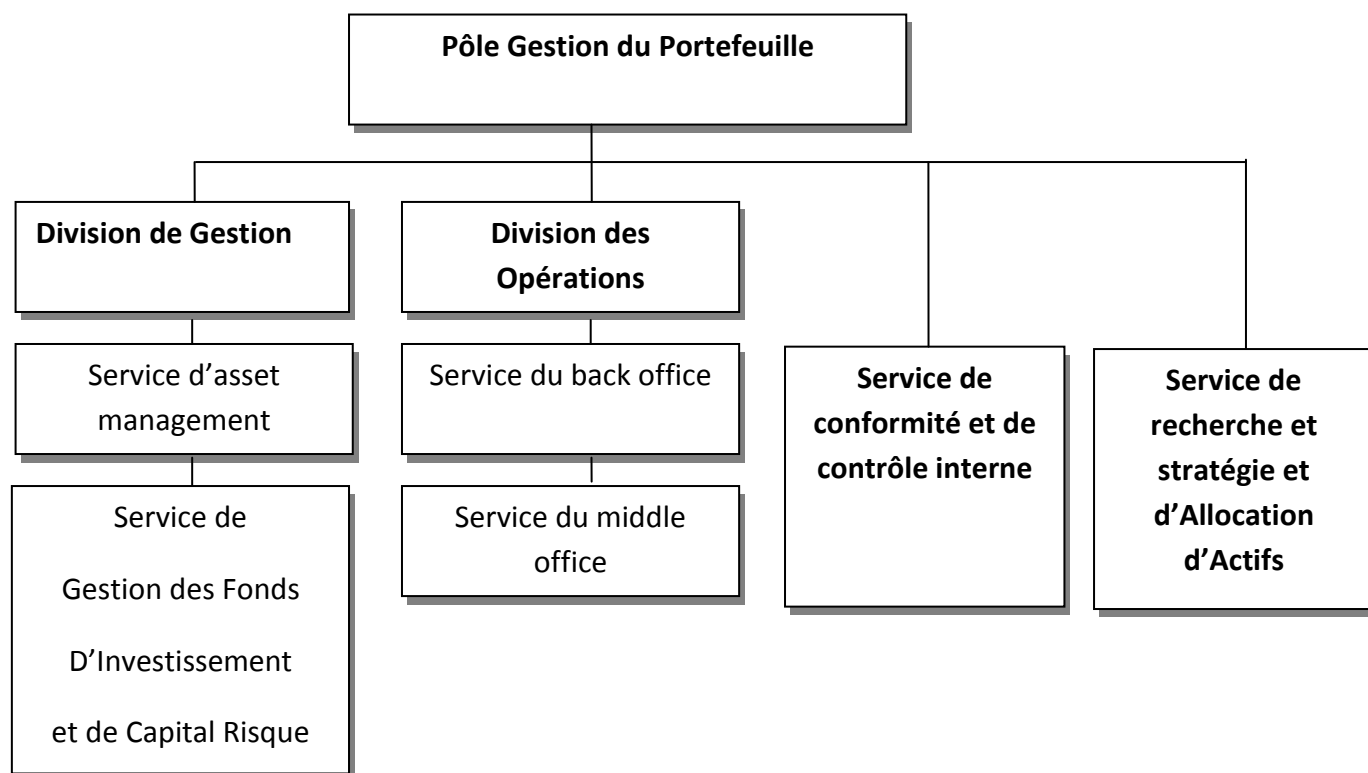


Figure 3 : Organigramme du Pôle « Gestion du Portefeuille »

I.2.3.2. Attributions :

Les attributions des cinq services sont les suivantes :

- Service Asset Management :
 - Elabore le budget mensuel de trésorerie de la caisse ;
 - Participe à l'élaboration de la politique de placement ;

- Assure la meilleure exécution de la politique de placement de la trésorerie ;
 - Elabore les comptes rendus de gestion.
- Service Middle et Back Office :
 - Contrôle les opérations passées par le SAM ;
 - Assure le suivi administratif et comptable des transactions ;
 - Assure le suivi quotidien de la trésorerie ;
 - Elabore les reportings et comptes rendus d'activité.
 - Service de recherche et stratégie et d'Allocation d'Actifs :
 - Participe à l'élaboration de la politique de placement ;
 - Assure une veille par rapport aux marchés des capitaux ;
 - Développe des outils d'aide à la gestion ;
 - Service de conformité et de contrôle interne :
 - Garantir la cohérence du processus d'investissement des excédents financiers gérés par la caisse et sa conformité avec la réglementation, la déontologie et les règles et contraintes de gestion ;
 - Suivre et gérer les risques inhérents au placement des excédents financiers de la caisse.
 - Service de gestion des fonds d'investissements et de capital risque :
 - C'est un nouveau service qui a pour mission le suivi des investissements dans l'immobilier et le suivi des fonds délégués de la caisse.

I.2.4. Etat des lieux et conditions d'équilibre de la CMR :

- Etat des lieux :

Depuis 1996, date à laquelle l'Etat a commencé à verser l'intégralité de la part patronale, le régime des pensions civiles dégage d'importants excédents annuels. Or ces derniers s'estompent depuis 2006.

Les excédents dégagés durant la période 1998-2006 permettront toutefois de combler les déficits enregistrés depuis l'année 2006 jusqu'en 2014. Mais ceci ne fera que reporter dans le temps la question de l'équilibre à long terme de la Caisse Marocaine de Retraite.

La législation en vigueur prévoit la constitution des réserves et provisions dont le montant minimum est fixé à l'équivalent de deux fois la moyenne des dépenses au cours des trois dernières années et le maintien de l'équilibre financier du régime sur une période de dix ans. Or, pour le respect de ces conditions, les taux de cotisations actuels (part salariale +

part patronale) paraissent nettement insuffisants. C'est pourquoi, il s'avère nécessaire de lancer la réforme des régimes de retraite avant l'avènement de la crise. Cet impératif est d'autant urgent que les mesures de réformes deviennent plus coûteuses avec le temps.

Pour une sortie présumée de cette crise, plusieurs propositions ont été formulées par les responsables de la CMR : l'augmentation de l'âge de départ à la retraite de 2 ans, la hausse du taux de cotisation de 4 à 6 points et le calcul de la pension sur la base des 8 dernières années travaillées et pas sur celle du dernier salaire.

- Résultats financiers de la CMR

Selon le dernier rapport d'activité publié par la CMR (rapport de 2011), les ressources globales de la CMR se sont élevées à 23,71 Milliards de Dirhams. De leur côté, les dépenses globales ont atteint au cours du même exercice 19,45 Milliards de Dirhams. Les réserves constituées se chiffraient à fin 2011 à 74,12 Milliards de Dirhams et les produits des placements ont atteint un montant de près de 3,36 Milliards de Dirhams et ce, malgré l'amointrissement de l'excédent technique et une conjoncture financière difficile. En matière de résultats, le solde financier dégagé reste globalement excédentaire. Cependant, l'analyse par régime dégage un excédent de 2,29 Milliards de Dirhams pour le régime des pensions civiles et un déficit de 143,12 Milliards de Dirhams pour le régime des pensions militaires. Ce déficit a été couvert par la suite dans le cadre des engagements de l'État vis-à-vis de la CMR.

RESSOURCES (Millions de Dirhams)	2010		2011		Var 11/10
	Montant	%	Montant	%	
RETENUES	7 603,30	35,23%	8 546,40	36,05%	12,40%
Personnel civil de l'État	5 299,21	69,70%	5 859,41	68,56%	10,57%
Personnel militaire des FAR	976,62	12,84%	1 116,39	13,06%	14,31%
Personnel des Forces Auxiliaires	170,87	2,25%	205,40	2,40%	20,21%
Personnel des SSP	275,38	3,62%	319,99	3,74%	16,20%
Personnel des collectivités locales	623,02	8,19%	742,55	8,69%	19,19%
Personnel des établissements publics	195,77	2,57%	230,75	2,70%	17,87%
Personnel détaché	62,42	0,82%	71,92	0,84%	15,22%
CONTRIBUTIONS	10 222,37	47,36%	11 405,76	48,11%	11,58%
1. Contribution au titre des régimes cotisants	9 027,38	88,31%	10 183,63	89,28%	12,81%
Personnel civil de l'État	5 299,21	58,70%	5 859,41	57,54%	10,57%
Personnel militaire des FAR	1 953,24	21,64%	2 232,78	21,93%	14,31%
Personnel des Forces Auxiliaires	341,74	3,79%	410,79	4,03%	20,21%
Personnel des SSP	550,77	6,10%	639,97	6,28%	16,20%
Collectivités locales	625,24	6,93%	752,34	7,39%	20,33%
Établissements publics	199,94	2,21%	232,65	2,28%	16,36%
Organismes de détachement	57,24	0,63%	55,69	0,55%	-02,71%
2. Contribution au titre des régimes non cotisants	1 194,99	11,69%	1 222,13	10,72%	2,27%
VALIDATIONS, RACHATS ET TRANSFERT	235,62	1,09%	342,08	1,44%	45,18%
Validation	6,66	2,83%	24,00	7,01%	260,14%
Transferts du RCAR	164,69	69,90%	260,98	76,29%	58,47%
Rachat	64,27	27,28%	57,10	16,69%	-11,15%
REVENUS DU PATRIM, PORTEF & DIVERS	3 523,10	16,32%	3 413,94	14,40%	-3,10%
Revenu du portefeuille	3 449,09	97,90%	3 355,30	98,28%	-2,72%
Intérêt sur C/C et prêts	57,93	1,64%	25,88	0,76%	-55,32%
Loyers et cautionnement	16,08	0,46%	32,76	0,96%	103,73%
TOTAUX	21 584,38	100%	23 708,18	100%	9,84%

Figure 4 : Évolution des ressources par catégorie entre 2010 et 2011

I.2.5. Cadre de gestion et rendement du portefeuille de la CMR :

- Cadre de gestion :

Dans le contexte actuel, l'État, la CMR et les différents acteurs sociaux cherchent à assurer une meilleure adéquation entre les engagements futurs des régimes et les placements des réserves financières. Ainsi, un contrat de programme a vu le jour, entre l'État et la CMR

pour la période 2011-2013. Afin d'assurer un bon pilotage financier des régimes le contrat programme stipule (Article 11) que la CMR s'engage à :

- Mettre à jour, avant la fin du mois de Mai de chaque année, les études ALM (gestion actif-passif) pour les régimes de base gérés par la CMR;
- Présenter un rapport détaillé sur la gestion des réserves et sur l'étude de la gestion actif-passif au comité d'allocation d'actif;
- Explorer de nouvelles techniques de gestion des réserves financières.

Ainsi, et pour une meilleure performance des placements des réserves financières, le même contrat programme engage la CMR à entreprendre les actions à même de renforcer la gestion technique et d'assurer la transparence des données et des processus. La CMR doit donc :

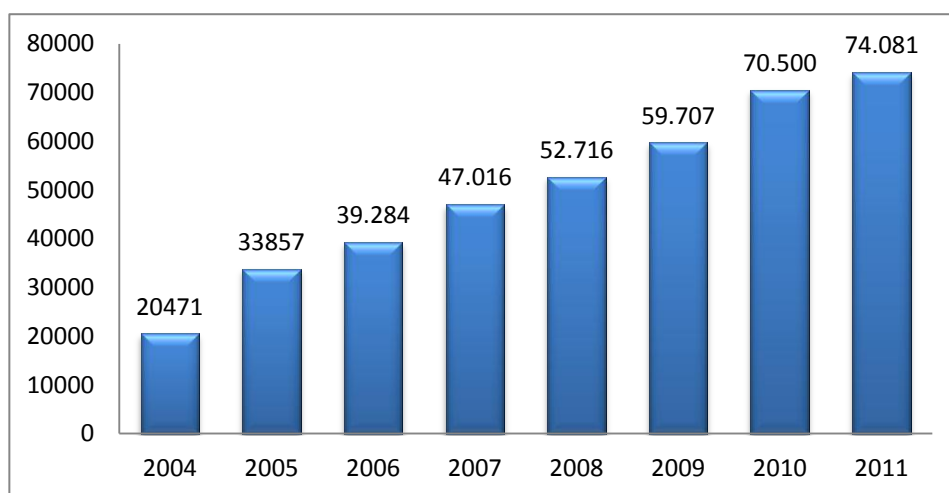
- Formaliser, avant le 31/12/2011, la gestion des risques financiers conformément aux standards en vigueur;
- Faire certifier les performances des portefeuilles à partir de 2011;
- Mettre en œuvre, avant le 31/12/2012, les mesures nécessaires à l'organisation, à l'adéquation des ressources humaines et au développement des outils de travail en appliquant les recommandations des études et des audits déjà réalisés;
- Auditer et faire certifier les processus de la gestion des réserves financières à partir de 2013.

-Rendement du portefeuille :

Le revenu du portefeuille demeure parmi les principales ressources de la CMR. En 2011, leur montant était de 3,36 Milliards de Dirhams contre 3,45 Milliards de Dirhams en 2010 enregistrant ainsi une diminution de 2,72% due au contexte financier difficile (selon le même rapport d'activité).

L'encours des réserves constituées à fin 2011 est, ainsi, passé à 74,2 Milliards de Dirhams contre 70,5 Milliards de Dirhams une année auparavant, soit une évolution de 5,25. L'emploi des réserves de la CMR par classe d'actifs est marqué par une prédominance des placements effectués en valeurs de l'Etat et en actions cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca. Le reste des investissements est placé, en obligations privées, en OPCVM et en Fonds d'investissement immobilier et touristique.

La gestion du portefeuille de la CMR a permis de générer d'importants revenus ayant servi à alimenter les réserves en ressources supplémentaires. (voir graphique suivant)



Graphique 1 : Evolution de la réserve de la CMR (source CMR)

C'est donc à partir de l'année 2004, que l'encours des réserves gérés par la Caisse Marocaine des Retraites a commencé à prendre de l'importance. Cela s'explique, d'une part, par l'intervention de l'État à travers l'acquittement de ses arriérés au titre de la part patronale ainsi que l'apurement des déficits du régime des pensions militaires constatés au cours de la période 2004-2010 et la compensation due à l'opération des départs volontaires. D'autre part, l'évolution favorable des réalisations des revenus issus de la gestion d'actifs a impacté positivement l'encours des réserves.

CHAPITRE II : « Aspects économiques de la structure par terme des taux »

II.1. Notion de taux d'intérêt :

Qu'est-ce qu'un taux d'intérêt ? Quelles sont ses déterminants ? Quelle est la meilleure méthode approximative permettant son estimation et sa prévision ? Ce sont toutes des questions traitées par de nombreux économistes de l'histoire.

Selon les néoclassiques par exemple la réponse à ces questions revient à considérer le taux d'intérêt, le reflet de la préférence des agents économiques pour le présent ou encore la rémunération de l'abstinence et l'indicateur égalisant l'épargne et l'investissement. Or, d'après les keynésiens, l'épargne ne dépend pas du taux d'intérêt mais uniquement du revenu qui doit s'ajuster pour égaliser l'épargne et l'investissement. Ainsi, la justification keynésienne de l'intérêt est la préférence pour la liquidité.

Compte tenu des divers théories & modèles débattant la problématique du taux d'intérêt, celui-ci peut être défini de manière générale comme étant le rendement du prêt ou du placement d'un actif monétaire ou financier. En d'autres termes, Le taux d'intérêt est le prix qu'il faut payer pour emprunter de l'argent ou le prix que l'on reçoit quand on prête de l'argent.

Par ailleurs, dans une économie donnée, on observe toute une gamme de taux d'intérêt répondant à des anticipations et à des risques différents. Dès lors, La distinction entre les taux d'intérêt assortis d'échéances diverses est cruciale.

II.1.1 Taux long & taux court :

Il est courant de parler de taux à «court terme» et à «long terme». En réalité, il existe à un moment donné une multitude de taux applicables à des actifs présentant un large éventail d'échéances. Ils vont du taux du marché monétaire «au jour le jour» aux taux des valeurs mobilières à trente ans.

➤ Taux court :

Les taux à court terme sont généralement associés aux bons du Trésor ou à des instruments comparables qui ont une échéance à trois mois. Sur le marché, ils recouvrent cependant toute une gamme d'instruments: ceux dont l'échéance est à un mois, trois mois, six mois et douze mois sont en principe classés dans la catégorie des taux à court terme.

Les banques centrales dont l'objectif principal est d'assurer la stabilité des prix détermineront les taux à court terme de manière à prévenir les risques d'inflation dans le futur. Ainsi, les taux courts sont influencés à la fois par la politique monétaire menée par les Banques centrales et l'offre & la demande sur le marché.

➤ Taux long :

Etant l'un des importants déterminants des décisions d'épargne et d'investissement à long terme, les taux d'intérêt réels à long terme jouent un rôle fondamental dans le cycle de l'activité économique et dans la transmission des politiques macroéconomiques.

Considérés comme étant la moyenne géométrique des taux courts, les taux à long terme sont influencés par les fluctuations des taux d'intérêt à court terme. Ils sont aussi fixés par les politiques budgétaires nationales car un volume important des déficits budgétaires et/ou le niveau total de la dette publique pousse l'Etat à emprunter pour assurer les dépenses courantes et refinancer une dette arrivée à échéance et tire par la suite ces taux vers le haut.

En outre, Une modification des taux à court terme n'a pas d'effet mécanique sur les taux à long terme, en revanche, les actions politiques influenceront les taux à long terme dans la mesure où elles touchent aux anticipations sur la stabilité des prix.

De manière plus générale, les taux à long terme sont tirés par les anticipations sur l'inflation, les niveaux des taux d'intérêt à court terme, ainsi que les anticipations relatives à l'économie réelle: en particulier la croissance du PIB, des bénéfices et des valeurs des actifs réels.

II.1.2 Taux nominal & taux réel :

De manière générale, les épargnants exigent un retour réel sur leurs investissements. Par conséquent, les évolutions dans les prévisions de l'inflation future se répercutent au niveau du prix actuel des actifs. C'est pour cette raison que les anticipations inflationnistes sont considérées comme l'un des principaux déterminants des taux d'intérêt.

On calcule alors le taux d'intérêt réel en corrigeant le taux d'intérêt nominal des effets de l'inflation. Ce dernier, est fixé lors de l'opération d'emprunt ou de prêt, il est donc inscrit dans le contrat qui lie emprunteur et prêteur. Concrètement, quand le taux d'inflation est relativement faible, on peut se contenter, par approximation, de soustraire le taux d'inflation au taux d'intérêt nominal pour obtenir le taux d'intérêt réel .

$$\text{taux réel} = \text{taux nominal} - \text{taux d'inflation}$$

II.1.3 Taux zéro coupon & taux forward :

Un bon zéro-coupon de maturité T, appelé également fonction d'actualisation, correspond à la valeur aujourd'hui d'un Dirham payé dans T périodes, sans paiements intermédiaires. Le taux zéro coupon est implicitement défini dans la relation suivante: où:

$$B(0,T) = \frac{1}{[1 + R(0,T)]^T}$$

- B(0,T): prix de marché à la date 0 d'une obligation zéro-coupon délivrant 1 dirham à la date T. On appelle aussi B(0,T), le facteur d'actualisation en 0 pour la maturité T.

- R(0,T): taux de rendement en 0 de l'obligation zéro-coupon délivrant 1 dirham en T. **R(0,t) est aussi le taux zéro-coupon en 0 de maturité t.**

Pour un emprunt avec remboursement des intérêts et du capital à l'échéance, le taux forward (ou taux forward zéro-coupon) F(t,x,y-x), déterminé en t, démarrant en x et d'échéance y, est défini comme étant le taux d'intérêt auquel on peut signer un contrat aujourd'hui, avec un démarrage en x et une échéance en y. Il est calculé par le biais de la formule suivante :

$$F(t, x, y - x) = \left[\frac{(1 + R(t, y))^{y-t}}{(1 + R(t, x))^{x-t}} \right]^{\frac{1}{y-x}} - 1$$

Supposons par exemple, qu'aujourd'hui, nous empruntons 1 DH à 2 ans et prêtons 1DH à 1 an. Les cash-flows de cette double opération sont:

	Aujourd'hui	Dans 1 an	Dans 2 ans
Emprunt	1		$-[1+R(0,2)]^2$
Prêt	-1	$1+R(0,1)$	
Solde total	0	$1+R(0,1)$	$-[1+R(0,2)]^2$

Cette opération est équivalente à emprunter $1+R(0,1)$ dans un an, et à rembourser $[1+R(0,2)]^2$ dans deux ans. Le taux implicite du prêt est égal à :

$$\frac{(1+R(0,2))^2}{1+R(0,1)} - 1 = F(0,1,1)$$

$F(0,1,1)$ est alors le taux d'intérêt garanti aujourd'hui pour un prêt démarrant dans un an et finissant dans 2 ans.

II.2. Les approches traditionnelles de la structure par terme des taux d'intérêt :

Après avoir étudié la nature des déterminants du taux d'intérêt, les économistes ont cherché à savoir pourquoi il existait autant de taux et quels étaient les facteurs explicatifs des écarts entre ces taux. Afin de répondre à toutes ces questions plusieurs théories ont été conçues sur la base de deux facteurs fondamentaux :

- Le premier est lié aux anticipations des investisseurs (connaître la valeur future des taux pour composer un portefeuille).
- Le deuxième est lié aux préférences individuelles (aversion pour le risque, choix de la maturité).

II.2.1. Théorie des anticipations :

Les théories des anticipations se sont développées à la suite de l'introduction par **I. Fisher [1896]** de la notion d'anticipations d'inflation contenues dans le taux nominal, cette théorie pure connaît deux formulations :

- Un taux à long terme est une fonction stable des taux courts anticipés.
- Un taux à terme implicite (contenu dans la structure actuelle) correspond à un taux futur comptant anticipé.

Pour les précurseurs qu'étaient I. Fisher [1896], F. Lutz [1940], D. Meiselman [1962], B. Malkiel [1966], la modification de l'hypothèse selon laquelle les agents ont une connaissance parfaite de tous les taux (en univers certain), génère la *théorie pure des anticipations*. Cette modification fait de la théorie des anticipations, une théorie consistant à rendre les agents neutres vis-à-vis du risque et rationnels dans leurs comportements dans un univers financier déréglementé, sans coût de transaction et dans lequel les opportunités d'arbitrages sont

infinies. Les théories des anticipations considèrent alors que les marchés sont parfaits et que les intervenants réalisent des arbitrages entre les taux longs et les taux courts.

Ces théories transposent aussi les résultats du modèle certain en univers incertain sans remettre en cause les fondements du contenu de celui-ci.

F. Lutz [1940], propose un cadre d'analyse d'une structure par terme des taux en univers certain dont les hypothèses sont les suivantes :

- ☞ H1 : Les titres sont représentés par des obligations zéro-coupon.
- ☞ H2 : La relation liant le prix d'un titre et son rendement s'exprime par :

$$P(t, n) = \frac{1}{(1 + R(t, n))^n}$$

$R(t, n)$ représente le taux de rendement en t d'un titre d'échéance n et $P(t, n)$ représente le prix d'un titre en t d'échéance n

- ☞ H3 : $R(t, 1) = r(t)$ représente le taux à court terme défini en t pour $n = 1$ (une période).
- ☞ H4 : Le marché est de type Walrassien (pas de taxe, pas de coût de transaction, les ventes à découvert sont autorisées).
- ☞ H5 : Les acteurs du marché sont supposés rationnels et insatiables.

A noter que les hypothèses du modèle en univers incertain sont identiques à celles du modèle de **F Lutz [1940]** dans un environnement certain avec deux conditions supplémentaires :

- Les agents sont neutres vis-à-vis du risque, c'est-à-dire qu'ils ne se préoccupent pas du caractère risqué de l'opération renouvelée.
- Les agents ont des anticipations homogènes, ils agissent donc dans le même sens.

