

**Projet de Fin d'Etudes**  
**Organisme d'accueil : AXA Assurance**



**Sujet : Evaluation des risques  
de souscription non vie sous la  
directive solvabilité 2**

Préparé par : **Mlle. EL GHALI Hanane**

**Mlle. KHERRAZ Fatima Ezzahra**

Sous la direction de : **M. FAZOUANE Abdesselam (INSEA)**

**M. OUZZANI CHAHDI Hamza (AXA Assurance)**

**M. BOUMASSAOUD Mohammed (AXA Assurance)**

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : Actuariat-Finance**

Devant le jury composé de :

- **M.GUEDIRA Faicel (INSEA)**
- **M. FAZOUANE Abdesselam (INSEA)**
- **M. BOUMASSAOUD Mohammed (AXA Assurance)**



## **Résumé :**

Récemment mise en œuvre en Europe, la solvabilité 2 propose une nouvelle approche synthétique et robuste d'évaluation des risques.

En effet, solvabilité 2 définit le capital de solvabilité requis (SCR), qui correspond au niveau des fonds propres dont une compagnie doit disposer afin d'absorber des pertes significatives et imprévues.

Pour satisfaire ces exigences, les assureurs ont plusieurs voies à emprunter ; ils peuvent appliquer la formule standard, construire un modèle interne ou un modèle interne partiel.

Le premier choix est simple à appliquer mais résulte d'un calibrage à échelle européenne, le second permet de modéliser précisément les risques propres à une compagnie mais reste complexe à mettre en œuvre.

Une alternative à ces approches, est le recours à des paramètres spécifiques (USP) calibrés sur les données de la compagnie, cette possibilité demeure moins complexe que la mise en œuvre d'un modèle interne et permet de prendre en compte les vrais risques que supporte la compagnie.

L'objet de ce mémoire est la quantification des risques de souscription non vie selon deux approches notamment la formule standard et les paramètres spécifiques (Undertaking Specific Parameters) pour pouvoir tirer des conclusions comparatives quant à l'évaluation de ces risques selon chacune des deux méthodes.

## **Mots clés :**

Solvabilité II, London Chain, Best Estimate, formule standard, risque de prime, risque de réserve, USP, Merz-Wüthrich, Bootstrap à un an, Facteur de crédibilité.

# Dédicace

*Je dédie ce travail à :*

- **Mes chers parents**, « Baba et Mamati », mes protecteurs et supporteurs, qui m'ont soutenu tout au long de mon cursus scolaire ; vos consignes et orientations m'ont été d'une grande utilité, vos prières et bénédiction m'ont été d'un grand secours et vos sacrifices comptent beaucoup pour moi. C'est à vous mes chers que je dédie en premier ce travail.
- **Mes trois petits frères ; Achraf, Zakaria et Sàad**, à qui je porte un grand attachement et affection et je leur souhaite un avenir comblé de joie , réussite et de sérénité.
- **Mes amis(es)**, qui m'écoutent, m'encouragent, me critiquent et me consolent avec qui je partage mes bons moments de joies et de bonne humeur, je vous aime

Hanane EL GHALI

*Face à mon chandelier, je prends ma plume et ... l'amour, la gratitude et la reconnaissance font couler mon encre, venant dédier ce projet de fin d'études à :*

**Mes chers parents** ; Les expressions les plus raffinées, les phrases les plus éloquentes ne seront suffisantes pour extérioriser mon amour, mon dévouement et ma gratitude. Vos conseils, telles des lanternes, illuminaient mon chemin. Votre amour inconditionnel, votre compréhension et votre encouragement, telle une eau douce et scintillante, m'abreuyaient et me rafraichissaient au quotidien. Vous avez su m'inculquer le sens de la responsabilité, de l'optimisme et de la confiance en soi. Je vous dois, après Dieu, ce que je suis aujourd'hui, ce que je serai demain et je ferai toujours de mon mieux pour rester votre fierté. Que Dieu, le tout puissant, vous préserve, vous accorde santé, bonheur et quiétude d'esprit et vous protège de tous mal.

**Mes deux frères et ma sœur** ; Mohammed Khalil, Ismail et Chaimaa ; Mes adorables choupis, le meilleur cadeau divin que j'ai pu recevoir, la bénédiction suprême ordonnée sur ma vie, merci pour être là, merci pour tous ces instants de pur amour, d'allégresse et de folies que vous m'offrez. Que ce lien d'affection, qui nous unit, se cuirasse et se renforce encore et encore.

**Mes chers/chères ami(e)s** ; Merci pour tous ce que nous avons partagés, merci pour ces tendres et beaux souvenirs que vous avez meublés. Je vous aime.

KHERRAZ Fatima Ezzahra

# Remerciements

Nous venons par le présent remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de ce stage ainsi qu'à l'élaboration du présent rapport

Tout d'abord nous tenons à remercier tout particulièrement et à témoigner toute notre reconnaissance à Monsieur **Hamza OUAZZANI CHAHDI**, Senior Risk manager pour ses précieux conseils et orientations qui nous ont été d'une grande importance tout au long de la réalisation de notre étude.

Nos vifs remerciements vont également à :

Monsieur **Mohammed BOUMASSAOUD**, CRO AXA MAROC pour nous avoir généreusement accepté au sein de son équipe et pour sa confiance en nous confiant un sujet de telle ampleur.

Monsieur **Abdesslam Fazouane**, notre encadrant interne, pour son aide précieuse, ses conseils inestimables et tous les efforts déployés afin que ce stage réussisse.

Nous remercions également tout le personnel d'AXA Assurance, département « Risk Management » avec qui nous avons partagé de très bons moments au cours de ces mois de stage et qui a eu la gentillesse de nous accueillir dans ses locaux et de partager avec nous ses connaissances.

Enfin, nous remercions tous ceux qui nous ont aidé, à des titres divers, à vivre cette expérience professionnelle riche en renseignements pratiques et théoriques.

# Table de matière :

- Résumé :..... 3
- Mots clés : ..... 3
- Dédicace..... 4
- Remerciements..... 5
- Table de matière :..... 6
- Liste des abréviations:..... 9
- Liste des Figures : ..... 11
- Liste des tableaux :..... 12
- Introduction ..... 14
- Partie1 : Contexte et cadre réglementaire : Solvabilité 2..... 16
  - I - Solvabilité 1 : ..... 16
  - II - Solvabilité 2 : ..... 17
    - II.1 Objectifs :..... 17
    - II.2 Acteurs :..... 17
    - II.3 Les 3 piliers :..... 18
    - II.4 Les études quantitatives d’impact :..... 20
    - II.5 Les normes quantitatives du calcul des provisions et fonds propres 21
  - III - Changement de l’horizon à un an ..... 22
- Partie 2 : Méthodes de provisionnement..... 25
  - I - Cadre théorique : ..... 25
    - I.1 Chain Ladder : ..... 25
    - I.2 London Chain : ..... 26
  - II - Cadre pratique ..... 28
    - II.1 Chain Ladder..... 28

II.2 London Chain.....	33
Partie 3 : Actualisation .....	36
I - De Solvabilité 1 à Solvabilité 2.....	36
II - Best Estimate :.....	36
III - Application : .....	37
Partie 4 : SCR- Formule standard :.....	39
I - Cadre théorique :.....	40
I.1 La décomposition du SCR par la formule standard :.....	40
I.2 SCR de souscription en non vie.....	43
II - Cadre pratique :.....	48
II.1 SCR prime et réserves : .....	48
II.2 SCR cessation : .....	52
II.3 SCR Catastrophe :.....	52
II.4 SCR Non life :.....	52
Partie 5: Undertaking specific parameters .....	54
I - Cadre théorique :.....	55
I.1 Le risque de prime : .....	56
I.1.1 1ère méthode : Modélisation paramétrique et résolution par la méthode des moindres carrés ordinaires.....	56
I.2 Risque de réserve :.....	59
I.2.1 Méthode de Merz & Wüthrich :.....	59
I.2.2 Bootstrap à un an :.....	65
II - Cadre pratique :.....	69
II.1 Risque de prime : .....	69
II.1.1 Modélisation paramétrique et résolution par la méthode MCO :	

II.2	Risque de réserve : .....	73
II.2.1	Merz & Wüthrich : .....	73
II.2.2	Bootstrap à un an : .....	75
III -	SCR USP Vs SCR Formule Standard.....	77
Partie 6 :	Automatisation de la quantification des risques de souscription non vie : .....	80
I -	Introduction : .....	80
II -	Choix de l’outil informatique : .....	80
III -	Réalisation .....	81
Conclusion	.....	84
Bibliographie :	.....	85
Annexes.....	.....	87
Annexe I :	Présentation du secteur et de l’organisme d’accueil .....	87
Annexe II :	vérification des hypothèses de Chain Ladder pour la branche RC Auto : .....	90
Annexe III:	Méthode de Bootstrap : .....	92
Annexe IV :	Les écarts-types standards et les segments non vie selon solvabilité 2 .....	94
Annexe V :	2ème méthode Normalisée pour le risque prime : .....	96
Annexe VI :	1ère méthode normalisée pour le risque de réserve : .....	99

## Liste des abréviations:

SCR: Solvency Capital Requirement

USP: Undertaking specifics parameters

S1: Solvability 1

IFRS: International Financial Reporting Standards

US-GAAP: United States generally accepted accounting principles

IAS-IFRS : International Accounting Standards

EIOPA : European Insurance & occupational pensions authority

QIS : Quantitative Impact Studies

ACP : Autorité de contrôle prudentiel

ERM : Entreprise Risk Management

MCR : Minimum Capital Requirement

PSAP : provisions pour sinistres à payer

IARD : incendies, accidents et risques divers

RC-AUTO : Responsabilité civile automobile

CL : Chain Ladder, Méthode de provisionnement

LC : London Chain, Méthode de provisionnement

BSCR: Basic Solvency capital requirement

SCR op: operational solvency capital requirement

Adj : les ajustements aux pertes

UE : Union européen

DIVs : Facteur de diversification géographique du segment s :

CDR: Claim development result

Msep : mean square error of prediction

Var: Value at risk

OLS: Ordinary Least Squares

PCO: Best Estimate des provisions

# Liste des Figures :

Figure 1 : les 3 piliers de la solvabilité 2

Figure 2 : Nuage de points des  $f_{i,j}$  pour  $j=0,1,2$

Figure 3 : Nuage de points de  $C_{i,j+1} = f(C_{i,j})$  des années de développement  $j=0,1,2$

Figure 4 : Cartographie des risques assurantiels

Figure 5 : Illustration d'une itération de la simulation de la diagonale de l'année Calendaire suivante (étapes 2 et 3)

Figure 6 : Illustration de la méthode du bootstrap modifiée pour l'obtention du risque à un an

Figure 7 : représentation graphique des pertes en fonction des primes

Figure 8 : nuage de points (primes acquises, variance des pertes) pour la branche RC-auto

Figure 9 : chiffre d'affaires global par branche – Exercice 2016

Figure 10 : Chiffre d'affaire d'AXA Assurance en 2016

Figure 11 : Nuage de points des  $f_{i,j}$  pour  $j= 4, \dots, 8$

Figure 12 : Nuage de points de  $C_{i,j+1} = f(C_{i,j})$  des années de développement  $j=3,\dots,8$

Figure 13 : Processus de la méthode Bootstrap

Figure 14 : le best estimate des provisions par année calendaire

Figure 15 : les paiements incrémentaux par année calendaire

## Liste des tableaux :

- Tableau 1 : Le triangle de la branche RC\_Auto rempli par CL
- Tableau 2 : la réserve de la branche RC-Auto calculée par CL
- Tableau 3 : Triangle des coefficients de passage
- Tableau 4 : tableau des règlements prédits par méthode London-Chain
- Tableau 5 : la réserve totale par la méthode London Chain
- Tableau 6 : la réserve London Chain pour les différentes branches non vie
- Tableau 7 : Les taux d'actualisation zéro coupon
- Tableau 8 : Les bests Estimates des différentes branches
- Tableau 9 : Matrice de corrélation entre les risques en solvabilité II
- Tableau 10 : Matrice de corrélation entre les sous-modules risque de souscription non-vie.
- Tableau 11 : les Bests Estimates des provisions pour les différentes branches
- Tableau 12 : triangle des règlements cumulés pour la branche RC\_Auto.
- Tableau 13 : les primes acquises de 2003 à 2013, pour la branche RC\_Auto.
- Tableau 14 : Les taux de renouvellement des contrats RC\_AUTO
- Tableau 15 : Les volumes du risque prime calculés par branche
- Tableau 16 : Ecart type et SCR primes & réserves
- Tableau 17 : Le capital économique requis non vie ; SCR-non vie
- Tableau 18 : les facteurs de crédibilité pour les branches (RC, Crédit )
- Tableau 19 : les facteurs de crédibilité pour les autres branches
- Tableau 20 : le ratio S/P par année de survenance pour la branche RC auto
- Tableau 21 : les écarts types du risque de prime pour les différentes branches
- Tableau 22 : les écarts types Standards du risque de prime pour les différentes branches

Tableau 23 : calcul des rapports  $a_j$  pour  $j=1, \dots, 9$

Tableau 24: calcul des  $msep_i$  pour  $i=2004, \dots, 2013$

Tableau 25 : les écarts types risque de réserve calculés par la méthode M&W

Tableau 26 : les écarts types risque de réserve standards

Tableau 27 : triangle supérieur théorique des cumulés estimés pour la branche RC auto

Tableau 28: triangle des résidus de Pearson pour la branche RC auto

Tableau 29 : Extrait du vecteur des  $CDR_i$  ,  $i=0, \dots, 1000$  pour la branche RC auto

Tableau 30 : volatilité à un an des PSAP, des différentes branches selon les différentes approches

Tableau 31 : volatilité à un an des PSAP et l'écart type du risque de prime , des différentes branches selon les méthodes normalisées

Tableau 32 : Primes émises par entreprise d'assurances - Exercice 2014/2015/2016 - Assurance vie et non vie

Tableau 33 : Evolution d'Axa Assurance Maroc

Tableau 34 : Les segments non vie selon Solvabilité 2

Tableau 35 : les écarts-types standards pour le risque de prime et de réserve

Tableau 36 : Matrice de corrélations entre les segments de la branche non vie selon solvabilité 2

# Introduction

Si Solvabilité 1 admettait d'importantes limites relatives à la prise en compte des différents risques et à la cohérence avec l'application des normes internationales, Solvabilité 2 vient pallier ces problèmes et préparer les assureurs à mieux affronter les risques qui les menacent.

Adoptée le 22 mai 2009 par le parlement européen et mise en application Janvier 2016, Solvabilité 2 trace de nouvelles règles réglementaires visant le renforcement de la solidité financière des compagnies d'assurances et de réassurances et l'amélioration de la protection des assurés

Dans cette optique, le présent mémoire s'assigne comme objectif la quantification des risques de souscription non vie notamment le risque de prime et de réserve et ce, selon la formule standard et selon l'approche des paramètres spécifiques.

Nous nous intéressons dans la première partie de ce mémoire au contexte et cadre réglementaire de la solvabilité 2, nous verrons certaines méthodes de provisionnement dans une seconde partie. Nous consacrons la troisième partie au calcul du Best Estimate, la quatrième partie portera sur l'évaluation du SCR, risque de souscription non vie ainsi que sa volatilité par la formule standard, ensuite la cinquième partie traitera les paramètres spécifiques (USP, Undertaking Specific Parametrs ) et finalement la dernière partie détaillera le processus d'automatisation du calcul du SCR et des paramètres spécifiques .

**Partie 1 : Contexte et  
Cadre réglementaire de la  
Solvabilité 2**

# **Partie 1 : Contexte et cadre réglementaire :**

## **Solvabilité 2**

L'insolvabilité est le principal risque financier auquel sont confrontées les compagnies d'assurance et de réassurance. Par solvabilité s'entend la capacité d'une compagnie à faire face aux engagements contractés envers ses assurés. La Directive Solvabilité II s'inscrit ainsi dans une optique de protection des assurés contre le risque de faillite des compagnies d'assurance et de réassurance

### **I - Solvabilité 1 :**

Les premières normes européennes de solvabilité des organismes assureurs datent de 1973, et ont été mises à jour en 2002 avec la création de Solvabilité 1, système toujours en place actuellement.

Solvabilité 1 (S1) s'appuie sur trois grands principes : calculer les engagements de façon prudente, avoir un portefeuille d'actifs sûrs, liquides et dispersés, et disposer d'une marge de solvabilité supérieure à la marge réglementaire.

Mais la réforme Solvabilité 1 présente certaines faiblesses notamment dans la prise en compte des risques, et dans son manque de cohérence avec l'application des normes IFRS (International Financial Reporting Standards).

Les différentes critiques envers S1 sont :

- Une vision uniquement rétrospective, S1 regarde seulement le passé pour estimer le futur.
- Pas de distinction des risques.
- Certains risques ne sont pas pris en compte.
- Pas de surveillance sur le contrôle interne.

- Non satisfaction des exigences internationales et notamment des normes US-GAAP et IASIFRS.

Dans l'optique de pallier ces limites, la Commission Européenne a lancé en 2001 la directive Solvabilité 2.

## **II - Solvabilité 2 :**

### **II.1 Objectifs :**

Solvabilité 2 est une directive de l'Union Européenne s'adressant aux assureurs et réassureurs européens. Elle a pour objectif de fixer des normes prudentielles afin de mieux prendre en compte les besoins en fonds propres des compagnies d'assurances par rapport aux risques qu'elles supportent.

