



المندوبية السامية للتخطيط
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC
*_*_*_*_*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
*_*_*_*_*_*_*_*_*_*
INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



INSEA

Projet de Fin d'Etudes

Evaluation du Passif selon la norme IFRS 17 en assurance non vie

Préparé par : *M. Hamza EL BEKRI*

Sous la direction de : *M. Mustapha LEBBAR (INSEA)*
M. Youssef SALIHEDDINE (AXA Assurance Maroc)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- *M. Mustapha LEBBAR (INSEA)*
- *M. Driss EFFINA (INSEA)*
- *M. Youssef SALIHEDDINE (AXA Assurance Maroc)*

Dédicace

Je dédie ce mémoire

A ma chère famille qui a toujours été présente à mes cotés tout au long de mon parcours scolaire et universitaire, qui m'a soutenu lors des moments difficiles et qui m'a accordé les bons conseils qui m'ont été d'une grande utilité dans ma vie. Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon bien être. Que ce modeste travail soit l'exaucement de vos vœux tant formulés.

A mes oncles et tantes pour leurs soutien et affection et également pour leurs prières qui m'ont été d'un grand secours dans ma vie.

A tous mes amis ainsi que toute la famille INSEAISTE avec qui j'ai passé des moments de joie et de bonheur.

Remerciements

Je tiens à saisir cette occasion afin de présenter mes sincères remerciements à M. Saliheddine Youssef Chef de service PBR au sein d'AXA Assurance Maroc et Mme. Zerouali Fatim-Zahra qui m'ont offert l'opportunité de passer mon stage de fin d'études au sein de leur direction, pour la confiance qu'il m'ont accordé pour réaliser ce modeste travail, pour leur disponibilité et également pour avoir répondu présent a toutes mes questions.

je tiens à présenter mes plus sincères remerciements à toutes les personnes qui composent les équipes PBR ainsi que l'équipe du Risk Management pour leur accueil chaleureux au sein de la société. Ils m'ont permis de vivre une expérience professionnelle très enrichissante et m'ont aidé par leurs différents conseils tout au long de la période de stage.

Je témoigne également ma reconnaissance à M. Lebbar Mustapha, d'avoir été un excellent professeur d'actuariat à l'INSEA et d'avoir accepté de m'encadrer lors de ce stage de fin d'études.

Et puis finalement, je témoigne ma gratitude à toutes personnes ayant contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail.

Résumé

La nouvelle norme IFRS sur les contrats d'assurance a été publiée en Mai 2017. Elle porte le nom de norme IFRS 17 "contrats d'assurance" et vient remplacer la norme IFRS 4 qui fut une norme transitoire autorisant une évaluation selon des normes comptables locales. IFRS 17 porte sur l'évaluation des passifs d'assurance. Elle s'appliquera, aux compagnies cotées en bourse, à compter du 1^{er} janvier 2022 en même temps que la norme IFRS 9, relative aux instruments financiers.

La norme IFRS 17 apporte un tout nouveau style de comptabilité qui exigera aux entités traitant des contrats d'assurance de comprendre les nouveaux blocs du passif ainsi que leur impact sur le résultat. IFRS 17 introduit trois passifs d'assurance distincts :

- *Le Best Estimate* qui représente l'ensemble des flux futurs actualisés du contrat d'assurance calculés en version économique et non en version prudente comme dans le cadre actuel.
- *Le Risk Adjustment* qui vient compenser la volatilité existante sur les différents flux de trésorerie futurs.
- *La Contractual Service Margin* ou marge sur service contractuel qui représente l'ensemble des profits futurs de l'assureur et vient annuler les gains du contrat d'assurance à la souscription. Bornée par 0, elle permet à l'assureur de lisser son résultat sur la durée de couverture du contrat en allouant une partie de ce passif tous les ans en *Profit & Loss*.

En plus des nouveaux passifs introduits, la norme IFRS présente trois modèles comptables à appliquer en fonction de la nature des contrats d'assurances. La méthode « Variable Fee Approach » est réservée aux contrats participatifs directs, la « Building Block Approach » s'applique à l'ensemble des contrats n'entrant pas dans le champ d'application des deux autres modèles et la dernière méthode « Premium Allocation Approach » concerne les contrats de courtes durées.

Ce mémoire est réalisé sur des contrats d'assurance non vie, à savoir, l'assurance accident de travail et l'assurance responsabilité civile qui entrent dans le champs

d'application de la PAA et qui peuvent présenter un caractère onéreux. Ainsi que l'assurance tout risque chantier qui sera comptabilisée selon la méthode de base BBA.

Mots clés : IFRS 17, Chain Ladder, London Chain, Bornhuetter Ferguson, GLM, Bootstrap, BE, RA, CSM.

Table des matières

INTRODUCTION	13
I Présentation générale	16
1 AXA Assurance Maroc	17
I. 1 Présentation de l'organisme	17
I. 2 AXA Assurance Maroc en chiffre	18
I. 3 AXA Assurance au Monde	19
II Présentation des normes IFRS relatives au secteur des assurances	20
2 Valorisation de l'actif	22
I. 1 IAS 39	22
I. 2 La nouvelle norme IFRS 9	23
3 Valorisation du passif	25
I. 1 IFRS 4 phase I	25
I. 2 Principes des normes IFRS 17	26
I. 2.1 Champs d'application	27
I. 2.2 Niveau de regroupement	28

I. 2.3	Présentation des différents blocs du passif	30
I. 2.4	Nouvelle présentation du compte de résultat	32
I. 3	Présentation des trois méthodes comptables	33
III	Application des méthodes comptables en assurance non	
	vie	37
4	Présentation des données	38
I. 1	Base de données des primes	38
I. 1.1	Comparaison des branches	38
I. 2	Base de données des sinistres	39
5	Calcul du Best Estimate et du Risk Adjustment	41
I. 1	Notations	41
I. 2	Méthode déterministe	42
I. 2.1	Chain Ladder	42
I. 2.2	London Chain	43
I. 2.3	Bornhuetter-Fergusson	44
I. 3	Méthodes Stochastiques	45
I. 3.1	Modèle de Mack	45
I. 3.2	Modèle GLM	45
I. 4	Calcul du Best Estimate	47
I. 5	Le Bootstrap	47
6	Présentation des résultats de notre étude	49
I. 1	Tests d'hypothèses	49
I. 2	Affichage des résultats	54
I. 3	Tableau récapitulatif	60
7	Calcul de la Marge de service contractuelle	62

I. 1 résultat de la CSM	62
CONCLUSION GENERALE	68
Bibliographie	70
ANNEXE 1	71
ANNEXE 2	74
ANNEXE 3	77

Table des figures

1.1	Chiffres clé de AXA Assurance Maroc.	18
1.2	filiale d'AXA à travers le monde.	19
2.1	Comptabilisation des actifs sous IFRS 9.	24
3.1	Bilan sous IFRS 17.	30
3.2	Initialisation du contrat sous IFRS 17.	32
3.3	Méthodes comptables selon les caractéristiques des contrats.	34
3.4	Évolution de la CSM entre deux années selon le modèle BBA.	35
3.5	Evolution du Passif entre deux années selon le modèle PPA.	36
4.1	Répartition des primes pour les différentes branches étudiées.	39
4.2	Triangles de la branches AT.	40
6.1	Test de la stabilité des facteurs de développement pour la branche Accident de Travail.	50
6.2	Test de la stabilité des facteurs de développement pour la branche Responsabilité Civile.	50
6.3	Test de la stabilité des facteurs de développement pour la branche Tout Risque Chantier.	50
6.4	D-triangle des coefficients de passage pour la branche AT.	51
6.5	Coefficient de variation du D-triangle pour la branche AT.	51

6.6	Coefficient de variation du D-triangle pour la branche RC.	51
6.7	Coefficient de variation du D-triangle pour la branche TRC.	51
6.8	Résultat du test de la Médiane pour la branche AT.	52
6.9	Triangle des résidus de pearson pour la branche AT.	53
6.10	Graphe des résidus de pearson pour la branche AT.	53
6.11	Estimation de la distribution des valeurs des règlements.	54
6.12	Erreur de prédiction de l'estimation des réserves par le modèle de Mack pour la branche AT.	56
6.13	Intervalle de confiance au niveau 5% des réserves annuelles par le modèle de Mack pour la branche AT.	56
6.14	erreur de l'estimation de la réserve globale par le modèle de Mack pour la branche AT.	57
6.15	erreur de l'estimation de la réserve globale par le modèle de Mack pour la branche RC.	57
6.16	erreur de l'estimation de la réserve globale par le modèle de Mack pour la branche TRC.	57
6.17	Densité du BE pour 5000 (en haut à gauche), 10000 (en haut à droite) et 20000 (en bas) nombre de simulations pour la branche AT.	58
7.1	Initialisation de la CSM pour la branche TRC.	63
7.2	Evolution de la CSM pour la branche TRC en vision run-off.	64
7.3	Evolution de l'amortissement de la CSM en vision run-off pour la branche TRC.	64
7.4	Evolution de la CSM pour la branche TRC.	65
7.5	Evolution de l'amortissement de la CSM pour la branche TRC.	65
7.6	Evaluation du passif selon la norme IFRS 17.	66
7	D-triangle des coefficients de passage pour la branche RC.	71
8	D-triangle des coefficients de passage pour la branche TRC.	71
9	Résultat du test de la Médiane pour la branche RC.	71

10	Résultat du test de la Médiane pour la branche TRC.	72
11	Graphe des résidus de pearson pour la branche RC.	72
12	Graphe des résidus de pearson pour la branche TRC.	72
13	Estimation de la distribution des valeurs des règlements pour la branche RC (à gauche) et TRC (droite).	73
14	Erreur de prédiction de l'estimation des réserves par le modèle de Mack pour la branche RC.	74
15	Erreur de prédiction de l'estimation des réserves par le modèle de Mack pour la branche TRC.	74
16	Intervalle de confiance au niveau 5% des réserves annuelles par le modèle de Mack pour la branche RC.	75
17	Intervalle de confiance au niveau 5% des réserves annuelles par le modèle de Mack pour la branche TRC.	75
18	Densité du BE pour 5000, 10000 et 20000 nombre de simulations pour la branche RC.	75
19	Densité du BE pour 5000, 10000 et 20000 nombre de simulations pour la branche TRC.	76

Liste des tableaux

- 3.1 La délimitation des contrats d'assurance. 27
- 3.2 Compte de Résultat sous IFRS 17. 33

- 6.1 Valeur des flux futurs par la méthode Chain Ladder. 54
- 6.2 Valeur des flux futurs par la méthode London Chain. 55
- 6.3 Valeur des flux futurs par la méthode Bornhuetter-Fergusson. 55
- 6.4 Valeur des flux futurs par la méthode GLM Gamma. 57
- 6.5 Valeur des flux futurs par la méthode GLM Log-normale. 57
- 6.6 Résultats de la méthode Bootstrap pour la branche AT pour différents
nombre de simulation. 59
- 6.7 Résultats de la méthode Bootstrap pour la branche RC pour différents
nombre de simulation. 59
- 6.8 Résultats de la méthode Bootstrap pour la branche TRC pour différents
nombre de simulation. 59
- 6.9 Résultats du Best Estimate obtenus pour les trois branches. 60

- 7.1 Compte de Résultat sous IFRS 17. 66

Introduction

Le développement du réseau économique international a considérablement accéléré le phénomène de mondialisation dans lequel les assurances, les banques et les marchés financiers sont aujourd'hui ancrés. Ce progrès nous a mené à concevoir un langage comptable commun afin de favoriser les échanges internationaux et la gestion des groupes multinationaux, tout en permettant aux investisseurs d'avoir une vision harmonisée des éléments comptables et financiers fournis quelle que soit l'origine de l'entreprise.

L'IASB (International Accounting Standards Board), créé en 1973 par les instituts comptables de 9 pays, a pour objectifs d'élaborer et de publier des normes internationales pour la présentation des états financiers. Ces normes notées IFRS (International Financial Reporting Standard) ont été retenues par les marchés internationaux en tant que langage comptable applicable à l'ensemble des entités.

Ayant la particularité d'un cycle de production inverse, les compagnies d'assurance se distinguent des autres entreprises. Dans ce sens, l'IASB a publié une norme spécifique à la comptabilisation du passif liée aux contrats d'assurance en 2017 pour entrer en vigueur en 2022 en parallèle avec l'IFRS 9. Cette norme, en construction depuis 2007, sous la dénomination *IFRS 4 phase I*, a été au centre d'une réelle réflexion de la part de l'ensemble des acteurs du marché.

Conformément à son objectif, l'IASB travaille sur la mise en place d'une méthode d'évaluation des contrats d'assurances, qui permet aux entités de réaliser la communication financière de leur performance et de leurs engagements en une vision économique plutôt qu'une comptable et prudente n'intégrant pas les informations observables.

L'analyse présentée dans ce mémoire vise à mettre en avant les mécanismes retenus par l'IASB pour la comptabilisation des contrats d'assurances et la mise en œuvre des nouvelles normes pour une compagnie d'assurance non vie.

Pour répondre aux objectifs soulevés, nous présenterons dans une première partie, les normes IFRS impactant le secteur de l'assurance à savoir, l'IAS 39 et l'IFRS 9 relatives aux instruments financiers et l'IFRS 4 ainsi que l'IFRS 17 portant sur les passifs d'assurance. Nous nous pencherons, ensuite, sur la méthodologie actuellement retenue par l'IASB. Celle ci porte sur l'évaluation du passif lié aux contrats d'assurances et la nouvelle présentation du compte de résultat. Dans une seconde partie, nous illustrerons l'application de la norme sur un portefeuille d'assurance non vie et mettrons en avant les difficultés rencontrées.

Liste des abréviations

IASC : International Accounting Standards Committee

IFRS : International Financial Reporting Standards

IAS : International Accounting Standards

IASB : International Accounting Standards Board

BBA : Building Block Approach

PAA : Premium Allocation Approach

BE : Best Estimate

RA : Risk Adjustment

CSM : Contractuel Service Margin

Première partie

Présentation générale

AXA Assurance Maroc

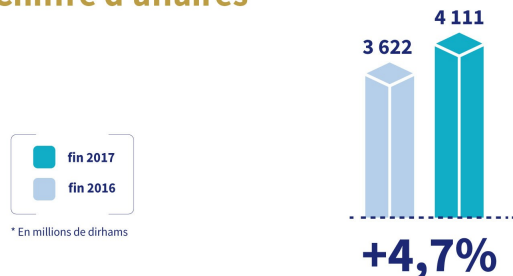
I. 1 Présentation de l'organisme

Le groupe AXA ASSURANCE est réputé pour être un des leaders mondiaux dans le domaine des assurances et de la protection financière. Ce groupe est notamment présent un peu partout dans le monde et renforce considérablement sa position au Maroc sous le nom d'AXA ASSURANCE MAROC.

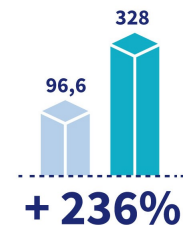
AXA Assurance Maroc est née en 2000 de la fusion entre AXA Al Amane et la compagnie africaine d'assurances et se place en seconde position sur le marché marocain des assurances. Le métier d'AXA Assurance Maroc est la protection financière qui consiste à accompagner leurs clients, particuliers, petites, moyennes et grandes entreprises tout au long de leur vie, en proposant des solutions adaptées à leurs besoins.

I. 2 AXA Assurance Maroc en chiffre

Chiffre d'affaires



Résultat net



Répartition du CA d'AAM à fin 2017

(en millions de dhs)

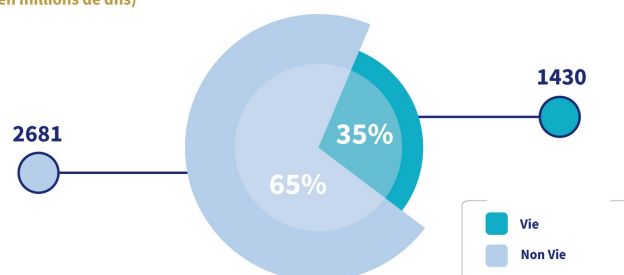


FIGURE 1.1 – Chiffres clé de AXA Assurance Maroc.

Le chiffre d'affaire d'AXA Assurance Maroc s'élève à 4.111 Milliards de DH à la fin de 2017 soit une hausse de 4.7% par rapport à la fin de 2016. Les opérations non vie possède un très grand poids dans la répartition du chiffres d'affaire représentent 65% du chiffre d'affaire global, soit 2.672 Milliards de DH. Les opérations d'assurance vie, quant à elles, représentent 35% du chiffre d'affaire, soit 1.438 Milliards de DH à la fin 2017.

Le résultat net d'AXA Assurance Maroc a augmenté de +236%, soit une augmentation en valeur de 96.6 Milliards de DH à 328 Milliards de DH à la fin 2017.

