ROYAUME DU MAROC
--*-*-*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
--*-*-*-*-*-*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA

Projet de Fin d'Etudes

*****

Mise en place de modèle de calcul de VaR pour la gestion de portefeuille

Préparé par : **Melle ELAIDI Asmâa & M. ESSADIK Amine**

Sous la direction de : ***M. EL ADLOUNI Salaheddine* (INSEA)**
***M. BARAKAT Houssam* (BMCE CAPITAL)**

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- ***M. TOUHTOU Rachid*** (INSEA)
- ***M. EL ADLOUNI Salaheddine*** (INSEA)
- ***M. BARAKAT Houssam*** (BMCE CAPITAL-MARKETS)

Juillet 2010

« *Understand risk first,*

And then do business »

Viviane Boucher

« prédire est un art difficile….

Surtout s'il concerne le futur…. »

Niels BOHR

Résumé

Dans le cadre de la gestion des risques financiers, il a été recommandé par le Comité Bâle d'allouer des fonds propres pour faire face aux pertes résultant des fluctuations des prix des instruments financiers composant le portefeuille de négociation ou des positions.

Pour calculer cette consommation en fonds propres, il a été nécessaire de mesurer le risque des marchés en recourant à l'approche des modèles internes ou communément appelée VaR (« Value at Risk » ou Valeur à Risque).

Nous allons présenter, à travers le présent rapport, les différentes méthodes de la dite approche pour mesurer le risque d'un portefeuille diversifié de la salle des marchés de BMCE CAPITAL. En effet, nous allons commencer par décrire la démarche à utiliser après vérification des différentes hypothèses. Il s'en suit ainsi son application sur chaque type d'actifs avant de mesurer le risque du portefeuille global. Enfin, les résultats obtenus seront soumis aux backtestings et critiques afin de performer la gestion du risque. Finalement, nous avons mis en place un système informatique via l'outil vba-Excel permettant de faire les calculs afin de déterminer la VaR de portefeuilles d'actions.

Mots clés : *BALEII, risque des marchés, action, taux d'intérêt, contrat à terme, VaR, méthode historique, méthode des variances-covariances, méthode Montre Carlo, Backtestings, consommation en fonds propres.*

Dédicaces

A nos très chers parents pour leurs soutiens et sacrifices

A nos frères et sœurs pour leur amour et soutien

A nos familles

A nos amis

Et à nos très chers professeurs

Ainsi qu'à toute personne participant de près ou de loin

Nous dédions ce modeste travail

Asmâa & Amine

Remerciements

Nous tenons à remercier dans un premier temps, toute l'équipe pédagogique de l'INSEA *et les intervenants professionnels responsables de la formation, pour avoir assuré la partie théorique de celle-ci.*

Nous remercions plus particulièrement Monsieur EL ADLOUNI pour l'aide et les conseils concernant les missions évoquées dans ce rapport, qu'il nous a apportés lors des différents suivis.

Nous tenons à remercier également et à témoigner toute notre reconnaissance aux personnes suivantes, pour l'expérience enrichissante et pleine d'intérêt qu'elles nous ont fait vivre durant ces trois mois au sein de la BMCE CAPITAL.

Monsieur BARAKAT Houssam, « head » de la direction « Risk Management, Middle Office, Quants and Market Data », pour son accueil et la confiance qu'il nous a accordés dès notre arrivée dans l'entreprise ainsi que pour ses enseignements qui témoignent d'une grande expérience.

Melle IDRISSI AROUSSI Meryem pour le temps qu'elle nous a consacrés tout au long de cette période, sachant répondre à toutes nos interrogations.

Aussi, nos remerciements s'en vont également à Melle DAHMI Meryem pour sa participation ainsi que l'ensemble du personnel pour leur accueils sympathiques et leur coopération professionnelle tout au long de ces trois mois en citant ainsi LAARAKI Zineb, SALIMA et SABER Asmâa.