### **II.2 Acteurs :**

Les différents acteurs de la réforme Solvabilité 2 sont :

**La Commission Européenne :** Elle a un rôle législatif de rédaction et pilotage de la directive en collaboration avec les états membres.

**EIOPA : L'European Insurance and Occupational Pensions Authority,** anciennement le CEIOPS (Committee of European Insurance and Occupational Pensions) est un comité regroupant les autorités de contrôle des états membres. L'EIOPA a mené des études d'impacts afin de mesurer les conséquences des nouvelles réglementations sur le marché assurantiel, sa dernière étude quantitative est le QIS 5.

**ACP** : L'Autorité de Contrôle Prudentiel a pour objectif de vérifier l'application des nouvelles réglementations par les organismes d'assurance en France. Elle a le pouvoir de sanction en cas de non-respect de ces règles.

**Professionnels de l'assurance** : Ils ont un rôle important dans l'élaboration de la directive en effectuant des retours sur les « Consultation Papers », ce qui permet de voir les points d'amélioration et les difficultés dans l'application de la réforme. Les professionnels de l'assurance participent également aux études quantitatives QIS.

**Processus Lamfalussy** : La réforme Solvabilité 2 utilise le processus législatif Lamfalussy, déjà opérationnel dans la conception des réglementations du secteur financier.

## **II.3 Les 3 piliers :**

La réforme Solvabilité 2 est organisée en 3 piliers distincts, représentant les besoins quantitatifs, qualitatifs et la nécessité d'harmoniser et d'améliorer la communication entre les différents acteurs.

**Pilier 1** : Le pilier 1 concerne les exigences quantitatives en capital, il s'attache à vérifier que la compagnie d'assurance puisse faire face à ses engagements sur un horizon d'un an.

**Pilier 2** : Le deuxième pilier fixe des normes qualitatives de contrôle des risques en interne. Il a pour objectif d'assurer une meilleure sécurité pour les assurés européens, d'harmoniser les pratiques en Europe, et de mettre la réglementation et le contrôle des entreprises d'assurance aux normes par rapport aux autres réglementations financières ainsi qu'aux progrès en matière de gestion des risques.

Les assureurs doivent également vérifier s'ils sont solvables selon leur propre vision des risques. Ils doivent mettre en place un processus ERM (Entreprise Risk Management), pour assurer une maîtrise de leurs risques.

La démarche ERM s'effectue en plusieurs étapes :

- Un système de gouvernance et une organisation qui tient compte de la gestion des risques pour la mise en œuvre de la stratégie de l'entreprise.
- La définition d'une tolérance aux risques.
- Une évaluation interne du risque (Own Risk and Solvency Assessment) afin de valider qu'on est à l'intérieur des limites fixées et de vérifier que le système de contrôle des risques est opérationnel et efficace.
- Un réseau d'information et reporting avec un système de « feedback » et une organisation qui garantit que le dispositif de gestion des risques reste efficace en cas de crise, d'émergence de nouveaux risques, de déviation par rapport aux limites.

**Pilier 3** : Ce pilier vise à améliorer la communication aux régulateurs et au public et à harmoniser l'information, pour cela l'assureur doit produire trois supports de communication :

- Le SFCR (Solvency and Financial Conditions Report), qui est un rapport annuel ayant pour objectif de présenter la situation financière des entreprises au public.
- Le RSR (Regular Supervisory Reporting), autre rapport annuel servant de base à l'autorité de contrôle prudentiel dans le cadre d'un contrôle.
- Le QRT (Quantitative Reporting Templates), dont la fréquence dépend du template (trimestrielle ou annuelle)

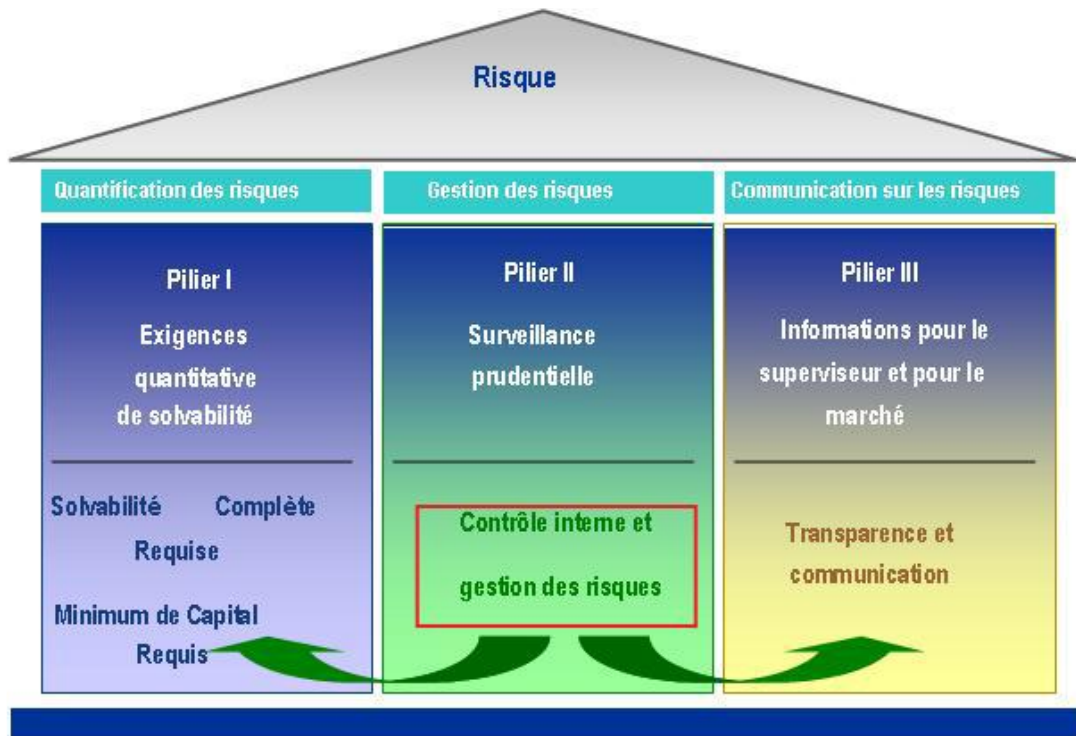


Figure 1 : les 3 piliers de la solvabilité 2

## II.4 Les études quantitatives d'impact :

Les études quantitatives ont pour objectifs d'analyser les conséquences de la réforme Solvabilité 2, d'étudier ses répercussions quantitatives et d'évaluer la faisabilité de ses calculs. Dans ce contexte, le CEIOPS a réalisé cinq études quantitatives d'impact depuis 2005 :

- **QIS 1** : 2005, Elle portait sur l'évaluation et le calibrage des provisions techniques selon un calcul du Best Estimate et d'une marge de risque.
- **QIS 2** : 2006, Elle a introduit la notion du Minimum Capital Requirement (MCR) et le capital de solvabilité requis (SCR).
- **QIS 3** : 2007, Elle a fourni des informations supplémentaires sur la faisabilité des calculs demandés, a testé le calibrage de la formule standard et du MCR et a traité, pour la première fois, les problèmes relatifs aux groupes d'assurance sous un angle quantitatif.

- **QIS 4** : Elle a permis d'affiner les mesures quantitatives (simplifications et approximations du calcul des provisions techniques et du SCR, nouveau calcul d'un « MCR combiné »)
- **QIS 5** :2010, propose un nouveau calibrage de la formule standard pour le calcul du capital requis

## **II.5 Les normes quantitatives du calcul des provisions et fonds propres**

### **✓ Les Provisions Techniques**

Contrairement à Solvabilité I qui se base sur le principe de prudence pour l'évaluation des provisions techniques, la nouvelle réforme Solvabilité 2 impose de les évaluer au montant avec lequel elles pourraient être transférées c'est-à-dire à leur valeur économique.

- **Le Best Estimate**

La provision Best Estimate correspond à la somme des cash-flows futurs actualisés. C'est la meilleure estimation des engagements futurs, vue à la date de calcul. Ces flux sont actualisés au taux sans risque fourni par la courbe de taux zéro coupon. Cette provision est calculée brute de réassurance et ne tient pas compte de nouvelles souscriptions (hypothèse de « run-off »).

- **Le Risk Margin**

La marge pour risque, ou « **Risk Margin** », constitue le montant supplémentaire nécessaire pour garantir les engagements. Il s'agit du coût représentant l'immobilisation des fonds propres nécessaires pour faire face aux engagements. Son calcul se base sur la méthode du coût du capital : le montant de la marge pour risque est égal au coût du capital multiplié par le capital immobilisé.

## ✓ Les capitaux requis

- **Solvency Capital Requirement (SCR)**

Le **SCR** représente le capital cible nécessaire permettant d'éviter la ruine à 99,5% sur un horizon d'un an. La charge en capital est calibrée afin que l'assureur puisse honorer ses engagements et ainsi, que la faillite ne se produise qu'une fois sur 200. Ce capital requis est évalué au moins une fois par an.

Son calcul peut être effectué par la formule standard ou par un modèle interne qui doit être soumis à l'approbation de l'autorité de contrôle prudentielle. Les organismes d'assurance ont aussi la possibilité de mettre en œuvre un modèle interne partiel leur permettant de choisir les risques pour lesquels ils jugent la formule inadaptée.

- **Minimum Capital Requirement (MCR)**

Ce montant est le capital minimum exigé aux sociétés d'assurance par l'autorité de contrôle prudentielle. En-dessous de ce montant, la société d'assurance se voit retirer son agrément. Le MCR est calculé au minimum une fois par trimestre. Il est défini autour d'un corridor (25% à 45%) du SCR.

## **III - Changement de l'horizon à un an**

Une compagnie d'assurance qui n'est pas solvable sur un horizon d'un an, ne le sera pas sur un horizon à plus long terme, telle est la raison de base du basculement vers un horizon de travail à un an.

De plus de nombreuses décisions et actions sont établies sur un horizon de court et moyen terme (Augmentation tarifs, mise en place d'un nouveau produit, exigences des actionnaires à court terme.....).

La compagnie se doit également de maintenir sa performance à court terme du fait de l'impact qu'elle a sur sa réputation et sur sa solidité financière. Ainsi cet

horizon s'avère d'une inestimable importance dans l'étude de la solvabilité d'une compagnie.

## **Partie 2 : Méthodes de provisionnement**

## Partie 2 : Méthodes de provisionnement

### I - Cadre théorique :

Les provisions pour sinistres à payer (PSAP) correspondent à la valeur estimative des dépenses nécessaires au règlement de l'ensemble des sinistres survenus non payés. Elles représentent la partie la plus importante du passif d'une entreprise d'assurance non-vie. Pour faire face à ses engagements, l'assureur IARD doit donc être en mesure d'évaluer correctement ses provisions mais aussi l'incertitude autour de ce montant.

#### I.1 Chain Ladder :

La méthode de Chain-Ladder est une méthode standard, couramment utilisée sur les marchés depuis les années 30, du fait de sa simplicité. Cette méthode est applicable à toute sorte de triangles (triangle de charges, de paiement, ...). Au cours de cette étude, nous nous contenterons de l'appliquer à des triangles de paiements cumulés.

Elle nécessite cependant l'hypothèse forte suivante :

(H1) :  $\forall j= 0, \dots, n$ , les facteurs de développement  $f_{i,j}$  sont indépendants de l'année de survenance  $i$ .

Le principe de base de cette méthode repose sur l'utilisation de facteurs de développement (également appelés coefficients de passage). En effet, elle consiste à supposer que les  $C_{i,j}$  sont liés par un modèle de la forme :

$$\forall i \in [0, n], \forall j \in [0, n-1],$$

$$C_{i,j+1} = f_j * C_{i,j}$$

En d'autres termes, on suppose qu'il existe une relation de proportionnalité entre les montants cumulés d'une année de règlement à la suivante et que cette proportionnalité est identique pour toutes les années de survenance. L'estimation des facteurs de développement est alors donnée par :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}}$$

À partir de cette estimation, il est alors possible de compléter le triangle inférieur, en considérant :

$$\forall i+j \geq n+1,$$

$$\hat{C}_{i,j} = \prod_{k=n-i}^{j-1} \hat{f}_k * C_{i,n-i}$$

Ainsi, le montant de provisions à constituer pour l'année de survenance  $i$  est obtenu par différence entre les montants ultimes estimés et les derniers montants connus (correspondant à la dernière diagonale).

$$\forall i \in [1, n],$$

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i} \Leftrightarrow \hat{R}_i = \left( \prod_{k=n-i}^{n-1} \hat{f}_k - 1 \right) * C_{i,n-i}$$

La somme des montants de provisions de chaque année de survenance  $R_i$  permet alors de calculer le montant total des provisions  $\hat{R}$ .

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i$$

Par convention, on note :  $\hat{R}_0 = 0$

## I.2 London Chain :

La méthode dite London-Chain a été introduite par Benjamin et Eagles pour le calcul des réserves en 1986. L'hypothèse sous-jacente du modèle est que la dynamique des  $C_{i,j}$ , pour  $j$  fixé, est donnée par le modèle affine suivant :

$$\forall i \in (0, \dots, n - j - 1); C_{i,j+1} = \lambda_j C_{i,j} + \beta_j$$

avec,  $\lambda_j$  et  $\beta_j$  des paramètres à estimer.

Ainsi, pour  $j$  toujours fixé, les  $(n-j)$  couples  $(C_{i,j+1}, C_{i,j})$  doivent être "sensiblement" alignés sur une même droite affine. De plus, pour les estimations de  $\lambda_j$  et  $\beta_j$ , elles sont déterminées par la méthode des moindres carrés en minimisant :

$$\delta_j = \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - \beta_j - \lambda_j C_{i,j})^2$$

Ainsi, en annulant simultanément les dérivées partielles  $\frac{\partial \delta_j}{\partial \lambda_j}$  et  $\frac{\partial \delta_j}{\partial \beta_j}$  nous obtenons les estimateurs de  $\lambda_j$  et  $\beta_j$  dont les expressions respectives sont les suivantes :

$$\begin{cases} \lambda_j = \frac{\frac{1}{n-j} (\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} C_{i,j+1}) - \overline{C_j} \overline{C_{j+1}}}{\frac{1}{n-j} (\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2) - \overline{C_j}^2} \\ \beta_j = \overline{C_{j+1}} - \lambda_j \overline{C_j} \end{cases}$$

Où,  $\overline{C_j}$  et  $\overline{C_{j+1}}$  sont respectivement les moyennes des colonnes  $j$  et  $(j+1)$  :

$$\begin{cases} \overline{C_j} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \\ \overline{C_{j+1}} = \frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1} \end{cases}$$

Remarque :

En particulier, pour  $j=n-1$ , nous posons  $\beta_{n-1} = 0$

$$\text{Ainsi, } \lambda_{n-1} = \frac{\overline{C_{j+1}}}{C_j}$$

## II - Cadre pratique

### II.1 Chain Ladder

L'application de la méthode « Chain Ladder » donne les résultats suivantes pour la branche « RC-AUTO » :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	3062141633	3382674057	3678736774	3846480313	3888422300	3975472114	4011764455	4032361890	4046853278	4060089636	4068958583
1	46061357,35	120501943,7	187696435,9	237495105,7	278803740,9	303497223,3	314707688,5	324111085,8	330556357,2	336980665,9	337716773,7
2	43078754,02	107557516,5	184555583,1	247354967,9	280192111,7	294131298,8	306454329,3	315787870	320802773,5	322243624,8	322947540,7
3	32536743,18	97318016,68	169963196,9	222182967,4	251451112,9	273722181,7	288210372,4	298111407,7	299767235	301113607,5	301771366,5
4	41698383,29	124585305,3	198125345,8	248597687,9	286902965,9	318190579,4	337792871,9	341172450,7	343067455,9	344608306,7	345361076,4
5	53473130,63	148979966,1	208045710,1	275133494,4	329222579,9	366942697,5	373614879,1	377352853	379448818,3	381153072	381985670,9
6	61509216,39	141496836,1	208596894,8	297903599,4	359071432,8	373728944,6	380524521,8	384331625,8	386466353,9	388202126,2	389050123,2
7	65969628,66	148807320,5	225596183,4	300588445,5	317304511,2	330257072,2	336262192,9	339626457,4	341512875,5	343046744	343796102,7
8	77963515,48	193496437,8	271413122,5	304361425,1	321287310,5	334402451,7	340482948,5	343889441,2	345799537,6	347352659,2	348111423,8
9	114070409,1	243827670,5	291185981,8	326534618,3	344693580,3	358764179,5	365287649,8	368942310,7	370991560,5	372657829,4	373471871,1
10	123767278,7	161970264,8	193429525,4	216910978,5	228973645	238320486,9	242653909	245081633,4	246442912,6	247549784,6	248090537,6
fj	1,308667901	1,194228617	1,121395392	1,055611139	1,040820601	1,018183171	1,010004885	1,005554391	1,004491393	1,002184421	

Tableau 1 : Le triangle de la branche RC Auto rempli par CL

Ainsi nous retrouvons la réserve Chain-Ladder :

R- Chain-Ladder
0
736107,7516
2144767,178
3659958,736
7568204,454
15042973,45
29978690,37
43207657,18
76698301,25
129644200,6
124323258,9
433004119,9

Tableau 2 : la réserve de la branche RC-Auto calculée par CL

Malgré sa simplicité de mise en place, il est important d'effectuer certaines vérifications pour valider cette méthode.