I. 3 AXA Assurance au Monde

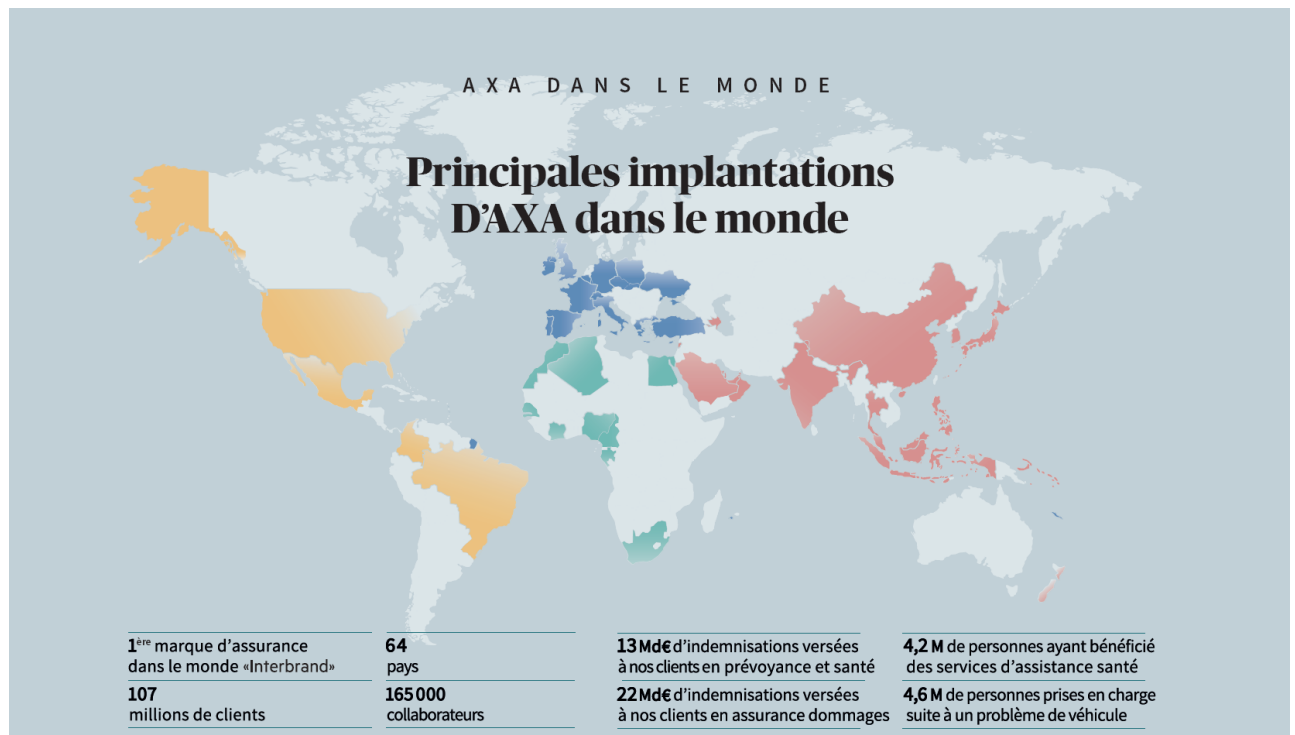


FIGURE 1.2 – filiale d'AXA à travers le monde.

AXA Assurance est présente dans 64 pays, possédant ainsi 107 millions de clients répartis sur les trois grands domaines d'activité : l'assurance dommages, l'assurance vie, épargne, retraite & santé et la gestion d'actifs.

Le chiffre d'affaires du groupe s'élève à 102 Milliards d'euro avec une progression de 4% par rapport à la fin de 2016, et le ratio de solvabilité s'est établi à 193% à la fin de 2017.

Deuxième partie

Présentation des normes IFRS relatives au secteur des assurances

Les différents référentiels comptables nationaux présentent de façon historique une grande hétérogénéité dans les méthodes utilisées et dans la présentation des états financiers des organismes d'assurance. Il est alors difficile pour un investisseur de réellement comparer la situation et la rentabilité de ceux-ci en regard de cette diversité de normes.

L'IASC (International Accounting Standards Committee) a été créé en 1973. Il s'agit d'un organisme privé qui émet des normes comptables internationales afin de faciliter la comparabilité des états financiers de sociétés de différents pays ; ces normes sont les IAS (International Accounting Standards). L'application des IAS n'a pas été rendue obligatoire avec pour conséquence une mise en pratique peu suivie au sein des différentes sociétés.

En 2001, l'IASC est devenu l'IASB (International Accounting Standards Board) et les normes publiées depuis sont appelées les normes IFRS (International Financial Reporting Standards). A partir de 2005, toutes les entreprises cotées en Europe doivent présenter leurs comptes consolidés sous le référentiel IFRS. Les normes IFRS concernent l'ensemble des entreprises quel que soit leur secteur d'activité. Une première norme spécifique aux contrats d'assurance, « IFRS 4 : contrats d'assurance » a été publiée en 2005. Cette norme sera remplacée en 2021 par « IFRS 17 : contrats d'assurance » qui a été publiée en mai 2017.

Dans ce mémoire, nous nous intéresserons tout particulièrement à ces normes concernant les contrats d'assurance mais aussi aux normes IAS 39 et IFRS 9 (révision de IAS 39) qui dirigent la valorisation des instruments financiers.

Valorisation de l'actif

Sommaire

I. 1	Présentation de l'organisme	17
I. 2	AXA Assurance Maroc en chiffre	18
I. 3	AXA Assurance au Monde	19

Les normes IAS 39 puis IFRS 9 sont importantes dans le domaine de l'assurance puisqu'elles concernent les instruments financiers et déterminent donc l'évaluation de l'actif. Actuellement, les instruments financiers sont comptabilisés selon la norme IAS 39, mais la norme IFRS 9, publiée en 2015, devra être appliquée à partir de 2022. Initialement prévue pour 2018, sa mise en application a été repoussée pour les compagnies d'assurance dans un souci de concordance avec l'entrée en application de la norme IFRS 17.

I. 1 IAS 39

Cette norme a introduit la notion d'évaluation en valeur de marché dans le référentiel comptable international. En effet, dans la plupart des normes locales, les instruments financiers sont évalués au coût historique. Le coût historique d'un instrument financier correspond à sa valeur d'acquisition corrigée d'éventuels amortissements et dépréciations.

La norme IAS 39 prévoit de séparer les instruments financiers en quatre catégories selon l'utilisation qui doit en être faite. La comptabilisation et l'évaluation d'un instrument financier dépendent de la catégorie dans laquelle il est classé.

- **Les prêts et créances :**

Ce sont les titres non cotés sur un marché actif avec des flux fixes ou déterminables et qui ne sont pas détenus à des fins de transactions.

Ces titres sont comptabilisés au coût amorti. La variation du coût amorti (surcote/décote) est constatée en résultat.

- **Les placements détenus jusqu'à échéance ou «Held To Maturity» (HTM) :**

Cette catégorie regroupe l'ensemble des titres à échéance et flux fixes ou déterminables que l'entreprise prévoit de conserver jusqu'à leur échéance. Une fois classés dans cette catégorie, les titres ne doivent pas être vendus avant maturité.

Ces titres sont comptabilisés au coût amorti. La variation du coût amorti (surcote/décote) est constatée en résultat.

- **Les titres détenus à des fins de transactions ou «Held For Trading» (HFT) :**

Les titres classés dans cette catégorie sont détenus dans le but principal de réaliser une plus-value à court terme.

Ils sont comptabilisés en juste valeur, les variations de juste valeur étant constatées dans le résultat de l'exercice.

- **Les titres disponibles à la vente ou «Available For Sale» (AFS) :**

Il s'agit d'une catégorie par défaut qui regroupe l'ensemble des instruments financiers qui ne correspondent pas aux caractéristiques des trois autres catégories.

Les titres sont comptabilisés en juste valeur par OCI (Other Comprehensive Income) ou autres éléments du résultat global. Les variations de juste valeur sont constatées directement dans les fonds propres sans apparaître au résultat de l'exercice.

I. 2 La nouvelle norme IFRS 9

La norme IFRS 9 vient remplacer la norme IAS 39 jugée trop complexe. Son entrée en application est fixée en 2018 pour les banques mais les sociétés d'assurance peuvent opter pour une entrée en application en 2022 en cohérence avec l'arrivée de IFRS 17.

La nouvelle norme s'articule autour de trois piliers :

- La classification et l'évaluation des instruments financiers : approche fondée sur des principes et non plus sur des règles comme en IAS 39, suppression des quatre catégories de classification décrites ci-dessus.
- Le modèle de dépréciation : passage de plusieurs modèles de dépréciation à un modèle unique basé sur les pertes de crédit attendues et non plus sur les pertes constatées.
- La comptabilité de couverture.

Seul le premier pilier sera détaillé dans la suite.

Les actifs peuvent être valorisés au coût amorti ou en juste valeur (par résultat ou par OCI). La méthode de valorisation n'est plus basée sur un principe de catégories mais

dépend de deux critères : les caractéristiques intrinsèques à l'instrument financier et la stratégie dans laquelle il s'inscrit.

Deux méthodes de comptabilisation peuvent être utilisées : le coût amorti ou la juste valeur. Par définition, seuls les titres de créances peuvent être comptabilisés au coût amorti. Cette méthode est pertinente dès lors que l'entreprise a l'intention de conserver un titre jusqu'à son échéance car cela donne une stabilité au résultat. A l'inverse, lorsque l'entreprise détient un instrument financier à des fins de transaction, la comptabilisation à la juste valeur permet de tenir compte de la volatilité des marchés financiers.

Le mode d'évaluation des actifs financiers est déterminé à partir de l'arbre de décision de la figure 2.1 :

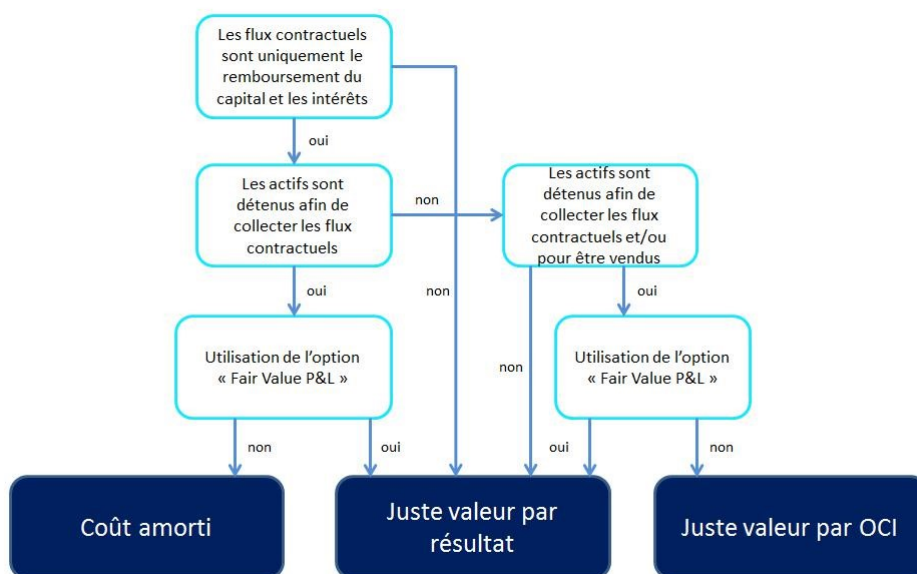


FIGURE 2.1 – Comptabilisation des actifs sous IFRS 9.

Valorisation du passif

Sommaire

I. 1 IAS 39	22
I. 2 La nouvelle norme IFRS 9	23

I. 1 IFRS 4 phase I

En application depuis le 1^{er} janvier 2005, la norme IFRS 4 phase I est une norme prévue pour être temporaire dans l’attente d’une norme plus complète initialement appelée IFRS 4 phase II. Cette seconde phase, qui s’appelle finalement IFRS 17, a été publiée le 18 mai 2017 et entrera en vigueur le 1^{er} janvier 2022 en même temps qu’IFRS 9.

La norme IFRS ”contrats d’assurance” s’applique à l’ensemble des contrats d’assurance ainsi qu’aux contrats d’investissements avec participation aux bénéfices discrétionnaire.

D’après la norme, un contrat d’assurance est « un contrat selon lequel une partie (l’assureur) accepte un risque d’assurance significatif d’une autre partie (l’assuré) en convenant de l’indemniser si un événement futur incertain spécifié (le risque couvert) l’affecte défavorablement ».

Le risque d’assurance est considéré comme significatif « si et seulement si un évènement assuré peut obliger un assureur à payer des prestations complémentaires significatives dans n’importe quel scénario, à l’exclusion des scénarios qui manquent de substance commerciale ». Cependant, la norme ne donne pas d’indication quantitative sur le caractère significatif du risque.

Le risque financier est le risque de variation future d’éléments financiers comme le taux d’intérêt ou prix d’éléments sous-jacents. Un contrat présentant un risque financier

mais pas de risque d'assurance ne rencontre pas la définition d'un contrat d'assurance mais d'un contrat d'investissement. Si ce contrat propose une participation aux bénéfices discrétionnaire, alors il rentre dans le champ d'application d'IFRS 4. Dans le cas contraire, il relève de la norme IAS 39 (puis IFRS 9).

La plupart des contrats exclus de la norme IFRS 4 sont des contrats en unités de compte ne proposant pas de garantie plancher.

Lors de la phase I de la norme, les compagnies ont toujours la possibilité d'avoir recours aux normes locales pour comptabiliser et valoriser leurs passifs d'assurance dans leurs comptes consolidés. Il existe tout de même certaines différences entre la norme IFRS 4 et les normes retenues pour l'établissement des comptes sociaux (« FRENCH GAAP ») avec notamment l'apparition du mécanisme de « Shadow accounting » (comptabilité reflet) et le test de suffisance des passifs (Liability Adequacy Test).

- *Elimination des provisions pour passifs futurs*

Les normes IFRS et les normes locales n'ont pas le même objectif. Les normes locales françaises ont un caractère prudentiel alors que les normes IFRS visent à fournir une représentation fidèle de la situation économique de l'entité. Pour cette raison, certaines provisions existant en normes locales et garantissant le caractère prudent des provisions techniques ne sont pas reprises dans les comptes IFRS. C'est le cas de la réserve de capitalisation et de la provision pour égalisation.

- *LAT ou test de suffisance des passifs*

Le Liability Adequacy Test (LAT) vise à s'assurer que les passifs d'assurance n'ont pas été sous-évalués par l'utilisation des normes locales. A chaque date d'arrêté, l'entité doit s'assurer que la valeur comptable de ses passifs d'assurance est supérieure à l'estimation des flux de trésorerie futurs. Dans le cas d'une insuffisance des provisions, celle-ci doit être comptabilisée en résultat.

Ce mécanisme permet d'éviter la non-prise en compte de pertes importantes pendant la phase I (IFRS 4) de la norme contrat d'assurance.

- *Shadow Accounting ou comptabilité reflet*

Le shadow accounting a pour objectif de réduire l'écart comptable engendré par le recours à des méthodes de valorisation différentes à l'actif et au passif. En effet, l'application des normes IFRS impose une comptabilisation de l'actif à la juste valeur, alors que la possibilité de conservation des normes locales pour l'évaluation des engagements au passif permet une comptabilisation des provisions techniques au coût amorti. La comptabilité reflet donne la possibilité à l'assureur (mais pas l'obligation) de changer ses méthodes comptables afin qu'une plus ou moins-value latente affecte l'évaluation de ses passifs d'assurance de la même manière qu'une plus ou moins-value réalisée. Ainsi, une part de la richesse ou de la perte correspondant à cette plus ou moins-value latente revient à l'assuré et vient augmenter (ou diminuer) les provisions de l'assureur.

I. 2 Principes des normes IFRS 17

La norme IFRS 17 correspond à la phase 2 de la norme IFRS 4 actuellement en place sur les contrats d'assurance. Cette norme est nécessaire pour combler les défauts de son prédécesseur IFRS 4. En effet, IFRS 4 valorisait les passifs des assureurs en valeur historique alors que la norme IFRS 9 demande aux assureurs de valoriser leurs actifs en valeur de marché. La norme IFRS 17 a été publiée en mai 2017. Les principaux points d'amendements ont été :

- Les engagements valorisés au coût historique le seront désormais à la valeur courante.
- Le calcul d'une marge sur services contractuels.
- L'introduction d'une solution *OCI (Other Comprehensive Income)* permettant notamment de limiter la volatilité du résultat de l'assureur.

I. 2.1 Champs d'application

La norme IFRS 17 concerne les contrats d'assurance et son champ d'application est défini de la manière suivante : Un contrat est un contrat d'assurance si une partie (l'assureur) accepte un risque significatif d'une autre partie (l'assuré) en convenant d'indemniser le titulaire de la police si un événement futur incertain spécifié affecte de façon défavorable la police.

Le contrat d'assurance est ainsi caractérisé par un transfert de risque, susceptible de générer des flux de compensation pécuniaires importants en cas de réalisation du risque. Un contrat n'est donc pas un contrat d'assurance s'il n'y a pas de transfert d'un risque important.

La délimitation avec les autres formes de couverture proposées dans les contrats de compagnies d'assurance doit être clairement marquée selon les catégories présentées dans le tableau 3.1.

Catégorie	Exemple	Norme adéquate
Contrats d'assurance	Produits Auto-Dommage et RC, Dommage aux biens Temporaire décès. . .	IFRS 17
Contrats d'investissement avec PB discrétionnaire	Contrats en Euros, Contrats en Unité de Compte avec Garantie Plancher, . . .	IFRS 9 rattaché IFRS 17
Contrat d'investissement sans PB discrétionnaire	Indemnités de fin de carrière, Contrats en Unité de Compte sans garantie Plancher, . . .	IFRS 9

TABLE 3.1 – La délimitation des contrats d'assurance.

