



المندوبية السامية للتخطيط
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC
..*.*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
..*.*.*
INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



INSEA

Projet de Fin d'Etudes

**Développement d'un modèle de pilotage des fonds
propres de la CDG : Approches de quantification des
risques financiers**

Préparé par : *M^{elle} Mouna LAAJOUL*

M Moulay Driss ELBOUSTY

Sous la direction de : *M Yassine EL QALLI (INSEA)*
M Youssef LAHARACH (CDG)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- *M Y. EL QALLI (INSEA)*
- *M L. BAGHAGHA (INSEA)*

Remerciements

Dédicaces

Dédicaces

Résumé

Abstract

Mots clés

Tables des matières

| | |
|--|-------------------------------------|
| INTRODUCTION GENERALE..... | 1 |
| Chapitre I - Evolution de la réglementation bancaire en matière de gestion des risques | Error! Bookmark not defined. |
| Introduction | 6 |
| Section 1: Aperçu sur la réglementation bancaire internationale..... | 7 |
| I.1. L'accord de Bâle I..... | 7 |
| I.2. Passage de Bâle I à Bâle II..... | 8 |
| I.2.1. Pilier 1: Exigence minimale en fonds propres..... | 9 |
| I.2.2. Pilier 2: Processus de surveillance prudentielle..... | 10 |
| I.2.3. Pilier 3: La discipline du marché..... | 11 |
| I.3. Le passage de Bâle II à Bâle III..... | 11 |
| Section2 :Réglementation marocaine relative aux exigences en fonds propres | 14 |
| II.1. Modèle standard | 15 |
| II.1.1. Risque de crédit..... | 15 |
| II.1.2.Risque de marché..... | 15 |
| II.1.3.Risque opérationnel..... | 16 |
| II.2.Modèle interne..... | 17 |
| II.2.1.Risque de crédit..... | 17 |
| II.2.2. Risque de marché..... | 18 |
| II.2.3.Risque opérationnel..... | 18 |
| Conclusion..... | 20 |
| Chapitre II - Présentation et méthodologie du modèle de pilotage des fonds propres économiques ... | 21 |
| Introduction..... | 22 |
| Section 1 : présentation du modèle de pilotage des FPE..... | 23 |
| I.1. Finalité du modèle..... | 23 |
| I.2. Points forts du modèle..... | 24 |
| I.3. Seuils d'alerte et zones de risques..... | 25 |
| I.4.Niveau d'exigence du modèle en fonds propres..... | 26 |
| I.5. Pilotage dynamique des fonds propres..... | 26 |
| Section 2 :Méthodologie de la mise en place du modèle de pilotage des FP..... | 28 |
| II.1. Détermination du cadre macroéconomique sur cinq ans..... | 28 |
| II.2. Projection des principaux postes du bilan..... | 28 |

| | |
|---|----|
| II.3. Détermination de l'exposition du groupe sur cinq ans | 28 |
| II.4. Formulation des hypothèses des stress tests | 29 |
| II.5. Détermination du corridor de solvabilité | 29 |
| Conclusion | 31 |
| Chapitre III - Quantification du risque marché | 32 |
| Introduction | 33 |
| Section 1. La VaR en théorie | 34 |
| I.1. Définition | 34 |
| I.2. Types de VaR | 36 |
| I.3. Avantages et inconvénients de la VaR | 36 |
| Section 2: La VaR Paramétrique | 38 |
| II.1. Hypothèse de calcul de la VaR paramétrique | 38 |
| II.2. Fondements théoriques de la méthode | 38 |
| II.2.1. Principes de base | 38 |
| II.2.2. L'apport RiskMetrics : le mapping et le calcul du vecteur V_t | 41 |
| II.3. Avantages et limites..... | 43 |
| Section 3: La VaR historique | 45 |
| III.1. Hypothèse théorique de la VaR historique | 45 |
| III.2. Principe de l'approche théorique | 45 |
| III.3. Avantages et inconvénients | 46 |
| Section 4: La VaR Monte Carlo | 47 |
| IV.1. Hypothèse théorique de la VaR Monte Carlo | 47 |
| IV.2. Fondements théoriques de la VaR Monte Carlo | 47 |
| IV.3. Avantages et limites | 49 |
| Conclusion | 50 |
| Chapitre IV - Implémentation pratique de la VaR | 51 |
| Introduction | 52 |
| Section1: La VaR du portefeuille actions | 53 |
| I.1.Calcul de la VaR par la méthode historique | 54 |
| I.1.1 .Vérification des hypothèses | 54 |
| I.1.2. Implémentation de la méthode historique | 56 |
| I.2.Calcul de la VaR par la méthode variance-covariance | 59 |
| I.2.1. Vérification des hypothèses | 59 |
| I.2.2. Implémentation de la méthode variance-covariance | 60 |

| | |
|--|-----|
| I.3. Calcul de la VaR par la méthode Monte-Carlo | 63 |
| Section2. La VaR du Portefeuille obligataire | 70 |
| II.1. Valorisation du portefeuille obligataire au 31/12/2014 | 70 |
| II.2. Calcul de la VaR par la méthode historique | 72 |
| II.2.1.Vérification des hypothèses | 72 |
| II.2.2. Calcul de la VaR historique | 74 |
| II.3. Calcul de la VaR par la méthode Variance-Covariance | 76 |
| II.3.1. Vérification des hypothèses de calcul | 76 |
| II.3.2. Calcul de la VaR paramétrique | 76 |
| II.4. Calcul de la VaR par la méthode Monte-Carlo | 83 |
| II.4.1. Vérification des hypothèses de calcul | 83 |
| II.4.2. Calcul de la VaR par l'approche de Monte Carlo..... | 83 |
| II.5. Comparaison des trois approches | 88 |
| Chapitre V - Validation des modèle VaR et Calcul des exigences en FP | 90 |
| Introduction | 91 |
| Section I : Validation des modèles VaR | 92 |
| I.1.Analyse ex-post | 92 |
| I.2.Détermination des exigences en FP | 92 |
| I.3. Tests de précision | 94 |
| I.3.1 Test POF | 94 |
| I.3.2. Approche MRB | 96 |
| Section 2: Application du Backtesting aux deux portefeuilles | 96 |
| II.1. Portefeuille actions | 97 |
| II.1.1 Test POF | 98 |
| II.1.2 Approche MRB | 99 |
| II.1.3 Exigences en FP | 99 |
| II.2. Portefeuille obligataire | 100 |
| II.2.1 Test POF | 101 |
| II.2.2 Approche MRB | 101 |
| II.2.3.Exigences en FP..... | 102 |
| Conclusion | 103 |
| Conclusion générale | 104 |
| Bibliographie | 107 |
| Liste des annexes..... | I |

Listes des figures

| | |
|---|-----|
| Tableau 1. TMEG de la CDG EP | 29 |
| Tableau 2. Les échéances piliers RiskMetrics..... | 41 |
| Tableau 3. Poids de chaque titre dans le portefeuille | 57 |
| Tableau 4. Calcul de la VaR historique à l'horizon d'un jour du portefeuille actions | 58 |
| Tableau 5. Calcul de la VaR historique à l'horizon d'un an du portefeuille actions | 58 |
| Tableau 6. Calcul de la VaR paramétrique à l'horizon d'un jour du portefeuille action..... | 61 |
| Tableau 7. Calcul de la VaR paramétrique à l'horizon d'un an du portefeuille actions..... | 61 |
| Tableau 8. Résultats des rendements simulés du portefeuille actions..... | 67 |
| Tableau 9. Calcul de la VaR Monte Carlo à l'horizon d'un jour du portefeuille actions | 67 |
| Tableau 10. Résultats de calcul de la VaR Monte-Carlo à l'horizon d'un an du portefeuille actions..... | 68 |
| Tableau 11. Comparaison des résultats de calcul de la VaR 1 jour du portefeuille actions pour les 3 méthodes..... | 69 |
| Tableau 12. Caractéristiques d'une obligation du portefeuille | 70 |
| Tableau 13. Transformation en obligations zéro-coupon..... | 70 |
| Tableau 14. Valeur du portefeuille obligataire au 31/12/2014..... | 71 |
| Tableau 15. Calcul de la variation de la valeur du portefeuille..... | 74 |
| Tableau 16. Résultats des calculs de la VaR historique à 1 jour | 75 |
| Tableau 17. Résultats des calculs de la VaR historique à l'horizon d'un an | 75 |
| Tableau 18. Résultats du test de normalité des rendements des prix zéro-coupon..... | 76 |
| Tableau 19. Historique des Prix zéro-coupon pour les différentes maturités..... | 77 |
| Tableau 20. Calcul des rendements des prix zéro-coupon | 78 |
| Tableau 21. Matrice variance-covariance des rendements des prix zéro-coupon | 79 |
| Tableau 22. Matrice de la corrélation des rendements des prix zéro-coupon | 79 |
| Tableau 23. Détermination des coefficients de ventilation des flux α | 81 |
| Tableau 24. Distribution des flux | 81 |
| Tableau 25. Calcul de la VaR variance-covariance à l'horizon d'un jour pour le portefeuille obligataire | 82 |
| Tableau 26. Calcul de la VaR variance-covariance à l'horizon d'un an pour le portefeuille obligataire..... | 82 |
| Tableau 27. Test de normalité des rendements des taux zéro-coupon | 83 |
| Tableau 28. Résultats du calcul des taux simulés..... | 86 |
| Tableau 29. Résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo à 1 jour | 87 |
| Tableau 30. Résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo à un an..... | 87 |
| Tableau 31. Comparaison des résultats de la VaR à l'horizon d'un jour pour les trois méthodes | 88 |
| Tableau 32. Comparaison des résultats de la VaR à l'horizon d'un an pour les trois méthodes | 88 |
| Tableau 31. Augmentation du complément selon les zones de contrôle et le nombre d'exceptions | 93 |
| Tableau 32. Nombre de dépassements relatif à chaque méthode de calcul de la VaR du portefeuille actions..... | 98 |
| Tableau 33. Statistiques POF des méthodes paramétrique et Monte-Carlo du portefeuille actions..... | 99 |
| Tableau 34. Statistiques MRB des trois méthodes relatives au portefeuille actions | 99 |
| Tableau 35. Exigences en FP relatives aux trois méthodes se rapportant au portefeuille actions..... | 100 |

Liste des tableaux

| | |
|---|-----|
| Tableau 1. TMEG de la CDG EP | 29 |
| Tableau 2. Les échéances piliers RiskMetrics..... | 41 |
| Tableau 3. Poids de chaque titre dans le portefeuille | 57 |
| Tableau 4. Calcul de la VaR historique à l'horizon d'un jour du portefeuille actions | 58 |
| Tableau 5. Calcul de la VaR historique à l'horizon d'un an du portefeuille actions | 58 |
| Tableau 6. Calcul de la VaR paramétrique à l'horizon d'un jour du portefeuille action..... | 61 |
| Tableau 7. Calcul de la VaR paramétrique à l'horizon d'un an du portefeuille actions..... | 61 |
| Tableau 8. Résultats des rendements simulés du portefeuille actions..... | 67 |
| Tableau 9. Calcul de la VaR Monte Carlo à l'horizon d'un jour du portefeuille actions..... | 67 |
| Tableau 10. Résultats de calcul de la VaR Monte-Carlo à l'horizon d'un an du portefeuille actions..... | 68 |
| Tableau 11. Comparaison des résultats de calcul de la VaR 1 jour du portefeuille actions pour les 3 méthodes..... | 69 |
| Tableau 12. Caractéristiques d'une obligation du portefeuille | 70 |
| Tableau 13. Transformation en obligations zéro-coupon..... | 70 |
| Tableau 14. Valeur du portefeuille obligataire au 31/12/2014..... | 71 |
| Tableau 15. Calcul de la variation de la valeur du portefeuille | 74 |
| Tableau 16. Résultats des calculs de la VaR historique à 1 jour | 75 |
| Tableau 17. Résultats des calculs de la VaR historique à l'horizon d'un an | 75 |
| Tableau 18. Résultats du test de normalité des rendements des prix zéro-coupon..... | 76 |
| Tableau 19. Historique des Prix zéro-coupon pour les différentes maturités..... | 77 |
| Tableau 20. Calcul des rendements des prix zéro-coupon | 78 |
| Tableau 21. Matrice variance-covariance des rendements des prix zéro-coupon | 79 |
| Tableau 22. Matrice de la corrélation des rendements des prix zéro-coupon | 79 |
| Tableau 23. Détermination des coefficients de ventilation des flux α | 81 |
| Tableau 24. Distribution des flux | 81 |
| Tableau 25. Calcul de la VaR variance-covariance à l'horizon d'un jour pour le portefeuille obligataire | 82 |
| Tableau 26. Calcul de la VaR variance-covariance à l'horizon d'un an pour le portefeuille obligataire..... | 82 |
| Tableau 27. Test de normalité des rendements des taux zéro-coupon | 83 |
| Tableau 28. Résultats du calcul des taux simulés..... | 86 |
| Tableau 29. Résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo à 1 jour | 87 |
| Tableau 30. Résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo à un an..... | 87 |
| Tableau 31. Comparaison des résultats de la VaR à l'horizon d'un jour pour les trois méthodes | 88 |
| Tableau 32. Comparaison des résultats de la VaR à l'horizon d'un an pour les trois méthodes | 88 |
| Tableau 31. Augmentation du complément selon les zones de contrôle et le nombre d'exceptions | 93 |
| Tableau 32. Nombre de dépassements relatif à chaque méthode de calcul de la VaR du portefeuille actions..... | 98 |
| Tableau 33. Statistiques POF des méthodes paramétrique et Monte-Carlo du portefeuille actions..... | 99 |
| Tableau 34. Statistiques MRB des trois méthodes relatives au portefeuille actions | 99 |
| Tableau 35. Exigences en FP relatives aux trois méthodes se rapportant au portefeuille actions..... | 100 |

INTRODUCTION GENERALE

Le paysage financier actuel est marqué par une libéralisation accentuée du commerce et de la finance internationale. Ces transformations sont induites par des réformes des économies du monde depuis les années 1970. Ainsi, la diminution du rôle des Etats au profit des marchés, la privatisation quasi-totale des banques, l'intégration des marchés financiers et la déréglementation des activités financières et assurantielles ont contribué à la montée de la mondialisation et de la globalisation financière.

Cette globalisation est censée avoir des effets positifs en diffusant un modèle global de gestion, en élargissant la gamme des possibilités de placements, en stimulant l'accumulation et la fluidité du capital à travers la canalisation de l'épargne vers les investissements les plus productifs pour accélérer, in fine, la croissance économique des pays en voie de développement.

Cependant, l'expérience des deux dernières décennies de crises a mis en question les avantages potentiels d'une libéralisation du système financier. Les marchés financiers ont été marqués par une évolution et des modifications fulgurantes. En effet, leurs évolutions erratiques deviennent incompréhensibles aussi bien pour les non avertis que pour les spécialistes de la finance. Ceci-dit, les économies deviennent de plus en plus exposées aux caprices des flux des capitaux internationaux. Ainsi, de nouvelles opportunités de spéculation ont émergé, conduisant à une instabilité systémique accrue. L'instabilité et la volatilité sont, ces dernières années, les mots qui gouvernent les places financières.

En outre, le système financier actuel fonctionne à la transaction sur le marché, c'est-à-dire que les relations entre créanciers et débiteurs s'établissent sur le marché, sans aucune considération de la qualité propre des uns et des autres. Ainsi, une finance à la transaction est une source majeure de risque. Dans ce sens, Michel Aglietta¹ relève trois types de risques : les risques d'insolvabilité d'un débiteur, les risques liés à la volatilité des prix, des cours de bourse, des taux de change et des taux d'intérêt ainsi que le risque de liquidité.

De surcroît, la crise financière de 2007 a fait peser un nouveau type de risques sur l'économie mondiale à savoir le risque systémique qui émane des dysfonctionnements liés aux interactions et interdépendances des composantes du système financier. Plus précisément, la perspective d'un défaut d' "*un big to fail*" peut déclencher une contagion virulente.

Sur le plan institutionnel, Nous pouvons citer un autre type de risque qui est inhérent à l'activité interne et externe des entreprises. Le risque opérationnel se résume, ainsi, par des erreurs techniques de gestion, une forte corruption et également la présence de fraude massive.

¹*Alternatives économiques*, n° 125, mars 1995

Face à cette évolution de la typologie de risque, le comité de Bâle s'est engagé à élaborer des règles prudentielles internationales à travers des processus de négociations, débouchant ainsi sur les accords dits, Bâle I, Bâle II et Bâle III. L'évolution des normes prudentielles vise à standardiser les bases juridiques en matière de surveillance bancaire, à intégrer de nouveaux types des risques, à définir des ratios de fonds propres et à renforcer la discipline du marché. Ainsi, la majorité des autorités monétaires nationales, en particulier la BAM dans le cas marocain, ont transposé dans leurs législations nationales les directives des accords de Bâle.

Par ailleurs, les théoriciens n'ont pas cessé d'analyser les données empiriques relevées du marché en vue de développer des modèles mathématiques plus sophistiqués avec un pouvoir prédictif suffisamment puissant. Ainsi, il est normal que l'on cherche à ce que les prévisions des pertes concordent avec les pertes réellement observées. Dans ce cadre, La Value at Risk s'est imposée comme l'outil de gestion des risques le plus sophistiqué et le plus utilisé par les banques.

Côté institutions financières, l'attention a été portée sur une bonne gestion des risques en mobilisant les ressources nécessaires, en luttant contre le conflit d'intérêt, en élaborant des cartographies des risques et en développant des modèles internes pouvant révéler la progression des risques propres à chaque établissement.

Contexte marocain et problématique.

A l'instar des pays du Sud de l'Est de la Méditerranée, le Maroc a engagé des processus de libéralisation de son économie qui ont concerné les secteurs à la fois financiers et réels. Le pays a également réalisé de grands progrès en matière d'infrastructures, de croissance économique, de développement durable et de solidarité sociale.

Pierre angulaire de l'économie et premier investisseur institutionnel marocain, La Caisse de Dépôt et de Gestion est tenue de développer une stratégie d'investissement à la fois sécurisée pour éviter tout risque systémique et expansionniste en vue de booster l'activité économique. La question est donc de déterminer le niveau optimal des fonds propres économiques pour faire face, simultanément, aux risques encourus par l'organisme et aux besoins de la relance de l'économie lors des périodes de crise.

Conscient de cet enjeu, La CDG ambitionne le développement d'un modèle de pilotage des fonds propres sur un horizon quinquennal à l'instar de celui de la Caisse de

dépôts et de consignation². Ce modèle à la particularité de piloter les fonds propres économiques par un corridor de solvabilité au lieu d'un ratio annuel de solvabilité.

Objectif et méthode de l'étude :

Dans le cadre du projet du développement d'un modèle de pilotage des fonds propres économiques de la CDG, cette étude s'intéresse à la quantification du risque marché pour les deux portefeuilles: actions et obligations. En effet, Nous évaluons le risque actions et taux de l'organisme par trois méthodes à savoir : la méthode variance-covariance, la méthode historique et la méthode Monte Carlo.

La détermination des exigences en FP repose sur la technique du Backtesting exigée par BAM. Ainsi, nous déterminons les exigences en FP et nous proposons aussi deux techniques largement utilisées en Backtesting. Il s'agit de la méthode POF (proportion of failures) et de l'approche RMB (Biais Relatif Moyen).

Structure de l'étude :

Notre mémoire comporte cinq chapitres. Nous abordons dans le premier chapitre le dispositif prudentiel en matière de gestion des risques. Ainsi, nous présentons à la fois la réglementation internationale et les textes réglementaires marocains relatifs aux exigences en fonds propres.

Nous exposerons dans le second chapitre, le projet de la Caisse de Dépôt et de Gestion qui consiste à la conception d'un modèle de pilotage des fonds propres économique sur un horizon quinquennal.

S'intéressant à la quantifications du risque marché, différentes approches du calcul de la Value at Risk sont possibles . Ainsi, le troisième chapitre, introduit les hypothèses, les fondements théoriques, les avantages et les limites de trois de ces méthodes à savoir : la méthode historique, la méthode variance-covariance et la méthode Monte-Carlo.

Le quatrième chapitre est dédié à l'implémentation des différentes méthodes de quantification du risque marché aux deux portefeuilles: portefeuille actions et portefeuille obligations. Les résultats obtenus sont analysés et discutés.

Par ailleurs, le cinquième chapitre sera dédié à la présentation de la technique du Backtesting, telle qu'elle a été édictée par BAM, visant à juger de la fiabilité des modèles

²le modèle de gestion des FP de la CDC a été adopté par la Commission de surveillance le 12 janvier 2012, sur proposition de son directeur général et après avis de l'Autorité de contrôle prudentiel (ACP).

VaR et à calculer les exigences en FP. Nous présenterons également deux techniques de Backtesting très utilisées pour valider les modèles VaR.

Chapitre I - Evolution de la réglementation bancaire en matière de gestion des risques

Introduction

Afin de s'adapter à la libéralisation de la sphère financière entamée dans les années 80, marquée notamment par la fin de l'encadrement de crédit, la modernisation bancaire, la disparition des différentes formes de protection de l'Etat dont bénéficiaient les banques, et la privatisation de la quasi-totalité des établissements au monde, la réglementation bancaire a évolué vers une approche prudentielle, perçue comme le seul moyen de régulation n'entrant pas en contradiction avec les règles du marché. La réglementation bancaire actuelle s'appuie sur trois principes, à savoir la supervision, la discipline du marché et les ratios des fonds propres minimaux.

Par ailleurs, la nouvelle dimension de l'activité bancaire s'est traduite par une prise excessive des risques, engendrant, in fine, une succession de séries de crises. Ceci-dit, le souci majeur du régulateur est d'envisager un dispositif prudentiel qui est à la fois souple pour booster l'activité économique et contraignant afin d'éviter des krachs financiers. Ainsi, la question qui se pose est de déterminer la dose optimale de souplesse à intégrer dans tout dispositif prudentiel.

Conscient de ces enjeux et tenant compte de l'évolution de la typologie des risques, le comité de Bâle s'est engagé dans la révision des recommandations en matière de contrôle et de gestion de risque. D'où le passage de l'accord de Bâle I, à Bâle II et par la suite à Bâle III. L'objet de la première section de ce chapitre est la présentation de l'architecture des accords de Bâle. Ainsi, nous ferons un survol sur l'accord de Bâle I. Ensuite nous nous intéressons aux apports en matière de gestion des risques des accords de Bâle II et Bâle III.

A l'instar de toute autre autorité réglementaire nationale, la BAM s'est inspirée des recommandations du comité de Bâle pour instituer des textes de loi relatifs aux exigences en fonds propres. Ainsi, Il serait instructif de présenter, dans une deuxième section, les deux approches préconisées par le régulateur, en matière de quantification des risques à savoir l'approche standard et l'approche avancée. Nous y ferons recours dans un autre chapitre pour quantifier le risque marché encouru par la Caisse de Dépôt et de Gestion.

Section 1: Aperçu sur la réglementation bancaire internationale

I.1. L'accord de Bâle I

En 1988, le comité de Bâle sur le Contrôle Bancaire met en place le premier accord de Bâle, appelé également ratio de Cook. Ce ratio a comme objectif de renforcer la solidité et la stabilité du système bancaire international, d'atténuer les inégalités concurrentielles entre les banques ainsi que de lier plus étroitement les normes des fonds propres au risque effectif.

Imposée par la loi dans le Groupe des Dix (G10) en 1992, cet accord est fondé sur le concept d'un ratio de fonds propres (Ratio de Cooke) avec, au numérateur, le montant des fonds propres réglementaires dont un établissement de crédit dispose et, au dénominateur, l'ensemble des engagements de crédit pondérés. Le ratio de fonds propres obtenu ne peut être inférieur à 8 %.

$$\text{Ratio de Cooke} = \frac{\text{Total des fonds propres}}{\text{Risque de crédit}} \geq 8$$

En effet, quand une banque prête 1000DH à un client, elle doit disposer d'un minimum de 80 DH de fonds propres et utiliser au maximum 920DH de ses autres sources de financements tels que les dépôts, les emprunts et le financement interbancaire, etc.

Perfectionnant cette base, « l'amendement à l'accord sur les fonds propres pour son extension au risque marché » complétait le ratio de Cooke en 1996 en introduisant une partie du risque marché à l'assiette du risque. Ainsi, la formule du ratio de Cooke devient :

$$\text{Ratio de Cooke} = \frac{\text{Total des fonds propres}}{\text{Risque de crédit} + \text{Capital requis pour couverture du risque marché}} \geq 8$$

Les fonds propres sont définis comme étant les ressources dont dispose l'établissement en dehors de celles qu'il emprunte à des tiers. Ainsi, le numérateur du ratio se compose des fonds propres réglementaires de base, des fonds propres complémentaires et des fonds propres sur-complémentaires.

Les composantes de chaque catégorie de fonds propres cités dans le paragraphe précédent sont précisés par le comité de Bâle comme suit:

- **Fonds propres de base ou "Tiers 1"**: est le noyau dur des capitaux propres des institutions financières. Ils sont composés des éléments suivants: le capital social ou assimilé³,

³ est la somme des éléments suivants : actions ,certificats d'investissements et actions à dividendes prioritaires.

les bénéfices non distribués de l'exercice et les réserves consolidés, déduction faite des actions propres détenues et des parties non libérées du capital⁴.

- **Fonds propres complémentaires ou " Tiers 2"** contiennent des réserves non publiés, des réserves de réévaluation, des provisions générales, des instruments hybrides dette/capital et de la dette subordonnée à long terme.

- **Fond propres sur-complémentaires ou "Tiers3"** sont constitués des dettes subordonnées à court terme, dont le remboursement n'intervient qu'après celui de toutes les autres dettes.

Le dénominateur du ratio se compose du capital requis pour couvrir les risques de marché, ainsi que l'ensemble des engagements de crédits pondérés parfois à des valeurs inférieures à 100%. En effet, Cinq pondérations⁵ sont fixées par le comité de Bâle I à savoir : 0%,10%,20%,50% et 100%.

I.2. Passage de Bâle I à Bâle II

Il est rapidement apparu que Bâle I n'était qu'une étape sur le chemin de la régulation bancaire. En effet, le ratio de Cooke a montré ses limites. Tout d'abord, la pondération des engagements de crédit était insuffisamment différenciée pour rendre compte des différents niveaux effectifs du risque de crédit. Plus précisément, les pondérations des établissements ne dépendaient pas des ratings externes et internes.

On peut citer également la sous-estimation des risques souverains et la non prise en considération du risque opérationnel qui est le risque des pertes directes ou indirectes d'une défaillance inhérentes aux procédures, au personnel et aux systèmes internes ou à des événements extérieurs.

Par ailleurs, la multiplication des krachs financiers, l'explosion du marché des produits dérivés, ainsi que le développement de nouvelles pratiques par les banques pour l'évaluation et la maîtrise de leurs risques ont rendu nécessaire la mise en place d'un nouveau dispositif plus adapté à la réalité du marché international.

Une dernière limite de Bâle I réside dans la non prise en compte du capital économique qui est plus adapté pour mesurer les risques réels que le simple capital réglementaire.

⁴ voir: FEKIR, H.(2009) ,« Présentation du nouvel accord de Bale sur les fonds propres », *Revue Management-Information-Finance (MIF)*, 2005, pp. *Revue Management Information-Finance (MIF)* Numéro ISSN : 1630-1889

⁵Daniel K. Tarullo« *Banking on Basel: The Future of International Financial Regulation*», Chapter3:BaselI page58,59 Peterson Institute of International Economics

Dans ce contexte, l'amendement du ratio de Cooke en 1996 permettait aux institutions financières d'opter soit pour l'approche standard qui attribue pour chaque catégorie d'exposition au risque un pourcentage forfaitaire de fonds propres, ou pour l'approche interne qui vise à pallier au problème de la rigidité de la méthode standard en développant un modèle propre à chaque institution financière. Cependant, une refonte de l'accord devient inévitable afin d'appréhender de manière plus exhaustive l'ensemble des risques encourus. Ainsi, le comité Bâle a publié en 2004, une version du nouvel accord de Bâle.

Connu sous le nom de Bâle II, ce dispositif repose sur trois piliers complémentaires:

- L'exigence de fonds propres;
- la procédure de surveillance prudentielle;
- La discipline du marché.

I.2.1. Pilier 1: Exigence minimale en fonds propres

Le premier pilier concerne l'exigence minimale en fonds propres. Le traitement du risque de marché reste inchangé. Le traitement du risque de crédit est revu en profondeur⁶. Cette exigence fait passer le ratio de Cook à un ratio nommé ratio de McDonough. Ce ratio maintient inchangé à 8% le niveau des fonds propres réglementaires couvrant les risques encourus. En revanche, un calibrage du risque en fonction de sa qualité est exigé. A cet effet, on introduit la prise en compte des risques opérationnels en complément du risque de crédit ou de contrepartie et des risques de marché. Le Nouvel Accord affine donc l'accord de 1988 et impose aux établissements financiers de détenir un niveau de fonds propres adéquat avec les risques encourus.

$$\text{Ratio McDonough} = \frac{\text{Fonds propres réglementaires}}{\text{risques de crédits} + \text{risques de marché} + \text{risques opérationnels}}$$

Où :

- risque de crédit = Actifs pondérés par les risques
- risque de marché = capital exigé pour la couverture du risque marché*12,5.
- risque opérationnel = capital exigé au titre du risque opérationnel *12,5.

Il existe différentes méthodes pour calculer les fonds propres requis au titre de chacun de ces risques. Le schéma suivant présente ces méthodes:

⁶Trois méthodes sont désormais disponibles pour mesurer le risque de crédit (voir Figure1)

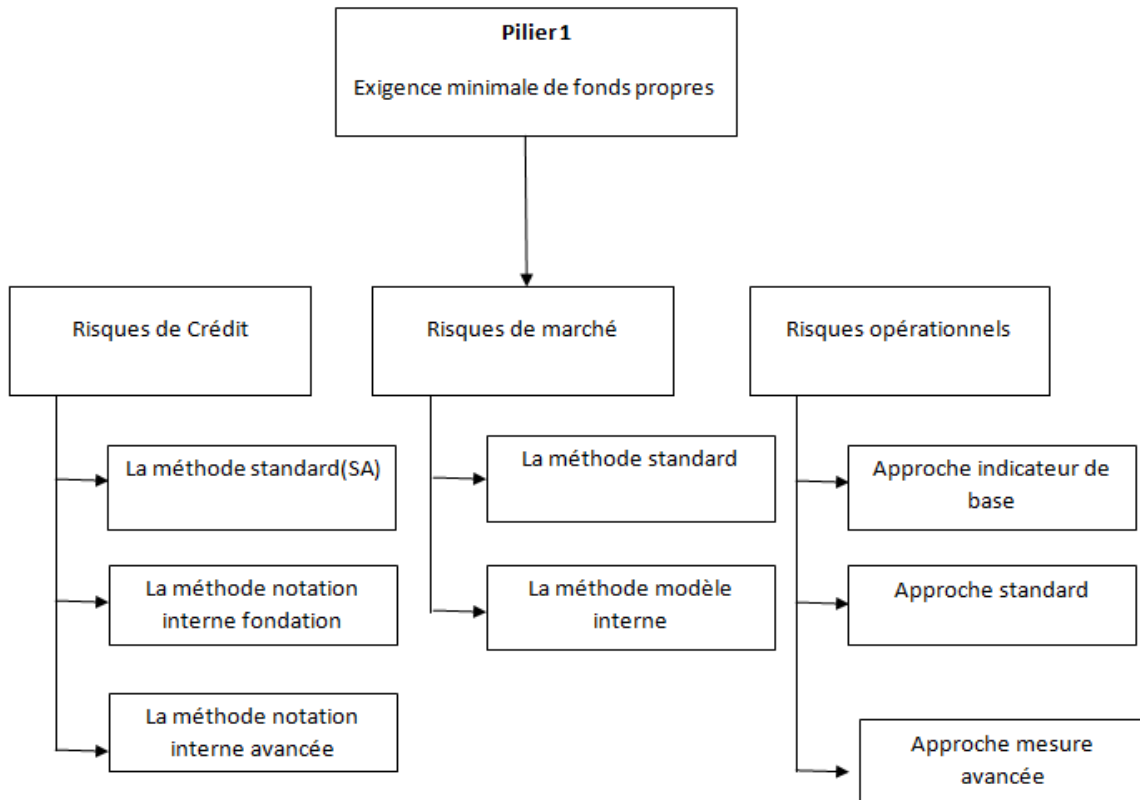


Figure 1. Exigence minimale en fonds propres

I.2.2. Pilier 2: Processus de surveillance prudentielle

Ce second pilier repose sur quatre principes:

- **Principe1** :La banque doit disposer d'un processus d'adéquation des fonds propres. En effet, les banques sont amenées à développer une procédure permettant d'évaluer l'adéquation entre le couple *fonds propres/profil de risque* et de veiller sur le maintien du niveau espéré des fonds propres.
- **Principe2**:Les autorités de contrôle apprécient qualitativement le processus d'adéquation des fonds propres. Cela se fait concrètement par l'évaluation des mécanismes internes d'appréciation du niveau de fonds propres au moyen des examens par des inspecteurs externes.
- **Principe3**: Les exigences en fonds propres peuvent être supérieures à celles définies par le pilier 1. Ainsi, les banques sont maintenues à détenir des fonds propres au-delà des ratios réglementaires.
- **Principe4**: Des mesures rapides de correction doivent être entreprises. Plus précisément, les autorités de contrôle s'engagent à intervenir rapidement afin d'empêcher que les fonds propres ne soient inférieurs au minimum réglementaire.

Ceci-dit, le pilier 2 a un double objectif : d'une part, inciter les banques à développer des modèles internes de gestion de leurs risques et de leur niveau de fonds propres et, d'autre part, permettre aux autorités de régulation de majorer les exigences de capital réglementaire en cas de nécessité.

Cette nécessité doit s'appliquer de deux façons :

- Le Backtesting : la banque doit prouver la validité de ses méthodes statistiques sur des périodes assez longues (5 à 7 ans).
- Le Stresstesting : La banque doit prouver, lors de simulations de situations extrêmes, la validité de ses fonds propres en cas de crise économique. Le régulateur pourra en fonction de ces résultats imposer la nécessité de fonds propres supplémentaires.

I.2.3. Pilier 3: La discipline du marché

Ce pilier a pour objectif de standardiser les pratiques, de les rendre transparentes, ainsi que d'améliorer la communication financière en insistant sur la publication, par les banques, d'informations quantitatives et qualitatives. Ceci vise à l'amélioration de la gouvernance en matière de gestion des risques ainsi que l'émulation entre les établissements quant à la qualité de leur processus et leur outil de pilotage interne.

I.3. Le passage de Bâle II à Bâle III

La crise a mis en exergue les failles du dispositif Bâle II. Nous pouvons citer, à titre d'exemple, les problèmes de liquidité, la non prise en compte du caractère systémique, la prise de risque excessive notamment par les "too big to fail", les erreurs de jugement des agences de notation et le manque de transparence.