Nous allons retenir deux tests :

La première hypothèse est celle de l'indépendance des années de survenance entre elles. En pratique pour la vérifier on compare le triangle des coefficients de développement  $f_{i,j} = \frac{c_{i,j+1}}{c_{i,j}}$  à  $\overline{f_{.,j}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{i,j}$ , avec n est le nombre des coefficients de développement  $f_{i,j}$  par année de développement.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,1046759	1,08752328	1,04559814	1,01090399	1,02238692	1,00912906	1,00513426	1,00359377	1,00327078	1,00218442
1	2,61611795	1,55762165	1,26531495	1,17393468	1,08856941	1,03693762	1,02987978	1,01988599	1,01943484	
2	2,4967648	1,71587806	1,34027356	1,13275312	1,04974868	1,04189636	1,03045655	1,01588061		
3	2,99101899	1,74647206	1,30724163	1,13172992	1,08857017	1,05293028	1,0343535			
4	2,98777304	1,59027861	1,25474955	1,15408542	1,10905295	1,06160551				
5	2,78607152	1,3964677	1,32246656	1,19659215	1,1145733					
6	2,30041682	1,47421597	1,42813056	1,20532761						
7	2,25569438	1,5160288	1,33241813							
8	2,48188446	1,40267762								
9	2,13751903									
moyenne	2,41579369	1,49857375	1,28702413	1,14361813	1,07881691	1,04049977	1,02495602	1,01312013	1,01135281	1,00218442
ecart type	0,54585454	0,19686714	0,11101577	0,06521169	0,0358114	0,01999206	0,01336306	0,00848966	0,01142972	
coeff de var	0,22595246	0,13136967	0,08625772	0,05702226	0,03319506	0,0192139	0,01303769	0,00837972	0,01130141	

Tableau 3 : Triangle des coefficients de passage

On constate que pour la première année, l'hypothèse d'égalité des coefficients sur les années de survénance n'est pas réaliste vu qu'il y'a une volatilité importante des  $f_{i,0}$  par rapport à  $\overline{f_{i,0}}$ . Néanmoins l'hypothèse paraît plus réaliste pour les autres années où on remarque des coefficients de variation très faibles. Chose que confirment les graphes suivants.

Nous avons vérifié ceci pour toutes les années de développement sauf que nous n'avons relaté que les 8 premières années dans notre rapport, les 3 premiers graphes sont les suivants et les autres sont élaborés dans l'annexe II.

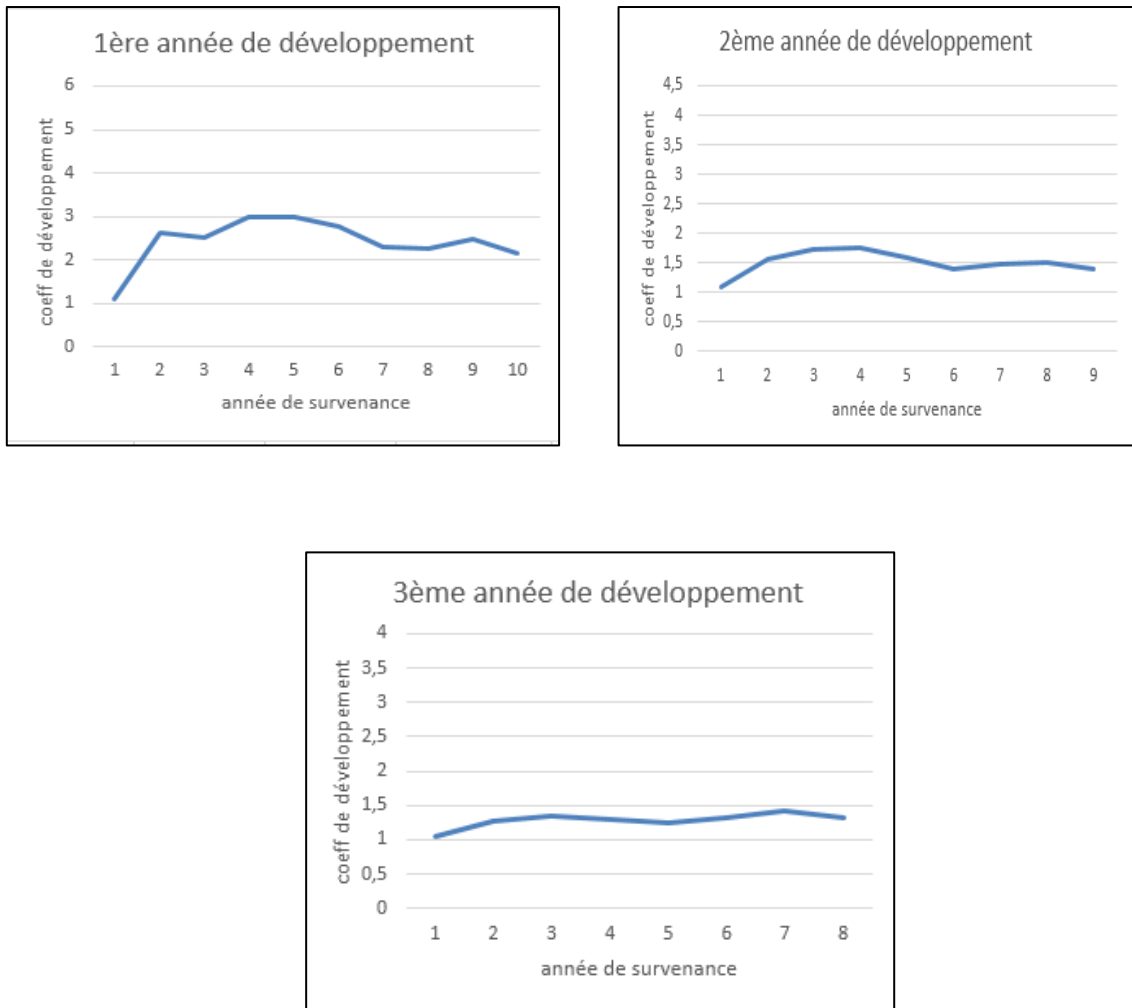


Figure 2: Nuage de points des  $f_{i,j}$  pour  $j=0,1,2$

La deuxième hypothèse est l'alignement des couples  $(C_{i,j+1}, C_{i,j})$ , Pour  $j$  fixé, l'hypothèse suppose l'existence d'un coefficient  $f_j$  tel que  $C_{i,j+1} = f_j * C_{i,j}$ . Les couples  $(C_{i,j+1}, C_{i,j})$  doivent donc être sensiblement alignés par une droite passant par l'origine. Nous présentons ici aussi le graphe pour les trois premières années de développement pour la branche RC-Auto uniquement et les autres graphes sont en annexe II.



Figure 3 : Nuage de points de  $C_{i,j+1} = f(C_{i,j})$  des années de développement  $j=0,1,2$

Nous remarquons clairement que cette hypothèse est non vérifiée vu que les droites ne passent pas par l'origine, ce qui biaisera fort probablement la réserve calculée par la méthode Chain Ladder.

Ceci nous mène à appliquer la méthode « London Chain ».

## II.2 London Chain

Selon La méthode « London Chain » les chargements cumulés ( $C_{i,j}, C_{i,j+1}$ ) s'ajustent selon une droite de constante non nulle. Les tableaux suivants résument les résultats obtenues en appliquant cette méthode :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	787126427,7	843951893,9	885496435,1	905617407	909040115,4	907717903,8	906403863,7	909901571,9	910164286,2	911319020,1	911647943
1	13827954,16	36093692,87	42739740,63	44555042,35	44855829,49	44955766,33	45337680,73	45342168,73	45294366,58	45298622,58	45314972,2
2	16319712,32	30684065,54	36202249,88	37515396,51	39838535,32	40582055,71	40671956,13	40708893,53	40721598,19	40719771,35	40734468,3
3	5630519,21	28272013,66	36610035,96	37123740,66	37347787,72	39808752,5	42396699,28	42722831,97	42705268,3	42706080,2	42721494,1
4	5727072,89	69626808,55	123719179,9	127772646,7	127973414,9	129815535,9	129974240,2	130437507,7	130448277,3	130565807,7	130612933
5	6583622,87	123520614,4	202048140	205383324,3	213959642,3	214172108,3	214600674,3	215394648	215432860	215663439,7	215741279
6	14649338,64	32600755,66	46663340,93	53915129,59	54776193,89	55965332,99	56803780,45	56981109,83	56968151,81	56987936,65	57008505,3
7	8179532,3	58127863,32	105701883,5	110183604,2	112177400,5	113196261,7	113886435,5	114286834,5	114292387,2	114388426,6	114429713
8	26673962,11	135081353,8	140926715,2	145383302,3	147484371,8	148398496,6	148997468,6	149535075,7	149552014,1	149694957	149748986
9	36067599,25	88326179,91	115912252,6	119854524,4	121877793,4	122867878,9	123532995,5	123971091,7	123979772,5	124088698,3	124133486
10	28104791,24	80226946,87	107613438,6	111385080,7	113382538,6	114397824,9	115084885,7	115489968	115495909,3	115593549,6	115635271
pen	1,07795	1,06915	1,02995	0,99990	1,01701	1,00596	1,00298	1,00236	1,00183	1,002184421	-
const	83 022 252	62 061 125	57 852 704	42 781 821	21 092 084	12 628 087	8643751	4974011	5818392	0	-

Tableau 4 : tableau des règlements prédits par méthode London-Chain

Ainsi on peut déduire les provisions par année de survenance et la réserve totale

Année	Réserve
2003	0
2004	736107,804
2005	7121192,98
2006	12730518,62
2007	22695884,31
2008	37923221,57
2009	65420901,2
2010	107657635,9
2011	174838619,5
2012	257018900,6
2013	345936045,3
<b>La réserve Totale</b>	<b>1032079028</b>

Tableau 5: la réserve totale par la méthode London Chain

Vu que le comportement des règlements cumulés s'adapte mieux aux traitement London Chain, la réserve qui en découle est plus appropriée que celle précédemment calculée par la méthode Chain Ladder, et c'est effectivement la plus proche à celle calculée par la compagnie.

Le calcul de la réserve a été effectué pour les 4 branches suivantes :

Motor vehicule liability insurance	1032079028
Other motor insurance	12065553,54
Fire & other damage to property insurance	154592685,6
Geberal Liability insurance	155597726,9

Tableau 6 : la réserve London Chain pour les différentes branches non vie

# **Partie 3 : Actualisation**

## Partie 3 : Actualisation

### I - De Solvabilité 1 à Solvabilité 2

Alors que l'actualisation des provisions était interdite par prudence et que le provisionnement ne se faisait qu'avec la réserve totale des années de survenance agrégées, l'introduction de Solvabilité 2 fait de l'étape de l'actualisation une nécessité pour le calcul du Best Estimate comme étant la valeur actuelle probable des flux futurs.

### II - Best Estimate :

Le *best Estimate* (meilleure estimation) est égal à l'espérance des flux futurs actualisés aux taux sans risque. Tous les flux futurs susceptibles d'être encourus pour honorer les engagements faits aux assurés doivent être évalués. Ainsi

$$BE = \sum_{k=n-i+2}^{\infty} \frac{Z_k}{(1 + r(0, k))^k}$$

Avec

-  $r(0, k)$  le taux zéro coupon d'échéance  $k$  tiré de la courbe des taux zéro coupon

-  $Z_k$  la somme des paiements futurs effectués à la  $k$  ème année calendaire

-  $n - i + 2$  renseigne sur la diagonale qui suit celle principale du triangle de paiements décumulés ( $i=2, \dots, n$ )

-  $\infty$  traduit la dernière diagonale qui est dans notre cas 20<sup>ème</sup> diagonale.

### III - Application :

Nous présentons les Bests Estimates des différentes branches ainsi que les taux zéro coupon utilisés dans le calcul du Best Estimate.

Année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Taux zéro coupon	3,81%	3,53%	3,62%	3,71%	4,81%	4,93%	5,06%	5,23%	5,38%	5,53%

Tableau 7 : Les taux d'actualisation zéro coupon

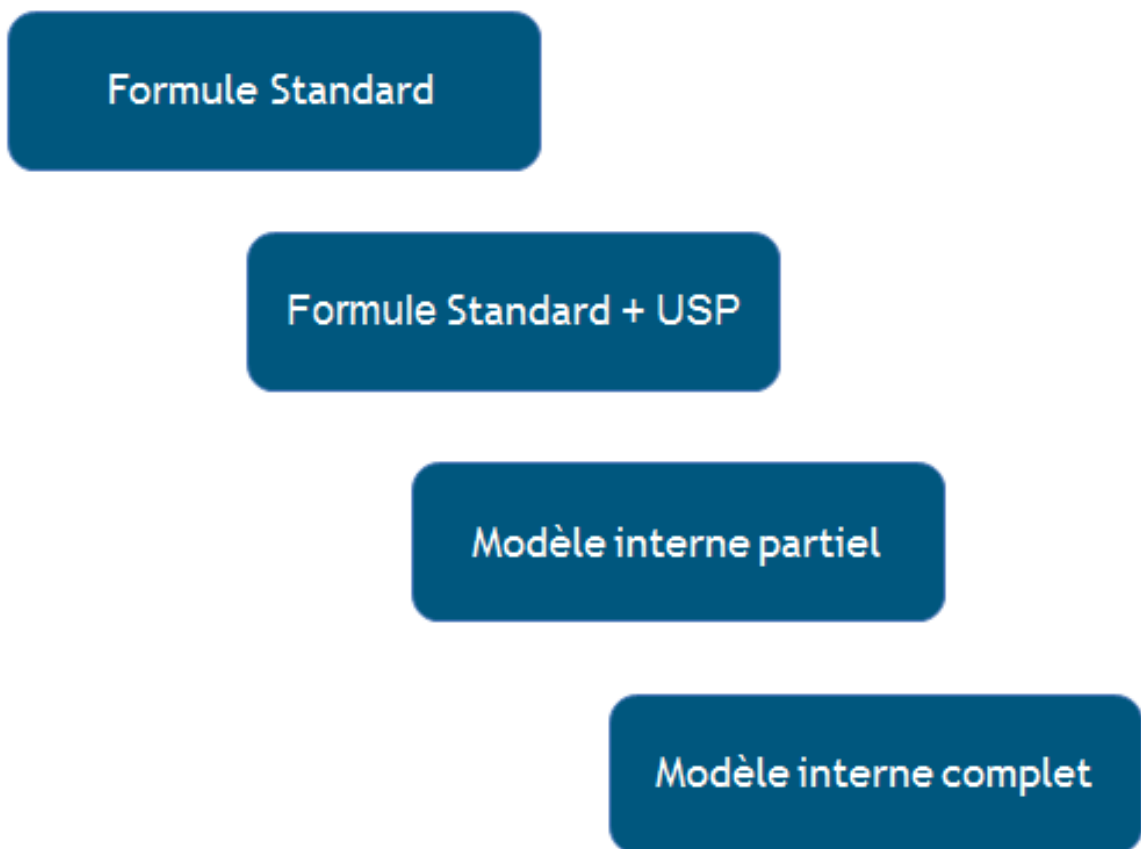
<b>Motor vehicle liability insurance</b>	<b>1 280 831 394</b>
<b>Other motor insurance</b>	<b>12 392 960</b>
<b>Fire &amp; other damage to property insurance</b>	<b>163 476 242</b>
<b>General Liability insurance</b>	<b>144 976 681</b>

Tableau 8 : Les bests Estimates des différentes branches

# **Partie 4 : SCR- Formule Standard**

## Partie 4 : SCR- Formule standard :

Croissante en termes de sensibilité au risque et de complexité, l'échelle de méthodes proposée par Solvabilité II pour le calcul du SCR est la suivante :





Ainsi, en prenant en référence la formule standard, le besoin en capital (« $SCR_{global}$ ») est composé des éléments suivants :

$BSCR$  : représente le Capital de Solvabilité Requis de Base (Basic Solvency Capital Requirement)

$SCR_{op}$  : représente le chargement en capital lié au risque opérationnel ;

$Adj$  : représente les ajustements, liés à la réduction des pertes futures par le biais des impôts différés ou par la participation aux bénéfices futurs à distribuer aux assurés. L'impôt différé est l'imputation de la perte au résultat fiscal, ce qui conduit dans le futur à payer moins d'impôt. La participation aux bénéfices est le transfert d'une partie de la perte aux assurés, ce qui conduit à verser moins de participations aux bénéfices que ce qui était prévu initialement.

On a alors :

$$SCR_{global} = BSCR + SCR_{op} + Adj$$

Le BSCR agrège six modules de risques comme on peut le voir sur la figure ci-dessus, à travers la formule suivante :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangibles}$$

Où,

$SCR_i$  : représente le SCR du module de risque i ;

$Corr_{i,j}$  : représente le coefficient de la matrice de corrélation entre les modules de risques i et j ;

$SCR_{int.}$  : représente l'exigence de capital pour les risques liés aux immobilisations incorporelles

	Marché	défaut	santé	vie	Non vie
Marché	1				
défaut	0,25	1			
santé	0,25	0,25	1		
vie	0,25	0,25	0,25	1	
Non vie	0,25	0,5	0	0	1

Tableau 9 : Matrice de corrélation entre les risques en solvabilité II

Ainsi, en prenant comme référence la formule standard, le besoin en capital («SCR») est composé, des éléments suivants (en reprenant les notations du QIS5) :

- D'un capital de solvabilité requis de base (« SCR de base » ou « BSCR »)
- D'une exigence de capital pour risque opérationnel («  $SCR_{op}$  »)
- D'un ajustement (« Adj») pour la capacité d'absorption des pertes notamment par l'impôt différé

On a alors :

$$SCR_{global} = BSCR + SCR_{op} - Adj$$

Le BSCR se décompose lui-même également pour la formule standard en plusieurs sous-SCR,

- Un pour le module de risque de souscription non-vie (non-life) « $SCR_{non-vie}$  »
- Un pour le module de risque de souscription vie (life) « $SCR_{vie}$  »
- Un pour le module de risque de souscription santé (health) « $SCR_{santé}$  »
- Un pour le module de risque de marché (market) « $SCR_{marché}$  »
- Un pour le module de risque de contrepartie (default) «  $SCR_{défaut}$  »
- Enfin, un pour le module de risque incorporel (intangibles) «  $SCR_{incorporel}$  »,

On a alors :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} * SCR_i * SCR_j + SCR_{incorporel}}$$

Où :

- i et j prennent chacun l'ensemble des valeurs possibles parmi les modules de risque ci-dessus (hors  $SCR_{incorporel}$ )

-  $corr_{i,j}$  est le facteur de corrélation entre  $SCR_i$  et  $SCR_j$ , présenté dans l'annexe IV de la Directive

Parmi les modules de risques cités ci-dessus, notre étude portera sur le module de risque de souscription non-vie.