I. 2.2 Niveau de regroupement

Selon IFRS 17, l'évaluation des engagements doit être faite à une maille portefeuille x groupe. La norme définit un portefeuille comme étant un ensemble de contrats soumis à un même type de risque et gérés ensemble. Cette définition n'est pas très précise car les termes *type de risque* et *gérés ensemble* peuvent laisser place à interprétation.

L'évaluation des contrats d'assurance doit donc être effectuée de la manière la plus précise possible afin de refléter au mieux la performance et le risque porté par chaque contrat d'assurance. Selon la branche d'activité, pour une même génération de contrats, l'évaluation peut se faire tant au niveau individuel qu'au niveau du portefeuille puisque l'évaluation des flux de trésorerie d'un portefeuille est égale à la somme de l'évaluation des contrats d'assurance dans une vision individuelle.

En assurance non-vie, pour des techniques liées à l'étude de triangles par exemple, il est plus judicieux de faire une étude à échelle de portefeuille plutôt que individuelle. Le niveau d'évaluation préconisé par l'IASB est alors de réaliser un découpage du portefeuille par branche d'activité et de produits et par **génération de contrats**.

Une fois ce premier regroupement fait, chaque portefeuille doit être décomposé en

au moins trois groupes en fonction de la profitabilité attendue des contrats :

- Les contrats onéreux : groupe de contrats qui, au moment de la comptabilisation initiale, sont déficitaires, s'il existe de tels contrats.
- Les contrats profitables : groupe de contrats qui, au moment de la comptabilisation initiale, n'ont pas de possibilité importante de devenir déficitaires par la suite, s'il existe de tels contrats.
- Les contrats potentiellement onéreux : groupe constitué des autres contrats du portefeuille.

Si l'entité conclut, à la lumière d'informations raisonnables et justifiables, qu'un ensemble de contrats seront classés dans le même groupe, elle peut évaluer cet ensemble de contrats de façon globale pour déterminer si les contrats sont déficitaires ou s'ils n'ont pas de possibilité importante de devenir déficitaires par la suite. En l'absence d'informations raisonnables et justifiables lui permettant de conclure qu'un ensemble de contrats appartiendront au même groupe, elle doit déterminer le groupe auquel appartient chaque contrat sur une base individuelle.

Par la suite, un contrat ne peut pas passer d'un groupe à l'autre : la profitabilité n'est pas réévaluée au niveau du contrat. En revanche le caractère onéreux ou non peut être revu par la suite au niveau du groupe : un groupe estimé profitable à la première comptabilisation peut devenir onéreux par exemple suite à des modifications d'hypothèses dans le futur. Lors de la constitution des groupes, un contrat est onéreux lorsque la somme des flux reçus à la date de première comptabilisation et de l'estimation des flux futurs est négative. La norme ne précise pas avec quelles hypothèses doit être mesuré le caractère onéreux, mais il semble logique d'utiliser les mêmes hypothèses que celles choisies pour les projections lors de la première comptabilisation.

De plus, les dates de reconnaissance des contrats d'un même groupe ne doivent pas avoir plus d'un an d'intervalle, ce qui suggère un suivi par cohorte de souscription.

L'entité doit comptabiliser à compter de la première des dates suivantes un groupe de contrats d'assurance qu'elle émet :

- La date du début de la période de couverture du groupe de contrats.
- La date à laquelle le premier paiement d'un titulaire de contrat d'assurance du groupe devient exigible.
- Dans le cas d'un groupe de contrats déficitaires, la date à laquelle le groupe devient déficitaire.

La date de première comptabilisation d'un contrat sous IFRS 17 est donc différente de la date de première comptabilisation en normes françaises qui correspond à la date à partir de laquelle l'assureur est engagé au contrat.

Lors de la comptabilisation initiale, l'entité doit évaluer le groupe de contrats d'assurance comme la somme des deux montants suivants :

- Les flux de trésorerie d'exécution (*Fulfillment Cash Flows*), constitués des éléments suivants :
 - Les estimations de flux de trésorerie futurs (*Best Estimate*).

- Un ajustement destiné à refléter la valeur temps de l'argent et les risques financiers liés aux flux de trésorerie futurs, dans la mesure où ces risques ne sont pas pris en compte dans les estimations de flux de trésorerie futurs.
- Un ajustement au titre du risque non financier (*Risque Adjustment*).
- La marge sur services contractuels notée CSM (*Contractual Service Margin*).

Ainsi le Bilan sous les nouvelles normes IFRS 9 et IFRS 17 peut être présenté sous la forme :

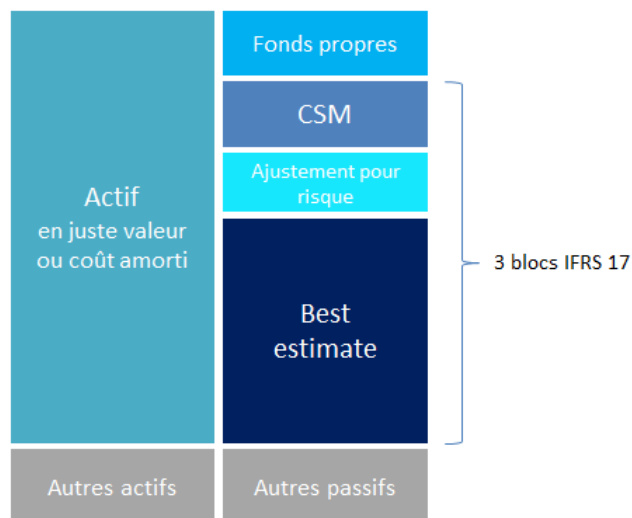


FIGURE 3.1 – Bilan sous IFRS 17.

Cette présentation par blocs, est commune à tout type de contrats vie ou non-vie. Cette approche s'adapte particulièrement aux contrats d'assurance dont la période de couverture excède une année.

I. 2.3 Présentation des différents blocs du passif

Best Estimate

L'estimation des flux futurs est fondée sur la notion de valeur actuelle attendue. Il s'agit de la moyenne actualisée et pondérée en probabilité de l'ensemble des flux de trésorerie possibles. La valorisation des flux de futurs doit donc refléter l'ensemble des scénarios optimistes et pessimistes envisageables dans le cadre du contrat.

Cette définition se rapproche de celle du Best Estimate proposée dans Solvabilité II qui requiert, elle aussi, une estimation de la moyenne pondérée en fonction de leur

probabilité des futurs flux de trésorerie. La différence réside au final, au niveau de l'actualisation ce qui nous amène au deuxième bloc du passif.

La valeur temps de l'argent

Contrairement à Solvabilité II où le taux d'actualisation imposé correspond à la courbe des taux sans risque de l'EIOPIA, l'IASB n'impose pas de courbe de taux particulière pour déterminer le taux d'actualisation. Il incombe donc à l'assureur de considérer un taux qui répond au mieux aux principes énoncés par la norme et qui soit cohérent avec les prix observables sur le marché des actifs financiers dont les flux sont compatibles avec ceux des contrats. Pour cela l'IASB propose deux méthodes pour déterminer les taux d'actualisation : l'approche descendante *TOP DOWN* et l'approche ascendante *DOWN TOP*.

l'ajustement pour risque

Le Risk adjustment correspond au montant que la compagnie d'assurance devrait posséder pour couvrir l'incertitude des différents flux futurs. Cet ajustement pour risque permet de prendre en compte le risque non financier seulement car le risque financier est supposé être déjà capté dans l'estimation des flux futurs et des taux d'actualisation.

La norme n'impose aucune méthode de calcul ni aucun seuil d'aversion au risque. La valeur de ce bloc sera donc différente d'une compagnie à une autre. Cependant l'IASB propose 3 méthodes de calcul qui sont : la méthode du coût du capital (comme en Solvabilité II), la méthode de la value at risk et la méthode conditional tail expectation.

La marge pour service contractuel

Ce nouveau bloc qui impacte non seulement le bilan mais aussi le compte de résultat a été introduit selon la nouvelle norme afin de mieux contrôler l'écart entre les flux entrants et sortants d'une compagnie d'assurance.

La CSM représente les profits futurs attendus d'un contrat ou d'un groupe de contrat. En effet, compte tenu du cycle inverse de production, l'IASB a introduit cette nouvelle provision pour lisser le résultat sur toute la durée du contrat.

$$CSM_0 = \text{Max}\{0, \text{Primes} - (BE_0 + RA_0)\}$$

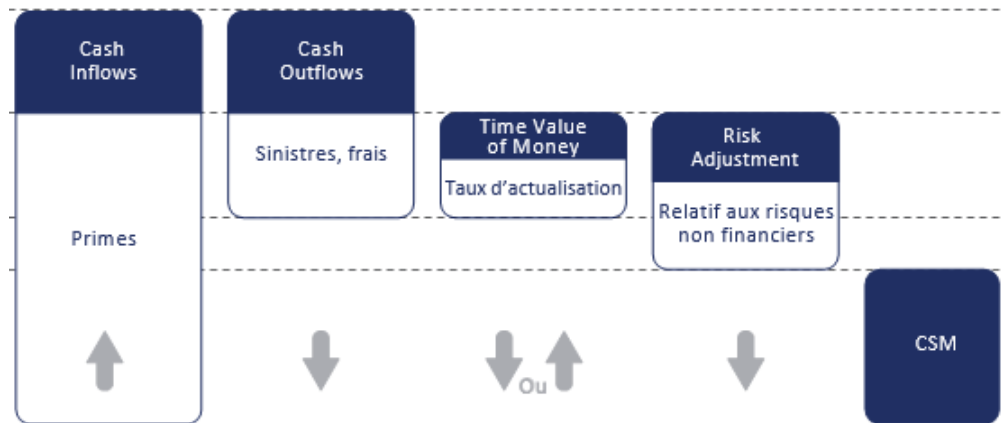


FIGURE 3.2 – Initialisation du contrat sous IFRS 17.

Lors de l'initialisation :

- Si la CSM est négative (contrat onéreux) : la perte est directement reportée au résultat (P & L) par prudence comptable.
- Si la CSM est positive, elle est retenue au bilan de l'exercice en cours et seul son amortissement est reconnu comme profit au compte de résultat.

I. 2.4 Nouvelle présentation du compte de résultat

Ayant inclus de nouveau poste, la nouvelle norme a aussi introduit une nouvelle présentation du compte résultat incluant la fonctionnalité des nouveaux postes comptables introduits et donnant une vision plus économique de l'activité de l'assureur.

Compte de résultat globale du 01/01/N à 31/12 N
Revenue des contrats d'assurance
Charges des sinistres (Règlements et réserves)
Frais d'acquisition et autres charges techniques
Amortissement CSM
Amortissement RA
Résultat de souscription
Produits des placements financiers
Charges des placements financiers
Résultat financier
Résultat Brut
Impôts sur le résultat
Résultat Net

TABLE 3.2 – Compte de Résultat sous IFRS 17.

Comme dans tous les autres cas, l'IASB n'impose pas un format précis du compte de résultat mais précise que ce dernier doit comporter les allocations de la CSM ainsi que celles de le RA et le poste "**Other Comprehensive Income**" (autres éléments du résultat globale) qui reflète les gains ou les pertes liées au mécanismes systématiques comme les variations du taux d'intérêt ou taux de change.

I. 3 Présentation des trois méthodes comptables

Une entité doit appliquer un modèle de mesure afin de fournir un cadre complet et cohérent fournissant des informations reflétant les nombreuses caractéristiques du contrat d'assurance et la manière dont les émetteurs de contrat d'assurance en tirent un revenu.

Pour ces fins, l'IASB a défini les 3 méthodes de comptabilisation suivantes :

- La Premium Allocation Approach (PAA) pour les contrats d'assurance n'ayant pas de participation au bénéfice et dont la durée de couverture est inférieure à une année.
- La Variable Fee Approach (VFA) pour les contrats caractérisés par la participation au bénéfice.
- La méthode générale ou Building Block Approach (BBA) concerne les groupes de contrats qui n'entrent pas dans le périmètre des autres méthodes.

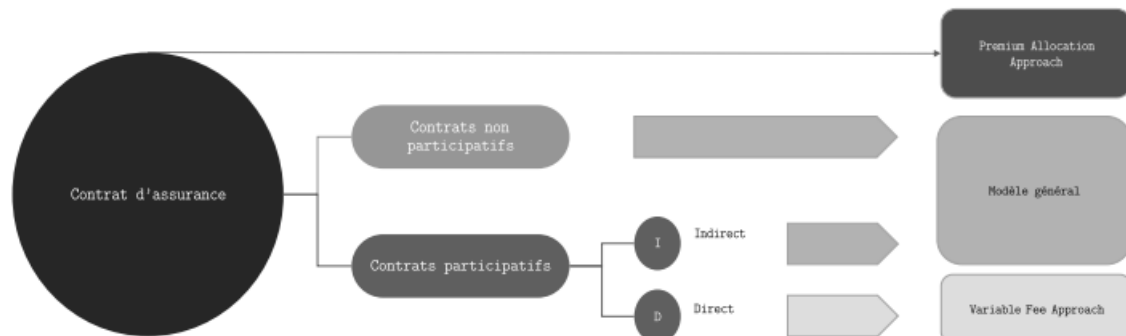


FIGURE 3.3 – Méthodes comptables selon les caractéristiques des contrats.

Dans notre étude, nous nous intéresserons aux deux méthodes relatives aux contrats sans participation direct au bénéfice c'est à dire la méthode BBA et PAA.

La méthode Building Block Approach

La première méthode est basée sur une approche par blocs composés par les provisions de la nouvelle norme : *The Fullfilment Cash Flow* qui sont le best estimate et le risque d'ajustement et une marge de service contractuel.

Les entités nécessitent, comme expliquer précédemment, de construire des portefeuilles de contrats d'assurance composés de contrats exposés à des risques similaires et qui peuvent être gérés ensemble. Ensuite, pour ces portefeuilles, sont calculés les différents blocs discutés au-dessus à noter le FCF et la CSM avec une poursuite de l'évolution de ces derniers d'un reporting à l'autre.

Selon le modèle BBA, l'évolution de la valeur de la CSM peut être due à 4 éléments ou bien 4 blocs selon la figure 3.4 :

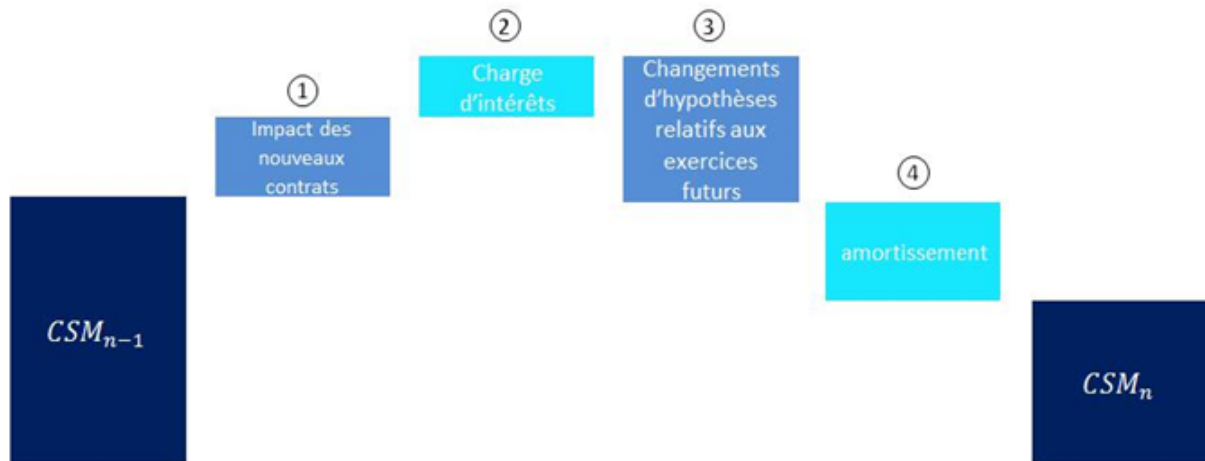


FIGURE 3.4 – Évolution de la CSM entre deux années selon le modèle BBA.

Pour être agrégés dans un groupe, les contrats d'assurance doivent être souscrits la même année. En effet, afin de ne pas agréger des générations profitables avec des générations non profitables, la norme IFRS 17 précise que les groupes ne peuvent pas inclure des contrats commercialisés à plus d'une année d'intervalle. Le bloc des nouveaux contrats ne concerne donc que ceux qui existent depuis moins de 12 mois.

La méthode Premium Allocation Approach

Cette méthode est une simplification de la méthode générale pour le cas des contrats de durée de couverture de moins d'une année.

Ce modèle ressemble au FRENCH GAP pour l'assurance non vie. En effet, nous n'avons pas besoin de construire une CSM ni de calculer son allocation puisque la durée de couverture est inférieure à une année. Le profit relatif au portefeuille est reporté comme une PPNA¹ et est retenu en fin d'année au P & L.

Sous ce modèle simplifié, l'évolution du passif peut être résumer selon la figure 3.5 :

1. Provision pour primes non acquises : destinée à constater pour chacun des contrats à prime payable d'avance, la part des primes émises de l'exercice et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat.