A cet effet, on peut dire que la théorie des anticipations repose sur l'idée que les taux présents quelle que soit leur échéance sont dépendants des taux courts futurs et cette relation est explicitée par la décomposition du taux long en une moyenne (pondérée ou pas) des taux courts futurs.

II.2.2. Théorie de la prime de liquidité :

La théorie pure des anticipations ayant été très controversée, une orientation s'est dessinée consistant à amender la formulation initiale par l'introduction d'une **prime de terme(ou de risque)**, ce qui conduit à définir le taux de rendement d'un titre long comme étant égal à la moyenne pondérée des taux courts présents et anticipés plus une prime de terme. **J.R Hicks [1939]** propose une modélisation de la structure par terme qui introduit une hypothèse de non-indifférence des agents vis-à-vis du risque.

La théorie de la prime de liquidité aboutit ainsi à deux propositions :

- Les emprunteurs offrent des obligations à durée de vie longue pour réduire l'incertitude liée aux émissions successives.
- Les prêteurs achètent des obligations de courte durée (théoriquement moins sensibles aux variations des taux d'intérêt).

La préférence pour la liquidité conduit donc le marché à offrir une prime de risque croissante en fonction de la maturité et les taux d'intérêt à fluctuer pour équilibrer la demande et l'offre monétaires : Si la demande augmente c'est-à-dire, si la préférence est donnée à l'argent liquide par rapport aux titres portant intérêt, ces derniers sont vendus, les cours des obligations chutent et les taux d'intérêt montent et inversement.

II.2.3. Une approche opposée à la théorie pure des anticipations : la théorie de la segmentation des marchés :

La théorie de la segmentation des marchés présentée par l'économiste **Culbertson [1957,1965]** rejette la théorie des anticipations et réfute le caractère fondamentaliste des prévisions des acteurs du marché car elle conclut au fait que les anticipations de taux à court terme ne jouent aucun rôle dans la détermination des taux à long terme. Elle développe par la suite un modèle empirique des comportements dont l'idée de base est que le comportement spéculatif (à la source des anticipations de taux) n'est qu'un phénomène marginal (un pari sur le futur). Cette attitude limite l'hypothèse de substituabilité des titres entre les marchés et génère des comportements spécifiques en spécialisant l'offre et la demande sur des segments particuliers :

- L'investisseur assure la sécurité de son financement en adossant la maturité de sa dette à la période d'utilisation des fonds nécessaires à son investissement.
- Le prêteur sélectionne un portefeuille adossé à ses besoins futurs de liquidité.

On admet donc que les investisseurs sont segmentés et chacun intervient sur un segment de maturité précis de la courbe des taux en fonction de leurs propres contraintes.

II.2.4. Théorie de l'habitat préféré:

Cette modélisation représente une position médiane des deux approches précédentes à savoir théorie pure des anticipations et théorie de la segmentation des marchés d'où le fait de la considérer comme une tentative d'unification de la théorie pure des anticipations et de la théorie de la segmentation. Elle a été formulée par **F. Modigliani et R. Sutch [1966, 1967, 1969]**, et prend en compte un degré de segmentation du marché qui n'est ni nul, ni infini. La base de cette approche est une adaptation des théories des anticipations de la structure des taux en incertitude avec quatre hypothèses :

- **H1** :L'incertitude sur les taux futurs.
- **H2** : Les préférences des acteurs du marché sont définies par rapport à leurs besoins réels (financement d'investissement, disponibilité des fonds prêtés) donc un "habitat de maturité préférée".
- **H3** : L'aversion pour le risque génère un adossement de la maturité des portefeuilles à celle de l'habitat.
- **H4** : Des arbitrages s'opèrent sur des maturités différentes si les rendements anticipés sont attractifs.

Nous avons alors présenté dans cette partie les processus théoriques tentant d'expliquer la déformation de la courbe des taux dans un environnement incertain à travers les diverses approches traditionnelles ayant cohabité jusqu'à la fin des années 1970.

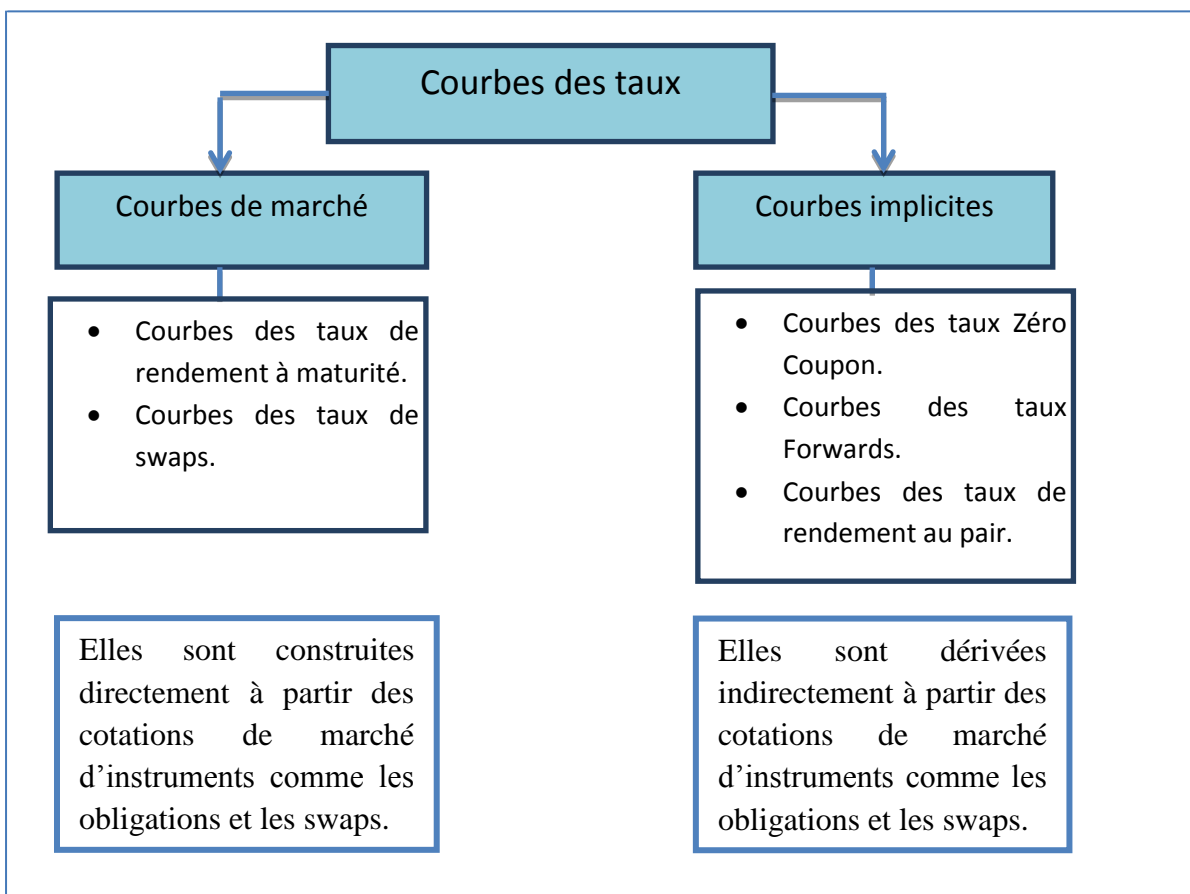
II.3. Structure par terme des taux d'intérêt :

La structure par terme des taux d'intérêt (ou courbe des taux ou encore gamme des taux) est la fonction qui à une date donnée et pour chaque maturité en abscisse, indique le niveau du taux d'intérêt associé en ordonnée.

La structure des rendements selon l'échéance est obtenue alors en représentant dans un espace échéance / rendement des obligations ayant les mêmes caractéristiques (même émetteur et donc même risque de défaut, même taux de coupons, même clauses ...) sauf en ce qui a trait à leur échéance.

II.3.1. Typologie des courbes des taux :

A une date donnée, dans une économie donnée, il existe une multitude de courbe de taux. On distingue alors les courbes de marché et les courbes implicites :



De manière plus générale, les courbes des taux sont classées selon l'émetteur, le secteur auquel il appartient et son niveau de rating. Il existe trois grands types de courbes de taux zéro-coupon :

- la courbe **Trésor/d'Etat**, elle est construite à partir d'obligations émises par l'Etat.
- la courbe **interbancaire** qui résulte d'opérations financières entre banques, elle est construite à partir des taux de dépôt, des futures et des swaps.
- les courbes dites « **corporate** » : ce sont des courbes caractérisant les entreprises du secteur privé et qui dépendent notamment du rating des entreprises et de leur secteur économique. Dès lors, chacune de ces courbes est construite en utilisant les obligations des entreprises concernées.

Ainsi, le choix de la courbe diffère selon le produit financier à valoriser et la notation de la contrepartie et l'actualisation des flux futurs se fait sur l'une d'entre elles.

II.3.2. Courbe des taux & cycles économiques :

Toute activité économique est caractérisée par une alternance de phases plus ou moins longue d'expansion et de récession, ces fluctuations économiques constituent des cycles économiques. Dès lors un cycle économique est constitué de quatre phases qui se succèdent : la reprise, l'expansion, la surchauffe et la récession. (voir figure 5)

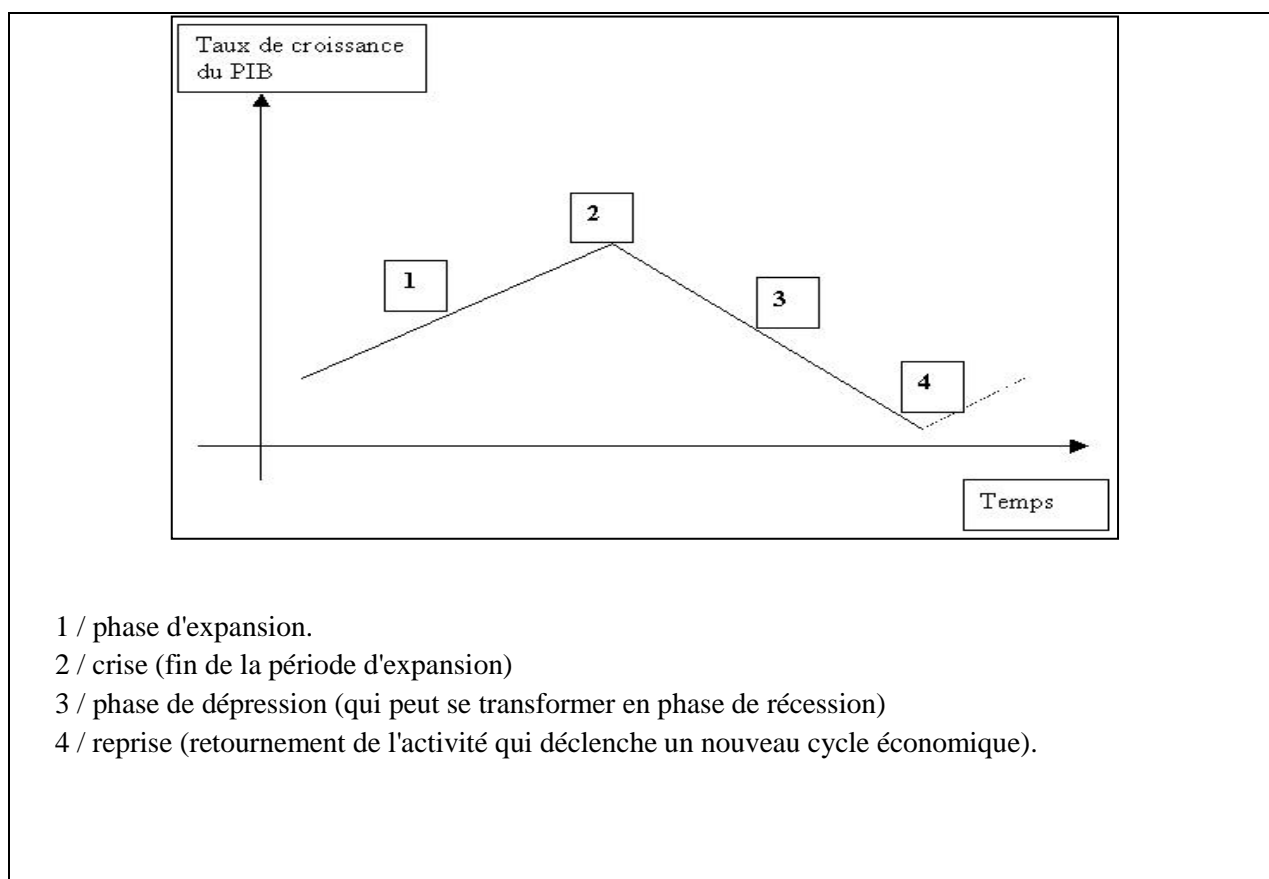


Figure 5 : Diverses phases d'un cycle économique

A partir de ce schéma on peut alors définir ces étapes de la manière suivante :

- **La reprise** : C'est un point de retournement entre la phase de récession et la phase de croissance. L'Etat cherche par tous les moyens à sortir de la crise et l'on assiste à de nombreuses restructurations.

- **L'expansion** : C'est la phase de prospérité. Tous les indicateurs sont au vert et l'on assiste à une hausse de la production, des salaires, des bénéfices et de la consommation. L'investissement privé est alors très fort, les acteurs économiques voulant accroître leurs capacités de production afin de répondre à une demande croissante.

- **La surchauffe** : C'est un point de retournement entre la phase de croissance et la phase de récession. En effet, au fur et à mesure de l'expansion, de l'inflation apparaît du fait qu'il y a de plus en plus de monnaie en circulation (hausse des salaires, taux d'intérêts encore bas au début de la phase d'expansion.). On va donc assister à une hausse générale des prix ce qui va conduire à une baisse de la consommation et donc des investissements.

- **La récession** : La phase de surchauffe entraîne des licenciements massifs ce qui a un impact important sur la consommation. Les salaires eux sont gelés et le mécontentement des ménages est alors grandissant. Une crise de confiance s'installe alors à tous les niveaux. En effet, certains acteurs économiques (les moins solides) disparaissent et une certaine méfiance est présente entre les acteurs. Sur le marché interbancaire, cela se traduit par un assèchement. Les banques n'osent plus se prêter entre elles et les ménages eux consomment peu, de peur de la crise. La consommation se réduisant, les entreprises continuent d'adapter leur niveau de production à cette consommation et c'est alors qu'un cercle vicieux commence.

Ainsi, on constate que **la reprise** de l'activité économique intervient généralement dans un contexte de **taux d'intérêts faible** et avec **une courbe des taux ascendante** et ceci est dû au fait que les taux d'intérêts faibles permettent de dynamiser l'investissement (du fait du faible coût du crédit) en injectant massivement des liquidités dans le circuit financier. La courbe des taux doit être ascendante ce qui traduit une confiance retrouvée dans l'avenir.

En phase d'expansion, les taux d'intérêts augmentent en partie pour limiter l'inflation entraînée par la croissance. Parallèlement, la courbe des taux va s'aplanir (réduction du spread entre taux courts et taux longs) ce qui traduit une méfiance dans la continuité de la croissance.

En phase de surchauffe, on assiste à **une inversion de la courbe** des taux qui est désormais descendante dû à une augmentation des taux courts et une chute des taux longs. Cela signifie que les acteurs économiques n'ont pas confiance à l'avenir. Puis peu à peu, les taux courts vont suivre la baisse des taux longs afin d'essayer de retrouver la croissance de la phase précédente.

Enfin, la **phase de récession** arrive et **les taux sont au plus bas** afin de relancer l'activité économique. Les taux courts vont continuer de baisser jusqu'à la formation d'une courbe des taux plate. La crise de confiance est alors très importante. En effet, les acteurs estiment que prêter de l'argent à court terme à un niveau de risque est équivalent à prêter de l'argent sur le long terme. Puis, peu à peu, la courbe des taux va se reprofiler et la courbe des taux va redevenir ascendante. C'est le début de la phase de reprise.

En concluant, l'étude de la structure par terme des taux d'intérêt est indispensable à l'analyse de la situation économique d'un pays et la forme de la courbe des taux d'intérêts informe sur le positionnement dans le cycle économique (des taux bas encouragent l'expansion et des taux élevés la contraction et parfois la récession) et permet de prévoir l'orientation que les taux vont prendre ainsi que d'évaluer le type d'échéance qui maximisera les profits ou minimisera les pertes en relation avec la *duration* de l'obligation. Les différentes formes de courbe des taux correspondant aux différentes phases d'un cycle économique sont les suivantes :

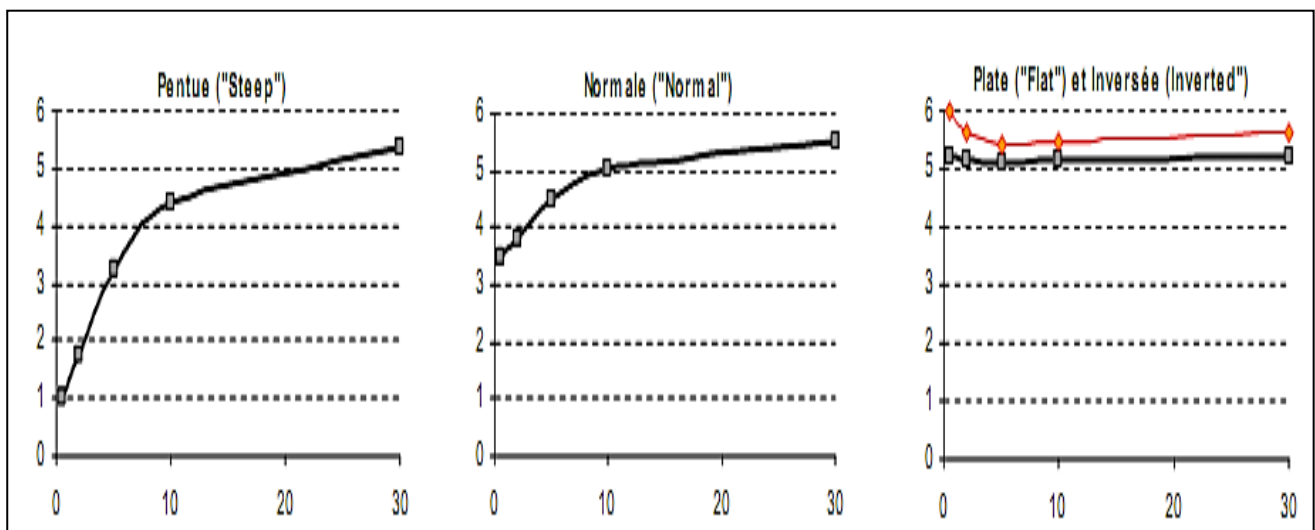


Figure 6 : Principales formes d'une courbe des taux

II.3.3. Facteurs de déformation de la courbe des taux :

Les mouvements de la courbe des taux sont très complexes à expliquer. Si les mouvements des taux courts sont influencés par la politique monétaire de la banque centrale, l'explication n'en est pas aussi facile en ce qui concerne les fluctuations des taux longs. Plusieurs économistes ont expliqué les mouvements de la courbe à long terme par des facteurs macroéconomiques tels que l'inflation et les anticipations relatives à l'économie réelle.

Mais d'après des études statistiques effectuées à ce sujet, trois facteurs sont à l'origine de 95% des déformations de la courbe des taux à savoir le **facteur de niveau**, le **facteur de pente** et le **facteur de courbure**.

Chacun de ces facteurs a un effet différent sur la courbe des taux : le facteur de niveau crée des déformations parallèles de la courbe des taux, le facteur de pente/ de rotation provoque des mouvements d'aplatissement ou de pentification de la courbe et le facteur de courbure provoque des changements de concavité.

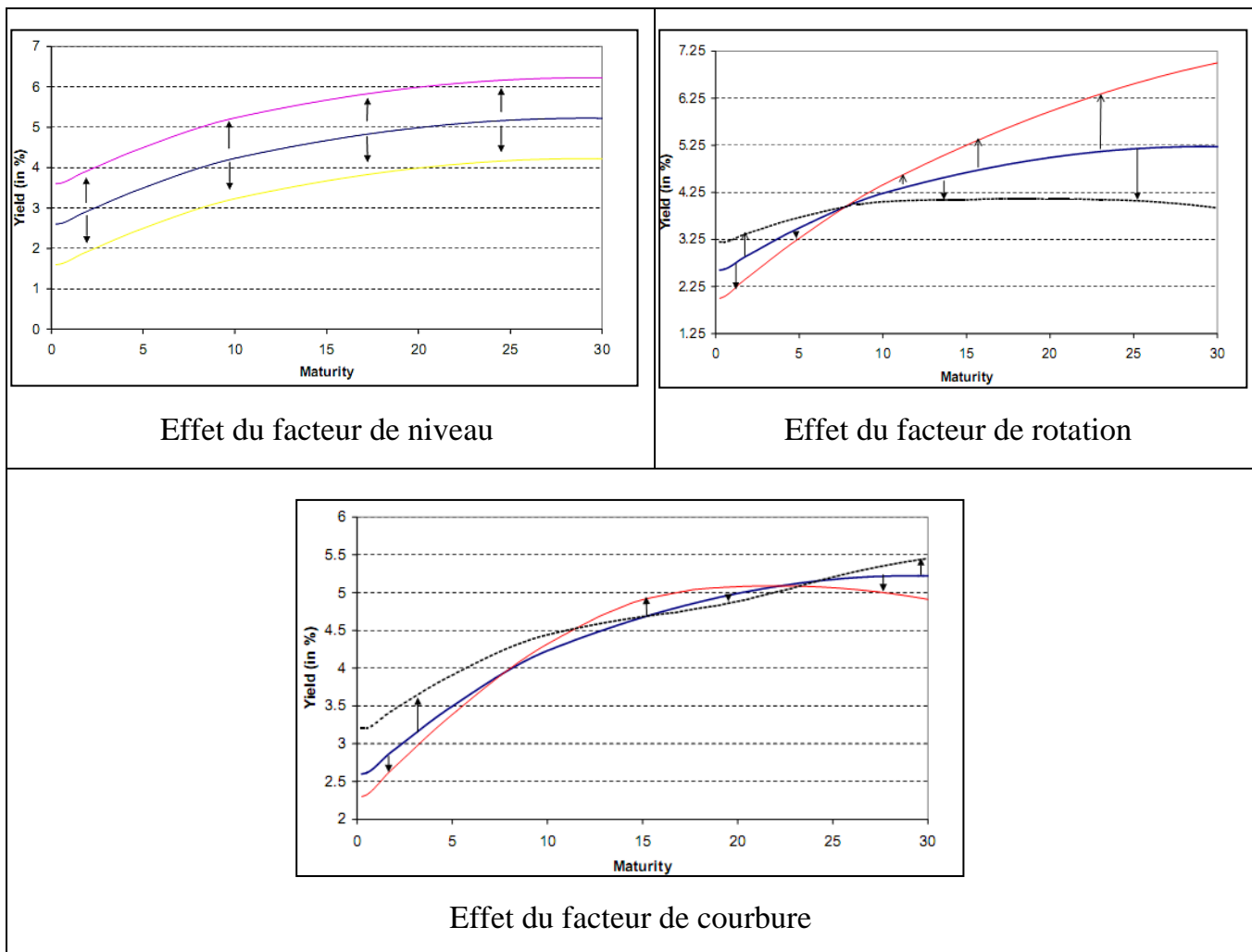


Figure 7 : facteurs de déformation d'une courbe des taux

II.3.4. Apports de l'utilisation de la courbe des taux :

La courbe des taux intéresse à la fois les économistes et les financiers. Les premiers s'intéressent aux anticipations futures des taux d'intérêts et les banques centrales l'utilisent comme indicateur pour fixer la politique monétaire. Pour les seconds son étude permet de valoriser et de gérer les produits financiers.