## I.2 SCR de souscription en non vie

Selon Le RÈGLEMENT DÉLÉGUÉ (UE) 2015/35 DE LA COMMISSION EUROPEENNE du 10 octobre 2014, le risque de souscription peut être composé d'un ou plusieurs éléments parmi les suivants :

Risque vie : cet élément de risque concerne la volatilité de la morbidité, de la mortalité, de la longévité, de l'incapacité des assurés ; on y inclut aussi habituellement le risque de rachat et le risque de dérapage des dépenses de l'assureur ;

Risque santé : cet élément de risque concerne les dépenses, les pertes excessives et la mortalité des assurés, ainsi que les risques liés aux épidémies ;

Risque non-vie : il s'agit du risque d'assurance spécifique qui résulte des contrats d'assurance.

Seul le Module « risque de souscription en non-vie » fera l'objet d'une description détaillée car il sera utilisé dans la partie « Cadre Pratique ». En particulier il s'agira de présenter les méthodes de calcul de l'exigence en capital de ce risque selon le modèle standard du EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority) et selon l'approche des USP.

### ✓ **Module « risque de souscription en non-vie » :**

Le module « risque de souscription en non-vie » reflète le risque découlant des engagements d'assurance non-vie, compte tenu des périls couverts et des procédés appliqués dans l'exercice de cette activité.

Ce module est constitué des risques suivants :

Risque de prime (premium risk en anglais) : risque que le coût des futurs sinistres soit supérieur aux primes perçues ;

Risque de réserve (reserve risk en anglais) : risque lié à la nature aléatoire de l'évaluation des sinistres et à leur mauvaise estimation (sous-provisionnement) ;

Risque catastrophe (CAT risk en anglais) : risque résultant d'événements extrêmes ou irréguliers non capturés par les risques de tarification et de provisionnement.

Risque de Cessation : risque de perte, ou de changement défavorable de la valeur des engagements d'assurance, résultant de fluctuations affectant le niveau ou la volatilité des taux de cessation, d'échéance, de renouvellement et de rachat des polices. Il sera supposé nul dans cette étude car il concerne essentiellement les contrats pluriannuels. En assurance non-vie, il s'agit majoritairement de contrats annuels. Le risque de résiliation est donc très faible.

L'exigence de capital pour le risque de souscription en non-vie se calcule comme suit :

$$SCR_{non-life} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrNL_{(i,j)} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

- $CorrNL_{(i,j)}$  : Représente le coefficient de corrélation relatif au risque de souscription en non-vie pour les sous-modules i et j
- $SCR_i$  et  $SCR_j$  représentent les exigences de capital pour les sous-modules i et j respectivement.

	Prime & réserve	Catastrophe	Cessation
Prime & réserve	1	0,25	0
Catastrophe	0,25	1	0
Cessation	0	0	1

Tableau 10: Matrice de corrélation entre les sous-modules risque de souscription non-vie

Nous allons nous focaliser sur la partie la plus importante du risque de souscription en non-vie à savoir le risque de prime et de réserve.

L'exigence de capital pour le risque de prime et de réserve en non-vie se calcule comme suit :

$$SCR_{nl\ prem\ res} = \rho(\sigma_{nl}) \cdot V_{nl}$$

$\rho(\sigma_{nl})$  est fixée de manière à produire un chargement en capital conforme au standard de VaR (Value at Risk) de 99,5 % dans l'hypothèse d'une distribution log normale du risque sous-jacent :

$$\rho(\sigma_{nl}) = \frac{\exp(N_{0.995} * \sqrt{\log(\sigma_{nl}^2 + 1)})}{\sqrt{(\sigma_{nl}^2 + 1)}} - 1$$

Une approximation de  $\rho(\sigma_{nl})$  est donnée par  $\rho(\sigma_{nl}) = 3 \cdot \sigma_{nl}$  d'où :

$$SCR_{nl\text{ prem res}} = 3 \cdot \sigma_{nl} \cdot V_{nl}$$

$\sigma_{nl}$  : représente l'écart-type du risque de primes et de réserve en non-vie. Il mesure la volatilité.

$V_{nl}$  : représente la mesure de volume pour le risque de primes et de réserve en non-vie.

La formule de Calcul de  $V_{nl}$  est donné par  $V_{nl} = \sum_s V_s$  où s représente un segment tel que visé à l'annexe II du « RÈGLEMENT DÉLÉGUÉ (UE) 2015/35 DE LA COMMISSION du 10 octobre 2014 » .

Pour chaque segment on calcul  $V_s$  par :

$$V_s = (V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}) \cdot (0.75 + 0.25 \cdot DIV_s)$$

$V_{(prem,s)}$  Représente la mesure de volume pour risque de primes du segment s ;

$V_{(res,s)}$  Représente la mesure de volume pour le risque de réserve du segment s. Il est égal à la meilleure estimation des provisions pour sinistres à payer, après déduction des montants recouvrables au titre des contrats de réassurance et des véhicules de titrisation.

$DIV_s$  Représente le facteur de diversification géographique du segment s

On calcul  $V_{(prem,s)}$  par la formule suivante :

$$V_{(prem,s)} = \max[P_s; P_{(last,s)}] + FP_{(existing,s)} + FP_{(future,s)}$$

$P_{(last,s)}$  Représente les primes acquises par l'entreprise d'assurance ou de réassurance dans le segment s au cours des 12 derniers mois ;

$P_s$  Représente une estimation des primes à acquérir par l'entreprise d'assurance ou de réassurance dans le segment s au cours des 12 mois à venir ;

$FP_{(existing,s)}$  Représente la valeur actuelle attendue des primes à acquérir par l'entreprise d'assurance ou de réassurance dans le segment s après les 12 mois à venir pour les contrats existants ;

$FP_{(future,s)}$  Représente la valeur actuelle attendue des primes à acquérir par l'entreprise d'assurance ou de réassurance dans le segment s pour les contrats dont la date de comptabilisation initiale survient dans les 12 mois à venir, mais à l'exclusion des primes à acquérir au cours des 12 mois qui suivent cette date initiale.

L'écart type du risque de primes et de réserve en non-vie se calcule comme suit :

$$\sigma_{nl} = \frac{1}{V_{nl}} \cdot \sqrt{\sum_{s,t} CorrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}$$

–  $CorrS_{(s,t)}$  Représente le coefficient de corrélation pour le risque de primes et de réserve en non-vie du segment s et du segment t visé à l'annexe VII.

–  $\sigma_s$  et  $\sigma_t$  représentent les écarts types du risque de primes et de réserve en non-vie des segments s et t, respectivement;

On calcul l'écart-type du segment s par

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sigma_{(prem,s)}^2 \cdot V_{(prem,s)}^2 + \sigma_{(prem,s)} \cdot V_{(res,s)} \cdot \sigma_{(res,s)} \cdot V_{(res,s)} + \sigma_{(res,s)}^2 \cdot V_{(res,s)}^2}{V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}}}$$

–  $\sigma_{(prem,s)}$  Représente l'écart type du risque de primes en non-vie du segment s.

Il se calcul par le produit de l'écart type du risque de primes brut en non-vie (Annexe II du Règlement) et du facteur d'ajustement pour la réassurance non proportionnelle (80% ou 100% selon le segment)

–  $\sigma_{(res,s)}$  Représente l'écart type du risque de réserve en non-vie du segment s.

Le facteur de diversification  $DIV_s$  est par défaut égal à 1 (Article 116 point 7) ou calculé comme suit :

$$DIV_s = \frac{\sum_r (V_{(prem,r,s)} + V_{(res,r,s)})^2}{(\sum_r (V_{(prem,r,s)} + V_{(res,r,s)}))^2}$$

–  $V_{(prem,r,s)}$  Représente la mesure de volume pour le risque de primes du segment s et de la région r ;

–  $V_{(res,r,s)}$  Représente la mesure de volume pour le risque de réserve du segment s et de la région.

## II - Cadre pratique :

### II.1 SCR prime et réserves :

Pour le calcul du volume du risque de prime, du SCR prime et réserve et de la volatilité prime et réserve selon la formule standard, nous aurons besoin des données

suivantes : Les triangles de règlements des différentes branches, les primes acquises, l'estimation de la prime à acquérir et les taux de renouvellement des contrats non vie.

Pour le volume du risque réserve (Best Estimate des provisions) nous avons opté pour les Bests Estimates calculés par la compagnie.

Branches	Best Estimate
Motor vehicle liability insurance	2695177585,32
Other motor insurance	26021932,44
Fire and other damage to property insurance	456635457,21
General liability insurance	226292079,12

Tableau 11 : les Bests Estimates des provisions pour les différentes branches

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	3 062 141 633	3 382 674 057	3 678 736 774	3 846 480 313	3 888 422 300	3 975 472 114	4 011 764 455	4 032 361 890	4 046 853 278	4 060 089 636	4 068 958 583
1	46 061 357	120 501 944	187 696 436	237 495 106	278 803 741	303 497 223	314 707 688	324 111 086	330 556 357	336 980 666	
2	43 078 754	107 557 516	184 555 583	247 354 968	280 192 112	294 131 299	306 454 329	315 787 870	320 802 773		
3	32 536 743	97 318 017	169 963 197	222 182 967	251 451 113	273 722 182	288 210 372	298 111 408			
4	41 698 383	124 585 305	198 125 346	248 597 688	286 902 966	318 190 579	337 792 872				
5	53 473 131	148 979 966	208 045 710	275 133 494	329 222 580	366 942 697					
6	61 509 216	141 496 836	208 596 895	297 903 599	359 071 433						
7	65 969 629	148 807 320	225 596 183	300 588 445							
8	77 963 515	193 496 438	271 413 123								
9	114 070 409	243 827 671									
10	123 767 279										

Tableau 12 : triangle des règlements cumulés pour la branche RC\_Auto.

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
<b>EARNED PREMIUM</b>	594819,768	651338,033	678401,468	682463,584	750548,869	814528,699	915788	985325,978	1073513,26	1150270,14	1221879,71

Tableau 13 : les primes acquises de 2003 à 2013, pour la branche RC\_Auto.

Année	Taux de renouvellement
2013	0,70
2012	0,72
2011	0,73
2010	0,72
2009	0,75
2008	0,74
2007	0,72
2006	0,73
2005	0,73
2004	0,75
2003	0,70

Tableau 14 : Les taux de renouvellement des contrats RC\_AUTO

Le résultat du calcul des volumes de primes selon la formule standard est le suivant :

	V_prim
Motor vehicle liability insurance	4700634439
Other motor insurance	79637823,23
Fire and other damage to property insurance	1311656187
General liability insurance	385809838,2

Tableau 15 : Les volumes du risque prime calculés par branche

Ainsi on déduit le SCR prime et réserve et l'écart type prime réserve :

SCR prime& reserve	1865384112
$\sigma$ reserves & primes	0,06294963

Tableau 16 : Ecart type et SCR primes & réserves

Suite à ces résultats on conclut que le capital de solvabilité requis ; pour le risque de souscription prime et réserves au titre de l'exercice 2013 pour AXA Assurance Maroc est de **1 865 384 112 DH**, et que la volatilité des réserves et primes est de **6,29%**.

## II.2 SCR cessation :

Le SCR cessation sera estimé nul dans cette étude car concerne essentiellement les contrats pluriannuels. En assurance non-vie, il s'agit majoritairement de contrats annuels. Le risque de résiliation est donc très faible.

## II.3 SCR Catastrophe :

Le SCR Catastrophe est estimé par le groupe AXA Assurance à 767 432 122 DH dans cette étude, puisqu'il concerne les événements qui ne surviennent que très rarement et qui n'ont pas été pris en compte dans le risque de primes et de réserve

## II.4 SCR Non life :

Ainsi le SCR non life déduit est de : 2 187 324 345 DH

SCR- primes & réserves	1 865 384 112
SCR- catastrophe	767 432 122
SCR- cessation	0
SCR-non-life	2 187 324 345

Tableau 17 : Le capital économique requis non vie ; SCR-non vie

**Partie 5:**  
**Undertaking Specific**  
**parameters**

## Partie 5 : Undertaking Specific Parameters

Certains paramètres utilisés dans la formule standard sont donnés par l'EIOPA, c'est par exemple le cas pour les écarts-type par branche pour le risque de prime et le risque de réserve vus précédemment. La formule standard ayant été calibrée uniformément sur l'ensemble du marché européen, ces paramètres sont le résultat d'une estimation à échelle européenne.

Certaines compagnies d'assurance et de réassurance peuvent en conséquence, estimer que de tels paramètres ne sont pas adaptés à leur profil de risque et que les résultats découlant de leur utilisation ne sont pas appropriés ou pertinents.

Ainsi la directive Solvabilité II a prévu la possibilité pour les compagnies d'assurance et de réassurance ayant recours à la formule standard pour calculer leur SCR, de remplacer certains des paramètres fixés par l'EIOPA par des paramètres propres à l'entreprise (Undertaking Specific Parameters - USP), c'est-à-dire calibrés sur les données de l'entreprise.

Suite à l'application des USPs, pour l'écart type du risque de prime  $\sigma_{prem,lob}$  et de réserve  $\sigma_{res,lob}$ , conformément à la Directive, l'EIOPA propose une pondération entre l'écart-type estimé par l'assureur (l'« Undertaking ») en utilisant les méthodes standards ( $\sigma_{U,prem,lob}$  pour le risque de prime et  $\sigma_{u,res,lob}$  pour le risque de réserve) et l'écart-type « de marché » de la formule standard (pour le risque de prime et pour le risque de réserve).

La formule de crédibilité pour respectivement le risque de prime et le risque de réserve par segment est donc définie comme suit :

$$\sigma_{prem,lob} = c \cdot \sigma_{U,prem,lob} + (1 - c) \cdot \sigma_{M,prem,lob}$$

$$\sigma_{res,lob} = c \cdot \sigma_{U,res,lob} + (1 - c) \cdot \sigma_{M,res,lob}$$

Où  $c$  est un facteur de crédibilité par branche, qui varie selon les lignes de métiers, l'origine des données utilisées (internes ou externes) et bien sûr l'historique

utilisé.

Pour des segments plus volatils (Responsabilité Civile, Crédit), le facteur de crédibilité ainsi que la profondeur d'historique nécessaire changent :

Année d'historique	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	>=15
c	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

Tableau 18 : les facteurs de crédibilité pour les branches (RC, Crédit )

Pour les autres branches :

Année d'historique	5	6	7	8	9	>=10
c	34%	51%	67%	81%	92%	100%

Tableau 19 : les facteurs de crédibilité pour les autres

## I - Cadre théorique :

Trois méthodes sont dictées par l'EIOPA pour l'estimation de l'écart-type du risque de prime et le risque de réserve avec des données propres à l'assureur.

Dans tous les cas, l'écart-type propre à l'assureur s'estime par segment.

Dans le présent travail nous appliquerons la première méthode normalisée pour le risque de prime. Pour le risque de réserve, nous appliquerons la seconde méthode normalisée ainsi que la méthode Bootstrap adapté à un an.

## **I.1 Le risque de prime :**

### **I.1.1 1ère méthode normalisée : Modélisation paramétrique et résolution par la méthode des moindres carrés ordinaires.**

La première méthode de calibrage proposée par l'EIOPA est une méthode robuste qui consiste à regarder l'erreur de tarification sur les exercices passés en spécifiant un modèle paramétrique pour la distribution des sinistres et à estimer les paramètres à l'aide de la méthode des moindres carrés.