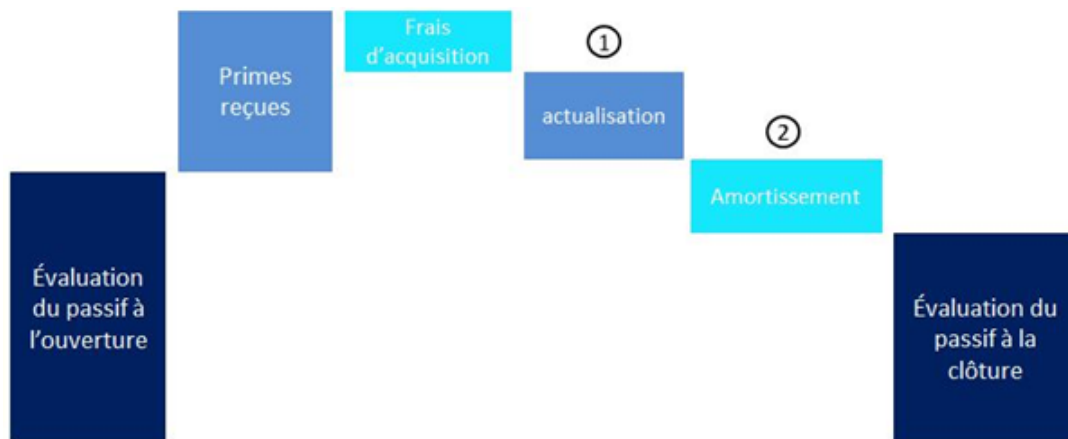


FIGURE 3.5 – Evolution du Passif entre deux années selon le modèle PPA.

L'amortissement correspond dans ce cas au profit réalisé et neutralisé à l'initialisation du portefeuille entre les deux années.

Lorsqu'une compagnie d'assurance émet des contrats d'assurance d'une couverture pour une durée de plus d'une année, et qu'elle peut justifier que l'approche simplifiée est une bonne approximation des résultats que fournirait une approche par blocs, l'IASB tolère l'utilisation de la méthode simplifiée pour l'évaluation du passif.

Troisième partie

Application des méthodes comptables en assurance non vie

Présentation des données

Les données obtenues ont été modifiées pour des raisons de confidentialité concernant les résultats obtenus

Sommaire

I. 1 IFRS 4 phase I	25
I. 2 Principes des normes IFRS 17	26
I. 3 Présentation des trois méthodes comptables	33

Conformément aux instructions de la nouvelle norme, les trois branches citées sont considérées comme trois portefeuilles distincts et notre étude se fera par portefeuilles et par génération de contrats pour les raisons suivantes :

- Ne pas agréger les générations profitables avec les générations non profitables.
- La branche TRC comporte l'assurance dommages ouvrage agrégée avec la responsabilité civile décennale vu leur longue durée de couverture. Ce nouveau portefeuille permet de mettre en évidence la nouvelle approche par bloc (BBA).
- Ayant des durées de couverture inférieure à 1 année, l'étude des branches RC et AT permettent de mettre en évidence l'approche simplifiée de la méthode générale (PAA) tout en testant le caractère onéreux de ces portefeuilles.

I. 1 Base de données des primes

La base de données primes fournit contient les primes émises pour chaque produit métier et chaque catégorie ministérielle selon l'exercice comptable et l'exercice d'émission. nous effectuons ensuite un regroupement selon les branches désirées pour avoir les triangles de primes voulus.

I. 1.1 Comparaison des branches

Nous allons maintenant comparer les branches en terme de leur poids dans le portefeuille global ainsi qu'au niveau de leur stabilité et cadence de primes.

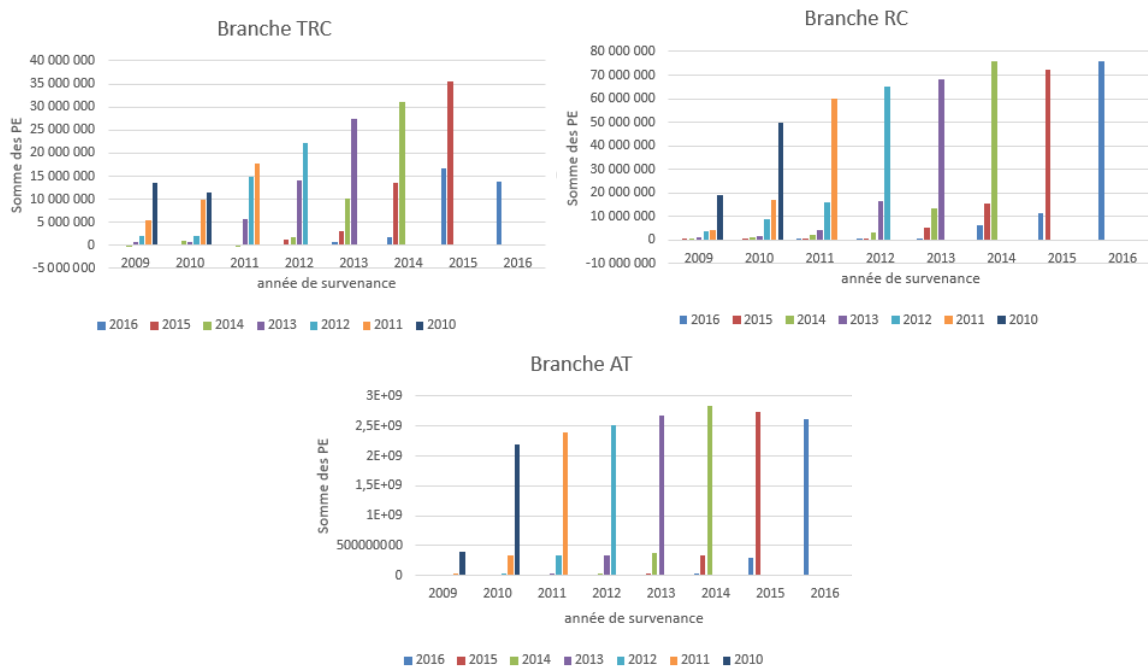


FIGURE 4.1 – Répartition des primes pour les différentes branches étudiées.

Nous observons d'après la figure 4.1 que pour les branches RC et AT la majorité des primes émises sont acquises et comptabilisées durant l'exercice comptable de la même année. Pour la branche TRC, le montant total des primes est réparti entre l'année de survenance de la même année et de l'année précédente.

La branche AT est caractérisée par une stabilité des primes reçues d'un exercice comptable à un autre. Suivie de la branche RC, les fluctuations de ces deux assurances obligatoires peuvent être expliquées simplement par les pertes et gains des clients. Alors que la branche TRC affichent une grande volatilité quant au montant total des primes reçues par année. nous remarquons aussi que le montant des primes le plus grand correspond à la branche AT avec des montants annuels supérieur à 2 milliards. Suivie respectivement des deux branches RC et TRC.

I. 2 Base de données des sinistres

En ce qui concerne les sinistres, les triangles des règlements et des charges contiennent les règlements et les charges pour chaque branche selon les années de survenance et les années de développements. Ces triangles ne possèdent que la partie supérieure, et nous permettrons selon les méthodes détaillées dans les chapitres suivants

de calculer les différents blocs du passif.

Triangles charges								
	1	2	3	4	5	6	7	8
2010	337 067 359	449 223 015	465 263 187	481 700 145	490 846 484	489 789 812	469 191 053	437 142 057
2011	415 760 028	564 345 437	580 375 428	594 249 594	615 121 218	596 827 149	597 735 547	
2012	431 491 294	570 038 657	602 464 600	634 895 068	619 193 507	607 269 329		
2013	451 355 284	613 409 329	647 454 445	641 203 132	662 678 108			
2014	526 926 869	688 331 806	705 600 791	695 799 253				
2015	500 558 481	663 201 732	688 042 023					
2016	438 140 045	607 247 449						
2017	479 145 796							

Triangles règlements								
	1	2	3	4	5	6	7	8
2010	14 603 848	59 077 718	124 269 240	154 929 557	176 721 752	188 745 985	200 845 567	206 843 789
2011	16 513 941	84 525 263	147 760 915	185 365 248	217 760 915	238 587 456	252 659 805	
2012	21 530 296	86 946 138	148 979 255	192 426 134	225 694 288	245 932 024		
2013	17 710 199	79 060 071	162 001 822	222 606 134	266 118 316			
2014	19 537 882	85 692 891	172 871 176	241 122 330				
2015	24 468 228	88 622 758	167 672 278					
2016	30 485 418	105 083 716						
2017	34 181 029							

FIGURE 4.2 – Triangles de la branches AT.

Calcul du Best Estimate et du Risk Adjustment

Dans ce chapitre nous procédons au calcul des flux de trésorerie futurs en exploitant les triangles de primes et de sinistres présentés précédemment. Ces valeurs nous permettrons ensuite de calculer le Best Estimate relatif à chaque branche.

Sommaire

I. 1 Base de données des primes	38
I. 2 Base de données des sinistres	39

Il existe de nombreuses méthodes pour projeter les triangles de réserves et règlements. Dans ce qui suit, nous allons présenter quelques méthodes déterministes et stochastiques que nous allons utiliser dans notre étude.

I. 1 Notations

Le triangle de liquidation permet de suivre l'évolution dans le temps des paiements de sinistres rattachés à un même exercice technique ou année de survenance.

Année	1	2	j			n-1	n
1	$Y_{1,1}$	$Y_{1,2}$.			$Y_{1,n-1}$	$Y_{1,n}$
2	$Y_{2,1}$	$Y_{2,1}$.			$Y_{2,n-1}$	
			.				
i		$Y_{i,j}$				
n-1	$Y_{n-1,1}$					$Y'_{n-1,n-1}$	$Y'_{n-1,n}$
n	$Y_{n,1}$	$Y'_{n,2}$				$Y'_{n,n-1}$	$Y'_{n,n}$

Les données, nécessaires pour l'évaluation des provisions, sont organisées en fonction :

- De l'année de survenance du sinistre i .
- De l'année de développement (nombre d'année entre la survenance du sinistre et le paiement de celui-ci) j .
 $Y_{i,i}$ est le règlement effectué la j ème année après que les sinistres soient survenus l'année i .
- Du triangle de liquidation peuvent se déduire les paiements de sinistres d'une année comptable d qui sont la somme des termes de la déme diagonale :

$$P_d = \sum_{d=i+j-1} Y_{i,j}$$

Le triangle supérieur du tableau de liquidation, décrit ci-dessus, est connu, car relatif aux exercices comptables passés, et nous cherchons à estimer le plus justement possible le triangle inférieur, l'ensemble des règlements pour lesquels $i + j \geq n$, c'est-à-dire les règlements futurs.

I. 2 Méthode déterministe

Nous présentons dans cette partie les méthodes déterministes les plus utilisées : Chain Ladder, London Chain et Borhuetten Ferguson.

I. 2.1 Chain Ladder

Cette méthode compte parmi les plus populaires, car elle est facile à mettre en œuvre, et facile à comprendre. Elle s'applique aux montants cumulés $C_{i,j}$ et suppose que la cadence des règlements dépend de l'année de développement des sinistres. Cela revient à écrire :

$$C_{i,j+1} = f_i * C_{i,j} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n - 1$$

où f_i est le facteur de développement de l'année de développement j à $j + 1$.

Cette méthode repose sur deux hypothèses principales :

- Les années de survenance sont indépendantes.
- Pour chaque année de développement j , le nuage de points représentant les règlements cumulés d'une année $j + 1$ par rapport aux règlements cumulés de l'année j doit être approché significativement par une droite, ce qui revient à supposer la stabilité des facteurs de développement.

Selon ces hypothèses nous avons :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}} \text{ pour } j = 0 \text{ à } n - 1$$

Ensuite à travers ces facteurs de développement nous estimons la partie inférieure du triangle par :

$$\hat{C}_{i,j+1} = \hat{f}_j * C_{i,j} \text{ pour } i + j > n$$

La méthode Chain Ladder est très répandue et très utilisée à cause de sa simplicité. Cependant, elle repose sur des hypothèses difficilement vérifiées et l'estimation repose sur les données historiques qui ne doivent pas présenter des fluctuations soudaines pour ne pas avoir des résultats biaisés. c'est à dire qu'il faut avoir une cadence de règlement stable d'une année à une autre.

Un autre inconvénient de cette méthode est qu'elle ne fait aucune hypothèse sur la loi suivie par les coûts et les fréquences des sinistres et donc, comme toutes les méthodes déterministes, elle ne permet pas d'évaluer la précision de l'estimation obtenue.

I. 2.2 London Chain

Cette méthode, quoique moins utilisée que Chain Ladder, lui ressemble beaucoup en termes de simplicité et de calcul. Elle fait partie des méthodes dites auto-régressives qui s'appuient sur une hypothèse moins contraignante que le modèle de CL selon laquelle $C_{i,j+1}$ est une fonction affine de $C_{i,j}$.

Dans la méthode de London Chain, nous supposons que la dynamique des $C_{i,j}$ est de la forme $C_{i,j+1} = f_j * C_{i,j} + \alpha_j$.

Cela signifie que, comme précédemment, cette méthode repose sur l'hypothèse selon laquelle les points $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$ sont sensiblement alignés, à la différence que la droite n'est plus censée passer par l'origine. L'hypothèse d'alignement des couples $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$ suivant une droite qui passe par l'origine n'est pas toujours validée.

Il s'agit donc d'estimer $2n$ paramètres, à savoir f_j et α_j pour $j = 0 \dots n - 1$. Le couple $(f_j; \alpha_j)$ est estimé par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires, en minimisant la fonction suivante :

$$(f_j, \alpha_j) = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - \alpha_j - f_j * C_{i,j})^2 \right\}$$

Nous obtenons ainsi la solution suivante :

$$\hat{C}_j = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \quad \hat{C}_{j+1} = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}$$

Et les estimateurs f_j et α_j sont respectivement :

$$\hat{f}_j = \frac{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} \cdot C_{i,j+1} - \hat{C}_j \cdot \hat{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - \hat{C}_j^2} \quad \hat{\alpha}_j = \hat{C}_{j+1} - \hat{f}_j * \hat{C}_j$$

La méthode de London Chain est plus élaborée et souple que la méthode de Chain Ladder dans la mesure où elle tient compte d'une tendance multiplicative, mais aussi d'une tendance additive (ou incrémentale). En posant cette dernière à zéro, nous retrouvons le modèle de Chain Ladder.

I. 2.3 Bornhuetter-Fergusson

Une méthode qui a été présentée par Bornhuetter et Ferguson (BF) en 1972 dans leur article "The Actuary and IBNR", où ils ont introduit une nouvelle approche pour l'estimation des sinistres tardifs, mais son principe peut être appliqué plus généralement. Là où pour Chain Ladder le montant de la charge ultime dépend de la dernière position connue (si elle est nulle, la charge ultime est nulle), la méthode de BF introduit une donnée exogène pour palier à ce problème. Le modèle de BF est une alternative très répandue du modèle de Chain-Ladder et est souvent utilisé pour les triangles dits "instables".

La méthode de Bornhuetter-Fergusson repose sur deux hypothèses :

H1 : Les sinistres cumulés $C_{i,j}$ sont indépendants suivant l'année de survenance i .

H2 : Il existe des paramètres μ_1, \dots, μ_n et des cadences de paiements cumulés $\beta_0, \dots, \beta_n > 0$ avec $\beta_n = 1$ tels que : $\forall 0 \leq i \leq I, \quad \forall 0 \leq j \leq J - 1, \quad \text{et} \quad \forall 0 \leq k \leq J - j$ Nous avons :

$$\mathbb{E}[C_{i,0}] = \beta_0 * \mu_i \quad \mathbb{E}[C_{i,j+k} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} + (\beta_{j+k} - \beta_j) \mu_j$$

L'estimateur $\hat{\beta}_j^{BF}$ peut être déterminé en recourant à l'estimation des facteurs de développement issue du modèle de Chain Ladder :

$$\hat{\beta}_j^{BF} = \prod_{k=j}^{J-1} \frac{1}{f_k}$$

Le paramètre μ_i représente une charge ultime a priori, elle est déterminée par le produit des primes acquises par année de survenance et un loss ratio déterminé par l'avis de l'expert. Et sur la base de ces paramètres, les règlements cumulés futurs sont estimés :

$$\hat{C}_{i,k} = C_{i,n-i} + (\beta_k - \beta_{n-}) * \mu_i$$

Cette approche présente l'avantage d'introduire un facteur exogène au moyen de l'avis d'un professionnel et ainsi d'être moins dépendante des données observables.

I. 3 Méthodes Stochastiques

Nous présentons dans cette partie les méthodes stochastiques les plus répondues à savoir : le modèle de Mack et le modèle GLM en testant à la fois la distribution Gamma et la distribution log normale.

I. 3.1 Modèle de Mack

Le modèle de Mack (1993) est un des premiers modèles stochastique qui a reproduit les estimations de Chain ladder. En effet, le montant des provisions estimé est identique. Il a cependant l'avantage d'estimer une erreur de prédiction des provisions.

Cette méthode est fondée sur les trois hypothèses suivantes :

H1 : L'indépendance des années d'origine : $C_{i,0}, \dots, C_{i,n}$ et $C_{k,0}, \dots, C_{k,n}$ sont indépendants pour $i \neq k$.

H2 : Il existe des facteurs f_j tel que :

$$\mathbb{E}[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,n}] = f_j C_{i,j} \text{ pour } 0 \leq i \leq n \text{ et } 0 \leq j \leq n$$

H3 : Il existe σ_j tel que :

$$\text{Var}(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,n}) = \sigma_j^2 C_{i,j} \text{ pour } 0 \leq i \leq n \text{ et } 0 \leq j \leq n$$

Dans ce modèle, les facteurs f_j sont estimés par les facteurs de développement de Chain Ladder \hat{f}_j qui sont sans biais et non corrélés.