Pour remédier à ces limites, le comité de Bâle a mis en avant, dans le cadre de l'accord de Bâle III, cinq mesures qu'on présente ci-dessous:

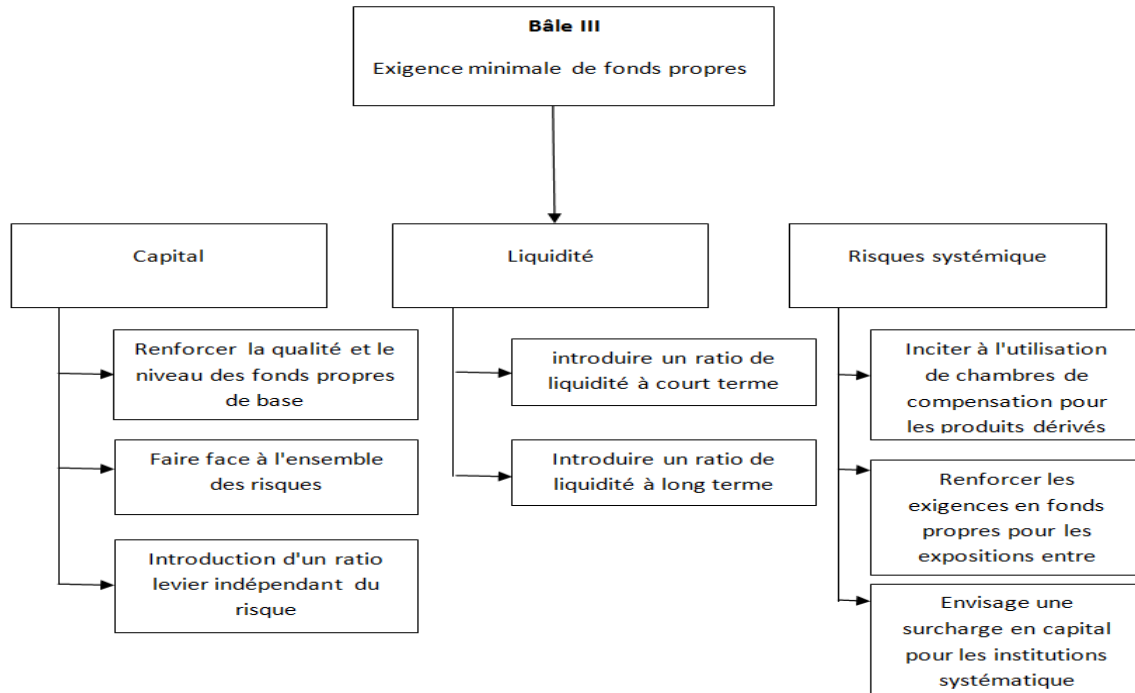


Figure 2. Architecture de Bâle III

- **Mesure1: Renforcement des qualités des fonds propres**

Il s'agit de renforcer les fonds propres en améliorant leur qualité et en relevant les ratios de solvabilité. D'une part l'amélioration de la qualité des fonds propres se fait en allouant plus de fonds propres de meilleure qualité, dite fonds propres de noyau dur, aux activités les plus risquées. D'autre part, le ratio de fonds propres durs passera d'un équivalent de 2% à 7%⁷ des actifs pondérés.

- **Mesure2: Introduction d'un " coussin contra-cyclique"**

En se basant sur les directives de Bâle III, les régulateurs nationaux fixeront un coussin contra-cyclique allant de 0% à 2,5% du capital. Constitué de résultats mis en réserve en cycle haut, il serait utilisé en cas de crise et aussitôt reconstitué en période de croissance. Ceci-dit, au-delà des exigences minimales de capital, un coussin contra-cyclique additionnel pourra être imposé à la discrétion du régulateur national s'il estime que certaines évolutions macroéconomiques augmentent le risque de chocs d'ampleur systémique⁸.

- **Mesure3: Instauration des ratios de liquidité**

⁷ relèvement à 4,5% du « core » Tier 1 et création d'un coussin de sécurité fixé à 2,5%.

⁸ Saïdane, D. (2012), « L'impact de la réglementation de Bâle III sur les métiers des salariées de banques », étude thématique de l'observatoire des métiers, des qualifications et de l'égalité professionnelle entre les femmes et les hommes dans la banque.

Facteur décisif dans la crise, la liquidité fera pour la première fois l'objet d'une réglementation harmonisée au niveau international. En effet, le Comité de Bâle a proposé la mise en place de deux ratios de liquidité:

✓ le « liquidity coverage ratio » qui est un ratio de court terme visant à obliger les banques à maintenir en permanence un stock d'actifs liquides permettant de supporter une crise aigüe pendant 30 jours.

✓ le « net stable funding ratio » (NSFR) est un ratio de long terme, en complément structurel de la norme court terme, met en regard le financement stable disponible et le financement stable nécessaire sur 1 an.

- **Mesure 4:Maîtrise de l'effet de levier**

Bâle III introduit un nouveau ratio de capital qui vise à maîtriser la croissance des bilans. Ce ratio de levier est défini par le rapport des fonds propres sur le total de bilan .Le Comité fixe ce ratio à 3% du Tier 1.

Toutefois, la simplicité du calcul du ratio de levier génère plusieurs défauts. Tout d'abord, Il ne tient compte ni de la qualité des actifs détenus ni des engagements hors-bilan. De plus, ce ratio a incité les banques américaines à titriser et à faire sortir de leur bilan les crédits qu'elles consentent, ou à prendre des opérations plus risquées. Il est totalement dépendant des méthodes comptables⁹ qui déterminent le calcul du total du bilan.

- **Mesure 5: Réduction du risque systémique**

Dans ce cadre,les banques devraient être poussées à limiter les volumes de transactions avec d'autres banques et autres institutions financières. Le portefeuille de négociation des banques devrait donc être modifié.

Les mesures envisagées dans ce sens sont:

✓ Redéfinir la VaR stressée avec incorporation d'une charge de capital.

✓ Pousser les banques à passer par la chambre de compensation pour les transactions liées aux produits dérivés.

✓ L'ajout des charges de capital supplémentaires pour faire face aux expositions aux risques de défauts ou à la dégradation de la note de certains actifs.

✓ L'incorporation du risque de corrélation entre les institutions financières et donc de contagion entre ces dernières.

⁹La généralisation du ratio nécessite l'harmonisation des différentes normes comptables(USGAAP,IFRS, référentiels nationaux)

Section2 :Réglementation marocaine relative aux exigences en fonds propres

La circulaire n° 14/G/2013 fixe les fonds propres devant être retenus pour le calcul du coefficient minimum de solvabilité des établissements de crédit. En effet, l'article 1 précise que les fonds propres sont composés de fonds propres de catégorie 1 et de fonds propres de catégorie 2. Sont de catégorie 1 les fonds propres de base et les fonds propres additionnels. Les fonds propres de base sont calculés conformément aux dispositions de la même circulaire par déduction des éléments énumérés dans l'article 8 de ceux énumérés dans l'article 9, tandis que les fonds propres additionnels comportent les éléments de l'article 18 après déductions de ceux de l'article 19.

Par ailleurs les établissements de crédit communiquent chaque semestre à Bank AL-Maghreb les états de calcul des fonds propres selon une périodicité déterminée par la BAM .Ils doivent s'assurer que les fonds propres ne sont à aucun moment inférieurs au montant du capital minimum auquel ils sont assujettis¹⁰.

Ces capitaux minimums sont précisés par l'article premier des deux circulaires n°12/G/2013 et 13/G/2013 comme suit : « *Les établissements sont tenus de respecter en permanence sur base individuelle et/ou consolidé :*

- *Un coefficient minimum de solvabilité défini comme étant un rapport minimum de 12% entre d'une part, le total de leurs fonds propres et d'autre part, le total de leurs risques de crédit, opérationnels et de marché pondérés.*

- *Un rapport minimum de 9% entre d'une part, le total de leurs fonds propres de catégorie 1 et d'autre part, le total de leurs risques de crédit, opérationnels et de marché pondérés.*

De surcroît, la circulaire n°14/G/2013 précise explicitement les capitaux minimums à constituer. Plus précisément, elle exige la constitution en permanence, sur base individuelle ou consolidée d'un coussin de conservation composé de fonds propres de base et équivalent à 2,5% des risques pondérés. Ceci dit, les établissements de crédit sont également tenus de respecter les exigences suivantes :

- *« Le montant des fonds propres de base doit, à tout moment, être au moins égal à 5,5% des risques pondérés ;*

¹⁰Article 3 de la circulaire n° 14/G/2013

- *Le montant des fonds propres de catégorie 1 doit, à tout moment, être au moins égal à 6,5% des risques pondérés ;*
- *Le montant des fonds propres de catégories 1 et 2 doit, à tout moment, être au moins égal à 9,5% des risques pondérés ».*

Le dénominateur du coefficient de solvabilité est constitué de la somme des risques pondérés. Il s'agit du risque de crédit, de marché et du risque opérationnel. Ce coefficient de solvabilité peut être calculé selon deux modèles : le modèle standard (cf. circulaire 26/G/2006) et le modèle interne (cf. circulaire 8/G/2010).

II.1. Modèle standard

Les dispositifs de la circulaire n° 26/G/2006 relative à l'approche standard prévoient l'adoption de mesures et méthodes spécifiques à chaque type de risque.

II.1.1. Risque de crédit

Le risque de crédit se définit comme étant la défaillance de l'emprunteur à rembourser une partie ou la totalité du prêt. Le montant de ce risque pondéré est calculé en multipliant les éléments d'actifs et du hors bilan pris en considération par les coefficients de pondération¹¹.

Ainsi, l'approche standard préconise l'utilisation des notations attribuées par des organismes externes d'évaluation du crédit(OEEC) pour déterminer les pondérations au titre du risque de crédit. La liste des organismes habilités à octroyer les notations est établie par BAM.

Une liste exhaustive des actifs et pondérations pris en compte dans le calcul du montant du risque de crédit est édictée par les dispositions des articles 11 à 18 de la circulaire n°26/G/2006 et complétée par celles de l'article 11 de la circulaire n°13/G/2013.

II.1.2. Risque de marché

L'article 48 de la même circulaire définit le risque de marché comme suit :

« Les risques de marché sont définis comme les risques de pertes liés aux variations des prix de marché. Ils recouvrent :

- *Les risques relatifs aux instruments inclus dans le portefeuille de négociation ;*
- *Le risque de change et le risque sur produits de base encourus pour l'ensemble des éléments du bilan et du hors-bilan, autres que ceux inclus dans le portefeuille de négociation. »*

¹¹Article 5 de la circulaire n° 26/G/2006

En effet, on entend par portefeuille de négociation les positions sur instruments financiers et produits de base détenues à des fins de négociation ou dans le but de couvrir d'autres éléments du portefeuille de négociation. Ces instruments financiers doivent être libres de clauses restreignant leur négociabilité ou doivent pouvoir bénéficier d'une couverture intégrale afin d'être intégrés dans le calcul des fonds propres réglementaires.

Le risque de marché comprend les six catégories de risques suivantes :

- Risque de taux d'intérêt ;
- Risque de positions sur titres de propriété (risque actions) ;
- Risque de change ;
- Risque sur produits de base ;
- Risque sur options ;
- Risque sur dérivés de crédit.

Sont distingués le risque général et le risque spécifique relativement au risque de taux et au risque de positions sur titres de propriété. Le risque général désigne le risque lié aux variations générales de marché (fluctuation du niveau des taux d'intérêt ou mouvement général du marché des actions). Le risque spécifique dépend quant à lui de l'établissement lui-même.

Par ailleurs, selon l'article 5 de la circulaire n°26/G/2006, le montant des risques de marché pondérés est obtenu en multipliant par 12,5 l'exigence en fonds propres relatifs à ces risques.

En effet, le calcul des fonds propres relatifs au risque de marché est précisé dans les articles 48 à 55 de la circulaire n° 26/G/2006, selon chaque type de risque faisant partie du risque de marché.

II.1.3.Risque opérationnel

L'article 56 de la circulaire n°26/G/2006 définit le risque opérationnel par : « *le risque de pertes résultant de carences ou de défaillances inhérentes aux procédures, au personnel et aux systèmes internes ou à des événements extérieurs. Cette définition inclut le risque juridique, mais exclut les risques stratégiques et de réputation.* »

Ainsi, en se référant à l'article 5 de la circulaire n° 26/G/2006, le montant des risques opérationnels pondérés est déterminé en multipliant l'exigence en fonds propres au titre des risques en question par 12,5.

En effet, L'approche standard préconise d'utiliser une des trois méthodes ci-dessous pour calculer les fonds propres au titre du risque opérationnel :

- Approche indicateur de base ;
- Approche standard ;
- Approche standard alternative.

Ces trois méthodes sont explicitées dans les articles 58,59 et 62 de la même circulaire.

II.2.Modèle interne

Les dispositifs de la circulaire n° 8/G/2010 relative à l'approche interne prévoient l'adoption de l'approche notation interne pour le risque crédit, l'approche modèle interne pour le risque de marché et l'approche mesure avancée pour le risque opérationnel.

II.2.1.Risque de crédit

Dans le cas de risque de crédit, l'approche interne se base sur l'estimation et le calcul des paramètres de risque suivants : la probabilité de défaut, la perte en cas de défaut, le facteur de conversion et la maturité. Deux variantes sont possibles : une approche dite « fondation » où seule la probabilité de défaut est estimée par l'établissement de crédit et une approche dite « avancée » où tous les paramètres sont estimés par l'établissement.

Les expositions du portefeuille au risque crédit sont classés selon six catégories : emprunteurs souverains, établissement de crédit, entreprises, clientèle de détail, actions, autres actifs ne correspondant pas à des créances. La catégorie entreprises est réparties par taille et par financements spécialisés, tandis que la catégorie « clientèle de détail » comprend trois sous-catégories énumérées par l'article 17. Seule l'approche dite-fondation est utilisée pour cette dernière catégorie, tandis que les deux approches : approche « fondation » et approche « avancée » peuvent être adoptées pour les catégories d'exposition « entreprise », « emprunteurs souverains » et établissement de crédit.

Tous les établissements appliquant l'approche notations internes sont tenus de calculer les pertes inattendues selon les dispositions des articles 24-40. En effet, Les établissements de crédit calculent les actifs pondérés relatifs aux risque crédits sur les catégories : emprunteurs souverains, établissements de crédit et entreprises et sur la catégorie clientèle de détail selon les dispositifs de la même circulaire¹².

Quant aux actifs pondérés relatifs aux expositions sous forme d'actions, l'une des trois méthodes précisées dans l'article 29 peut être utilisée.

¹² Selon les formules figurant dans la partie A et partie B de l'annexe 2 de la circulaire n°8/G /2010

De même, Les établissements appliquant l'approche notations internes sont tenus de calculer les pertes attendues selon les dispositions des articles 41- 49. L'article 41 réglemente le traitement de pertes attendues pour les expositions sur les emprunteurs souverains, les établissements de crédit, les entreprises et la clientèle de détail, le traitement pour les expositions en défaut ainsi que le traitement pour les expositions qui font objet d'un traitement du double défaut.

Les établissements qui utilisent les approches notations internes sont tenus de respecter les exigences qualitatives et quantitatives visées aux articles 58-94. En effet, les dispositifs de la circulaire exigent la révision du système de notation interne, la constitution d'une documentation et les conditions nécessaires pour le passage aux approches internes fondation ou le passage à l'approche internes avancée.

Pour les exigences quantitatives, les établissements procèdent aux estimations de leurs paramètres de risque, à savoir la probabilité de défaut, la perte en cas de défaut et le facteur de conversion, par échelon ou catégorie de notation majorée par une marge de prudence en se basant , soit sur l'historique des défauts observés en interne, soit aux données externes, d'un OEEC éligible.

II.2.2. Risque de marché

Les établissements de crédit peuvent être autorisés à utiliser l'approche modèle interne pour calculer les exigences en fonds propres au titre du risque général de marché, s'ils pratiquent l'approche modèle interne avant la demande d'autorisation et s'ils satisfont les exigences minimales visées aux articles 101 à 106.

Les établissements qui utilisent l'approche modèle interne au titre du risque général de marché sont tenus de calculer leurs exigences en fonds propres en considérant la valeur la plus élevée entre la VaR totale du jour ouvrable précédent et la moyenne des VaR totales quotidiennes sur les soixante jours ouvrables précédents, à laquelle il est appliqué un facteur de multiplication majoré par un facteur complémentaire.

Bank Al Maghreb peut demander aux établissements de calculer une stressed VaR ainsi que des exigences supplémentaires en fonds propres au titre de cette mesure.

II.2.3. Risque opérationnel

Les établissements de crédit peuvent utiliser une approche par mesure avancée pour calculer les exigences en fonds propres au titre des risques opérationnels tels qu'ils sont définis par l'article 114. L'application de cette approche est conditionnée par les exigences qualitatives et quantitatives énumérés dans les articles 115 à 121.

Les établissements qui adoptent l'AMA ne peuvent plus revenir à l'approche indicateur de base ou aux approches standards à moins que Bank AL Maghrib n'ait retiré son autorisation pour l'application de la première approche.

Conclusion

Nous avons présenté tout au long de ce chapitre le dispositif prudentiel en matière des exigences des fonds propres. Ainsi, nous avons consacré une première section pour mettre en évidence l'évolution des accords de Bâle. Le passage de Bâle I à Bâle II et par la suite à Bâle III visait à prendre en considération l'évolution de la typologie des risques dans l'élaboration des recommandations établies par le comité de Bâle.

L'apport majeur de Bâle II, par rapport à Bâle I réside dans l'introduction d'un nouveau ratio de solvabilité à savoir le ratio de McDonough qui intègre en plus du risque marché et risque crédit, un nouveau type de risque, nommé risque opérationnel. L'accord de Bâle II repose également sur deux autres piliers : le pilier 2, soit le processus de surveillance prudentielle qui vise à mettre en place un processus de supervision prudentielle plus élaboré et le pilier 3, à savoir la discipline efficace du marché ayant pour objectif d'améliorer la transparence en matière de gestion de risque vis-à-vis des investisseurs et des déposants.

Nous avons présenté dans le paragraphe 3 de la même section un aperçu du dernier accord dit Bâle III. Suite aux multiples crises qui ont bouleversé la sphère financière, cet accord impose des exigences plus strictes en insistant sur la qualité des fonds propres, et en introduisant un " coussin contra-cyclique". De plus, un ratio de liquidité a été instauré afin d'obliger les banques à détenir une part d'actifs liquides. Le risque systémique fait également l'objet des recommandations du comité Bâle en proposant de limiter le volume de transaction entre institutions financières.

Dans une deuxième section, nous avons présenté une synthèse des textes réglementaires relatifs à la réglementation marocaine en matière de gestion des fonds propres. En effet, les dispositifs des circulaires n°12/G/2013, n°13/G/2013 et n°14/G/2013 déterminent le coefficient minimum de solvabilité que les établissements financiers sont tenus de respecter. Ce coefficient peut être calculé par le modèle standard (circulaire n 26/G/2006) ou par le modèle interne (circulaire 8/G/2010).

Afin de compléter ce cadre réglementaire, nous présenterons dans le chapitre suivant les fondements théoriques des différentes méthodes avancées de la quantification du risque marché.

Chapitre II - Présentation et méthodologie du modèle de pilotage des fonds propres économiques

Introduction

Conformément aux dispositions législatives et réglementaires en matière de développement des modèles internes d'évaluation des risques, et afin d'éviter les inconvénients des accords de Bâle, la Caisse de Dépôt et Gestion veut se doter d'un modèle de pilotage des fonds propres qui prend en considération ses spécificités, et en particulier sa mission d'investisseur de long terme.

Le modèle de pilotage est un outil de pilotage stratégique des fonds propres de la CDG qui permet d'identifier d'une manière claire et saine les marges de manœuvres de l'établissement afin d'assurer les missions d'intérêt général.

Ce modèle vise à mesurer la solvabilité et la solidité de la CDG dans une perspective pluriannuelle. Ainsi, Ce dispositif évalue le gap entre le besoin en fonds propres économiques et les fonds propres disponibles sur cinq ans. En effet, le besoin en fonds économiques est déterminé par le total des fonds propres qui permettent de couvrir tous les risques financiers, alors que le montant des fonds propres disponibles résulte de la déduction de l'actif économique du passif économique.

Dans ce chapitre, nous exposerons dans une première section les caractéristiques du modèle de pilotage des fonds propres économiques de la CDG. Ce modèle présente la particularité de piloter les fonds propres économiques par un corridor de solvabilité sur un horizon quinquennal au lieu d'un ratio annuel de solvabilité. La détermination des trois seuils de ce corridor, à savoir le seuil réglementaire, le seuil de surveillance et la cible nécessite la mise en œuvre d'une méthodologie spécifique que nous développerons dans la deuxième section.

Section 1 : présentation du modèle de pilotage des FPE

I.1. Finalité du modèle

Le modèle de pilotage vise à mesurer la solvabilité et la solidité financière de la CDG dans une perspective pluriannuelle. Son but est de mesurer un corridor de solvabilité sur cinq ans, la durée d'un cycle économique, ainsi que de disposer de seuils d'exigences en FP permettant de prévenir la direction en cas d'insuffisance de capitaux propres et de proposer par la suite des scénarios de rééquilibrage.

En effet, le corridor de solvabilité se compose de trois niveaux de FP :

- **Le seuil réglementaire** : qui correspond aux exigences en FP calculée de façon réglementaire. Il s'agit du seuil minimal du corridor qui est destiné à couvrir les risques financiers et opérationnels de la CDG.

- **Le seuil de surveillance** : ce seuil est destiné aussi à couvrir les risques financiers et opérationnels de la CDG mais en cas de choc sur le marché financier.

- **La cible** : qui correspond à un niveau d'exigences élevées puisqu'il est destiné à couvrir les risques financiers, opérationnels et stratégiques auxquels la CDG est exposée. En effet, ce seuil permet de couvrir le risque d'un choc global sur le marché financier et les activités réelles impactant les filiales et participations non financières.

Les risques stratégiques auxquels la CDG est exposé son activité sont définis comme suit :

« L'ensemble des risques liés aux choix stratégiques du Groupe CDG et à la dégradation de l'environnement économique et politique national et internationale qui relèvent principalement de la sphère réelle. Les risques stratégiques comprennent les risques suivants : risque économique, risque concurrentiel, risque sectoriel, risque de choix d'investissement, risque de pilotage stratégique, risque politique/pays, risque environnemental, risque de gouvernance. »¹³

Ce modèle permettra donc à la CDG de déterminer les seuils des FP en fonction des niveaux de risques auxquels elle est exposée et de les comparer avec les fonds propres disponibles.

¹³Documentation interne de la CDG

I.2. Points forts du modèle

Le modèle de pilotage a le mérite d'être bien adapté aux particularités ainsi qu'aux métiers de la CDG. En effet, la réglementation marocaine exige à la CDG de disposer du même ratio de solvabilité que les établissements bancaires. Or, la CDG ne peut être assimilée à une banque de par sa mission fondamentale : canaliser l'épargne vers les emplois les plus productifs. Etant le premier investisseur institutionnel du royaume, la CDG doit arriver à un compromis entre le niveau des fonds propres nécessaires et le niveau d'investissement espéré. La réglementation, étant standard, ne permet pas de réaliser cet équilibre et dans la plupart du temps surestime ce besoin en fonds propres et entrave ainsi la capacité d'investissement.

De surcroît, ce modèle permet un pilotage par un corridor de solvabilité sur un horizon quinquennal, et non pas un ratio de solvabilité annuel. En effet, le modèle prend en considération la dimension d'investisseur de long terme de la CDG qui participe à la croissance de l'économie, contribue au financement des entreprises et assure des missions d'intérêt général. Chose qui n'est pas prise en compte par la réglementation qui exige un ratio de solvabilité annuel abstraction faite des spécificités des investisseurs institutionnels.

De plus, le modèle permet une analyse plus fine des risques financiers du moment qu'il utilise les meilleures méthodes pour les modéliser et pour les apprécier. Outre cela, il permet de quantifier le besoin en FP en cas de réalisation des risques en question à travers les seuils du corridor de solvabilité.

Le pilotage des fonds propres par un corridor de solvabilité dans une perspective d'un cycle économique permet également d'éviter les comportements pro-cycliques, puisque le modèle autorise à la CDG des variations de FP à l'intérieur du corridor de solvabilité tout en tenant compte du cycle économique et de l'évolution du marché. A titre d'exemple, vu la structure de leurs bilans économiques, les investisseurs institutionnels, peuvent conserver leurs actifs, voire renforcer leurs activités économiques pendant les périodes de crise pour, in fine, jouer le rôle contra-cyclique en terme de financement de l'économie.

Enfin, le modèle de pilotage offre une totale sécurité aux fonds propres de la CDG étant donné qu'il permet de suivre leur évolution rigoureusement et de tirer la sonnette d'alarme en cas d'insuffisance de ceux-ci.

I.3. Seuils d’alerte et zones de risques

Le corridor de solvabilité présenté par le modèle de pilotage est composé de trois seuils : le seuil réglementaire, le seuil de surveillance et la cible. Par conséquent quatre zones de risques sont à distinguer : une zone très risquée, une zone risquée, une zone confortable et une zone très confortable.

Le schéma¹⁴ ci-dessous présente les seuils d’alertes et zones de risques :

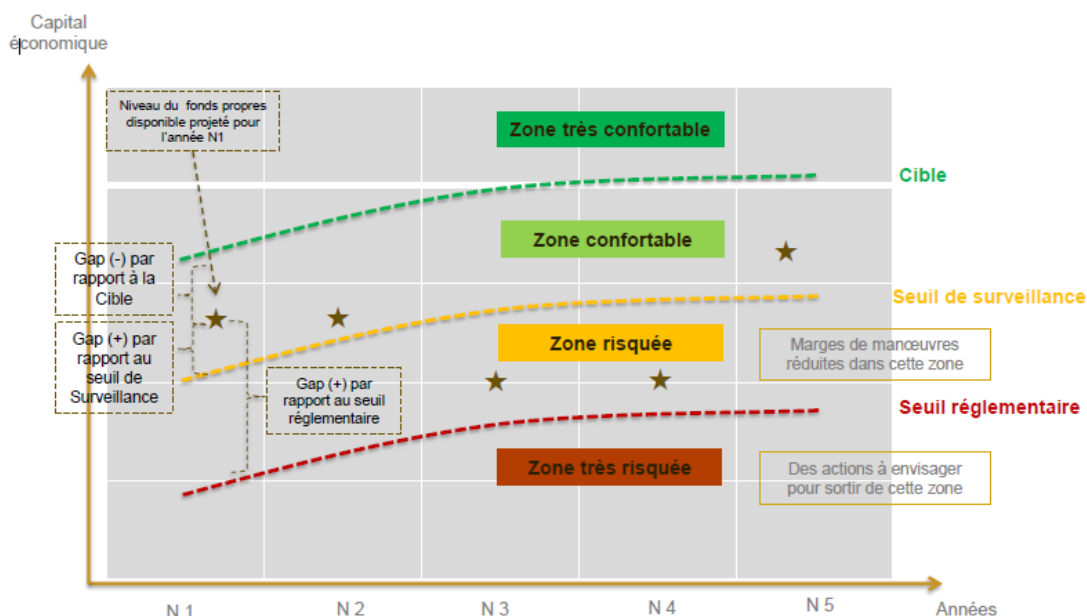


Figure 3. Zones de risques du modèle de pilotage

Pour une année donnée, si les fonds propres projetés sont inférieurs au seuil réglementaire, alors des mesures obligatoires sont à prendre pour sortir de cette zone très risquée. En l’occurrence, les autorités doivent être prévues puisque des fonds propres économiques inférieurs à ce seuil, mettent la solvabilité, voire l’existence de l’établissement en question. De même, les marges de manœuvres sont, relativement réduites dans le cas où les fonds propres projetés sont délimités entre le seuil réglementaire et le seuil de surveillance.

Par contre, si la projection donne lieu à des fonds propres se situant entre le seuil de surveillance et la cible, la mesure à prendre serait de se maintenir dans cette zone confortable, ou voire d’essayer de se positionner au-dessus de la cible, dans une zone très confortable qui représente un niveau élevé d’exigences en FP.

¹⁴Documentation interne de la CDG

Pour conclure, plus le niveau des FP est élevé, plus l'établissement présente des gages de solidité.

I.4. Niveau d'exigence du modèle en fonds propres

Les fonds propres exigés pour la couverture des risques dépendent des seuils du modèle, à savoir : le seuil réglementaire, le seuil de surveillance et la cible. En effet, ces seuils sont déterminés par ordre croissant. Plus précisément, le besoin en FP pour couvrir les risques inhérents à l'activité de l'établissement augmente en passant d'un seuil à l'autre.

Par ailleurs, les FP exigés par le seuil réglementaire, permettant de couvrir les risques financiers et opérationnels, sont déterminés par une approche standard. Tandis que ceux exigés par le seuil de surveillance et la cible sont déterminés par des approches avancées. Nous rappelons que le seuil de surveillance est destiné à couvrir les risques financiers et opérationnels en cas de choc sur le marché financier et que la cible est destinée à couvrir les risques financiers, opérationnels et stratégiques en cas de choc global sur le marché financier et les activités réelles impactant les filiales.

Ainsi, chaque seuil est déterminé selon une approche qui tient compte des types ainsi que de l'étendue des risques couverts par chaque seuil du corridor, ce qui offre une totale sécurité aux fonds confiés à la CDG.

I.5. Pilotage dynamique des fonds propres

Le modèle de pilotage permet un suivi rigoureux des fonds propres disponibles à travers le corridor de solvabilité composé des trois seuils : réglementaire, de surveillance et la cible.

Ces seuils évoluent en fonction de l'activité du cycle économique s'étendant sur cinq ans. En effet, en période de ralentissement de l'activité, le seuil réglementaire baisse, tandis que le seuil de surveillance et la cible augmentent puisque le niveau du risque est élevé et le besoin en FP l'est aussi.

Par contre, en période de relance de l'activité, le seuil réglementaire augmente, alors que les seuils de surveillance et la cible baissent en raison de l'atténuation des risques. Pendant cette période, les FP disponibles sont renforcés.

Par conséquent, les trois seuils s’ajustent à l’activité du cycle économique. En effet, le seuil réglementaire évolue dans le même sens que l’activité du cycle, tandis que le seuil de surveillance et la cible évoluent dans le sens inverse du cycle.

Le schéma¹⁵ suivant récapitule la notion de pilotage dynamique des fonds propres :

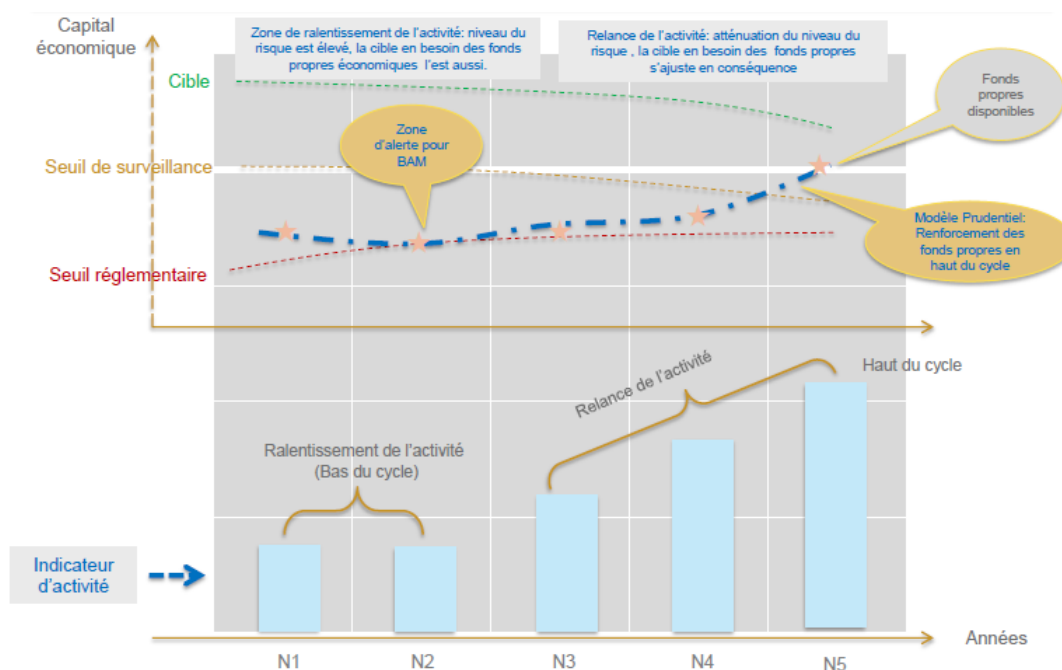


Figure 4. Pilotage dynamique des FP

I.6. Périmètre d’analyse du modèle

Le modèle de pilotage offre une analyse plus fine et détaillée des risques majeurs encourus par la CDG. En effet, les méthodes d’évaluation des risques dépendent du type et de la nature de ceux-ci. Trois catégories de risques sont alors à distinguer : les risques stratégiques, les risques opérationnels et les risques financiers.

Certes, ces trois familles de risques sont inhérents à l’activité de la CDG EP, mais nous nous restreindrons dans le cadre de notre étude aux risques financiers, en l’occurrence le risque : marché. Celui-ci fera l’objet d’études plus détaillées dans le prochain chapitre. Néanmoins, ce risque est évalué par des méthodes avancées et développées en interne (la Value at Risk) permettant ainsi de quantifier le besoin en FP pour couvrir le risque en question.

¹⁵Documentation interne de la CDG

Toutefois, pour le risque marché mesuré par l'approche VaR, le calcul du besoin en FP répond à un objectif de mesure des pertes très exigeant. Cette exigence est justifiée par le fait que le modèle de pilotage se veut un modèle qui assure la solvabilité et la solidité financière de la CDG.

Section 2 : Méthodologie de la mise en place du modèle de pilotage des FP

La mise en place du modèle de pilotage se déroule en cinq étapes :

II.1. Détermination du cadre macroéconomique sur cinq ans

Comme le modèle de pilotage s'inscrit dans une logique pluriannuelle et plus précisément quinquennale, alors il est nécessaire de développer le cadre macroéconomique global dans lequel va évoluer les activités du groupe CDG sur les cinq prochaines années. Il s'agit de l'évolution des indicateurs économiques tels que : l'inflation, les indices boursiers, les taux d'intérêt, le taux de croissance économique et l'évolution des activités sectorielles, notamment dans les secteurs suivants: Immobilier, tourisme, Industrie, marché financier, assurance...

II.2. Projection des principaux postes du bilan

Après avoir formulé les hypothèses de l'évolution du cadre macroéconomique sur un horizon quinquennal, cette étape consiste à projeter les bilans de la CDG EP, des filiales financières ainsi que celles non financières.

II.3. Détermination de l'exposition du groupe sur cinq ans

Il s'agit de consolider l'ensemble des expositions afin de produire le tableau multidimensionnel de l'exposition globale de la CDG. La consolidation se fait pour la CDG EP, les filiales financières et les filiales non financières.

Le tableau suivant présente un exemple du TMEG de la CDG EP :

| CDG EP | | | | | | |
|--------------------------------|--------------------------|-----------|----------------------|-----------|---------------------|--------------------------|
| Détenteurs/ nature du titre | Portefeuille obligataire | | Portefeuille actions | | Prêts et avances | Foncier et immobilier |
| | Investissement | Placement | Participation | Placement | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Tableau 1. TMEG de la CDG EP

II.4. Formulation des hypothèses des stress tests

Il s'agit de formuler les hypothèses des stress tests afin de déterminer les deux seuils : de surveillance et la cible. Le seuil de surveillance s'obtient à partir de la simulation de chocs sur le marché financier. Plusieurs chocs peuvent être simulés dans ce sens tels un choc sur le marché boursier, sur les taux d'intérêt ou encore sur la liquidité du marché interbancaire. Alors que le seuil d'exigence élevé en FP à savoir la cible, s'obtient à partir de la simulation de choc global sur le marché financier et sur les risques stratégiques. Les chocs stratégiques peuvent représenter un choc sur le secteur immobilier, sur le secteur touristique ou encore sur l'activité économique globale.