Introduction 8
CHAPITRE1 :Contexte général 9
1. Règlementation bancaire pour consommation en fonds propres dans le cadre de la gestion du risque des marchés 10
1.1. Nouvel accord de Bâle 10
1.2. Risque de marché et exigences prudentielles 13
2. Recommandation de l'utilisation des modèles internes 14
2.1. Aperçu sur l'approche standard 14
2.2. Avantages de l'approche avancée 15
CHAPITRE2 : Démarche théorique pour le calcul de la Valeur à Risque (VaR) 18
1. Approche paramétrique 19
1.1. Hypothèses : 19
1.2. Méthodologie 20
1.3. Avantages 21
1.4. Expansion de la VaR paramétrique 21
2. Méthode non paramétrique 22
2.1. Méthode historique 22
2.2. Technique du bootstrapping 24
2.3. Méthode de Monte Carlo 24
3. Méthode semi-paramétrique 25
CHAPITRE3 : Application de la VaR à un portefeuille diversifié 26
1. Calcul de la VaR du portefeuille « action » 27
1.1. Caractéristiques générales 27
1.2. Présentation et analyse des données de la banque 27
1.3. Méthode des variances/covariances 30
1.4. Application de la VAR historique 36
1.5. Application de la VaR Monte Carlo 37
2. Calcul de la VaR du portefeuille obligataire « bons de trésor » 41
2.1. Caractéristiques générales 41
2.2. Présentation des données de la banque 43
2.3. Méthode paramétrique 44
2.4. Application de la VaR historique 48
2.5. Application de la VaR Monte Carlo 49
3. Calcul de la VaR du portefeuille « contrat à terme sur change » 54
3.1. Caractéristiques 54
3.2. Données de la banque 56
3.3. Analyse des données 58
3.4. Application de la VaR paramétrique 60
3.5. Application de la VaR historique 63
3.6. Application de la VaR Monte Carlo 64
4. VaR agrégée du portefeuille 67
4.1. Propriété de la sous-additivité de la VaR conditionnelle (TVaR) 67
4.2. VaR approchée du portefeuille global 70

4.3. Backtestings sur le portefeuille global 71
4.4. Calcul de la consommation en fonds propres 77
Conclusion : 79
Bibliographie 81
Annexes 83

Figure 1 *: Architecture du ratio Mc Donough* 12
Figure 2 : *Représentation graphique de la VaR sous distribution normale* 16
Figure 3 : *Evolution du cours du MASI* 28
Figure 4 : *Evolution de l'action IAM* 29
Figure 5 : *Evolution de l'action ADI* 29
Figure 6 : *Evolution de l'action ADH* 30
Figure 7 : *Test sur la stationnarité du rendement d'IAM* 31
Figure 8 : *Test de Jarque Bera pour les rendements de IAM* 31
Figure 9 : *Evolution et tendance du rendement de l'action ADH* 38
Figure 10 : *Transformation d'une obligation à coupons en obligations zéro-coupon* 43
Figure 11 : *Evolution du taux zc marocain* 44
Figure 12 : *test de Dickey-Fuller appliqué au taux zc 13semaines* 45
Figure 13 : *Test de Dickey-Fuller appliqué au taux zc 26 semaines* 45
Figure 14 : *Test de Jarque-Bera pour les variations du taux Z-C 13semaines* 46
Figure 15 : *Test de Dickey-Fuller appliqué au taux zc 26semaines* 46
Figure 16 : *Schéma des modèles de la structure par terme des taux d'intérêt* 50
Figure 17 : *Corrélogramme du TMP* 52
Figure 18 : *Estimation des paramètres du Modèle de Vasicek* 53
Figure 19 : *Schéma expliquant des mécanismes de fonctionnement du marché au comptant* 55
Figure 20 : *Evolution du taux EURO* 58
Figure 21 : *Evolution du taux DKK* 58
Figure 22 : *Evolution du taux EURO/DKK* 59
Figure 23 : *Evolution du taux EURO/MAD* 59
Figure 24 : *Résultats du test sur la stationnarité des rendements de l'euro* 60
Figure 25 : *Test de Jarque Bera pour les rendements d'euro* 61
Figure 26 : *Backtesting sur la VaR paramétrique* 72
Figure 27 : *Backtestings sur la VaR par l'approximation de Cornish-Fisher* 73
Figure 28 : *Backtestings sur la VaR historique* 74
Figure 29 : *Backtestings sur la VaR Monte Carlo sous l'approximation normale* 75
Figure 30 : *Backtestings sur la VaR Monte Carlo par l'approximation de Levy* 76