Le modèle de Mack est très utilisé car il fournit les mêmes estimations de réserves que la méthode de Chain-Ladder et la troisième hypothèse introduite (vision stochastique)

permet également au modèle d'évaluer l'erreur de prédiction qui mesure l'incertitude de prédiction (mean squared error of prediction) par la relation suivante :

$$\widehat{MSEP}(\hat{R}_i) = \hat{C}_{i,n}^2 \sum_{j=n-i}^{n-1} \frac{\sigma_j^2}{f_j} \left(\frac{1}{C_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{i,k}} \right)$$

Pour établir des intervalles de confiance sur les réserves estimées, il faut poser une hypothèse paramétrique sur la distribution des R_i . Avec un grand nombre de données, nous pouvons utiliser la distribution normale. Et nous obtenons l'intervalle de confiance à 95% suivant :

$$[\hat{R}_i - 1.96m\hat{sep}(\hat{R}_i), \hat{R}_i + 1.96m\hat{sep}(\hat{R}_i)]$$

I. 3.2 Modèle GLM

Le modèle linéaire généralisé a été développé initialement en 1972 par Nelder et Wedderburn. Ils sont une généralisation du modèle linéaire normal et sont formés de trois composantes : la composante aléatoire, la composante systématique et la fonction de lien.

Les GLM supposent les incréments $Y_{i,j}$ distribués selon une loi appartenant à la famille exponentielle linéaire.

La modélisation stochastique GLM part de la supposition que les incréments de paiement du triangle de liquidation sont des variables aléatoires. Les éléments supérieurs du triangle ont été en effet observés. Il s'agit donc de réalisation bien connue.

Nous supposons par la suite que les $Y_{i,j}$ $i, j = 0, \dots, n$ sont des variables aléatoires identiquement distribuées. Nous y rajoutons l'hypothèse d'indépendance pour pouvoir utiliser l'approche GLM.

Les variables choisies pour modéliser la variable dépendante $Y_{i,j}$ sont :

- L'année de survenance i qui sera paramétrée par un coefficient α_i .
- L'année de développement j qui sera paramétrée par un coefficient β_j .

Nous supposons maintenant que les variables aléatoires $Y_{i,j}$ suivent une loi de probabilité de type exponentielle. Leur densité est définie par la formule suivante :

$$f(Y_{i,j}; \theta_{i,j}; \phi) = \exp\left\{ \frac{Y_{i,j}\theta_{i,j} - b(\theta_{i,j})}{\phi} + c(Y_{i,j}, \phi) \right\}$$

Où :

$\theta_{i,j}$ est appelé paramètre naturel de la famille exponentielle.

ϕ est appelé paramètre de dispersion. Il est indépendant de i et j .

b et c sont des fonctions régulières spécifiques à la distribution.

La composante systématique est une composante déterministe du modèle. La plupart des modèles de provisionnement sont basés sur un prédicteur linéaire η de la forme :

$$\eta_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j \text{ pour } i, j = 0, \dots, n$$

$$\text{Avec } \alpha_0 = \beta_0 = 0$$

Où :

μ : représente l'inflation, supposée constante. Dans certains modèles ce paramètre est nul.

α_i : paramètre dépendant du semestre de survenance.

β_j : paramètre relatif au délai de règlement.

Il existe une relation fonctionnelle entre les composantes aléatoires et la composante systématique :

$$\eta_{i,j} = g(\mu_{i,j})$$

Où g est appelé **fonction de lien** et est supposée monotone et différentiable.

Les fonctions de lien standards sont :

— Lien logarithmique : $\eta_{i,j} = \ln(\mu_{i,j})$ soit $\mu_{i,j} = \exp(\eta_{i,j})$.

— Loi Gamma $G(r; \frac{r}{\mu})$: $f(x) = \exp\{(\frac{-x}{\mu} - \ln(\mu))r + d(x, r)\}$ avec $x > 0$.

I. 4 Calcul du Best Estimate

Après avoir complété la partie inférieure du triangle selon les méthodes adéquates. Nous utilisons ce dernier pour revenir au triangle de règlement décumulé qui nous permettra de calculer la valeur du Best estimate.

Nous procédons au calcul des Cash Flow des années comptables donc la somme des anti-diagonales. En actualisant ensuite ces valeurs avec des taux représentatif à chaque assurance reflétant sa santé économique, nous obtenons à travers la relation suivante notre montant désiré :

$$BE = \sum_i \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

Pour notre étude, nous utiliserons le taux risque neutre de l'EIOPIA comme dans le référentiel solvabilité.

I. 5 Le Bootstrap

La méthode de Bootstrap a été introduite par Efron en 1979 dans le but d'estimer le biais et la variabilité d'un estimateur dans un contexte non paramétrique. Le principe consiste à simuler un grand nombre d'échantillons de taille N , en tirant aléatoirement avec remise N observations à partir d'un échantillon initial de N variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) (Y_1, Y_2, \dots, Y_N) de fonction de répartition commune F . Cette méthode est donc aussi appelée méthode de "ré échantillonnage".

L'utilisation du bootstrap suppose que les éléments de l'échantillon de départ soient indépendants et identiquement distribués (iid). Les variables $Y_{i,j}$ ne sont en général pas identiquement distribuées. Il est donc préférable d'avoir recours aux résidus du modèle, en particulier les résidus de Pearson car plus simples à calculer :

$$r_{i,j} = \frac{Y_{i,j} - \hat{Y}_{i,j}}{\sqrt{\hat{Y}_{i,j}}}$$

Soit (Y_1, \dots, Y_n) un échantillon initial de variables aléatoires réelles indépendantes et identiquement distribuées. Nous notons θ la variable aléatoire dont nous voulons déterminer un intervalle de confiance, et $\hat{\theta}$ son estimation à partir de l'échantillon initial.

A partir de cet échantillon initial, nous construisons un échantillon bootstrap. Nous effectuons un tirage avec remise de n éléments parmi les n variables de l'échantillon initial, où chaque réalisation a la même probabilité de tirage, qui est donc $1/n$. Cet échantillon bootstrap généré est noté (Y_1^*, \dots, Y_n^*) . Nous pouvons alors estimer une nouvelle fois θ .

Nous renouvelons cette procédure B fois afin d'obtenir B échantillons bootstrap, $(Y_1^{*(k)}, \dots, Y_n^{*(k)})$ pour $k \in 1, \dots, B$, à partir desquels nous estimons B fois la variable θ .

A partir de ces B observations, pour B suffisamment grand, nous sommes en mesure d'estimer la distribution empirique suivie par la variable aléatoire θ , ainsi que sa moyenne empirique et son écart type empirique :

$$\begin{aligned} \text{Moyenne empirique : } \bar{\theta} &= \frac{1}{B} \sum_{k \in B} \theta^{(k)} \\ \text{Écart type empirique : } \hat{\sigma} &= \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{k \in B} (\theta^{(k)} - \bar{\theta})^2} \end{aligned}$$

Si la distribution empirique peut être approximée grâce à une loi connue, nous pouvons fournir un intervalle de confiance pour la variable θ à un certain niveau de confiance $1 - \alpha$.

Pour notre étude, nous procéderons à un très grand nombre de simulation (entre 10000 et 20000). Ainsi avec un nombre si grand, nous supposerons que notre échantillon suit une loi normale. Ce qui nous permet de retrouver la Value At Risk (quantile) d'ordre 99% qui nous permet ensuite de calculer le Risk Adjustment.

Présentation des résultats de notre étude

Dans ce chapitre nous effectuons les tests d'hypothèses relatives aux différentes méthodes présentées, et nous afficherons tous les résultats obtenus à travers notre code R ainsi que notre programme VBA.

Sommaire

I. 1	Notations	41
I. 2	Méthode déterministe	42
I. 3	Méthodes Stochastiques	45
I. 4	Calcul du Best Estimate	47
I. 5	Le Bootstrap	47

Dans ce chapitre nous allons réaliser une projection de nos triangles de règlements des différentes branches d'assurances étudiées en utilisant les méthodes déterministes et stochastiques et comparer les résultats obtenus.

I. 1 Tests d'hypothèses

Nous allons procéder maintenant à l'exposition des tests d'hypothèses relatives à chaque méthode.

Étant une hypothèse générale pour les différentes méthodes déterministe et indispensable à l'utilisation de **Chain Ladder**, l'hypothèse de la stabilité des facteurs de développement est vérifiée par deux méthodes différentes.

Graphiquement : Suivant cette méthode, nous se devons de générer, pour chaque j fixé, un graphe de couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$, i allant de 0 jusqu'à $n-j-1$. Pour valider l'hypothèse, il suffit de trouver un nuage de points s'alignant autour d'une droite fictive passant par l'origine.

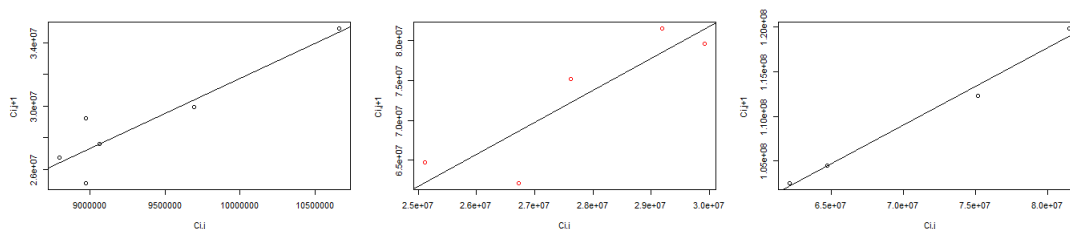


FIGURE 6.1 – Test de la stabilité des facteurs de développement pour la branche Accident de Travail.

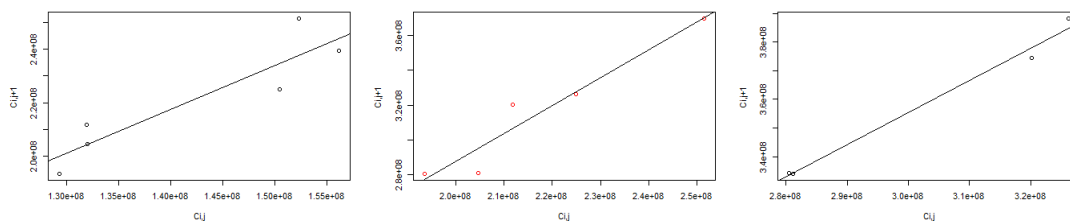


FIGURE 6.2 – Test de la stabilité des facteurs de développement pour la branche Responsabilité Civile.

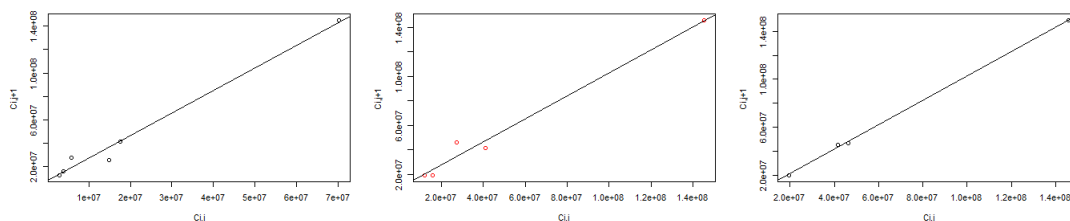


FIGURE 6.3 – Test de la stabilité des facteurs de développement pour la branche Tout Risque Chantier.

Nous remarquons que pour les trois branches, les points sont repartis autour de la droite de régression. Ces droites de régression passent en général par l'origine ce qui veut dire que l'hypothèse semble être vérifiée.

Nous remarquons en particulier que la branche TRC vérifie l'hypothèse pour toutes les années de développements. Alors que pour les deux branches AT et RC, les droites de régression ne passent pas par l'origine dans la première année. Ceci ne constitue pas un problème majeure et peut être justifié par un potentiel changement de politique de gestion dans ces deux branches.

Numériquement : Une autre alternative pour tester l'hypothèse d'indépendance repose sur l'usage du D-triangle. Ce dernier n'est autre qu'un tableau triangulaire formé

des coefficients de passage d'une colonne à une autre. Pour être plus précis, notre objectif est de calculer sur chaque colonne du D-tableau que nous allons définir, quelques statistiques basiques, à savoir l'espérance, l'écart-type et le coefficient de variation.

3,037	2,324	1,650	1,603	1,405	1,290
2,797	2,577	1,615	1,616	1,287	
3,046	2,721	1,494	1,526		
3,253	2,790	1,471			
3,086	2,660				
3,272					

FIGURE 6.4 – D-triangle des coefficients de passage pour la branche AT.

moyenne	3,082	2,614	1,558	1,582	1,346	1,290
ecat-type	0,173	0,180	0,088	0,049	0,084	0,000
CV	0,056	0,069	0,057	0,031	0,062	0,000

FIGURE 6.5 – Coefficient de variation du D-triangle pour la branche AT.

moyenne	1,555	1,451	1,185	1,037	1,040	1,031
ecat-type	0,062	0,050	0,011	0,002	0,003	0,000
CV	0,040	0,034	0,009	0,002	0,003	0,000

FIGURE 6.6 – Coefficient de variation du D-triangle pour la branche RC.

moyenne	3,168	1,309	1,040	1,002	1,002	1,000
ecat-type	1,287	0,324	0,040	0,002	0,002	0,000
CV	0,406	0,247	0,039	0,002	0,002	0,000

FIGURE 6.7 – Coefficient de variation du D-triangle pour la branche TRC.

Le coefficient de variation est relativement petit pour les premières colonnes et il continue à diminuer d'une année de développement à une autre. Il est donc clair que nous avons une volatilité négligeable et que par conséquent, l'indépendance des facteurs de développement par année de survenance est établie.

Nous observons en particulier que la branche RC possède un coefficient de variation très petit ne dépassant pas les 3%. La branche TRC en revanche, affiche une valeur plus ou moins grande pour les deux premières colonnes et diminue au fur et à mesure, cela est dû au caractère incertain des charges des sinistres relatives à cette branche.

En ce qui concerne les méthodes stochastiques, l'hypothèse de l'indépendance des lignes du triangles de liquidation peut être vérifiée par la méthode non paramétrique de la Médiane. En effet, ce test consiste à calculer la médiane pour chaque colonne du D-triangle.

Notons par A_j le vecteur qui regroupe les éléments de la $j^{\text{ème}}$ diagonale du D-triangle pour $j=0, \dots, n$. Il faut ensuite compter le nombre des éléments du vecteur A_j supérieurs à la médiane déjà calculée ainsi que le nombre des éléments du vecteur A_j qui lui sont inférieurs. Nous notons respectivement ces deux nombres par G_j et P_j . Nous notons également $Z_j = \min(G_j, P_j)$ et nous calculons l'espérance et la variance de Z_j par les

formules suivantes :

$$\mathbb{E}(Z_j) = \frac{n_j}{2} - \frac{n_j-1}{m_j} * \frac{n_j}{2^{n_j}}$$

$$\text{Var}(Z_j) = \frac{n_j(n_j-1)}{4} - \frac{n_j-1}{m_j} * \frac{n_j*(n_j-1)}{2^{n_j}} + \mathbb{E}(Z_j) - \mathbb{E}(Z_j)^2$$

Avec $n_j = G_j + P_j$ et $m_j = \frac{n_j-1}{2}$

Prenons Z la somme des Z_j pour $j=1, \dots, n$. Donc l'espérance de Z est la somme des espérances des Z_j et la variance de Z est, sous l'hypothèse d'indépendance, égale est la somme des variances des Z_j .

mediane	3,066	2,660	1,555	1,603	1,346	1,290
sup	3,000	3,000	2,000	2,000	1,000	1,000
inf	4,000	3,000	3,000	2,000	2,000	1,000
Min(sup,inf)	3,000	3,000	2,000	2,000	1,000	1,000
E(Zi)	3,409	2,850	2,266	1,667	1,125	1,000
V(Zi)	1,632	1,290	0,883	0,389	-0,141	-0,500
E(Z)	12,316					
V(Z)	3,553					
Z	12,000					
IC	5,210	19,422				

FIGURE 6.8 – Résultat du test de la Médiane pour la branche AT.

La valeur de la variable Z appartient en effet à l'intervalle de confiance. Nous décidons donc d'accepter l'hypothèse selon laquelle l'année de survenance n'a pas d'effet sur les valeurs du triangle. Nous retrouvons le même résultat pour les deux autres branches, leurs résultats seront, ensuite, affichés en annexe.

La vérification de l'hypothèse de volatilité se fait quant à elle grâce aux résidus normalisés : $r_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - \hat{f}_j \hat{i} * C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$. Nous obtenons ainsi un triangle de résidus normalisés. Nous tracerons par la suite le graphe de ces résidus. Pour valider l'hypothèse, la courbe obtenue ne doit pas laisser entrevoir l'existence d'une composante déterministe et surtout une tendance.

-151,076043	1196,17054	3472,41129	4597,52122	6624,83097	9500,45341	0
8380,59759	12913,7221	12990,3905	16521,3887	16719,9897	0	
28,5753467	2083,26427	-1351,01342	-819,595455	-18391,4252		
1365,60291	1151,77859	-1300,42686	-17691,7194			
123,943707	-331,650386	-13330,6447				
61,928607	-16481,3977					
-10127,7451						

FIGURE 6.9 – Triangle des résidus de pearson pour la branche AT.