Les hypothèses sous-jacentes à cette méthode sont les suivantes :

- Les pertes attendues sont proportionnelles aux primes
- Le ratio S/P de la compagnie est variable mais régulier
- La variance des pertes est proportionnelle aux primes acquises

On considère que, pour un segment donné, le montant ultime  $U_Y$  des sinistres pour l'année  $Y$  suit la distribution suivante :

$$U_{Y,lob} \sim \mu_{lob} \cdot V_{Y,lob} + \sqrt{V_{Y,lob}} \cdot \beta_{lob} \cdot \varepsilon_{Y,lob}$$

Avec :

$V_{Y,lob}$  : Primes acquises par année de survenance et par branche

$U_{Y,lob}$  : Charge ultime après un an par année de survenance et par branche

$\mu_{lob}$  : la sinistralité attendue

$\beta_{lob}^2$  : Constante de proportionnalité pour la variance des pertes par branches

$\varepsilon_{Y,lob}$  : variable aléatoire suivant une distribution de moyenne 0 et de variance

On a alors pour chaque année considérée un ensemble d'observations indépendantes et identiquement distribuées :

$$\beta_{lob} \cdot \varepsilon_{Y,lob} = \frac{U_{Y,lob} - \mu_{lob} \cdot V_{Y,lob}}{\sqrt{V_{Y,lob}}}$$

Cette reformulation permet d'obtenir une série d'observations indépendantes et identiquement distribuées. Il est alors possible d'estimer la constante de proportionnalité  $\beta_{lob}$  grâce à la méthode des moindres carrés qui permet de trouver l'estimateur de  $\beta_{lob}$  suivant :

$$\beta_{lob}^2 = \frac{1}{N_{lob} - 1} \sum_Y \frac{(U_{Y,lob} - \mu_{lob} \cdot V_{Y,lob})^2}{V_{Y,lob}}$$

Où  $N_{lob}$  : Nombre d'exercices d'historique disponibles par branche

En minimisant cet estimateur, il vient l'estimateur du ratio S/P suivant :

$$\widehat{\mu}_{lob} = \frac{\sum_Y U_{Y,lob}}{\sum_Y V_{Y,lob}}$$

En remplaçant  $\mu_{lob}$  par son estimation dans l'estimateur de  $\beta_{lob}$ , il vient :

$$\hat{\beta}_{lob}^2 = \sqrt{\left( \frac{1}{N_{lob} - 1} \sum_Y \frac{(U_{Y,lob} - V_{Y,lob} \cdot \frac{\sum_Y U_{Y,lob}}{\sum_Y V_{Y,lob}})^2}{V_{Y,lob}} \right)}$$

L'écart-type de  $\sigma_{U,prem,lob}$  vient alors :

$$\sigma_{U,prem,lob} = \frac{\hat{\beta}_{lob}}{\sqrt{V_{lob}}}$$

Où  $V_{lob}$  Résultat du calcul du volume pour l'année en cours

On en déduit donc l'écart-type sur le risque de prime à venir à partir des observations passées, c'est-à-dire l'écart de la sinistralité passée avec la moyenne de la sinistralité sur la période d'observation, en considérant notamment que la sinistralité est proportionnelle à la prime acquise.

## I.2 Risque de réserve :

### I.2.1 Méthode de Merz & Wüthrich :

L'article [22] publié en juin 2008 par Merz & Wüthrich (M&W) propose une méthode pour quantifier le risque de provisionnement. Celle-ci est basée sur la méthode de Mack, qu'ils ont adaptée pour évaluer le risque à un an. Ils supposent donc que les hypothèses sur lesquelles repose le modèle de Mack sont vérifiées.

Nous reprenons les principaux estimateurs que M&W proposent pour estimer la volatilité recherchée. Dans leur article, ils traitent le cas plus général où le triangle ne fournit pas le même nombre de données en années de survenance qu'en années de développement. Ici nous nous limiterons au cas où le nombre d'années de développement est égal au nombre d'années de survenance. Nous notons  $n$  la dernière année de survenance du triangle.

#### ✓ Les hypothèses de Mack :

La méthode de Mack est la première méthode faisant intervenir la notion d'incertitude dans la méthode déterministe Chain-Ladder. En effet, elle permet de mesurer l'incertitude associée à la prédiction du montant des provisions que doit faire l'assureur.

Cette méthode s'appuie sur trois hypothèses :

**(H1)** : Les années de survenance des sinistres sont indépendantes les unes des autres, c'est-à-dire,  $C_{i,j}$  et  $C_{k,j}$  sont indépendants si  $j \neq k$ .

$$\text{(H2)} : \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n - 1 \ E[C_{i,j+1} \setminus C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = \lambda_j C_{i,j}$$

$$\text{(H3)} : \forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, n - 1 \ \text{Var}[C_{i,j+1} \setminus C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = \sigma_j^2 C_{i,j}$$

Tout d'abord définissons le "Claim Development Result" (CDR) réel pour l'année de survenance  $i$  pour l'année calendaire  $[n, n+1]$  comme suit :

$$\text{CDR}_i(n+1) = E[R_i^n \setminus D_n] - (Z_{i, n-i+1} + E[R_i^{n+1} \setminus D_{n+1}])$$

Où  $Z_{i, n-i+1}$  sont les paiements effectués au cours de l'année  $[n, n+1]$ , pour les sinistres survenus lors de l'année  $i$  et tels que  $Z_{i, n-i+1} = C_{i, n-i+1} - C_{i, n-i} \quad \forall i = 1 \text{ à } n$ .

Puisque l'on a :

$$E[R_i^n \setminus D_n] = E[C_{i, n} - C_{i, n-i} \setminus D_n]$$

$$= E[C_{i, n} \setminus D_n] - C_{i, n-i}$$

$$E[R_i^{n+1} \setminus D_{n+1}] = E[C_{i, n} - C_{i, n-i+1} \setminus D_{n+1}]$$

$$= E[C_{i, n} \setminus D_{n+1}] - C_{i, n-i+1}$$

On en déduit que :

$$\text{CDR}_i(n+1) = E[C_{i, n} \setminus D_n] - E[C_{i, n} \setminus D_{n+1}]$$

Avec :

$$E[C_{i, n} \setminus D_n] = C_{i, n-i} \prod_{j=n-i}^{n-1} f_j$$

$$E[C_{i,n} \setminus D_{n+1}] = C_{i,n-i+1} \prod_{j=n-i+1}^{n-1} f_j$$

Les facteurs de développement  $f_j$  ne sont bien évidemment pas connus. On les estime selon la méthode de Chain Ladder, avec l'information disponible à chaque date. A la date  $n$  on estime :

$$f_j^n = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{S_j^n}$$

Avec :

$$S_j^n = \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}$$

$S_j^n$  : représente la somme des paiements cumulés par année de survenance strictement antérieure à l'année calendaire  $n$ . L'année calendaire suivante, on utilisera la nouvelle information disponible au courant de l'année  $[n,n+1]$  à savoir  $C_{n-j,j+1}$ . Ainsi les facteurs de développement de Chain Ladder sont estimés par :

$$f_j^{n+1} = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j+1}}{S_j^{n+1}}$$

Avec :

$$S_j^{n+1} = \sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j}$$

$$S_j^{n+1} = S_j^n + C_{n-j,j}$$

On estime alors comme suit le CDR observable à la date n+1 pour l'année de survenance i :

$$\begin{aligned} \widehat{CDR}_i(n+1) &= \widehat{R}_i^n - (Z_{i,n-i+1} + \widehat{R}_i^{n+1}) \\ &= \widehat{C}_{i,n}^n - \widehat{C}_{i,n}^{n+1} \end{aligned}$$

Si l'on connaissait les facteurs de développement réels de Chain Ladder  $f_j$  on aurait (D'après les propriétés des espérances conditionnelles) :

$$E[CDR_i(n+1)|D_n] = 0$$

L'estimation faite de la charge finale serait la meilleure possible, on ne se serait pas trompé d'une année à l'autre quant à l'estimation faite des facteurs de développement.

On n'aurait donc pas à revoir notre estimation. Seule l'erreur due au processus serait présente. L'incertitude de cette prédiction serait mesurée par :

$$mse_{p_{CDR_i(n+1)}|D_n}(0) = Var(CDR_i(n+1)|D_n) = \frac{E[C_{i,n}|D_n]^2 (\sigma_{n-i})^2 / (f_{n-i})^2}{C_{i,n-i}}$$

Avec

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2$$

$$\text{Et } \hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left\{ \hat{\sigma}_{n-2}^2, \hat{\sigma}_{n-3}^2, \frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2} \right\}$$

✓ **Vue prospective versus vue rétrospective :**

M&W proposent deux visions :

- **Vue rétrospective** : cette vision cherche à quantifier l'incertitude autour de la Distance entre le *CDR* réel et le *CDR* observable à l'année calendaire suivante  $CDR_i(n+1)$ , du fait qu'on prédit le *CDR* réel par le *CDR* observable. Ce n'est Pas l'approche que nous cherchons à étudier ici, mais nous en aurons besoin par la suite.

$$mse_{CDR_i(n+1)|D_n} (CDR_i(\widehat{n+1})) = E[(CDR_i(n+1) - CDR_i(\widehat{n+1}))^2 | D_n]$$

- **Vue prospective** : on cherche ici à mesurer l'incertitude autour de 0 de notre prédiction des *CDR* observables à la fin de l'année calendaire  $n+1$ , pour l'année  $[n, n+1]$ , du fait qu'on prédit (à la date  $n$ ) les *CDR* observables (à la date

n+1) par 0. C'est l'approche risque de provisionnement. Le SCR doit prendre en compte un capital du fait d'une possible déviation défavorable des CDR autour de 0.

$$mse_{CDR_i(n+1)} | D_n (\widehat{CDR}_i(n+1)) = E[(CDR_i(n+1) - 0)^2 | D_n]$$

Ainsi M&W ont estimé cette formule comme suit :

$$\begin{aligned} & \widehat{mse}_{CDR_i(n+1) | D_n} (0) \\ &= (C_{i,n}^n)^2 \left[ \frac{\hat{\sigma}_{n-i}^2 / (\hat{f}_{n-i}^n)^2}{C_{i,n-i}} + \frac{\hat{\sigma}_{n-i}^2 / (\hat{f}_{n-i}^n)^2}{S_{n-i}^n} + \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \left( \frac{C_{n-j,j}}{S_j^{n+1}} \right) \cdot \frac{\hat{\sigma}_j^2 / (\hat{f}_j^n)^2}{S_j^n} \right] \end{aligned}$$

Et ce sous l'approximation :

$$\frac{\hat{\sigma}_{n-i}^2 / (\hat{f}_{n-i}^n)^2}{C_{i,n-i}} \ll 1$$

Et ainsi :

$$\sigma_{res/lob} = \frac{\sqrt{\widehat{mse}_{CDR_i(n+1) | D_n} (0)}}{BE, lob}$$

## I.2.2 Bootstrap à un an :

Le risque de provisionnement peut se définir, comme nous l'avons déjà vu, par le risque que la variable aléatoire  $CDR$  prenne des valeurs négatives, c'est-à-dire de faire des malis. Nous rappelons que la variable aléatoire  $CDR$  pour l'année calendaire  $[n, n+1]$  se définit par  $CDR(n+1) = R_n - (Z(n,n+1) + R_{n+1})$  où  $Z_{n,n+1}$  correspond aux paiements effectués au cours de l'année calendaire  $[n, n+1]$ .

Les méthodes de simulation vont alors nous permettre d'obtenir une distribution empirique suivie par les  $CDR$ , conditionnellement aux informations disponibles en date  $n$ .

On cherche ici à simuler une nouvelle diagonale de paiements pour l'année calendaire  $[n, n+1]$ . La somme des termes de la nouvelle diagonale permet d'obtenir le total des paiements de l'année calendaire  $[n, n+1]$ . Chaque simulation de la diagonale fournit une nouvelle information, afin d'estimer la provision de fin d'année calendaire  $n+1$  et ainsi en déduire une observation des  $CDR$  en  $n+1$ .

### ✓ Principe :

L'évaluation de la distribution empirique des  $CDR$  se réalise en quatre étapes :

**1. Provision d'ouverture :** Il nous faut tout d'abord déterminer la provision Best Estimate d'ouverture de l'année calendaire  $n$ ,  $R_n$  à partir de l'information disponible à la date  $n$  (triangle supérieur). A cet effet, nous appliquons une méthode  $M$  que l'on pourra exécuter de manière répétée lors des simulations.

**2. Simulation de nouveaux paiements :** Cette deuxième étape consiste à générer des paiements pour la nouvelle diagonale  $Z_{i,n-i} \forall i = 1$  à  $n$ . Pour ce faire, nous

simulons selon la méthode de Bootstrap modifiée, conditionnellement aux données observées dans le triangle supérieur.

**3. Provision de clôture :** Une fois cette nouvelle diagonale simulée, nous sommes en possession d'une nouvelle information. Nous appliquons alors, pour chaque simulation, la méthode choisie M en tenant compte de cette nouvelle information disponible afin d'obtenir la provision de fin d'année  $n$  :  $R_{n+1}$ .

**4. Distribution :** Finalement, à partir de N simulations, on obtient N valeurs de CDR, ce qui permet d'en déterminer une distribution empirique, et d'en déduire des percentiles (VaR, et plus particulièrement à 99,5% celle qui nous intéresse dans le cadre de Solvabilité II).

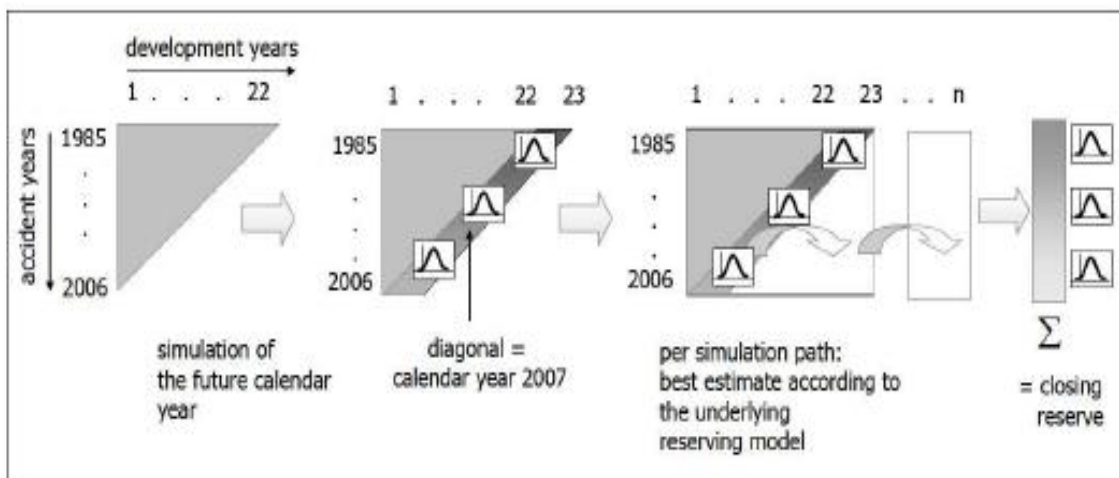


Figure 5 – Illustration d'une itération de la simulation de la diagonale de l'année calendaire suivante (étapes 2 et 3)

Nous choisissons ici d'appliquer la méthode de Chain Ladder (sans "tail factor") pour M. Etant donné que dans notre cas celle elle qui s'ajuste le mieux au calcul

### ✓ **Simulation par une méthode de Bootstrap modifiée à un an**

Boucle sur N simulations :

1. application des étapes de la méthode classique du Bootstrap (détaillée en annexe III);

2. conversion de la diagonale de l'année calendaire  $[n, n+1]$  en incréments ;

3. conservation de la diagonale des incréments de l'année calendaire  $[n, n+1]$  obtenue par la méthode du Bootstrap ;

4. concaténation des incréments du triangle observé à la date  $n$  et de la diagonale obtenue à l'étape précédente ;

5. calcul du triangle des paiements cumulés ;

6. calcul des  $\hat{f}_j$  sur le triangle obtenu grâce à la nouvelle information disponible et calcul de  $R_{n+1} + Z(n, n+1)$ , où  $Z(n, n + 1) = \sum_{i=1}^n Z_{i, n-i+1}$  ;

7. calcul des CDR.

Fin de boucle.

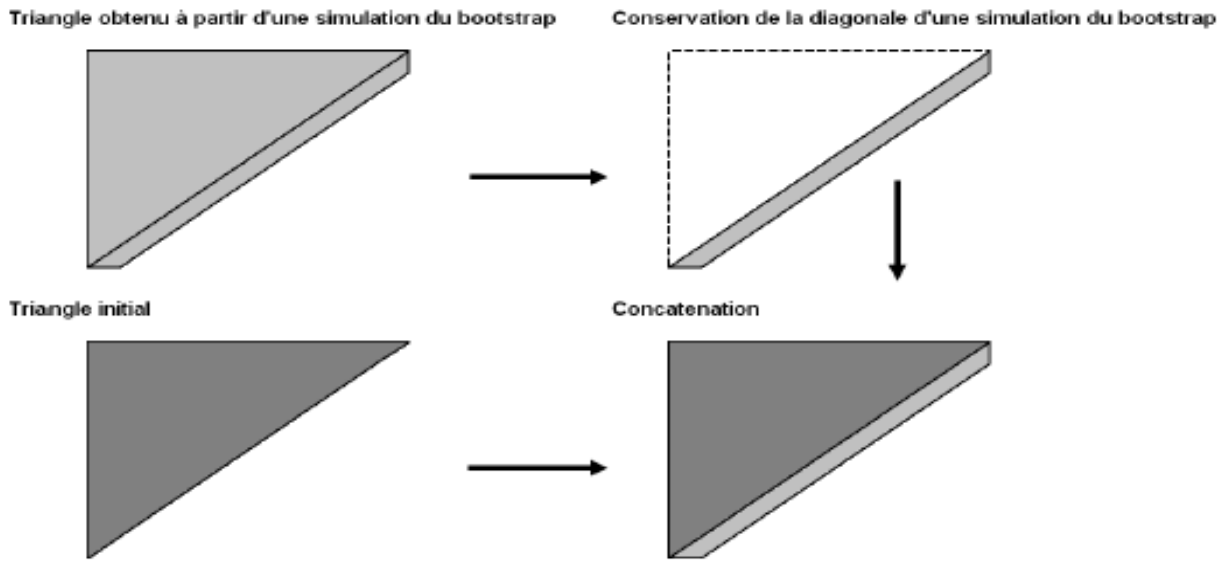


Figure 6– Illustration de la méthode du Bootstrap modifiée pour l'obtention du risque à un an

Ainsi Dans le cadre de la procédure Bootstrap à un an :

$$\sigma_i = \frac{\text{Ecart type de la distribution de } \widehat{CDR}_{(n+1)}}{BE_i}$$

Avec  $i = \{1, \dots, 4\}$  correspondant aux différentes branches non vie .