Ainsi on peut dire que la connaissance de la courbe des taux zéro-coupon est indispensable pour les professionnels de marché pour différentes raisons :

- a. Evaluer les produits de taux délivrant des flux futurs à finalité de couverture ;
- b. Détecter les produits sur et sous évalués sur le marché pour tenter d'en tirer profit ;
- c. Calculer d'autres courbes implicites comme, par exemple, la courbe des taux forward ;
- d. Mettre en place des modèles stochastiques de déformation de celle-ci dans le temps afin, entre autres, d'évaluer les options cachées des produits financiers.

Ainsi, la reconstitution de cette courbe est nécessaire car il n'existe pas suffisamment d'obligations zéro-coupon cotées sur le marché.

Partie 2 :

« Modélisation de la structure par terme des taux & mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire »

Le passage en revue des principales notions de taux et du marché financier marocain nous a été bénéfique et nous a permis de mieux appréhender la thématique et d'avoir une vue d'ensemble claire du contexte du projet. Ainsi, sur la base des aspects économiques de la structure par terme des taux traités dans la partie précédente, on se propose à présent de traiter la modélisation de la courbe des taux.

Pour ce, cette partie sera composée de deux chapitres : le premier traitera la modélisation de la courbe des taux zéro coupon et le second explicitera les diverses notions liées à la mesure du risque obligataire et les stratégies de gestion obligataire, il expliquera aussi la démarche suivie pour la mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire.

CHAPITRE I : « Modélisation de la structure par terme des taux »

Les investisseurs obligataires considèrent généralement le taux actuariel d'une obligation et la courbe des taux actuariels générale lorsqu'ils entreprennent l'analyse pour déterminer si l'obligation vaut le coup d'être achetée; C'est une forme de la méthode d'analyse connue sous le terme d'*analyse en valeur relative* ou "*relative value analysis*". Dès lors l'estimation de la courbe des taux est rendue nécessaire pour les acteurs du marché obligataire.

Dans la réalité, la grande majorité des obligations cotées sont des obligations à coupons. Afin d'éviter des distorsions dues à des niveaux de coupons annuels différents, on ne retient donc dans le cadre de l'estimation de la courbe des taux, que des titres qui ne versent pas de coupon, c'est-à-dire des obligations à coupon zéro. Mais, étant donné qu'il n'existe généralement pas d'obligations zéro coupon côté pour chaque échéance ou s'il en existe qu'elles sont trop peu liquides pour que les taux de rendement actuariel soient significatifs, il faut reconstruire la courbe des taux zéro coupon à partir des obligations cotées et liquides, d'où le choix des obligations d'Etat.

Ainsi, Les données que nous utilisons sont des obligations portant des coupons qui ont fait l'objet des transactions sur les marchés marocains primaire et secondaire des bons de trésor. Vu que les transactions sur le marché primaire ne sont pas suffisantes pour l'estimation de la structure par terme nous avons utilisé les données du marché secondaire.

A cet effet, nous allons commencer dans un premier temps par la présentation des méthodes de reconstitution de la courbe des taux zéro coupon. Puis, analyser statistiquement la structure par terme des taux et observer l'évolution de sa dynamique pour passer finalement à sa modélisation par les modèles de la mathématique financière et le modèle économétrique classique.

I.1. Méthodes de reconstitution de la courbe zéro coupon :

I.1.1. Méthode directe de reconstitution :

Il s'agit d'une méthode théorique qui permet la reconstitution de la courbe ZC au comptant « pas à pas » i.e segment par segment de maturité. Cette méthode itérative est appelée la méthode de Bootstrap.

☞ Pour le segment de la courbe inférieur à 1 an:

Les instruments négociés sur ce segment sont en général des instruments zéro coupon : le remboursement du prêt se fait en même temps que les intérêts à la date d'échéance. Ainsi, le calcul du taux zéro coupon se réduit à un simple problème de conversion de base fait selon la formule suivante :

$$Y_{ZC} = (1 + (Y_m * j|360))^{(j|360)} - 1$$

Avec :

Y_m : le taux monétaire sur la base de 360 jours
 J : le nombre de jours exact de placement
 Y_{zc} : le taux zéro coupon actuariel

☞ Pour les segments de la courbe supérieurs à 1 an:

La déduction des taux zéro coupon à partir des taux de rendement se fait à travers des itérations successives de telle sorte que pour déterminer les taux zéro coupon d'une maturité n , il faudra connaître auparavant les taux zéro coupon des maturités $n-1$, $n-2$...

Ainsi, le taux zéro coupon d'un actif de maturité un an et distribuant un coupon C_1 au bout d'un an est déterminé en premier lieu. Il est égal au taux de ce placement puisque celui-ci est déjà un titre zéro coupon. On a donc : $\boxed{Y_1=C_1}$.

Le taux zéro coupon d'une obligation de maturité 2 ans et distribuant un coupon C_2 annuellement se calcule en remplaçant le coupon intermédiaire C_2 distribué au bout d'un an au taux zéro coupon 1 an Y_1 . On en déduit donc le taux zéro coupon Y_2 du 2 ans par la formule suivante :

Idem :

$$P - \frac{C_2}{(1+y_1)} = \frac{C_2}{(1+y_2)}$$

$$y_2 = \left[\frac{1 + C_2}{P - \frac{C_2}{(1+y_1)}} \right]^{\frac{1}{2}} - 1$$

En utilisant les taux zéro coupon de maturité 1 an et 2 ans, on peut calculer de la même manière le taux zéro coupon 3ans.

Dès lors, ce mécanisme itératif peut être généralisé par une formule récursive exprimant le taux zéro coupon n ans en fonction des $n-1$ taux zéro coupon précédents :

$$y_n = \left[\frac{1 + C_n}{P - C_n \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(1+y_i)^i}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

En revanche, il existe d'autres méthodes de reconstitution de la courbe zéro coupon et dont le principe est différent : ce sont les méthodes indirectes de reconstitution.

I.1.2. Méthodes indirectes de reconstitution :

Ce sont les méthodes les plus utilisées en pratique et dont le principe est le suivant:

Pour un panier d'obligations à coupons, il s'agit de la minimisation de l'écart au carré entre les prix de marché et les prix reconstitués à l'aide d'une forme a priori spécifiée des taux zéro-coupon ou de la fonction d'actualisation.

Soit donc un panier constitué de n titres. On note à la date t :

P_t^j : Prix de marché du j -ème titre.

\hat{P}_t^j : Prix théorique du j -ème titre

F_s^j : Flux futur du j -ème titre tombant à la date s ($s > t$)

L'idée consiste à trouver le vecteur des paramètres β tel que :
$$\text{Min}_{\beta} \sum_{j=1}^n \left(P_t^j - \hat{P}_t^j \right)^2$$

On distingue deux grandes classes de modèles:

- les modèles type Nelson et Siegel fondés sur une modélisation des taux zéro-coupon
- Les modèles à splines, fondés sur une modélisation de la fonction d'actualisation. Les plus célèbres sont les splines polynomiaux (cf Mc Culloch (1971,1975)) et les splines exponentielles (cf Vasicek et Fong (1982)). Leur avantage tient à leur grande flexibilité qui leur permet de reconstruire toutes les formes de courbe rencontrées sur le marché.

I.2. Analyse statistique de la structure par terme des taux :

I.2.1. Description de la base de données :

Pour notre analyse, la base de données utilisée est constituée d'un historique de courbes des taux de rendement actuariels interpolés du marché obligataire secondaire, sur la période allant du 31/12/2004 jusqu'au 03/03/2013, soit 2867 observations journalières.

Notons que notre base de données est organisée par colonnes et chaque colonne représente une maturité, allant de 13 semaines au 30 ans.

I.2.1. Etude descriptive des taux :

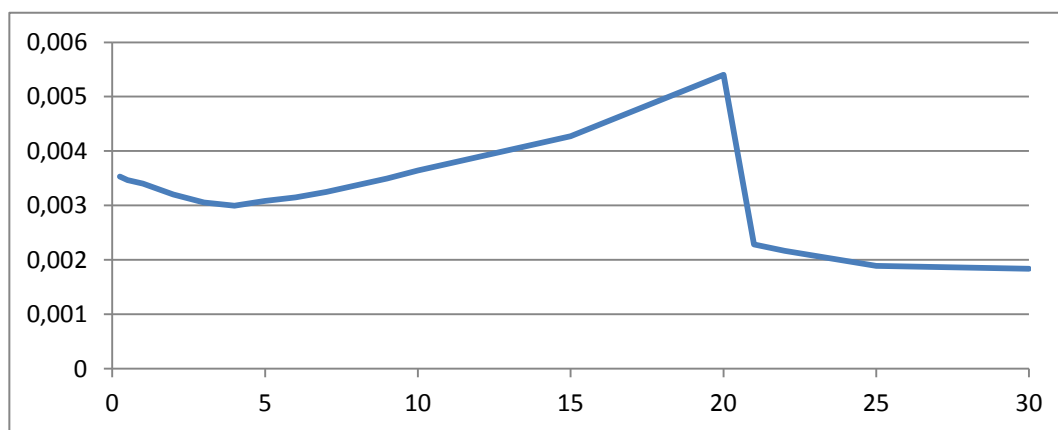
☞ Résultats de l'analyse statistique :

Une première analyse statistique des données fait en sortir les informations suivantes :

Tableau 1 : statistiques descriptives des taux

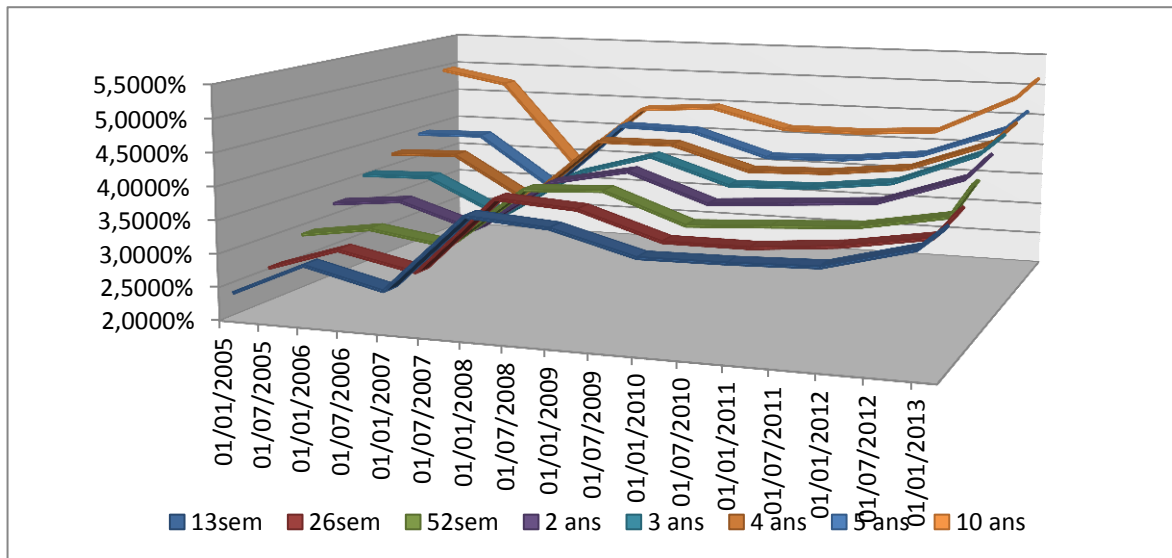
		Statistiques descriptives	
		Moyenne	Ecart-type
Court terme	13sem	,03216803	,003529026
	26sem	,03278337	,003464655
	52sem	,03399940	,003402136
Moyen terme	2ans	,03567661	,003200951
	3ans	,03676935	,003057448
	4ans	,03781009	,002998035
	5ans	,038706	,0030828
Moyen-long terme	6ans	,039472	,0031474
	7ans	,040214	,0032494
	8ans	,040950	,0033703
	9ans	,041651	,0034935
Long terme	10ans	,042298	,0036407
	20ans	,04651071	,005399988
	25ans	,04446060	,001887249
	30ans	,04436806	,001834617
	15ans	,045097	,0042720
	21ans	,04453419	,002285534
	22ans	,044516	,0021639

Source : Elaboré par nos soins, données provenant de CMR

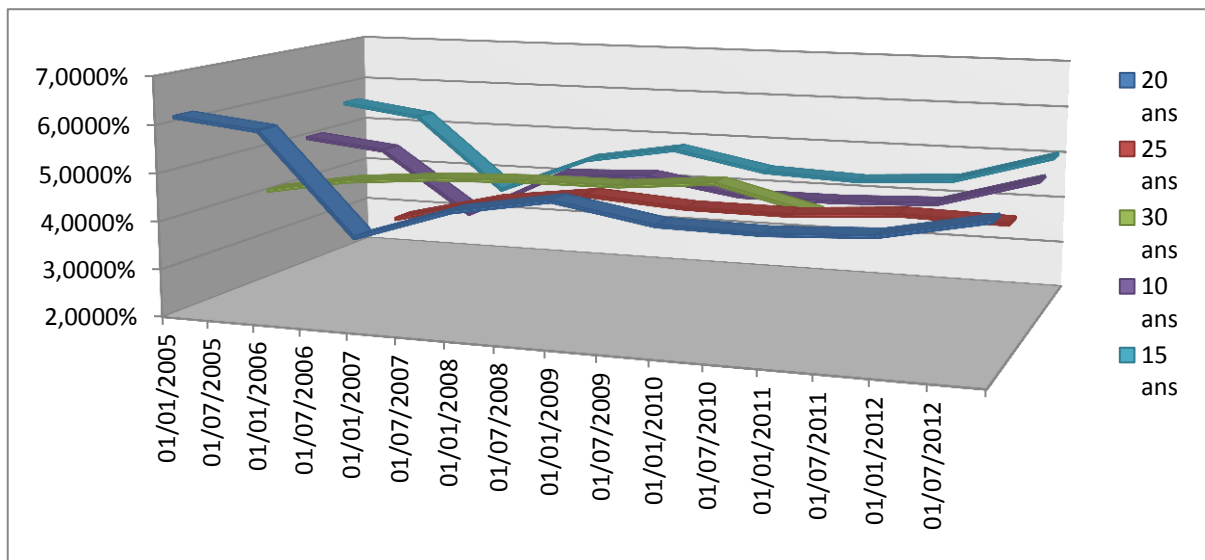


Graphique 2 : Courbe de volatilité des taux

Historiquement, on constate que la volatilité est généralement une fonction décroissante de la maturité des taux, ou croissante sur le court terme jusqu'à un an puis décroissante au delà. Mais d'après les résultats de l'analyse descriptive et du graphique ci-dessus, on constate que les taux du très long terme, appartenant au segment de maturité [21 ans, 30 ans] sont les taux les moins volatiles. Cependant, les taux de maturité 5ans jusqu'à 20 ans sont les plus volatiles.



Graphique 3 : évolution temporelle des taux du court et moyen terme



Graphique 4 : évolution temporelle des taux longs

☞ Lecture économique des résultats:

D'après notre analyse statistique on constate que l'évolution des taux est passée durant la période allant du début de l'année 2006 au début de l'année 2013 par deux grandes phases :

- Phase I (2006-2009) : durant laquelle la partie la plus dynamique de la courbe était la partie dont les maturités sont inférieures à 5 ans. Ceci est expliqué par le contexte économique qui régnait durant cette période, un contexte de relance de l'économie nationale caractérisée principalement par la baisse du déficit budgétaire, la croissance régulière du PIB, l'indexation des taux variables des crédits immobiliers sur les taux moyens pondérés des bons du Trésor à 10 et 15 ans des six derniers mois et des levées du trésor touchant principalement les maturités courtes et moyennes de la courbe.

- Phase II (2009-2013) caractérisée par une tendance baissière des taux, expliquée par l'emplacement de l'économie nationale dans une phase de surchauffe (effet de la crise internationale) caractérisée par l'aggravation du déficit budgétaire, une baisse conséquente des transferts des MRE, des recettes du tourisme, des investissements directs étrangers et des avoirs extérieurs nets engendrant par la suite une diminution du taux de croissance du PIB.

I.2.2. Analyse factorielle des données : extraction des facteurs de déformation de la structure par terme

L'analyse Financière fait largement appel à la notion de facteurs. Comprendre quels sont les facteurs qui déforment la courbe des taux permet donc de mieux appréhender les points forts et faibles des modèles financiers.

Dans ce paragraphe, nous cherchons à extraire des facteurs qui permettent de résumer l'évolution de la courbe des taux d'intérêt. L'étude de la structure par terme se ramène alors à l'analyse de ces facteurs. La méthode requise est l'analyse factorielle des données, en particulier l'analyse en composantes principales.

☞ Principe de l'ACP :

L'ACP fait en réalité partie d'un ensemble de méthodes d'analyse de données, appelées méthodes multifactorielles. De façon générale, celles-ci ont pour but de résumer de la façon la plus fidèle possible un grand ensemble de données, c'est-à-dire d'observations différentes (les variables) pour chaque membre d'une importante population d'étude (les individus). Ce résumé engendre toujours une perte d'information, mais c'est au profit des informations les plus pertinentes et de la lisibilité, donc de la meilleure interprétation.

Considérons n observations de k variables. Nous pouvons alors représenter chaque observation par un point de l'espace vectoriel \mathbb{R}^k . Lorsque k est supérieur à trois, il est difficile de décrire graphiquement ces données. BOUROCHE et SAPORTA (1992) définissent alors l'analyse en composantes principales (ACP) comme "une méthode de réduction du nombre de caractères". Nous obtenons ainsi une reformulation de l'information de manière à ce qu'elle soit plus facile à interpréter.

Soit y_j^i la valeur prise par la $j^{\text{ème}}$ variable pour l' $i^{\text{ème}}$ observation. Nous notons :

$$y_j^i = \begin{pmatrix} y_i^1 \\ \vdots \\ y_i^k \end{pmatrix}$$

Soient \mathfrak{S} un axe factoriel et y un point de \mathbb{R}^k . Nous définissons l'axe factoriel par la combinaison linéaire suivante :

$$\mathfrak{S}(y) = v^T y$$

avec v vecteur de dimension $k \times 1$.

L'analyse factorielle correspond à une projection linéaire des points y_j^i sur le sous-espace vectoriel engendré par les axes factoriels. Pour l'analyse en composantes principales, nous choisissons les vecteurs v de telle façon que l'inertie du nuage projeté soit maximal.

Nous pouvons les obtenir de façon récursive : le premier facteur est le sous espace vectoriel de dimension un d'inertie maximale, pour le second facteur, nous cherchons le sous-espace vectoriel d'inertie maximale orthogonale au précédent, etc. Notons que les vecteurs v sont les vecteurs propres associés à la matrice de covariance des données centrées et réduite \tilde{y}_j^i .

Si nous définissons la variance totale par la somme des variances des différentes variables, celle-ci est égale à k pour les données \hat{y}_j^i . Soit λ_j la variance associée au $j^{\text{ème}}$ facteur. Nous avons

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^n \tilde{y}_j(\tilde{y}_i)^2$$

Et
$$k = \sum_{j=1}^n \lambda_j$$

Avec la décomposition ordonnée $\lambda_1 > \dots > \lambda_k$. Nous pouvons alors mesurer la qualité de représentation d'un axe factoriel par l'expression suivante

$$\varphi_j = \frac{\lambda_j}{k}$$

L'intérêt de l'analyse en composantes principales consiste à construire un nombre relativement petit d'axes factoriels permettant d'expliquer le maximum de la variance.

☞ Application de l'ACP :

A partir d'un historique de données allant du 01/01/2007 au 03/03/2013, nous cherchons à élaborer des facteurs linéaires représentatifs pour la période d'étude. Nous rappelons que la structure par terme \mathfrak{R} est une courbe continue, c'est pourquoi nous ne pouvons pas mener une analyse en composantes principales sur \mathfrak{R} et nous devons par conséquent plutôt considérer un ensemble fini \mathcal{C} , sous ensemble de \mathfrak{R} , pour effectuer ce type d'analyse. Nous choisissons :

$$\mathcal{C} = \{R(13 \text{ sem}), R(26 \text{ sem}), R(1), R(2), R(5), R(10), R(15), R(20), R(21), R(22), R(25), R(30)\}$$

Les résultats de cette analyse sont les suivant :

Tableau 2 : matrice de corrélation des taux

Matrice de corrélation *																		
	13sem	26sem	52sem	2ans	3ans	4ans	5ans	6ans	7ans	8ans	9ans	10ans	15ans	20ans	21ans	22ans	25ans	30ans
13sem	1,000	,969	,887	,820	,793	,804	,795	,786	,776	,771	,773	,776	,780	,736	,719	,697	,577	,204
26sem	,969	1,000	,938	,877	,850	,858	,849	,839	,826	,819	,822	,824	,821	,780	,763	,740	,617	,228
52sem	,887	,938	1,000	,957	,933	,933	,924	,918	,909	,902	,904	,906	,889	,866	,851	,831	,712	,307
2ans	,820	,877	,957	1,000	,987	,973	,960	,955	,945	,938	,942	,945	,916	,895	,883	,865	,755	,356
3ans	,793	,850	,933	,987	1,000	,985	,970	,964	,953	,946	,948	,950	,922	,895	,883	,864	,749	,345
4ans	,804	,858	,933	,973	,985	1,000	,994	,987	,976	,967	,966	,966	,924	,900	,888	,869	,754	,346
5ans	,795	,849	,924	,960	,970	,994	1,000	,997	,987	,979	,977	,975	,928	,905	,893	,874	,759	,352
6ans	,786	,839	,918	,955	,964	,987	,997	1,000	,997	,991	,988	,985	,936	,917	,906	,888	,776	,368
7ans	,776	,826	,909	,945	,953	,976	,987	,997	1,000	,998	,994	,990	,938	,924	,913	,895	,785	,380
8ans	,771	,819	,902	,938	,946	,967	,979	,991	,998	1,000	,998	,992	,938	,926	,915	,897	,798	,382
9ans	,773	,822	,904	,942	,948	,966	,977	,988	,994	,998	1,000	,997	,943	,928	,917	,900	,790	,383
10ans	,776	,824	,906	,945	,950	,966	,975	,985	,990	,992	,997	1,000	,952	,933	,922	,904	,792	,382
15ans	,780	,821	,889	,916	,922	,924	,928	,936	,938	,938	,943	,952	1,000	,958	,945	,926	,808	,382
20ans	,736	,780	,866	,895	,895	,900	,905	,917	,924	,926	,928	,933	,958	1,000	,998	,989	,907	,527
21ans	,719	,763	,851	,883	,883	,888	,893	,906	,913	,915	,917	,922	,945	,998	1,000	,997	,934	,584
22ans	,697	,740	,831	,865	,864	,869	,874	,888	,895	,897	,900	,904	,926	,989	,997	1,000	,959	,645
25ans	,577	,617	,712	,755	,749	,754	,759	,776	,785	,788	,790	,792	,808	,907	,934	,959	1,000	,835
30ans	,204	,228	,307	,356	,345	,346	,352	,368	,380	,382	,383	,382	,382	,527	,584	,645	,835	1,000

a. Déterminant = 1,74E-043

Source : Elaboré par nos soins, données provenant de CMR

L'étude du tableau précédent montre que:

- les corrélations sont toutes positives.
- plus l'écart de maturité entre deux taux est important, moins la corrélation est élevée.
- le segment court terme [26 semaines – 52 semaines] est fortement corrélé.
- le segment moyen terme [2 ans - 5 ans] est également corrélé.
- le segment long terme [6 ans -25 ans] est très corrélé.