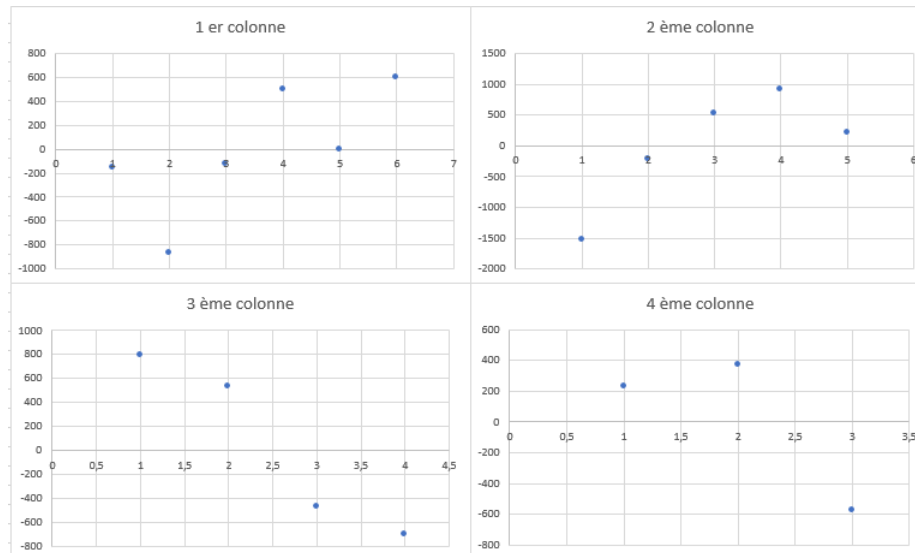


FIGURE 6.10 – Graphe des résidus de pearson pour la branche AT.

D'après le graphe en figure 6.10 des résidus de pearson et ceux en annexe, la troisième hypothèse du modèle de Mack relative à la volatilité des données semble être vérifiée pour les branches AT, RC et TRC car nous remarquons un grand éparpillement des points dans les différents nuages de points représentés et donc une absence de tendance.

La deuxième hypothèse du modèle est vérifiée de la même manière que pour la méthode de Chain Ladder Standard. Autrement dit, nous pouvons la voir comme une hypothèse de régression linéaire entre les deux séries successives C_j et C_{j+1} . Cette droite ne doit pas avoir de constante. Sa courbe doit donc passer par l'origine. Ce test étant déjà réalisé, nous procédons à ceux relatif à la méthode GLM.

Pour nous rapprocher d'avantage de la distribution adéquate à nos valeurs, nous observons la fonction de répartition empirique de nos données avec la fonction de répartition théorique selon les différentes lois : exponentiel (courbe en rouge), Gamma (courbe en bleue) et Log-normal (courbe en jaune).

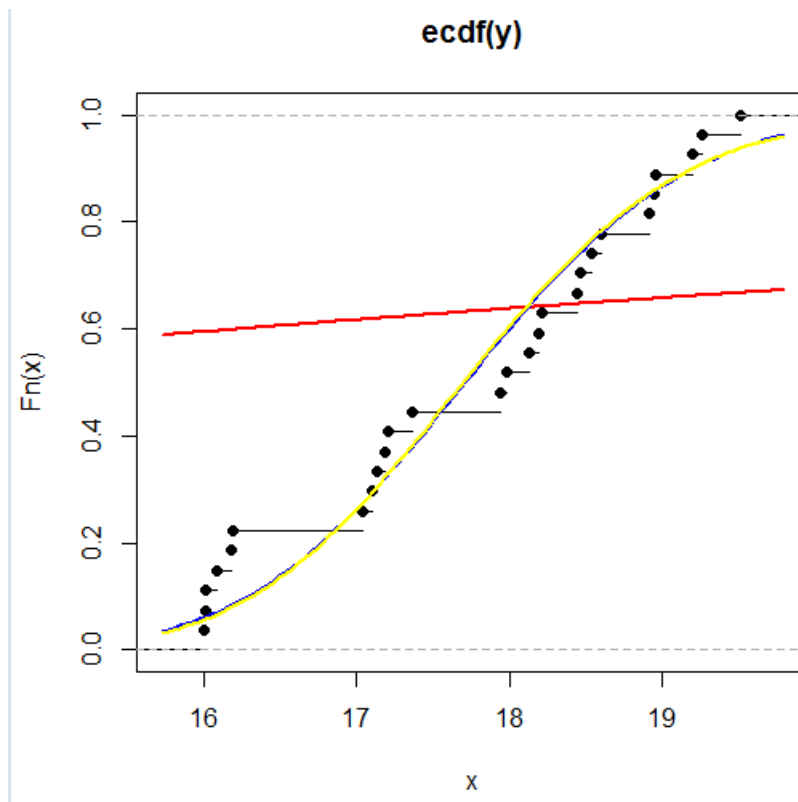


FIGURE 6.11 – Estimation de la distribution des valeurs des règlements.

Nous remarquons tout d'abord que la répartition théorique de la loi exponentiel est éloignée de la répartition empirique de nos données et ce pour les différentes branches étudiées comme nous pouvons voir d'après le graphe de la figure 6.11 et ceux en annexe. En revanche, les données se rapprochent de la distribution Log-normale et gamma dans les trois cas. Donc nous allons retenir les deux méthodes GLM Gamma et GLM Log-normale.

I. 2 Affichage des résultats

Nous procédons maintenant à l'exposition des résultats des différentes méthodes exposées, en commençant par la méthode de référence : **Chain Ladder**. Ayant trouvé que les hypothèses relatives à cette méthode sont vérifiées pour les différentes branches étudiées. Nous allons réaliser la projection des tableaux pour obtenir la valeur de la réserve.

	AT	RC	TRC
Reserve	1 368 105 182	711 665 758	31 211 445

TABLE 6.1 – Valeur des flux futurs par la méthode Chain Ladder.

Afin d'être moins contraint par la seconde hypothèse des méthodes déterministes, nous passons à l'application de **London Chain**. Le tableau 6.2 donne un récapitulatif des résultats obtenus pour les différentes branches .

	AT	RC	TRC
Reserve	1 015 801 018	337 948 219	25 356 899

TABLE 6.2 – Valeur des flux futurs par la méthode London Chain.

Nous remarquons que ces valeurs sont relativement inférieure à celles trouvées par la méthode CL et cela pour les trois branches. Nous remarquons plus particulièrement pour la branche RC que nous ne retrouvons que la moitié de la valeur de la réserve.

Passons maintenant à la méthode de **Bornhuetter-Fergusson** qui présente l'avantage d'introduire un facteur exogène. Nous résumons les résultats trouvés dans le tableau suivant.

	AT	RC	TRC
Reserve	548 630 104	639 285 262	76 225 224

TABLE 6.3 – Valeur des flux futurs par la méthode Bornhuetter-Fergusson.

Nous pouvons conclure qu'en introduisant une donnée exogène aux calculs, les réserves affichent des écarts négatifs par rapport à la méthode de Chain Ladder pour la branche AT et RC avec une différence un peu plus accrue pour la branche AT. Alors que l'écart est plutôt positif pour la branche TRC et la valeur de la réserve retrouvée est plutôt grande.

En ce qui concerne les méthodes stochastiques, ayant déjà testé la validité des hypothèses, nous procédons à l'exposition des différentes valeurs obtenues lors de nos calculs à commencer par la méthode la plus classique à savoir **Mack** :

Ri	MSEPi	se(Ri)	erreur_standard de Ri
0	-	-	-
62927809	10494648	3239,544412	0,1667728
125845190	25002211	5000,221095	0,1986743
208605764	29108105	5395,192768	0,1395364
258331381	36050822	6004,233673	0,1395526
353233289	47608720	6899,907246	0,1347798
359161748	50740279	7123,221111	0,1412742

FIGURE 6.12 – Erreur de prédiction de l'estimation des réserves par le modèle de Mack pour la branche AT.

Le figure 6.12 affirme que le niveau du risque d'estimation des réserves est largement acceptable. Cela se constate à partir des valeurs prises par l'erreur standard relative des diverses réserves annuelles qui ne dépassent pas les 20%. Ces erreurs présentent des valeurs faibles pour les différentes branches étudiées comme nous pouvons le voir en annexe.

Afin de constituer les intervalles de confiance des réserves annuelles estimées, nous avons effectué un test de normalité (le test de Shapiro Wilk), qui a affirmé que les réserves annuelles estimées ont une distribution normale.

Ri	borne inférieure	borne supérieur
0	--	--
62927809	62921459,49	62934158,51
125845190	125835389,6	125854990,4
208605764	208595189,4	208616338,6
258331381	258319612,7	258343149,3
353233289	353219765,2	353246812,8
359161748	359147786,5	359175709,5

FIGURE 6.13 – Intervalle de confiance au niveau 5% des réserves annuelles par le modèle de Mack pour la branche AT.

Le tableau dans la figure 6.13 montre que toutes les réserves annuelles estimées appartiennent à leur intervalle de confiance associé avec un seuil de 5%, ce qui corrobore que nous sommes face à de bonnes approximations.

R	MSER	erreur standard	borne inférieur	borne supérieur
1368105182	126452500	0,09242896	1368083142	1368127222

FIGURE 6.14 – erreur de l'estimation de la réserve globale par le modèle de Mack pour la branche AT.

R	MSER	erreur standard	borne inférieur	borne supérieur
779863646,4	34381674,68	0,04408678	779852153,7	779875139

FIGURE 6.15 – erreur de l'estimation de la réserve globale par le modèle de Mack pour la branche RC.

R	MSER	erreur standard	borne inférieur	borne supérieur
31215750	24753180	0,04408678	31205998,5	31225501,5

FIGURE 6.16 – erreur de l'estimation de la réserve globale par le modèle de Mack pour la branche TRC.

L'estimation de la réserve globale R est satisfaisante (même estimation donnée par CL). L'erreur standard des branches AT, RC et TRC sont respectivement 9%, 4.4% et 4.5%. Nous pouvons dire que nous sommes en présence d'une bonne approximation de la valeur réelle de la provision pour sinistres à constituer.

Passons maintenant aux résultats obtenus par le modèle GLM, pour les deux distributions Log-normale et Gamma. Nous résumons les résultats trouvés dans le tableau suivant.

	AT	RC	TRC
Reserve	1 352 609 751	710 499 336	47 067 029
AIC	917.24	948.26	915.85

TABLE 6.4 – Valeur des flux futurs par la méthode GLM Gamma.

	AT	RC	TRC
Reserve	1 356 609 741	712 326 363	80 643 508
AIC	-39.77	-55.24	100.86

TABLE 6.5 – Valeur des flux futurs par la méthode GLM Log-normale.

D'après le tableau ci-dessus, nous remarquons que la valeur de la réserve globale

ne présente pas un grand écart par rapport à ce que nous avons obtenu par CL pour les branches AT et RC. Alors que la valeur de la réserve est bien plus grande pour la branche Tout risque Chantier. Nous remarquons aussi que le modèle Gamma sous estime la valeur de la réserve globale, ce modèle a le plus grand AIC. Donc, nous optons pour le modèle log-normale ayant le plus petit AIC.

En ce qui concerne la méthode du **Bootstrap**, nous avons effectué un grand nombre de simulations (20000 simulations) pour pouvoir obtenir une juste valeur du Best Estimate et récupérer le quantile ou bien la Value at Risk 99% qui nous permettra de calculer le Ratio de Stress et d'avoir la valeur du Risk Adjustment.

Nous remarquons que la distribution de nos valeurs s'approchent davantage de la distribution d'une loi normale au fur et à mesure que nous augmentons le nombre de simulations comme nous pouvons le voir sur les graphes de la figure 6.17.

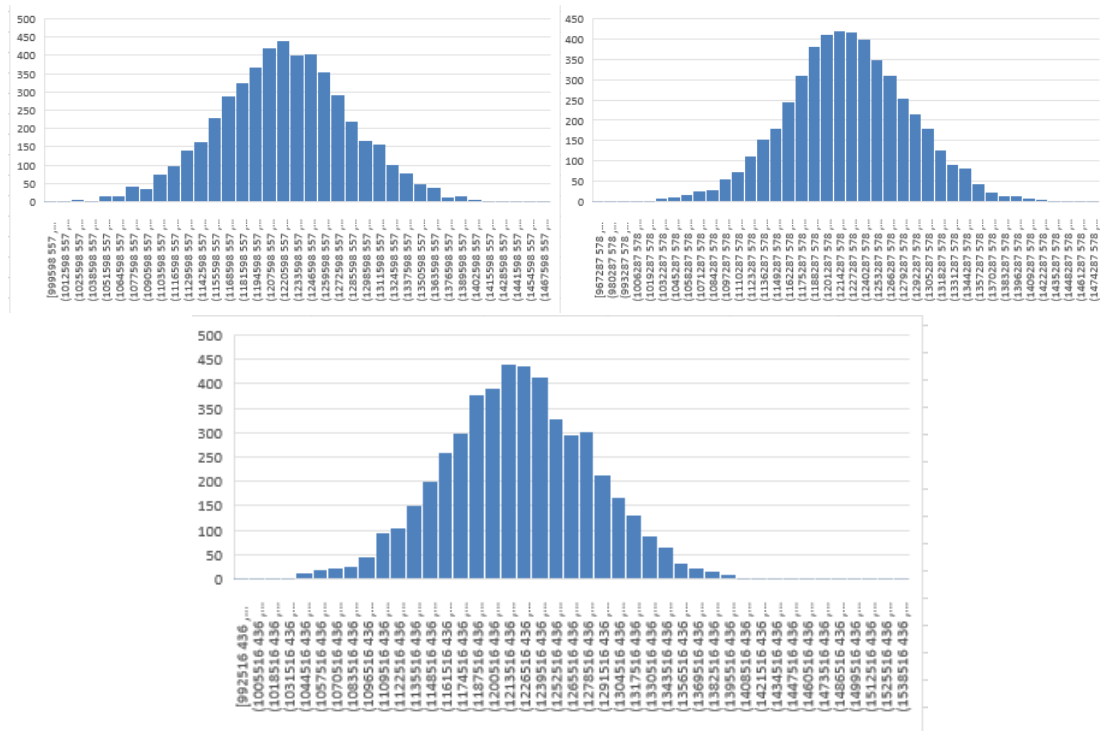


FIGURE 6.17 – Densité du BE pour 5000 (en haut à gauche), 10000 (en haut à droite) et 20000 (en bas) nombre de simulations pour la branche AT.

Après avoir effectué la même procédure pour les deux autres branches étudiées, nous avons obtenu les BE et les VAR suivants :

Nombre de simulation	Moyenne	borne inférieur	borne supérieur	VAR 99%
5000	1 229 552 908	1 157 696 477	1 301 409 338	1 374 867 937
10000	1 229 591 200	1 156 924 012	1 302 258 387	1 376 545 821
20000	1 228 663 831	1 064 624 260	1 392 703 402	1 376 815 382

TABLE 6.6 – Résultats de la méthode Bootstrap pour la branche AT pour différents nombre de simulation.

Nous remarquons que les valeurs du BE pour les différentes simulations sont proches sans pour autant dépasser le résultat de CL. La VAR 99% donne un ratio de stress de 12.05%. En choquant, pour 20000 simulations, nos règlements avec ces valeurs nous obtenons le **Risk Adjustment** suivant : 148152051.

Nombre de simulation	Moyenne	borne inférieur	borne supérieur	VAR 99%
5000	670 435 630	641 985 129	698 886 130	727 970 986
10000	671 446 358	642 713 765	700 178 951	729 552 189
20000	671 574 523	643 046 225	700 102 821	729 267 209

TABLE 6.7 – Résultats de la méthode Bootstrap pour la branche RC pour différents nombre de simulation.

Nous remarquons que les valeurs du BE pour les différentes simulations sont proches sans pour autant dépasser le résultat de CL. La VAR 99% donne un ratio de stress de 8.6%. Ainsi, pour 20000 simulations, en choquant nos règlements avec ces valeurs nous obtenons le **Risk Adjustment** suivant : 57692686.

Nombre de simulation	Moyenne	borne inférieur	borne supérieur	VAR 99%
5000	31 826 507	-6 846 261	70 499 275	66 753 632
10000	31 971 281	-8 502 206	72 444 767	68 524 716
20000	32 017 924	-7 849 308	71 885 157	68 023 824

TABLE 6.8 – Résultats de la méthode Bootstrap pour la branche TRC pour différents nombre de simulation.

Nous remarque que les valeurs du BE pour les différentes simulations sont proches

sans pour autant dépasser le résultat de CL. La VAR 99% donne un ratio de stress de 8.6%. Ainsi, pour 20000 simulations, en choquant nos règlements avec ces valeurs nous obtenons le **Risk Adjustment** suivant : 68023824.

I. 3 Tableau récapitulatif

Branche étudiée	Nom de la méthodes		Best Estimate	Δ Chain Ladder
Accident de travail	M.déterministe	Chain Ladder	1 368 105 182	
		London Chain	1 015 801 018	-26%
		Bornhuetter-Fergusson	548 630 104	-60%
	M.Stochastique	Mack	1 368 105 182	-
		GLM Gamma	1 352 609 751	-1%
		GLM Log-normale	1 356 609 741	-1%
		Bootstrap	1 228 663 831	-10%
Responsabilité Civile	M.déterministe	Chain Ladder	711 665 758	
		London Chain	337 948 219	-53%
		Bornhuetter-Fergusson	639 285 262	-10%
	M.Stochastique	Mack	711 665 758	-
		GLM Gamma	710 499 336	-0%
		GLM Log-normale	712 326 363	-0%
		Bootstrap	671 574 523	-6%
Tout risque Chantier	M.déterministe	Chain Ladder	31 211 445	
		London Chain	25 356 899	-19%
		Bornhuetter-Fergusson	76 225 224	-144%
	M.Stochastique	Mack	711 665 758	-
		GLM Gamma	47 067 029	51%
		GLM Log-normale	80 643 508	158%
		Bootstrap	32 017 924	3%

TABLE 6.9 – Résultats du Best Estimate obtenus pour les trois branches.