Tableau 1 : *Bilan simplifié d'une banque* 10
Tableau 2 : *matrice de variance covariance des rendements des actions du portefeuille actions* 32
Tableau 3 : *matrice de corrélation des rendements des actions constituant le portefeuille* 34
Tableau 4 : *estimation des moyennes et variances pour les trois actions* 39
Tableau 5 : *matrice de variances/variances des taux zc de différentes maturités* 44
Tableau 6 : matrice variances/covariances des taux 13 et 26 semaines 47
Tableau 7 : *modèles des taux d'intérêt* 51
Tableau 8 : *matrice variance-covariance des principaux facteurs de risque pour le change* 62
Tableau 9 : paramètres estimés des taux de change par MLE 65
Tableau 10 : paramètres estimés des taux d'intérêt par MLE 66

Liste des abréviations

VaR	**V**aleur **à R**isque (« Value at Risk »)
CAPM	"**C**apital **A**ssets **P**ricing **M**odel"
Vba	"**V**isual **B**asic For **A**pplication"
MEDAF	**M**odèle d'**E**valution des **A**ctifs **F**inanciers
EPC	**E**ncours **P**ondérés de **C**rédits
EFP	**E**xigence en **F**onds **P**ropres
P&L	**P**rofits And **L**osses
C R	**C**apitaux **R**églementaires
ADF	**A**ugmented **D**ickey-**F**uller
Var-Covar	**V**ariances – **C**ovariances
EVT	"**E**xtreme **V**alues **T**héory"
POT	**P**eaks-**O**ver-**T**hreshold
IAM	**I**ttisalat **A**l **M**aghrib
ADH	Addoha
ADI	Alliances
MASI	"**M**oroccan **A**ll **S**hares **I**ndex"
TMP	**T**aux **M**oyen **P**ondéré
ZC	**z**ero-**c**oupons
Eur	Euro
Dkk	devise de la couronne danoise de Danemark
MAD	Maroc Dirham
C-F	**C**ornish-**F**isher
MLE	"**M**aximum of **L**ikelihood **E**stimation"
TVaR	"**T**ail **V**alue **a**t **R**isk"
GEV	"**G**enral **E**xtreme **V**alue"

Introduction

Les techniques du « Risk Management » sont apparues à partir de la moitié du XXe siècle. Ces techniques visent à étudier les facteurs qui menacent le patrimoine d'une entreprise afin d'apporter des solutions stratégiques pour réduire voir éliminer le risque. Différentes classes de risque ont été dessinées ; on citera notamment le risque de crédit, le risque opérationnel et le risque de marché. Chacun de ces risques est soumis à des directives concernant son évaluation et les moyens de protection à mettre en oeuvre pour s'en prévenir.

Supervisé par la Banque des Règlements Internationaux, le comité de Bâle a élaboré ces directives. L'accord de BâleII impose aux organismes financiers de mettre en place des modèles internes pour évaluer leur quantité de fonds propres règlementaire. Au sein de ce travail, nous nous intéresserons au risque de marché. Il existe de nombreuses méthodes permettant de décrire de façon quantitative le risque lié à la détention d'un instrument financier. Parmi elles, on peut notamment citer l'approche moyenne-variance de Markowitz (1959) ainsi que l'approche CAPM de Sharpe (1964). Mais ces méthodes ne permettent pas d'évaluer le risque d'un portefeuille qui contiendrait à la fois des actions, des obligations et des produits dérivés. L'arrivée et le développement des produits dérivés, l'accroissement de la volatilité des marchés financiers ainsi que les faillites spectaculaires ayant eu lieu au cours des années 90 ont poussé les instituts financiers à élaborer un indicateur de risque financier à la fois global et synthétique. La Value at Risk (VaR), aussi appelée Valeur à Risque en français, regroupe ces caractéristiques et a été adoptée par la plupart des organismes financiers depuis 1997.