Tableau 3 : distribution de la variance totale expliquée

Composante	Valeurs propres initiales		
	Total	% de la variance	% cumulés
1	15,501	86,116	86,116
2	1,439	7,995	94,111
3	,528	2,935	97,046
4	,236	1,314	98,359
5	,131	,728	99,088
6	,052	,290	99,377
7	,041	,229	99,606
8	,031	,172	99,777
9	,019	,104	99,881
10	,009	,052	99,933
11	,008	,042	99,975
12	,003	,014	99,989
13	,001	,007	99,996
14	,001	,003	99,999
15	,000	,001	100,000
16	1,11 2E-5	6,177E-5	100,000
17	4,467E-7	2,482E-6	100,000
18	3,602E-9	2,001E-8	100,000

Source : Elaboré par nos soins, données provenant de CMR

L'étude de ce tableau montre que 97.1% de la variabilité de l'information est expliquée par trois facteurs, dont le premier explique 86.1% et le deuxième explique 7.99% et le dernier explique 2.93%.

Tableau 4 : matrice des composantes

	Composante	
	1	2
6ans	,982	-,088
10ans	,981	-,053
7ans	,981	-,065
9ans	,980	-,054
8ans	,978	-,056
5ans	,977	-,114
4ans	,976	-,126
2ans	,967	-,124
3ans	,966	-,122
15ans	,963	-,011
20ans	,962	,169
21ans	,956	,229
22ans	,943	,295
52sem	,943	-,194
26sem	,874	-,294
25ans	,848	,523
13sem	,827	-,306
30ans	,457	,837

Source : Elaboré par nos soins, données provenant de CMR

D'après ce tableau on déduit que les expressions du premier et du second axe factoriel s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_1 = & 0,827 \times R(13 \text{ sem}) + 0,874 \times R(26 \text{ sem}) + 0,943 \times R(1) + 0,967 \\ & \times R(2) + 0,966 \times R(3) + 0,976 \times R(4) + 0,977 \times R(5) \\ & + 0,982 \times R(6) + 0,981 \times R(7) + 0,978 \times R(8) + 0,98 \\ & \times R(9) + 0,981 \times R(10) + 0,963 \times R(15) + 0,962 \\ & \times R(20) + 0,956 \times R(21) + 0,943 \times R(22) + 0,848 \\ & \times R(25) + 0,457 \times R(30) \end{aligned}$$

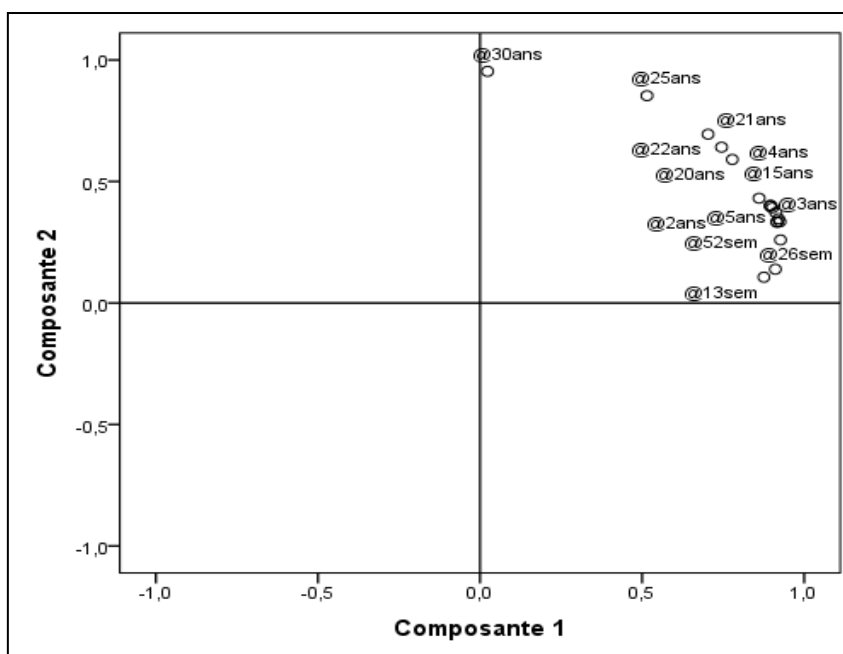
$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_2 = & -0,306 \times R(13 \text{ sem}) - 0,294 \times R(26 \text{ sem}) - 0,194 \times R(1) \\ & - 0,124 \times R(2) - 0,122 \times R(3) - 0,126 \times R(4) - 0,114 \\ & \times R(5) - 0,088 \times R(6) - 0,065 \times R(7) - 0,056 \times R(8) \\ & - 0,054 \times R(9) - 0,053 \times R(10) - 0,011 \times R(15) \\ & + 0,169 \times R(20) + 0,229 \times R(21) + 0,295 \times R(22) \\ & + 0,523 \times R(25) + 0,837 \times R(30) \end{aligned}$$

∞ Interprétation des deux facteurs :

Le premier facteur est le facteur expliquant la majorité de la variance de l'information. Il apparaît qu'il dépend positivement de l'ensemble des taux d'intérêt zéro coupon de C et que les coefficients qui le déterminent sont assez proches les uns des autres. Nous pouvons alors conclure que le premier facteur est le « *facteur de niveau* » de la courbe des taux.

Le deuxième facteur est aussi important puisqu'il explique 7.99% de la variance. Ca d'une part, d'autre part, Les coefficients de cet axe sont presque monotones croissants avec la maturité. Ils sont négatifs pour les maturités courtes, et deviennent positifs pour les maturités plus longues. La valeur du score dépend donc de la position des taux courts par rapport au taux long. Si les taux courts augmentent ou si les taux longs diminuent, le score diminue. Nous pouvons donc penser que ce score sera négatif si la courbe des taux est inversée. C'est donc un « **facteur de pente** » de la courbe des taux.

Toutes ces interprétations sont illustrées par le graphique ci-dessous :



Graphique 5 : diagramme des composantes factorielles 1 et 2

↻ Interprétation du troisième facteur :

Le troisième facteur est un facteur marginal, puisqu'il n'explique que 2.93% de l'information. C'est pour cette raison qu'on suppose qu'il exprime « **le facteur de courbure** » de la courbe des taux.

↻ Conclusion :

Finalement, on peut conclure que statistiquement, trois facteurs sont à l'origine de la déformation de la courbe des taux à savoir : le facteur de niveau, le facteur de pente et le facteur de courbure. C'est pour cette raison, qu'on s'est décidé d'estimer notre courbe des taux dans un premier temps par le modèle de Nelson Siegel, un modèle qui prend en considération les trois facteurs cités auparavant.

I.3. Modélisation de la courbe des taux zéro coupon :

I.3.1. Choix des modèles :

Le modèle de taux idéal doit avoir, d'après les critères de ROGERS (1995), les caractéristiques suivantes :

1. réaliste en ce sens qu'il permet de prendre en compte les propriétés empiriques de la courbe des taux. L'étude historique des mouvements de la courbe des taux met en relief les propriétés suivantes :

- a. les taux d'intérêt ne sont pas négatifs.
 - b. les taux d'intérêt sont affectés par des effets de retour à la moyenne.
 - c. les taux n'évoluent pas de façon parfaitement corrélée.
 - d. les taux à court terme sont plus volatiles que les taux à long terme.
 - e. 3 facteurs : niveau, pente et courbure, sont à l'origine de plus de 95% des mouvements de la courbe des taux.
2. bien construit en ce sens que les paramètres du modèle sont observables sur le marché, facilement estimables, et en outre fréquemment réajustables ;
3. compatible avec les prix de marché de produits ;
4. suffisamment simple pour permettre des calculs rapides et intuitifs ;
5. un modèle qui n'oublie pas un facteur de risque ;
6. cohérent d'un point de vue théorique, c'est-à-dire satisfaisant l'absence d'opportunité d'arbitrage ;
7. offrant une méthode de couverture du produit de taux qui permette au vendeur de dupliquer aisément le produit, et par conséquent de sécuriser tout au long de la vie du produit la marge dégagée initialement lors de la vente.

Ce modèle idéal n'existant pas, une multitude de modèles se sont donc développés. Ils peuvent être déterministes ou stochastiques, à discrétisation exacte ou approximative, mono- ou multifactoriels, reposant sur la théorie de l'absence d'opportunité d'arbitrage ou sur l'équilibre du marché offre/demande.

Ainsi, le choix des modèles d'estimation s'est basé essentiellement sur la vérification de la majorité des critères cités ci-dessus.

I.3.2. Modélisation de la courbe des taux zéro coupon par le modèle de Nelson Siegel :

I.3.2.1. Présentation du modèle :

Les méthodes d'estimation de la courbe des taux zéro sont nombreuses. Nous pouvons les classer en trois catégories : celles qui sont basées sur les fonctions splines exponentiels, celles qui postulent une classe de fonctions, enfin celles qui utilisent des techniques non paramétriques.

Le modèle de Nelson et Siegel (1987) et son extension par Svensson (1994) font partie de la deuxième catégorie, ils sont largement utilisés par les banques centrales et les autres acteurs du marché comme modèle pour la structure par terme des taux d'intérêt. Ce choix est en fait justifié par des études universitaires qui ont fourni des preuves denses que le modèle peut également être un outil précieux pour la prévision de la structure par terme.

Comme nous l'avons déjà mentionné, la méthode de Nelson Siegel fait partie des méthodes qui se basent sur le critère de minimisation entre les données observées et les valeurs « théoriques ». C'est un modèle paramétrique à trois facteurs de forme et un facteur d'échelle, permettant la reconstitution de manière réaliste les chocs sur l'ensemble de la gamme des taux. Commençons donc par la présentation de la théorie mathématique de ce modèle.

Le point de départ du travail de Nelson et Siegel est de supposer que le taux à terme instantané (taux forward) $f(t, m, \alpha)$ est solution d'une équation différentielle ordinaire du second ordre dans le cas d'une racine double, c'est-à-dire que l'expression de $f(t, m, \alpha)$ est de la forme suivante :

$$f(t, m, \alpha) = \mu_1 + \mu_2 e^{(-m/\tau_1)} + \mu_3 \frac{-m}{\tau_1} e^{(-m/\tau_1)}$$

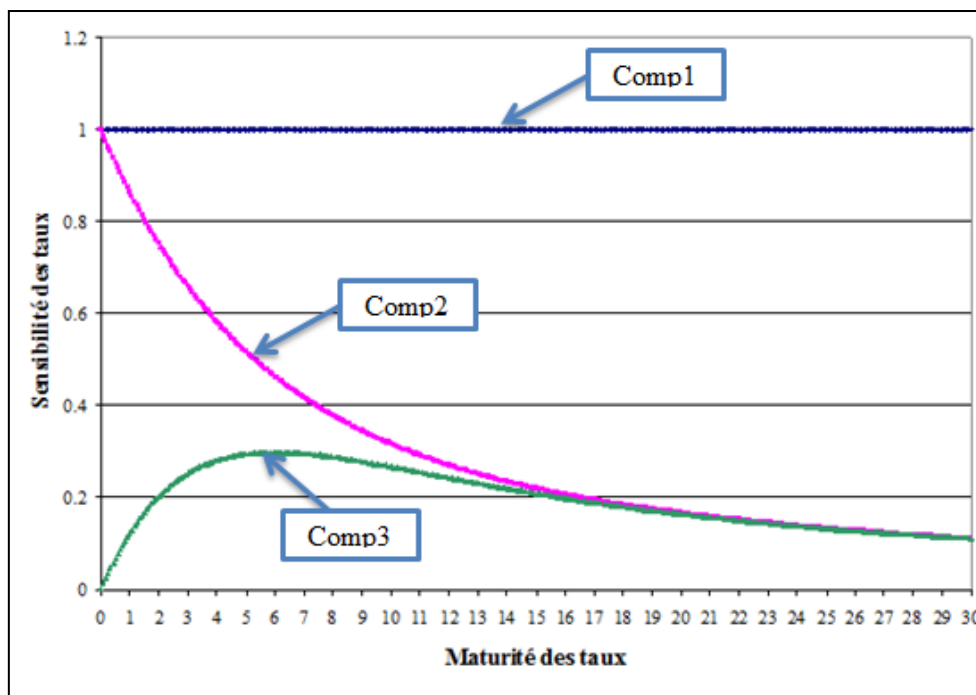
Le taux d'intérêt zéro coupon se déduit par intégration du taux à terme instantané sur l'intervalle $[0, m]$ divisée par m , c'est-à-dire : $y(t, m, \alpha) = \frac{\int_0^m f(t, \theta, \alpha) d\theta}{m}$ cela conduit à la relation suivante :

$$y(t, m, \alpha) = \mu_1 + \mu_2 \frac{1 - e^{(-m/\tau_1)}}{m/\tau_1} + \mu_3 \left(\frac{1 - e^{(-m/\tau_1)}}{m/\tau_1} - e^{(-m/\tau_1)} \right)$$

Avec :

m : la maturité du taux zéro coupon // $\alpha = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \tau_1]$
 μ_1 : le facteur de niveau de la courbe (the level of the curve) ;
 μ_2 : le facteur de rotation de la courbe (the slope of the curve) ;
 μ_3 : le facteur de courbure de la courbe (the curvature) ;
 τ_1 : le paramètre d'échelle indiquant la position de la courbure (la bosse) de la courbe.

Il est aisé d'exprimer les dérivées partielles de $y(t, m, \alpha)$ par rapport à chacun des paramètres « mu », ce que l'on appelle les sensibilités des taux zéro-coupon aux paramètres μ (cf. graphique suivant). Ces sensibilités sont très proches de celles que l'on obtient historiquement en appliquant la méthode de l'ACP aux taux zéro-coupon.



Graphique 6 : Composante du modèle Nelson Siegel

Nota bene :

Comp 1 représente la composante de niveau ;

Comp 2 représente la composante de rotation ;

Comp3 représente la composante de courbure.

∞ Interprétation financière des paramètres du modèle :

La courbe des taux zéro coupon admet deux limites selon les valeurs extrêmes de la maturité m : lorsque m tend vers 0 : $y(t, 0, \alpha) = \mu_1 + \mu_2$ et lorsque m tend vers l'infini : $y(t, \infty, \alpha) = \mu_1$.

Ainsi, on déduit que $\mu_1 + \mu_2$ représente le taux court instantané, μ_1 représente le taux long et μ_2 le spread (écart) entre le taux long et le taux court.

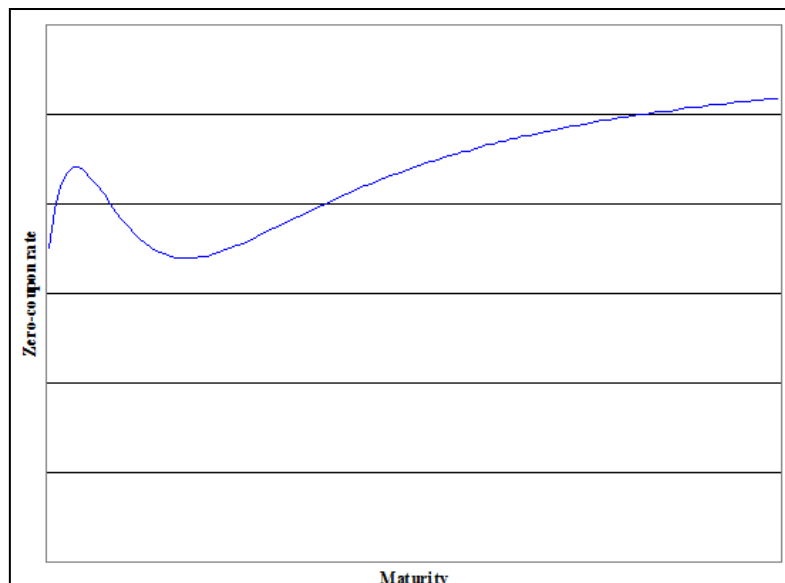
I.3.2.2. Avantages et limites du modèle :

La force du modèle de Nelson Siegel est liée à sa capacité d'intégrer dans sa formule d'estimation du taux zéro coupon les trois facteurs éprouvés statistiquement responsables de 95% des déformations de la courbe.

De plus, son utilisation des taux à terme instantané présente l'avantage de conduire à la condition nécessaire et suffisante simple d'AOA, qui est la positivité de tous les taux à terme (cf Hull 1999).

Malheureusement, le modèle de Nelson et Siegel ne permet pas de reconstituer toutes les formes de courbes de taux que l'on peut rencontrer sur le marché, en particulier les formes à une bosse et un creux (voir graphique suivant). En outre, il manque de souplesse d'ajustement

pour les maturités du court-moyen terme. Cet inconvénient peut être levé en utilisant le modèle de Svensson appelé aussi modèle de Nelson-Siegel augmenté.



Graphique 7 : Forme de courbe à une bosse et un creux

I.3.2.3. Extension du modèle : modèle de Svensson

L'extension du modèle de Nelson Siegel donne plus de flexibilité à la courbe sur le secteur court terme en ajoutant un paramètre de courbure supplémentaire. La formule mathématique exprimant le taux zéro coupon devient alors :

$$y(t, m, \alpha) = \mu_1 + \mu_2 \frac{1 - e\left(-m/\tau_1\right)}{m/\tau_1} + \mu_3 \left[\frac{1 - e\left(-m/\tau_1\right)}{m/\tau_1} - e\left(-m/\tau_1\right) \right] + \mu_4 \left[\frac{1 - e\left(-m/\tau_2\right)}{m/\tau_2} - e\left(-m/\tau_2\right) \right].$$

Avec :

$$\alpha = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \tau_1, \tau_2]$$

μ_4 : le facteur de courbure supplémentaire de la courbe;

τ_2 : le paramètre d'échelle indiquant la position de la seconde bosse de la courbe.

Cette relation présente les mêmes propriétés que la relation précédente pour les valeurs extrêmes de m . Les deux derniers termes du membre de droite se distinguent uniquement par leurs paramètres (τ_1 et μ_3 d'une part, τ_2 et μ_4 d'autre part) et leur rôle respectif est de capter les inflexions de la courbe de taux pour des maturités différentes.

I.3.2.4. Calibrage du modèle de Nelson Siegel et de son extension :

☞ Calibrage du modèle de Nelson Siegel :

L'estimation du modèle de Nelson Siegel se fait à chaque date t , à partir de l'historique des taux zéro coupon et ceci en minimisant l'erreur quadratique entre les taux zéro coupon observés sur le marché et les taux théoriques sous contraintes. Dès lors le problème d'estimation revient à résoudre le programme d'optimisation suivant :

$$\frac{Min}{\alpha} \sum (P_t(\alpha) - P_t^o(\alpha))^2$$

$$\frac{s}{à} : \left\{ \begin{array}{l} \mu_1 > 0 \\ \mu_2 + \mu_1 > 0 \\ \tau_1 > 0 \end{array} \right\}$$

La résolution de ce programme se fait à l'aide du solveur Excel, une résolution très sensible aux valeurs initiales des paramètres du modèle. L'affectation de ces valeurs est soumise aux hypothèses suivantes :

H₁ : la courbe est initialement plate et n'admet pas de courbure, équivalent à dire que le paramètre de courbure μ_3 est initialement nulle ;

H₂ : le paramètre de niveau est égale aux taux long (taux zéro coupon de maturité 15 ans) ;

H₃ : le paramètre de rotation est égale à la différence entre le taux court (taux 13 semaines) et le taux long ;

H₄ : le paramètre d'échelle est fixe et prend comme valeur initiale à 8 ans.

La feuille de calcul ci-dessous illustre l'interface permettant l'estimation des paramètres du modèle pour chaque date. Le résultat de cette minimisation nous donne un paramètre d'échelle, presque pour toutes les observations, égale à des valeurs entre 8 et 10 avec certains pics pour certaines périodes.

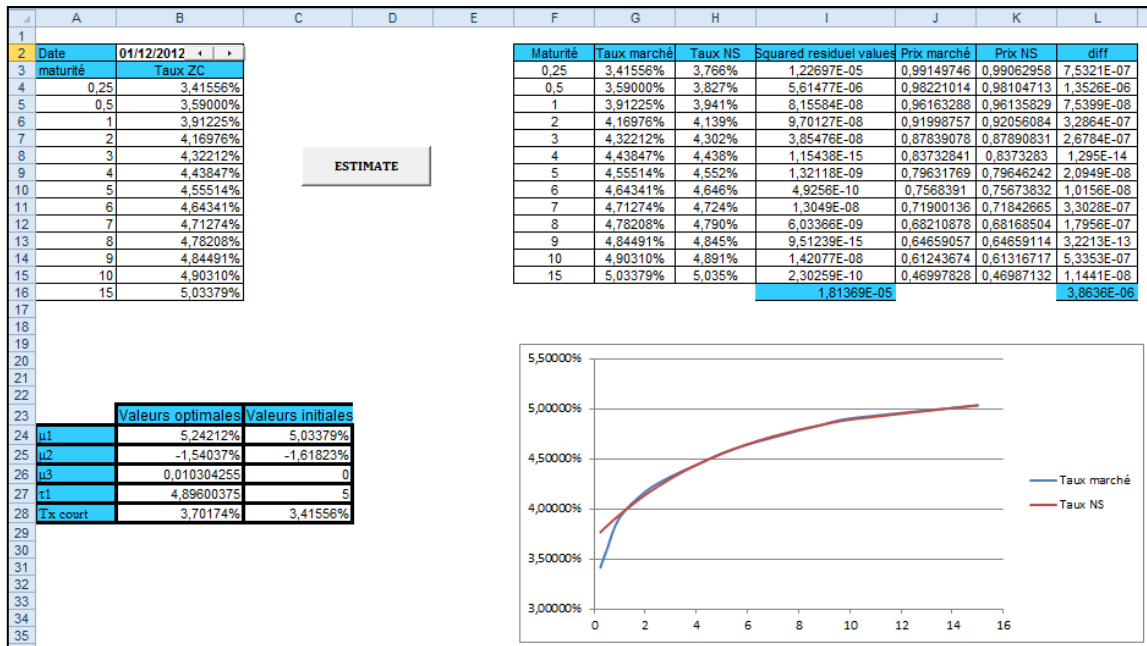


Figure 8 : feuille d'estimation de la courbe des taux par le modèle Nelson Siegel

Afin d'apprécier la qualité d'ajustement du modèle de Nelson Siegel, on a procédé à un **Backtesting** de la courbe estimée en différent et on a obtenu les résultats suivants :

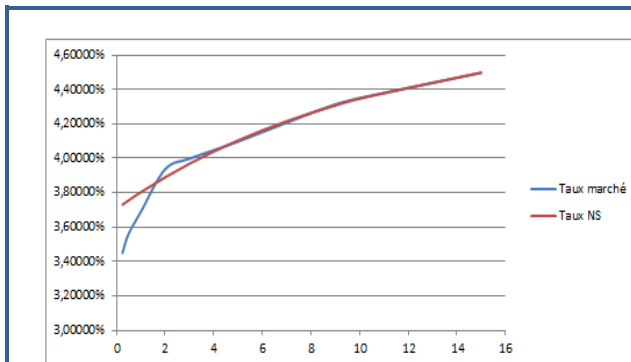


Figure 9 : courbe des taux estimé au 05/09/2012

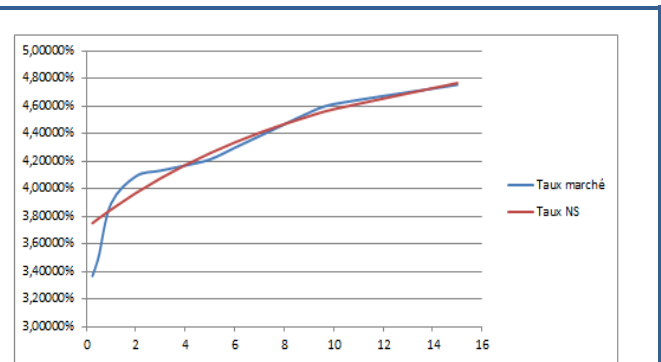


Figure 10 : courbe des taux estimé au 05/03/2012

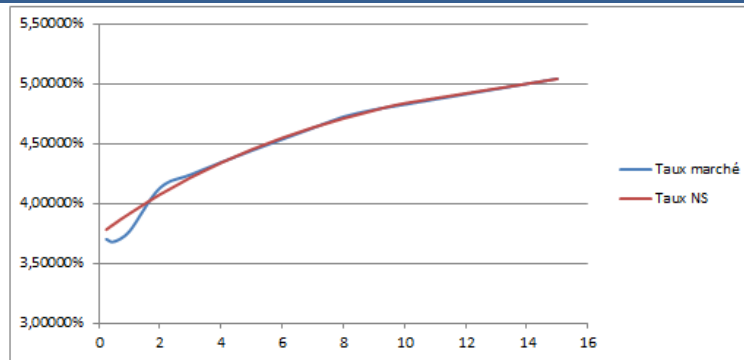


Figure 11 : courbe des taux estimé au 05/01/2013

On constate donc que le modèle de Nelson Siegel ajuste bien la courbe des taux mais il manque de flexibilité pour la partie courte de la courbe.