II.5. Détermination du corridor de solvabilité

Cette dernière étape permet de dégager les seuils d'alertes du modèle de pilotage. En effet, ces seuils s'obtiennent à travers un moteur de calcul qui englobe tous les calculs relatifs à leurs estimations. Ainsi, les FP destinés à couvrir les risques financiers, autrement dit les risques : marché, crédit, taux, liquidité sont déterminés par l'approche interne, où l'organisme développe lui-même des modèles pour quantifier chacun de ces risques. Cependant, ces modèles doivent être validés par le régulateur. Dans le cas Marocain, ils doivent être validés par Bank Al Maghrib.

Ainsi, l'approche modèle interne préconise d'utiliser :

- l'approche Notation Interne pour le risque de crédit.
- l'approche du modèle interne pour le risque de marché.

- l'approche par mesure avancée pour les risques opérationnels¹⁶.

Pour les risques de taux et liquidité, un travail de recherche doit être mené pour arrêter les approches et méthodes de calcul.

La quantification des risques stratégiques passe d'abord par l'analyse de l'activité des principales filiales de la CDG et de déterminer les risques stratégiques à traiter. En effet, la détermination des FP destinés à couvrir les risques stratégiques passe par les étapes suivantes :

1) Choix du périmètre d'analyse : ce périmètre est composé des principales filiales de la CDG.

2) Analyse des business plans : cette analyse concerne les filiales non financières de la CDG. Cette analyse s'accompagne d'un examen du contexte général des filiales choisies.

3) Détermination des facteurs de risques : cette détermination se fait par type d'actifs.

4) Affectation des facteurs de risques : les facteurs de risques sont affectés par sous-familles de risques stratégiques tels que les risques relevant du secteur immobilier ou du secteur touristique.

5) Quantification des pertes potentielles : cette étape permet de quantifier les besoins en fonds propres économiques au titre des risques stratégiques.

¹⁶ Voir l'article 114 de la circulaire N° 8/G/2010

Conclusion

Le modèle de pilotage des FP est un outil de pilotage et de suivi des fonds propres de la CDG. En effet, il permet de mesurer la solvabilité et d'apprécier la solidité financière de la CDG sur un horizon quinquennal. De surcroît, il permet de prendre en considération les spécificités du groupe, en particulier, sa mission d'investisseur institutionnel de long terme.

Ainsi, la première section a été consacrée à la présentation du modèle notamment sa finalité, ses points forts, ses seuils d'alertes et le niveau d'exigences en FP. Tandis que la deuxième section a été dédiée à la méthodologie de la mise en place du dispositif de pilotage des FP, qui repose sur cinq grandes étapes.

Faute de temps, l'objet de notre PFE consiste à quantifier le risque marché du portefeuille de titres de la CDG. Par conséquent, le chapitre suivant portera sur la théorie relative à la quantification du risque marché.

Chapitre III - Quantification du risque marché

Introduction

Le développement et l'accroissement de la volatilité des marchés financiers ainsi que la multiplication des krachs financiers dans les années 80 et surtout dans les années 90 ont suscité les théoriciens et les opérationnels à rechercher des indicateurs synthétiques pour une bonne maîtrise des risques financiers.

Dans ce contexte, la VaR s'est imposée comme l'une des mesures du risque de marché les plus utilisées. Elle est le modèle de référence adopté par les institutions financières pour quantifier le risque marché. En effet, c'est un outil d'aide à la décision pour l'investisseur: si la perte probable est jugée trop élevée, il pourra soit prendre une position courte i.e. vendre une partie des titres présents dans le portefeuille, soit prendre des mesures de couverture du portefeuille lui permettant de réduire le risque global auquel il fait face.

Outre son rôle dans la gestion du risque marché, la Value at Risk présente d'autres utilités à savoir l'évaluation des performances, le choix optimal de placement et la quantification d'autres risques. On s'intéressera dans ce chapitre à la VaR comme outil de quantification du risque marché. Ceci-dit, nous aborderons la section 1 de ce chapitre par une définition mathématique de la Value at Risk, suite à laquelle nous exposerons brièvement les différentes approches de son calcul. En dernier lieu, nous discuterons des avantages et limites de la VaR.

Par ailleurs, il existe plusieurs méthodes de calcul de la Value at Risk, classiques et conditionnelle (simulation historique, simulation de Monte-Carlo, méthode matrice variance covariance, GARCH, CVAR . . .) qui présentent toutes des avantages et inconvénients. Ainsi, les trois dernières sections du présent chapitre seront consacrées à la présentation des approches théoriques des trois principales méthodes du calcul de la VaR, à savoir la méthode paramétrique, la méthode Variance-Covariance et la méthode Monte Carlo. Nous représenterons les hypothèses de base et le fondement théorique de chaque approche avant de discuter des avantages et les limites spécifiques à chaque approche.

Section 1. La VaR en théorie

I.1. Définition

« D'après A. Louis Calvet (2000), la VaR d'un portefeuille d'actifs financiers correspond au montant de pertes maximales sur un horizon de temps donné, si l'on exclut un ensemble d'évènements défavorables (worst case scénarios) ayant une faible probabilité de se produire»¹⁷.

Ainsi, la Value at Risk d'un actif financier ou d'un portefeuille d'actifs est la perte maximale attendue par une institution financière ou un investisseur, mesurée en unité monétaire sur une période et à un niveau de confiance donnés, sous les conditions normales du marché¹⁸.

La VaR d'un actif ou d'un portefeuille dépend donc de deux paramètres :

- **Le niveau de confiance** : qui peut s'élever à 95% ou 99% par exemple. Ce seuil est la probabilité que les pertes éventuelles du portefeuille ou de l'actif ne dépassent pas la Value at Risk.
- **L'horizon de temps** : C'est le temps nécessaire pour couvrir la position du portefeuille. Ce paramètre est très important car plus l'horizon est long, plus les pertes peuvent être importantes.

Ainsi, si la VaR à 24 heures et au niveau de confiance de 99% d'un portefeuille est de 2 millions de dirhams, alors on est sûr à 99% que la perte maximale du portefeuille ne dépassera pas 2 millions de Dh.

Statistiquement, la Value-at-Risk représente un quantile de la distribution des pertes et profits associée à la détention d'un actif ou d'un portefeuille d'actifs sur une période donnée. En effet, la formalisation mathématique de la VaR pour un portefeuille d'actifs est la suivante :

$$P(P_T - P_0 \leq VaR(\alpha, T)) = \alpha$$

Tel que :

- P_T est la valeur du portefeuille à l'instant T.

¹⁷FALEH,A.«Analyse comparative de modèle d'allocation d'actifs dans le plan Moyenne-Var relative». Master 2 actuariat, Université Claude Bernard Lyon 1

¹⁸ BENSNGHIR, S.« Calcul de la VaR selon l'approche historique et la théorie des valeurs extrêmes sur un fond alternatif de Dexia Asset Management ».ISUP - Promotion 2006-

- P_0 est la valeur du portefeuille à l'instant initial.
- $P_T - P_0$ représente la variation de la valeur du portefeuille entre l'instant 0 et T.

Cette variation n'est rien d'autre que la P&L du portefeuille à l'instant T qui est donnée par :

$$P \& L(0,T) = P_T - P_0$$

Ci-dessous la représentation graphique de la VaR :

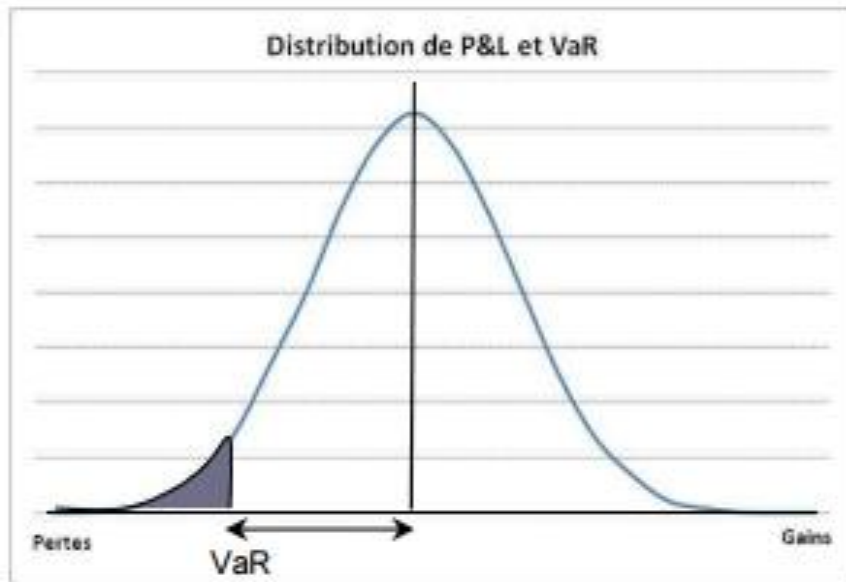


Figure 5.Représentation graphique de la VaR

La VaR possède trois propriétés majeures :

- Elle est une fonction croissante du niveau de confiance et de l'horizon de détention.

- La VaR à h jours s'obtient à partir de la VaR à k jour à travers la formule

suivante :
$$VaR_{\alpha,h} = \sqrt{\frac{h}{k}} VaR_{\alpha,k}$$

- La VaR d'un portefeuille constitué de deux actifs peut s'obtenir à partir des VaR individuelles de chaque actif par la relation suivante :

$$VaR_{\alpha,h} = \sqrt{var_{\alpha,h}^2(A_1) + var_{\alpha,h}^2(A_2) + 2\rho VaR_{\alpha,h}(A_1)VaR_{\alpha,h}(A_2)}$$

I.2. Types de VaR

On recense trois grandes méthodes de calcul de la VaR :

- **La méthode historique** : cette méthode repose sur le postulat selon lequel les évolutions futures du portefeuille seront similaires à celles du passé. C'est la méthode la plus simple à implémenter et qui ne repose sur aucune hypothèse quant à la distribution des facteurs de risques.
- **La méthode paramétrique** : cette méthode repose sur la normalité des facteurs de risques du portefeuille.
- **La méthode Monte Carlo** : c'est la méthode la plus sophistiquée du calcul de la VaR. Elle consiste à simuler plusieurs évolutions possibles du portefeuille étudié.

I.3. Avantages et inconvénients de la VaR

La VaR, en tant que mesure de quantification du risque marché comporte plusieurs avantages :

- Les mesures traditionnelles relatives aux risques telles que l'écart-type ou le degré de sensibilité donnent simplement une information sur l'écart entre le rendement de l'actif et sa moyenne ou la variation du prix de l'actif suite aux fluctuations du marché. Par contre, la VaR donne une perception de l'envergure des pertes possibles dans un horizon de temps et avec une probabilité donnée.
- La VaR est une mesure standard du risque marché. En effet, c'est un indicateur qui permet d'évaluer le risque marché d'un portefeuille abstraction faite des actifs qui le composent.
- La VaR tient en considération les corrélations existantes entre les différents actifs composant le portefeuille. Elle donne ainsi une meilleure évaluation du risque marché.
- La VaR est facile à interpréter par les institutions financières.

Malgré ses nombreux avantages, la VaR présente aussi certaines limites :

- Tous les modèles VaR reposent sur des hypothèses simplificatrices qui sont souvent contestés dans la réalité. Par suite, les résultats sont à prendre avec réserve.
- Selon les études d'Artzner et al (1997,1999), la VaR n'est pas une mesure cohérente du risque puisqu'elle n'est pas sous-additive. Cela signifie que si l'on a un portefeuille agrégé composé de deux portefeuilles L1 et L2, alors on n'obtient pas

nécessairement $VaR(\alpha)_L \leq VaR(\alpha)_{L_1} + VaR(\alpha)_{L_2}$. Ce qui contredit la théorie de la diversification qui stipule que l'agrégation de différents actifs dans un portefeuille permet de réduire le risque.¹⁹

- Le résultat de calcul de la VaR dépend de la qualité des données historiques disponibles. Le rôle du passé apparaît immédiatement dans le cas de la VaR historique, dans les deux autres méthodes à savoir la méthode paramétrique et l'approche Monte-Carlo, il découle des modalités techniques de calcul de la VaR.

¹⁹Voir HADJ ALI.F: « Étude comparative du modèle GARCH(1,1) univarié et de la simulation historique dans les prévisions de Value at Risk et Expected Shortfall », Montréal, 21 Mars 2010, page 17.

Section 2: La VaR Paramétrique

II.1. Hypothèse de calcul de la VaR paramétrique

La méthode paramétrique dite VaR analytique ou aussi VaR variance/covariance part de l'hypothèse que la distribution des rendements des facteurs de risque ou des prix des actifs composant le portefeuille possède une distribution normale. Cette méthode est la plus adaptée pour les portefeuilles largement constitués des instruments linéaires²⁰. La vérification de l'hypothèse de normalité peut se faire au moyen de plusieurs tests à savoir le test de Jarques-Bera ou celui de Shapiro-Wilk.

Cette méthode suppose également, la linéarité entre les facteurs et la valeur du portefeuille ainsi que l'indépendance temporelle des pertes et gains du portefeuille.

II.2. Fondements théoriques de la méthode

II.2.1. Principes de base

L'estimation de la VaR est déterminée simplement en ajoutant le rendement moyen du portefeuille au produit de l'écart type du portefeuille σ et un quantile de la distribution de la loi normale pour un niveau de confiance choisi. Elle peut être calculée en pourcentage ou en valeur.

Soit P_t la valeur d'un portefeuille composé de n actifs ou de facteurs de risque à l'instant t :

De même, la valeur du portefeuille à l'instant $t+h$ est donnée par :

$$P_{t+h} = V_{t+h}^1 + V_{t+h}^2 + V_{t+h}^3 + \dots + V_{t+h}^n$$

La fonction de profit et de perte (P&L) à un horizon de h jours s'écrit donc :

$$P \& L_{(h,t+h)} = \Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t$$

Le rendement du portefeuille R_{t+h} est défini comme suit :

$$R_{t+h} = \frac{P \& L_{(t,t+h)}}{P_t}$$

²⁰Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk*, 2nd edition, John Wiley & Sons

La VaR à α %, à un horizon de h jours peut s'écrire de deux façons suivantes :

- En valeur :

$$\text{Prob}(P \& L_{(t,t+h)} < -VaR_{\alpha,h}) = \alpha$$

- En pourcentage :

$$\text{Prob}(R_{t+h} < -VaR_{\alpha,h}) = \alpha$$

Ainsi, la variation de la valeur du portefeuille entre t et t+ h peut s'écrire de la façon suivante :

$$\Delta_h P_t = V_t^1 R_{t+h}^1 + V_t^2 R_{t+h}^2 + \dots + V_t^n R_{t+h}^n$$

Cette variation devient en termes d'écriture vectorielle comme suit :

$$\Delta_h P_t = R_{t+h} * V_t^T \quad (1)$$

Avec $V_t = (V_t^1, V_t^2, V_t^3, \dots, V_t^n)$ et $R_{t+h} = (R_{t+h}^1, R_{t+h}^2, R_{t+h}^3, \dots, R_{t+h}^n)$ les vecteurs respectifs des valeurs et des rendements des actifs composant le portefeuille.

En utilisant le résultat (1), on peut conclure que l'expression de la VaR en valeur peut être donnée par :

$$\text{Prob}(R_{t+h} V_t^T < -VaR_{\alpha,h}) = \alpha$$

Par ailleurs, en admettant les deux hypothèses, celle de la multinormalité et celle de la linéarité entre les facteurs du risque et la valeur du portefeuille, on déduit que :

$$R_{t+h} \sim N(\mu, w \Sigma w^T)$$

Où :

- μ est le rendement moyen du portefeuille ;
- w est un vecteur ligne composé des poids des actifs du portefeuille ;
- Σ est la matrice de variance covariance des rendements des actifs du portefeuille

Ainsi, on peut établir le résultat suivant :

$$\text{prob}\left(\frac{R_{t+h} - \mu}{\sqrt{w \Sigma w^T}} < \frac{-VaR_{\alpha,h} - \mu}{\sqrt{w \Sigma w^T}}\right) = \alpha$$

De plus, la variation de la valeur du portefeuille $\Delta_h P_t$ suit aussi une loi normale :

$$R_{t+h} V_t^T \sim N(\mu V_t^T, V_t^T \Sigma V_t^T)$$

Par conséquent :

$$\text{prob}\left(\frac{R_{t+h} V_t^T - \mu V_t^T}{\sqrt{V_t^T \Sigma V_t^T}} < \frac{-VaR_{\alpha,h} - \mu V_t^T}{\sqrt{V_t^T \Sigma V_t^T}}\right) = \alpha$$

Or $\frac{R_{t+h} - \mu}{\sqrt{w^T \Sigma w}} \sim N(0,1)$ et $\frac{R_{t+h} V_t^T - \mu V_t^T}{\sqrt{V_t^T \Sigma V_t^T}} \sim N(0,1)$

En définitif, la VaR peut s'écrire comme suit :

- En pourcentage :

$$VaR_{\alpha,h} = Z_\alpha \sqrt{w^T \Sigma w} + \mu$$

- En valeur :

$$VaR_{\alpha,h} = Z_\alpha \sqrt{V_t^T \Sigma V_t^T} + \mu V_t^T$$

Avec Z_α est le quantile α de la loi normale standard.

La particularité de l'estimation par la méthode paramétrique consiste à introduire la matrice de variance-covariance des rendements des actifs ou des facteurs de risque dans le calcul de la VaR. L'estimation des éléments de cette matrice se fait à partir de l'historique des prix des facteurs de risques :

$$\sigma_{i,j} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_t^i - \bar{R}^i)(R_t^j - \bar{R}^j)$$

où T représente le nombre total des observations disponibles et i, j deux actifs ou deux facteurs de risque.

II.2.2. L'apport RiskMetrics : le mapping et le calcul du vecteur V_t

Le calcul de la VaR paramétrique repose sur la valorisation des actifs composant le portefeuille. Cette valorisation présente des difficultés relatives:

- Au nombre important des instruments composant le portefeuille.
- Au manque des données permettant la valorisation

L'idée de base consiste à réduire le nombre de facteurs de risques afin de faciliter la valorisation du portefeuille. Ceci se fait au moyen de la ventilation des flux générés par deux actifs en des flux générés par un ensemble de facteurs de risques standards.

La distribution des flux peut se faire selon deux modalités²¹ possibles de transformation:

✚ La première approche consiste à respecter les trois règles suivantes:

- **Conservation de la valeur actuelle** : La somme des valeurs actuelles des deux flux de facteurs de risque doit être égale à celle des flux réel de l'actif.
- **Conservation du risque** : le risque du portefeuille contenant les deux flux de facteurs de risque doit être le même que celui du flux réel de l'actif.
- **Conservation du signe** : le mapping d'une position longue doit aboutir à deux positions longues

✚ La deuxième approche repose sur les règles suivantes :

- **Conservation de la valeur actuelle.**
- **Conservation de la duration.**
- **Conservation du signe.**

Afin d'illustrer cette transformation, on considère une obligation zéro coupon de maturité 4,3 ans donnant lieu à un flux $V_{4,3}$. L'application du mapping consiste à décomposer ce cash-flow en deux flux aux instants piliers le cernant²², à savoir V_3 et V_4 de maturités respectives 3 et 4 considérés comme des facteurs de risque connus.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 1D | 1W | 1M | 3M | 6M | 1yr | 2yr | 3yr | 4yr | 5yr | 7yr | 9yr | 10yr | 20yr | 30yr |
|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|

Tableau 2. Les échéances piliers RiskMetrics

²¹SYEDOR Tristan " La value at Risk" mémoire de fin des études ,Euro institut d'actuariat,2007,page29,30,31

²² Lorsqu'un cash-flow correspond à une maturité pilier déjà existante, il est naturellement conservé tel quel

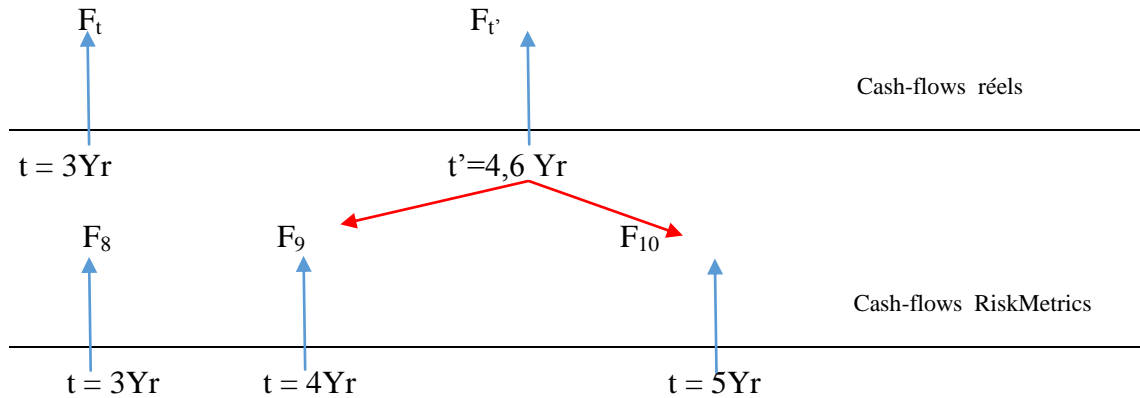


Figure 6.Exemple de mapping RiskMetrics

L'objectif de la méthode est de trouver les proportions α et $1-\alpha$ qui déterminent la répartition entre les deux flux de maturités piliers. Les étapes suivantes permettent d'y parvenir :

- **Etape 1:** Déterminer le taux d'actualisation des flux générés par une obligation zéro coupon dans 4,6 ans au moyen d'une interpolation linéaire entre les taux de valorisation y_4 et y_5 relatifs aux maturités 4 ans et 5 ans .

$$y_{4,6} = \frac{(5-4,6) * y_4 + (4,6-4) * y_5}{5-4}$$

- **Etape 2 :** Valorisation du flux réel généré par l'obligation .

$$V_{4,6,actualisé} = \frac{F_{4,6}}{(1 + y_{4,6})^{4,6}}$$

- **Etape 3 :** Calcul de la volatilité du rendement du flux réel actuel par interpolation linéaire des volatilités des rendements des flux connus :

$$\sigma_{4,6} = \sigma_4 + (4,6-4) \frac{\sigma_5 - \sigma_4}{5-4}$$

- **Etape4:** En privilégiant la première modalité de transformation des flux, nous devons chercher la proportion λ qui permet de conserver le risque :

$$variance(R_{4,6}) = variance(\lambda.R_4 + (1-\lambda)R_5)$$

Cette égalité est équivalente²³ à une équation de deuxième degré :

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

Avec :

$$a = \sigma_4^2 + \sigma_5^2 + 2 * \rho_{4,5} \sigma_4 \sigma_5$$

$$b = 2 * \rho_{4,5} \sigma_4 \sigma_5 - 2\sigma_5^2$$

$$c = \sigma_5^2 - \sigma_4^2$$

Cette équation a deux solutions , nous prendrons celle qui garantit l'hypothèse de conservation du signe de flux.

- **Etape 5:** On en déduit la répartition du flux en respectant la répartition suivante :

$$V_{4,6} = \lambda V_4 + (1 - \lambda) V_5$$

Le mapping est donc une solution permettant l'obtention d'un portefeuille composé de deux obligations de maturité 4 et 5 ans au lieu d'avoir plusieurs obligations de maturités se situant entre 4 et 5 ans .Ainsi ,cette procédure facilite donc la valorisation en réduisant le nombre d'actifs du portefeuille.

II.3. Avantages et limites

La VaR variance-covariance présente de nombreux avantages :

- Une fois l'hypothèse de normalité de la distribution des rendements est vérifiée, l'estimation de la VaR par la méthode variance-covariance devient simple et facile. D'autant plus que les données nécessaires au calcul des variances covariances sont facilement obtenues. En pratique, l'inverse de la fonction de répartition est disponible dans de nombreux logiciels (notamment EXCEL).
- La méthode Variance Covariance permet d'exprimer la VaR pour toutes les combinaisons possibles du niveau de confiance et de l'horizon de calcul. Cette possibilité d'ajustement rend la VaR potentiellement riche en informations.
- L'erreur de l'estimation est connue. La mise en œuvre de la méthode variance-covariance nécessite d'estimer les paramètres μ et σ sur des données réelles. Dans le cas de la

²³Voir les développements mathématiques: JP MORGAN, RiskMetricsTM: « Technical document » 4th edition, Morgan Guaranty Trust Company, New York, 1996. Page 119-120

loi normale, on peut associer des intervalles de confiance aux valeurs estimées par les méthodes usuelles. Ainsi, μ et σ sont dans les intervalles suivants :

$$\mu \in \left[\hat{\mu} + \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{N}} q_{\xi/2}^{t_{N-1}}, \hat{\mu} + \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{N}} q_{1-\xi/2}^{t_{N-1}} \right]$$

$$\sigma^2 \in \left[\frac{N}{q_{1-\xi/2}^{\chi^2_{N-1}}} * \hat{\sigma}^2, \frac{N}{q_{\xi/2}^{\chi^2_{N-1}}} * \hat{\sigma}^2 \right]$$

Parmi les inconvénients majeurs de cette méthode, on peut citer :

- Le manque de réalisme empirique traduit par le non vérification de l'hypothèse de normalité des rendements dans la majorité des cas.
- Cette méthode est fondée sur l'hypothèse de la constance des volatilités et des corrélations entre les différents facteurs de risque pendant la période du temps choisie.

Section 3: La VaR historique

III.1. Hypothèse théorique de la VaR historique

L'approche historique est une approche non paramétrique qui ne repose sur aucune hypothèse distributionnelle. En effet, la valeur en risque est estimée en supposant que les mouvements passés du marché peuvent se reproduire dans le futur. Plus précisément, on reprend tous les chocs que le portefeuille aurait eu à subir pour une même durée de détention dans le passé. Ainsi, cette hypothèse se traduit, sur le plan statistique, par la stationnarité des rendements des actifs ou des facteurs de risque constituant le portefeuille. La vérification de la stationnarité se fait en général par le test de Dickey-Fuller augmenté²⁴.

III.2. Principe de l'approche théorique

En disposant d'un historique de longueur N , on peut déterminer la VaR en procédant comme suit :

- **Etape 1 :** En se basant sur l'historique des facteurs de risque, nous pouvons déterminer les valeurs du portefeuille pour chaque date $t = \{t_{0-1}, t_{0-2}, \dots, t_{0-N}\}$. On arrive ensuite à identifier les $N-1$ rendements ou valeurs de la fonction Pertes et gains (P&L), qui représente la variation de la valeur du portefeuille à chaque instant.

- **Etape 2 :** A partir des variations de la valeur du portefeuille, on construit une distribution empirique de laquelle on extrait le quantile α %. Pour ce faire, on classe par ordre croissant les $N-1$ rendements ou valeurs de la P&L de la plus grande perte au plus grand profit. Les rendements et les valeurs de la P&L ordonnés seront notés respectivement : R_i et $P \& L_i$ pour $i = 1, \dots, N$. Si $N \cdot (1 - \alpha)$ est un nombre entier, alors l'opposé de la $N \cdot (1 - \alpha)$ est la VaR estimée car $(1 - \alpha)\%$ des P&L ou rendements plausibles représentent des pertes plus grandes ou bien égales. Autrement dit, on cherche la perte ou rendement qui vérifie :

$$\text{Prob}(P \& L < P \& L_i) = \frac{i}{N - 1} = 1 - \alpha$$

$$\text{Prob}(R < R_i) = \frac{i}{N - 1} = 1 - \alpha$$

Si $N \cdot (1 - \alpha)$ n'est pas un entier, il faudra calculer la VaR par interpolation linéaire moyennant la formule suivante :

²⁴Voir annexe2

$$VaR_{\alpha,h} = P \& L_{[N(1-\alpha)]} + (N(1-\alpha) - [N(1-\alpha)]) * (P \& L_{[N(1-\alpha)+1]} - P \& L_{[N(1-\alpha)]})$$

$$VaR_{\alpha,h} = R_{[N(1-\alpha)]} + (N(1-\alpha) - [N(1-\alpha)]) * (R_{[N(1-\alpha)+1]} - R_{[N(1-\alpha)]})$$

Avec $[N(1-\alpha)]$ est la partie entière de $N(1-\alpha)$

Il existe une seconde méthode historique qui consiste à approcher la VaR par un histogramme des observations passées ou l'estimer par de méthodes paramétriques, semi-paramétriques ou non paramétriques. Dans tous les cas on cherche à déterminer le quantile de la distribution empirique.²⁵

III.3. Avantages et inconvénients

Les avantages de l'approche historique sont multiples :

- Cette approche est la plus simple et la plus compréhensible car elle est facile à implémenter et à interpréter.
- Elle permet, également, d'éviter tout risque de modèle puisqu'elle ne formule aucune hypothèse sur la loi de distribution des facteurs de risque.
- Enfin, elle peut renseigner sur d'autres indicateurs importants comme le skewness, le kurtosis, la moyenne des pertes au-delà de la VaR ou bien encore la contribution d'un élément du portefeuille.

Les limites de cette approche proviennent principalement de la nature et de la qualité des données employées jugées insuffisantes lorsque les titres sont peu échangés ou lorsque le marché souffre d'un problème d'illiquidité.

Par ailleurs, les résultats dépendent également de la fenêtre de temps retenue, de sa durée et de la fréquence des données historiques. La longueur « idéale » de la fenêtre est d'ailleurs difficile à fixer. Trop courte, on risque de manquer des données, trop longue, le risque d'incohérences économiques est grand.

De surcroît, Jorion²⁶ a montré que l'intervalle de confiance de la VaR historique est particulièrement large.

²⁵ Moraux, F., (2010). "Finance de marché", Pearson Education, Paris. page44-45

²⁶ Jorion, P. "Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk"

Section 4: La VaR Monte Carlo

L'approche Monte Carlo estime la valeur en risque à l'aide des simulations. Elle consiste à déterminer les valeurs de la fonction des pertes et gains à partir des rendements simulés. Cette approche tire parti des deux résultats bien connus en probabilités : la loi des grands nombres et le théorème de la limite centrale. Le premier résultat généralise l'idée selon laquelle en répétant un grand nombre de fois un scénario aléatoire, la moyenne des valeurs simulées converge presque sûrement vers la moyenne théorique du phénomène étudié. Le deuxième résultat nous renseigne sur la normalité de la distribution de l'erreur commise et sur la vitesse de convergence de l'estimateur qui est la racine carré du nombre de simulations.

Dans le cadre de cette approche, on considère des dynamiques sophistiquées pour les cours des actions et pour les rendements des taux zéro-coupon.

IV.1. Hypothèse théorique de la VaR Monte Carlo

La VaR Monte Carlo considère que les facteurs de risques de marché sont distribués selon une loi paramétrique²⁷ bien définie. Par ailleurs, le calibrage et l'estimation des paramètres du modèle se fait sur la base des données historiques.

IV.2. Fondements théoriques de la VaR Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo repose sur le principe de génération des nombres aléatoires, servant à produire des scénarios hypothétiques des prix/rendements à partir d'une distribution jointe des facteurs de risque. Chaque scénario de nombre aléatoire donne une valorisation différente du portefeuille. Ainsi, on peut calculer la variation du portefeuille entre deux dates successives afin de construire une distribution empirique de laquelle on extrait la VaR qui correspond au quantile α %.

Soit un portefeuille qui se compose de k facteurs de risques : F_1, F_2, \dots, F_k . Les rendements historiques de chaque facteur de risque i entre t et $t+h$ se calcule de la façon

suivante :

$$R_i^{t+1} = \ln\left(\frac{F_i^{t+1}}{F_i^t}\right) \quad i=1, \dots, k$$

D'après l'hypothèse qui stipule la normalité des rendements, on peut écrire:

$$R^{t+1} \sim MN(\mu, \Sigma)$$

²⁷Généralement une loi normale.

Avec

- \mathbf{R}^{t+1} est le vecteur de rendements des K facteurs de risque.
- $\boldsymbol{\mu}$ est le vecteur moyen des rendements des K facteur de risque.
- Σ est la matrice de variance-covariance des rendements.

Concrètement, la VaR peut être déterminé en poursuivant les étapes suivantes :

- **Etape1** : Génération de k vecteurs aléatoires indépendants de loi multi normale standard MN (0 ,1).

- **Etape2 : Factorisation de Cholesky**

Toute matrice symétrique définie positive A peut-être décomposé sous la forme $A = LL^T$ Où L est une matrice triangulaire inférieure.

Etant symétrique et définie positive, la matrice variance-covariance Σ admet une décomposition de Cholesky telle que :

$$\Sigma = LL^T \quad \text{Où} \quad L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{1i} \\ l_{21} & l_{22} & l_{2i} \\ l_{j1} & l_{j2} & l_{ji} \end{pmatrix}$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Si } j < i \\ \sqrt{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2} & \text{Si } j = i \\ \sqrt{\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2} & \text{Si } j > i \end{array} \right.$$

La décomposition de Cholesky peut être effectuée aussi sur la matrice de corrélation qui représente les corrélations entre les différents actifs du portefeuille.

- **Etape 3: Multiplication des vecteurs générés par la matrice issue de la factorisation de Cholesky**

Après avoir obtenu la matrice triangulaire inférieure via la décomposition de Cholesky que l'on notera L, on procède à la multiplication des vecteurs aléatoires générés au début par cette matrice.

- **Etape 4 : Simulation des trajectoires possibles du portefeuille**

Cette étape consiste à simuler un grand nombre de scénarios de l'évolution future possible du portefeuille, en tenant compte de la dynamique de chaque actif composant le portefeuille.

- **Etape 5: Détermination de la VaR**

Après avoir simulé les trajectoires possibles du portefeuille, on procède de façon similaire à la méthode historique. En effet, on classe les rendements simulés par ordre croissant. Par suite, la VaR pour un niveau de confiance α correspond au rendement de la position $N \times (1 - \alpha)$ si cette dernière valeur est un nombre entier, sinon on calcule la VaR par interpolation linéaire.

IV.3. Avantages et limites

La VaR Monte-Carlo présente plusieurs avantages :

- Cette méthode est sophistiquée et convient à tous les types d'instruments également optionnels qui ne sont pas linéaires.
- Elle permet de générer de nombreux scénarios et d'y inclure des événements extrêmes.

Néanmoins, cette approche possède les limites suivantes :

- La méthode Monte-Carlo est la plus complexe à implémenter de toutes les approches de calcul de la VaR .En effet, cette méthode, difficile à comprendre, est peu intuitive.
- Elle nécessite un ordinateur très performant car elle demande beaucoup de temps de calcul. De plus, elle demande un effort important de modélisation puisqu'elle détermine entièrement les trajectoires des facteurs de marché utilisés pour le calcul de la VaR.
- Cette approche présente un grand risque de modèle par rapport aux deux autres approches, puisqu'elle se base sur la spécification des dynamiques des actifs composant le portefeuille.

Conclusion

Ce chapitre a été dédié à la présentation de la Value at Risk. Dans la première section, nous avons présenté une synthèse des propriétés, avantages et limites de la VaR comme outil de quantification du risque marché. Tandis que chacune des trois autres sections a été consacrée à la présentation de l'une des trois approches de calcul de la VaR.