Après une présentation de la « Value at Risk », de son utilité pour les investisseurs et des méthodes actuelles de calcul, nous présenterons son application sur un portfeuille diversifié. Pour le traitement et l'analyse des données, nous avons utilisé Excel et des outils statistiques comme xlstat, Eviews ainsi que le language de programmation vba-Excel.

CHAPITRE1 :Contexte général

Dans ce chapitre, nous présentons la réglementation bancaire BâleII pour ensuite définir le risque des marchés et les approches recommandées pour le mesurer

1. Règlementation bancaire pour consommation en fonds propres dans le cadre de la gestion du risque des marchés

1.1. Nouvel accord de Bâle

Nous avons assisté ces dernières années à un engouement sans précédent des banques de la place vis-à-vis des activités de marché. En effet, ces acticités se distinguent du fait qu'elles procurent des profits considérables attirant ainsi les principaux acteurs du marché. Cependant, l'ensemble de ces opérations expose les banques à une série de risques financiers, susceptibles de menacer leur solvabilité. A cette fin, le comité de Bâle a tenté d'établir des normes de contrôle et de gestion des différents risques inhérents aux activités de marché et ce dans un souci de régulation de ces activités pour une meilleure maîtrise des risques.

1.1.1. Notion de fonds propres

Etant donné que le bilan simplifié d'une banque est:

Actif	Passif
Actifs immobilisés Crédits et prêts Titres Trésorerie	Fonds propres Dettes Dépôts

Tableau 1 : Bilan simplifié d'une banque

Les fonds propres sont un des éléments du passif d'une banque. Ils regroupent :

- les actions ordinaires et certificats ;
- les réserves ;
- le résultat non distribué ;
- etc.

Les autres éléments du passif d'une banque sont les dépôts, l'épargne des ménages, ainsi que les dettes. A l'actif, nous trouvons les crédits et les prêts aux ménages et aux entreprises, les services, etc.

Ces fonds propres sont un des éléments de notation de la banque, note qui conditionne le coût des ressources (de trésorerie ou de long terme).

Quelle est l'utilité des fonds propres ?

Ils servent à garantir l'activité de la banque. En particulier, ils doivent permettre d'absorber les fortes pertes dues à des éléments exogènes et/ou inattendus.
Ainsi plus leur niveau est élevé, plus la banque présente des gages de solidité (à activité bancaire constante).

Les fonds propres (qui correspondent au capital de la banque) permettent ainsi de couvrir les risques (exceptionnels). C'est donc le moteur de l'activité bancaire.

La problématique de la banque est alors de prendre le moins de risque et en même temps offrir la rentabilité la plus élevée à ses actionnaires. Il faut donc savoir mesurer cette consommation en fonds propres.

1.1.2. Accord de Bâle I

En 1988, le Comité de Bâle propose un ratio international de solvabilité, dit ratio *Cooke*, qui doit permettre :

- une meilleure adéquation des fonds propres par rapport aux risques,
- de renforcer la solidité et la stabilité du système bancaire,
- et d'atténuer les inégalités concurrentielles entre les banques.

Instauré au Maroc le 15 janvier 2001 par la circulaire de BAM, le ratio minimum de solvabilité des établissements de crédit correspond au rapport entre le montant des fonds propres et celui des encours pondérés de crédit (EPC). Plusieurs niveaux de fonds propres sont définis :

- Les fonds propres de base FP1 ou « noyau dur »; correspondant au capital et aux réserves,
- Les fonds propres complémentaires FP2 ; constitués principalement par des emprunts subordonnés à long terme,
- Les fonds propres sur-complémentaires FP3 consistant en la dette subordonnée à court terme.