☞ Calibrage du modèle de Svensson :

Les formes de la structure par terme des taux présentent, en période de troubles importants sur les marchés, des configurations parfois complexes pour les maturités très courtes. Pour tenir compte de ces possibilités et pour accroître la flexibilité de la fonction de base, Svensson a proposé d'ajouter deux paramètres supplémentaires dans l'équation de détermination du taux à terme. L'estimation des paramètres du modèle se fait de la même manière que le modèle de base avec une petite modification concernant les hypothèses précédemment mentionnées se résumant à l'ajout de l'hypothèse suivante :

H_5 : le paramètre d'échelle τ_2 est fixe et prend comme valeur initiale à 2 ans.

Les résultats obtenus par le Backtesting(voir les figures suivantes), confirme le bon ajustement de la courbe de marché et la résolution du problème constaté dans le modèle de base.

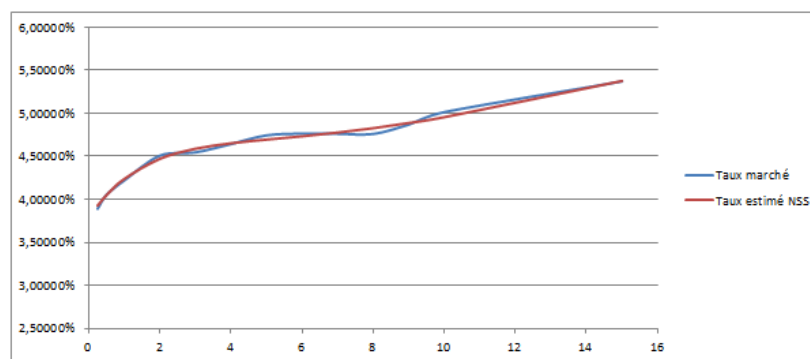


Figure 12 : courbe des taux estimée au 02/02/2013

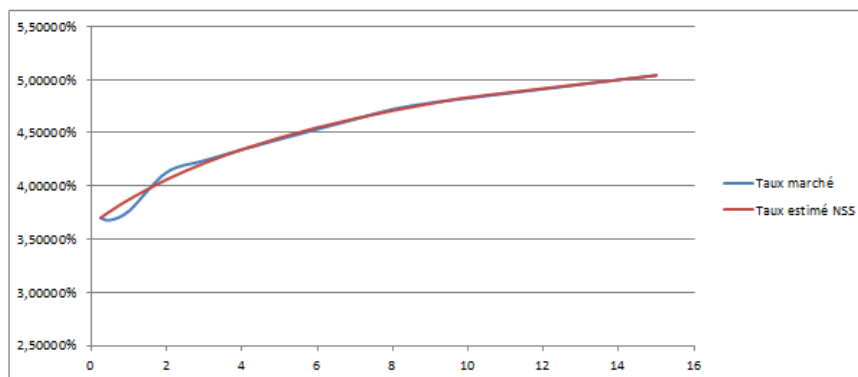


Figure 13 : courbe des taux estimée au 05/01/2013

C'est ici que s'achève notre modélisation par le modèle de Nelson Siegel ainsi que son extension, une modélisation qui nous a permis de conclure que le modèle qui ajuste le mieux la courbe des taux ZC, c'est le modèle de Svensson. Nous présentons dans la suite la modélisation de la courbe des taux par le modèle d'arbitrage à une seule variable d'état : le modèle CIR.

I.3.3. Modélisation de la courbe des taux zéro coupon par le modèle CIR :

I.3.3.1. Présentation du modèle :

Le modèle de taux d'intérêt Cox-Ingersoll-Ross (CIR) est un modèle d'équilibre à un facteur. Un modèle de taux d'intérêt à un facteur car il part de la modélisation du taux court afin de modéliser les taux d'intérêt à long terme et un modèle d'équilibre par ce qu'il utilise des hypothèses au sujet de diverses variables économiques (par exemple retour à la moyenne) afin d'obtenir un procédé de détermination de ce taux.

Dans le cadre de ce modèle, l'étude de l'évolution des taux se base sur deux études : une *étude statique* à une date donnée, où on essaye de minimiser une distance entre les prix empiriques effectivement observés et les prix théoriques et une *étude dynamique* qui consiste à estimer les paramètres d'une équation différentielle stochastique décrivant l'évolution temporelle du taux d'intérêt court.

Afin de garantir la positivité du taux court, Cox-Ingersoll-Ross utilisent le processus de « racine carré » appelé aussi « the square root process » et dont la variance instantanée est proportionnelle à la racine carrée du niveau atteint. Ce processus stochastique s'écrit de la manière suivante :

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$$

Où :

b: la moyenne sur long terme du taux court.

a: la vitesse d'ajustement du taux court actuel vers sa moyenne de long terme b.

σ : la volatilité du taux spot.

dz: le mouvement Brownien standard.

Ainsi, la condition de positivité s'écrit : $\sqrt{2 * ab} > \sigma$ & la solution de ce processus est donnée par :

$$r_t = r_0 + \int_0^t a(b - r_s)ds + \sigma \int_0^t \sqrt{r_s} dz(s)$$

Sachant que la valeur d'une obligation ne dépend que d'une seule variable d'état, la solution à l'équation différentielle régissant le prix d'une obligation zéro coupon est la suivante :

avec :

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)}$$

$$A(t, T) = \left[\frac{2\gamma \times \exp\left(\frac{(a+\pi+\gamma)\tau}{2}\right)}{(a + \pi + \gamma) \times [e^{\gamma\tau} - 1] + 2\gamma} \right]^{\frac{2ab}{\sigma^2}} \quad \& \quad B(t, T) = \left[\frac{2 \times [e^{\gamma\tau} - 1]}{(a + \pi + \gamma) \times [e^{\gamma\tau} - 1] + 2\gamma} \right]$$

$$\gamma = \sqrt{(a + \pi)^2 + \sigma^2}$$

I.3.3.2. Avantages et inconvénients du modèle :

Parmi les avantages du modèle CIR, on peut citer particulièrement quatre :

- 1/Un modèle à un facteur simple à appréhender d'un point de vue théorique ;
- 2/Un modèle qui fournit des expressions analytiques pour le « pricing » des produits de taux standards (zéro coupon, obligation à coupon, swaps...);
- 3/ Un modèle fournissant des réponses rapides d'un point de vue informatique ;
- 4/ un modèle respectant le principe de retour à la moyenne et de positivité des taux.

Le point faible de ce modèle, c'est son incapacité à estimer les courbes de taux à un creux et une bosse.

I.3.3.3. Estimation des paramètres du modèle :

L'estimation des paramètres du modèle CIR nécessite l'application d'un processus de discrétisation au modèle, le procédé de discrétisation appliqué dans notre cas est le processus d'Euler consistant à l'approximation du processus continu r_t par le processus discret \tilde{r}_t défini avec les mêmes notations que précédemment par :

$$\tilde{r}_{t+\delta} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t} * \delta\varepsilon_t$$

Où ε_t est une variable aléatoire centrée réduite

Dès lors, la première étape dans le cadre de l'estimation des paramètres du modèle, c'est la réalisation d'une discrétisation simple du processus de « racine carré » du taux court en considérant que δ est constante et égale à une période. L'équation de discrétisation devient alors:

$$\tilde{r}_{t+1} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t) + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\varepsilon_t$$

Idem à :

$$\tilde{r}_t = ab + (1 - a)\tilde{r}_{t-1} + \sigma\sqrt{\tilde{r}_{t-1}}\varepsilon_t$$

Ainsi, l'estimation des paramètres du processus de « racine carré » peut être effectuée d'une manière simple en recourant à une régression linéaire classique définie par l'équation ci-dessous :

$$Y = \beta_1 X + \beta_2 Z + \varepsilon$$

Avec :

- $\beta_1=ab$; $\beta_2=1-a$;
- $Y = r_t / \sqrt{r_{t-1}}$; $X = 1 / \sqrt{r_{t-1}}$; $Z = \sqrt{r_{t-1}}$
- ε suit une loi normale de moyenne nulle et de variance σ^2 .

I.3.3.4. Application du modèle :

La régression décrite ci-dessus sera effectuée sur la base d'un ensemble d'observations journalières du TMP que nous avons considéré le représentatif du taux court instantané. Puisque notre régression fait intervenir des séries chronologiques, il est opportun de vérifier d'abord la stationnarité de ces séries dans le but d'éviter l'obtention d'une régression fallacieuse.

Nous avons donc décidé d'effectuer le test de stationnarité de Dickey Fuller sous Eviews, pour les trois séries citées auparavant : Y, X et Z

∞ Stationnarité de la variable dépendante Y :

En effectuant le test de racine unitaire de Dickey fuller augmenté, nous avons abouti aux résultats suivants :

Null Hypothesis: Y has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=25)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-14.21632	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.962301	
	5% level		-3.411892	
	10% level		-3.127843	
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(Y)				
Method: Least Squares				
Date: 06/05/13 Time: 22:55				
Sample (adjusted): 2/06/2007 1/01/2013				
Included observations: 2157 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Y(-1)	-0.350056	0.024624	-14.21632	0.0000
D(Y(-1))	-0.310695	0.026734	-11.62183	0.0000
D(Y(-2))	-0.132142	0.025554	-5.171041	0.0000
D(Y(-3))	-0.088010	0.021448	-4.103306	0.0000
C	0.064159	0.004521	14.19289	0.0000
@TREND(2/01/2007)	-6.38E-07	2.64E-07	-2.418954	0.0156

Figure 14 : Test de stationnarité de la série Y

D'après les résultats ci-dessus, on constate que la statistique t_{β} est inférieure à la valeur critique de Dickey Fuller, donc on accepte l'hypothèse nulle H_0 : nullité de la tendance β . D'autre part, on a la statistique t_{ρ} est inférieure à la valeur critique de Dickey Fuller pour tout niveau de confiance, alors on rejette l'hypothèse nulle H_0 : existence d'une racine unitaire ; et par la suite on peut dire que notre série est stationnaire.

∞ Stationnarité des variablesexplicatives X & Z :

Afin de vérifier la stationnarité de ces deux séries, on procèdera encore une fois par l'application du test de Dickey Fuller augmenté. Les résultats obtenus sont comme suit :

Null Hypothesis: X has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=25)					Null Hypothesis: Z has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=25)				
		t-Statistic		Prob.*			t-Statistic		Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-14.17569		0.0000	Augmented Dickey-Fuller test statistic		-13.47494		0.0000
Test critical values:		1% level		-3.962293	Test critical values:		1% level		-3.962293
		5% level		-3.411888			5% level		-3.411888
		10% level		-3.127840			10% level		-3.127840
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(X) Method: Least Squares Date: 06/05/13 Time: 23:34 Sample (adjusted): 2/02/2007 1/01/2013 Included observations: 2161 after adjustments					Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(Z) Method: Least Squares Date: 06/05/13 Time: 23:32 Sample (adjusted): 2/02/2007 1/01/2013 Included observations: 2161 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X(-1)	-0.169446	0.011953	-14.17569	0.0000	Z(-1)	-0.154176	0.011442	-13.47494	0.0000
C	0.929450	0.065854	14.11387	0.0000	C	0.028213	0.002098	13.44965	0.0000
@TREND(2/01/2007)	6.63E-06	4.39E-06	1.511977	0.1307	@TREND(2/01/2007)	-2.56E-07	1.28E-07	-2.001833	0.0454

Figure 15 : Test de stationnarité de la série X et la série Z

Nous rejetons alors dans les deux cas l'hypothèse H_0 : existence d'une racine unitaire, ce qui signifie que les deux séries étudiées sont stationnaires.

Après avoir étudié la stationnarité des variables dépendante et indépendantes de notre modèle de régression linéaire, nous pouvons maintenant passer à l'estimation des coefficients de régression.

A cet effet, nous avons réalisé une régression linéaire à l'origine (sans constante) par l'outil SPSS et nous avons obtenu les résultats ci-dessous :

Coefficients						
Modèle		Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés	t	Sig.
		A	Erreur standard	Bêta		
1	X	,005	,000	,154	14,323	,000
	Z	,846	,011	,845	78,427	,000

Figure 16 : Estimation des coefficients du modèle

Récapitulatif des modèles					
Modèle	R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation	Durbin-Watson
1	,999 ^a	,998	,998	,00723	1,942

Figure 17 : récapitulatif du modèle

Cette régression nous permet donc la déduction des estimateurs des paramètres du processus de « racine carré » :

$$\beta_1 = ab = 0.005 \quad ; \quad \beta_2 = 1 - a = 0.846 \quad ; \quad \sigma = 0.00723$$

D'où : $a = 0.154$ et $b = 0.03246$

Estimation faite des paramètres du modèle, nous passons alors à ce stade au calibrage du modèle CIR.

I.3.3.5. Calibrage du modèle CIR sous Excel:

L'estimation du modèle comme nous le avons déjà mentionné se fait en deux étapes : la première est destinée à l'étude dynamique du taux court et où nous avons estimé les paramètres a, b, σ du modèle, et la deuxième étape est réservée à l'étude statique du modèle, sans oublier que l'estimation la prime de risque π n'est encore réalisée.

Ainsi, c'est au niveau de l'étude statique que le paramètre π du modèle est estimé, et ceci par une minimisation de la somme des erreurs quadratiques entre les prix théoriques et les prix de marché. Cette minimisation est effectuée à travers l'outil solveur Excel à toute date, il suffit de disposer de l'historique des taux zéro coupon du marché et du taux court (TMP) pour la date concernée ainsi que les paramètres du processus de racine carré.

La figure ci-dessous représente la feuille de calcul Excel, où nous avons effectué le calcul des prix de marché, des prix théoriques ainsi que la minimisation de la somme des erreurs quadratiques entre ces prix. A noter que les entrées de cette feuille de calcul sont : a, b, σ et la date d'estimation.

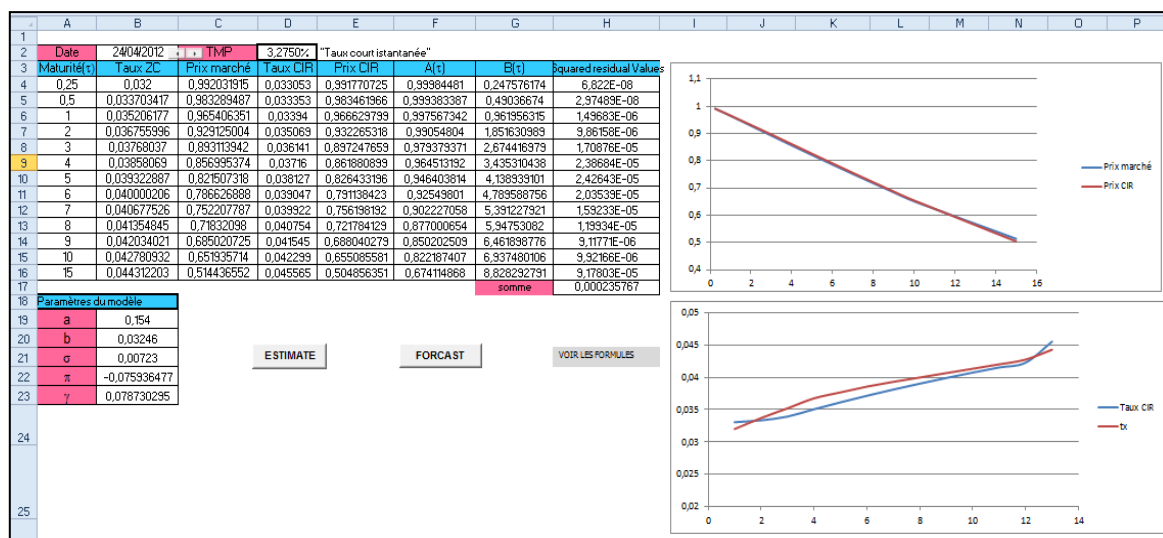


Figure 18 : feuille d'estimation de la courbe des taux par le modèle CIR

Nous remarquons que les deux courbes empirique et théorique sont très proches l'une de l'autre. Ainsi, nous pouvons dire que le modèle de Cox, Ingersoll et Ross reflète approximativement la réalité du marché. D'où le choix de ce modèle comme un modèle de référence pour la réalisation d'une prévision de la courbe des taux.

I.3.3.6. Prévision de la courbe des taux ZC par le modèle CIR :

Nous rappelons que le modèle CIR suppose que le taux court suit un processus de racine carré de la forme après discrétisation:

$$\widehat{r}_{t+\delta} = \widetilde{r}_t + a(b - \widetilde{r}_t)\delta + \sigma\sqrt{\widetilde{r}_t} * \delta\varepsilon_t$$

Ainsi, afin de pouvoir faire des prévisions sur le taux court, nous allons procéder par la simulation du mouvement brownien et ce en effectuant la démarche suivante :

Répéter en boucle sur l'horizon de prévision les procédures suivantes :

1/ Générer une réalisation de la variable aléatoire ε_t selon la loi normale standard ;

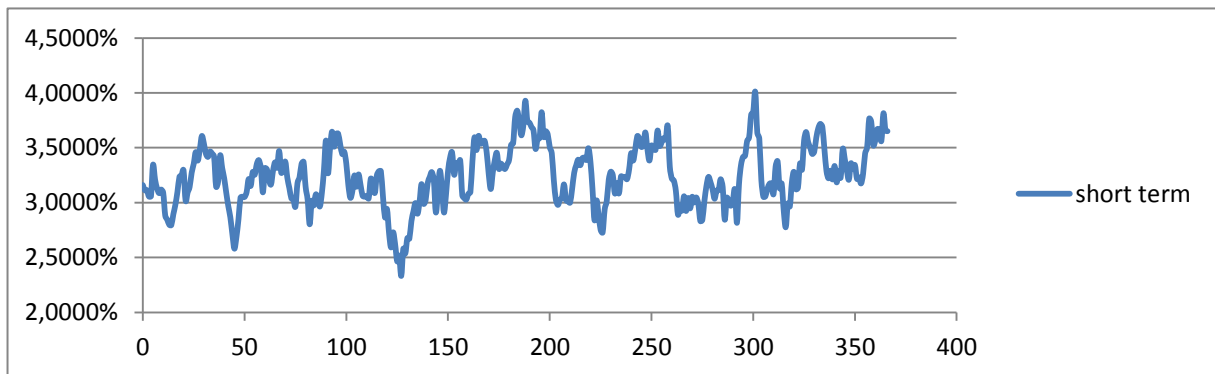
2/ Calculer le taux court du jour via la formule :

$$\widehat{r}_{t+1} = \widetilde{r}_t + a(b - \widetilde{r}_t) + \sigma\sqrt{\widetilde{r}_t}\varepsilon_t$$

3/ passer au jour suivant.

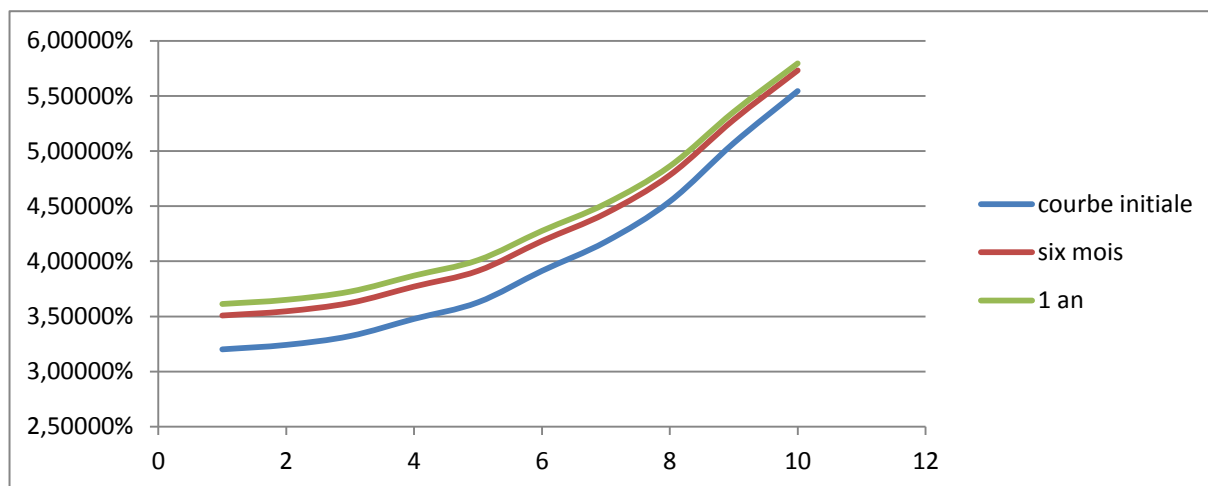
Nous notons que dans le cadre de ce travail, nous nous sommes situés à la date du 1^{er} janvier 2013 et nous avons réalisé des prévisions de la courbe des taux zéro coupon pour le premier semestre de l'année 2013 ainsi que la fin de l'année 2013.

Les graphiques ci-dessous illustrent les prévisions réalisées à la fois du taux court instantané et de la courbe des taux zéro coupon :



Graphique 8 : Simulation du taux court

La simulation du taux court révèle une augmentation future des taux, donc une tendance à la hausse de la courbe des taux.



Graphique 9: prévisions de la courbe des taux

I.3.4. Une tentative de la modélisation de la courbe des taux zéro coupon par une régression économétrique classique:

La détermination des facteurs qui influencent les taux de rendement futurs des obligations de l'Etat est une nécessité pour un gérant de portefeuille obligataire. C'est une étape fondamentale qui nécessite sans doute une compréhension des éléments qui tournent dans la sphère de la courbe des bons de trésor, et qui l'influencent de près ou de loin.

Le choix des variables explicatives de la déformation de la courbe des taux des bons du trésor est une étape préliminaire qui précède la mise en place du modèle économétrique.

La modélisation économétrique, quant à elle, doit respecter une certaine démarche à trois étapes :

1- **La spécification du modèle** : détermination des facteurs de formation de la courbe des taux (Choix des variables) en faisant référence à la théorie économique, à des études empiriques publiées et validés et à l'information ad hoc mettant en exergue quelques spécificités du marché marocain des BDT;

2. **Estimation du modèle** : lors de cette étape la détermination des signes et la grandeur des paramètres attendus est indispensable. A ce niveau, nous procéderons à :

- L'analyse des données sur les variables du modèle ;
- L'examen du degré de corrélation entre variables ;
- Le choix de la meilleure technique d'estimation.