## II - Cadre pratique :

### II.1 Risque de prime :

#### II.1.1 Modélisation paramétrique et résolution par la méthode MCO :

✓ Validation des hypothèses :

- Proportionnalité des pertes aux primes :

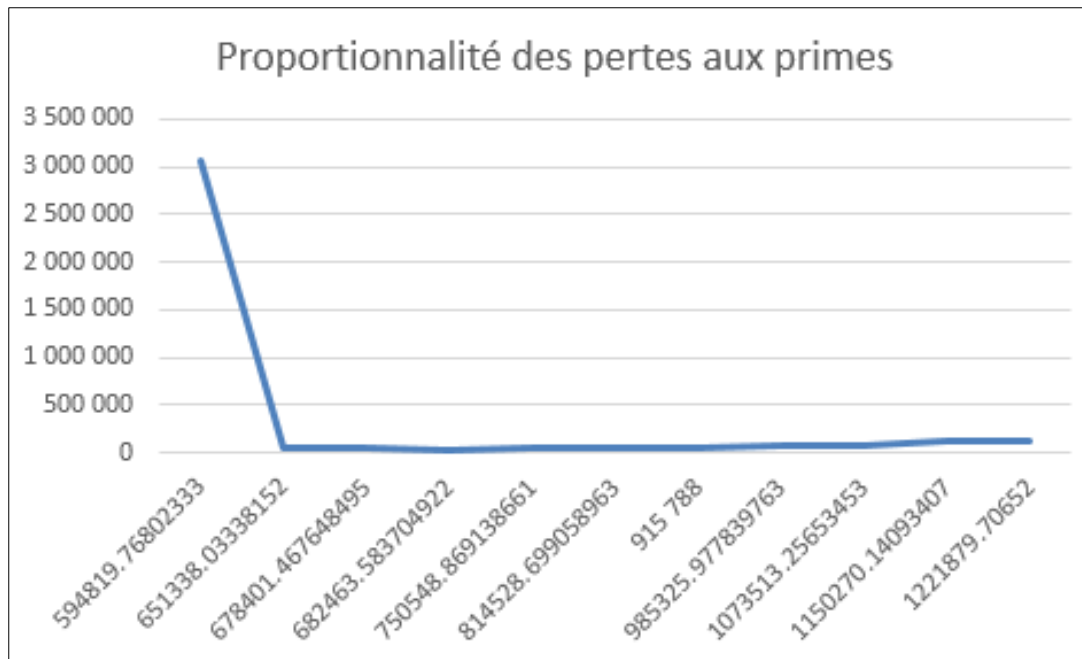


Figure 7 : représentation graphique des pertes en fonction des primes

- **Régularité du ratio S/P :**

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Primes	594 820	651 338	678 401	682 464	750 549	814 529	915 788	985 326	1 073 513	1 150 270	1 221 880
Pertes	3 062 142	46 061	43 079	32 537	41 698	53 473	61 509	65 970	77 964	114 070	123 767
S/P	5,14801592	0,070718053	0,06350038	0,04767543	0,05555719	0,065649167	0,06716534	0,066952085	0,07262464	0,099168365	0,10129252

Tableau 20 : le ratio S/P par année de survenance pour la branche RC auto

- **Proportionnalité de la variance des pertes aux primes acquises :**

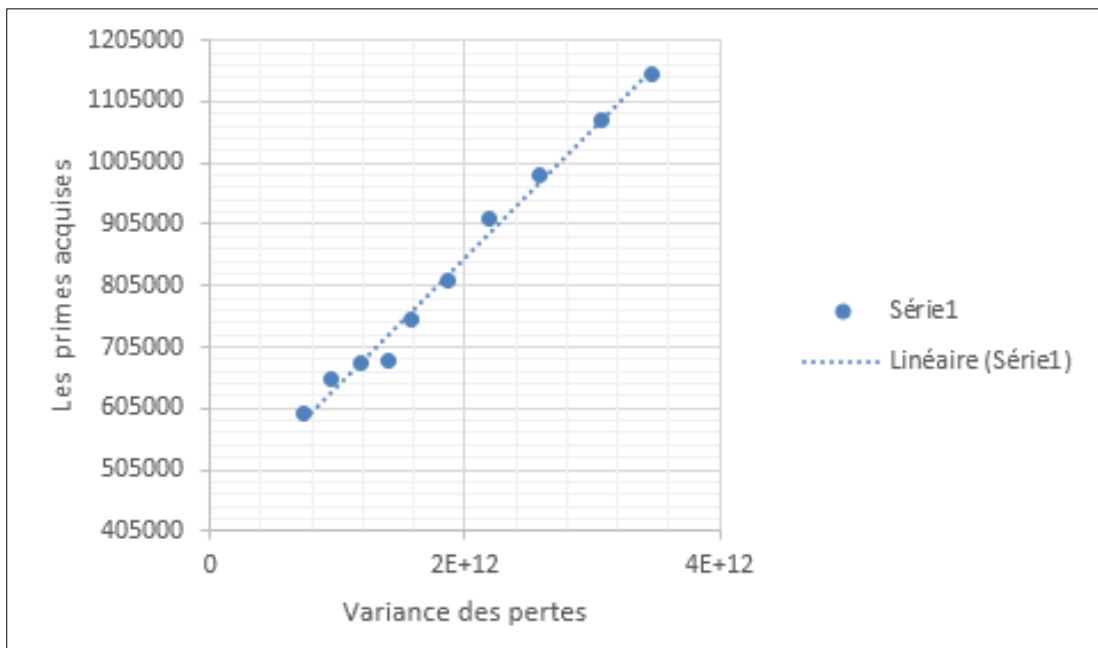


Figure 8 : Nuage de points (primes acquises, variance des pertes) pour la branche RC-auto

D'après ces résultats, nous remarquons que les hypothèses sont vérifiées pour l'ensemble des années de survenance, à l'exception de la 1<sup>ère</sup> année où les primes ne sont pas proportionnelles ni aux pertes ni à leurs variances et où le loss ratio diverge. Ceci nous mènera dans la suite de notre étude à tronquer la première année des triangles de règlements dans l'évaluation du risque de prime.

✓ **Résultats :**

L'application de cette méthode nous donne les résultats suivants :

Branches	$\sigma$ - risque de prime
Motor vehicle liability insurance	8,35%
Other motor insurance	4,14%
Fire and other damage to property insurance	3,90%
General liability insurance	8,44%

Tableau 21 : les écarts types du risque de prime pour les différentes branches

Ces paramètres sont calculés sur la base des données d'Axa Assurance et donc reflètent le profil réel du risque de prime qu'elle supporte.

En comparant ces écarts types par rapport à ceux standards présentés par l'EIOPA.

Branches	$\sigma$ - risque de prime
Motor vehicle liability insurance	8,00%
Other motor insurance	8,00%
Fire and other damage to property insurance	6,40%
General liability insurance	11,20%

Tableau 22 : les écarts types Standards du risque de prime pour les différentes branches

On remarque que les écarts types calculés sont nettement inférieurs à ceux standards, donc pour le risque de prime il sera rentable pour Axa Assurance d'évaluer ses propres paramètres en procédant par les USPs que d'adopter ceux délivrés par l'EIOPA.

## II.2 Risque de réserve :

### II.2.1 Merz & Wüthrich :

Avant d'appliquer la méthode Merz & Wüthrich pour le calcul des erreurs quadratiques moyennes, il est important de valider l'hypothèse d'usage de l'approximation :

$$\alpha_j = \frac{\hat{\sigma}_{n-j}^2 / (\hat{f}_{n-j}^n)^2}{c_{j,n-j}} \ll 1 \quad \text{Avec } i = 0, \dots, 10$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
aj	0,111824	0,029566	0,033436	0,116569	0,008835	0,003010	0,165709	0,000522	0,000002

Tableau 23: calcul des rapports  $\alpha_j$  pour  $j=1, \dots, 9$

Suite à ces résultats, nous constatons que la condition d'approximation est vérifiée.

La 10ème valeur n'existe pas vu que les coefficients  $\hat{f}_j$  de chain ladder et  $\hat{\sigma}_j$  ne sont pas définis pour la dernière année déroulement.

Les erreurs quadratiques moyennes pour les CDR par année de survenance évaluées sont comme suit :

Année	msep(i)
2004	-
2005	4,5578E+10
2006	1,1347E+13
2007	8,8187E+11
2008	2,5693E+12
2009	3,2541E+13
2010	1,2507E+13
2011	7,7173E+12
2012	1,2972E+13
2013	5,8839E+13

Tableau 24 : calcul des  $msep_i$  pour  $i=2004, \dots, 2013$

Ainsi on déduit, les écarts-types du risque de réserve :

Branches	$\sigma$ calculée par M&W
Motor vehicle liability insurance	8,21%
Other motor insurance	11,99%
Fire and other damage to property insurance	30,13%
General liability insurance	6,33%

Tableau 25 : les écarts types du risque de réserve calculés par la méthode M&W

Branches	$\sigma$ standards pour risque réserve
Motor vehicle liability insurance	9,00%
Other motor insurance	8,00%
Fire and other damage to property insurance	10,00%
General liability insurance	11,00%

Tableau 26 : les écarts types du risque de réserve standards

Pour le risque de réserve, nous constatons que la volatilité des réserves à 1 an calculée est légèrement inférieure à celle délivrée par l'EIOPA pour la RC auto et la

RC générale. Alors qu'elle est remarquablement élevée pour la branche « incendie et dommages » ce qui est attendu vu la non régularité de la sinistralité dans cette branche.

## II.2.2 Bootstrap à un an :

La méthode de Bootstrap adapté à un an n'est pas une méthode normalisée par l'EIOPA, néanmoins elle nous permet d'avoir des écarts types du risque de réserve, servant comme base de comparaison avec ceux obtenus par la méthode M & W.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2029919946	2656491076	3172457664	3557579407	3755420449	3908718970	3979791874	4019609234	4041935714	4060089636	4 068 958 583
1	168479968,8	220484327,2	263308693,2	295273155,3	311693631,7	324417153,2	330316085,6	333620860	335473920,7	336 980 666	
2	161111901,5	210841974	251793519,1	282360092,1	298062458,4	310229547,2	315870503,9	319030752	320 802 773		
3	150547542,7	197016736,8	235283025,1	263845300,3	278518037,9	289887311,7	295158382,1	298 111 408			
4	172293554,6	225475044,5	269268750,6	301956736,2	318748894,2	331760415,7	337 792 872				
5	190564813,3	249386054,3	297823962,7	333978419,6	352551339,8	366 942 697					
6	194089123,5	253998206	303331926,3	340155024,5	359 071 433						
7	171512821,3	224453323,9	268048582,6	300 588 445							
8	173665646,5	227270657,1	271 413 123								
9	186317453,2	243 827 671									
10	123 767 279										
	1,308667901	1,194228617	1,121395392	1,055611139	1,040820601	1,018183171	1,010004885	1,005554391	1,004491393	1,002184421	

Tableau 27 : triangle supérieur théorique des cumulés estimés pour la branche RC auto

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	22910,44496	-12226,19075	-9681,041575	-11076,86793	-11083,71338	-5350,673109	-4125,575851	-3045,898776	-1658,1889	-1154,156609	1,60116E-10
1	-9431,338066	3111,214632	3724,02259	3154,424385	6141,859697	3355,745929	2186,921271	3354,755489	3373,471065	4006,176339	
2	-9299,084123	2091,432726	5632,850383	5830,084062	4324,101883	508,03599	2813,421973	3472,612161	2436,108654		
3	-9618,003198	2686,303596	5557,554159	4426,621242	3810,313093	3233,193156	4014,63293	4043,21473			
4	-9949,301776	4073,386544	4494,978366	3110,59933	5249,889313	5066,631195	5524,939374				
5	-9930,926099	4783,309357	1527,04605	5144,530173	8241,114948	6149,513645					
6	-9516,496914	2594,094167	2529,449396	8648,952388	9714,535134						
7	-8059,0144	4109,001782	5027,29976	7442,080796							
8	-7262,140544	8458,312801	5083,432086								
9	-5292,895427	9526,81165									
10	0										

Tableau 28 : triangle des résidus de Pearson pour la branche RC auto

CDR
-253 559 013
-467 575 824
-489 980 657
-136 598 006
-53 894 186
-927 308 379
-110 756 033
-165 862 056
5 653 709
-166 011 901
2 598 773
-427 077 716
-563 827 740
-353 189 545
-37 209 508
-393 444 794
-996 446 605
-141 008 281
-239 768 723
-88 255 102
-266 400 362
-143 708 507
-211 524 914

Tableau 29 : Extrait du vecteur des  $CDR_i$ ,  $i=0 \dots\dots 1000$  pour la branche RC auto

Branches	$\sigma$ - Risque Réserve		
	Formule standard	M&W	Bootstrap à un an
Motor vehicle liability insurance	9,00%	8,21%	11,20%
Other motor insurance	8,00%	11,98%	7,12%
Fire and other damage to property insurance	10,00%	30,13%	24,50%
General liability insurance	11,00%	6,33%	5,64%

Tableau 30 : volatilité à un an des PSAP, des différentes branches selon les différentes approches

Le tableau ci-dessus résume les différents écarts types découlant des différentes approches, ainsi nous constatons que pour la méthode M&W et Bootstrap à un an les résultats sont presque similaires et confirme la forte volatilité de la branche « incendie et dommages ».

### III - SCR USP Vs SCR Formule Standard

Branches	Risque Réserve		Risque Prime	
	Formule Standard	Merz and Wuthrich	Formule Standard	Modélisation paramétrique par MCO
Motor vehicle liability insurance	9,00%	8,21%	8,00%	8,21%
other motor insurance	8,00%	11,98%	8,00%	41,40%
Fire and damage to property insurance	10,00%	30,13%	6,40%	38,30%
General liability insurance	11,00%	63,30%	11,20%	8,44%

Tableau 31 : volatilité à un an des PSAP et l'écart type du risque de prime , des différentes branches selon les méthodes normalisées

Ainsi nous avons retrouvé les écarts-types spécifiques à la compagnie pour le risque prime et le risque réserve, leur introduction dans la formule standard nous permet de déduire un SCR risque prime et réserve calculé avec l'approche USPs.

$$CR_{nl\ prem\ res} = 3 \cdot \sigma_{nl} \cdot V_{nl}$$

$$\sigma_{nl} = \frac{1}{V_{nl}} \cdot \sqrt{\sum_{s,t} CorrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}$$

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma_{(prem,s)}^2 \cdot V_{(prem,s)}^2 + \sigma_{(prem,s)} \cdot V_{(res,s)} \cdot \sigma_{(res,s)} \cdot V_{(res,s)} + \sigma_{(res,s)}^2 \cdot V_{(res,s)}^2}}{V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}}$$

Le SCR ainsi obtenu a été confronté à celui calibré avec les paramètres standards.

Ainsi si la compagnie suit une approche prudente de quantification des risques, elle optera pour le SCR le plus grand.

Pour des raisons de confidentialité des données, nous ne pouvons reproduire sur notre rapport ni le SCR calibré avec USPs, ni la conclusion de sa comparaison avec le SCR calibré avec les paramètres standards.

**Partie 6 : Automatisation de  
la quantification des risques de  
souscription non vie**

# **Partie 6 : Automatisation de la quantification des risques de souscription non vie :**

## **I - Introduction :**

Etant toujours non applicable au Maroc, la solvabilité 2 suscite un intérêt particulier chez les assureurs marocains.

Afin de fluidifier l'exercice d'évaluation des risques de souscription sous la directive solvabilité 2 dans Axa Assurance, nous avons élaborés un outil informatique constitué de trois volets :

- Reserving : calcul de la réserve par la méthode London Chain et du Best Estimate.
- Formule Standard : calcul du SCR prime & réserve, sa volatilité ainsi que le SCR non vie.
- USP : calcul de l'écart type du risque de prime par une méthode normalisée et du risque de réserve par la méthode M&W et Bootstrap à un an.