On retient que la méthode paramétrique est simple à mettre en œuvre. En effet, elle dépend de l'estimation des paramètres du portefeuille à savoir la moyenne et l'écart-type des rendements. Par ailleurs, l'apport du mapping des flux consiste à réduire le nombre de facteurs de risque composant le portefeuille. Ceci se traduit par une facilité dans la valorisation du portefeuille. Toutefois, cette approche repose sur des hypothèses difficilement réalisables en réalité.

L'approche historique est aussi simple à implémenter car elle repose sur le postulat selon lequel les évolutions futures du portefeuille seront similaires à celles du passé. Cependant, les résultats dépendent de la longueur de l'historique choisi.

L'approche Monte-Carlo est, quant à elle, une méthode très puissante et sophistiquée du calcul de la VaR. Néanmoins, cette technique est coûteuse vu le nombre important de trajectoires à simuler et la complexité des calculs demandés.

Le prochain chapitre portera sur l'application des trois méthodes de calcul de la VaR sur deux portefeuilles de la CDG à savoir : un portefeuille d'actions et un autre d'obligations.

Chapitre IV - Implémentation pratique de la VaR

Introduction

La value at Risk est une approche moderne de la quantification du risque marché. En effet, elle a été développée afin de répondre au besoin des institutions financières de disposer d'une mesure des risques financiers, dans le cadre du Risk Management.

En plus d'être le premier investisseur institutionnel du pays, la CDG est tenue, dans sa mission originelle, de conserver et fructifier l'épargne collectée. Pour parvenir à cette fin, elle se doit de bien choisir ses placements afin d'optimiser le couple rendement/risque. Par conséquent, la CDG est exposée, dans l'accomplissement de ses missions, à plusieurs risques notamment le risque marché, relatif à la perte résultant de l'évolution de la valeur de marché d'un portefeuille d'instruments financiers. Face à ce risque, le groupe doit quantifier la perte maximale relative aux mouvements des actifs du portefeuille, à laquelle il pourrait être assujéti sur un horizon donné. Autrement dit, il doit déterminer la VaR à un niveau de confiance fixé et sur un horizon donné.

Ainsi, ce chapitre portera sur la quantification du risque marché encouru par la CDG via l'approche VaR. L'implémentation de cette dernière se fera selon trois méthodes à savoir : la méthode historique, la méthode paramétrique et l'approche de Monte-Carlo, et sur deux portefeuilles : actions et obligations.

Par ailleurs, le chapitre sera divisé en deux sections : la première sera dédiée au calcul de la VaR du portefeuille actions, tandis que la deuxième cernera le calcul de la VaR du portefeuille obligations. Durant chaque section, nous présenterons en premier lieu les résultats de la vérification des hypothèses relatives à chaque méthode de calcul de la VaR. Nous exposerons ensuite la perte maximale probable du groupe pour différents horizons et niveaux de confiance. Et finalement, nous effectuerons une comparaison des résultats trouvés par chaque approche, et cela pour les deux portefeuilles.

Section1: La VaR du portefeuille actions

Le portefeuille actions objet de l'étude est composé de 38 titres. La date d'acquisition des différents titres est fixée au 31 décembre 2014. Dans la suite, nous allons appliquer l'approche historique, la méthode variance covariance ainsi que celle de Monte-Carlo pour déterminer la Value at Risk du portefeuille au 31/12/2014, et cela pour deux horizons : un jour et un an. La VaR à 1 an est obtenue par le scaling comme vu précédemment, en effet :

$$VaR(\alpha\%, N \text{ jours}) = \sqrt{N} \times VaR(\alpha\%, 1 \text{ jour})$$

En particulier :

$$VaR(\alpha\%, 1 \text{ an}) = \sqrt{252} \times VaR(\alpha\%, 1 \text{ jour})$$

Tel que 252 est le nombre de jours ouvrables par an.

Pour des raisons de confidentialité, les titres composant le portefeuille actions ne seront pas mentionnés. Néanmoins, pour $i=1 \dots 38$ le titre i sera nommé titre i . Par ailleurs, la valeur du portefeuille est de 4 361 325 804,28 Dh au 31/12/2014. Cependant, cette valeur ne correspond pas à la valeur effective du portefeuille actions.

Deux étapes sont préalables au calcul de la VaR par les différentes méthodes, à savoir :

- **Le Choix de la longueur de l'historique :**

Tout d'abord, nous devons fixer l'horizon de l'historique sur lequel se baseront les calculs des différentes méthodes. Pour le portefeuille actions, nous avons opté pour un historique de 6 ans, soit un peu plus que la durée d'un cycle économique. Ainsi, l'historique choisi date du 02/01/2009 jusqu'au 31/12/2014, soit 1497 observations. En effet le 01/01/2009 n'est pas un jour ouvrable puisqu'il est férié. Les données historiques sont nécessaires dans les calculs relatifs aux trois approches.

- **Récupération des données :**

Nous avons récupéré l'historique des cours des titres composant le portefeuille à partir du site de la bourse de Casablanca. Néanmoins, cinq parmi les 38 titres n'étaient pas introduits en bourse au 02/01/2009. Cela a été pris en compte dans les calculs relatifs aux trois méthodes de la VaR.

I.1.Calcul de la VaR par la méthode historique

I.1.1 .Vérification des hypothèses

Comme vu précédemment, la méthode historique repose sur l'hypothèse de stationnarité qui stipule que le passé se reproduira dans le futur. Par suite, il s'avère nécessaire de tester cette hypothèse sur les rendements des titres composant le portefeuille. Les rendements utilisés pour déterminer la VaR historique sont les rendements simples:

$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}}$$

Où

- r_t est le rendement simple à l'instant t ;
- p_t est le prix de l'action à l'instant t ;
- p_{t-1} est le prix de l'action à l'instant t-1.

Le test utilisé est celui d'Augmented Dikey Fuller²⁸ (ADF). En effet, il consiste à tester l'hypothèse nulle : H_0 : Il existe une racine unitaire contre H_1 : la série n'est pas stationnaire. Le processus de décision consiste à appliquer la stratégie du test. Ce dernier est réalisé au moyen du logiciel Eviews.

Ci-dessous un exemple d'application du test de stationnarité pour le titre 10.

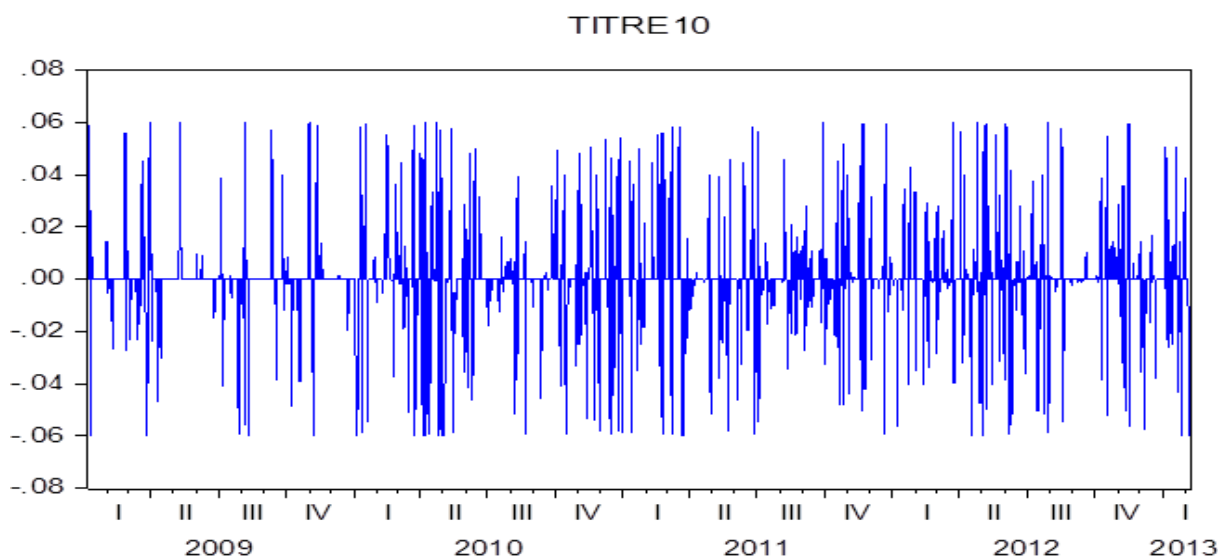


Figure 7.Evolution des rendements du titre 10

²⁸Voir le schéma de stratégie du test en annexe 2

Le graphique montre que les rendements oscillent autour d'une moyenne égale à 0. Donc on s'attend à ce qu'ils soient stationnaires. Pour s'assurer de ce constat, nous appliquons le test ADF. Nous commençons d'abord par l'estimation du modèle 3 et nous testons :

$$H_0 : b=0 \text{ contre } H_1 : b \neq 0^{29}.$$

Les résultats du test sont les suivants :

| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Dependent Variable: D(TITRE10) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/21/15 Time: 12:32 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/06/2009 2/08/2013 | | | | |
| Included observations: 1495 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| TITRE10(-1) | -1.094779 | 0.025772 | -42.47863 | 0.0000 |
| C | -3.50E-05 | 0.001021 | -0.034276 | 0.9727 |
| @TREND("1/05/2009") | 3.58E-09 | 1.18E-06 | 0.003027 | 0.9976 |
| R-squared | 0.547390 | Mean dependent var | 9.28E-21 | |
| Adjusted R-squared | 0.546783 | S.D. dependent var | 0.029299 | |
| S.E. of regression | 0.019725 | Akaike info criterion | -5.011890 | |
| Sum squared resid | 0.580481 | Schwarz criterion | -5.001234 | |
| Log likelihood | 3749.388 | Hannan-Quinn criter. | -5.007920 | |
| F-statistic | 902.2170 | Durbin-Watson stat | 2.002962 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

Figure 8. Résultats du test de stationnarité du titre 10 relatif au modèle 3

Nous remarquons que 0,003027 est inférieur à 2,78. Ainsi, nous acceptons l'hypothèse nulle du modèle 3. Donc $b=0$ au seuil de 5%.

Par la suite, nous testons l'hypothèse relative au modèle 2, à savoir: $H_0 : c=0$ contre $H_1 : c \neq 0^{30}$. Les résultats du test sont les suivants :

| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Dependent Variable: D(TITRE10) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 05/21/15 Time: 12:33 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/06/2009 2/08/2013 | | | | |
| Included observations: 1495 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| TITRE10(-1) | -1.094779 | 0.025764 | -42.49296 | 0.0000 |
| C | -3.23E-05 | 0.000510 | 0.063362 | 0.9495 |
| R-squared | 0.547390 | Mean dependent var | 9.28E-21 | |
| Adjusted R-squared | 0.547087 | S.D. dependent var | 0.029299 | |
| S.E. of regression | 0.019718 | Akaike info criterion | -5.013228 | |
| Sum squared resid | 0.580481 | Schwarz criterion | -5.006124 | |
| Log likelihood | 3749.388 | Hannan-Quinn criter. | -5.010581 | |
| F-statistic | 1805.643 | Durbin-Watson stat | 2.002962 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

Figure 9. Résultats du test de stationnarité du titre 10 relatif au modèle 2

²⁹ b représente l'effet de la tendance

³⁰ c est la constante du modèle

Nous remarquons que 0,063362 est inférieur à 2,52. Donc on ne rejette pas l'hypothèse $H_0: c=0$ au seuil de 5%. Ensuite, nous testons l'hypothèse suivante : $H_0: \phi=1$ contre $H_1: |\phi| < 1$. ϕ ne peut être supérieur à 1, sinon le processus serait explosif.

Les résultats du test sont montrés ci-dessous :

| Null Hypothesis: TITRE10 has a unit root | | |
|---|-------------|--------|
| Exogenous: None | | |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=23) | | |
| | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | -42.50699 | 0.0001 |
| Test critical values: | | |
| 1% level | -2.586510 | |
| 5% level | -1.941035 | |
| 10% level | -1.616557 | |

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Figure 10. Résultats du test de stationnarité du titre 10 relatif au modèle 1

Puisque $-42,50699 < -1,94$, nous rejetons l'hypothèse H_0 selon laquelle le processus admet une racine unitaire. Donc le rendement du titre 10 est stationnaire.

Après avoir effectué le test sur l'ensemble des titres composant le portefeuille actions, on conclut que tous les rendements sont stationnaires. Les résultats du test pour tous les titres seront présentés en annexe 3.

I.1.2. Implémentation de la méthode historique

La méthode historique est une approche très simple. Elle consiste à se baser sur la distribution empirique des données historiques des rendements du portefeuille. Il s'agit de calculer les rendements journaliers du portefeuille à chaque date de l'historique et de les classer par ordre croissant afin de choisir le rendement équivalent à $N \times (1-\alpha)$, où N est le nombre de rendements et α est le niveau de confiance.

Le rendement du portefeuille est la somme des rendements pondérés des titres du portefeuille. En effet :

$$R_t = \sum_{i=1}^{38} w_i R_{it}$$

Avec :

- R_t est le rendement du portefeuille à l'instant t ;
- w_i est le poids du titre i dans le portefeuille ;
- R_{it} est le rendement du titre i à l'instant t .

Le tableau suivant présente le poids de chaque titre dans le portefeuille :

| Titre | Poids dans le portefeuille |
|--------------|-----------------------------------|
| 1 | 5,78% |
| 2 | 0,35% |
| 3 | 0,04% |
| 4 | 0,02% |
| 5 | 4,08% |
| 6 | 7,03% |
| 7 | 28,69% |
| 8 | 0,21% |
| 9 | 0,56% |
| 10 | 0,12% |
| 11 | 5,71% |
| 12 | 26,44% |
| 13 | 0,12% |
| 14 | 0,99% |
| 15 | 0,06% |
| 16 | 1,02% |
| 17 | 0,21% |
| 18 | 0,09% |
| 19 | 0,38% |
| 20 | 5,15% |
| 21 | 1,18% |
| 22 | 6,13% |
| 23 | 0,43% |
| 24 | 0,04% |
| 25 | 0,01% |
| 26 | 0,00% |
| 27 | 0,02% |
| 28 | 0,40% |
| 29 | 0,53% |
| 30 | 0,30% |
| 31 | 0,18% |
| 32 | 1,29% |
| 33 | 1,18% |
| 34 | 0,21% |
| 35 | 0,04% |
| 36 | 0,17% |
| 37 | 0,02% |
| 38 | 0,84% |

Tableau 3. Poids de chaque titre dans le portefeuille

Après avoir calculé et classé les rendements du portefeuille, nous déterminons le rendement équivalent à $1496 \times (1-\alpha)$ par interpolation, puisque ce dernier n'est pas entier. Nous obtenons les résultats suivants :

| | VaR99% | VaR95% | VaR90% |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| % | 2,67% | 1,55% | 1,01% |
| Valeur du portefeuille | 4 361 325 804,28 | 4 361 325 804,28 | 4 361 325 804,28 |
| VaR 1 Jour | 116 633 521,85 | 67 716 468,37 | 43 951 961,63 |

Tableau 4. Calcul de la VaR historique à l'horizon d'un jour du portefeuille actions

Nous constatons que la VaR est une fonction croissante du seuil de confiance. La plus grande perte est enregistrée pour le seuil le plus élevé qui est de 99%. Par ailleurs, il existe 1% de chance de perdre plus de 1,01% de la valeur du portefeuille actions sur un horizon d'un jour, et 10% de chance de perdre une valeur supérieure à 2,67% du même portefeuille sur le même horizon.

En utilisant la formule du scaling d'une VaR d'horizon 1 jour à une VaR d'horizon un an, on trouve les résultats suivants:

| | VaR99% | VaR95% | VaR90% |
|-----------------|------------------|------------------|----------------|
| % | 42,45% | 24,65% | 16,00% |
| VaR 1 An | 1 851 499 760,16 | 1 074 965 609,90 | 697 715 760,60 |

Tableau 5. Calcul de la VaR historique à l'horizon d'un an du portefeuille actions

Nous pouvons conclure qu'il existe 1% de chance de perdre plus de 42,45% de la valeur du portefeuille obligataire sur un horizon d'un an et 10% de chance de perdre une valeur supérieure à 16% du portefeuille sur le même horizon.

I.2. Calcul de la VaR par la méthode variance-covariance

I.2.1. Vérification des hypothèses

Cette méthode appelée aussi méthode paramétrique, repose sur deux hypothèses : la normalité des rendements des titres du portefeuille et la linéarité du profil de risque du même portefeuille. Nous allons tester par la suite l'hypothèse de normalité pour le titre 1. Les rendements utilisés pour déterminer la VaR variance-covariance sont les rendements simples.

Tout d'abord, nous dressons le normal Q-Q Plot (Quantile-Quantile Plot) qui permet de représenter les quantiles de la distribution des rendements en fonction des quantiles de la distribution normale $N(0,1)$.

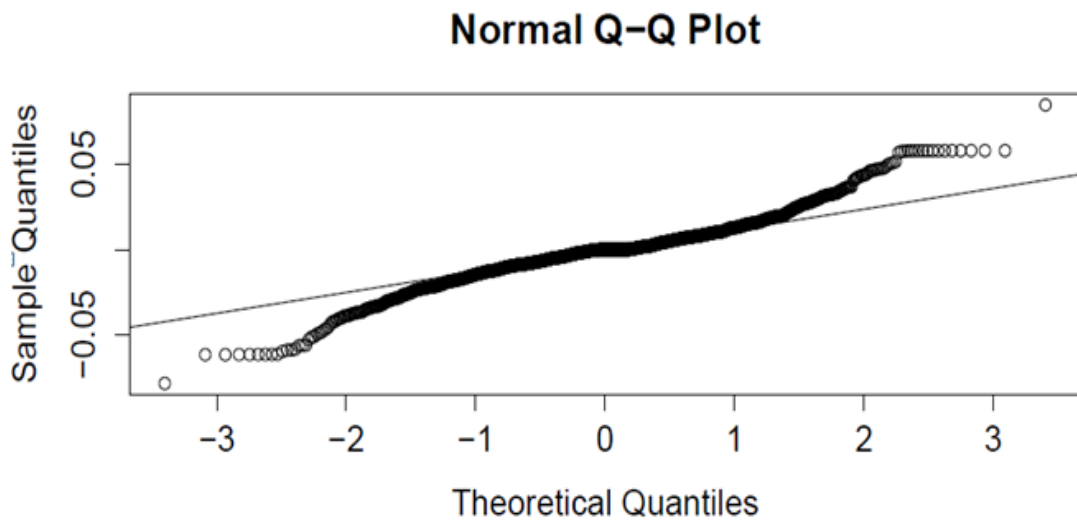


Figure 11. Q-Qplot du test de normalité des rendements des titres du portefeuille actions

D'après la figure ci-dessus, le Q-QPlot n'est pas confondu avec la ligne droite. Par conséquent, on s'attend à ce que la distribution des rendements ne soit pas normale.

Nous testons ensuite l'hypothèse de normalité des rendements via l'application du test de Shapiro-Wilk. En effet, il s'agit de tester :

H_0 : la distribution des rendements est normale contre H_1 : la distribution des rendements n'est pas normale.

Ci-dessous un exemple d'application du test pour le 1^{er} titre.

```

> shapiro.test(Titre1)

shapiro-wilk normality test

data:  Titre1
w = 0.9517, p-value < 2.2e-16
> shapiro.test(Titre1)$p.value
[1] 8.641649e-22

```

Figure 12. Output du test de normalité relatif au titre 1

Puisque la p-value du test est inférieure à 5%, alors on rejette l'hypothèse H_0 .

Après avoir effectué le test sur l'ensemble des titres composant le portefeuille actions, on conclut qu'aucun rendement n'est normal. En effet, cette hypothèse est rarement vérifiée en réalité. Les résultats du test pour tous les titres sont présentés en annexe 3.

I.2.2. Implémentation de la méthode variance-covariance

Cette méthode se base sur l'estimation des paramètres du portefeuille à savoir : le rendement moyen et l'écart-type.

$$\text{VaR}(1\text{jour}, \alpha\%) = \mu + \sigma Z_{\alpha}$$

Ainsi, il s'agit de déterminer μ et σ du portefeuille. Nous rappelons les formules

suivantes :

$$\mu = E(R) = \sum_{i=1}^{38} w_i E(R_i) \quad \text{et} \quad \sigma = w \text{Mat}_{\text{cov}} w^T$$

Avec :

- w : est un vecteur ligne composé des poids des 38 titres du portefeuille.
- Mat_{cov} : représente la matrice de variance covariance des rendements des 38 titres.

Puisque cinq parmi les 38 titres n'étaient pas introduits en bourse au 02/01/2009, le calcul de la matrice de variance covariance s'est déroulé en deux étapes. D'abord, nous avons déterminé la matrice de variance covariance pour les 33 titres qui étaient déjà introduits en bourse au 2 Janvier 2009, ensuite nous avons calculé les variances et covariances de chacun des cinq titres, à partir de leurs dates d'introduction en bourse, avec les autres titres du portefeuille.

Ci-dessous la matrice de variance-covariance des différents titres :

| Ti | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | . | . | 38 |
|----|--------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---|---|---------|
| 1 | 0,0320 | 0,0050 | 0,0014 | 0,0036 | 0,0040 | 0,0079 | 0,0053 | 0,0018 | 0,0058 | 0,0012 | . | . | 0,0002 |
| 2 | 0,0050 | 0,0213 | 0,0017 | 0,0017 | 0,0010 | 0,0024 | 0,0023 | 0,0038 | 0,0021 | 0,0005 | . | . | -0,0025 |
| 3 | 0,0014 | 0,0017 | 0,0273 | 0,0021 | 0,0016 | 0,0006 | -0,0001 | 0,0021 | 0,0027 | 0,0007 | . | . | -0,0010 |
| 4 | 0,0036 | 0,0017 | 0,0021 | 0,0374 | 0,0012 | 0,0024 | 0,0026 | 0,0042 | -0,0008 | 0,0017 | . | . | 0,0011 |
| 5 | 0,0040 | 0,0010 | 0,0016 | 0,0012 | 0,0364 | 0,0024 | 0,0019 | 0,0016 | 0,0030 | 0,0006 | . | . | -0,0009 |
| 6 | 0,0079 | 0,0024 | 0,0006 | 0,0024 | 0,0024 | 0,0180 | 0,0054 | 0,0019 | 0,0052 | 0,0007 | . | . | 0,0002 |
| 7 | 0,0053 | 0,0023 | -0,0001 | 0,0026 | 0,0019 | 0,0054 | 0,0285 | 0,0025 | 0,0043 | 0,0012 | . | . | 0,0004 |
| 8 | 0,0018 | 0,0038 | 0,0021 | 0,0042 | 0,0016 | 0,0019 | 0,0025 | 0,0383 | 0,0003 | 0,0022 | . | . | 0,0012 |
| 9 | 0,0058 | 0,0021 | 0,0027 | -0,0008 | 0,0030 | 0,0052 | 0,0043 | 0,0003 | 0,0833 | 0,0009 | . | . | 0,0011 |
| 10 | 0,0012 | 0,0005 | 0,0007 | 0,0017 | 0,0006 | 0,0007 | 0,0012 | 0,0022 | 0,0009 | 0,0392 | . | . | 0,0002 |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| 38 | 0,0002 | -0,0025 | -0,0010 | 0,0011 | -0,0009 | 0,0002 | 0,0004 | 0,0012 | 0,0011 | 0,0002 | . | . | 0,0264 |

Figure 13. Matrice variance-covariance des rendements des titres du portefeuille actions

L'estimation des paramètres μ et σ donnent les résultats suivants :

$$\mu = 0,0045\% \text{ et } \sigma = 0,93\%$$

Nous constatons que la moyenne du portefeuille est faible. En effet, les rendements de tous les titres sont stationnaires et oscillent autour de 0.

Le calcul de la VaR par la méthode paramétrique donne les résultats suivants :

| | VaR99% | VaR95% | VaR90% |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| % | 2,16% | 1,53% | 1,19% |
| Valeur du portefeuille | 4 361 325 804,28 | 4 361 325 804,28 | 4 361 325 804,28 |
| VaR 1 Jour | 94 075 412,33 | 66 574 415,36 | 51 913 735,64 |

Tableau 6. Calcul de la VaR paramétrique à l'horizon d'un jour du portefeuille action

En utilisant la formule du scaling d'une VaR d'horizon 1 jour à une VaR d'horizon un an, on trouve les résultats suivants:

| | VaR99% | VaR95% | VaR90% |
|-----------------|------------------|------------------|----------------|
| % | 34,24% | 24,23% | 18,90% |
| VaR 1 An | 1 493 400 873,03 | 1 056 836 080,33 | 824 105 004,75 |

Tableau 7. Calcul de la VaR paramétrique à l'horizon d'un an du portefeuille actions

D'après les résultats des tableaux ci-dessus, la plus grande perte est enregistrée pour le niveau de confiance le plus élevé. Ainsi, nous sommes sûrs à 99% que la perte maximale ne dépassera pas 2,16% et 34,24% de la valeur du portefeuille à l'horizon d'un jour et d'un an respectivement.

I.3. Calcul de la VaR par la méthode Monte-Carlo

La méthode Monte-Carlo repose sur l'hypothèse selon laquelle le cours des titres est un mouvement brownien géométrique.

$$S_i(t) = S_i(0) \exp\left(\left(\mu_i - \frac{\sigma_i^2}{2}\right)t + \sigma_i \sqrt{t} \varepsilon_i\right)$$

Tel que :

- $S_i(t)$ est le cours du titre i à l'instant t ;
- $S_i(0)$ est le cours du titre i à l'instant 0 ;
- μ_i est le rendement moyen du titre i ;
- σ_i est l'écart-type du titre i ;
- ε_i est une variable aléatoire normale centrée réduite.

Pour des raisons de simplification, nous avons choisi de travailler avec les rendements logarithmiques où :

$$R_{\log}^i(t) = \ln\left(\frac{S_i(t)}{S_i(0)}\right)$$

Outre la première hypothèse, cette méthode repose sur la normalité des rendements logarithmiques des titres composant le portefeuille. Le test de Shapiro-Wilk conduit sur les rendements des 38 titres a montré qu'aucun rendement n'est normal. Les résultats relatifs à l'ensemble de ces tests seront présentés en annexe 3.

Par ailleurs, la méthode consiste à simuler un grand nombre de fois les trajectoires des rendements de chaque titre à l'horizon de 1 jour.

Nous avons fixé le nombre de simulations à 10 000. En effet, il faut tout d'abord simuler 10 000 variables aléatoires normales centrées réduites. Ensuite, nous effectuons la décomposition de Cholesky de la matrice de corrélation des rendements des titres du portefeuille. Cette étape est nécessaire étant donné qu'elle permet de tenir compte de la corrélation entre les différents titres composant le portefeuille. Puis, nous générons 10 000 scénarios possibles des 38 titres. Et enfin, nous calculons 10 000 rendements possibles du portefeuille et nous procédons à l'estimation de la VaR comme pour la méthode historique, à partir de l'échantillon généré.

Nous présentons ci-dessous les étapes bien détaillées:

1) Génération de 10 000 vecteurs aléatoires suivant la loi MN(0,1)

Il s'agit de générer 10 000 vecteurs aléatoires indépendants suivant la loi MN(0,1). Chaque vecteur est de taille (38,1) puisque le portefeuille est composé de 38 titres. En effet, chaque scénario prédit l'évolution future des 38 titres à la fois, et donc du portefeuille. La génération des vecteurs aléatoires a été effectuée via le logiciel R. Les résultats ont été ensuite exportés vers Excel.

2) Décomposition de Cholesky de la matrice de corrélation

Cette étape est indispensable dans l'approche de Monte-Carlo. Cette factorisation permet de tenir compte des corrélations entre les 38 titres du portefeuille. La factorisation de Cholesky permet pour une matrice définie positive A, de déterminer une matrice triangulaire inférieure L tel que :

$$A = LL^T$$

La décomposition de Cholesky effectuée sur la matrice de corrélation, a donné lieu à la matrice triangulaire inférieure ci-dessous :

| Ti | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | . | . | 38 |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---|---|---------|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 2 | 0,19132 | 0,98153 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 3 | 0,04716 | 0,06356 | 0,99686 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 4 | 0,10443 | 0,03902 | 0,05887 | 0,99202 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 5 | 0,11688 | 0,01511 | 0,0464 | 0,01777 | 0,99179 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 6 | 0,32662 | 0,06282 | 0,00425 | 0,05666 | 0,05501 | 0,93974 | 0 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 7 | 0,17672 | 0,06133 | -0,0146 | 0,06283 | 0,0378 | 0,18379 | 0,9621 | 0 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 8 | 0,05317 | 0,1245 | 0,05494 | 0,10069 | 0,03177 | 0,04343 | 0,04553 | 0,9816 | 0 | 0 | . | . | 0 |
| 9 | 0,07109 | 0,02061 | 0,02862 | -0,0457 | 0,03096 | 0,05609 | 0,01843 | -0,0091 | 0,99352 | 0 | . | . | 0 |
| 10 | 0,03476 | 0,00999 | 0,01942 | 0,0408 | 0,01158 | 0,01123 | 0,02649 | 0,04953 | 0,00471 | 0,9966 | . | . | 0 |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| 38 | 0,00657 | -0,1104 | -0,0303 | 0,04001 | -0,023 | 0,01612 | 0,03143 | 0,03971 | 0,06593 | 0,00335 | . | . | 0,94493 |

Figure 14. Matrice de la factorisation de Cholesky

3) Multiplication des vecteurs générés par la matrice issue de la factorisation de Cholesky

Après avoir obtenu la matrice triangulaire inférieure via la décomposition de Cholesky que l'on notera L, on procède à la multiplication des vecteurs aléatoires générés au début par

cette matrice. Cela permet d'avoir de nouveaux vecteurs aléatoires dont les composantes tiennent compte de la corrélation entre les 38 titres. Ce sont ces derniers vecteurs qui seront utilisés par la suite. Le tableau ci-dessous montre les résultats de ce calcul :

| ϵ_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | . | . | 38 |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|---|--------|
| 1 | 0,239 | -0,689 | -1,603 | 1,873 | -0,936 | -0,102 | -0,174 | 0,026 | -2,064 | 0,981 | . | . | -1,188 |
| 2 | -2,641 | -0,599 | 1,096 | -0,552 | 0,853 | -3,035 | -0,739 | 0,336 | -0,807 | -2,358 | . | . | 0,412 |
| 3 | -1,676 | 1,120 | 1,011 | 1,937 | 0,462 | -0,961 | 0,099 | -0,324 | 1,607 | -0,396 | . | . | -0,174 |
| 4 | -0,370 | -0,213 | 0,713 | 0,706 | -0,789 | -0,411 | 0,369 | 0,299 | 0,018 | 0,666 | . | . | -0,148 |
| 5 | 0,921 | -0,545 | 0,042 | 0,808 | 2,186 | -0,552 | 0,252 | -1,226 | 0,883 | 1,302 | . | . | 0,643 |
| 6 | -1,151 | -0,148 | -2,281 | -0,469 | 0,183 | -0,893 | 0,183 | 1,129 | -0,777 | -2,237 | . | . | 0,091 |
| 7 | 1,748 | 0,329 | 1,804 | -1,087 | 2,138 | 0,053 | -0,535 | 2,118 | 0,401 | 3,402 | . | . | 0,534 |
| 8 | 1,142 | 0,347 | 0,095 | 0,164 | -0,526 | 1,098 | 1,579 | 1,131 | 0,589 | -0,869 | . | . | -0,731 |
| 9 | -1,200 | 0,951 | 0,309 | 0,010 | 0,139 | -2,070 | -1,739 | 0,474 | -0,193 | -0,420 | . | . | 0,105 |
| 10 | 1,236 | 1,347 | -0,370 | -0,172 | 0,087 | 1,127 | -1,118 | 0,560 | -1,809 | -0,542 | . | . | 1,616 |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| 9999 | 1,247 | -1,639 | -0,870 | -0,775 | 0,745 | -1,782 | 0,388 | 0,683 | -0,340 | 1,455 | . | . | -0,664 |
| 10 000 | -0,920 | -0,227 | 1,518 | 0,681 | 0,410 | 0,406 | 1,303 | 0,039 | -1,361 | -0,108 | . | . | 1,875 |

Figure 15. Résultats de la multiplication des vecteurs aléatoires par la matrice L

4) Simulation de 10 000 scénarios possibles pour les 38 titres

Cette étape permet de simuler 10 000 trajectoires possibles des rendements de chaque titre. En effet, le rendement de chaque titre étant :

$$\left(\mu_i - \frac{\sigma_i^2}{2} \right) t + \sigma_i \sqrt{t} \epsilon_i$$

Il faut donc déterminer le rendement moyen et l'écart-type de chaque titre. Les ϵ_i représentent les composantes de chaque vecteur obtenues à l'étape 3 et t est égal à 1 jour puisqu'on cherche à calculer la VaR à 1 jour.

Le tableau suivant montre les résultats des rendements simulés du portefeuille:

| Titre i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | . | . | 38 |
|---------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---|---|---------|
| 1 | 0,020% | -0,004% | -0,001% | 0,001% | -0,075% | -0,009% | -0,093% | 0,000% | -0,075% | 0,002% | . | . | -0,018% |
| 2 | -0,278% | -0,003% | 0,001% | 0,000% | 0,064% | -0,285% | -0,366% | 0,001% | -0,031% | -0,006% | . | . | 0,006% |
| 3 | -0,178% | 0,005% | 0,001% | 0,001% | 0,034% | -0,090% | 0,040% | -0,001% | 0,055% | -0,001% | . | . | -0,003% |
| 4 | -0,043% | -0,001% | 0,000% | 0,000% | -0,064% | -0,038% | 0,171% | 0,001% | -0,001% | 0,002% | . | . | -0,003% |
| 5 | 0,091% | -0,003% | 0,000% | 0,000% | 0,168% | -0,051% | 0,114% | -0,005% | 0,029% | 0,003% | . | . | 0,009% |
| 6 | -0,124% | -0,001% | -0,002% | 0,000% | 0,012% | -0,083% | 0,080% | 0,004% | -0,029% | -0,005% | . | . | 0,001% |
| 7 | 0,176% | 0,001% | 0,001% | 0,000% | 0,164% | 0,006% | -0,268% | 0,009% | 0,012% | 0,008% | . | . | 0,008% |
| 8 | 0,113% | 0,002% | 0,000% | 0,000% | -0,043% | 0,105% | 0,757% | 0,005% | 0,019% | -0,002% | . | . | -0,011% |
| 9 | -0,129% | 0,005% | 0,000% | 0,000% | 0,009% | -0,194% | -0,851% | 0,002% | -0,009% | -0,001% | . | . | 0,001% |
| 10 | 0,123% | 0,007% | 0,000% | 0,000% | 0,005% | 0,107% | -0,550% | 0,002% | -0,066% | -0,001% | . | . | 0,024% |
| | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| 9999 | -0,032% | -0,009% | -0,001% | 0,000% | 0,025% | -0,168% | 0,116% | 0,001% | -0,011% | 0,003% | . | . | -0,010% |
| 10000 | -0,080% | 0,000% | 0,001% | 0,000% | 0,020% | 0,071% | 0,593% | 0,000% | -0,035% | 0,000% | | | 0,026% |

Figure 16. Résultats des rendements simulés de chaque titre

D'après le tableau ci-dessus, chaque ligne donne une évolution possible pour l'ensemble des titres du portefeuille. Ainsi, nous avons simulé 10 000 scénarios possibles de l'évolution des rendements du portefeuille.