3. **Evaluation des résultats** : à ce stade nous allons pouvoir décider si les valeurs estimées des paramètres sont économiquement pertinentes et statistiquement valides.

I.3.4.1. La spécification du modèle : détermination des facteurs de formation de la courbe des taux

☞ Les déterminants des taux courts :

Les taux d'intérêt à court terme sont largement déterminés par la politique monétaire menée par BAM dans le but de stabiliser les prix et l'activité. Ce constat a certainement une base théorique solide, il est expliqué par le motif de spéculation exprimé par Keynes. La demande de monnaie pour le motif de spéculation est une fonction décroissante du taux d'intérêt, ainsi lorsque le taux est élevé (baisse de la masse monétaire), les investisseurs préfèrent détenir des actifs qui rapportent, et garder le moins de liquide possible.

En menant une politique monétaire appropriée, chaque Banque Centrale contrôle un ou des taux d'intérêt (Taux directeurs) sur le marché interbancaire. Elle intervient sur le taux au jour le jour ou bien sur d'autres échéances, inférieures à 3 mois.

Les autres taux à court terme, dont les maturités vont jusqu'à un an, sont déterminés par l'offre et la demande sur le marché sans intervention de la Banque centrale.

Ainsi, en contrôlant un seul taux directeur et en délivrant les signaux adéquats quant à son évolution ultérieure, la Banque centrale peut influencer l'ensemble des taux d'intérêt à court terme.

Se basant à la fois sur les lettres hebdomadaires des différents intervenants sur le marché obligataire et sur les propos de différents traders de la salle de marché de la CMR, au Maroc, deux principaux indicateurs ont une influence directe sur les maturités courtes de la courbe des BDT, à savoir : **la liquidité bancaire** et **le taux moyen pondéré interbancaire au jour le jour**. Les professionnels de la gestion du portefeuille de la CMR recommandent beaucoup plus l'utilisation du **taux moyen pondéré au jour le jour** du marché interbancaire comme variable explicative de base des taux courts vu sa consistance dans l'explication des taux inférieurs à un an et son niveau de résonance assez élevé avec la liquidité bancaire.

- La liquidité bancaire (PSLB) :

La liquidité d'un établissement de crédit est sa capacité à rembourser à bonne date et à coût raisonnable ses exigibilités, en pouvant mobiliser notamment très rapidement ses avoirs lorsque le besoin s'en présente. Les sources de liquidité les plus communément reconnues sont la trésorerie (le cash) ou les titres qui peuvent être immédiatement convertis en cash soit auprès de la banque centrale ou sur le marché.

BAM donne la définition suivante : « la liquidité bancaire est généralement considérée comme étant la capacité des établissements de crédit à faire face à leurs obligations de trésorerie suivant leur échéance ».

Le principal indicateur d'évaluation de l'excédant de liquidité ou du besoin de financement des banques à un moment donné est *la position structurelle de liquidité des banques (PSLB)* qui reflète l'effet de l'ensemble des facteurs autonomes.

PSLB = avoirs extérieurs nets + avances au trésor - comptes du trésor + autres éléments de l'actif - autre élément du passif - circulation fiduciaire.

- Taux Moyen Pondéré au Jour le Jour (TMP jj)

Le TMP jj est un taux au jour le jour du marché monétaire. C'est un taux moyen pondéré par les montants des transactions déclarées, pour un échantillon représentatif d'établissements admis au marché interbancaire. C'est un point d'intersection entre l'offre et la demande des capitaux échangés sur le marché interbancaire. Vers le coup de 9h (jour j), les trésoriers de banques font leurs appels téléphoniques, ainsi, les trésoriers placent leurs excédents à ceux qui accusent des déficits, sans aucune précision sur le taux jj. Vers 11h les trésoriers révèlent leurs premiers taux jj. Sur le marché monétaire le taux jj de 9h est différent de celui de 10h. À défaut d'un marché efficient, il est difficile de déterminer un taux jj unique. Vers le coup de 11h (j+1) BAM qui affiche le TMP jj en fonction duquel les trésoriers jugent les taux négociés.

Ceci étant, le Taux Moyen Pondéré au jour le jour constitue un indicateur fort de la transmission de l'effet de la politique monétaire et qui influence, ipso facto, les maturités courtes de la courbe des taux.

☞ Les déterminants des taux longs :

Les investisseurs manifestent des anticipations relatives à l'économie réelle : en particulier la croissance du PIB, des bénéfices et des valeurs des actifs réels. Ce climat se traduit par une hausse ou une baisse de la demande de capitaux et provoque des fluctuations des taux réels à long terme. Les taux d'intérêt à long terme tendent à évoluer en phase avec l'économie réelle.

Selon la théorie de l'anticipation, les taux longs sont la moyenne géométrique des taux courts futurs anticipés (le taux à deux ans aujourd'hui est une moyenne du taux à un an aujourd'hui et du taux à un an qui prévaudra dans un an). Ils ont une forte corrélation avec le déficit budgétaire et les anticipations des investisseurs sur l'inflation et les niveaux des taux d'intérêt à court terme.

- Le taux d'inflation :

L'inflation est la hausse généralisée et durable du niveau des prix. Elle est généralement mesurée par le biais d'un indice des prix à la consommation qui synthétise l'évolution des prix des différents biens et services.

Une enquête permanente (généralement mensuelle) est réalisée par le Haut Commissariat au Plan (HCP) sur les prix à la consommation dont les données servent de base pour le calcul mensuel de l'IPC (ICV avant 2007).

Dans la pratique, une augmentation du taux d'inflation rend les placements longs plus risqués, ainsi, les investisseurs auront tendance à demander une forte prime de risque ce qui oriente mécaniquement les taux à long terme à la baisse.

Dans le cadre de ce travail, puisque le taux d'inflation a une dimension annuelle et les taux de rendement de marché ont une fréquence journalière, nous nous sommes décidé de travailler avec l'IPC comme indicateur de l'inflation.

- le déficit budgétaire :

Le déficit budgétaire est la situation dans laquelle les recettes de l'Etat (impôts et charges sociales) sont inférieures à ses dépenses (administration, éducation, dépenses sociales...) au cours d'une année. C'est donc un solde négatif.

Le déficit budgétaire se traduit par des emprunts nouveaux que l'État doit contracter au cours de l'année, en sus de ceux destinés à amortir les emprunts antérieurs arrivés à échéance. Il représente ainsi, sauf années particulières (creusement important du déficit en période de crise), moins de la moitié du besoin de financement de l'État.

Il est à signaler que la dette et le déficit ne sont pas synonymes. Le déficit est un solde annuel négatif entre des ressources et des dépenses, les ressources étant inférieures aux dépenses (déficit budgétaire ou déficit de toutes les administrations publiques par exemple). La dette est un stock. Seuls les intérêts de la dette sont inscrits dans le budget comme une charge (une dépense).

Pour combler ce déficit et payer toutes les dépenses prévues, l'État doit emprunter et donc s'endetter via l'émission d'obligations achetées par les agents à capacité de financement.

I. 3.4.2. Estimation du modèle :

☞ Forme générale d'un modèle de régression classique :

On note Y la variable aléatoire réelle à expliquer (variable endogène, dépendante ou réponse) et X la variable explicative ou effet fixe (exogène). Le modèle revient à supposer, qu'en moyenne, $E(Y)$, est une fonction affine de X . L'écriture du modèle suppose implicitement une notion préalable de causalité dans le sens où Y dépend de X car le modèle n'est pas symétrique. $E(Y) = f(X) = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ ou $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$.

Les hypothèses relatives à ce modèle sont les suivantes :

H_1 : la distribution de l'erreur ε est indépendante de X ou X est fixe ;

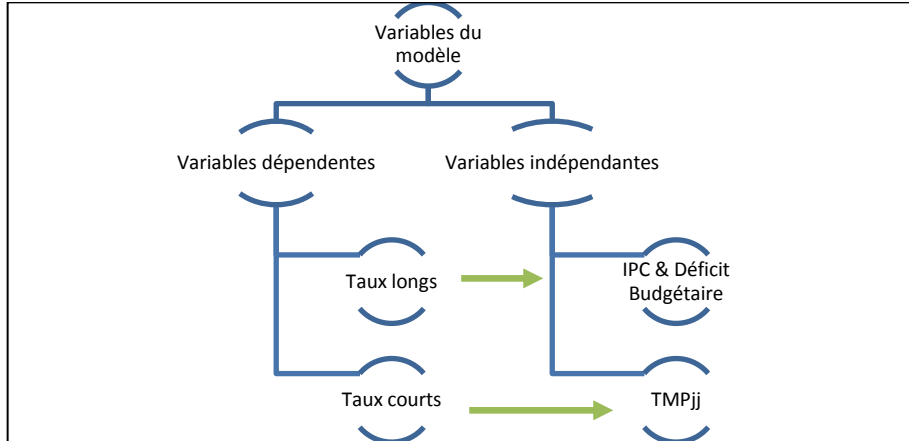
H_2 : l'erreur est centrée et de variance constante (homoscédasticité) : $E(\varepsilon) = 0$ et $\text{var}(\varepsilon) = \sigma^2$;

H_3 : les résidus suivent une loi normale de moyenne nulle et de variance σ^2 .

L'estimation des paramètres du modèle va se faire en deux étapes : la première est consacrée à la modélisation de la partie courte-moyenne de la courbe et la deuxième est réservée à la modélisation de la partie longue de la courbe.

☞ Une première analyse des variables du modèle :

Nous rappelons que notre base de données est constituée de cinq variables organisées de la manière suivante :



Avant de commencer le processus d'estimation des paramètres du modèle de régression classique, il est primordial d'analyser tout d'abord la corrélation entre les variables, la Cointégration des variables ainsi que leur stationnarité puisqu'on est en train de travailler avec des séries chronologiques. Et ce, afin d'éviter l'obtention d'estimateurs biaisés ou d'une régression fallacieuse.

Une première analyse des variables s'articule alors sur l'exposition des liens en termes de corrélation entre les variables explicatives et les variables expliquées ainsi qu'entre les variables explicatives.

La figure suivante illustre le degré de corrélation entre les variables précédemment sélectionnées.

	TMPJJ	TREIZSEM	VINGTSIX	CINQDEUX
TMPJJ	1.000000	0.622024	0.602843	0.529995

	TMPJJ	DEFICIT	IPC
TMPJJ	1.000000	0.027426	0.491253
DEFICIT	0.027426	1.000000	0.721057
IPC	0.491253	0.721057	1.000000

	IPC	DEUX	CINQ	DIX
IPC	1.000000	0.812993	0.691525	0.546195
DEUX	0.812993	1.000000	0.941379	0.830776
CINQ	0.691525	0.941379	1.000000	0.956757
DIX	0.546195	0.830776	0.956757	1.000000

Figure 19 : Corrélation entre les diverses variables du modèle

A l'instar de cette figure, on constate qu'effectivement les taux courts sont corrélés avec le TMP et les taux long sont corrélés avec l'inflation. Cependant on remarque l'existence d'une forte corrélation entre l'inflation et le déficit budgétaire, ce qui signifie que ces deux variables ne doivent pas coexister dans un même modèle.

☞ Régression des taux court :

Le modèle qu'on cherche à estimer est de la forme suivante : $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$

Où : $Y = \{ R(13sem), R(26sem), R(52sem) \}$ & $X = TMP_{jj}$ & ε suit une loi $N(0,1)$

Notre base de données est constituée d'un historique d'observations journalières s'étalant sur la période du 1/01/2006 au 1/03/2013, soit 2619 observations.

On commencera d'abord par tester la stationnarité de nos séries à l'aide de l'outil informatique Eviews. Les résultats des tests sont explicités dans les figures ci-dessous :

<p>Null Hypothesis: TREIZSEM has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>-1.943749</td> <td>0.6310</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-3.961557</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-3.411528</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-3.127627</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>TREIZSEM(-1)</td> <td>-0.003851</td> <td>0.001981</td> <td>-1.943749</td> <td>0.0520</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-1))</td> <td>-0.056288</td> <td>0.019562</td> <td>-2.877362</td> <td>0.0040</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-2))</td> <td>-0.088573</td> <td>0.019571</td> <td>-4.525766</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-3))</td> <td>-0.054733</td> <td>0.019613</td> <td>-2.790671</td> <td>0.0053</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-4))</td> <td>-0.043076</td> <td>0.019557</td> <td>-2.202587</td> <td>0.0277</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-5))</td> <td>0.082545</td> <td>0.019541</td> <td>4.224290</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0.000117</td> <td>6.00E-05</td> <td>1.943121</td> <td>0.0521</td> </tr> <tr> <td>@TREND(1/01/2006)</td> <td>1.12E-08</td> <td>7.78E-09</td> <td>1.441429</td> <td>0.1496</td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.943749	0.6310	Test critical values:			1% level	-3.961557		5% level	-3.411528		10% level	-3.127627		Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	TREIZSEM(-1)	-0.003851	0.001981	-1.943749	0.0520	D(TREIZSEM(-1))	-0.056288	0.019562	-2.877362	0.0040	D(TREIZSEM(-2))	-0.088573	0.019571	-4.525766	0.0000	D(TREIZSEM(-3))	-0.054733	0.019613	-2.790671	0.0053	D(TREIZSEM(-4))	-0.043076	0.019557	-2.202587	0.0277	D(TREIZSEM(-5))	0.082545	0.019541	4.224290	0.0000	C	0.000117	6.00E-05	1.943121	0.0521	@TREND(1/01/2006)	1.12E-08	7.78E-09	1.441429	0.1496	<p>Null Hypothesis: TREIZSEM has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>-1.368426</td> <td>0.5992</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-3.432661</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-2.862447</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-2.567298</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>TREIZSEM(-1)</td> <td>-0.002237</td> <td>0.001635</td> <td>-1.368426</td> <td>0.1713</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-1))</td> <td>-0.057151</td> <td>0.019557</td> <td>-2.922267</td> <td>0.0035</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-2))</td> <td>-0.089363</td> <td>0.019567</td> <td>-4.566994</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-3))</td> <td>-0.055418</td> <td>0.019611</td> <td>-2.825823</td> <td>0.0048</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-4))</td> <td>-0.043651</td> <td>0.019557</td> <td>-2.232568</td> <td>0.0257</td> </tr> <tr> <td>D(TREIZSEM(-5))</td> <td>0.082025</td> <td>0.019541</td> <td>4.197512</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>7.84E-05</td> <td>5.38E-05</td> <td>1.455771</td> <td>0.1456</td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.368426	0.5992	Test critical values:			1% level	-3.432661		5% level	-2.862447		10% level	-2.567298		Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	TREIZSEM(-1)	-0.002237	0.001635	-1.368426	0.1713	D(TREIZSEM(-1))	-0.057151	0.019557	-2.922267	0.0035	D(TREIZSEM(-2))	-0.089363	0.019567	-4.566994	0.0000	D(TREIZSEM(-3))	-0.055418	0.019611	-2.825823	0.0048	D(TREIZSEM(-4))	-0.043651	0.019557	-2.232568	0.0257	D(TREIZSEM(-5))	0.082025	0.019541	4.197512	0.0000	C	7.84E-05	5.38E-05	1.455771	0.1456	<p>Null Hypothesis: TREIZSEM has a unit root Exogenous: None Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>0.904293</td> <td>0.9026</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-2.565848</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-1.940945</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-1.616618</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.904293	0.9026	Test critical values:			1% level	-2.565848		5% level	-1.940945		10% level	-1.616618	
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																																																											
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.943749	0.6310																																																																																																																																											
Test critical values:																																																																																																																																													
1% level	-3.961557																																																																																																																																												
5% level	-3.411528																																																																																																																																												
10% level	-3.127627																																																																																																																																												
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																																																																																																																																									
TREIZSEM(-1)	-0.003851	0.001981	-1.943749	0.0520																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-1))	-0.056288	0.019562	-2.877362	0.0040																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-2))	-0.088573	0.019571	-4.525766	0.0000																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-3))	-0.054733	0.019613	-2.790671	0.0053																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-4))	-0.043076	0.019557	-2.202587	0.0277																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-5))	0.082545	0.019541	4.224290	0.0000																																																																																																																																									
C	0.000117	6.00E-05	1.943121	0.0521																																																																																																																																									
@TREND(1/01/2006)	1.12E-08	7.78E-09	1.441429	0.1496																																																																																																																																									
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																																																											
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.368426	0.5992																																																																																																																																											
Test critical values:																																																																																																																																													
1% level	-3.432661																																																																																																																																												
5% level	-2.862447																																																																																																																																												
10% level	-2.567298																																																																																																																																												
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																																																																																																																																									
TREIZSEM(-1)	-0.002237	0.001635	-1.368426	0.1713																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-1))	-0.057151	0.019557	-2.922267	0.0035																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-2))	-0.089363	0.019567	-4.566994	0.0000																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-3))	-0.055418	0.019611	-2.825823	0.0048																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-4))	-0.043651	0.019557	-2.232568	0.0257																																																																																																																																									
D(TREIZSEM(-5))	0.082025	0.019541	4.197512	0.0000																																																																																																																																									
C	7.84E-05	5.38E-05	1.455771	0.1456																																																																																																																																									
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																																																											
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.904293	0.9026																																																																																																																																											
Test critical values:																																																																																																																																													
1% level	-2.565848																																																																																																																																												
5% level	-1.940945																																																																																																																																												
10% level	-1.616618																																																																																																																																												

Figure 20 : test de stationnarité sur le taux « 13 semaines »

<p>Null Hypothesis: VINGTSIX has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>-1.994894</td> <td>0.6033</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-3.961557</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-3.411525</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-3.127625</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>VINGTSIX(-1)</td> <td>-0.003898</td> <td>0.001954</td> <td>-1.994894</td> <td>0.0462</td> </tr> <tr> <td>D(VINGTSIX(-1))</td> <td>-0.133313</td> <td>0.019401</td> <td>-6.871578</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0.000120</td> <td>5.99E-05</td> <td>2.000590</td> <td>0.0455</td> </tr> <tr> <td>@TREND(1/01/2006)</td> <td>1.16E-08</td> <td>7.72E-09</td> <td>1.503135</td> <td>0.1329</td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.994894	0.6033	Test critical values:			1% level	-3.961557		5% level	-3.411525		10% level	-3.127625		Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	VINGTSIX(-1)	-0.003898	0.001954	-1.994894	0.0462	D(VINGTSIX(-1))	-0.133313	0.019401	-6.871578	0.0000	C	0.000120	5.99E-05	2.000590	0.0455	@TREND(1/01/2006)	1.16E-08	7.72E-09	1.503135	0.1329	<p>Null Hypothesis: VINGTSIX has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>-1.369036</td> <td>0.5989</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-3.432657</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-2.862445</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-2.567297</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>VINGTSIX(-1)</td> <td>-0.002151</td> <td>0.001571</td> <td>-1.369036</td> <td>0.1711</td> </tr> <tr> <td>D(VINGTSIX(-1))</td> <td>-0.134104</td> <td>0.019398</td> <td>-6.913271</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>7.68E-05</td> <td>5.26E-05</td> <td>1.458913</td> <td>0.1447</td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.369036	0.5989	Test critical values:			1% level	-3.432657		5% level	-2.862445		10% level	-2.567297		Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	VINGTSIX(-1)	-0.002151	0.001571	-1.369036	0.1711	D(VINGTSIX(-1))	-0.134104	0.019398	-6.913271	0.0000	C	7.68E-05	5.26E-05	1.458913	0.1447	<p>Null Hypothesis: VINGTSIX has a unit root Exogenous: None Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>0.943150</td> <td>0.9085</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-2.565846</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-1.940945</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-1.616618</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.943150	0.9085	Test critical values:			1% level	-2.565846		5% level	-1.940945		10% level	-1.616618	
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																			
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.994894	0.6033																																																																																																			
Test critical values:																																																																																																					
1% level	-3.961557																																																																																																				
5% level	-3.411525																																																																																																				
10% level	-3.127625																																																																																																				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																																																																																																	
VINGTSIX(-1)	-0.003898	0.001954	-1.994894	0.0462																																																																																																	
D(VINGTSIX(-1))	-0.133313	0.019401	-6.871578	0.0000																																																																																																	
C	0.000120	5.99E-05	2.000590	0.0455																																																																																																	
@TREND(1/01/2006)	1.16E-08	7.72E-09	1.503135	0.1329																																																																																																	
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																			
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.369036	0.5989																																																																																																			
Test critical values:																																																																																																					
1% level	-3.432657																																																																																																				
5% level	-2.862445																																																																																																				
10% level	-2.567297																																																																																																				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																																																																																																	
VINGTSIX(-1)	-0.002151	0.001571	-1.369036	0.1711																																																																																																	
D(VINGTSIX(-1))	-0.134104	0.019398	-6.913271	0.0000																																																																																																	
C	7.68E-05	5.26E-05	1.458913	0.1447																																																																																																	
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																			
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.943150	0.9085																																																																																																			
Test critical values:																																																																																																					
1% level	-2.565846																																																																																																				
5% level	-1.940945																																																																																																				
10% level	-1.616618																																																																																																				

Figure 21 : test de stationnarité sur le taux « 26 semaines »