Les fonds propres complémentaires sont plus difficiles à définir, mais sont selon l'accord de Bâle, les établissements financiers doivent respecter les contraintes suivantes :

$$\mathrm{FP2} \leq \mathrm{FP1}$$

$$\frac{\mathrm{FP1}}{\mathrm{EPC}} \geq 4\%$$

$$\frac{\mathrm{FP1+FP2+FP3}}{\mathrm{EPC}} \geq 8\% \quad (\textbf{\textit{Ratio Cooke}})$$

La réglementation a évolué progressivement pour prendre en compte les risques de marché. Désormais, le calcul du ratio Cooke intègre aussi bien le risque de crédit que le risque de marché. Il est défini alors comme suit :

$$\frac{\text{Total des fonds propres}}{\text{risque crédit} + \text{risque marché}} \geq 8\%$$

1.1.3. Accord de Bâle II

Le nouvel accord de Bâle prend désormais en compte les trois grands types de risques auxquels sont confrontés les établissements bancaires, à savoir le risque de crédit, le risque de marché et le risque opérationnel. Ce dernier constituant ainsi l'une des principales novations du nouvel accord et correspondant au risque inhérent à un

défaut de procédure, de personne, de systèmes d'informations ou dû à un élément extérieur pouvant entraîner une perte ou un déficit d'image.
Ainsi, la formule du nouveau ratio, dit ratio *Mc Donough*, devient *:*

$$\frac{\text{Total des fonds propres}}{\text{risque crédit} + \text{risque marché} + \text{risque opérationnel}} \geq 8\%$$

La réforme du Comité de Bâle repose sur trois pilliers :

- *Premier pilier* : la charge minimale en fonds propres à savoir les règles qui régissent le ratio minimal rapportant les fonds propres aux actifs pondérés par les risques ;
- *Second pilier* : Le processus de surveillance prudentielle individualisée, qui exige que les autorités du contrôle procèdent, auprès des banques de leur juridiction, à un examen qualitatif des techniques d'allocation des capitaux et du respect des normes applicables;
- *Troisième pilier* : L'exigence de communication financière qui favorise la discipline de marché,

Qu'on peut schématiser comme suit :