Étant l'une des méthodes réglementaire et prudentielle, la méthode Chain Ladder fournit un montant de provision relativement grand. Les méthodes ainsi présentées permettent d'aboutir à un résultat légèrement inférieur (vision économique) sans pour autant influencer la solvabilité de la compagnie.

Comme nous pouvons bien constater d'après le tableau récapitulatif ci-dessus, les résultats des différentes méthodes diffèrent d'une branche à une autre.

Pour les méthodes *déterministes*, nous remarquons que la méthode London Chain aboutie à de justes valeurs pour les deux branches AT et TRC et à une valeur erronée pour la branche RC avec une différence de 53% par rapport à CL. Tant dis que Bornhuetter Fergusson aboutie à une juste valeur dans la branche TRC seulement avec une différence de 10%.

Pour les méthodes *Stochastiques*, la méthode de Mack donne par définition la même valeur que CL. Son emploi reste tout de même nécessaire vu qu'elle permet de fournir l'erreur de calcul globale et annuelle. Nous remarquons aussi que les méthodes GLM fournissent des résultats identiques à CL quand les données s'adaptent aux lois utilisées.

En conclusion, il n'existe pas de méthode universelle qui s'adaptent à toutes les branches étudiées. Chacune présente des points forts comme la facilité d'exécution et la simplicité des hypothèses mais ne conduit pas toujours au résultat voulu. Pour la suite du travail, nous gardons la valeur trouvée par la méthode du Bootstrap vu qu'elle ne présente pas un grand écart par rapport à la réserve réglementaire.

Calcul de la Marge de service contractuelle

Dans ce chapitre nous procédons au calcul de la CSM ainsi que son allocation pour enfin présenter le passif relatif aux branches étudiées.

Sommaire

I. 1	Tests d'hypothèses	49
I. 2	Affichage des résultats	54
I. 3	Tableau récapitulatif	60

I. 1 résultat de la CSM

Pour la détermination de la marge pour services contractuels, nous utilisons les montants des charges ultimes et des primes calculées entre 2010 et 2016, pour quantifier le profit attendu au global.

Pour la branche AT, nous possédons un total de primes encaissées de 3 300 Millions de DH et une charge ultime de 2 299 Million de DH, nous en déduisons un profit ultime attendu de 1 001 Millions de DH. La compagnie doit maintenant décider de la valeur du Risk Adjustment selon son appétit au risque. dans notre cas nous prenons le quantile 99% calculer précédemment 148152051. Nous obtenons donc :

$$CSM(2010) = \text{Max}\{0, \text{Primes} - (BE + RA)\} = 852621566$$

Travaillant sur une branche ayant une durée de couverture inférieur à 1 année, la méthode PAA suggère de reconnaître la CSM au compte de résultat à la fin de l'année

comme le cas d'une PPNA sans avoir à calculer l'amortissement.

La branche RC est traitée de la même façon. Nous possédons un totale de primes encaissées de 1 924 Millions de DH et un charge ultime de 2 977 Million de DH, nous en déduisons un déficit de 1 053 Millions de DH. En plus de la valeur du Risk Adjustment calculer précédemment 57692686. Nous obtenons donc :

$$CSM(2010) = \text{Max}\{0, \text{Primes} - (BE + RA)\} = 0$$

Nous ne tient compte d'aucun profit dans le bloc de la CSM, et nous reconnaissons le déficit immédiatement dans le compte résultat.

En ce qui concerne la branche TRC qui est caractérisée par une durée de couverture de 10 années, la méthode standard BBA suggère de calculer la valeur de la CSM et de l'amortir ensuite sur toute la durée de couverture.

Ayant un totale de primes encaissées de 1 189 Millions de DH et une charge ultime de 353 Millions de DH, nous en déduisons un profit ultime attendu de 836 Millions de DH. La valeur du Risk Adjustment dans ce cas étant de 68023824. Nous obtenons :

$$CSM(2010) = \text{Max}\{0, \text{Primes} - (BE + RA)\} = 768769802$$

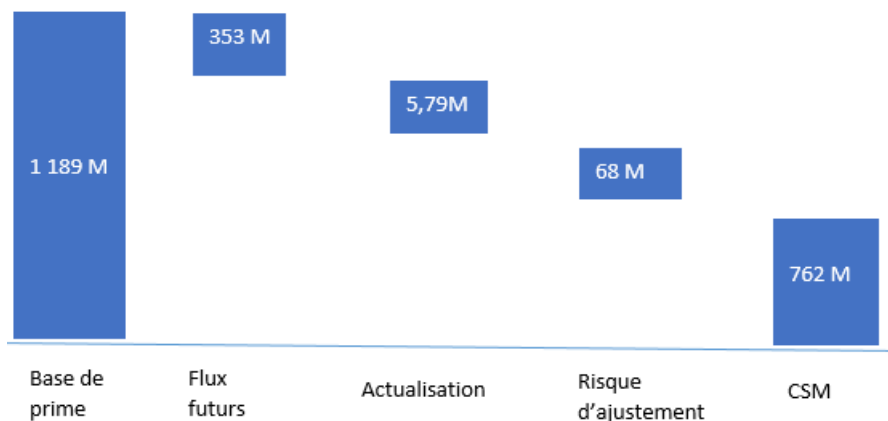


FIGURE 7.1 – Initialisation de la CSM pour la branche TRC.

Cette valeur est ensuite amortie sur la durée de couverture de la branche TRC. De ce fait, le profit réalisé pour ce portefeuille n'est pas complètement reconnu en compte résultat selon la norme IFRS 17. Seul son amortissement est encaissé chaque année.

- En vision *run off*¹ l'évolution de la CSM n'est impactée que par la libération de

1. Le run-off ou liquidation de portefeuille consiste à gérer les sinistres survenus et potentiels des compagnies d'assurance ayant cessé de souscrire des polices dans une ou plusieurs branches.

l'amortissement annuelle au compte de résultat et la valeur temps de l'argent selon le schéma suivant :

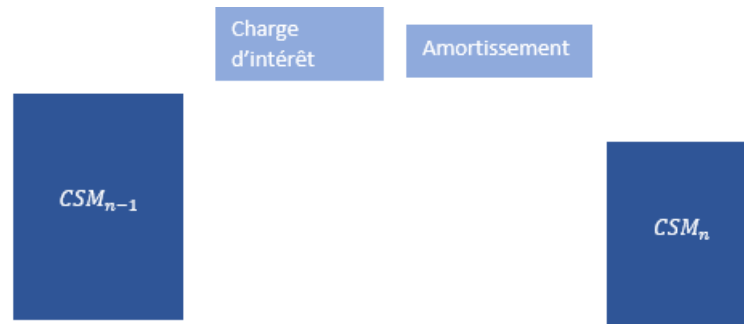


FIGURE 7.2 – Evolution de la CSM pour la branche TRC en vision run-off.

Après avoir effectué les calculs nécessaires nous obtenons l'amortissement relatif à chaque exercice en adoptant une allocation linéaire $Allo\ P\&L = (CSM_{n-1} + \delta_t) * \frac{1}{T_{t-1}}$:

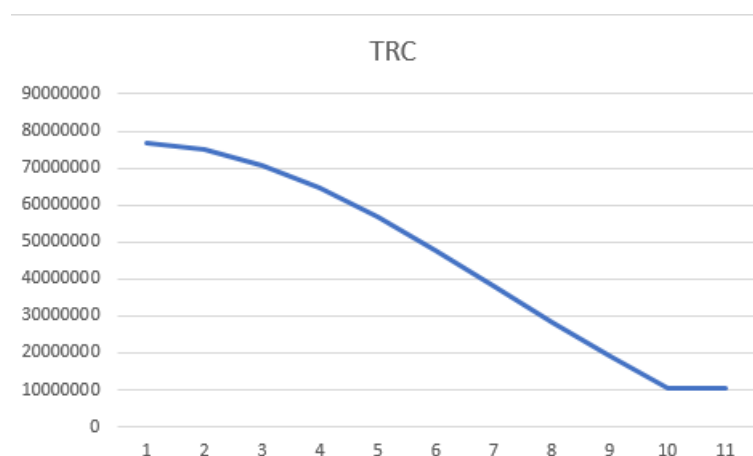


FIGURE 7.3 – Evolution de l'amortissement de la CSM en vision run-off pour la branche TRC.

En effet sans l'impact des nouveaux contrats l'amortissement de la CSM décroît rapidement dès l'initialisation de ce bloc..

- En prenant en considération les nouveaux flux entrants qui ont lieu durant les 12 mois qui suivent la formation de notre portefeuille selon la norme IFRS 17. L'évolution de la CSM est impactée cette fois par l'allocation de l'amortissement annuelle, la valeur temps de l'argent ainsi que l'impact des nouveaux contrats selon le schéma suivant :

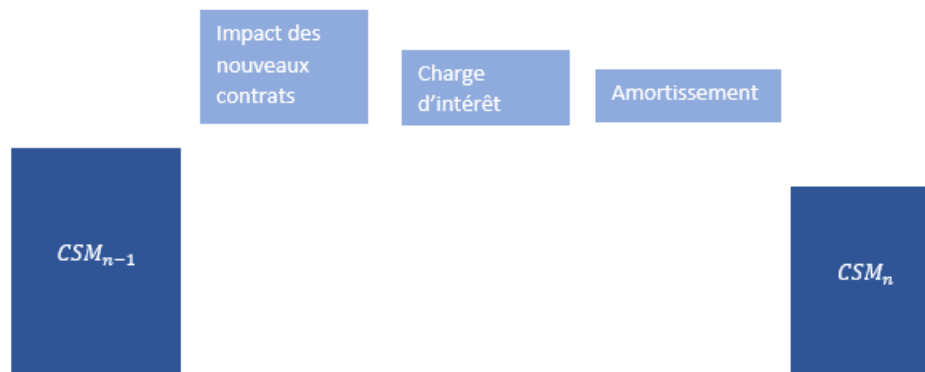


FIGURE 7.4 – Evolution de la CSM pour la branche TRC.

Après avoir effectué les calculs nécessaires nous obtenons l'amortissement relatif à chaque exercice en adoptant une allocation linéaire $Allo\ P\&L = (CSM_{n-1} + \delta_t) * \frac{1}{T_{t-1}}$:

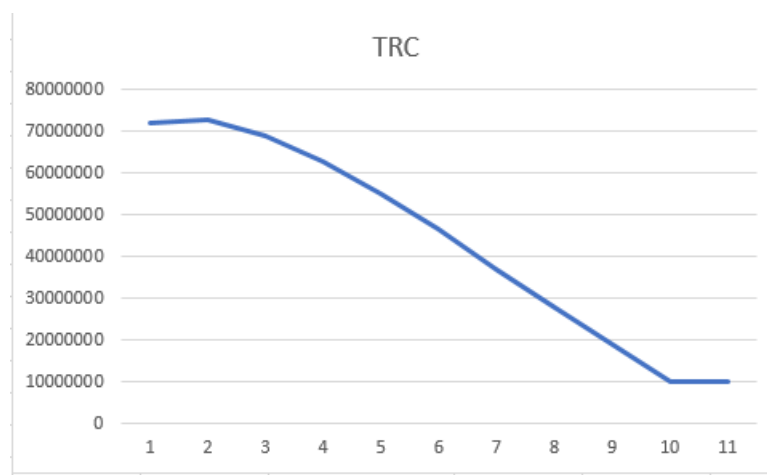


FIGURE 7.5 – Evolution de l'amortissement de la CSM pour la branche TRC.

Nous remarquons cette fois que la valeur de l'amortissement alloué au compte de résultat ne décroît pas aussi rapidement que dans le premier cas, car pour les premières années la CSM est impactée par les flux des nouveaux contrats souscrit pour ce portefeuille.

Tout calcul fait nous obtenons le passif au 31/12/2010 suivant :

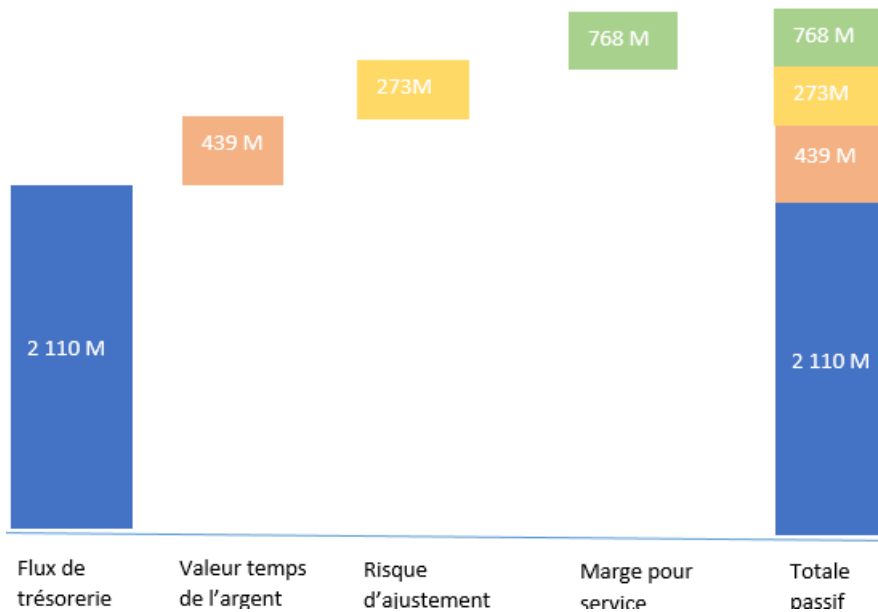


FIGURE 7.6 – Evaluation du passif selon la norme IFRS 17.

Compte de résultat globale du 01/01/2010 à 31/12 2010	
Primes encaissées	6 415 161 315
Charges des sinistres	5 630 052 684
Frais d'acquisition et autres charges techniques	–
Amortissement CSM	768 769 802
Amortissement RA	27 386 856
Résultat de souscription	-11 048 027

TABLE 7.1 – Compte de Résultat sous IFRS 17.

En se plaçant uniquement du point de vue du contrat d'assurance, le résultat présenté décrit uniquement les flux liés au contrat d'assurance et ne prend pas en compte les autres flux inhérents à l'activité de l'assurance (notamment les produits de placement, les frais d'administration ...). Pour l'exercice 2010, nous retrouvons une perte de 11 M en résultat (non global). Ceci peut être expliqué en partie par le caractère onéreux des contrats d'assurance accident de travail et responsabilité civile générale.

Ces résultats sont critiquables dans le sens où nous n'avons pas assez de recul pour juger de la pertinence des méthodes de calcul utilisées pour réaliser les comptes IFRS. En plus du manque d'indications sur la méthodologie de calcul des différents postes. Il convient, donc, à l'actuaire d'arbitrer sur la méthode à choisir, joignant au mieux l'intérêt à la fois de l'opérationnel et de la communication financière en vision économique.

Conclusion générale

L'objectif de ce mémoire est l'étude de la nouvelle norme IFRS 17 et son implémentation pour une grande compagnie d'assurance. Basée au Maroc, pays classé au quatrième et dernier niveau selon l'IASB, AXA Assurance Maroc peut se contenter d'appliquer un proxy, c'est à dire, une version approchée de cette norme. En effet, IFRS 17 va chambouler le monde des assurances par les changements apportés sur le mode de gestion des bilans et comptes de résultat impactant directement leur aptitude à attirer les investisseurs.

Cette norme propose une nouvelle présentation par blocs du passif. Celle-ci repose sur une vision revisitée des provisions techniques, proche de Solvabilité II, c'est-à-dire une évaluation des flux de trésorerie probables et actualisés. Ainsi que sur une marge d'ajustement au risque, sous forme d'un matelas propre à chaque compagnie selon son appétit au risque. Cette marge sert à absorber le caractère aléatoire des flux présentés. Enfin cette norme repose sur une marge pour services contractuels qui sert à lisser et stabiliser le profit réalisé tout au long de la durée de couverture.

Afin d'étudier cette nouvelle norme, nous avons analysé trois produits d'assurance non vie, à savoir l'accident de travail, la responsabilité civile générale et l'assurance tout risque chantier, en vue de mettre en œuvre l'approche standard par blocs (BBA) et sa version simplifiée (PAA). Pour le calcul du Best Estimate, nous avons appliqué plusieurs méthodes de provisionnement déterministes et stochastiques que nous avons comparé avec Chain Ladder, l'une des méthodes réglementaires actuelles, donnant une version prudente des réserves. Il s'est, alors, avéré qu'il n'existe pas de méthode universelle pour aboutir au résultat, mais plusieurs s'adaptant, chacune, à une branche particulière.