5) Simulation de 10 000 scénarios possibles du rendement du portefeuille

La simulation des 10 000 scénarios pour chaque titre permet d'obtenir 10 000 trajectoires possibles pour le rendement du portefeuille. En effet, chaque scénario donne l'évolution possible des 38 titres à la fois, et cela permet de trouver le rendement du portefeuille qui est égal à la somme des rendements pondérés de l'ensemble des titres.

Le tableau ci-dessous montre les résultats des rendements simulés du portefeuille :

| Scénario | Rendement du portefeuille |
|----------|---------------------------|
| 1 | -0,44% |
| 2 | -1,72% |
| 3 | -0,24% |
| 4 | 0,13% |
| 5 | -0,71% |
| 6 | -0,66% |
| 7 | 0,12% |
| 8 | 0,25% |
| 9 | -1,44% |
| 10 | -0,63% |
| 11 | -0,96% |
| 12 | 0,24% |
| 13 | 1,18% |
| 14 | 0,30% |
| 15 | -0,26% |
| 16 | -0,40% |
| 17 | 0,20% |
| 18 | -0,33% |
| 19 | -0,30% |
| 20 | 0,67% |
| ... | ... |
| 9996 | 1,20% |
| 9997 | 1,08% |
| 9998 | 0,20% |
| 9999 | -0,41% |
| 10000 | 0,07% |

Tableau 8. Résultats des rendements simulés du portefeuille actions

6) Détermination de la VaR du portefeuille

Après avoir simulé les trajectoires du rendement du portefeuille, on procède de façon similaire à la méthode historique. En effet, on classe les rendements simulés par ordre croissant. Par suite, la VaR pour un niveau de confiance α correspond au rendement de la position $N \times (1 - \alpha)$.

Les résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo sont les suivants :

| | VaR99% | VaR95% | VaR90% |
|------------------------|------------------|------------------|------------------|
| % | 2,15% | 1,54% | 1,21% |
| Valeur du portefeuille | 4 361 325 804,28 | 4 361 325 804,28 | 4 361 325 804,28 |
| VaR 1 Jour | 93 674 142,03 | 67 242 339,88 | 52 846 550,90 |

Tableau 9. Calcul de la VaR Monte Carlo à l'horizon d'un jour du portefeuille actions

En utilisant la formule du scaling d'une VaR d'horizon 1 jour à une VaR d'horizon un an, on trouve les résultats suivants:

| | VaR99% | VaR95% | VaR90% |
|-----------------|------------------|------------------|----------------|
| % | 34,10% | 24,48% | 19,24% |
| VaR 1 An | 1 487 030 904,49 | 1 067 439 053,40 | 838 912 987,94 |

Tableau 10. Résultats de calcul de la VaR Monte-Carlo à l'horizon d'un an du portefeuille actions

Selon les résultats des deux tableaux ci-dessus, la plus grande perte est enregistrée pour le niveau de confiance le plus élevé. Ainsi, nous sommes sûrs à 99% que la perte maximale ne dépassera pas 2,15% et 34,10% de la valeur du portefeuille à l'horizon d'un jour et d'un an respectivement.

I.4. Comparaison des résultats des trois méthodes

Les tableaux suivants récapitulent les résultats de calcul des trois méthodes :

| Seuil | VaR historique | | VaR variance covariance | | VaR Monte Carlo | |
|-------|----------------|----------------|-------------------------|---------------|-----------------|---------------|
| | en% | en valeur | en% | en valeur | en% | en valeur |
| 90% | 1,01% | 43 951 961,63 | 1,19% | 51 899 777,07 | 1,21% | 52 772 042,23 |
| 95% | 1,55% | 67 716 468,37 | 1,53% | 66 728 284,81 | 1,54% | 67 164 417,39 |
| 99% | 2,67% | 116 633 521,85 | 2,16% | 94 204 637,37 | 2,15% | 93 768 504,79 |

Tableau 11. Comparaison des résultats de calcul de la VaR 1 jour du portefeuille actions pour les 3 méthodes

| Seuil | VaR historique | | VaR variance covariance | | VaR Monte Carlo | |
|-------|----------------|------------------|-------------------------|------------------|-----------------|------------------|
| | en% | en valeur | en% | en valeur | en% | en valeur |
| 90% | 16,00% | 697 715 760,60 | 18,90% | 824 105 004,75 | 19,24% | 838 912 987,94 |
| 95% | 24,65% | 1 047 965 609,90 | 24,23% | 1 056 836 080,33 | 24,48% | 1 067 439 053,40 |
| 99% | 42,45% | 1 851 499 760,16 | 34,24% | 1 493 400 873,03 | 34,10% | 1 487 030 904,49 |

Tableau 10. Comparaison des résultats de calcul de la VaR 1 an du portefeuille actions pour les 3 méthodes

Selon les tableaux ci-dessus, nous remarquons que les trois méthodes donnent des résultats proches, sauf pour le seuil de 99% où la méthode historique donne un résultat nettement plus grand que les deux autres méthodes. Cela est dû principalement à la longueur de l'historique utilisé dans les calculs. Cependant, les résultats des trois méthodes sont identiques pour le seuil de 95%.

Généralement, les résultats des trois approches sont satisfaisants car ils sont proches, surtout ceux trouvés pour la méthode variance covariance et Monte-Carlo. En effet, bien que ces deux méthodes soient basées sur deux traitements différents, ils ont donné des résultats très similaires pour les trois seuils. L'approche historique, n'étant basée quant à elle, que sur l'historique des rendements, a donné un résultat plus grand au seuil de 99%.

Section2. La VaR du Portefeuille obligataire

II.1. Valorisation du portefeuille obligataire au 31/12/2014

Le portefeuille obligataire étudié comprend 42 obligations à la date de valorisation qui est le 31/12/2014. Nous représentons les caractéristiques d'une obligation dans le tableau suivant :

| Description | Date émission | Date échéance | Maturité | Date de valorisation | Durée résiduelle | Nominal | Taux facial | Type | Quantité |
|----------------------------|---------------|---------------|----------|----------------------|------------------|------------|-------------|------|----------|
| OBL CIH 12/04/18 15Y 06,20 | 21/04/2013 | 21/04/2018 | 15 | 31/12/2014 | 03/01/1900 | 100 000,00 | 6,20% | OBL | 354 |

Tableau 12. Caractéristiques d'une obligation du portefeuille

L'exemple ci-dessus présente une obligation privée acquise le 21/01/2003, d'une maturité de 15 ans, de principal 100 000 dirhams, donnant un coupon annuel de 8,90% et de maturité résiduelle de 3,30 années au 31/12/2014.

Cette obligation donnera droit à 4 flux-futurs: 3 flux initiaux et un flux final de remboursement. Ainsi, ce titre pourra être considéré comme quatre obligations zéro-coupon présentées dans le tableau ci-dessous :

| Identifiant | Date de valorisation | Date émission | Maturité | Principal | Taux facial | Durée résiduelle | Date échéance | Durée résiduelle | Flux | Quantité |
|-------------|----------------------|---------------|----------|------------|-------------|------------------|---------------|------------------|------------|----------|
| 13 | 31/12/2014 | 21/04/2003 | 15,00 | 100 000,00 | 6,2% | 3,30 | 21/04/2015 | 0,3 | 6200 | 198 |
| | | | | | | 3,30 | 21/04/2016 | 1,3 | 6200 | 198 |
| | | | | | | 3,30 | 21/04/2017 | 2,3 | 6200 | 198 |
| | | | | | | 3,30 | 21/04/2018 | 3,3 | 106 200,00 | 198 |

Tableau 13. Transformation en obligations zéro-coupon

En procédant à la transformation de chaque obligation en des obligations non couponées, on obtient un portefeuille de 126 obligations zéro-coupon. Nous pouvons ensuite valoriser notre portefeuille au 31/12/2014 en utilisant les taux zéro-coupon fournis par la BAM³¹ en utilisant la formule suivante :

³¹Nous disposons d'un long historique des taux zéro-coupon : des données journalières de 02/01/2002 au 31/12/2014

$$\sum_{i=1}^{126} \frac{(C_i + P_i) * Q_i}{(1 + Y_{j_i})^{j_i}}$$

Avec :

C_i , P_i et Q_i sont respectivement le coupon, le principal et la quantité acquise de l'obligation i et Y_{j_i} le taux d'obligation zéro-coupon i de maturité résiduelle j .

| Date de valorisation | Valeur du portefeuille |
|----------------------|------------------------|
| 31/12/2014 | 13 799 025 995,32 |

Tableau 14. Valeur du portefeuille obligataire au 31/12/2014

II.2. Calcul de la VaR par la méthode historique

II.2.1. Vérification des hypothèses

L'approche historique repose sur l'hypothèse que le futur est une reproduction du passé. En d'autres termes, cette méthode présume que les mouvements des facteurs de risques futurs seront similaires aux variations observées dans le passé.

Pour vérifier l'hypothèse de stationnarité des taux zéro-coupon pour les différentes maturités retenues, nous appliquons le test de Dickey-Fuller Augmenté qui consiste à tester l'hypothèse nulle : H_0 : Il existe une racine unitaire contre H_1 : la série n'est pas stationnaire.

Le processus de décision consiste à appliquer la stratégie du test. Le test réalisé au moyen du logiciel Eviews, montre que seulement 8 séries sur 34 sont stationnaires à savoir les taux de maturité 5mois, 26 semaines, 11mois, 52semaines, 1an,2ans, 3ans, 4 ans et 5 ans.

Ci-dessous un exemple d'application du test de stationnarité sur la série des taux pour la maturité 4 mois :

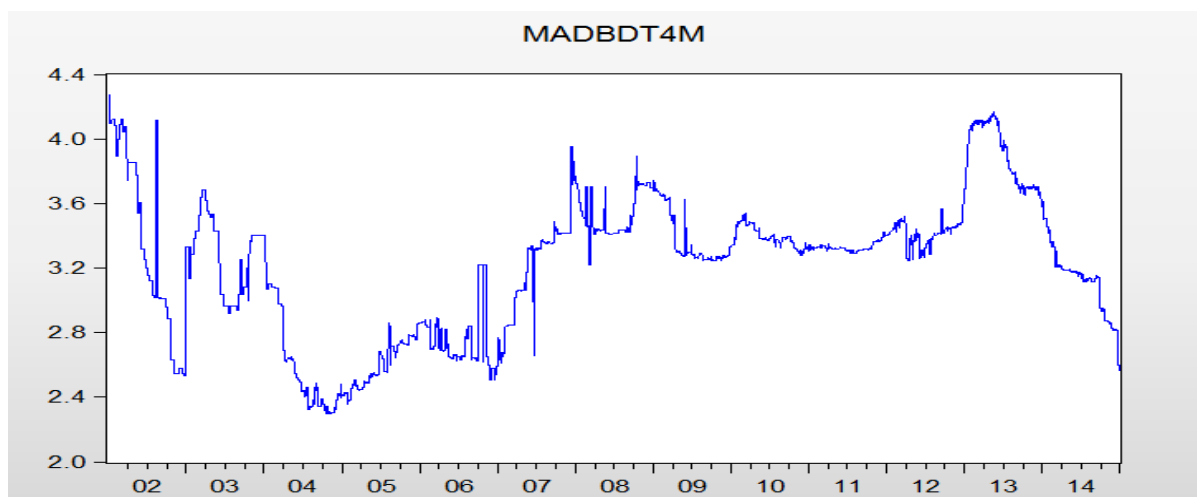


Figure 17. Evolution des taux zéro coupon de maturité 4 mois

Le graphique montre que la série n'est pas stationnaire. Pour s'assurer de ce constat, nous appliquons le schéma du test de Dickey-Fuller augmenté. Nous estimons en premier lieu le modèle 3 et nous testons $H_0 : b=0$.

| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Dependent Variable: D(MADBDT4M) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 06/04/15 Time: 14:48 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/07/2002 12/31/2014 | | | | |
| Included observations: 4742 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| MADBDT4M(-1) | -0.004885 | 0.001621 | -3.014325 | 0.0026 |
| D(MADBDT4M(-1)) | -0.150428 | 0.014533 | -10.35082 | 0.0000 |
| D(MADBDT4M(-2)) | -0.074118 | 0.014528 | -5.101660 | 0.0000 |
| D(MADBDT4M(-3)) | -0.148298 | 0.014497 | -10.22943 | 0.0000 |
| D(MADBDT4M(-4)) | -0.048156 | 0.014485 | -3.324598 | 0.0009 |
| C | 0.013574 | 0.004900 | 2.770199 | 0.0056 |
| @TREND("1/02/2002") | 7.12E-07 | 5.06E-07 | 1.407859 | 0.1592 |
| R-squared | 0.044407 | Mean dependent var | -0.000325 | |
| Adjusted R-squared | 0.043196 | S.D. dependent var | 0.044575 | |
| S.E. of regression | 0.043602 | Akaike info criterion | -3.425974 | |
| Sum squared resid | 9.001674 | Schwarz criterion | -3.416432 | |
| Log likelihood | 8129.985 | Hannan-Quinn criter. | -3.422621 | |
| F-statistic | 36.67282 | Durbin-Watson stat | 2.000636 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

Figure 18. Résultats du test de stationnarité relatif au modèle 3 des taux zéro coupon de maturité 4 mois

Nous remarquons que 1,407 est inférieur à 2,78. Ainsi, nous acceptons l'hypothèse nulle du modèle 3 ($H_0 : b=0$) au seuil de 5%. Par la suite, nous testons l'hypothèse relative au modèle 2, à savoir: $H_0 : c=0$ contre $H_1 : c \neq 0$ Les résultats du test sont les suivants :

| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Dependent Variable: D(MADBDT4M) | | | | |
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 06/04/15 Time: 14:42 | | | | |
| Sample (adjusted): 1/07/2002 12/31/2014 | | | | |
| Included observations: 4742 after adjustments | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| MADBDT4M(-1) | -0.003961 | 0.001482 | -2.672918 | 0.0075 |
| D(MADBDT4M(-1)) | -0.150913 | 0.014530 | -10.38601 | 0.0000 |
| D(MADBDT4M(-2)) | -0.074504 | 0.014527 | -5.128572 | 0.0000 |
| D(MADBDT4M(-3)) | -0.148588 | 0.014497 | -10.24938 | 0.0000 |
| D(MADBDT4M(-4)) | -0.048349 | 0.014486 | -3.337672 | 0.0009 |
| C | 0.012290 | 0.004815 | 2.552500 | 0.0107 |
| R-squared | 0.044007 | Mean dependent var | -0.000325 | |
| Adjusted R-squared | 0.042997 | S.D. dependent var | 0.044575 | |
| S.E. of regression | 0.043606 | Akaike info criterion | -3.425978 | |
| Sum squared resid | 9.005442 | Schwarz criterion | -3.417798 | |
| Log likelihood | 8128.993 | Hannan-Quinn criter. | -3.423103 | |
| F-statistic | 43.60193 | Durbin-Watson stat | 2.000680 | |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | | | |

Figure 19. Résultats du test de stationnarité relatif au modèle 2 des taux zéro coupon de maturité 4 mois

Nous remarquons que 2,55 est supérieur à 2,52. Nous rejetons donc l'hypothèse $H_0 : c=0$ au seuil de 5%. Ensuite, nous testons l'hypothèse suivante : $H_0 : \phi = 1$ contre $H_1 : |\phi| < 1$.

| Null Hypothesis: MADBDT4M has a unit root | | |
|---|-------------|--------|
| Exogenous: Constant | | |
| Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=31) | | |
| | t-Statistic | Prob.* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | -2.672918 | 0.0788 |
| Test critical values: | | |
| 1% level | -3.431547 | |
| 5% level | -2.861954 | |
| 10% level | -2.567033 | |

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Figure 20. Test de stationnarité relatif au modèle 2 des taux zéro coupon de maturité 4 mois

On trouve que $-2,654808 > -2,861955$. La série n'est donc pas stationnaire.

II.2.2. Calcul de la VaR historique

Pour calculer la VaR historique, nous valorisons quotidiennement notre portefeuille à chacune des dates entre 02/01/2002 et le 30/12/2014, pour ensuite procéder au calcul de la variation du portefeuille. Les résultats sont présentés ci-dessous :

| Date | Valeur du portefeuille | P&L |
|------------|------------------------|-------------|
| 02/01/2002 | 13 247 579 000,21 | – |
| 03/01/2002 | 13 250 712 082,05 | 3133081,84 |
| 04/01/2002 | 13 256 440 758,74 | 5728676,68 |
| 05/01/2002 | 13 256 440 758,74 | 0 |
| 06/01/2002 | 13 256 440 758,74 | 0 |
| 07/01/2002 | 13 251 042 028,93 | -5398729,81 |
| 08/01/2002 | 13 252 324 675,81 | 1282646,88 |
| 09/01/2002 | 13 250 795 522,06 | -1529153,75 |
| 10/01/2002 | 13 252 114 918,96 | 1319396,91 |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |
| 25/12/2014 | 13 797 237 028,77 | -157790,94 |
| 26/12/2014 | 13 797 430 658,60 | 193629,82 |
| 27/12/2014 | 13 797 430 658,60 | 0,00 |
| 28/12/2014 | 13 797 430 658,60 | 0,00 |
| 29/12/2014 | 13 797 677 874,36 | 247215,77 |
| 30/12/2014 | 13 798 216 260,11 | 538385,75 |
| 31/12/2014 | 13 799 043 203,67 | 826943,56 |

Tableau 15. Calcul de la variation de la valeur du portefeuille

Nous ordonnons les 4739 observations de la fonction des pertes et de gains (P&L) par ordre croissant pour, in fine, déterminer les quantiles qui correspondent aux seuils de 90%, 95% et 99%. Nous obtenons les résultats suivants :

| | VaR99% | VaR95% | Var90% |
|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| VaR 1 jour | 17 683 078,619 | 4 367 676,306 | 1 723 260,640 |
| Valeur du portefeuille | 13 901 207 583,479 | 13 901 207 583,479 | 13 901 207 583,479 |
| % | 0,127% | 0,031% | 0,012% |

Tableau 16. Résultats des calculs de la VaR historique à 1 jour

Nous pouvons conclure qu'il existe 1% de chance de perdre plus de 0,127% de la valeur du portefeuille obligataire sur un horizon d'un jour et 10% de chance de perdre une valeur supérieure à 0,12% du portefeuille sur le même horizon.

En utilisant la formule du scaling d'une VaR d'horizon 1 jour à une VaR d'horizon un an, on trouve les résultats suivants:

| | VaR99% | VaR95% | Var90% |
|---------------------|-----------------|----------------|----------------|
| Var annuelle | 337 950 419,678 | 83 472 910,606 | 32 934 121,316 |
| % | 2,431% | 0,600% | 0,237% |

Tableau 17. Résultats des calculs de la VaR historique à l'horizon d'un an

De la même manière, on est confiant à 99 % de perdre moins de 2,431% de la valeur du portefeuille obligataire sur un horizon annuelle.

II.3. Calcul de la VaR par la méthode Variance-Covariance

II.3.1. Vérification des hypothèses de calcul

L'approche paramétrique repose sur deux hypothèses : la normalité des rendements des prix zéro coupon et la linéarité du profil de risque du portefeuille. Nous allons tester par la suite l'hypothèse de normalité. En effet, la validité des résultats dépend de la vérification de cette hypothèse. L'application du test de Shapiro-Wilk montre qu'aucun rendement n'est normal. Nous présentons ci-dessous la statistique W et les P-value du test pour les rendements de chaque maturité.

| Maturité | Statistique W | P-value | Décisions |
|-----------|---------------|-----------------|---------------|
| 1 jour | 0,3408 | 6,2795E-85 < 5% | On rejette H0 |
| 1 semaine | 0,3079 | 5,1546E-86 < 5% | On rejette H0 |
| 1 mois | 0,29584 | 2,0129E-86 < 5% | On rejette H0 |
| 3 mois | 0,33442 | 3,8679E-85 < 5% | On rejette H0 |
| 6 mois | 0,20286 | 3,3384E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 1 an | 0,086 | 2,4135E-92 < 5% | On rejette H0 |
| 2 ans | 0,2244 | 1,4062E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 3 ans | 0,23503 | 2,8848E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 4 ans | 0,26688 | 2,6415E-87 < 5% | On rejette H0 |
| 5 ans | 0,23792 | 3,5141E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 7 ans | 0,22115 | 1,1269E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 9 ans | 0,1935 | 1,8069E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 10 ans | 0,17386 | 5,0899E-90 < 5% | On rejette H0 |
| 20 ans | 0,14193 | 6,6490E-91 < 5% | On rejette H0 |

Tableau 18. Résultats du test de normalité des rendements des prix zéro-coupon

II.3.2. Calcul de la VaR paramétrique

Le Calcul de la VaR Paramétrique du portefeuille obligataire repose sur les étapes suivantes :

1) Calcul des prix zéro-coupon.

Afin de calculer la VaR paramétrique du portefeuille obligataire, on commence par calculer les prix zéro-coupon en considérant 14 facteurs de risque de maturité piliers {taux 1

jours, taux 1 semaine, taux 1 mois, taux 3 mois, taux 6 mois, taux 1 an, taux 2 ans, taux 3ans, taux 4 ans, taux 5ans, taux 7 ans, taux 9 ans, taux 10 ans, taux 20 ans}.

Le prix zéro-coupon indique le prix d'une obligation zéro-coupon de maturité i à l'instant t qui génère un cash-flow d'une unité monétaire à l'échéance. Il s'écrit sous la forme

suivante :

$$P_t^i = \frac{1}{(1 + y_t^i)^i}$$

Avec y_t^i est le taux zéro-coupon de maturité i à l'instant t .

Le tableau ci-dessous représente un extrait des prix zéro-coupon pour les maturités inférieures à 1 an.

| Date | MADBDT-0N | MADBDT-01W | MADBDT-01M | MADBDT-03M | MADBDT-06M |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 02/01/2002 | 0,999926261 | 0,99946568 | 0,997362447 | 0,990301504 | 0,978666115 |
| 03/01/2002 | 0,999946617 | 0,999598456 | 0,997772047 | 0,990623903 | 0,978666115 |
| 04/01/2002 | 0,999943209 | 0,999578731 | 0,997757477 | 0,990935895 | 0,979525542 |
| 05/01/2002 | 0,999943209 | 0,999578731 | 0,997757477 | 0,990935895 | 0,979525542 |
| 06/01/2002 | 0,999943209 | 0,999578731 | 0,997757477 | 0,990935895 | 0,979525542 |
| 07/01/2002 | 0,999908279 | 0,999350812 | 0,997053334 | 0,990379941 | 0,979525542 |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| 25/12/2014 | 0,999930525 | 0,999513914 | 0,997890544 | 0,993652525 | 0,98697657 |
| 26/12/2014 | 0,999930608 | 0,999514458 | 0,997892226 | 0,993653736 | 0,98697657 |
| 27/12/2014 | 0,999930608 | 0,999514458 | 0,997892226 | 0,993653736 | 0,98697657 |
| 28/12/2014 | 0,999930608 | 0,999514458 | 0,997892226 | 0,993653736 | 0,98697657 |
| 29/12/2014 | 0,999930608 | 0,999514458 | 0,997892226 | 0,993653628 | 0,98697657 |
| 30/12/2014 | 0,999930608 | 0,999514458 | 0,997892226 | 0,993657636 | 0,987013466 |
| 31/12/2014 | 0,999930414 | 0,999513189 | 0,9978883 | 0,993699586 | 0,987447962 |

Tableau 19. Historique des Prix zéro-coupon pour les différentes maturités

2) Calcul des rendements des prix zéro-coupon.

Les rendements des prix zéro-coupon à l'instant t se calculent moyennant la relation suivante :

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Nous présentons dans ce qui suit les rendements moyens des prix zéro-coupon pour chaque maturité.

| Maturité | Rendement moyen |
|-------------------|------------------------|
| MADBDT-0N | 8,90E-10 |
| MADBDT-01W | 1,06E-08 |
| MADBDT-01M | 1,18E-07 |
| MADBDT-03M | 7,31E-07 |
| MADBDT-06M | 1,91E-06 |
| MADBDT-01Y | 4,85E-06 |
| MADBDT-02Y | 1,09E-05 |
| MADBDT-03Y | 1,73E-05 |
| MADBDT-04Y | 2,42E-05 |
| MADBDT-05Y | 3,28E-05 |
| MADBDT-07Y | 4,85E-05 |
| MADBDT-09Y | 6,60E-05 |
| MADBDT-10Y | 7,76E-05 |
| MADBDT-20Y | 1,58E-04 |

Tableau 20. Calcul des rendements des prix zéro-coupon

Les résultats semblent être logiques car le rendement des prix zéro-coupon est fonction croissant de la maturité.

3) Calcul de la matrice variance-covariance des rendements des prix zéro-coupon

Nous présentons dans ce paragraphe la matrice de variance-covariance et la matrice de corrélation des rendements des prix zéro-coupon.

| Maturité en année | 0,003 | 0,019 | 0,083 | 0,25 | 0,167 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 10 | 20 |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Maturité | ON | 01W | 01M | 03M | 06M | 01Y | 02Y | 03Y | 04Y | 05Y | 07Y | 09Y | 10Y | 20Y |
| ON | 3,00E-11 | 1,77E-10 | 5,47E-10 | 4,88E-10 | 1,66E-10 | 1,19E-09 | 3,52E-10 | 4,07E-10 | 7,94E-10 | 1,03E-09 | 1,40E-09 | 1,73E-09 | 1,89E-09 | 2,23E-09 |
| 01W | 1,77E-10 | 1,15E-09 | 3,58E-09 | 3,29E-09 | 1,27E-09 | 8,01E-09 | 2,78E-09 | 2,76E-09 | 5,49E-09 | 7,26E-09 | 9,77E-09 | 1,18E-08 | 1,28E-08 | 1,78E-08 |
| 01M | 5,47E-10 | 3,58E-09 | 1,34E-08 | 1,14E-08 | 6,07E-09 | 2,88E-08 | 1,37E-08 | 1,38E-08 | 2,65E-08 | 3,56E-08 | 4,79E-08 | 5,30E-08 | 5,76E-08 | 7,93E-08 |
| 03M | 4,88E-10 | 3,29E-09 | 1,14E-08 | 1,78E-08 | 2,00E-08 | 4,82E-08 | 4,61E-08 | 5,84E-08 | 9,17E-08 | 1,23E-07 | 1,63E-07 | 1,70E-07 | 1,82E-07 | 2,65E-07 |
| 06M | 1,66E-10 | 1,27E-09 | 6,07E-09 | 2,00E-08 | 6,37E-08 | 8,88E-08 | 9,54E-08 | 1,43E-07 | 1,92E-07 | 2,56E-07 | 3,35E-07 | 3,50E-07 | 3,72E-07 | 5,62E-07 |
| 01Y | 1,19E-09 | 8,01E-09 | 2,88E-08 | 4,82E-08 | 8,88E-08 | 1,28E-06 | 2,33E-07 | 3,27E-07 | 4,10E-07 | 5,33E-07 | 7,40E-07 | 7,39E-07 | 8,08E-07 | 1,19E-06 |
| 02Y | 3,52E-10 | 2,78E-09 | 1,37E-08 | 4,61E-08 | 9,54E-08 | 2,33E-07 | 1,06E-06 | 1,17E-06 | 1,17E-06 | 1,10E-06 | 1,58E-06 | 1,63E-06 | 1,83E-06 | 2,99E-06 |
| 03Y | 4,07E-10 | 2,76E-09 | 1,38E-08 | 5,84E-08 | 1,43E-07 | 3,27E-07 | 1,17E-06 | 1,93E-06 | 1,96E-06 | 2,26E-06 | 2,88E-06 | 2,85E-06 | 3,00E-06 | 4,88E-06 |
| 04Y | 7,94E-10 | 5,49E-09 | 2,65E-08 | 9,17E-08 | 1,92E-07 | 4,10E-07 | 1,17E-06 | 1,96E-06 | 2,86E-06 | 3,93E-06 | 4,60E-06 | 4,39E-06 | 4,26E-06 | 6,70E-06 |
| 05Y | 1,03E-09 | 7,26E-09 | 3,56E-08 | 1,23E-07 | 2,56E-07 | 5,33E-07 | 1,10E-06 | 2,26E-06 | 3,93E-06 | 6,29E-06 | 7,23E-06 | 6,32E-06 | 5,96E-06 | 9,80E-06 |
| 07Y | 1,40E-09 | 9,77E-09 | 4,79E-08 | 1,63E-07 | 3,35E-07 | 7,40E-07 | 1,58E-06 | 2,88E-06 | 4,60E-06 | 7,23E-06 | 1,01E-05 | 1,07E-05 | 1,19E-05 | 1,56E-05 |
| 09Y | 1,73E-09 | 1,18E-08 | 5,30E-08 | 1,70E-07 | 3,50E-07 | 7,39E-07 | 1,63E-06 | 2,85E-06 | 4,39E-06 | 6,32E-06 | 1,07E-05 | 1,58E-05 | 1,89E-05 | 1,91E-05 |
| 10Y | 1,89E-09 | 1,28E-08 | 5,76E-08 | 1,82E-07 | 3,72E-07 | 8,08E-07 | 1,83E-06 | 3,00E-06 | 4,26E-06 | 5,96E-06 | 1,19E-05 | 1,89E-05 | 2,36E-05 | 2,26E-05 |
| 20Y | 2,23E-09 | 1,78E-08 | 7,93E-08 | 2,65E-07 | 5,62E-07 | 1,19E-06 | 2,99E-06 | 4,88E-06 | 6,70E-06 | 9,80E-06 | 1,56E-05 | 1,91E-05 | 2,26E-05 | 9,23E-05 |

Tableau 21. Matrice variance-covariance des rendements des prix zéro-coupon

| Maturité en année | 0,003 | 0,019 | 0,083 | 0,25 | 0,167 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 10 | 20 |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Maturité | ON | 01W | 01M | 03M | 06M | 01Y | 02Y | 03Y | 04Y | 05Y | 07Y | 09Y | 10Y | 20Y |
| ON | 1 | 0,9503 | 0,8638 | 0,6680 | 0,1202 | 0,1930 | 0,0625 | 0,0535 | 0,0858 | 0,0753 | 0,0806 | 0,0794 | 0,0711 | 0,0424 |
| 01W | 0,9503 | 1 | 0,9119 | 0,7263 | 0,1482 | 0,2088 | 0,0795 | 0,0586 | 0,0957 | 0,0853 | 0,0908 | 0,0872 | 0,0774 | 0,0546 |
| 01M | 0,8638 | 0,9119 | 1 | 0,7367 | 0,2081 | 0,2205 | 0,1149 | 0,0856 | 0,1357 | 0,1226 | 0,1307 | 0,1155 | 0,1026 | 0,0714 |
| 03M | 0,6680 | 0,7263 | 0,7367 | 1 | 0,5949 | 0,3200 | 0,3357 | 0,3149 | 0,4065 | 0,3687 | 0,3844 | 0,3202 | 0,2809 | 0,2065 |
| 06M | 0,1202 | 0,1482 | 0,2081 | 0,5949 | 1 | 0,3115 | 0,3671 | 0,4089 | 0,4506 | 0,4048 | 0,4182 | 0,3486 | 0,3033 | 0,2320 |
| 01Y | 0,1930 | 0,2088 | 0,2205 | 0,3200 | 0,3115 | 1 | 0,2005 | 0,2083 | 0,2148 | 0,1882 | 0,2065 | 0,1647 | 0,1471 | 0,1095 |
| 02Y | 0,0625 | 0,0795 | 0,1149 | 0,3357 | 0,3671 | 0,2005 | 1 | 0,8180 | 0,6704 | 0,4246 | 0,4839 | 0,3992 | 0,3654 | 0,3025 |
| 03Y | 0,0535 | 0,0586 | 0,0856 | 0,3149 | 0,4089 | 0,2083 | 0,8180 | 1 | 0,8366 | 0,6479 | 0,6537 | 0,5164 | 0,4439 | 0,3657 |
| 04Y | 0,0858 | 0,0957 | 0,1357 | 0,4065 | 0,4506 | 0,2148 | 0,6704 | 0,8366 | 1 | 0,9274 | 0,8572 | 0,6533 | 0,5185 | 0,4127 |
| 05Y | 0,0753 | 0,0853 | 0,1226 | 0,3687 | 0,4048 | 0,1882 | 0,4246 | 0,6479 | 0,9274 | 1 | 0,9087 | 0,6345 | 0,4887 | 0,4067 |
| 07Y | 0,0806 | 0,0908 | 0,1307 | 0,3844 | 0,4182 | 0,2065 | 0,4839 | 0,6537 | 0,8572 | 0,9087 | 1 | 0,8529 | 0,7720 | 0,5126 |
| 09Y | 0,0794 | 0,0872 | 0,1155 | 0,3202 | 0,3486 | 0,1647 | 0,3992 | 0,5164 | 0,6533 | 0,6345 | 0,8529 | 1 | 0,9789 | 0,4995 |
| 10Y | 0,0711 | 0,0774 | 0,1026 | 0,2809 | 0,3033 | 0,1471 | 0,3654 | 0,4439 | 0,5185 | 0,4887 | 0,7720 | 0,9789 | 1 | 0,4841 |
| 20Y | 0,0424 | 0,0546 | 0,0714 | 0,2065 | 0,2320 | 0,1095 | 0,3025 | 0,3657 | 0,4127 | 0,4067 | 0,5126 | 0,4995 | 0,4841 | 1 |

Tableau 22. Matrice de la corrélation des rendements des prix zéro-coupon

La corrélation est logiquement forte entre deux maturités voisines et tend à s'affaiblir pour des maturités de différents horizons.

4) Mapping des flux

Notre nouvelle base de données contient un portefeuille des obligations zéro coupon dont les prix et les quantités sont connus à la date 31/12 /2014. Par ailleurs, ces titres sont caractérisés par des maturités résiduelles qui varient de 0,01 à 16,2 ans. La distribution des flux repose sur la transformation du portefeuille actuel contenant 126 obligations zéro coupon et un continuum de facteurs de risque en un portefeuille comportant un nombre réduit de facteurs de risque. Ainsi, les cash-flows réels sont redistribués selon les quatorze échéances prédéfinies. Plus précisément, il s'agit de convertir chaque obligation zéro coupon de maturité i en deux obligations zéro-coupons de maturité piliers j et k , suivant la règle :

- Conservation de la valeur actuelle.
- Conservation du risque.
- Conservation du signe : le mapping d'une position longue doit aboutir à deux positions longues.