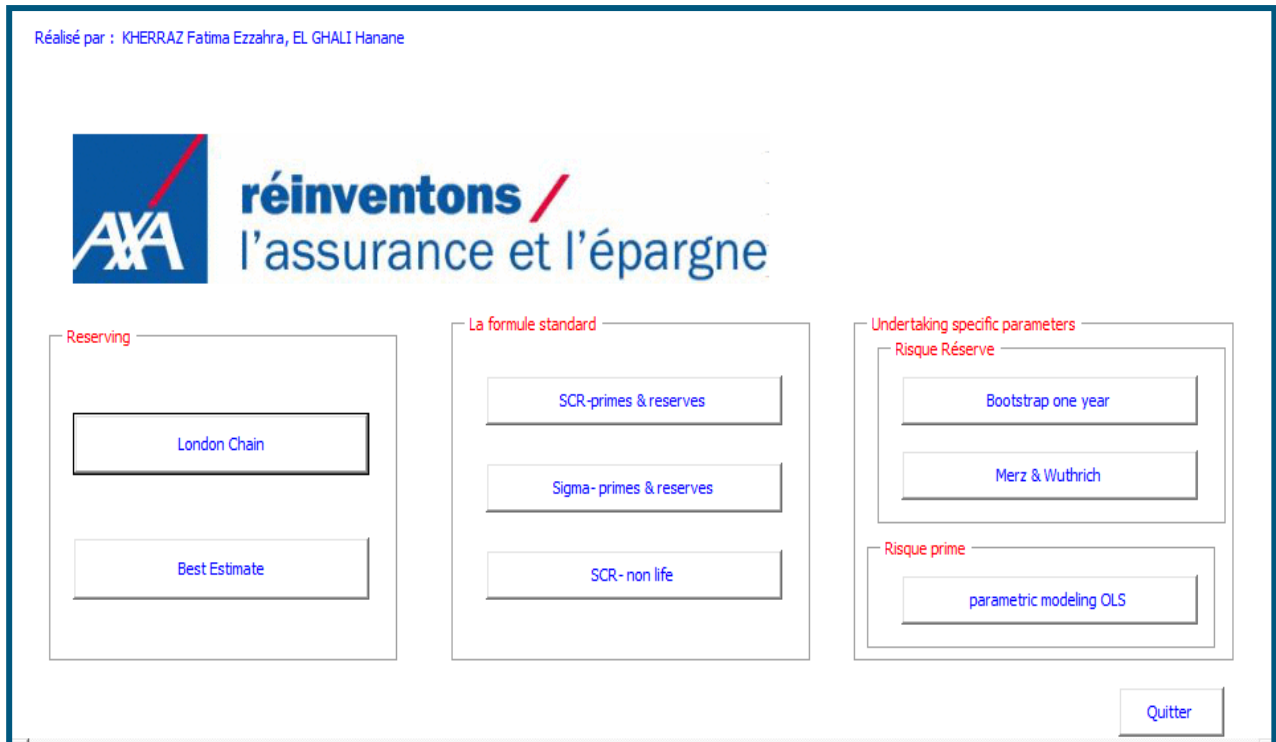
## **II - Choix de l'outil informatique :**

Interactivité, accessibilité et attachement à Excel qui - avec SAS – constitue l'outil de représentation de bases de données le plus utilisé dans les compagnies d'assurances, telles étaient les raisons qui ont motivé le choix de VBA pour la conception de cet outil informatique.

En outre, VBA permet d'élaborer des interfaces graphiques « UserForms » sophistiquées et esthétisées.

### III - Réalisation

La capture ci-dessous représente l'interface graphique.



Tout d'abord le lancement de l'application fait ressortir une note informative expliquant à l'utilisateur les données nécessaires à fournir pour les calculs qui suivent.

Ensuite, et pour les différents calculs, l'application permet une sélection libre de n'importe quel fichier contenant les données.

Enfin, l'outil permet un affichage dynamique des résultats finaux ainsi que le stockage des valeurs dans une feuille Excel.

L'application contient 3 volets :

- Volet « reserving » :

Ce volet de l'application contient deux boutons ;

- ✓ Le Bouton « London Chain » permettant le calcul des coefficients de développement et la constante par année de développement ainsi que la réserve.
- ✓ Le bouton « Best Estimate » calcule les flux futurs annuels ainsi que la meilleure estimation des provisions pour sinistres à payer.

- Volet « Standard Formula » :

- ✓ Le bouton « SCR-prime & reserve » permettant de calculer le volume du risque prime, le capital économique requis selon la formule standard
- ✓ Le bouton «  $\sigma$ -prime & reserve » : permettant de calculer la volatilité du risque prime et risque réserve selon la formule standard
- ✓ Le bouton « SCR-non life » délivre le SCR du risque de souscription non vie .

- Volet « Undertaking Specific Parameters » subdivisé en deux sous volets le premier consacré au Risque réserve et le second au risque prime :

❖ Sous-Volet, Risque réserve :

- ✓ Le bouton « Bootstrap one year », évalue la volatilité des réserves selon la méthode Bootstrap adaptée à un an.
- ✓ Le bouton « Merz & Whütrich », évalue la volatilité des réserves selon la seconde méthode normalisée par l'EIOPA

❖ Sous-Volet, Risque prime :

- ✓ Le bouton « Parameters Modeling OLS) », évalue l'écart type du risque de prime selon la première méthode normalisée (Modélisation paramétrique par la méthode des moindres carrés ordinaires).
  
- Et finalement, un bouton « Quitter » permettant de quitter l'application

# Conclusion

La nouvelle directive Solvabilité 2 constitue un tournant pour les compagnies d'assurances et de réassurance. Elle les oblige à redéfinir leurs niveaux de fonds propres et à procéder différemment lors de la quantification des risques qui les affrontent.

Ainsi une évaluation basée sur des données propres à la compagnie aura l'immense avantage de reproduire des résultats qui reflètent le mieux le profil de risque de l'entreprise.

Dans cette optique, et au travers de ce mémoire nous avons étudié en profondeur les différentes méthodes d'estimation des paramètres spécifiques à l'entreprise pour les risques de souscription non vie, particulièrement, le risque de prime et le risque de réserve.

En effet, le QIS 5 Technical Specifications propose une panoplie de méthodes d'estimation ; Néanmoins leur application reste tributaire de la nature et l'historique des données disponibles.

Conformément à ces restrictions, nous avons appliqué la 1<sup>ère</sup> méthode normalisée par l'EIOPA pour le calcul de la volatilité du risque de prime. Pour le risque de réserve nous avons appliqué la 2<sup>ème</sup> méthode normalisée basée sur la formule de Merz and Wuthrich, ainsi que la méthode de Bootstrap adaptée à 1 an.

De plus, nous avons procédé au calcul du SCR en utilisant la formule standard.

La comparaison entre les paramètres estimés et ceux délivrés par l'EIOPA montre l'impact de l'utilisation de ses propres données sur l'exigence en fonds propres.

Ainsi à l'avenir, il serait judicieux de rendre systématique l'introduction des USPs dans la formule standard pour éviter qu'ils soient utilisés exclusivement par les entreprises y trouvant un intérêt financier.

# **Bibliographie :**

## **Mémoires d'actuariat :**

**Aude Goichon, Franck Vermet, Françoise Pène :** « Estimation de l'erreur de prédiction dans le cas de l'utilisation d'une combinaison de méthodes pour le calcul de provisions en assurance IARD » ; mémoire EURIA

**Mickaël PERRIN :** « Calibration des Undertaking Specific Parameters et leurs impacts sur les fonds propres réalisée » ; mémoire EURIA

**Marie BENIER :** « Evaluation des besoins en fonds propres dans le cadre de Solvabilité II : utilisation de paramètres spécifiques au sein de la formule standard » ; mémoire ISFA

**Hélène COMPAIN :** « Analyse du risque de provisionnement non-vie dans le cadre de la réforme Solvabilité II » ; mémoire UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE

**Marie Louis :** « Evaluation des provisions techniques non vie dans le contexte solvabilité 2 » ; Mémoire Université de Strasbourg

**Selma JAZIRI :** « Méthodes de provisionnement non-vie et risque de réserve à un an » ; Mémoire ISFA

**Jérémy NAAR :** « Utilisation des Undertaking Specific Parameters pour un groupe international d'assistance » ; mémoire Institut des actuaires

**IDRISSI MESSNAOUI Anass** et **LHIOUI Anass** : « Application de la directive Solvency 2 sur les branches d'assurances non vie » ; Mémoire INSEA

**Etienne Busson** : « Evaluation du risque de provisionnement à 1 an, Adaptation de la méthode de Merz & Wüthrich à des cas non standards » ; Mémoire Université de Strasbourg.

**Jean-Philippe BOISSEAU** : « Solvabilité 2 et mesure de volatilités dans les provisions pour sinistres à payer » ; mémoire UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE

### **Article scientifique:**

Michael Merz, Mario V. Wüthrich : « Modeling The Claims Development Result For Solvency Purposes »

### **Cours :**

Fuad Marri (2015-2016), provisionnement en non vie, INSEA

### **Site Internet:**

Site de la FMSAR ; fédération marocaine des sociétés d'assurances et de réassurance

Site des ressources actuarielles

Site de la banque mondiale :

### **Autres :**

Quantitative Impact studies 5 (QIS5), technical specifications

Documentation interne propre à Axa Assurance.

# **Annexes**

## **Annexe I : Présentation du secteur et de l'organisme d'accueil**

### **Aperçu sur le secteur des assurances :**

Etant en plein essor, le secteur des assurances au Maroc est un marché modèle pour les pays du Maghreb, selon l'agence de notation internationale Standard and Poor's.

En effet, Le marché de l'assurance a réalisé en 2016 un montant de primes émises au titre des opérations directes de 35,10 milliards de dirhams contre 30,42 milliards en 2015 soit une progression de 15,38% par rapport à l'exercice précédent.

Parallèlement à ce succès considérable , le secteur des assurances au Maroc à l'instar des autres pays de par le monde connaît de profondes mutations et se trouve ainsi confronté à de grands et importants défis ( concentration, assurance maladie obligatoire, bancassurance...) qui vont certainement affecter le processus de sa croissance, des défis qui, une fois relevés, le secteur sortira certainement plus solide et plus apte à mener à bien sa principale mission, qui est celle de permettre à l'économie marocaine de mieux intégrer le nouveau siècle.

	Primes émises
<b>Assurances Vie &amp; Capitalisation</b>	<b>14 292,6</b>
Assurances Individuelles	7 591,1
Assurances Groupes	2 222,5
Assurances Populaires	-0,15
Capitalisation	3 985,6
Contrats à Capital Variable	493,6
<b>Assurances Non Vie</b>	<b>20 622,2</b>
Accidents Corporels	3 652,8
Accidents du Travail	2 174,1
Automobile	9 953,8
Responsabilité Civile Générale	550,2
Incendie	1 318,4
Assurances des Risques Techniques	329,4
Transport	578,0
Autres Opérations Non Vie	734,5
Assistance - Crédit - Caution	1 331,1
<b>Acceptations en réassurance</b>	<b>187,0</b>
Acceptations Vie	3,2
Acceptations Non Vie	183,8
<b>Total</b>	<b>35 101,9</b>

En millions de dirhams

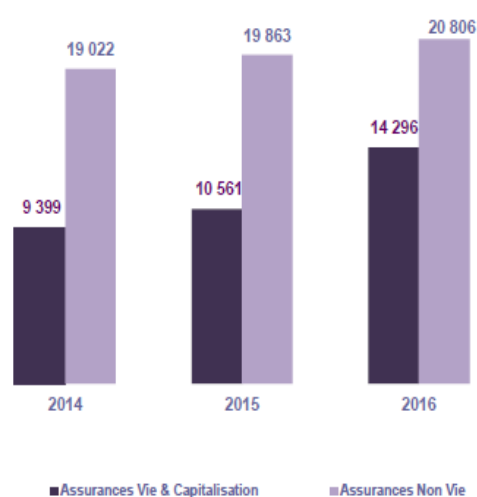


Figure 9 : chiffre d'affaires global par branche – Exercice 2016

Le marché marocain des assurances se compose de plus qu'une quinzaine d'assurances qui offrent des produits vie et non vie, la grande part du marché est dominée par quatre assurances à savoir : Wafa Assurance (leader en vie), Saham Assurance (leader en non vie), AXA Assurance et RMA WATANYA.

	2014	2015	2016	Evolution 2015/2016	Part marché
Atlanta	1 599,8	1 760,6	1 939,4	10,2%	5,5%
Axa Assistance Maroc	125,2	152,4	106,8	-29,9%	0,3%
Axa Assurance Maroc	3 648,9	3 887,2	3 928,1	1,1%	11,2%
CAT	636,1	631,2	634,0	0,5%	1,8%
Coface Maroc	-	17,9	45,6	155,5%	0,1%
Euler Hermes ACMAR	96,3	108,3	116,5	7,5%	0,3%
Saham Assistance	298,4	333,2	469,5	40,9%	1,3%
MAMDA	759,9	846,9	857,6	1,3%	2,4%
Maroc Assistance Internationale	436,5	432,6	435,3	0,6%	1,2%
Marocaine Vie	1 152,3	1 360,2	1 484,1	9,1%	4,2%
MATU	247,0	265,1	293,0	10,5%	0,8%
MCMA	1 617,3	1 606,8	1 314,9	-18,2%	3,7%
Mutuelle Taamine Chaabi	-	209,6	2 738,9	1207%	7,8%
RMA	5 188,8	5 547,6	5 860,0	5,6%	16,7%
Saham Assurance	3 679,9	3 773,0	4 391,8	16,4%	12,5%
Sanad	1 553,7	1 657,0	1 750,6	5,6%	5,0%
Wafa Assurance	6 078,5	6 407,4	7 314,5	14,2%	20,8%
Wafa Ima Assistance	133,8	176,7	209,0	18,3%	0,6%
Zurich Assurance Maroc	1 169,3	1 250,0	1 212,1	-3,0%	3,5%
<b>Total</b>	<b>28 421,6</b>	<b>30 423,7</b>	<b>35 101,9</b>	<b>15,4%</b>	<b>100,0%</b>

En millions de dirhams

Tableau 32 : Primes émises par entreprise d'assurances - Exercice 2014/2015/2016 - Assurance vie et non vie

### Aperçu sur AXA Assurance :

**Axa Assurance est** un groupe international français spécialisé dans l'assurance depuis sa création, et dans la gestion d'actifs depuis 1994. En 2013 il est numéro 1 de l'assurance dans le monde en termes de chiffre d'affaires et numéro deux en 2015.

C'est un groupe d'assurances s'adressant aux particuliers et entreprises en répondant à leurs besoins de services en matière d'assurance, de prévoyance, d'épargne et de transmission de patrimoine.

Dans certains pays, il a des activités bancaires. Il est implanté dans plus de 59 pays pour des activités d'assistance. Axa fait partie des plus grandes sociétés d'assurance mondiales aux côtés de *Ping An Insurance* (Chine), *China Life Insurance* (Chine), *Allianz* (Allemagne). Son implémentation au Maroc fut comme suit :

<b>Histoire de l'évolution d'Axa Assurance Maroc au sein du groupe Axa</b>	
<b>1996</b>	<i>Al Amane Assurance</i> devient <i>Axa Al Amane</i>
<b>2000</b>	Création d' <b>Axa Assurance Maroc</b>
<b>2006</b>	Axa Assurance Maroc devient une filiale du groupe.
<b>2008</b>	Nouvelle Signature : <i>Réinventons / L'assurance et l'épargne</i>

Tableau 33 : Evolution d'Axa Assurance Maroc

Le chiffre d'affaire d'Axa, ainsi que sa part de marché pour l'exercice 2016 sont résumés dans le tableau suivant :

	<b>Total</b>	<b>Vie</b>	<b>Non vie</b>
<b>Primes émises</b>	<b>3 928,1</b>	<b>1 197,8</b>	<b>2 730,3</b>
<b>Part du marché</b>	<b>11,2%</b>	<b>8,4%</b>	<b>13,1%</b>