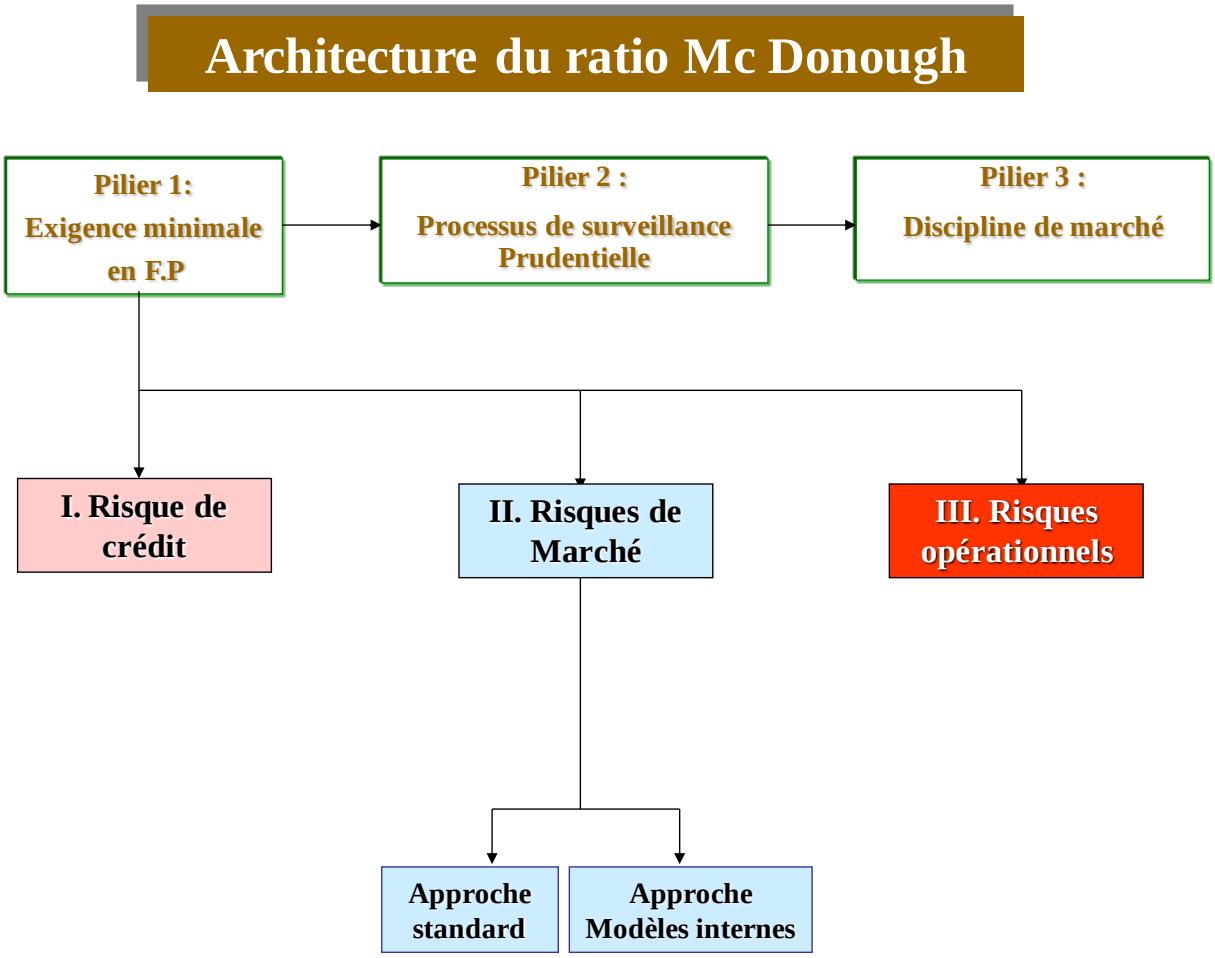


Figure 1 : Architecture du ratio Mc Donough

1.2. Risque de marché et exigences prudentielles

1.2.1. Notion du risque

Le risque de pertes sur des positions à la suite de variations des prix du marché, que ce soient des fluctuations du taux d'intérêt, de change, de matières premières ou d'actions, a conduit à la réflexion à une mesure de risque de marché appropriée pour une meilleure gestion de risque des salles des marchés en particulier.
Le risque de marché recouvre les risques suivants :

- ***Risque de taux d'intérêt*** : il représente le risque inhérent à la détention, dans le portefeuille de négociation, de titres de créance et d'autres instruments liés aux taux d'intérêt ou à la prise de positions sur de tels titres et instruments.

- ***Risque de position sur titre de propriété(action) :*** c'est le risque lié à la détention de titres de propriété ou à la prise de positions sur de tels titres dans le portefeuille de négociation. Il s'applique aux positions longues et courtes sur tous les instruments dont le comportement de marché est semblable à celui des actions.

- ***Risque de change*** : il s'agit du risque de détention ou de prise de positions en devises.

- ***Risque sur produits de base*** : c'est le risque inhérent à la détention ou à la prise de positions sur produits de base, métaux précieux compris à l'exclusion de l'or.

- ***Risque optionnel*** : ce risque est celui inhérent à la détention d'options associées à chacune des catégories de risques précédentes.

Ces risques sont mesurés pour pouvoir évaluer avec une précision satisfaisante le niveau des fonds propres nécessaires à leur couverture.

1.2.2. Importance de son estimation

Le rôle essentiel des banques dans le processus d'allocation de l'épargne et d'évaluation des investissements est assuré dans une large mesure par une dispersion des risques au sein de l'économie en raison notamment de l'élargissement de leur activité de gestion et de transfert des risques entre agents. De ce fait, elles sont en partie responsables des désordres financiers. Dans ce contexte, la gestion du risque par les banques passe par une mutualisation maximale aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur des établissements. Ainsi, se sont développés des mécanismes permettant de mettre sur le marché une partie des risques par le biais de la création de nouveaux métiers (titrisations, gestion du risque de change et de produits dérivés). Dans ces derniers cas, les banques sortent de leurs bilans une partie de leur exposition à certains risques, ce qui leur permet de réaliser des économies de fonds propres et de proposer des conditions plus attractives à leurs clients.