Les inputs nécessaires à cette ventilation sont la volatilité et la corrélation des rendements des taux piliers présentés dans le paragraphe précédent. En pratique, cette ventilation des flux dépend du paramètre α qui résout l'équation suivante :

$$\boxed{(\sigma_i^2 - 2 * \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} + \sigma_j^2) \alpha^2 + 2 * (\sigma_i \sigma_j \rho_{ij} - \sigma_j^2) \alpha + (\sigma_j^2 - \sigma_i^2) = 0}$$

| N | Duree résiduelle | Flux | Volatilité des flux | Volatilité M. pilier CF | Volatilité M. pilier CF+1 | CF1 - CF+1 | Coefficient de corrélation | Coefficient a | Coefficient b | Coefficient c | Solution retenue α |
|----|------------------|-----------|---------------------|-------------------------|---------------------------|------------|----------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|
| 31 | 0,01 | 104300,00 | 1,81E-05 | 5,48E-06 | 3,39E-05 | CF1-CF2 | 9,50E-01 | 8,29E-10 | -1,95E-09 | 8,26E-10 | 0,5535 |
| 29 | 0,08 | 5390 | 1,11E-04 | 3,39E-05 | 1,16E-04 | CF2-CF3 | 9,12E-01 | 7,36E-09 | -1,95685E-08 | 9,6264E-10 | 0,0501 |
| 35 | 0,09 | 4870 | 1,16E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | CF3-CF4 | 7,37E-01 | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 4,2791E-09 | 0,4883 |
| 2 | 0,18 | 105400 | 1,26E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 1,94435E-09 | 0,1698 |
| 18 | 0,2 | 5390 | 1,28E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 1,40029E-09 | 0,1178 |
| 20 | 0,2 | 103950,00 | 1,28E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 1,40029E-09 | 0,1178 |
| 26 | 0,2 | 4450 | 1,28E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 1,40029E-09 | 0,1178 |
| 4 | 0,22 | 104500,00 | 1,30E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 8,47054E-10 | 0,0688 |
| 39 | 0,22 | 100000,22 | 1,30E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 7,97765E-10 | 0,0647 |
| 19 | 0,24 | 104 440 | 1,32E-04 | 1,16E-04 | 1,33E-04 | | | 8,44E-09 | -1,2885E-08 | 2,84645E-10 | 0,0224 |
| 32 | 0,25 | 104470,00 | 1,33E-04 | 1,33E-04 | 1,33E-04 | | | CF4 | | 3,56E-08 | -3,56126E-08 |
| 7 | 0,27 | 5000 | 1,43E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | CF4-CF5 | 5,95E-01 | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 4,32203E-08 | 0,7961 |
| 13 | 0,3 | 6200 | 1,57E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | | | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 3,89391E-08 | 0,6417 |
| 21 | 0,3 | 3900 | 1,57E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | | | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 3,89391E-08 | 0,6417 |
| 40 | 0,30 | 104700,00 | 1,59E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | | | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 3,83524E-08 | 0,6248 |
| 6 | 0,31 | 4300 | 1,62E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | | | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 3,74216E-08 | 0,5994 |
| 34 | 0,33 | 104400,00 | 1,71E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | | | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 3,44882E-08 | 0,5271 |
| 17 | 0,45 | 4830 | 2,29E-04 | 1,33E-04 | 2,52E-04 | | | 4,14E-08 | -8,72497E-08 | 1,143E-08 | 0,1404 |

Tableau 23.Détermination des coefficients de ventilation des flux α

En appliquant le mapping à l'ensemble du portefeuille obligataire, on obtient des flux correspondant aux échéances piliers :

| Maturités | Flux actualisés |
|------------|------------------|
| 1D | 115 429 429,78 |
| 1W | 93 170 157,01 |
| 1M | 1 342 915 889,30 |
| 3M | 6 781 105 270,30 |
| 6M | 294 031 107,70 |
| 1Y | 954 836 287,96 |
| 2Y | 218 052 531,93 |
| 3Y | 411 976 471,55 |
| 4Y | 712 564 081,21 |
| 5Y | 2 691 125 700,69 |
| 7Y | 154 113 238,40 |
| 9Y | 2 603 925,93 |
| 10Y | 10 918 022,83 |
| 20Y | 16 183 880,71 |

Tableau 24.Distribution des flux

En disposant de tous les inputs nécessaires, on peut procéder ensuite au calcul de la VaR paramétrique au moyen de la formule suivante :

$$VaR_{\alpha,h} = z_{\alpha} \sqrt{CF \Sigma CF^T} + \mu * CF^T$$

Avec :

- Σ est la matrice de variance-covariance des rendements des prix zéro-coupon.
- z_{α} est le quantile d'ordre α de loi normale standard.
- μ est le vecteur des rendements moyens des prix zéro-coupon.
- CF est le vecteur des flux par facteur des risques piliers.

Les résultats du calcul de la VaR paramétrique sont présentés dans le tableau ci-dessous :

| | VaR99% | VaR95% | Var90% |
|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| VaR 1 Jour | 22715099,17 | 16100785,99 | 12574720,11 |
| Valeur du portefeuille | 13 901 207 583,479 | 13 901 207 583,479 | 13 901 207 583,479 |
| % | 0,163% | 0,1158% | 0,0905% |

Tableau 25. Calcul de la VaR variance-covariance à l'horizon d'un jour pour le portefeuille obligataire

En utilisant la formule du scaling d'une VaR d'horizon 1 jour à une VaR d'horizon un an, on trouve les résultats suivants:

| | VaR99% | VaR95% | Var90% |
|--------------|----------------|----------------|----------------|
| VaR annuelle | 434 119 955,30 | 307 710 410,73 | 240 321 950,26 |
| % | 3,12% | 2,21% | 1,73% |

Tableau 26. Calcul de la VaR variance-covariance à l'horizon d'un an pour le portefeuille obligataire

Nous pouvons conclure qu'il existe 1% de chance de perdre plus de 3,12% de la valeur du portefeuille obligataire sur un horizon d'un an et 10% de chance de perdre une valeur supérieure à 1,73% du portefeuille sur le même horizon.

II.4. Calcul de la VaR par la méthode Monte-Carlo

II.4.1. Vérification des hypothèses de calcul

L'approche Monte Carlo repose sur l'hypothèse de normalité des rendements des taux zéro coupon. Ceci-dit, la pertinence des résultats dépend de la vérification de cette hypothèse. L'application du test de Shapiro-Wilk montre qu'aucun rendement n'est normal. Nous présentons ci-dessous la statistique W et les P-value du test pour les rendements de chaque maturité.

| Maturité | Statistique W | P-value | Décisions |
|-----------|---------------|-----------------|---------------|
| 1 jour | 0,95433 | 3,7193E-36 < 5% | On rejette H0 |
| 1 semaine | 0,2328 | 2,4463E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 1 mois | 0,24718 | 6,5661E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 3 mois | 0,27121 | 3,5482E-87 < 5% | On rejette H0 |
| 6 mois | 0,31908 | 1,1851E-85 < 5% | On rejette H0 |
| 1 an | 0,17545 | 5,5667E-90 < 5% | On rejette H0 |
| 2 ans | 0,1255 | 2,4742E-91 < 5% | On rejette H0 |
| 3 ans | 0,21442 | 7,0913E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 4 ans | 0,2219 | 1,1705E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 5 ans | 0,25931 | 1,5291E-87 < 5% | On rejette H0 |
| 7 ans | 0,22179 | 1,1615E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 9 ans | 0,21141 | 5,8042E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 10 ans | 0,18051 | 1,0289E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 20 ans | 0,16849 | 3,5718E-90 < 5% | On rejette H0 |

Tableau 27. Test de normalité des rendements des taux zéro-coupon

II.4.2. Calcul de la VaR par l'approche de Monte Carlo

Afin de calculer la VaR Monte Carlo du portefeuille obligataire, nous poursuivrons les étapes suivantes :

1) Génération du vecteur Z ($Z_1 \dots Z_{14}$) $\sim MN(0,1)$

En admettant la normalité des distributions marginales des rendements, nous générons 10 000 scénarios du vecteur Z. La génération des nombres aléatoires a été effectuée via le logiciel R. les résultats ont été ensuite exportés vers Excel.

2) Décomposition de Cholesky

A partir de l'historique, nous calculons la matrice variance-covariance des rendements des taux zéros coupons pour les 14 facteurs de risque afin d'effectuer la factorisation de Cholesky. Les résultats trouvés sont présentés ci-dessous :

| | ON | 01W | 01M | 03M | 06M | 01Y | 02Y | 03Y | 04Y | 05Y | 07Y | 09Y | 10Y | 20Y |
|-----|-----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ON | 7,65E-13 | 5,89E-11 | 5,40E-11 | 2,79E-11 | -1,73E-11 | -3,13E-11 | -2,65E-11 | -3,30E-11 | -4,08E-11 | -4,85E-11 | -5,60E-11 | -4,74E-11 | -3,98E-11 | -3,64E-11 |
| 01W | 5,89E-11 | 8,67E-03 | 7,17E-03 | 4,38E-03 | 1,12E-03 | 2,28E-04 | 4,91E-04 | 8,85E-05 | 6,34E-05 | 8,54E-05 | 8,25E-05 | 7,63E-05 | 7,05E-05 | 6,81E-05 |
| 01M | 5,40E-11 | 7,17E-03 | 6,24E-03 | 3,85E-03 | 1,02E-03 | 2,24E-04 | 4,56E-04 | 9,29E-05 | 5,58E-05 | 8,02E-05 | 8,00E-05 | 7,45E-05 | 6,74E-05 | 6,48E-05 |
| 03M | 2,79E-11 | 4,38E-03 | 3,85E-03 | 2,62E-03 | 7,11E-04 | 1,97E-04 | 3,49E-04 | 9,11E-05 | 5,17E-05 | 7,86E-05 | 8,15E-05 | 7,76E-05 | 6,51E-05 | 6,33E-05 |
| 06M | -1,73E-11 | 1,12E-03 | 1,02E-03 | 7,11E-04 | 3,26E-04 | 1,71E-04 | 1,84E-04 | 8,57E-05 | 6,52E-05 | 7,74E-05 | 8,12E-05 | 7,65E-05 | 6,18E-05 | 5,99E-05 |
| 01Y | -3,13E-11 | 2,28E-04 | 2,24E-04 | 1,97E-04 | 1,71E-04 | 3,35E-04 | 1,64E-04 | 7,97E-05 | 7,68E-05 | 7,45E-05 | 7,77E-05 | 7,27E-05 | 5,96E-05 | 5,76E-05 |
| 02Y | -2,65E-11 | 4,91E-04 | 4,56E-04 | 3,49E-04 | 1,84E-04 | 1,64E-04 | 6,80E-04 | 9,48E-05 | 8,46E-05 | 7,60E-05 | 7,72E-05 | 7,67E-05 | 5,96E-05 | 5,87E-05 |
| 03Y | -3,30E-11 | 8,85E-05 | 9,29E-05 | 9,11E-05 | 8,57E-05 | 7,97E-05 | 9,48E-05 | 2,27E-04 | 1,60E-04 | 1,12E-04 | 7,63E-05 | 7,85E-05 | 6,23E-05 | 6,24E-05 |
| 04Y | -4,08E-11 | 6,34E-05 | 5,58E-05 | 5,17E-05 | 6,52E-05 | 7,68E-05 | 8,46E-05 | 1,60E-04 | 1,74E-04 | 1,24E-04 | 1,06E-04 | 9,38E-05 | 7,08E-05 | 6,67E-05 |
| 05Y | -4,85E-11 | 8,54E-05 | 8,02E-05 | 7,86E-05 | 7,74E-05 | 7,45E-05 | 7,60E-05 | 1,12E-04 | 1,24E-04 | 1,31E-04 | 1,40E-04 | 1,11E-04 | 8,02E-05 | 6,92E-05 |
| 07Y | -5,60E-11 | 8,25E-05 | 8,00E-05 | 8,15E-05 | 8,12E-05 | 7,77E-05 | 7,72E-05 | 7,63E-05 | 1,06E-04 | 1,40E-04 | 1,81E-04 | 1,39E-04 | 9,09E-05 | 7,50E-05 |
| 09Y | -4,74E-11 | 7,63E-05 | 7,45E-05 | 7,76E-05 | 7,65E-05 | 7,27E-05 | 7,67E-05 | 7,85E-05 | 9,38E-05 | 1,11E-04 | 1,39E-04 | 1,31E-04 | 1,06E-04 | 1,02E-04 |
| 10Y | -3,98E-11 | 7,05E-05 | 6,74E-05 | 6,51E-05 | 6,18E-05 | 5,96E-05 | 5,96E-05 | 6,23E-05 | 7,08E-05 | 8,02E-05 | 9,09E-05 | 1,06E-04 | 1,15E-04 | 1,21E-04 |
| 20Y | -3,64E-11 | 6,81E-05 | 6,48E-05 | 6,33E-05 | 5,99E-05 | 5,76E-05 | 5,87E-05 | 6,24E-05 | 6,67E-05 | 6,92E-05 | 7,50E-05 | 1,02E-04 | 1,21E-04 | 1,32E-04 |

Figure 21. Matrice Variance Covariance des rendements des taux zéros coupons

| | ON | 01W | 01M | 03M | 06M | 01Y | 02Y | 03Y | 04Y | 05Y | 07Y | 09Y | 10Y | 20Y |
|-----|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ON | 8,70E-07 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 01W | 6,70E-05 | 9,31E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 01M | 6,20E-05 | 7,69E-02 | 1,80E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 03M | 3,20E-05 | 4,71E-02 | 1,26E-02 | 1,57E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 06M | -2,00E-05 | 1,20E-02 | 5,18E-03 | 5,02E-03 | 1,13E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 01Y | -3,60E-05 | 2,44E-03 | 2,03E-03 | 3,61E-03 | 9,98E-03 | 1,46E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 02Y | -3,00E-05 | 5,27E-03 | 2,81E-03 | 4,20E-03 | 7,49E-03 | 3,83E-03 | 2,36E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 03Y | -3,80E-05 | 9,50E-04 | 1,10E-03 | 2,08E-03 | 5,13E-03 | 1,13E-03 | 1,49E-03 | 1,38E-02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 04Y | -4,70E-05 | 6,81E-04 | 1,90E-04 | 1,10E-03 | 4,45E-03 | 1,81E-03 | 1,51E-03 | 9,37E-03 | 7,68E-03 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 05Y | -5,50E-05 | 9,17E-04 | 5,32E-04 | 1,83E-03 | 4,80E-03 | 1,15E-03 | 9,17E-04 | 5,79E-03 | 5,46E-03 | 6,16E-03 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 07Y | -6,40E-05 | 8,86E-04 | 6,57E-04 | 2,01E-03 | 5,03E-03 | 1,14E-03 | 8,56E-04 | 3,05E-03 | 6,38E-03 | 9,21E-03 | 3,69E-03 | 0 | 0 | 0 |
| 09Y | -5,40E-05 | 8,19E-04 | 6,36E-04 | 1,98E-03 | 4,71E-03 | 1,05E-03 | 9,74E-04 | 3,34E-03 | 4,60E-03 | 6,10E-03 | 3,47E-03 | 4,52E-03 | 0 | 0 |
| 10Y | -4,60E-05 | 7,57E-04 | 5,11E-04 | 1,47E-03 | 3,77E-03 | 9,52E-04 | 6,84E-04 | 2,65E-03 | 3,16E-03 | 3,94E-03 | 5,16E-04 | 7,34E-03 | 3,22E-03 | 0 |
| 20Y | -4,20E-05 | 7,31E-04 | 4,77E-04 | 1,46E-03 | 3,64E-03 | 9,06E-04 | 7,05E-04 | 2,71E-03 | 2,63E-03 | 2,67E-03 | 4,13E-04 | 9,07E-03 | 3,26E-03 | 7,79E-04 |

Figure 22. Factorisation de Cholesky

3) Calcul du vecteur de rendements simulés

Nous générons les rendements des taux zéro-coupon à partir de la formule suivante :

$$R = LZ + \mu$$

En effet nous multiplions la première ligne de la matrice de Cholesky par le vecteur Z pour obtenir le rendement R_1 relatif au taux zéro-coupons à un jour. On réitère l'opération pour obtenir les autres composantes du vecteur de rendement R. On obtient 10 000 scénarios pour chaque facteur de risque.

La figure ci-dessous représente les 20 premiers rendements simulés de chaque facteur de risque :

| F date act | 2,57 | 2,57 | 2,57 | 2,56 | 2,56 | 2,63 | 2,75 | 2,91 | 3,08 | 3,25 | 3,35 | 3,45 | 3,50 | 4,69 |
|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Maturité | ON | 01W | 01M | 03M | 06M | 01Y | 02Y | 03Y | 04Y | 05Y | 07Y | 09Y | 10Y | 20Y |
| μ | 2,5263E-05 | -1,237E-05 | -1,989E-05 | -4,758E-05 | -9,27E-05 | -0,000115 | -0,000122 | -0,000139 | -0,000138 | -0,000137 | -0,000136 | -0,000138 | -0,000139 | -0,000139 |
| 1 | 0,000 | 0,052 | 0,069 | 0,039 | 0,016 | 0,007 | 0,008 | 0,004 | 0,010 | 0,008 | 0,010 | 0,010 | 0,007 | 0,008 |
| 2 | 0,000 | -0,069 | -0,071 | -0,009 | 0,008 | 0,017 | 0,009 | -0,006 | 0,006 | 0,007 | 0,016 | 0,019 | 0,014 | 0,015 |
| 3 | 0,000 | 0,079 | 0,057 | 0,043 | 0,014 | 0,034 | 0,002 | -0,014 | -0,019 | -0,002 | 0,001 | -0,006 | -0,007 | -0,009 |
| 4 | 0,000 | 0,018 | 0,035 | 0,045 | 0,020 | -0,015 | -0,011 | -0,020 | -0,020 | -0,018 | -0,014 | -0,014 | -0,017 | -0,017 |
| 5 | 0,000 | 0,028 | 0,007 | -0,028 | -0,017 | 0,002 | 0,004 | 0,016 | 0,003 | -0,006 | -0,016 | -0,005 | 0,007 | 0,011 |
| 6 | 0,000 | -0,029 | -0,025 | -0,021 | 0,003 | 0,026 | 0,024 | 0,025 | 0,014 | 0,015 | 0,014 | 0,006 | 0,000 | -0,004 |
| 7 | 0,000 | -0,147 | -0,113 | -0,055 | -0,010 | -0,002 | 0,008 | -0,003 | -0,001 | -0,001 | 0,006 | 0,013 | 0,009 | 0,011 |
| 8 | 0,000 | -0,077 | -0,065 | -0,043 | -0,008 | 0,011 | -0,005 | -0,031 | -0,027 | -0,020 | -0,015 | -0,016 | -0,016 | -0,016 |
| 9 | 0,000 | -0,089 | -0,076 | -0,033 | -0,018 | 0,005 | 0,008 | -0,014 | -0,026 | -0,023 | -0,024 | -0,018 | -0,007 | -0,005 |
| 10 | 0,000 | -0,056 | -0,046 | -0,008 | -0,001 | 0,004 | 0,028 | -0,007 | -0,002 | 0,014 | 0,023 | 0,019 | 0,017 | 0,015 |
| 11 | 0,000 | 0,020 | 0,023 | 0,006 | 0,010 | -0,005 | -0,018 | -0,008 | -0,004 | -0,001 | 0,003 | 0,003 | 0,006 | 0,006 |
| 12 | 0,000 | -0,049 | -0,019 | -0,003 | 0,000 | 0,029 | 0,019 | -0,002 | 0,018 | 0,015 | 0,014 | 0,008 | 0,009 | 0,006 |
| 13 | 0,000 | -0,181 | -0,118 | -0,049 | 0,014 | 0,004 | 0,032 | 0,002 | 0,000 | 0,003 | 0,003 | 0,010 | 0,016 | 0,019 |
| 14 | 0,000 | 0,215 | 0,182 | 0,152 | 0,044 | 0,016 | 0,016 | 0,012 | -0,002 | 0,009 | 0,014 | 0,021 | 0,018 | 0,021 |
| 15 | 0,000 | -0,047 | -0,042 | -0,026 | -0,027 | -0,032 | -0,008 | -0,024 | -0,016 | -0,021 | -0,018 | -0,013 | -0,007 | -0,006 |
| 16 | 0,000 | -0,143 | -0,132 | -0,099 | -0,029 | -0,017 | 0,004 | -0,008 | -0,006 | -0,011 | -0,010 | -0,003 | 0,001 | 0,005 |
| 17 | 0,000 | -0,030 | -0,039 | -0,020 | -0,008 | -0,026 | -0,026 | -0,015 | -0,021 | -0,024 | -0,025 | -0,018 | -0,014 | -0,010 |
| 18 | 0,000 | -0,071 | -0,080 | -0,034 | -0,010 | -0,009 | -0,023 | -0,001 | -0,007 | 0,000 | 0,003 | 0,006 | 0,002 | 0,003 |
| 19 | 0,000 | -0,156 | -0,135 | -0,094 | -0,027 | 0,010 | -0,032 | -0,019 | -0,023 | -0,009 | -0,005 | 0,002 | 0,006 | 0,008 |
| 20 | 0,000 | -0,194 | -0,178 | -0,076 | -0,014 | 0,010 | -0,016 | -0,011 | -0,012 | -0,007 | -0,008 | -0,005 | -0,005 | -0,003 |

Figure 23. Rendements simulés des taux zéro coupon

4) Calcul des scénarios des facteurs de risque

Les rendements simulés pour chaque facteur de risque vérifient la relation suivante :

$$R_{ij} = \ln\left(\frac{F_{ij}}{F_{i,\text{réf}}}\right)$$

Avec $F_{i,\text{réf}}$ est les taux zéro-coupon de maturité i à la date de valorisation.

Par conséquent, 10 000 taux zéro-coupon simulés s'obtient en utilisant la relation inverse de (*), à savoir :

$$F_{ij} = \exp(R_{ij}) * F_{i,\text{réf}}$$

| Maturité annuelle | 0,003 | 0,019 | 0,083 | 0,25 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 10 | 20 |
|-------------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | ON | 01W | 01M | 03M | 06M | 01Y | 02Y | 03Y | 04Y | 05Y | 07Y | 09Y | 10Y | 20Y |
| 1 | 2,57 | 2,71 | 2,75 | 2,66 | 2,60 | 2,64 | 2,77 | 2,92 | 3,11 | 3,28 | 3,38 | 3,49 | 3,53 | 4,73 |
| 2 | 2,57 | 2,40 | 2,39 | 2,54 | 2,58 | 2,67 | 2,77 | 2,90 | 3,10 | 3,27 | 3,40 | 3,52 | 3,55 | 4,76 |
| 3 | 2,57 | 2,78 | 2,72 | 2,67 | 2,59 | 2,72 | 2,75 | 2,87 | 3,02 | 3,24 | 3,35 | 3,43 | 3,48 | 4,64 |
| 4 | 2,57 | 2,62 | 2,66 | 2,68 | 2,61 | 2,59 | 2,72 | 2,85 | 3,02 | 3,19 | 3,30 | 3,40 | 3,45 | 4,61 |
| 5 | 2,57 | 2,65 | 2,59 | 2,49 | 2,52 | 2,63 | 2,76 | 2,96 | 3,09 | 3,23 | 3,29 | 3,43 | 3,53 | 4,74 |
| 6 | 2,57 | 2,50 | 2,51 | 2,51 | 2,57 | 2,69 | 2,81 | 2,99 | 3,12 | 3,30 | 3,39 | 3,47 | 3,50 | 4,67 |
| 7 | 2,57 | 2,22 | 2,29 | 2,42 | 2,53 | 2,62 | 2,77 | 2,90 | 3,08 | 3,25 | 3,37 | 3,50 | 3,54 | 4,74 |
| 8 | 2,57 | 2,38 | 2,41 | 2,45 | 2,54 | 2,65 | 2,74 | 2,83 | 3,00 | 3,19 | 3,30 | 3,40 | 3,45 | 4,61 |
| 9 | 2,57 | 2,35 | 2,38 | 2,48 | 2,51 | 2,64 | 2,77 | 2,87 | 3,00 | 3,18 | 3,27 | 3,39 | 3,48 | 4,66 |
| 10 | 2,57 | 2,43 | 2,45 | 2,54 | 2,56 | 2,64 | 2,83 | 2,89 | 3,07 | 3,29 | 3,42 | 3,52 | 3,56 | 4,76 |
| 11 | 2,57 | 2,63 | 2,63 | 2,58 | 2,58 | 2,61 | 2,70 | 2,89 | 3,07 | 3,25 | 3,36 | 3,46 | 3,53 | 4,72 |
| 12 | 2,57 | 2,45 | 2,52 | 2,55 | 2,56 | 2,70 | 2,80 | 2,91 | 3,14 | 3,30 | 3,40 | 3,48 | 3,53 | 4,72 |
| 13 | 2,57 | 2,15 | 2,28 | 2,44 | 2,60 | 2,64 | 2,84 | 2,92 | 3,08 | 3,26 | 3,36 | 3,49 | 3,56 | 4,78 |
| 14 | 2,57 | 3,19 | 3,08 | 2,98 | 2,67 | 2,67 | 2,79 | 2,95 | 3,07 | 3,28 | 3,40 | 3,53 | 3,57 | 4,79 |
| 15 | 2,57 | 2,45 | 2,46 | 2,49 | 2,49 | 2,54 | 2,73 | 2,85 | 3,03 | 3,18 | 3,29 | 3,41 | 3,48 | 4,66 |
| 16 | 2,57 | 2,23 | 2,25 | 2,32 | 2,49 | 2,58 | 2,76 | 2,89 | 3,06 | 3,21 | 3,31 | 3,44 | 3,51 | 4,71 |
| 17 | 2,57 | 2,50 | 2,47 | 2,51 | 2,54 | 2,56 | 2,68 | 2,87 | 3,01 | 3,17 | 3,26 | 3,39 | 3,46 | 4,64 |
| 18 | 2,57 | 2,40 | 2,37 | 2,48 | 2,53 | 2,60 | 2,68 | 2,91 | 3,06 | 3,25 | 3,36 | 3,47 | 3,51 | 4,70 |
| 19 | 2,57 | 2,20 | 2,25 | 2,33 | 2,49 | 2,65 | 2,66 | 2,86 | 3,01 | 3,22 | 3,33 | 3,46 | 3,53 | 4,73 |
| 20 | 2,57 | 2,12 | 2,15 | 2,37 | 2,52 | 2,65 | 2,70 | 2,88 | 3,04 | 3,23 | 3,32 | 3,44 | 3,49 | 4,67 |

Tableau 28. Résultats du calcul des taux simulés

5) Calcul de la VaR

Une fois les prix des obligations zéro-coupon simulés sont déterminées, le calcul de la VaR Monte Carlo est identique à celui de la VaR historique. En effet, on calcule la valeur du portefeuille pour chaque scénario. Puis, on procède au calcul de la variation de la valeur du portefeuille et on ordonne ces variations pour prendre enfin le quantile d'ordre α de cette distribution. Ce quantile correspond à la valeur VaR à l'horizon h et au seuil α .

Les résultats sont présentés ci-dessous :

| | VaR99% | VaR95% | Var90% |
|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Perte (VaR 1 Jour) | 25 168 931,926 | 17 984 255,767 | 14 075 986,188 |
| Valeur du portefeuille | 13 901 207 583,479 | 13 901 207 583,479 | 13 901 207 583,479 |
| % | 0,181% | 0,129% | 0,101% |

Tableau 29. Résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo à 1 jour

La VaR ci-dessus a été calculé sur un horizon d'un jour. Nous multiplions cette perte maximale probable par $\sqrt{365,25}$ pour passer à une VaR à un horizon d'un an.

| | VaR99% | VaR95% | Var90% |
|---------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Perte (VaR 1 Jour) | 481 016 416,352 | 343 706 371,228 | 269 013 419,105 |
| % | 3,460% | 2,472% | 1,935% |

Tableau 30. Résultats du calcul de la VaR Monte-Carlo à un an

La Var annuelle représente 3,460% de la valeur marché du portefeuille.

Selon les résultats des deux tableaux ci-dessus, nous remarquons que la VaR est une fonction croissante du niveau de confiance. La plus grande perte est enregistrée pour le niveau de confiance le plus élevé. Ainsi, nous sommes sûrs à 99% que la perte maximale ne dépassera pas 0,181% et 3,460% de la valeur du portefeuille à l'horizon d'un jour et d'un an respectivement.

II.5. Comparaison des trois approches.

Les tableaux suivants récapitulent les résultats de calcul des trois méthodes :

| Seuil | VaR historique | | VaR variance covariance | | VaR Monte Carlo | |
|-------|----------------|---------------|-------------------------|---------------|-----------------|---------------|
| | en% | en valeur | en% | en valeur | en% | en valeur |
| 90% | 0,01% | 1 723 260,64 | 0,09% | 12 574 720,12 | 0,10% | 14 075 986,19 |
| 95% | 0,03% | 4 367 676,31 | 0,12% | 16 100 786,00 | 0,13% | 17 984 255,77 |
| 99% | 0,13% | 17 683 078,62 | 0,16% | 22 715 099,18 | 0,18% | 25 168 931,93 |

Tableau 31. Comparaison des résultats de la VaR à l'horizon d'un jour pour les trois méthodes

| Seuil | VaR historique | | VaR variance covariance | | VaR Monte Carlo | |
|-------|----------------|----------------|-------------------------|----------------|-----------------|----------------|
| | en% | en valeur | en% | en valeur | en% | en valeur |
| 90% | 0,24% | 32 934 121,32 | 1,71% | 273 713 451,64 | 1,94% | 269 013 419,10 |
| 95% | 0,60% | 83 472 910,61 | 2,19% | 305 101 912,11 | 2,74% | 343 706 371,23 |
| 99% | 2,43% | 337 950 419,68 | 3,10% | 431 511 465,63 | 3,46% | 481 016 416,35 |

Tableau 32. Comparaison des résultats de la VaR à l'horizon d'un an pour les trois méthodes

L'approche historique donne une faible valeur par rapport aux autres méthodes. Par ailleurs en passant d'un seuil de 99% à 90% augmente d'une manière considérable.

L'approche paramétrique donne des résultats plus grands par rapport à la VaR historique. Ces résultats sont à prendre avec réserve car l'hypothèse de la multinormalité du vecteur des rendements n'est pas vérifiée.

Par ailleurs, le calcul de la VaR par l'approche Monte-Carlo donne les valeurs les plus grands. Ceci peut être dû au fait que le terme d'erreur généré peut s'approcher, en terme de valeur, du rendement moyen.

En général, les résultats sont satisfaisants car ils sont presque similaires, notamment, ceux trouvés par l'approche de Monte-Carlo et par l'approche paramétrique. De plus la VaR annuelle représente une valeur inférieure à 3,5% de la valeur du portefeuille, ce qui est cohérent avec la faiblesse du risque de la détention d'un portefeuille obligataire

Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'implémentation pratique de la VaR selon les trois méthodes, sur les deux portefeuilles actions et obligations. Ainsi, nous avons consacré une première section au calcul de la VaR pour le portefeuille actions. La deuxième section a concerné le portefeuille obligataire.

Nous avons commencé par vérifier les hypothèses relatives à chaque méthode. Ensuite, nous avons présenté les résultats de calcul de la VaR pour chaque section. Et finalement, nous avons procédé à la comparaison des résultats trouvés par les trois méthodes, pour les deux portefeuilles.

Ainsi, relativement à la première section, l'hypothèse de stationnarité stipulée par la méthode historique a été vérifiée par l'ensemble des rendements des titres composant le portefeuille. Cependant, l'hypothèse de la normalité des rendements des titres du portefeuille, sur laquelle repose la méthode paramétrique, a été rejetée pour les 38 titres. Par ailleurs, les trois méthodes donnent des résultats de calcul de la VaR proches, surtout pour les seuils de 90% et 95%. Néanmoins, il semble que la méthode historique surestime le risque à 99%, puisqu'elle donne un résultat largement plus important que les deux autres. En effet, les deux méthodes paramétrique et de Monte-Carlo donnent des résultats à peu près similaires pour les trois niveaux de confiance.

Concernant la deuxième section, l'hypothèse de stationnarité énoncée a été vérifiée par seulement 8 rendements des prix zéro coupon parmi 34. Toutefois, les deux hypothèses de la normalité des prix zéro coupon et des taux zéro coupon relatives à la méthode paramétrique et à celle de Monte-Carlo respectivement, ont été rejetées pour l'ensemble des prix et rendements zéro coupon. Par ailleurs, les résultats trouvés par les trois méthodes sont satisfaisants car ils sont presque similaires, notamment, ceux trouvés par l'approche de Monte-Carlo et par l'approche paramétrique. Néanmoins, il semble que la méthode historique sous-estime le risque à 99%, puisqu'elle donne un résultat largement inférieur aux deux autres. En effet, les deux méthodes paramétrique et de Monte-Carlo donnent des résultats à peu près similaires pour les trois niveaux de confiance.

Le prochain chapitre portera sur les contrôles de validation des modèles VaR permettant de vérifier la qualité de ceux-ci. Nous exposerons ainsi différentes approches pour juger de la qualité de chaque modèle.

Chapitre V - Validation des modèle VaR et Calcul des exigences en FP

Introduction

La validation des modèles VaR représente l'étape la plus importante pour l'obtention de l'autorisation de Bank Al-Maghrib à utiliser le modèle interne pour quantifier le risque marché.

En effet, les modèles VaR ne peuvent être validés par BAM qu'après la réalisation d'une série de tests visant à déterminer le degré de fiabilité de chaque modèle. Ainsi, un modèle sera retenu via un test, s'il satisfait les critères imposés par celui-ci.

Ce chapitre sera réparti en deux sections. Nous nous intéresserons d'abord dans la première section à la technique de Backtesting qui permet de tester la pertinence des modèles de calcul de la VaR en s'appuyant sur un ensemble de données historiques. Nous exposerons dans ce sens la technique de Backtesting exigé par BAM pour valider un modèle et déterminer ses exigences en FP. Ensuite, nous présenterons deux tests statistiques largement utilisés dans la validation des modèles VaR.

La deuxième section portera sur l'application du Backtesting sur les deux portefeuilles actions et obligations. Ainsi, nous effectuerons les deux tests sur les deux portefeuilles. Nous présenterons ensuite les exigences en FP calculés selon les normes édictées par BAM.

Section I : Validation des modèles VaR

I.1. Analyse ex-post

La validation d'un modèle VaR par le régulateur marocain à savoir Bank Al- Maghrib, passe par la vérification de la fiabilité des méthodes utilisées du modèle interne de l'institution financière. Cette vérification se fait à travers une procédure de Backtesting qui repose essentiellement sur le nombre de dépassements. Autrement dit, le nombre de fois où la perte réelle observée est supérieure à la perte prévue par le modèle interne. Si le Backtesting affiche un nombre de dépassements supérieur à une limite fixée, alors Bank Al Maghrib peut ne pas valider le modèle.

Ainsi, cette technique de Backtesting repose sur la comparaison entre la VaR calculée à l'instant $t-1$ et le P&L ou le rendement de l'instant t , et cela pour un historique de T jours.

Supposons que le Backtesting soit réalisé sur un horizon de 100 jours et avec un niveau de confiance de 99%. Alors le nombre optimal de dépassements se calcule via la formule suivante :

Nombre idéal de dépassements = Nombre d'observations \times (1-Niveau de confiance)

Ainsi, pour l'exemple présenté ci-dessus, le nombre idéal de dépassements est de 1. Par conséquent, si le nombre de dépassements issu d'un modèle de calcul de la VaR est inférieur à 1, alors le modèle surestime la VaR. Sinon, alors il sous-estime la VaR.

Les banques sont tenues d'effectuer cette analyse sur une base trimestrielle en utilisant les douze derniers mois de l'année, selon les directives du comité de Bâle. Trois zones sont ainsi définies. Par suite, le régulateur agit en fonction de la zone dans laquelle le modèle de la banque se trouve. En effet, chaque zone fixe un coefficient multiplicateur qui intervient dans le calcul des exigences en FP. Le calcul de ce coefficient multiplicateur sera détaillé dans la section ci-dessous.

I.2. Détermination des exigences en FP

Les directives du comité de Bâle relatives aux exigences en FP d'une banque, recommandent que ceux-ci soient calculés par la formule suivante :

$$FP = \max \left(VaR_t, (3 + \text{complément}) \times \frac{1}{60} \sum_{i=t-60}^{t-1} VaR_i \right)$$

Les exigences en FP à une date donnée sont donc le maximum entre la VaR calculée à la même date, et la moyenne des VaR des 60 derniers jours ouvrés multipliée par un coefficient appelé multiplicateur. Ce coefficient prend 3 comme valeur minimale et 4 comme valeur maximale. C'est Bank Al Maghrib qui est chargé de sa détermination.