Figure 10 : Chiffre d'affaire d'AXA Assurance Maroc en 2016

## Annexe II : vérification des hypothèses de Chain Ladder pour la branche RC Auto :

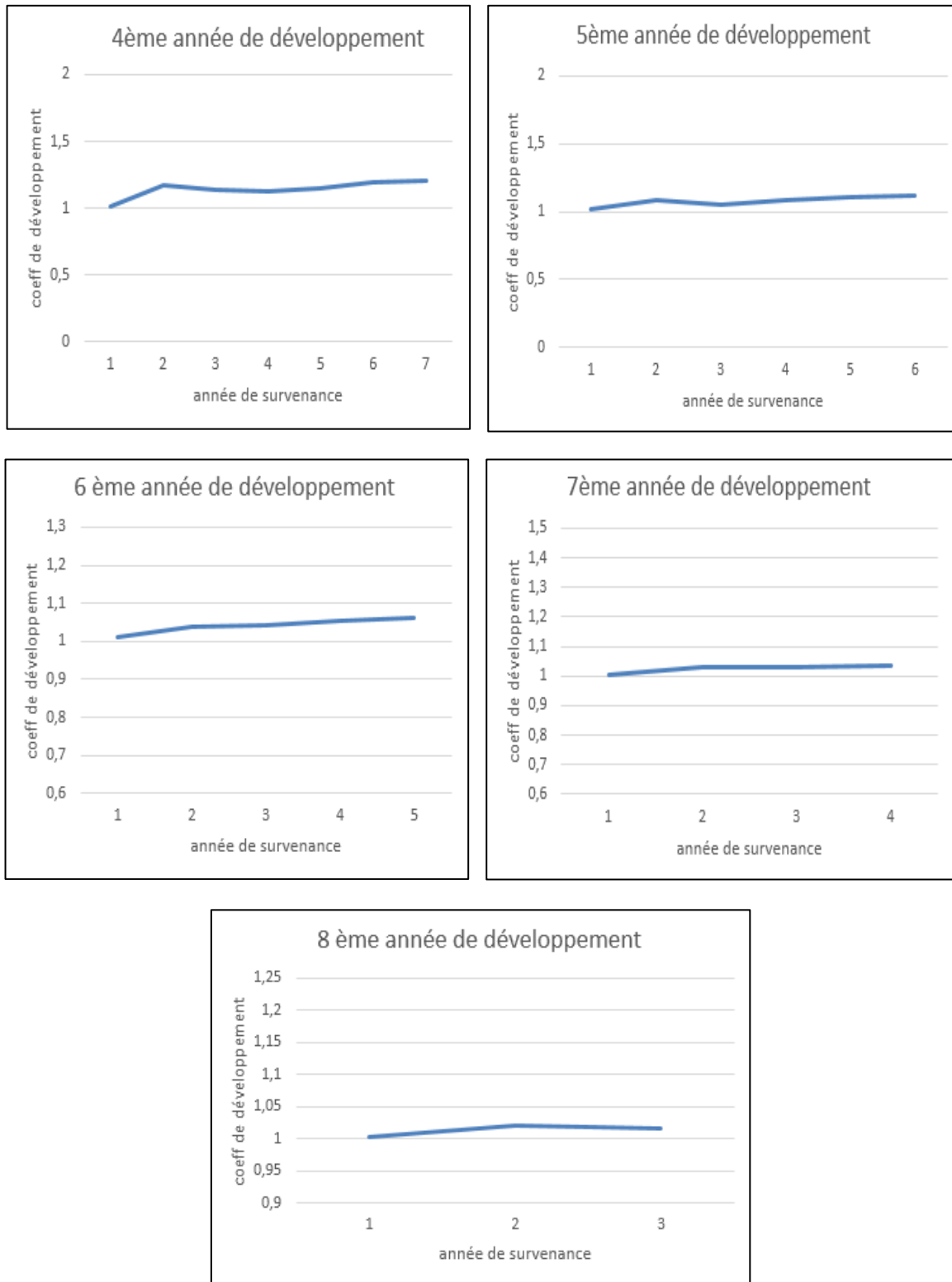


Figure 11: Nuage de points des  $f_{i,j}$  pour  $j= 4, \dots, 8$

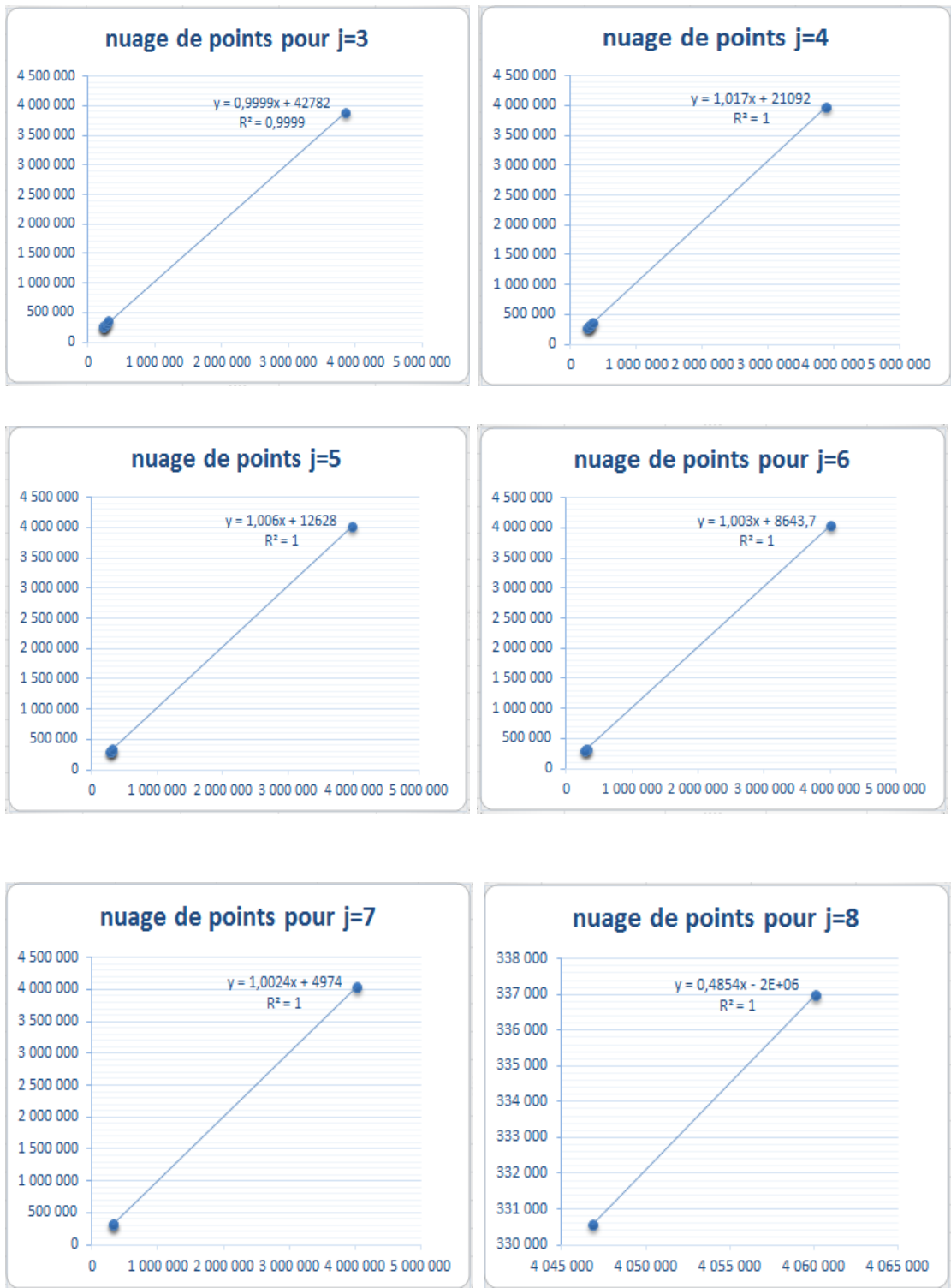


Figure 12 : Nuage de points de  $C_{i,j+1} = f(C_{i,j})$  des années de développement  $j=3, \dots, 8$

## Annexe III: Méthode de Bootstrap :

La méthode de ré-échantillonnage du Bootstrap permet d'étudier la distribution suivie par l'estimation du montant des provisions. L'hypothèse d'indépendance n'est pas vérifiée sur les incréments de paiements. C'est pourquoi nous utilisons les résidus calculés à partir de ces incréments de paiements observés, afin que l'hypothèse d'indépendance soit vérifiée.

Les différentes étapes à effectuer sont :

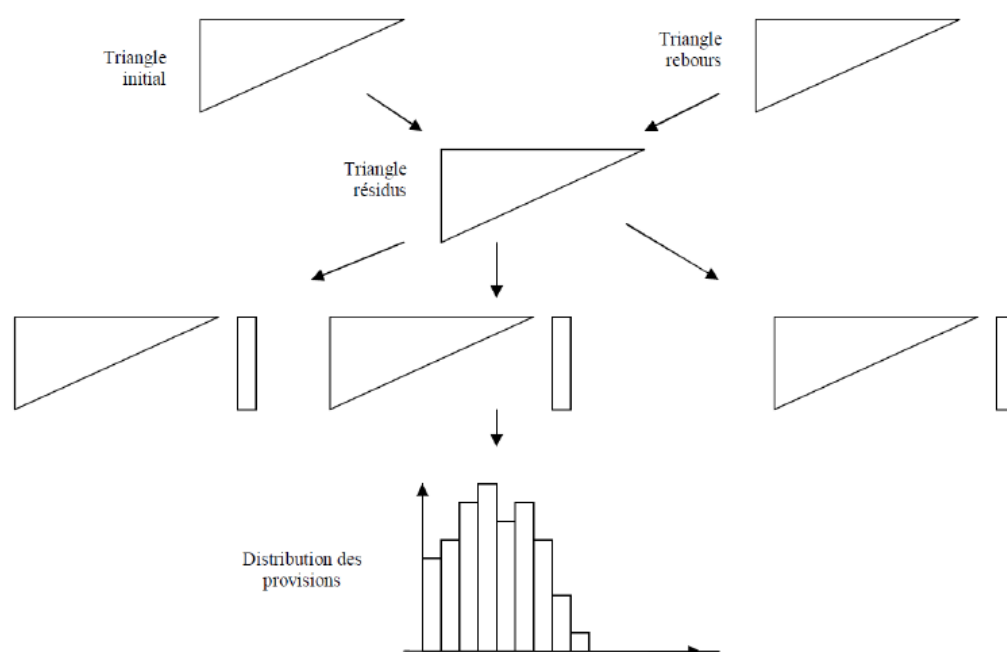


Figure 13 : Processus de la méthode Bootstrap

1. Sur base de la méthode de Chain Ladder, on estime les facteurs de développement  $\hat{f}_j$  ;

2. On complète le triangle inférieur à partir des facteurs de Chain Ladder ;

3. On calcule le triangle des incréments :  $Z_{i,0} = C_{i,0}$  et, pour  $j = 1$  à  $n$  :

$$Z_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1} ;$$

4. On recalcule le triangle supérieur "théorique" à rebours à partir des facteurs de développement en partant des dernières observations (situées sur la diagonale :  $C_{i,n-i}$ ). On obtient les paiements cumulés estimés  $\hat{C}_{i,j}$ , j du triangle supérieur ;

5. Cela nous permet de calculer les incréments estimés  $\mu_{i,j}$  pour la partie supérieure du triangle ;

6. On calcule les résidus de Pearson du triangle supérieur :

$$r_{i,j} = \frac{Z_{i,j} - \mu_{i,j}}{\sqrt{\text{var}(\mu_{i,j})}}, \text{ où } \text{Var}(\mu_{i,j}) \text{ est la fonction variance de la distribution. On}$$

suppose usuellement une distribution de poisson, donc

$$\text{Var}(\mu_{i,j}) = \mu_{i,j}$$

Pour pouvoir comparer les résultats avec d'autres méthodes analytiques il est nécessaire d'appliquer un ajustement permettant de corriger le biais à chacun des résidus de Pearson tels que :  $r_{i,j} = \sqrt{N/N - P} \cdot r_{i,j}$  avec  $N = n(n+1)/2$  le nombre de données et

$P = 2n-1$  le nombre de degrés de libertés ;

7. On procède à un ré-échantillonnage avec remise les résidus : ainsi on obtient des résidus de Pearson après ré-échantillonnage  $r_{i,j}^*$

8. Enfin, on obtient les incréments  $Z_{i,j}^* = r_{i,j}^* \cdot \sqrt{\text{var}(\mu_{i,j})} + \mu_{i,j}$ , on en détermine alors un triangle des règlements issu du Bootstrap et ainsi le montant des provisions issues de ce triangle de Bootstrap par la méthode de Chain Ladder ;

9. Réitération de l'étape 7 et de l'étape 8, N fois.

Ainsi pour un nombre d'observations N de  $\hat{R}$  issues de l'échantillonnage suffisamment grand, on peut déterminer sa distribution empirique, sa moyenne, sa variance,.....etc.

## Annexe IV : Les écarts-types standards, les segments et corrélations entres segments non vie selon solvabilité 2

Index	Segment
1	Motor vehicle liability insurance and proportional reinsurance
2	Othermotor insurance and propotional reinsurance
3	Marine, aviation and transport insurance and propotional reinsurance
4	Fire and other damage to property insurance and propotional reinsurance
5	General liability insurance and propotional reinsurance
6	Credit and suretyship insurance and propotional reinsurance
7	Legal expenses insurance and propotional reinsurance
8	Assistance and its propotional reinsurance
9	Miscellaneous financial loss insurance and propotional reinsurance
10	Non propotional casualty reinsurance
11	Non propotional marine, aviation and transport reinsurance
12	Non propotional proprty reinsurance

Tableau 34 : Les segments non vie selon Solvabilité 2

Index	Segment	$\sigma_{\text{prem},s}$	$\sigma_{\text{res},s}$
1	Motor vehicle liability insurance and proportional reinsurance	10%.NP	9%
2	Othermotor insurance and propotional reinsurance	8%.NP	8%
3	Marine, aviation and transport insurance and propotional reinsurance	15%.NP	11%
4	Fire and other damage to property insurance and propotional reinsurance	8%.NP	10%
5	General liability insurance and propotional reinsurance	14%.NP	11%
6	Credit and suretyship insurance and propotional reinsurance	12%.NP	19%
7	Legal expenses insurance and propotional reinsurance	7%.NP	12%
8	Assistance and its propotional reinsurance	9%.NP	20%
9	Miscellaneous financial loss insurance and propotional reinsurance	13%.NP	20%
10	Non propotional casualty reinsurance	17%	20%
11	Non propotional marine, aviation and transport reinsurance	17%	20%
12	Non propotional proprty reinsurance	17%	20%

Tableau 35 : les écarts-types standards pour le risque de prime et de réserve

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1											
2	0.5	1										
3	0.5	0.25	1									
4	0.25	0.25	0.25	1								
5	0.25	0.25	0.25	0.25	1							
6	0.25	0.25	0.25	0.5	0.5	1						
7	0.5	0.25	0.25	0.5	0.5	0.5	1					
8	0.25	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25	0.25	1				
9	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1			
10	0.25	0.25	0.25	0.25	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25	1		
11	0.25	0.25	0.5	0.5	0.25	0.25	0.25	0.25	0.5	0.25	1	
12	0.25	0.25	0.25	0.5	0.25	0.25	0.25	0.25	0.5	0.25	0.25	1

Tableau 36 : Matrice de corrélations entre les segments de la branche non vie selon solvabilité 2

# Annexe V : 2ème méthode Normalisée pour le risque prime :

- **Modélisation paramétrique et résolution par la méthode du maximum de vraisemblance**

Cette deuxième méthode de calibrage est identique à la précédente pour ce qui est de modéliser la distribution des sinistres, en revanche, l'estimation des paramètres est cette fois réalisée à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance.

Les hypothèses sous-jacentes à cette méthode sont celles sous-jacentes à la première méthode normalisée avec une hypothèse supplémentaire concernant la distribution des pertes qui doit être log-normale.

La distribution des pertes est donc modélisée par :

$$U_{Y,lob} \sim \mu_{lob} \cdot V_{Y,lob} + \sqrt{V_{Y,lob}} \cdot \beta_{lob} \cdot \varepsilon_{Y,lob}$$

Avec :

$V_{Y,lob}$  : Primes acquises par année de survenance et par branche

$U_{Y,lob}$  : Charge ultime après un an par année de survenance et par branche

$\mu_{lob}$  : La sinistralité attendue

$\beta_{lob}^2$  : Constante de proportionnalité pour la variance des pertes par branches

$\varepsilon_{Y,lob}$  : Variable aléatoire suivant une distribution de moyenne nulle et de variance 1

Il est alors possible de formuler les paramètres de la distribution log-normale des pertes de la manière suivante :

- L'écart-type est donné par :

$$S_{Y,lob} = \sqrt{\log\left(1 + \frac{\beta_{lob}^2}{\mu_{lob}^2 \cdot V_{Y,lob}}\right)}$$

- La moyenne est définie par :

$$M_{Y,lob} = \log(\mu_{lob} \cdot V_{Y,lob}) - \frac{1}{2} S_{Y,lob}^2$$

La résultante simplifiée de la log-vraisemblance s'écrit alors :

$$\log L = \sum_Y \left( -\log(S_{Y,lob}) - \frac{(\log(U_{Y,lob}) - M_{Y,lob})^2}{2S_{Y,lob}^2} \right)$$

Les paramètres  $\beta_{lob}$  et  $\mu_{lob}$  sont alors choisis de manière à maximiser cette vraisemblance. Une solution littérale à ce problème de maximisation n'étant pas immédiate, la résolution devra se faire à l'aide d'un outil de calcul.

Une fois l'estimation de  $\beta_{lob}$  obtenue, l'écart-type  $\sigma_{U,prem,lob}$  est donné par :

$$\sigma_{U,prem,lob} = \frac{\hat{\beta}_{lob}}{\sqrt{V_{lob}}}$$

Où  $V_{lob}$  Résultat du calcul du volume pour l'année en cours

Ces deux premières méthodes sont très proches et ont l'avantage d'être très simples à la fois en termes de compréhension et d'application. Elles consistent à mesurer l'erreur de tarification historique par comparaison de la charge de sinistres observée avec une charge de sinistre théorique, estimée à partir du volume de prime.

En revanche, ces deux méthodes sont fondées sur l'hypothèse d'un loss ratio régulier aux cours des années, ce qui n'est pas nécessairement le cas selon les risques considérés.

# Annexe VI : 1ère méthode normalisée pour le risque de réserve :

- **Estimation de l'écart-type du run-off (boni/mali) avec la méthode des moindres-carrés**

Cette méthode est rétrospective et suppose que la variance de la somme entre le Best Estimate à un an et les paiements incrémentaux à un an est proportionnelle au Best Estimate. Elle suppose que la méthode des moindres-carrés est appropriée.

Elle consiste à regarder la volatilité du run-off (boni/mali) des provisions de sinistres. Pour une année calendaire donnée, les provisions de sinistres estimées au début de l'année sont comparées à la somme des provisions de sinistres à la fin de l'année plus les sinistres payés dans l'année.

On note, par ligne de métier :

$PCO_{i,j}$  : Le Best Estimate des provisions de sinistres pour l'année de survenance  $i$  et l'année de développement  $j$

PCO : le montant des réserves Best Estimate des sinistres

N : le nombre d'observations

$V_Y$ : la réserve constituée pour l'année calendaire  $Y$  . On a :

$$V_Y = \sum_{i+j=Y+1} PCO_{i,j}$$



On cherche à mesurer l'incertitude liée à l'estimation a priori des réserves par rapport aux paiements incrémentaux observés plus la nouvelle estimation des réserves.

On a alors :

$$R_Y \sim V_Y + \sqrt{V_Y} \beta \varepsilon_Y$$

$\beta$  : Constante de proportionnalité pour la variance du best estimate des sinistres dans un an plus les paiements incrémentaux.

$\varepsilon_Y$  : Variable aléatoire suivant une distribution de moyenne nulle et de variance 1

Un estimateur  $\hat{\beta}$  de  $\beta$  est :

$$\hat{\beta} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_Y \frac{(R_Y - V_Y)^2}{V_Y}}$$

Et  $\sigma_{U,res,s}$  est alors :

$$\sigma_{U,res,s} = \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{PCO}}$$

Cette méthode produit un  $\sigma_{U,res,s}$  d'autant plus élevé que l'écart entre la prévision de sinistres pour l'année en cours et le montant payé dans l'année plus la ré-estimation des réserves est élevée.