<p>Null Hypothesis: CINQDEUX has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>-1.491424</td> <td>0.8326</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-3.961557</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-3.411528</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-3.127627</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>CINQDEUX(-1)</td> <td>-0.003929</td> <td>0.002634</td> <td>-1.491424</td> <td>0.1360</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-1))</td> <td>-0.370731</td> <td>0.019629</td> <td>-18.88681</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-2))</td> <td>-0.138383</td> <td>0.020866</td> <td>-6.631923</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-3))</td> <td>-0.070069</td> <td>0.020989</td> <td>-3.338394</td> <td>0.0009</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-4))</td> <td>-0.076952</td> <td>0.020844</td> <td>-3.691883</td> <td>0.0002</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-5))</td> <td>-0.076211</td> <td>0.019554</td> <td>-3.897569</td> <td>0.0001</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0.000123</td> <td>8.29E-05</td> <td>1.481872</td> <td>0.1385</td> </tr> <tr> <td>@TREND(1/01/2006)</td> <td>1.59E-08</td> <td>1.06E-08</td> <td>1.501146</td> <td>0.1334</td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.491424	0.8326	Test critical values:			1% level	-3.961557		5% level	-3.411528		10% level	-3.127627		Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	CINQDEUX(-1)	-0.003929	0.002634	-1.491424	0.1360	D(CINQDEUX(-1))	-0.370731	0.019629	-18.88681	0.0000	D(CINQDEUX(-2))	-0.138383	0.020866	-6.631923	0.0000	D(CINQDEUX(-3))	-0.070069	0.020989	-3.338394	0.0009	D(CINQDEUX(-4))	-0.076952	0.020844	-3.691883	0.0002	D(CINQDEUX(-5))	-0.076211	0.019554	-3.897569	0.0001	C	0.000123	8.29E-05	1.481872	0.1385	@TREND(1/01/2006)	1.59E-08	1.06E-08	1.501146	0.1334	<p>Null Hypothesis: CINQDEUX has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>-0.688519</td> <td>0.8477</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-3.432661</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-2.862447</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-2.567298</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>CINQDEUX(-1)</td> <td>-0.001392</td> <td>0.002021</td> <td>-0.688519</td> <td>0.4912</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-1))</td> <td>-0.372364</td> <td>0.019604</td> <td>-18.99456</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-2))</td> <td>-0.139650</td> <td>0.020854</td> <td>-6.696536</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-3))</td> <td>-0.071173</td> <td>0.020981</td> <td>-3.392269</td> <td>0.0007</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-4))</td> <td>-0.077910</td> <td>0.020839</td> <td>-3.739885</td> <td>0.0002</td> </tr> <tr> <td>D(CINQDEUX(-5))</td> <td>-0.076877</td> <td>0.019553</td> <td>-3.931696</td> <td>0.0001</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>5.61E-05</td> <td>7.00E-05</td> <td>0.801700</td> <td>0.4228</td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.688519	0.8477	Test critical values:			1% level	-3.432661		5% level	-2.862447		10% level	-2.567298		Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	CINQDEUX(-1)	-0.001392	0.002021	-0.688519	0.4912	D(CINQDEUX(-1))	-0.372364	0.019604	-18.99456	0.0000	D(CINQDEUX(-2))	-0.139650	0.020854	-6.696536	0.0000	D(CINQDEUX(-3))	-0.071173	0.020981	-3.392269	0.0007	D(CINQDEUX(-4))	-0.077910	0.020839	-3.739885	0.0002	D(CINQDEUX(-5))	-0.076877	0.019553	-3.931696	0.0001	C	5.61E-05	7.00E-05	0.801700	0.4228	<p>Null Hypothesis: CINQDEUX has a unit root Exogenous: None Lag Length: 5 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.*</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Augmented Dickey-Fuller test statistic</td> <td>1.259533</td> <td>0.9476</td> </tr> <tr> <td>Test critical values:</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1% level</td> <td>-2.565848</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5% level</td> <td>-1.940945</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10% level</td> <td>-1.616618</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		t-Statistic	Prob.*	Augmented Dickey-Fuller test statistic	1.259533	0.9476	Test critical values:			1% level	-2.565848		5% level	-1.940945		10% level	-1.616618	
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																																																											
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.491424	0.8326																																																																																																																																											
Test critical values:																																																																																																																																													
1% level	-3.961557																																																																																																																																												
5% level	-3.411528																																																																																																																																												
10% level	-3.127627																																																																																																																																												
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																																																																																																																																									
CINQDEUX(-1)	-0.003929	0.002634	-1.491424	0.1360																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-1))	-0.370731	0.019629	-18.88681	0.0000																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-2))	-0.138383	0.020866	-6.631923	0.0000																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-3))	-0.070069	0.020989	-3.338394	0.0009																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-4))	-0.076952	0.020844	-3.691883	0.0002																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-5))	-0.076211	0.019554	-3.897569	0.0001																																																																																																																																									
C	0.000123	8.29E-05	1.481872	0.1385																																																																																																																																									
@TREND(1/01/2006)	1.59E-08	1.06E-08	1.501146	0.1334																																																																																																																																									
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																																																											
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.688519	0.8477																																																																																																																																											
Test critical values:																																																																																																																																													
1% level	-3.432661																																																																																																																																												
5% level	-2.862447																																																																																																																																												
10% level	-2.567298																																																																																																																																												
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																																																																																																																																									
CINQDEUX(-1)	-0.001392	0.002021	-0.688519	0.4912																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-1))	-0.372364	0.019604	-18.99456	0.0000																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-2))	-0.139650	0.020854	-6.696536	0.0000																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-3))	-0.071173	0.020981	-3.392269	0.0007																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-4))	-0.077910	0.020839	-3.739885	0.0002																																																																																																																																									
D(CINQDEUX(-5))	-0.076877	0.019553	-3.931696	0.0001																																																																																																																																									
C	5.61E-05	7.00E-05	0.801700	0.4228																																																																																																																																									
	t-Statistic	Prob.*																																																																																																																																											
Augmented Dickey-Fuller test statistic	1.259533	0.9476																																																																																																																																											
Test critical values:																																																																																																																																													
1% level	-2.565848																																																																																																																																												
5% level	-1.940945																																																																																																																																												
10% level	-1.616618																																																																																																																																												

Figure 22 : test de stationnarité du taux « 52 semaines »

A partir de ces résultats obtenus en respectant les trois étapes suivies dans l'application du test de Dickey Fuller Augmenté, on déduit que nos séries, présentant les variables dépendantes du modèle, ne sont pas stationnaires cependant la variable indépendante (TMP) est stationnaire. Donc la réalisation d'une régression linéaire de ces variables est fallacieuse et n'a pas de sens statistiquement.

☞ Régression des taux long :

Le modèle qu'on cherche à estimer est de la forme suivante : $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$

Où : $Y = \{R(2 \text{ ans}), R(5 \text{ ans}), R(10 \text{ ans}), R(15 \text{ ans})\}$ & $X = \text{IPC}$ & ε suit une loi $N(0,1)$.

L'analyse des séries chronologiques des taux long a été effectuée en deux étapes : dans la première étape nous avons testé la stationnarité des séries et dans la seconde nous avons testé leur Cointégration. Sur la base de cette analyse, nous avons réalisé que l'application d'une telle régression linéaire n'est pas faisable puisque la première contrainte de régression, la stationnarité, n'est pas remplies.

Après avoir réalisé le test de Cointégration entre les variables dépendantes et la variable indépendante X , nous avons constaté qu'il n'y a pas de Cointégration entre les variables et nous avons donc essayé d'appliquer un modèle VAR mais les résultats obtenues ont été non significatifs.

I. 3.4.3. Evaluation des résultats :

Grâce aux tests effectués sur les variables de notre modèle, on constate que la principale hypothèse du modèle qui est la stationnarité n'est pas vérifiable. Sur la base de ce constat, nous avons deux décisions à prendre, soit dépasser cette hypothèse et continuer le processus d'estimation ou bien de la prendre en considération et chercher d'autres alternatives.

Il est nécessaire à signaler que le fondement du modèle n'est pas erroné et que le résultat obtenu est dû à d'autres paramètres exogènes dont nous pouvons citer la non efficacité du marché financier marocain et l'incrédibilité des informations transférées par les acteurs de ce marché, plus précisément le Trésor.

Pour cette raison, nous avons pensé de réaliser une analyse sur les « spreads » entre les taux et voir s'ils sont normatives pour pouvoir par la suite corriger les anomalies détectées dans la base de données (le non-respect de la théorie des anticipations et la théorie de prime de liquidité). Comme la réalisation de ce processus correctif est fastidieuse et à cause de la contrainte du temps, nous n'avons pas pu compléter l'application de ce modèle fondamentale intégrant les indicateurs macroéconomiques majeurs agissant sur la dynamique du marché.

Conclusion :

Ce chapitre a permis de mettre l'accent sur les facteurs majeurs responsables des mouvements de la courbe des taux. Il nous a aussi permis d'aboutir à un modèle respectant les principales propriétés des taux et réalisant les prévisions de la courbe sur des horizons différents. A cet effet, ce chapitre a permis de réaliser l'objectif principal de notre projet à savoir : l'estimation de la courbe des taux.

CHAPITRE II : « Mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire »

Parmi les utilisations de la modélisation de la courbe des taux pour les gérants de fonds, l'optimisation des performances de portefeuilles obligataire et cela en déterminant l'allocation optimale permettant le maximum de performance sous certaines contraintes.

Ce chapitre vient donc confirmer l'intérêt de l'estimation de la courbe des taux en termes de gestion obligataire. Effectivement, la mise en place d'un outil d'aide à la décision pour la gestion obligataire nécessite la connaissance des prévisions des courbes des taux à des horizons futurs, élément important donnant aux gestionnaires de fonds une image visible sur les fluctuations futures des taux.

Pour ce, nous introduirons en premier lieu quelques notions liées à la gestion obligataire et la performance des portefeuilles, nous passerons ensuite à la réalisation d'un simulateur de performance des portefeuilles obligataires.

II.1. Notions et définitions :

II.1.1. Risque et mesure du risque des obligations :

Les placements obligataires constituent des investissements tout aussi risqués que les placements boursiers dans des actions, le risque étant encore plus élevé en périodes de grande volatilité des taux d'intérêt. Les risques des placements obligataires peuvent être spécifiques aux titres obligataires sélectionnés, ou systématiques i.e. relatifs à l'ensemble du marché obligataire.

II.1.1.1. Risques spécifiques des placements obligataires :

☞ Risque de défaut :

Encore appelé risque de crédit ou risque de l'émetteur, ce type de risque est représenté dans les cotes de crédit publiées par les agences de crédit (Moody's, Standard & Poor's, Canadian Bond Rating Service...) qui apprécient la qualité des émetteurs. Ces agences utilisent plusieurs critères d'appréciation dont les ratios de levier financier, les ratios de liquidité, les ratios de couverture des intérêts (BAII / Intérêts), les ratios des flux monétaires sur la dette, les ratios de rentabilité etc... pour mesurer la capacité de l'émetteur des obligations à honorer ses engagements (paiement périodique des coupons et remboursement du principal à l'échéance).

☞ Risque de rachat :

Certaines obligations comportent des clauses de rachat qui permettent à l'émetteur de retirer ses titres avant l'échéance. L'émetteur exercera ce droit lorsque les taux baissent suffisamment afin de se refinancer à des taux plus faibles. Pour l'investisseur qui a acheté des obligations avec une clause de rachat, les flux monétaires futurs ne sont pas connus avec certitude. De plus, il y a également le risque de réinvestissement à un taux plus bas lorsque la dette est rachetée. La combinaison de l'incertitude entourant les flux monétaires et le risque

de réinvestissement constitue le risque de rachat, un risque spécifique aux obligations comportant des clauses de rachat.

☞ Risque de liquidité :

Le risque de liquidité constitue également un risque spécifique lié aux placements obligataires. C'est le risque de ne pouvoir trouver preneur au titre lorsqu'on désire les revendre ou de ne pouvoir revendre ces titres sans affecter substantiellement leur prix de marché. Il s'agit d'un risque très important pour des obligations de compagnies peu connues ou pour des obligations émises en quantité limitée, ce qui en réduit le marché. La sélection et la combinaison de plusieurs obligations permettent d'éliminer les risques spécifiques aux placements obligataires. Ces risques sont donc diversifiables.

II.1.1.2. Risque systématique des placements obligataires :

Le risque systématique ou risque de marché des placements obligataires est le risque relié à une variation des taux d'intérêt sur le marché et de l'impact de cette variation sur le prix des obligations. L'équation fondamentale de l'évaluation des obligations établit une relation inverse entre les taux d'intérêt (taux de rendement à l'échéance) et le prix des obligations. Toute chose étant égale par ailleurs, une augmentation des taux d'intérêt entraîne une baisse du prix des obligations et inversement. Toutefois, même si toutes les obligations réagissent à une variation donnée des taux d'intérêt (augmentation de prix lors d'une baisse et baisse des prix lors d'une hausse des taux d'intérêt), la sensibilité d'une obligation aux variations des taux d'intérêt dépend des trois facteurs ci-après :

☞ Le taux de coupon :

Pour une échéance donnée et un taux de rendement à l'échéance initial donné, plus le coupon est petit, plus grande sera la volatilité de l'obligation et vice versa.

☞ L'échéance :

Pour un taux de coupon et un taux de rendement à l'échéance initial donnés, plus l'échéance est éloignée, plus grande sera la volatilité de l'obligation, et vice versa.

☞ Le taux de rendement à l'échéance :

La volatilité du prix d'une obligation est aussi affectée par le niveau des taux d'intérêt dans l'économie. Même si des obligations ont le même taux de coupon et la même échéance, elles n'auront pas nécessairement le même taux de rendement requis (considérations de crédit). Plus le niveau des taux de rendement à l'échéance est élevé, moins volatil est le cours de l'obligation. Ceci implique que, pour un changement donné des taux de rendement à l'échéance, la volatilité du prix sera plus élevée quand les niveaux des taux d'intérêt sur le marché sont bas et vice versa.

II.1.1.3. Les mesures de risque systématique des obligations :

∞ Duration :

La durée est la mesure la plus courante de la sensibilité d'une obligation. Elle est définie comme étant la durée de vie effective de l'obligation ou encore la durée moyenne pondérée pour récupérer entièrement le capital et les paiements d'intérêt, la pondération (ou poids) de chaque versement étant mesurée par l'importance du versement par rapport au prix actuel de l'obligation.

Formule :

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} \times t + \frac{M}{(1+y)^n} \times n}{P} \text{ et } P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n}$$

Où :

D : durée de Macaulay ;

P : prix de l'obligation ;

n : échéance de l'obligation en nombre de périodes ;

C : valeur du coupon ;

y : taux de rendement périodique (annuel) ;

M : Valeur nominale.

t : période du paiement.

FM_t : flux monétaire (coupons et/remboursement du capital) au temps t, avec FM_t=C_t

pour t < n et FM_n = C_n + M.

∞ Duration modifiée:

On utilise la durée modifiée pour estimer la variation en % du prix des obligations occasionnée par une variation du taux de rendement à l'échéance. Plus précisément on a:

$$\frac{dP}{P} = -D_m \times dy \text{ où } D_m = \frac{D}{1+y} \text{ représente la durée modifiée}$$

Pour de petites variations de y, la durée modifiée donne une bonne estimation de la variation du prix des obligations. Cette estimation se dégrade au fur et à mesure que la variation de y augmente. En effet, pour de grandes fluctuations de y, la durée modifiée sous-estime le nouveau prix, du fait de la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. Enfin, la durée n'est pas une mesure appropriée de la volatilité des obligations comportant des clauses optionnelles (clauses de rachat, de convertibilité...).

∞ Convexité:

La durée donne une bonne mesure de la variation du prix occasionnée par une très petite variation de y . Pour des variations plus grandes, la durée modifiée fournit une estimation de ΔP beaucoup moins précise. La raison de cette perte de précision est expliquée par la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. La convexité est une mesure de la courbure de la relation entre le prix et le rendement exigé d'une obligation.

L'utilisation conjointe de la durée modifiée et de la convexité permettra d'obtenir une meilleure approximation du pourcentage de variation de prix d'une obligation provoquée par un changement de y .

Le calcul de la convexité C se fait à travers la formule suivante :

$$C = \frac{dp^2}{dy^2} \frac{1}{P}$$

∞ Autres mesures importantes :

Les indicateurs de risque mentionnés précédemment permettent de déterminer la variation du prix des obligations aux taux d'intérêts intégrant les effets concomitants « maturité » et « coupon ».

Il y a d'autres mesures de risque utilisables dans la gestion obligataire et qui sont : le « break even yield » et le « profit & loss absolu »

Le « break-even yield » (BEy) ou « rendement point mort » correspond pour une obligation à la hausse du taux rendement qui neutralise le portage sur un horizon donnée.

- **Formule** : $BEy = (\text{Rendement} * (\text{nb mois} / 12) / \text{Sensibilité}) / 100$
- **Application** : Une obligation ayant un rendement de 5,0% et une sensibilité de 3,0% a un « break-even yield » à 6 mois de : $BEy = 5,0\% * (6 / 12) / 3,0\% = \mathbf{0,83\%}$ (ou 83 bp)

Si le rendement de l'obligation augmente de 0,83% durant les 6 prochains mois, la performance totale de l'obligation sera de zéro.

Le « profit & loss absolu » (P&L) exprime le montant absolu perdu ou gagné suite à un mouvement de taux.

- **Formule** : $P\&L = \text{sensibilité} * \text{la variation de taux}$

II.1.1.4. Les mesures consolidées de risque et de rendement d'un portefeuille obligataire :

- **Duration portefeuille** = moyenne pondérée des durations des obligations :
 $Dur_p = \sum Dur_i * Poids_i$
- **Sensibilité portefeuille** = moyenne pondérée des sensibilités des obligations :
 $Sensi_p = \sum Sensi_i * Poids_i$
- **Convexité portefeuille** = moyenne pondérée des convexités des obligations :
 $Conv_p = \sum Conv_i * Poids_i$
- **Rendement « instantané » portefeuille** = moyenne pondérée des rendements des obligations : $Rend_p = \sum Rend_i * Poids_i$
- **Rendement à « l'échéance » portefeuille** = moyenne pondérée par la durée des rendements : $Rend_p = (\sum Rend_i * Poids_i * Dur_i) / (\sum Poids_i * Dur_i)$

II.1.2. Les stratégies de gestion du portefeuille obligataire:

II.1.2.1. Les stratégies de gestion active du portefeuille obligataire :

Le rendement relatif à la détention d'un portefeuille obligataire provient de trois sources : le revenu relié aux coupons, le gain (perte) en capital et le revenu relié au réinvestissement des coupons. En général, quatre facteurs affectent ces différentes sources de rendement :

- les changements dans les niveaux des taux d'intérêt;
- les changements dans la forme de la courbe des taux;
- les changements des écarts de taux entre deux ou plusieurs secteurs du marché obligataire;
- les changements dans les caractéristiques spécifiques des obligations.

Les différentes stratégies de gestion active de portefeuille reposent principalement sur chacun de ces facteurs.

II.1.2.2. Les stratégies de gestion passive du portefeuille obligataire :

Les deux grandes classes de stratégies de gestion passive de gestion de portefeuille obligataire sont la gestion indicielle et l'immunisation de portefeuille.

La stratégie de gestion indicielle d'un portefeuille obligataire consiste à former un portefeuille afin de répliquer la performance d'un indice obligataire. Le principe reste le même que celui appliqué dans le cadre de la gestion indicielle d'un portefeuille d'actions. Les trois principales approches pour construire le portefeuille de réplication sont l'approche de l'échantillonnage stratifié, l'approche de minimisation de la variance et l'approche de l'optimisation.

La gestion indicielle vise à répliquer un indice obligataire dont la performance n'est aucunement reliée aux engagements et besoins de l'investisseur. On distingue généralement trois types de stratégies d'immunisation: l'immunisation pour satisfaire un seul engagement, l'immunisation multi-périodique et l'appariement des flux d'encaisse lorsqu'il y a une multitude d'engagements à satisfaire.

II.2.Réalisation du simulateur :

Le simulateur mis en place est un simulateur à trois fonctionnalités : l'extraction des taux zéro coupon à partir des taux de marché, l'estimation de la courbe des taux et la réalisation des prévisions et finalement la réalisation d'une analyse par scénarios. L'output de l'analyse par scénarios sont les calculs des indicateurs de performance du portefeuille obligataire à savoir la duration, la sensibilité, the profit & loss et le break even yield sous l'hypothèse que notre portefeuille comporte des titres de différentes maturités (52 semaines, 2 ans, 3 ans, 5 ans, 7ans, 10 ans, 15 ans) et que la majorité de placements se fait dans la partie longue de la courbe A noter que nous nous sommes situés au début de l'année et valoriser notre portefeuille à la fin de l'année.

Afin de pouvoir réaliser les fonctionnalités de ce simulateur nous avons utilisés les modèles traités dans le chapitre précédent plus particulièrement le modèle CIR pour prévoir la courbe future et le modèle de Nelson Siegel augmenté pour l'analyse par scénarios. Vu que la première fonctionnalité et la deuxième ont été déjà traitées techniquement dans le chapitre précédent, nous allons exposer seulement dans cette partie la démarche de la réalisation de la dernière fonctionnalité.

II .2.1. Présentation de l'analyse par scénario :

Quand un gérant met en place une stratégie, il a besoin de savoir ce qu'il va gagner dans le scénario de déformation de la courbe qu'il anticipe. Pour cela, il a besoin de mettre en place un outil qui lui permet d'envisager tous les scénarios possibles de déformation de la courbe des taux

L'analyse par scénario ou « scenario analysis » est une méthode permettant au gérant d'exposer les situations futures possibles, ainsi que leur impact sur le portefeuille.

II .2.2. Réalisation :

La réalisation de l'analyse par scénario dans le cadre de notre travail correspond à la mise en place de trois scénarios principale:

- Un scénario central partant de la situation actuelle du marché ;
- Un scénario pessimiste anticipant un déplacement parallèle à la hausse de la courbe des taux ;
- Un scénario optimiste anticipant un déplacement parallèle à la baisse de la courbe des taux.

A noter que nous avons réalisé ces scénarios en se comportant comme une caisse de retraite en besoin de liquidité, qui veut honorer ses engagements futurs, qui a tendance de se placer sur la partie moyenne et longue de la courbe et qui n'a pas de visibilité sur les fluctuations futures du marché.

Le modèle d'estimation de la courbe des taux pris en considération est la modèle de Svensson et ceci parce qu'il ajuste bien la courbe de marché et la modification des facteurs de déformation de la courbe se fait d'une manière simple et directe grâce à sa formule mathématique d'estimation.

La feuille de calcul ci-dessous permet de réaliser une analyse par scénario pour un horizon d'une année :

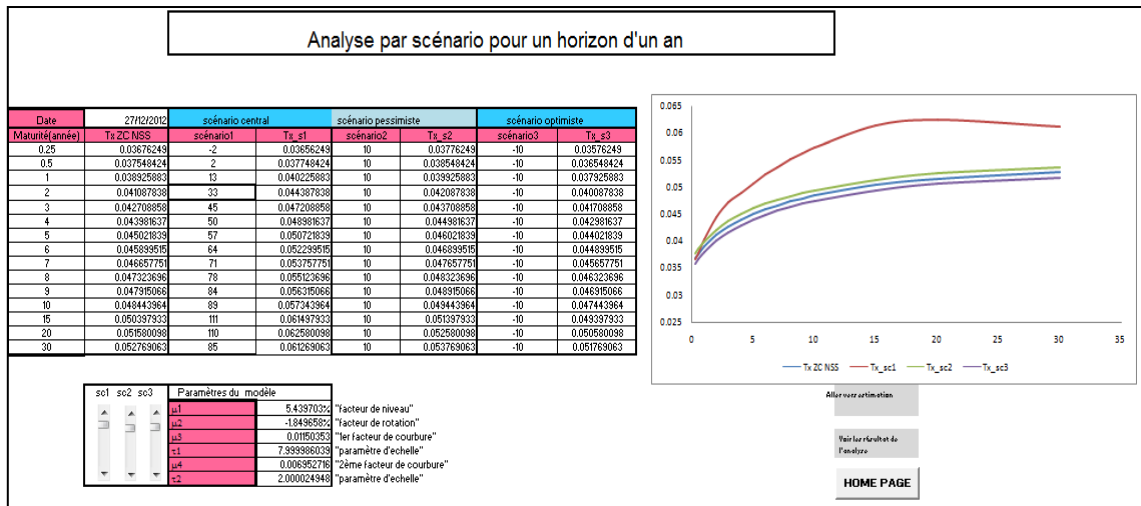


Figure 23 : Feuille de réalisation de l'analyse par scénario

Cette interface permet de mettre en place trois scénarios de déplacement de la courbe. La manière avec laquelle va se déplacer la courbe est contrôlée par l'utilisateur lui-même. Les outputs de chaque scénario sont la durée du portefeuille, la sensibilité du portefeuille, le profit & loss du portefeuille et le rendement à l'échéance du portefeuille.