Par conséquent, le niveau des FP est directement lié au modèle de calcul de la VaR. Ainsi, les institutions financières sont amenées à valider leurs modèles de calcul de cet indicateur. Par ailleurs, le comité de Bâle a prévu des sanctions pour les institutions qui sous-estiment le risque via le Calcul de la VaR. A titre d'exemple, le coefficient multiplicateur peut être élevé pour couvrir le risque sous-estimé par les modèles de calcul de la VaR.

Bank Al-Maghrib se base sur cette technique de Backtesting afin de valider les modèles de calcul de la VaR, et de déterminer la valeur du multiplicateur pour calculer les exigences en FP.

Relativement aux directives du comité de Bâle, le coefficient multiplicateur est attribué à chaque établissement bancaire en fonction du nombre de fois où la perte réelle a dépassé le niveau de la VaR calculée. Le tableau ci-dessous montre le niveau du complément en fonction du nombre d'exceptions :

| Zone | Nombre d'exceptions | Augmentation du multiple |
|--------------|----------------------------|---------------------------------|
| Verte | 0 | 0 |
| | 1 | 0 |
| | 2 | 0 |
| | 3 | 0 |
| | 4 | 0 |
| Jaune | 5 | 0,4 |
| | 6 | 0,5 |
| | 7 | 0,65 |
| | 8 | 0,75 |
| | 9 | 0,85 |
| Rouge | 10 ou plus | 1 |

Tableau 33. Augmentation du complément selon les zones de contrôle et le nombre d'exceptions

D'après le tableau ci-dessus, trois zones sont définies selon le nombre de dépassements relatif au Backtesting. Par suite, Bank Al-Maghrib prendra des mesures différentes en fonction de la zone dans laquelle la banque se trouve :

- **Zone verte** : le modèle de la banque se situe dans cette zone si le nombre de dépassements est inférieur ou égal à quatre. Le coefficient multiplicateur est de trois dans ce cas. Le modèle de calcul de la VaR est donc de bonne qualité puisqu'il apprécie le risque correctement, sans sous-estimation ou surestimation.

- **Zone jaune** : le modèle se situe dans cette zone si le nombre de dépassements se trouve entre 5 et 9. Les résultats sont donc à prendre avec réserves puisque le modèle n'est pas pertinent à 100%. Ainsi, le complément prend une valeur qui peut aller de 0,4 à 0,85 selon le nombre d'exception afin de fiabiliser le modèle. Par conséquent, la banque se voit obligée d'accroître ses exigences en FP.

- **Zone rouge** : cette zone est critique. En effet, les modèles qui se trouvent dans cette zone sous-estiment les pertes réellement observées sur les derniers 250 jours et ne peuvent donc être fiables. Il en résulte que Bank Al-Maghrib élève le complément à 1 et donc le facteur multiplicateur à 4. Néanmoins, ces institutions sont amenées à revoir leurs modèles.

Un modèle donnant lieu à un grand nombre de dépassements soulève des questions quant à sa précision. Bank Al Maghrib peut, dans ce cas, ne pas valider le modèle ou imposer des mesures d'ajustement pour le rendre fiable.

I.3. Tests de précision

I.3.1 Test POF

Le test POF (Proportion Of Failures) proposé par Kupiec (1995), se base sur la comparaison de la proportion des violations ou hits de l'échantillon à la proportion imposée.

En effet, Une violation ou hit de la VaR se produit lorsque les profits ou pertes du portefeuille sont inférieurs à la VaR prévue. On note $I_t(\alpha)$ la fonction indicatrice associée à une violation de la VaR à la date t pour un taux de couverture α % :

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_t \leq \text{VaR}_{t|t-1}(\alpha) \\ 0 & \text{si } x_t > \text{VaR}_{t|t-1}(\alpha) \end{cases}$$

Tel que x_t est le rendement ou la P&L du portefeuille à l'instant t , et $\text{VaR}_{t|t-1}(\alpha)$ est la VaR à α % calculée à la date $t-1$ et sur l'horizon d'un jour.

La séquence de violations doit satisfaire ces deux propriétés :

- **Propriété de couverture non conditionnelle** : la probabilité que se réalise ex-post une perte plus grande que la VaR reportée ex-ante doit être égale au taux de couverture $1-\alpha\%$:

$$E [I_t(\alpha)] = P [I_t(\alpha) = 1] = 1 - \alpha$$

- **Propriété d'indépendance** : les violations de la VaR à des dates différentes doivent être indépendamment distribuées. Donc, la variable $I_t(\alpha)$ est indépendante de $I_{t+k}(\alpha)$ pour toutes valeurs de k différentes de zéro.

Par suite, la séquence de violations $I_t(\alpha)$ doit être indépendante et identiquement distribuée selon une loi de Bernoulli de paramètre $1-\alpha$. Nous supposons cette hypothèse dans ce qui suit.

Par ailleurs, le test POF est basé sur l'hypothèse nulle :

$$H_0 : p = \hat{p} = \frac{x}{T}$$

Où :

- T est le nombre d'observations. Il s'agit du nombre de jours du Backtesting.
- x est le nombre de dépassements.
- $p=1-\alpha$ est le taux d'échec (failure rate).

En effet, nous testons ainsi si le taux d'échec observé est égal au taux d'échec relatif au niveau de confiance α .

Le rapport de vraisemblance s'écrit sous la forme suivante :

$$LR_{POF} = -2 \ln \left(\frac{(1-P)^{T-x} P^x}{\left[1 - \frac{x}{T}\right]^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right)$$

Ce ratio suit la loi de khi-deux à un degré de liberté. Par conséquent, nous acceptons H_0 si la valeur du ratio est inférieure à la statistique khi-deux à un degré de liberté.

I.3.2. Approche MRB

Cette méthode dite du Biais Relatif Moyen développée par Hendricks en 1996, permet d'évaluer si une approche particulière parmi celles utilisées dans le calcul de la VaR, produit un risque estimé relativement plus élevé que les autres. Autrement dit, cette mesure permet de préciser si l'approche utilisée pour estimer la VaR surestime ou non le risque. Une méthode qui fournit des VaR élevées est jugée comme étant conservative.

Ainsi, cette approche se base sur la statistique suivante :

$$MRB_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \frac{VaR_{it} - \overline{VaR}_t}{\overline{VaR}_t} \quad \text{avec } \overline{VaR}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N VaR_{it}$$

Tel que :

- VaR_{it} est la VaR fournie par l'approche i le jour t .
- \overline{VaR}_t est la moyenne des VaR fournies par les N approches au jour t .

Par conséquent, la statistique MRB a pour rôle de capturer l'ampleur à laquelle les différentes approches produisent des estimations de tailles moyennes semblables.

Le MRB est obtenu en pourcentage. A titre d'exemple, un MRB égal à 0,1 implique que l'approche utilisée, et par la suite la VaR obtenue, est en moyenne 10% plus grande que la moyenne des VaR obtenues par toutes les approches.

L'approche MRB préconise de choisir la méthode de calcul de la VaR qui fournit la statistique MRB la plus faible en valeur absolue. Il en résulte que lors de la comparaison de plusieurs VaR obtenues selon différentes approches, il suffit de comparer les statistiques MRB de chaque méthode et de retenir celle qui a le plus petit MRB en valeur absolue car cela signifie que cette approche est la moins éloignée de la moyenne des VaR obtenue par l'ensemble des approches.

Section 2: Application du Backtesting aux deux portefeuilles

Dans cette section, nous réaliserons les deux tests cités en haut, sur les portefeuilles actions et obligations, et nous calculerons le besoin en FP pour chacun des deux portefeuilles.

Nous rappelons que la VaR de chacun des deux portefeuilles a été calculée selon trois méthodes : la méthode historique, la méthode paramétrique et l'approche Monte-Carlo.

Les deux tests relatifs au Backtesting ont été effectués pour un α de 99% pour les deux portefeuilles.

II.1. Portefeuille actions

La conduite des deux tests de Backtesting relatifs aux deux méthodes historique et de Monte-Carlo, a nécessité de concevoir des macros VBA Excel permettant de calculer les VaR des 500 derniers jours ouvrés. En revanche, la détermination des 500 dernières VaR par la méthode paramétrique ne demandait pas d'automatiser les calculs.

| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|------------|------------------------|---|----|------------|------------|------------|------------|------------|
| Séance | rendement portefeuille | | | 30/12/2014 | 29/12/2014 | 26/12/2014 | 25/12/2014 | 24/12/2014 |
| 31/12/2014 | | | 1 | | | | | |
| 30/12/2014 | | | 2 | | | | | |
| 29/12/2014 | | Récupérer l'historique trié par ordre croissant à chaque date | 3 | | | | | |
| 26/12/2014 | | | 4 | | | | | |
| 25/12/2014 | | | 5 | | | | | |
| 24/12/2014 | | | 6 | | | | | |
| 23/12/2014 | | | 7 | | | | | |
| 22/12/2014 | | Calculer les VaR des 500 derniers jours ouvrés | 8 | | | | | |
| 19/12/2014 | | | 9 | | | | | |
| 18/12/2014 | | | 10 | | | | | |
| 17/12/2014 | | | 11 | | | | | |
| 16/12/2014 | | | 12 | | | | | |
| 15/12/2014 | | | 13 | | | | | |
| 12/12/2014 | | | 14 | | | | | |
| 11/12/2014 | | | 15 | | | | | |
| 10/12/2014 | | | 16 | | | | | |
| 09/12/2014 | | | 17 | | | | | |
| 08/12/2014 | | | 18 | | | | | |
| 05/12/2014 | | | 19 | | | | | |
| 04/12/2014 | | | 20 | | | | | |

Figure 24. Interface de calcul des 500 VaR historiques du portefeuille actions

L'interface suivante permet de calculer les VaR des 500 derniers jours ouvrés. Ainsi, l'utilisateur est amené à faire entrer comme inputs les rendements historiques du portefeuille dans la colonne B. Le bouton « récupérer l'historique trié par ordre croissant à chaque date » sert à affecter à chaque date les rendements historiques et de les classer par ordre croissant. Par ailleurs, le deuxième bouton à savoir « calculer les VaR des 500 derniers jours ouvrés » permet de déterminer les 500 VaR historiques.

En appuyant successivement sur les deux boutons, on obtient les deux interfaces suivantes :

| Séance | rendement portefeuille | | 30/12/2014 | 29/12/2014 | 26/12/2014 | 25/12/2014 | 24/12/2014 | 23/12/2014 | 22/12/2014 | 19/12/2014 |
|------------|------------------------|----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 31/12/2014 | -0,04% | 1 | -5,41% | -5,41% | -5,41% | -5,41% | -5,41% | -5,41% | -5,41% | -5,41% |
| 30/12/2014 | -0,56% | 2 | -4,05% | -4,05% | -4,05% | -4,05% | -4,05% | -4,05% | -4,05% | -4,05% |
| 29/12/2014 | -0,17% | 3 | -3,70% | -3,70% | -3,70% | -3,70% | -3,70% | -3,70% | -3,70% | -3,70% |
| 26/12/2014 | 0,64% | 4 | -3,57% | -3,57% | -3,57% | -3,57% | -3,57% | -3,57% | -3,57% | -3,57% |
| 25/12/2014 | 0,49% | 5 | -3,33% | -3,33% | -3,33% | -3,33% | -3,33% | -3,33% | -3,33% | -3,33% |
| 24/12/2014 | 0,93% | 6 | -3,28% | -3,28% | -3,28% | -3,28% | -3,28% | -3,28% | -3,28% | -3,28% |
| 23/12/2014 | -0,32% | 7 | -3,25% | -3,25% | -3,25% | -3,25% | -3,25% | -3,25% | -3,25% | -3,25% |
| 22/12/2014 | -0,66% | 8 | -3,05% | -3,05% | -3,05% | -3,05% | -3,05% | -3,05% | -3,05% | -3,05% |
| 19/12/2014 | -1,28% | 9 | -3,00% | -3,00% | -3,00% | -3,00% | -3,00% | -3,00% | -3,00% | -3,00% |
| 18/12/2014 | -0,62% | 10 | -2,88% | -2,88% | -2,88% | -2,88% | -2,88% | -2,88% | -2,88% | -2,88% |
| 17/12/2014 | 0,29% | 11 | -2,85% | -2,85% | -2,85% | -2,85% | -2,85% | -2,85% | -2,85% | -2,85% |
| 16/12/2014 | 0,56% | 12 | -2,76% | -2,76% | -2,76% | -2,76% | -2,76% | -2,76% | -2,76% | -2,76% |
| 15/12/2014 | -0,61% | 13 | -2,69% | -2,69% | -2,69% | -2,69% | -2,69% | -2,69% | -2,69% | -2,69% |
| 12/12/2014 | -0,08% | 14 | -2,68% | -2,68% | -2,68% | -2,68% | -2,68% | -2,68% | -2,68% | -2,68% |
| 11/12/2014 | -0,45% | 15 | -2,67% | -2,67% | -2,67% | -2,67% | -2,67% | -2,67% | -2,67% | -2,67% |
| 10/12/2014 | -0,15% | 16 | -2,59% | -2,59% | -2,59% | -2,59% | -2,59% | -2,59% | -2,59% | -2,59% |
| 09/12/2014 | -0,50% | 17 | -2,57% | -2,57% | -2,57% | -2,57% | -2,57% | -2,57% | -2,57% | -2,57% |
| 08/12/2014 | -0,39% | 18 | -2,51% | -2,51% | -2,51% | -2,51% | -2,51% | -2,51% | -2,51% | -2,51% |
| 05/12/2014 | -1,10% | 19 | -2,48% | -2,48% | -2,48% | -2,48% | -2,48% | -2,48% | -2,48% | -2,48% |
| 04/12/2014 | -0,37% | 20 | -2,42% | -2,42% | -2,42% | -2,42% | -2,42% | -2,42% | -2,42% | -2,42% |

Figure 25. Rendements historiques du portefeuille actions triés à chaque date

| | Date | 30/12/2014 | 29/12/2014 | 26/12/2014 | 25/12/2014 | 24/12/2014 | 23/12/2014 | 22/12/2014 | 19/12/2014 |
|------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1500 | | | | | | | | | |
| 1501 | Les VaR | -2,6744% | -2,6744% | -2,6745% | -2,6746% | -2,6747% | -2,6748% | -2,6749% | -2,6750% |
| 1502 | | | | | | | | | |

Figure 26. Output relatif au bouton de calcul des 500 dernières VaR du portefeuille actions

II.1.1 Test POF

Le tableau suivant donne le nombre de dépassements réalisé par chaque méthode :

| Méthode de calcul de la VaR | Nombre de dépassements |
|-----------------------------|------------------------|
| Historique | 0 |
| Paramétrique | 4 |
| Monte Carlo | 4 |

Tableau 34. Nombre de dépassements relatif à chaque méthode de calcul de la VaR du portefeuille actions

Nous remarquons que les deux méthodes paramétrique et Monte-Carlo enregistrent le même nombre de dépassements. Ainsi la statistique POF sera similaire pour ces deux approches. Cependant, cette statistique ne peut être calculée pour la méthode historique puisque la statistique POF n'est pas définie au point 0.

Le tableau suivant résume donc les résultats trouvés par le test POF pour le portefeuille actions :

Notons que la statistique khi-deux tabulée et utilisée dans ce test est égale à 6,6349.

| Méthode de calcul de la VaR | Statistique POF | Décision |
|-----------------------------|-----------------|------------------|
| Historique | 0,0942 | On accepte H_0 |
| Paramétrique | 0,0942 | On accepte H_0 |

Tableau 35. Statistiques POF des méthodes paramétrique et Monte-Carlo du portefeuille actions

Nous déduisons ainsi que les deux méthodes sont bonnes pour calculer la VaR, puisque l'hypothèse H_0 est acceptée dans les deux cas.

II.1.2 Approche MRB

La statistique MRB fournit les résultats suivants pour les trois méthodes :

| Méthode de calcul de la VaR | Statistique MRB |
|-----------------------------|-----------------|
| historique | 17,09% |
| paramétrique | -8,62% |
| Monte Carlo | -8,46% |

Tableau 36. Statistiques MRB des trois méthodes relatives au portefeuille actions

La méthode historique fournit un résultat nettement plus grand que les deux autres méthodes. En effet, la statistique MRB de la méthode historique est le double de la statistique des deux autres méthodes en valeur absolue. Cela veut dire que l'approche historique surestime largement le risque puisque la VaR obtenue, est en moyenne 17% plus grande que la moyenne des VaR obtenues par toutes les approches. L'approche historique est jugée donc comme étant très conservatrice.

Par contre, les deux approches paramétrique et Monte-Carlo fournissent des résultats très proches. Néanmoins, l'approche Monte-Carlo donne la statistique la plus faible en valeur absolue, donc il convient de la choisir. Mais généralement, ces deux approches peuvent être utilisées pour calculer la VaR, étant donné qu'elles donnent des VaR similaires pour tous les niveaux de confiance et les mêmes résultats relatifs aux deux tests de Backtesting.

II.1.3 Exigences en FP

Nous rappelons la formule de calcul des besoins en FP :

$$FP = \max \left(VaR_t, (3 + \text{complément}) \times \frac{1}{60} \sum_{i=t-60}^{t-1} VaR_i \right)$$

Les exigences en FP relatives au portefeuille actions déterminées par les trois méthodes au 31/12/2014 sont les suivantes :

| Méthode de calcul de la VaR | Exigences en FP | Pourcentage de la valeur du portefeuille |
|-----------------------------|-----------------|--|
| Historique | 365 672 324,72 | 8,38% |
| Paramétrique | 295 104 260,76 | 6,80% |
| Monte-Carlo | 293 413 248,88 | 6,70% |

Tableau 37. Exigences en FP relatives aux trois méthodes se rapportant au portefeuille actions

Selon le tableau ci-haut, la méthode historique fournit des exigences en FP largement supérieures à celles obtenues par les deux autres approches. En effet, les deux méthodes variance-covariance et Monte-Carlo exigent de mettre en réserve approximativement le même montant. Ceci dit, la méthode historique semble surestimer les exigences en FP pour le portefeuille actions.

II.2. Portefeuille obligataire

La conduite du Backtesting sur le portefeuille obligataire a nécessité la conception de macros VBA Excel pour déterminer les 500 dernières VaR. En effet, l'automatisation relative aux deux méthodes historique et Monte-Carlo est similaire à celle décrite dans le paragraphe afférent au portefeuille actions. Par contre, la méthode paramétrique a exigé une automatisation différente :

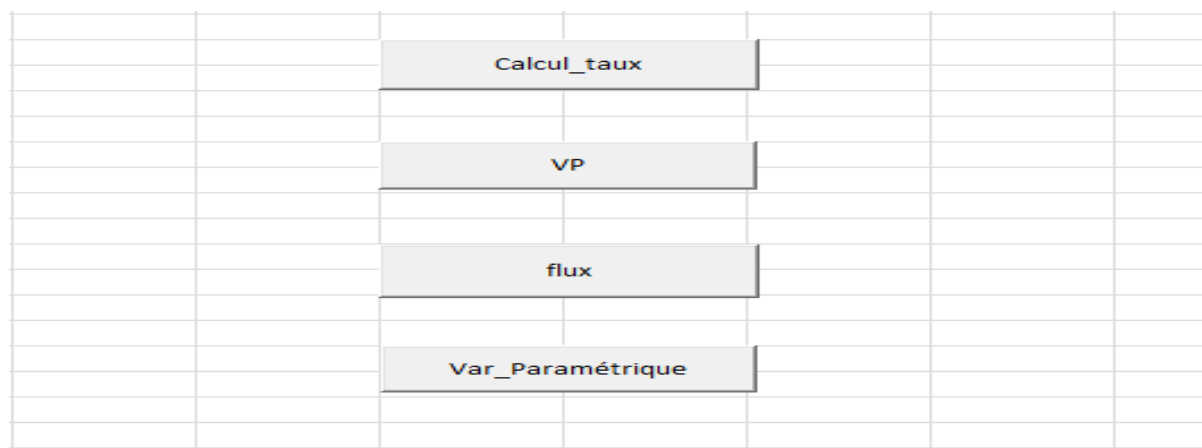


Figure 27. Interface relative au calcul des 500 dernières VaR du portefeuille obligataire

En effet, le bouton « calcul_taux » permet de calculer les taux interpolés afin de valoriser chaque obligation zéro coupon. Cette valorisation se fait au moyen du bouton VP. Par ailleurs, en appuyant sur le bouton « flux », on obtient des flux correspondants deux cash

flows piliers. Et enfin, les 500 dernières VaR sont déterminées en appuyant sur le bouton « Var_Paramétrique ».

| | 1D | 1W | 1M | 3M | 6M | 1Y | 2Y | 3Y | 4Y | 5Y | 7Y | 9Y | 10Y | 20Y | VAR |
|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|------------|------------|------------|-------------|
| | 0,00273785 | 0,01916496 | 0,08333333 | 0,25 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 10 | 20 | |
| 31/12/2014 | 115429430 | 93170157 | 1374060908 | 6770577582 | 273396686 | 954831656 | 218052532 | 411976472 | 712564081 | 2691119523 | 154110130 | 2603892,22 | 11096480,5 | 16537173,6 | 22715099,17 |
| 30/12/2014 | 115429509 | 93170221,3 | 1374040558 | 6770464976 | 273273205 | 954362218 | 218044734 | 411984843 | 712579686 | 2691146645 | 154012008 | 2598854,43 | 10927121,2 | 16207436,3 | 22708592,47 |
| 29/12/2014 | 115429509 | 93170221,3 | 1374038157 | 6770452107 | 273265512 | 954187669 | 217922293 | 411741703 | 712421029 | 2691131331 | 154020372 | 2599001,09 | 10918430 | 16189059,1 | 22706480,32 |
| 28/12/2014 | 115429509 | 93170221,3 | 1374038223 | 6770452425 | 273265517 | 954187669 | 217922293 | 411741703 | 712421029 | 2691131331 | 154020372 | 2599001,09 | 10931724,4 | 16216582,7 | 22706748,68 |
| 27/12/2014 | 115429509 | 93170221,3 | 1374038223 | 6770452425 | 273265517 | 954187669 | 217922293 | 411741703 | 712421029 | 2691131331 | 154020372 | 2599001,09 | 10931724,4 | 16216582,7 | 22706790,05 |
| 26/12/2014 | 115429509 | 93170221,3 | 1374038223 | 6770452425 | 273265517 | 954187669 | 217922293 | 411741703 | 712421029 | 2691131331 | 154020372 | 2599001,09 | 10931724,4 | 16216582,7 | 22706818,75 |
| 25/12/2014 | 115429475 | 93170193,8 | 1374035451 | 6770438787 | 273265467 | 954187669 | 217922293 | 411741703 | 712421029 | 2691086471 | 153884791 | 2592207,75 | 10900596,7 | 16180374,9 | 22705068,57 |
| 24/12/2014 | 115429509 | 93170221,3 | 1374038223 | 6770452425 | 273265517 | 954244415 | 217963153 | 411822971 | 712473436 | 2691091060 | 153881994 | 2592158,51 | 10809938,6 | 15992843,3 | 22703113,9 |
| 23/12/2014 | 115429458 | 93170177,6 | 1373801031 | 6769270016 | 273088136 | 953861578 | 217997224 | 411910682 | 712540547 | 2691115268 | 153780621 | 2587073,48 | 10802342,9 | 15998211,3 | 22702432,57 |
| 22/12/2014 | 115429265 | 93170021,4 | 1373785333 | 6769192280 | 273065826 | 953395924 | 217829710 | 411592057 | 712337208 | 2691128882 | 153793934 | 2587308,55 | 10803644,8 | 16000288,3 | 22699899,05 |
| 21/12/2014 | 115429333 | 93170076,5 | 1373790873 | 6769219914 | 273082469 | 953291971 | 217629183 | 411183383 | 712067380 | 2691022029 | 153637081 | 2579058,26 | 10766366,8 | 15957657,3 | 22694988,12 |
| 20/12/2014 | 115429333 | 93170076,5 | 1373790873 | 6769219914 | 273082469 | 953291971 | 217629183 | 411183383 | 712067380 | 2691022029 | 153637081 | 2579058,26 | 10766366,8 | 15957657,3 | 22694846,79 |
| 19/12/2014 | 115429333 | 93170076,5 | 1373790873 | 6769219914 | 273082469 | 953291971 | 217629183 | 411183383 | 712067380 | 2691022029 | 153637081 | 2579058,26 | 10766366,8 | 15957657,3 | 22694875,32 |
| 18/12/2014 | 115429287 | 93170039,7 | 1373789645 | 6769214923 | 273090092 | 953296259 | 217629172 | 411183395 | 712067403 | 2690965995 | 153467860 | 2570600,5 | 10727862,4 | 15912982 | 22692699,74 |
| 17/12/2014 | 115426482 | 93167768,4 | 1373429277 | 6767441434 | 273039871 | 952763371 | 217421303 | 410784587 | 711812290 | 2690974802 | 153484074 | 2570889,61 | 10729452,4 | 15915509 | 22689904,6 |
| 16/12/2014 | 115426471 | 93167759,2 | 1373428353 | 6767436766 | 273034326 | 952646873 | 217379479 | 410704860 | 711762321 | 2690978916 | 153487420 | 2570949,27 | 10729780,5 | 15916030,4 | 22688771,49 |
| 15/12/2014 | 115426471 | 93167759,2 | 1373425891 | 6767423474 | 273021114 | 952356418 | 217215884 | 410383856 | 711552990 | 2690954798 | 153465405 | 2569470,48 | 10730353,9 | 15923659,5 | 22686501,41 |
| 14/12/2014 | 115426584 | 93167851,1 | 1373435125 | 6767468908 | 273021279 | 952412979 | 217251368 | 410431774 | 711356165 | 2689647790 | 153293370 | 2563860,14 | 10710025,9 | 15902179,7 | 22676819,66 |

Figure 28. Calcul des 500 dernières VaR du portefeuille obligataire

II.2.1 Test POF

| Méthode de calcul de la VaR | Nombre de dépassements |
|-----------------------------|------------------------|
| Historique | 0 |
| Paramétrique | 0 |
| Monte Carlo | 0 |

Tableau36.Nombre de dépassements relatif à chaque méthode de calcul de la VaR du portefeuille obligataire

D’après le tableau ci-dessus, aucune méthode des trois utilisées dans le calcul de la VaR n’enregistre de dépassements. Par conséquent, on ne peut pas calculer la statistique POF étant donné qu’elle n’est pas définie au point 0. Ainsi, nous procéderons au calcul de la statistique MRB afin de décider de la pertinence des trois méthodes.

II.2.2 Approche MRB

La statistique MRB fournit les résultats suivants pour les trois méthodes :

| Méthode de calcul de la VaR | Statistique MRB |
|-----------------------------|-----------------|
| Historique | -19,15% |
| Paramétrique | -0,67% |
| Monte Carlo | 15,26% |

Tableau 37.Statistiques MRB des trois méthodes relatives au portefeuille obligations

La méthode historique fournit un résultat supérieur aux deux autres méthodes en valeur absolue. Cela veut dire que l'approche historique surestime le risque puisque la VaR obtenue, est en moyenne 19% plus grande que la moyenne des VaR obtenues par toutes les approches. L'approche historique est jugée donc comme étant conservative.

Par ailleurs, le résultat de la VaR obtenu par l'approche Monte-Carlo est en moyenne 15% plus grand que la moyenne des VaR obtenues par les autres méthodes.

Cependant, l'approche variance-covariance donne la statistique MRB la plus faible en valeur absolue des trois méthodes. De surcroît, elle donne une valeur MRB proche de zéro. Cela veut dire que la VaR obtenue par la méthode paramétrique est approximativement égale à la moyenne des VaR obtenues par toutes les approches. Ainsi, il convient de choisir la méthode variance-covariance vu qu'elle fournit la statistique MRB la plus faible des trois approches de calcul de la VaR.

II.2.3.Exigences en FP

| Méthode de calcul de la VaR | Exigences en FP | Pourcentage de la valeur du portefeuille |
|-----------------------------|-----------------|--|
| Historique | 51 931 202,83 | 0,38% |
| Paramétrique | 67 958 180,60 | 0,49% |
| Monte-Carlo | 75 477 487,11 | 0,55% |

Tableau 38. Statistiques MRB des trois méthodes relatives au portefeuille actions

D'après le tableau ci-dessus, les trois méthodes recommandent de mettre en réserve un montant faible par rapport à la valeur du portefeuille évaluée à 13 milliards environ. Par ailleurs, la méthode historique fournit les exigences en FP les plus faibles, tandis que l'approche Monte-Carlo fournit celles les plus élevées. Mais généralement les trois méthodes fournissent des résultats proches en pourcentage de la valeur du portefeuille.

Conclusion

La CDG ne peut procéder au calcul de la VaR par le modèle interne qu'après validation de celui-ci par BAM. En effet, la validation du modèle repose sur la technique de Backtesting basée sur le nombre d'exceptions, c'est-à-dire le nombre de fois où la perte réelle observée est supérieure à la perte prévue par le modèle interne.

En outre, plusieurs tests statistiques permettent de juger de la qualité du modèle interne. Parmi ceux-ci, on trouve le test POF qui se base sur le nombre de dépassements, et l'approche MRB qui permet de capturer l'ampleur à laquelle les différentes approches produisent des estimations de tailles moyennes semblables.

Par ailleurs, l'application du Backtesting sur les trois méthodes de calcul de la VaR pour chaque portefeuille, nous a permis de dégager selon le nombre de dépassements observés pour chaque modèle, un coefficient multiplicateur qui sera utilisé dans la formule de calcul des FP. Les modalités de détermination de ce coefficient sont fixées par BAM et dépendent du nombre de dépassements enregistré par chaque approche.

Conclusion générale

Dans le but de contrôler l'adéquation des FP aux risques générés par les activités du groupe CDG, le pôle Risk Management vise à concevoir un modèle de pilotage des FPE qui constituera un outil de suivi dynamique des FP de l'établissement. En effet, ce dispositif permet de prendre en considération les spécificités de la CDG, notamment sa mission d'investisseur institutionnel de long terme.

Il est important de rappeler, au terme de cette étude, que l'objet de ce travail de recherche portait sur le développement d'un modèle interne afin de quantifier le risque marché inhérent à l'activité de la CDG. Aussi cette recherche, s'inscrivant dans le cadre du moteur de calcul du modèle de pilotage, visait-elle à calculer les exigences en FP destinant à couvrir le risque marché du portefeuille d'actifs du groupe.

En effet, l'approche modèle interne repose sur le calcul de la Value-at-Risk. L'atout majeur des modèles internes réside dans leur économie en FP par rapport à l'approche standard, jugée comme étant conservatrice. Par conséquent, les modèles de quantification du risque marché développés en interne, permettent d'alléger les exigences en FP afin d'arriver à un compromis entre le niveau des fonds propres nécessaires et le niveau d'investissement espéré par la CDG.

Par ailleurs, nous avons suivi un cheminement progressif étalé sur cinq chapitres tout au long de ce travail, partant de la présentation de l'évolution de la réglementation bancaire en matière de gestion des risques, passant par l'implémentation pratique de la VaR et allant jusqu'à la validation du modèle de quantification du risque marché et le calcul des exigences en FP.

Au cours du premier chapitre, nous avons présenté le dispositif prudentiel réglementaire en matière des exigences en fonds propres. Nous avons consacré ainsi la première section à la mise en évidence de l'évolution des accords de Bâle. Tandis que la deuxième section a porté sur une synthèse des textes réglementaires relatifs à la réglementation marocaine en matière de gestion des fonds propres.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté le modèle de pilotage des FPE et la méthodologie de sa mise en place. Il s'agissait de mettre en exergue les caractéristiques de ce dispositif et les cinq grandes étapes de sa mise en place. Ce chapitre a permis donc de cadrer

le sujet de notre étude, portant sur la quantification du risque marché du portefeuille d'actifs de la CDG et qui se rapporte au moteur de calcul du modèle de pilotage.

Sur un autre plan, les chapitres allant de 3 à 5 ont été consacrés à l'implémentation de la VaR et au calcul des exigences en FP. En effet, après avoir présenté en détails les trois grandes méthodes de calcul de la VaR dans le troisième chapitre, le chapitre 4 a été dédié à l'implémentation pratique de cette méthode d'appréciation du risque marché. Ainsi, nous avons appliqué les trois approches de calcul de la VaR à savoir : historique, paramétrique et Monte-Carlo sur deux portefeuilles : un d'actions et un autre d'obligations.

L'étude a montré que les hypothèses de normalité et stationnarité relatives à l'application des trois méthodes n'étaient vérifiées que par la méthode historique se rapportant au portefeuille actions. Pour le portefeuille d'actions considéré, les trois méthodes donnent des résultats proches au seuil de 95%. En revanche, la méthode historique fournit un résultat largement plus grand que les deux autres au seuil de 99%. Idem pour les résultats de calcul de la VaR relatifs au portefeuille obligataire, où la méthode historique fournit une VaR éloignée de celles obtenues par les deux autres méthodes.

Enfin, nous avons terminé notre travail par la validation des modèles VaR et le calcul des exigences en FP dans le chapitre 5. L'évaluation de la pertinence des modèles VaR a été réalisée via la technique du Backtesting, qui consiste à tester la validité d'un modèle en s'appuyant sur un grand nombre de données historiques. Deux tests ont été proposés dans ce cadre : le test POF et l'approche MRB.

Le premier test repose sur l'hypothèse nulle selon laquelle la proportion des dépassements observés est égale au taux d'échec relatif au niveau de confiance, appelé aussi failure rate. Il s'agit donc de calculer une statistique qui suit la loi de khi-deux à un degré de liberté et de la comparer à la statistique tabulée.

Le deuxième test se base sur le calcul d'une moyenne des VaR des trois méthodes à chaque date de l'historique, et recommande de retenir celle qui fournit le MRB le plus faible.

Par conséquent, et après réalisation de ces tests sur 500 données historiques, il semble que la méthode historique surestime le risque pour le portefeuille actions, puisqu'elle affiche un MRB deux fois plus supérieur que celui obtenu par les autres méthodes et un nombre de dépassements nul, tandis que les autres méthodes enregistrent quatre dépassements. Ainsi,

l'approche paramétrique et Celle de Monte-Carlo peuvent être utilisées pour le calcul de la VaR puisqu'elles donnent des résultats similaires pour les deux tests.

Relativement au portefeuille obligataire, la statistique POF ne pouvait être calculée pour les trois méthodes puisque le nombre de dépassements est nul. Néanmoins, l'approche MRB préconise d'utiliser l'approche variance-covariance qui fournit le résultat le plus faible en valeur absolue de toutes les approches.

Le dernier paragraphe du cinquième chapitre a été consacré au calcul des exigences en FP par les trois méthodes, et ce au 31/12/2014. La méthode historique est jugée comme étant trop conservatrice pour le calcul de la VaR relatif au portefeuille actions, puisqu'elle recommande de mettre en réserve un montant nettement plus large que les deux autres, qui fournissent les mêmes exigences approximativement. En revanche, les trois méthodes fournissent des exigences proches pour le portefeuille obligataire. Ces exigences sont très faibles par rapport au portefeuille actions. Cela est dû principalement au fait qu'un placement en actions incorpore plus de risque marché, se rapportant aux fluctuations des cours des actions, qu'un placement obligataire.