Après avoir retenu les résultats du Bootstrap concernant le best estimate et la marge d'ajustement au risque, nous avons aboutit au calcul de la marge pour services contractuels ainsi que son allocation. Ayant introduit de nouvelles méthodes de

comptabilisation des passifs, nous avons remarqué que la nouvelle norme exige un grand travail pour pouvoir garantir un reporting de qualité ainsi qu'un nouveau regroupement des contrats d'assurance selon les méthodes adéquates à utiliser.

Enfin, nous avons constaté que l'allocation de la CSM d'un portefeuille est liée aux nouveaux flux des 12 mois qui suivent l'initialisation de ce bloc. Cette allocation permet de retrouver des valeurs de profits différentes chaque année. L'actuaire devra, donc, choisir les hypothèses d'allocation de la CSM (allocations selon la sinistralité, la durée ...) les plus adaptées à la stratégie de sa compagnie afin de stabiliser son résultat et d'attirer les investisseurs.

Bibliographie

- [1] IASB Normes IFRS *IFRS 17 Contracts d'assurance 2017*.
- [2] IASB - IFRS 17 *IFRS Standards Project Summary*.
- [3] Deloitte *IFRS in your pocket* [2014].
- [4] EY *Impact of IFRS 17 insurance contracts accounting standard* considerations for data, systems and processes.
- [5] Accountancy Ireland *IFRS 17 how does it measure ?* [2017].
- [6] Actuaris ADDACTIS Group INFOTECH 48 *Introduction à la norme IFRS 17* [2017].
- [7] Patrice Bertali [2007] *Méthodes de Bootstrap et applications actuarielles*.
- [8] AXA *Guidelines IFRS 17 -Eligibility Boundary and Onerous Contract-* [2017].
- [9] AXA IFRS 17 *Mobilization session of Level 2-4 entities* [2018].
- [10] Deauville Institut des Actuaire et du SACEI *IFRS 4 Phase 2 Dernières actualités* [2016].
- [11] EY. IASB *issues IFRS 17 the new Standard for insurance contracts*, 2017.
- [12] PATRAT Christian [2005] *Assurance Non-Vie, Modélisation, simulation* Edition Economica

Annexe 1

Tests d'hypothèses

1,550	1,374	1,188	1,040	1,038	1,031
1,495	1,450	1,192	1,037	1,042	
1,605	1,512	1,169	1,035		
1,495	1,450	1,190			
1,651	1,470				
1,534					

FIGURE 7 – D-triangle des coefficients de passage pour la branche RC.

2,064	1,005	1,023	1,001	1,001	1,000
2,343	1,010	1,100	1,004	1,004	
4,120	1,237	1,022	1,001		
4,755	1,696	1,015			
4,042	1,597				
1,688					

FIGURE 8 – D-triangle des coefficients de passage pour la branche TRC.

mediane	1,542	1,450	1,189	1,037	1,040	1,031
sup	3,000	3,000	2,000	1,000	1,000	1,000
inf	3,000	2,000	2,000	2,000	1,000	0,000
Min(sup,inf)	3,000	2,000	2,000	1,000	1,000	0,000
E(Zi)	2,850	2,266	1,667	1,125	1,000	0,000
V(Zi)	1,290	0,883	0,389	-0,141	-0,500	0,000
E(Z)	8,907					
V(Z)	1,921					
Z	9,000					
IC	5,066	12,749				

FIGURE 9 – Résultat du test de la Médiane pour la branche RC.

mediane	3,192	1,237	1,022	1,001	1,002	1,000
sup	3,000	3,000	2,000	1,000	1,000	1,000
inf	3,000	2,000	2,000	2,000	1,000	0,000
Min(sup,inf)	3,000	2,000	2,000	1,000	1,000	0,000
E(Zi)	2,850	2,266	1,667	1,125	1,000	0,000
V(Zi)	1,290	0,883	0,389	-0,141	-0,500	0,000
E(Z)	8,907					
V(Z)	1,921					
Z	9,000					
IC	5,066	12,749				

FIGURE 10 – Résultat du test de la Médiane pour la branche TRC.

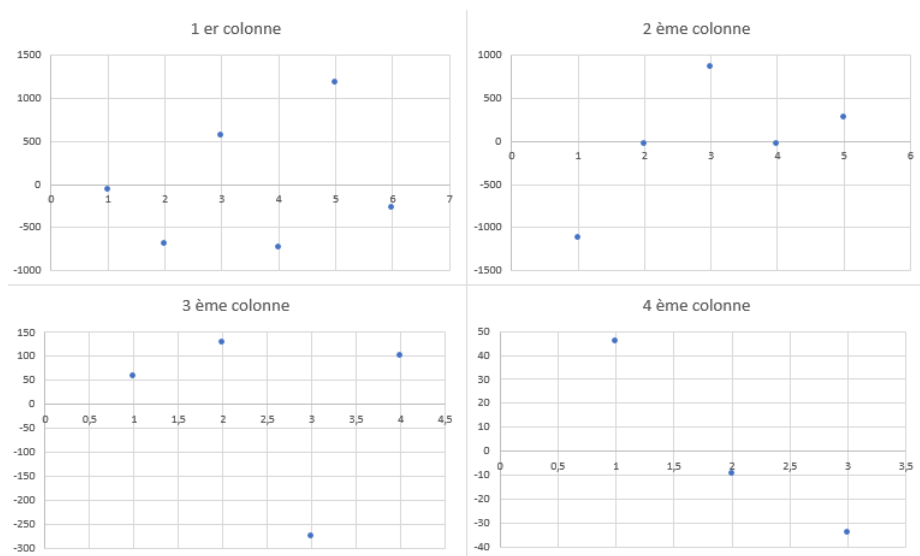


FIGURE 11 – Graphe des résidus de pearson pour la branche RC.

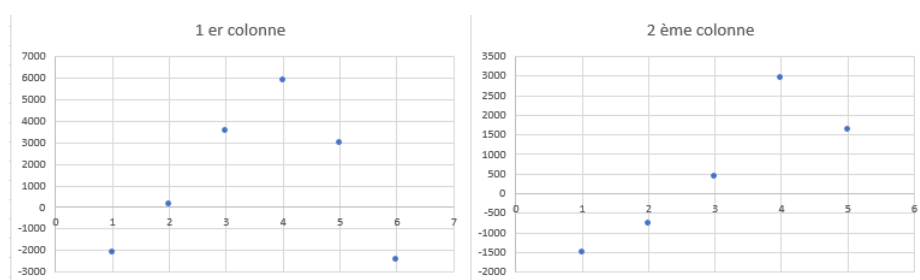


FIGURE 12 – Graphe des résidus de pearson pour la branche TRC.

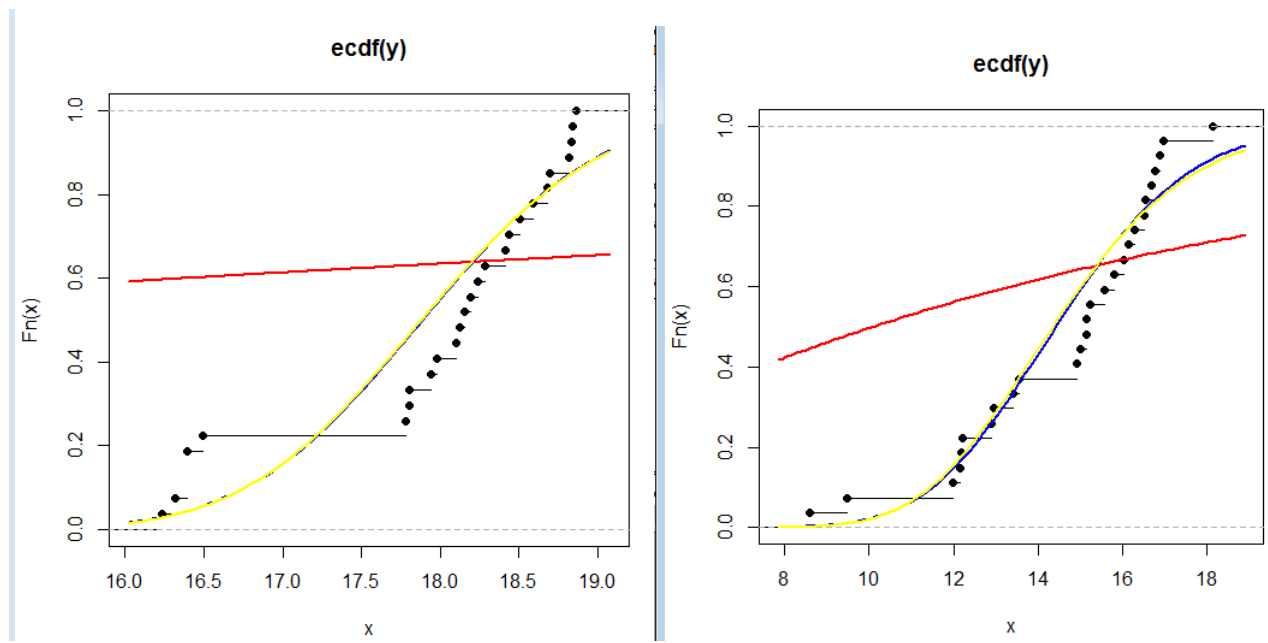


FIGURE 13 – Estimation de la distribution des valeurs des règlements pour la branche RC (à gauche) et TRC (droite).

Annexe 2

Résultats des méthodes de projection

Ri	MSEPi	se(Ri)	erreur_standard de Ri
8511230	686971,4	828,8373785	0,08071352
19771589	1317056,5	1147,63082	0,06661359
37550049	1946850,4	1395,295811	0,05184681
53377314	2252120,6	1500,7067	0,04219247
128329143	5285167,6	2298,949238	0,04118447
229110939	17377189,3	4168,595603	0,07584618
303213384	25743379,5	5073,793403	0,08490186

FIGURE 14 – Erreur de prédiction de l'estimation des réserves par le modèle de Mack pour la branche RC.

Ri	MSEPi	se(Ri)	erreur_standard de Ri
1820,497	23642,52	153,7612435	0,129868501
2247,435	104026,03	322,5306652	0,46286559
36711,211	89914,78	299,857933	0,24492457
177010,921	180539,78	424,8997293	0,10199358
720573,74	123850,75	351,9243527	0,171897
4316149,9	10499534,5	3240,298523	0,2432615
25961232,9	21700910,4	4658,423593	0,8358968

FIGURE 15 – Erreur de prédiction de l'estimation des réserves par le modèle de Mack pour la branche TRC.

Ri	borne inférieur	borne supérieur
8511230	8509605,479	8512854,521
19771589	19769339,64	19773838,36
37550049	37547314,22	37552783,78
53377314	53374372,61	53380255,39
128329143	128324637,1	128333648,9
229110939	229102768,6	229119109,4
303213384	303203439,4	303223328,6

FIGURE 16 – Intervalle de confiance au niveau 5% des réserves annuelles par le modèle de Mack pour la branche RC.

Ri	borne inférieur	borne supérieur
1820,497	1519,124963	2121,869037
2247,435	1615,274896	2879,595104
36711,211	36123,48945	37298,93255
177010,921	176178,1175	177843,7245
720573,74	719883,9683	721263,5117
4316149,896	4309798,911	4322500,881
25961232,92	25952102,4	25970363,43

FIGURE 17 – Intervalle de confiance au niveau 5% des réserves annuelles par le modèle de Mack pour la branche TRC.

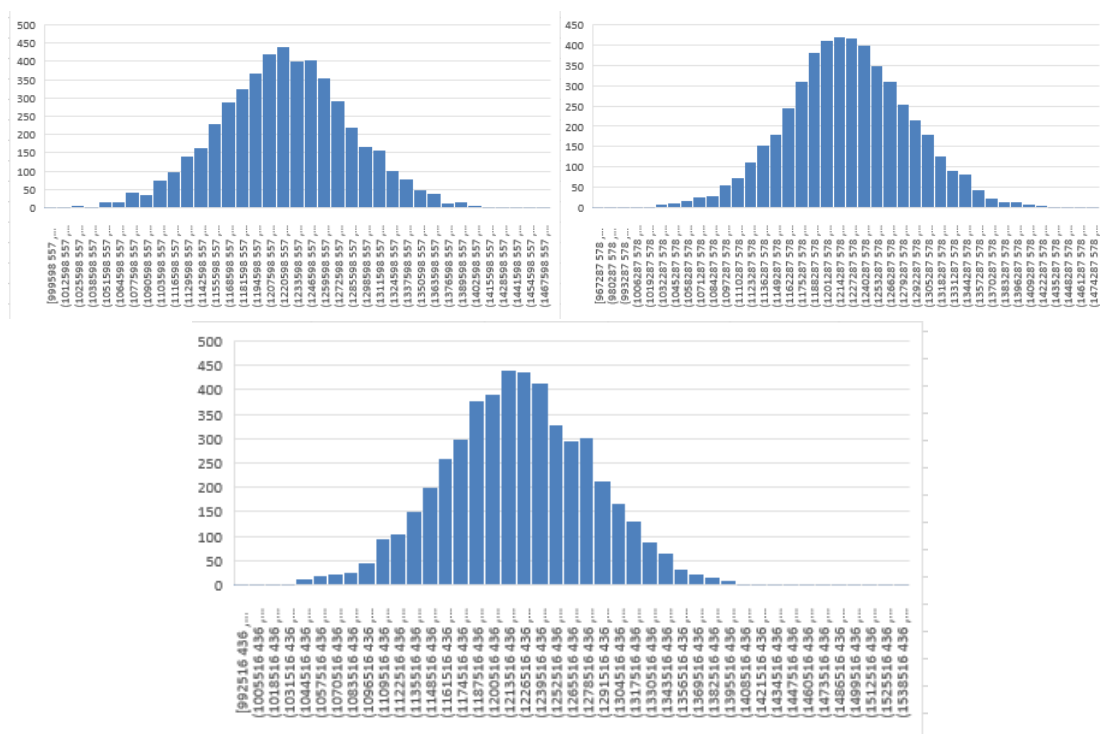


FIGURE 18 – Densité du BE pour 5000, 10000 et 20000 nombre de simulations pour la branche RC.

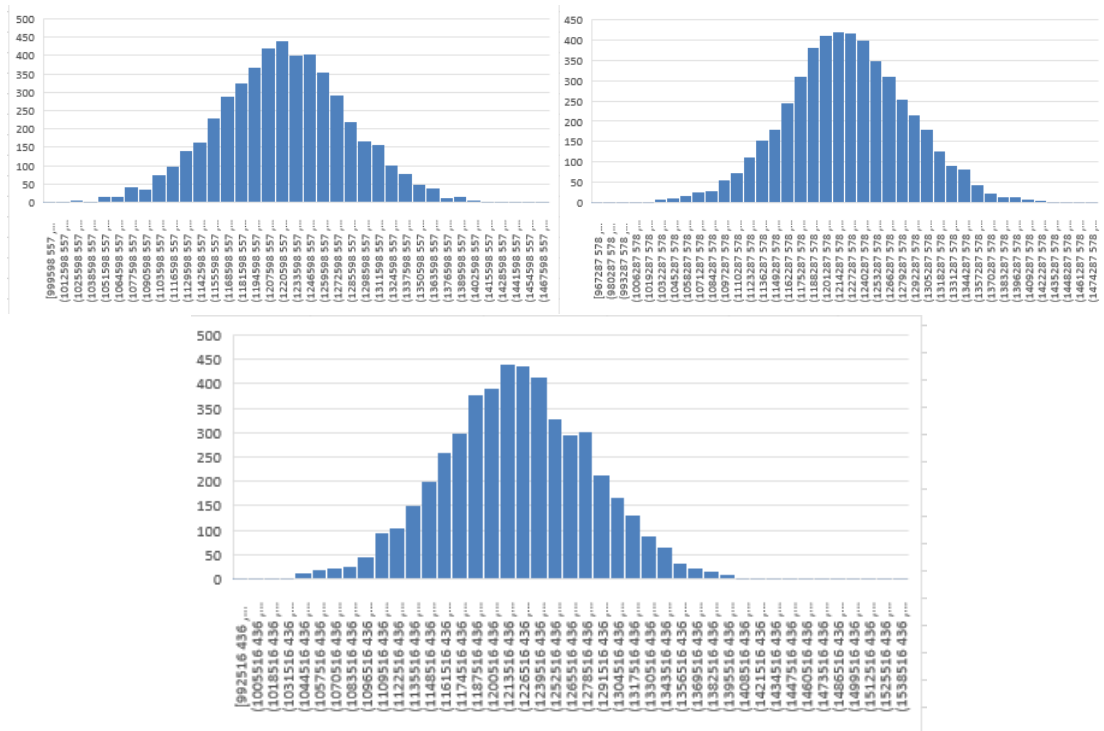


FIGURE 19 – Densité du BE pour 5000, 10000 et 20000 nombre de simulations pour la branche TRC.

Annexe 3

Test de Kolmogorov-Smirnov

La statistique de Kolmogorov Smirnov, D_n , est directement construite à partir de la notion de distance de Kolmogorov Smirnov entre deux fonctions de répartition. Cette distance est définie comme la plus grande différence entre les deux fonctions.

La statistique de ce test est :

$$D_n = \max | F_n(x) - F_0(x) |$$

Test de Shapiro Wilk

En statistique, le test de Shapiro–Wilk teste l’hypothèse nulle selon laquelle un échantillon x_1, \dots, x_n est issu d’une population normalement distribuée. La statistique de test W est :

$$W = \frac{(\sum_{i=0}^n a_i * x_i)^2}{\sum_{i=0}^n (x_i - \bar{x})^2}$$