Les résultats de cette modélisation sont alors comme suit :

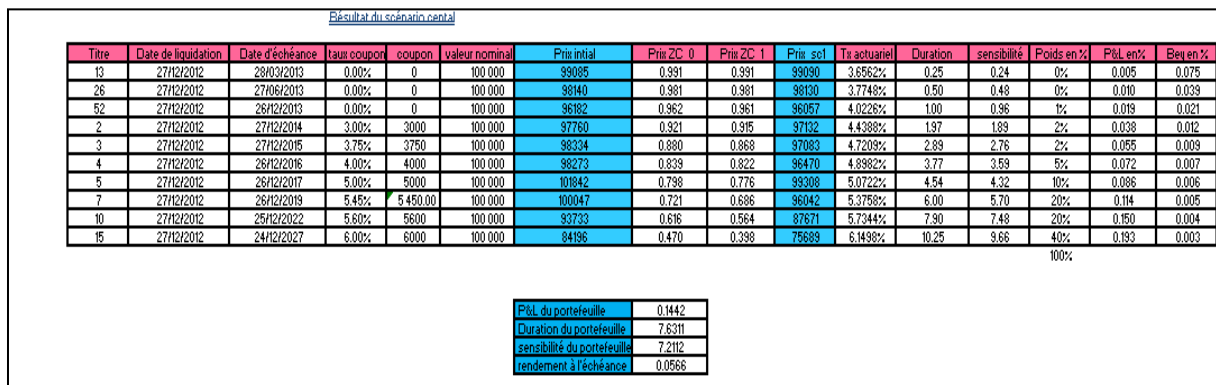


Figure 24 : résultat du scénario central

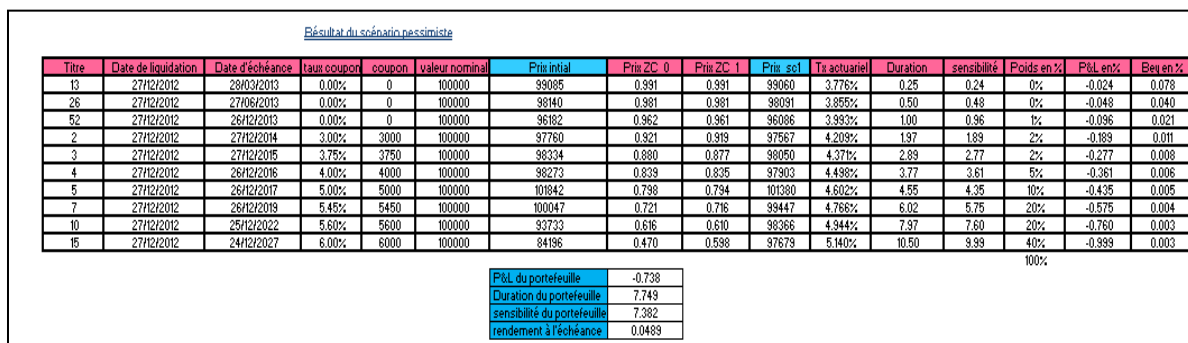


Figure 25 : résultat du scénario pessimiste

Résultat du scénario optimiste															
Titre	Date de liquidation	Date d'échéance	Taux coupon	coupon	valeur nominal	Prix initial	Prix ZC 0	Prix ZC 1	Prix sol	Tx actuariel	Duration	sensibilité	Poids en %	P&L en %	Bev en %
13	27/12/2012	28/03/2013	0.00%	0	10000	99085	0.991	0.991	99110	3.576%	0.25	0.24	0%	0.024	0.073
26	27/12/2012	27/06/2013	0.00%	0	10000	98140	0.981	0.982	98189	3.655%	0.50	0.48	0%	0.048	0.038
52	27/12/2012	26/12/2013	0.00%	0	10000	96182	0.962	0.963	96278	3.793%	1.00	0.96	1%	0.096	0.020
2	27/12/2012	27/12/2014	3.00%	3000	100000	97760	0.921	0.923	97953	4.009%	1.97	1.89	2%	0.189	0.011
3	27/12/2012	27/12/2015	3.75%	3750	100000	98334	0.980	0.982	98619	4.171%	2.89	2.78	2%	0.278	0.008
4	27/12/2012	26/12/2016	4.00%	4000	100000	98273	0.939	0.942	98645	4.298%	3.77	3.62	5%	0.362	0.006
5	27/12/2012	26/12/2017	5.00%	5000	100000	753007	7.900	0.802	102306	4.490%	4.55	4.35	10%	0.435	0.005
7	27/12/2012	26/12/2019	5.45%	5450	100000	133846	0.721	0.726	100651	4.566%	6.03	5.77	20%	0.577	0.004
10	27/12/2012	25/12/2022	5.60%	5600	100000	128461	0.616	0.622	99878	4.744%	7.99	7.63	20%	0.763	0.003
15	27/12/2012	24/12/2027	6.00%	6000	100000	121405	0.470	0.610	99248	4.940%	10.55	10.05	40%	1.005	0.002
													100%		

P&L du portefeuille	0.742
Duration du portefeuille	7.774
sensibilité du portefeuille	7.419
rendement à l'échéance	0.047

Figure 26 : résultat du scénario optimiste

II .2.3. Interprétation des résultats :

Le scénario central représente l'impact d'une baisse du taux court par 2 point de base sur le portefeuille. Nous rappelons que durant la réalisation de ce scénario nous avons respecté les spreads entre les taux calculés sur la base des fluctuations des quatre dernières années (voir annexe III : feuille de calcul des spreads).

D'après les résultats obtenus, on constate que le « profit & loss » des obligations de longues maturités est plus important que celui des maturités courtes. Notons bien que le « profit & loss » a un signe positif c'est-à-dire que cette variation de taux engendre un bénéfice.

Le scénario optimiste représente l'impact d'un mouvement parallèle de la courbe à la baisse par 10 point de base sur le portefeuille. Les maturités longues ont toujours un profit plus important que les maturités courtes. Le rendement à l'échéance de ce scénario est plus grand que celui du scénario central.

Le scénario pessimiste représente l'impact d'un mouvement parallèle de la courbe à la hausse par 10 point de base sur le portefeuille. Le « profit & loss » a un signe négatif c'est-à-dire que cette variation de taux engendre une perte en valeur.

NB : nous avons respecté la même allocation sur la courbe pour les trois scénarios réalisés.

Les résultats de ces scénarios ont servi de déduire que le plus important est de trouver la stratégie optimale d'allocation d'actifs qui nous permet de rester immuniser et ne pas réaliser des pertes extravagantes.

Ainsi, cette analyse est introductive à une nouvelle réalisation qui met en relief l'analyse par scénario et l'allocation stratégique des actifs.

Conclusion générale

Le travail que nous venons de voir est le fruit de plusieurs recherches effectuées dans le cadre de la thématique étudiée, mais aussi le début à la réalisation de nouveaux outils de la gestion obligataire.

La problématique à laquelle nous étions confrontés était d'estimer la structure par terme des taux du marché obligataire marocain et de réaliser ses prévisions. Ceci en utilisant les différentes approches économiques et financières. Nous rappelons que la structure par terme des taux figure parmi les questions financières les plus complexes et auxquelles il a été très difficile de trouver des réponses complètes.

La première partie de ce mémoire était introductive, elle a consisté de présenter le marché financier marocain et les divers aspects économiques de la structure par terme des taux.

La seconde partie a porté sur l'extraction des facteurs de déformation de la courbe des taux à travers une analyse en composantes principales (ACP), l'ajustement de la courbe des taux par trois modèles de classes différentes et finalement la mise en place d'un outil d'aide à la décision.

A la lumière des résultats exposés dans ce modeste travail, nous ne pouvons conclure qu'un tel facteur (Taux d'intérêt), reflétant la dynamique du marché, est source principale de risque pour un portefeuille obligataire donné. En effet, les résultats de l'analyse par scénario ont montré que tout mouvement de courbe impacte directement les indicateurs de performances du portefeuille.

Il reste à compléter ce travail afin de mettre en évidence l'influence des variables macro-économiques sur l'évolution du marché obligataire. Surtout que les politiques monétaires et budgétaires jouent un rôle primordial dans la détermination du taux d'intérêt.

Bibliographie

Ouvrages et mémoires :

- ☞ « La structure par terme des taux » de Christophe Bisière. Edition finance, 1997.
- ☞ « la gestion des risques financiers » de Thiery Roncalli. 2éme édition-Economica.
- ☞ « Options, futures et autres produits dérivés » de John Hull.
- ☞ Analyse & prévisions des séries temporelles par la méthode de BOX & JENKINS de Baïdy Baro MBAYE.
- ☞ Thierry Roncalli : « la structure par terme des taux zéro : Modélisation & implémentation numérique ». Thèse de Doctorat
- ☞ Khadija AMRATI : « Quantification et calibration des mouvements de la courbe des taux MAD, EUR et USD ».
- ☞ Cours de Philippe Priaulet « Modèles de la Courbe des taux d'intérêt »- ENSAE.
- ☞ Cours de Pierre Devolder : « Modèles mathématiques de la finance » 2013.
- ☞ Cours de Francesco Quatraro : « Econométrie » 2010/2011.
- ☞ Cours des mathématiques financières de Jean Paul FELIX : 4éme partie : « Marchés financiers en temps continu & modélisation des taux » Fevrier-Mars 2010.
- ☞ Cours de Fouad Marri: « Etude des séries chronologique » 2013.
- ☞ Cours de Yacine Elqalli : « Modèles mathématiques de la finance » 2013.
- ☞ Cours de Said Ramdan Nsiri : « Analyse de données » 2013.

Articles :

- ☞ « Politique Budgétaire et Taux d'intérêt » de Bruno Ducoudré.
- ☞ « Théories des anticipations et approches traditionnelles de la structure par terme des taux d'intérêt : Une rétrospective » de José ZEMMOUR.

Annexe I:Présentation du Test de stationnarité de Dickey Fuller

Un test de non stationnarité largement utilisé et répandu est le test de racine unitaire proposé par Dickey et Fuller en 1979. L'hypothèse nulle du test est la présence de racine unitaire, soit la non stationnarité de type stochastique.

Le test consiste à tester :

$$H_0 : \rho = 1$$

Contre $H_1 : \rho \neq 1$

dans le modèle $Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$ avec ε_t bruit blanc $(0, \sigma^2)$.

L'hypothèse nulle correspond au cas de marche aléatoire pure (processus DS, I(1)) et l'hypothèse alternative correspond au cas d'un modèle AR(1) stationnaire.

Pour mener ce test, on calcule la statistique de Student, mais attention, cette statistique ne suit plus sous l'hypothèse nulle une loi de Student, puisque, sous l'hypothèse nulle, le processus est non stationnaire de type DS et les propriétés asymptotiques ne sont plus standards. Ainsi, la différence avec un test standard repose sur les valeurs critiques utilisées pour conclure sur le test. On ne peut plus utiliser 1.64 comme valeur critique pour un test unilatéral à 5%. Il faut utiliser les valeurs critiques, qui ont été re-tabulées par Dickey et Fuller.

De plus, ce test ne répond pas à nos attentes de détection du type de non stationnarité dans les variables économiques, d'une part parce que l'hypothèse de processus TS n'est pas présente

et d'autre part parce que les séries économiques sont caractérisées par de l'autocorrélation, qui conduira la plupart du temps à rejeter l'hypothèse de bruit blanc pour ε_t dans le test ci-dessus. Pour prendre en compte, d'une part la présence d'autocorrélation dans les séries économiques, et, d'autre part, l'hypothèse de tendance déterministe, on mène les tests de racine unitaire dans les trois régressions suivantes.

$$\text{Model I: } \Delta X_t = (\rho - 1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots,p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$\text{Model II: } \Delta X_t = \alpha + (\rho - 1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots,p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$\text{Model III: } \Delta X_t = \alpha + \beta t + (\rho - 1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots,p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

avec p le nombre de retards à ajouter dans la régression afin de prendre en compte l'autocorrélation et donc de "blanchir" les résidus. On parle de correction paramétrique de l'autocorrélation et on appelle les tests de Dickey-Fuller, les tests de Dickey-Fuller augmenté (ADF).

Le test de racine unitaire consiste alors à tester : $\rho = 0$ VS $\rho < 0$

- Dans le modèle (1) :

ΔY_t est $I(0) + T$ (il a une tendance déterministe et l'écart à cette tendance déterministe suit un modèle $AR(p)$ stationnaire) sous H_0 , c'est-à-dire que Y_t est $I(1) + T^2$. Sous H_1 , Y_t a une tendance déterministe et l'écart à cette tendance déterministe suit un modèle AR stationnaire, on note $I(0) + T$, soit un processus TS.

- Dans le modèle (2) :

ΔY_t est $I(0) + C$ (il suit un modèle $AR(p)$ stationnaire non centré sous H_0 , c'est-à-dire que Y_t est $I(1) + T$). Sous H_1 , Y_t suit un modèle AR stationnaire non centré, on note $I(0) + C$.

- Dans le modèle (3) :

ΔY_t est $I(0)$ (il suit un modèle $AR(p)$ stationnaire centré sous H_0 , c'est-à-dire que Y_t est $I(1)$). Sous H_1 , Y_t suit un modèle AR stationnaire, on note $Y_t \sim I(0)$.

Les valeurs critiques du test de racine unitaire dépendent de la présence ou non d'une constante ou d'une tendance. Ainsi, il faut comparer la statistique de student à la valeur critique pertinente.

Ainsi, une possibilité de mettre en œuvre les tests de racine unitaire est de procéder de manière emboîtée, selon la stratégie suivante : on teste la racine unitaire dans le modèle le plus général, puis on teste si le modèle utilisé pour mener le test était pertinent. Si tel n'est pas le cas, on doit mener à nouveau le test de racine unitaire dans le modèle contraint, etc.

Annexe II: Table de Dickey Fuller

Table 1. Critical Values for the Dickey-Fuller Unit Root Test Based on t-Statistic

Model:

Model I: $\Delta X_t = (\rho-1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$

Model II: $\Delta X_t = \alpha + (\rho-1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$

Model III: $\Delta X_t = \alpha + \beta t + (\rho-1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$

Test Statistic:

τ_{ρ} -statistic (testing $\rho= 1$)

τ_{α} -statistic (symmetric distribution, testing $\alpha= 0$ given $\rho= 1$)

τ_{β} -statistic (symmetric distribution, testing $\beta= 0$ given $\rho= 1$)

Source:

W. A. Fuller, Introduction to Statistical Time Series, John Wiley, New York, 1976, p. 373.

Model	Statistic	N	1%	2.5%	5%	10%
I	τ_{ρ}	25	-2.66	-2.26	-1.95	-1.60
		50	-2.62	-2.25	-1.95	-1.61
		100	-2.60	-2.24	-1.95	-1.61
		250	-2.58	-2.23	-1.95	-1.61
		500	-2.58	-2.23	-1.95	-1.61
		>500	-2.58	-2.23	-1.95	-1.61
II	τ_{ρ}	25	-3.75	-3.33	-3.00	-2.62
		50	-3.58	-3.22	-2.93	-2.60
		100	-3.51	-3.17	-2.89	-2.58
		250	-3.46	-3.14	-2.88	-2.57
		500	-3.44	-3.13	-2.87	-2.57
		>500	-3.43	-3.12	-2.86	-2.57
III	τ_{ρ}	25	-4.38	-3.95	-3.60	-3.24
		50	-4.15	-3.80	-3.50	-3.18
		100	-4.04	-3.73	-3.45	-3.15
		250	-3.99	-3.69	-3.43	-3.13
		500	-3.98	-3.68	-3.42	-3.13
		>500	-3.96	-3.66	-3.41	-3.12
II	τ_{α}	25	3.41	2.97	2.61	2.20
		50	3.28	2.89	2.56	2.18
		100	3.22	2.86	2.54	2.17
		250	3.19	2.84	2.53	2.16
		500	3.18	2.83	2.52	2.16
		>500	3.18	2.83	2.52	2.16
III	τ_{α}	25	4.05	3.59	3.20	2.77
		50	3.87	3.47	3.14	2.75
		100	3.78	3.42	3.11	2.73
		250	3.74	3.39	3.09	2.73
		500	3.72	3.38	3.08	2.72
		>500	3.71	3.38	3.08	2.72

III	$\tau\beta$	25	3.74	3.25	2.85	2.39
		50	3.60	3.18	2.81	2.38
		100	3.53	3.14	2.79	2.38
		250	3.49	3.12	2.79	2.38
		500	3.48	3.11	2.78	2.38
>500	3.46	3.11	2.78	2.38		

Table 2. Critical Values for the Dickey-Fuller Unit Root Test Based on F-Statistic

Model:

Model II: $\Delta X_t = \alpha + (\rho - 1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$

Model III: $\Delta X_t = \alpha + \beta_t + (\rho - 1) X_{t-1} + \sum_{i=1,2,\dots} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$

Test Statistic:

Φ_1 F-statistic (testing $\alpha = 0$ and $\rho = 1$ on Model II)

Φ_2 F-statistic (testing $\alpha = 0$, $\beta = 0$, and $\rho = 1$ on Model III)

Φ_3 F-statistic (testing $\beta = 0$ and $\rho = 1$ on Model III)

Source:

D. A. Dickey and W. A. Fuller, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, 49 (1981), 1057-1072.

Model	Statistic	N	1%	2.5%	5%	10%
II	Φ_1	25	7.88	6.30	5.18	4.12
		50	7.06	5.80	4.86	3.94
		100	6.70	5.57	4.71	3.86
		250	6.52	5.45	4.63	3.81
		500	6.47	5.41	4.61	3.79
>500	6.43	5.38	4.59	3.78		
III	Φ_2	25	8.21	6.75	5.68	4.67
		50	7.02	5.94	5.13	4.31
		100	6.50	5.59	4.88	4.16
		250	6.22	5.40	4.75	4.07
		500	6.15	5.35	4.71	4.05
>500	6.09	5.31	4.68	4.03		
III	Φ_3	25	10.61	8.65	7.24	5.91
		50	9.31	7.81	6.73	5.61
		100	8.73	7.44	6.49	5.47
		250	8.43	7.25	6.34	5.39
		500	8.34	7.20	6.30	5.36
>500	8.27	7.16	6.25	5.34		

Annexe III: Feuille de calcul des spreads entre taux

Maturités	01/01/2009	SPREAD	31/12/2009	SPREAD	31/12/2010	SPREAD	31/12/2011	SPREAD	31/12/2012	SPREAD	02/03/2013	SPREAD
13sem	3.6500%		3.3209%		3.3351%		3.3727%		3.6953%		3.9666%	
26sem	3.7381%	0.0881%	3.3507%	0.0298%	3.3498%	0.0147%	3.4562%	0.0835%	3.6570%	-0.0384%	4.0380%	0.0714%
52sem	3.8430%	0.1049%	3.4024%	0.0517%	3.4703%	0.1205%	3.5448%	0.0886%	3.7645%	0.1075%	4.2469%	0.2089%
2ans	3.9775%	0.1345%	3.5472%	0.1448%	3.6320%	0.1616%	3.7168%	0.1721%	4.1407%	0.3762%	4.4721%	0.2252%
3ans	4.0591%	0.0815%	3.6681%	0.1209%	3.7044%	0.0724%	3.8495%	0.1327%	4.3410%	0.2003%	4.6193%	0.1472%
4ans	4.1004%	0.0414%	3.7397%	0.0716%	3.7756%	0.0712%	3.9147%	0.0652%	4.3658%	0.0248%	4.6683%	0.0490%
5ans	4.1835%	0.0830%	3.8113%	0.0716%	3.8420%	0.0665%	3.9773%	0.0627%	4.4397%	0.0739%	4.7172%	0.0489%
6ans	4.3081%	0.1246%	3.8810%	0.0697%	3.9075%	0.0654%	4.0291%	0.0517%	4.5341%	0.0944%	4.7680%	0.0508%
7ans	4.3880%	0.0799%	3.9467%	0.0657%	3.9727%	0.0653%	4.0808%	0.0517%	4.6284%	0.0944%	4.8592%	0.0912%
8ans	4.4251%	0.0371%	4.0122%	0.0655%	4.0380%	0.0653%	4.1326%	0.0517%	4.7230%	0.0946%	4.9507%	0.0915%
9ans	4.4419%	0.0167%	4.0778%	0.0655%	4.1033%	0.0653%	4.1844%	0.0519%	4.7819%	0.0588%	5.0419%	0.0912%
10ans	4.4586%	0.0167%	4.1431%	0.0653%	4.1449%	0.0416%	4.2267%	0.0423%	4.8250%	0.0431%	5.1331%	0.0912%
15ans	4.7942%	0.3355%	4.4022%	0.2591%	4.3132%	0.1683%	4.4375%	0.2108%	5.0407%	0.2157%	5.2773%	0.1442%
16ans	4.8534%	0.0592%	4.4562%	0.0540%	4.3406%	0.0275%	4.4639%	0.0263%	5.0840%	0.0432%	5.2243%	-0.0530%
17ans	4.8987%	0.0453%	4.4618%	0.0055%	4.3681%	0.0275%	4.4836%	0.0197%	5.1271%	0.0431%	5.1714%	-0.0528%
18ans	4.9004%	0.0017%	4.4666%	0.0049%	4.3956%	0.0275%	4.5033%	0.0197%	5.0989%	-0.0282%	5.1019%	-0.0695%
19ans	4.8632%	-0.0372%	4.4715%	0.0049%	4.4231%	0.0275%	4.5216%	0.0183%	5.0247%	-0.0742%	5.0273%	-0.0746%
20ans	4.8259%	-0.0373%	4.4764%	0.0049%	4.4406%	0.0175%	4.5391%	0.0176%	4.9504%	-0.0744%	4.9524%	-0.0749%
25ans	4.6401%	-0.1859%	4.5006%	0.0243%	4.4897%	0.0491%	4.6272%	0.0880%	4.5793%	-0.3710%	4.5790%	-0.3735%
30ans	4.4542%	-0.1859%	4.5249%	0.0243%	4.5388%	0.0491%	4.7151%	0.0880%	4.2083%	-0.3710%	4.2055%	-0.3735%

spread	01/01/2009	31/12/2009	31/12/2010	31/12/2011	31/12/2012	02/03/2013	MOY
13_26	0.0881%	0.0298%	0.0147%	0.0835%	-0.0384%	0.0714%	0.0415%
26_52	0.1049%	0.0517%	0.1205%	0.0886%	0.1075%	0.2089%	0.1137%
52_2	0.1345%	0.1448%	0.1616%	0.1721%	0.3762%	0.2252%	0.2024%
2_3	0.0815%	0.1209%	0.0724%	0.1327%	0.2003%	0.1472%	0.1258%
3_4	0.0414%	0.0716%	0.0712%	0.0652%	0.0248%	0.0490%	0.0539%
4_5	0.0830%	0.0716%	0.0665%	0.0627%	0.0739%	0.0489%	0.0678%
5_6	0.1246%	0.0697%	0.0654%	0.0517%	0.0944%	0.0508%	0.0761%
6_7	0.0799%	0.0657%	0.0653%	0.0517%	0.0944%	0.0912%	0.0747%
7_8	0.0371%	0.0655%	0.0653%	0.0517%	0.0946%	0.0915%	0.0676%
8_9	0.0167%	0.0655%	0.0653%	0.0519%	0.0588%	0.0912%	0.0582%
9_10	0.0167%	0.0653%	0.0416%	0.0423%	0.0431%	0.0912%	0.0500%
10_15	0.3355%	0.2591%	0.1683%	0.2108%	0.2157%	0.1442%	0.2223%
15_16	0.0592%	0.0540%	0.0275%	0.0263%	0.0432%	-0.0530%	0.0262%
16_17	0.0453%	0.0055%	0.0275%	0.0197%	0.0431%	-0.0528%	0.0147%
17_18	0.0017%	0.0049%	0.0275%	0.0197%	-0.0282%	-0.0695%	-0.0073%
18_19	-0.0372%	0.0049%	0.0275%	0.0183%	-0.0742%	-0.0746%	-0.0226%
19_20	-0.0373%	0.0049%	0.0175%	0.0176%	-0.0744%	-0.0749%	-0.0244%
20_25	-0.1859%	0.0243%	0.0491%	0.0880%	-0.3710%	-0.3735%	-0.1282%
25_30	-0.1859%	0.0243%	0.0491%	0.0880%	-0.3710%	-0.3735%	-0.1282%
MOY	0.0423%	0.0634%	0.0634%	0.0707%	0.0270%	0.0126%	