Bibliographie

Ouvrages

- [1] JP MORGAN, Risk Metrics™: « Technical document»,4th edition, Morgan Guaranty Trust Company, New York ,1996.
- [2] MORAUX, F.(2010),«Finance de marché», Pearson Education France, Paris.
- [3] RONCALLI,T.(2009),« La gestion des risques financiers », Economica ,2ème édition, Paris.

Articles

- [4]Campbell, S. D. (2006),« A review of backtesting and backtesting procedures», Journal of Risk, **9**, No. 2, pp. 1-17
- [5]CHEUNG, Yun Hosing & POWELL, Robert J .(2012) « Anybody can do Value at Risk: A non parametric Teaching Study » , Australasian Accounting , Business and Finance Journal, 6(1), 2012, 111-123.
- [6] ČORKALO,T.(2011)« Comparison of value at risk approaches on a stock portfolio» Croatian Operational Research Review (CRORR), Vol. 2, 5(2011).
- [7]Ender ,Sua.Thomas ,W&Knowles,B. (2009), "Measuring Bond Portfolio Value at Risk and Expected Shortfall in US Treasury Market" Asia Pacific Management Review 15(4) (2010) 477-501
- [8]FEKIR ,H.(2009) ,« Présentation du nouvel accord de Bale sur les fonds propres »,Revue Management- Information-Finance (MIF), 2005, pp. Revue Management Information-Finance (MIF) Numéro ISSN : 1630-1889.
- [9]RUEFF,G.,(2005) : "Portée et limites des VaR publiées par les grandes institutions financières" Banque de France, Revue de la stabilité financière
- [10] Su, E& Knowles ,T. (2009) «Measuring Bond Portfolio Value at Risk and Expected Shortfall in US Treasury Market.» , Asia Pacific Management Review 15(4) (2010) 477-501
- [11] VIRDI, N. (2001),« A Review of Backtesting Methods for Evaluating Value-at-Risk», International Review of Business Research Papers Vol. 7. No. 4. Pp:14-24
- [12] VLAAR, P.(2000),« Value at risk models for Dutch bond portfolios »,Journal of Banking& Finance ,P.p: 1131-1154.
- [13] KUPIEC, P. (1995),«Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Methods. »,Journal of Derivatives, (3): 73–84.

Cours et mémoires

[14] ARGAYOVÁ, Š . (2009) ,« Loan Book Credit Risk Stress Testing -Survey on Practice in the Czech Republic» ,Master Thesis, Faculty of Social Sciences Institute of Economic Studies, Charles University, Prague.

[15] Bensghir,S. (2006) «Calcul de la VaR selon l’approche historique et la théorie des valeurs extrêmes sur un fond alternatif de Dexia Asset Management », ISUP

[16] BOUISSIERES,G.(2011), « Modélisation prospective du bilan d’un assureur automobile dans le cadre de l’ORSA et analyse de la volatilité du ratio de solvabilité» mémoire d'obtention du diplôme de statisticien Mention Actuariat.»,ISUP

[17]BRESSON,M.&LEHMANN.E, (2000)« Application de la Value at Risk pour le calcul des fonds propres en assurance vie» ENSAE

[18]HADJ ALI ,F.(2010) «Etude comparative du modèle Garch(1,1) univarié et de la simulation historique dans les prévisions de la Value at Risk et de l' Expected Shortfall »

[19] HAFSI,S.&JABRI,O.(2006) « Contrôle prudentiel des risques de marché:Approche modèle interne appliquée aux portefeuilles des bon du trésor et de change ».INSEA, Rabat

[20]Katarzyna, M.Pehoeva ,A .&Kroitblat,M,(2013)«Value at Risk as a risk measurement tool: The reliability of the Historical Simulation approach and the new Basel III requirements » ,Bachelor thesis, Bachelor of Business Administration, Roskilde University.

[21]KATSENGA,G.(2013) « Value at Risk (VaR) Backtesting: Evidence from a South African Market Portfolio»,Master of Management in Finance and Investments University of Witwatersrand Business School.

[22] NIEPPOLA,O. (2009) « Backtesting value-at-risk models»,Master Thesis in Economics,HELSINKI SCHOOL OF ECONOMICS.

[23]VIRDI,N.«A Review of Backtesting Methods for evaluating Value-at-Risk» Chandragupt Institute of Management Patna Doctoral Student, Indian Institute of Management.

[24]SYDOR,T.(2007) «La Value at Risk»,mémoire de fin d’études, EURIA.

Rapports et textes réglementaires

[25] Circulaire n°26/G/2006 du Wali de la BAM relative à l'approche standard du quantification du risque .

[26]Circulaire n°8/G/2010 du Wali de la BAM relative à l'approche interne du quantification du risque .

[27] Circulaire n°12/G/2013,Circulaire n°13/G/2013Circulaire n°14/G/2013 du Wali de la BAM relatif à l'approche standard du quantification du risque .

[28] Comité de Bâle sur le contrôle bancaire propres ,Banque des règlements internationaux,(Avril 2003), «Vue d'ensemble du Nouvel accord de Bâle sur les fonds»,document soumis à consultation.

[29] Documentation interne relatif à la conception du modèle de pilotage des fonds propres économique de la CDG.

[30] Rapport d'activité de la CDG

Webographie

[31] www.bkam.ma

[32] www.casablanca-bourse.com

[33] www.quant.stackexchange.com

[34] www.riskmetrics.com

Liste des annexes

Annexe 1 : Présentation de l'organisme d'accueil

Annexe 2 : Schéma du test Augmented Dikey-Fuller

Annexe 3 : Tests statistiques

Annexe 1 : Présentation de l'organisme d'accueil

I. Présentation du groupe CDG

La Caisse de Dépôt et de Gestion est un établissement public doté de la personnalité civile et de l'autonomie financière. Elle est créée par le Dahir du 10 février 1959 au lendemain de l'indépendance.

Elle a pour mission originelle de sécuriser et gérer l'épargne réglementée. En effet, son rôle principal est de recevoir, conserver et gérer des ressources d'épargne qui, de par leur nature ou leur origine, requièrent une protection spéciale³². Il s'agit notamment des fonds de consignations (administratives, judiciaires et cautionnements) et des fonds de tiers provenant des professions juridiques (notaires, tribunaux, barreaux et avocats), ainsi que des réserves de la Caisse Nationale de Sécurité Sociale et de la Caisse Nationale d'Epargne³³ etc.

Outre sa mission fondamentale, la CDG est le premier investisseur institutionnel du pays ayant pour rôle l'accompagnement et la dynamisation du développement national.

Ainsi, les métiers de la CDG s'organisent autour de ces quatre grands domaines d'activité :

- **Epargne** : il s'agit de canaliser et de fructifier les fonds d'épargne et les dépôts réglementés et/ou confiés sous mandat.

- **Prévoyance** : le pôle prévoyance a pour mission de gérer la retraite, qui est une épargne à long terme. Cette gestion est assurée par deux principaux acteurs : la Caisse Nationale de Retraites et d'assurance (CNRA) et le Régime Collectif d'Allocation de Retraite (RCAR).

- **Banque, Finance et assurance** : la CDG assure le métier à travers plusieurs filiales notamment : CIH Bank, CDG Capital et la Société Centrale de Réassurance.

- **Développement territorial** : la CDG contribue au développement économique et social du royaume à travers ses nombreuses filiales impliquées dans le développement territorial. Nous retenons notamment parmi ces dernières : CDG Développement, Casanearshore /Technopolis, et la Compagnie Générale Immobilière (CGI).

II. Organigramme

³²Voir www.cdg.ma

³³ Voir rapport d'activité de la CDG 2013.

III. Présentation du pôle Risk Management

Le Risk Management permet à une entreprise de mieux anticiper les risques auxquels elle pourra faire face, de prendre des mesures de contrôle efficaces et de garantir donc sa continuité. En effet, la mise en œuvre d'une politique optimale de la gestion des risques réduit considérablement la probabilité de survenance d'événements défavorables au sein d'une organisation.

Ainsi, la CDG dispose du pôle Risk Management afin d'assurer une gestion des risques dans les règles de l'art. Ce pôle est conçu de façon à répondre à trois catégories de risques :

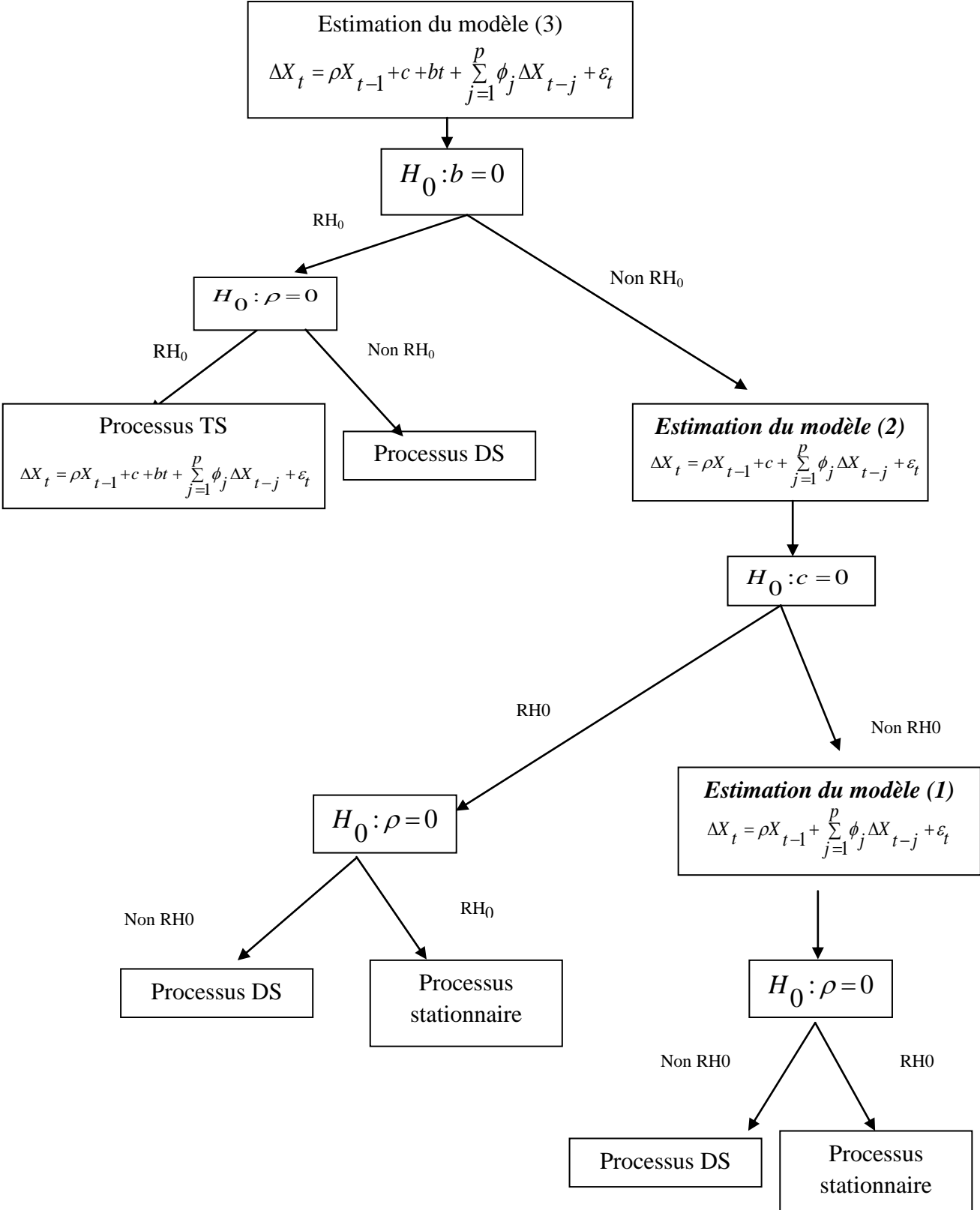
- Les risques financiers et stratégiques : le pôle est chargé de superviser, de sensibiliser et si nécessaire d'alerter en cas de choc financier ou stratégique.
- Les risques opérationnels : le pôle veille au respect des procédures, à l'adéquation des processus et à la fiabilité des systèmes d'information.
- Les risques de conformité : le pôle assure le respect des dispositions réglementaires existantes, en garantissant une veille permanente de toute nouvelle disposition.

Le pôle Risk Management est composé de trois directions :

- La direction de la modélisation et du développement
- La direction des risques opérationnels et de la conformité
- La direction des risques financiers et des engagements.

Notre stage a été effectué au sein de la direction de la modélisation et du développement. Sa mission principale consiste à modéliser les risques encourus par la CDG et à développer des modèles de suivi et de gestion des risques.

Annexe 2: Schéma du test d'Augmented Dickey -Fuller



Annexe3 : Tests statistiques

I. Portefeuille Actions.

I.1.Approche paramétrique : Résultats du test de normalité des rendements simples

| Titre | Statistique W | P-value | Décision |
|-------|---------------|------------------|---------------------------|
| 1 | 0.9274 | 2.627097e-26<5% | On rejette H ₀ |
| 2 | 0.8509 | 2.22343e-35<5% | On rejette H ₀ |
| 3 | 0.5375 | 1.610717e-52<5% | On rejette H ₀ |
| 4 | 0.9261 | 1.653991e-26<5% | On rejette H ₀ |
| 5 | 0.9488 | 2.052054e-22<5% | On rejette H ₀ |
| 6 | 0.8979 | 1.97961e-30<5% | On rejette H ₀ |
| 7 | 0.8771 | 8.48146e-33<5% | On rejette H ₀ |
| 8 | 0.7984 | 1.34812e-39<5% | On rejette H ₀ |
| 9 | 0.222 | 1.462368e-61<5% | On rejette H ₀ |
| 10 | 0.6833 | 2.174729e-46<5% | On rejette H ₀ |
| 11 | 0.9306 | 8.902304e-46<5% | On rejette H ₀ |
| 12 | 0.9481 | 1.455397e-22<5% | On rejette H ₀ |
| 13 | 0.6776 | 1.138707e-46<5% | On rejette H ₀ |
| 14 | 0.8638 | 3.700678e-34<5% | On rejette H ₀ |
| 15 | 0.5071 | 1.402809e-53<5% | On rejette H ₀ |
| 16 | 0.72 | 1.748211e-44<5% | On rejette H ₀ |
| 17 | 0.5913 | 1.804296e-50<5% | On rejette H ₀ |
| 18 | 0.5787 | 5.726697e-51<5% | On rejette H ₀ |
| 19 | 0.7019 | 1.908255e-45<5% | On rejette H ₀ |
| 20 | 0.8935 | 5.843824e-31<5% | On rejette H ₀ |
| 21 | 0.8257 | 1.568157e-37<5% | On rejette H ₀ |
| 22 | 0.9015 | 5.626863e-30<5% | On rejette H ₀ |
| 23 | 0.7319 | 8.015285e-44<5% | On rejette H ₀ |
| 24 | 0.3012 | 1.241023e-59<5% | On rejette H ₀ |
| 25 | 0.8641 | 3.998973e-34<5% | On rejette H ₀ |
| 26 | 0.9163 | 5.573227e-28<5% | On rejette H ₀ |
| 27 | 0.614 | 1.531096e-49<5% | On rejette H ₀ |
| 28 | 0.9446 | 2.968427e-23<5% | On rejette H ₀ |
| 29 | 0.9364 | 8.553182e-25<5% | On rejette H ₀ |
| 30 | 0.8997 | 3.310672e-30<5% | On rejette H ₀ |
| 31 | 0.8157 | 2.580834 e-38<5% | On rejette H ₀ |
| 32 | 0.8744 | 4.380104e-33<5% | On rejette H ₀ |
| 33 | 0.8183 | 4.089857e-38<5% | On rejette H ₀ |
| 34 | 0.8774 | 1.214064e-27<5% | On rejette H ₀ |
| 35 | 0.9162 | 2.317522e-23<5% | On rejette H ₀ |
| 36 | 0.8639 | 6.999548e-29<5% | On rejette H ₀ |
| 37 | 0.8051 | 2.231831 e-33<5% | On rejette H ₀ |
| 38 | 0.1731 | 6.513148e-55<5% | On rejette H ₀ |

I.2.Approche historique : Résultats du test de stationnarité des rendements .

| Titres | Trend and Intercept | |
|----------|---------------------|-------------|
| | ADF Statistic | Probability |
| Titre 1 | -36.04793 | 0.0000 |
| Titre 2 | -39.75655 | 0.0000 |
| Titre 3 | -23.57598 | 0.0000 |
| Titre 4 | -49.63908 | 0.0000 |
| Titre 5 | -45.23499 | 0.0000 |
| Titre 6 | -39.01457 | 0.0000 |
| Titre 7 | -38.70427 | 0.0000 |
| Titre 8 | -28.36711 | 0.0000 |
| Titre 9 | -39.78620 | 0.0000 |
| Titre 10 | -42.47863 | 0.0000 |
| Titre 11 | -40.34199 | 0.0000 |
| Titre 12 | -46.24780 | 0.0000 |
| Titre 13 | -25.84969 | 0.0000 |
| Titre 14 | -40.83882 | 0.0000 |
| Titre 15 | -43.17648 | 0.0000 |
| Titre 16 | -32.45054 | 0.0000 |
| Titre 17 | -45.32479 | 0.0000 |
| Titre 18 | -31.72974 | 0.0000 |
| Titre 19 | -24.18838 | 0.0000 |
| Titre 20 | -22.72031 | 0.0000 |
| Titre 21 | -38.70506 | 0.0000 |
| Titre 22 | -43.51949 | 0.0000 |
| Titre 23 | -28.57815 | 0.0000 |
| Titre 24 | -40.53371 | 0.0000 |
| Titre 25 | -33.94601 | 0.0000 |
| Titre 26 | -46.34210 | 0.0000 |
| Titre 27 | -41.25300 | 0.0000 |
| Titre 28 | -38.40571 | 0.0000 |
| Titre 29 | -41.25300 | 0.0000 |
| Titre 30 | -39.53540 | 0.0000 |
| Titre 31 | -33.75263 | 0.0000 |
| Titre 32 | -40.64008 | 0.0000 |
| Titre 33 | -21.91631 | 0.0000 |
| Titre 34 | -21.63817 | 0.0000 |
| Titre 35 | -28.18306 | 0.0000 |
| Titre 36 | -33.52693 | 0.0000 |
| Titre 37 | -37.06216 | 0.0000 |
| Titre 38 | -15.73793 | 0.0000 |

| Titres | Intercept | |
|----------|---------------|-------------|
| | ADF Statistic | Probability |
| Titre 1 | -36.02212 | 0.0000 |
| Titre 2 | -39.64981 | 0.0000 |
| Titre 3 | -23.56709 | 0.0000 |
| Titre 4 | -49.64768 | 0.0000 |
| Titre 5 | -45.22223 | 0.0000 |
| Titre 6 | -39.01105 | 0.0000 |
| Titre 7 | -38.70938 | 0.0000 |
| Titre 8 | -28.37491 | 0.0000 |
| Titre 9 | -39.77940 | 0.0000 |
| Titre 10 | -42.49286 | 0.0000 |
| Titre 11 | -40.34467 | 0.0000 |
| Titre 12 | -46.23400 | 0.0000 |
| Titre 13 | -25.83834 | 0.0000 |
| Titre 14 | -40.67416 | 0.0000 |
| Titre 15 | -43.18537 | 0.0000 |
| Titre 16 | -32.40782 | 0.0000 |
| Titre 17 | -45.31452 | 0.0000 |
| Titre 18 | -31.73175 | 0.0000 |
| Titre 19 | -24.19692 | 0.0000 |
| Titre 20 | -22.72763 | 0.0000 |
| Titre 21 | -38.71704 | 0.0000 |
| Titre 22 | -43.52899 | 0.0001 |
| Titre 23 | -28.58788 | 0.0000 |
| Titre 24 | -40.54634 | 0.0000 |
| Titre 25 | -33.93166 | 0.0000 |
| Titre 26 | -46.35217 | 0.0001 |
| Titre 27 | -41.35828 | 0.0000 |
| Titre 28 | -38.26697 | 0.0000 |
| Titre 29 | -41.25145 | 0.0000 |
| Titre 30 | -39.54720 | 0.0000 |
| Titre 31 | -33.75575 | 0.0000 |
| Titre 32 | -40.46125 | 0.0000 |
| Titre 33 | -21.90315 | 0.0000 |
| Titre 34 | -21.63823 | 0.0000 |
| Titre 35 | -28.02335 | 0.0000 |
| Titre 36 | -33.47643 | 0.0000 |
| Titre 37 | -37.03535 | 0.0000 |
| Titre 38 | -15.75796 | 0.0000 |

| Titres | None | |
|----------|---------------|-------------|
| | ADF Statistic | Probability |
| Titre 1 | -36.01163 | 0.0000 |
| Titre 2 | -39.64981 | 0.0000 |
| Titre 3 | -23.56709 | 0.0000 |
| Titre 4 | -49.64768 | 0.0000 |
| Titre 5 | -45.23396 | 0.0000 |
| Titre 6 | -39.01105 | 0.0000 |
| Titre 7 | -38.72249 | 0.0000 |
| Titre 8 | -28.38438 | 0.0000 |
| Titre 9 | -39.77940 | 0.0000 |
| Titre 10 | -42.50699 | 0.0000 |
| Titre 11 | -40.33356 | 0.0000 |
| Titre 12 | -46.24914 | 0.0000 |
| Titre 13 | -25.84519 | 0.0000 |
| Titre 14 | -40.62397 | 0.0000 |
| Titre 15 | -43.19977 | 0.0001 |
| Titre 16 | -32.39193 | 0.0000 |
| Titre 17 | -45.39193 | 0.0001 |
| Titre 18 | -31.73799 | 0.0000 |
| Titre 19 | -24.14741 | 0.0000 |
| Titre 20 | -22.72335 | 0.0000 |
| Titre 21 | -38.72642 | 0.0000 |
| Titre 22 | -43.52475 | 0.0001 |
| Titre 23 | -28.58699 | 0.0000 |
| Titre 24 | -40.55173 | 0.0000 |
| Titre 25 | -33.86337 | 0.0000 |
| Titre 26 | -46.35879 | 0.0001 |
| Titre 27 | -41.35161 | 0.0000 |
| Titre 28 | -25.13078 | 0.0000 |
| Titre 29 | -41.25200 | 0.0000 |
| Titre 30 | -39.55017 | 0.0000 |
| Titre 31 | -33.76635 | 0.0000 |
| Titre 32 | -40.28288 | 0.0000 |
| Titre 33 | -21.75002 | 0.0000 |
| Titre 34 | -21.64883 | 0.0000 |
| Titre 35 | -28.03040 | 0.0000 |
| Titre 36 | -33.49454 | 0.0000 |
| Titre 37 | -37.00635 | 0.0000 |
| Titre 38 | -15.78897 | 0.0000 |

I.3.Approche Monte Carlo : Résultats du test de normalité des rendements logarithmiques

| Titre | Statistique W | P-value | Décision |
|-------|---------------|------------------|---------------------------|
| 1 | 0.8894 | 1.92627e-31 <5% | On rejette H ₀ |
| 2 | 0.9517 | 8.641649e-22 <5% | On rejette H ₀ |
| 3 | 0.545 | 3.05687e-52 < 5% | On rejette H ₀ |
| 4 | 0.9693 | 2.732229e-17<5% | On rejette H ₀ |
| 5 | 0.9409 | 5.67537e-14< 5% | On rejette H ₀ |
| 6 | 0.9156 | 4.411829e-28< 5% | On rejette H ₀ |
| 7 | 0.8147 | 2.166188e-38< 5% | On rejette H ₀ |
| 8 | 0.0755 | 9.999048e-65< 5% | On rejette H ₀ |
| 9 | 0.6978 | 1.172326e-45< 5% | On rejette H ₀ |
| 10 | 0.9516 | 8.258484e-22< 5% | On rejette H ₀ |
| 11 | 0.9708 | 7.686789e-17< 5% | On rejette H ₀ |
| 12 | 0.5636 | 1.508014e-51< 5% | On rejette H ₀ |
| 13 | 0.8492 | 1.576255e-35< 5% | On rejette H ₀ |
| 14 | 0.1676 | 8.57828e-36<< 5% | On rejette H ₀ |
| 15 | 0.7323 | 8.492951e-44< 5% | On rejette H ₀ |
| 16 | 0.5958 | 2.472837e-50< 5% | On rejette H ₀ |
| 17 | 0.5913 | 1.80429e-50< 5% | On rejette H ₀ |
| 18 | 0.7124 | 6.799835e-45< 5% | On rejette H ₀ |
| 19 | 0.9119 | 1.343555e-28< 5% | On rejette H ₀ |
| 20 | 0.9529 | 7.48909e-15< 5% | On rejette H ₀ |
| 21 | 0.9259 | 1.514727e-26< 5% | On rejette H ₀ |
| 22 | 0.753 | 1.395754e-42< 5% | On rejette H ₀ |
| 23 | 0.0912 | 2.070261e-64< 5% | On rejette H ₀ |
| 24 | 0.8858 | 7.502146e-32< 5% | On rejette H ₀ |
| 25 | 0.9332 | 2.36921e-25< 5% | On rejette H ₀ |
| 26 | 0.6233 | 3.805639e-49< 5% | On rejette H ₀ |
| 27 | 0.9634 | 5.630539e-19< 5% | On rejette H ₀ |
| 28 | 0.9065 | 5.481233e-21< 5% | On rejette H ₀ |
| 29 | 0.8994 | 2.268667e-25< 5% | On rejette H ₀ |
| 30 | 0.9538 | 2.51288e-21< 5% | On rejette H ₀ |
| 31 | 0.9163 | 5.470795e-28< 5% | On rejette H ₀ |
| 32 | 0.8292 | 2.991627e-37< 5% | On rejette H ₀ |
| 33 | 0.8895 | 2.018262e-31< 5% | On rejette H ₀ |
| 34 | 0.9638 | 7.273282e-14< 5% | On rejette H ₀ |
| 35 | 0.3598 | 6.787142e-29< 5% | On rejette H ₀ |
| 36 | 0.8343 | 7.926561e-37< 5% | On rejette H ₀ |
| 37 | 0.3461 | 6.251371e-23< 5% | On rejette H ₀ |
| 38 | 0.8594 | 8.142765e-31< 5% | On rejette H ₀ |

I. Portefeuille obligataire

II.1. Approche paramétrique: Résultats du test de normalité des rendements

prix zéro coupon

| Maturité | Statistique W | P-value | Décisions |
|-----------|---------------|-----------------|---------------|
| 1 jour | 0,3408 | 6,2795E-85 < 5% | On rejette H0 |
| 1 semaine | 0,3079 | 5,1546E-86 < 5% | On rejette H0 |
| 1 mois | 0,29584 | 2,0129E-86 < 5% | On rejette H0 |
| 3 mois | 0,33442 | 3,8679E-85 < 5% | On rejette H0 |
| 6 mois | 0,20286 | 3,3384E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 1 an | 0,086 | 2,4135E-92 < 5% | On rejette H0 |
| 2 ans | 0,2244 | 1,4062E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 3 ans | 0,23503 | 2,8848E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 4 ans | 0,26688 | 2,6415E-87 < 5% | On rejette H0 |
| 5 ans | 0,23792 | 3,5141E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 7 ans | 0,22115 | 1,1269E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 9 ans | 0,1935 | 1,8069E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 10 ans | 0,17386 | 5,0899E-90 < 5% | On rejette H0 |
| 20 ans | 0,14193 | 6,6490E-91 < 5% | On rejette H0 |

II.2.Approche historique:Résultats du test de stationnarité des rendements des prix zéro coupon

| Taux zéro coupon | Trend and intercept | |
|------------------|---------------------|-------------|
| | ADF Statistic | Probability |
| MADBDT-0N | -10.55390 | 0.0000 |
| MADBDT-01W | -3.105282 | 0.1051 |
| MADBDT-01M | -6.666188 | 0.0000 |
| MADBDT-02M | -3.611150 | 0.0289 |
| MADBDT-13W | -3.105282 | 0.1051 |
| MADBDT-04M | -3.027029 | 0.1248 |
| MADBDT-05M | -3.126367 | 0.1002 |
| MADBDT-26W | -3.008365 | 0.1299 |
| MADBDT-07M | -3.057511 | 0.1168 |
| MADBDT-08M | -2.946560 | 0.1478 |
| MADBDT-09M | -2.924953 | 0.1545 |
| MADBDT-10M | -3.016351 | 0.1277 |
| MADBDT-11M | -3.160359 | 0.0927 |
| MADBDT-52W | -3.427024 | 0.0479 |
| MADBDT-01Y | -3.258253 | 0.0735 |
| MADBDT-02Y | -2.891865 | 0.1652 |
| MADBDT-03Y | -2.841159 | 0.1824 |
| MADBDT-04Y | -2.759859 | 0.2125 |
| MADBDT-05Y | -2.765548 | 0.2103 |
| MADBDT-06Y | -2.631257 | 0.2662 |
| MADBDT-07Y | -2.528043 | 0.3144 |
| MADBDT-08Y | -2.388641 | 0.3854 |
| MADBDT-09Y | -2.314854 | 0.4252 |
| MADBDT-10Y | -2.246203 | 0.4631 |
| MADBDT-11Y | -2.183155 | 0.4984 |
| MADBDT-12Y | -2.166102 | 0.5079 |
| MADBDT-13Y | -2.155183 | 0.5141 |
| MADBDT-14Y | -2.095726 | 0.5475 |
| MADBDT-15Y | -2.130818 | 0.5278 |
| MADBDT-16Y | -2.082564 | 0.5549 |
| MADBDT-17Y | -1.886144 | 0.6615 |
| MADBDT-18Y | -1.840154 | 0.6850 |
| MADBDT-19Y | -1.962182 | 0.6212 |
| MADBDT-20Y | -2.022336 | 0.5884 |

| Taux zéro-coupon | Intercept | |
|------------------|---------------|-------------|
| | ADF Statistic | Probability |
| MADBDT-ON | -9.301013 | 0.0000 |
| MADBDT-01W | -2.741106 | 0.0672 |
| MADBDT-01M | -5.703075 | 0.0000 |
| MADBDT-02M | -3.096481 | 0.0269 |
| MADBDT-13W | -2.741106 | 0.0672 |
| MADBDT-04M | -2.654808 | 0.0822 |
| MADBDT-05M | -2.761997 | 0.0639 |
| MADBDT-26W | -5.462152 | 0.0000 |
| MADBDT-07M | -2.768833 | 0.0629 |
| MADBDT-08M | -2.704742 | 0.0732 |
| MADBDT-09M | -2.720831 | 0.0705 |
| MADBDT-10M | -2.840075 | 0.0528 |
| MADBDT-11M | -3.006472 | 0.0344 |
| MADBDT-52W | -3.288181 | 0.0155 |
| MADBDT-01Y | -3.167146 | 0.0221 |
| MADBDT-02Y | -2.865772 | 0.0495 |
| MADBDT-03Y | -2.899753 | 0.0454 |
| MADBDT-04Y | -2.870330 | 0.0490 |
| MADBDT-05Y | -2.877994 | 0.0480 |
| MADBDT-06Y | -2.748838 | 0.0660 |
| MADBDT-07Y | -2.638883 | 0.0852 |
| MADBDT-08Y | -2.504454 | 0.1144 |
| MADBDT-09Y | -2.426609 | 0.1344 |
| MADBDT-10Y | -2.333804 | 0.1613 |
| MADBDT-11Y | -2.302520 | 0.1712 |
| MADBDT-12Y | -2.294342 | 0.1739 |
| MADBDT-13Y | -2.289368 | 0.1755 |
| MADBDT-14Y | -2.273398 | 0.1808 |
| MADBDT-15Y | -2.285539 | 0.1768 |
| MADBDT-16Y | -2.283721 | 0.1774 |
| MADBDT-17Y | -2.218323 | 0.1998 |
| MADBDT-18Y | -2.167017 | 0.2187 |
| MADBDT-19Y | -2.146842 | 0.2264 |
| MADBDT-20Y | -2.149620 | 0.2253 |

| Taux zéro-coupon | None | |
|------------------|---------------|-------------|
| | ADF Statistic | Probability |
| MADBDT-0N | -1.07962 | 0.2437 |
| MADBDT-01W | -1.021880 | 0.2765 |
| MADBDT-01M | -0.879027 | 0.3354 |
| MADBDT-02M | -0.805678 | 0.3672 |
| MADBDT-13W | -1.021880 | 0.2765 |
| MADBDT-04M | -2.654808 | 0.0822 |
| MADBDT-05M | -1.113346 | 0.2417 |
| MADBDT-26W | -1.186487 | 0.2158 |
| MADBDT-07M | -1.099981 | 0.2467 |
| MADBDT-08M | -1.065078 | 0.2598 |
| MADBDT-09M | -1.025508 | 0.2751 |
| MADBDT-10M | -0.980914 | 0.2929 |
| MADBDT-11M | -0.946811 | 0.3068 |
| MADBDT-52W | -0.922027 | 0.3172 |
| MADBDT-01Y | -0.900556 | 0.3262 |
| MADBDT-02Y | -1.642845 | 0.0949 |
| MADBDT-03Y | -1.715403 | 0.0818 |
| MADBDT-04Y | -1.809186 | 0.0670 |
| MADBDT-05Y | -1.706513 | 0.0833 |
| MADBDT-06Y | -1.772287 | 0.0726 |
| MADBDT-07Y | -1.791586 | 0.0696 |
| MADBDT-08Y | -1.851309 | 0.0611 |
| MADBDT-09Y | -1.864021 | 0.0595 |
| MADBDT-10Y | -1.864214 | 0.0594 |
| MADBDT-11Y | -1.807673 | 0.0673 |
| MADBDT-12Y | -1.726300 | 0.0800 |
| MADBDT-13Y | -1.631363 | 0.0971 |
| MADBDT-14Y | -1.622069 | 0.0989 |
| MADBDT-15Y | -1.471355 | 0.1322 |
| MADBDT-16Y | -1.517509 | 0.1213 |
| MADBDT-17Y | -1.673483 | 0.0892 |
| MADBDT-18Y | -1.597496 | 0.1039 |
| MADBDT-19Y | -1.390513 | 0.1531 |
| MADBDT-20Y | -2.149620 | 0.2253 |

I.3.Approche Monte Carlo : Résultats du test de normalité des rendements des taux zéro coupon

| Maturité | Statistique W | P-value | Décisions |
|-----------|---------------|-----------------|---------------|
| 1 jour | 0,95433 | 3,7193E-36 < 5% | On rejette H0 |
| 1 semaine | 0,2328 | 2,4463E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 1 mois | 0,24718 | 6,5661E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 3 mois | 0,27121 | 3,5482E-87 < 5% | On rejette H0 |
| 6 mois | 0,31908 | 1,1851E-85 < 5% | On rejette H0 |
| 1 an | 0,17545 | 5,5667E-90 < 5% | On rejette H0 |
| 2 ans | 0,1255 | 2,4742E-91 < 5% | On rejette H0 |
| 3 ans | 0,21442 | 7,0913E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 4 ans | 0,2219 | 1,1705E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 5 ans | 0,25931 | 1,5291E-87 < 5% | On rejette H0 |
| 7 ans | 0,22179 | 1,1615E-88 < 5% | On rejette H0 |
| 9 ans | 0,21141 | 5,8042E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 10 ans | 0,18051 | 1,0289E-89 < 5% | On rejette H0 |
| 20 ans | 0,16849 | 3,5718E-90 < 5% | On rejette H0 |