Il est clair que la mesure du risque du marché n'est qu'une estimation. On ne peut prévoir exactement les pertes qu'une banque peut subir. Il s'agit alors de procéder par des approches que le comité de Bâle s'est mis d'accord pour les appliquer.

2. Recommandation de l'utilisation des modèles internes

Le comité de Bâle a mis à la disposition des banques deux approches pour la mesure de risque : La première approche est une méthode forfaitaire, alors que la seconde approche autorise les banques à utiliser des modèles internes. L'idée principale est d'inciter les banques à construire des modèles robustes pour calculer les risques de marché et donc d'obtenir des exigences en fonds propres beaucoup plus réalistes.

2.1. Aperçu sur l'approche standard

L'approche standard est une approche forfaitaire destinée à évaluer les risques de marché.

Le calcul des exigences en fonds propres moyennant l'approche standard consiste à imposer à tout établissement bancaire une grille de mesure de type :

Exigence de FP = Position* Pourcentage

Pour chaque instrument, la notion de position et de pourcentage est préalablement définie.

Risque taux :

Le risque de taux d'intérêt est le risque de pertes consécutif à la variation des taux d'intérêt. Il est la combinaison de deux risques :

Risque spécifique :
L'exigence de fonds propres pour le risque spécifique servant de protection contre un mouvement défavorable du prix d'un titre donné pour des raisons liées à l'émetteur.

Risque général :
L'exigence de fonds propres pour le risque général de marché visant à saisir le risque de perte résultant des variations des taux d'intérêt du marché. Les détails de la méthodologie sont mis en annexe3.

Risque action :

La méthodologie consiste à calculer, comme pour les instruments de taux, les exigences en fonds propres au titre du risque spécifique et du risque général.

On commence d'abord par déterminer les positions nettes acheteur (a) et vendeur (b). Les exigences en fonds propres au titre du risque spécifique sont égales à 4% de la Position Brute Globale (PBG = a +b). Pour ce qui est risque général, les exigences sont égales à 8% de la Position Nette Globale (PNB = a – b).

Risque de change :

La démarche prescrite par le comité de Bâle pour le calcul des exigences en fonds propres d'un portefeuille de change est la suivante : On détermine les positions de change en distinguant les positions longues (avoirs) et les positions courtes (engagements). On calcule ensuite la somme des positions longues et la somme des positions courtes. Enfin, les exigences en fonds propres (EFP) sont données par la formule suivante :

EFP = 8 % × max (total positions longues, total positions courtes)

Chaque position étant convertie dans la monnaie de déclaration (nationale) sur la base du cours de change au comptant. La contre-valeur de la position de change (somme des contre-valeurs des positions longues ou des positions courtes à l'exclusion de l'or)

donne lieu à une exigence en capital égale à 8 % du montant de la position. La position sur or donne également lieu à une exigence égale à 8 % de son montant.

Risque sur matière première :

Le calcul des positions sur produits de base est effectué selon la règle suivante :

Les positions comptant et à terme sont exprimées en unités de mesure standard (barils, kilos, etc.) et sont converties au cours au comptant du produit puis dans la monnaie nationale sur la base du cours de change au comptant.

Il existe deux méthodes de calcul des exigences en fonds propres : une approche basée sur l'échéancier[1] et une approche simplifiée. Cette dernière est égale sur chaque produit à 15 % de la position nette augmentée de 3 % de la position brute (somme des positions longues ou courtes).

2.2. Avantages de l'approche avancée

Le Comité de Bâle (1997) a accepté que les banques développent elles-mêmes des modèles d'évaluation des risques vu que l'approche standard ne prend pas en considération les fluctuations du marché. Les modèles évaluant le risque potentiel de pertes maximales : VaR (« Value at Risk ») se sont développés.

2.2.1. Signification de la VaR

Afin de mieux comprendre ce qu'est la VaR, prenons un exemple. Un investisseur ou un trader en fin de journée, est sur une position en devise Euro correspondant à un million de dirhams. Il aimerait savoir jusqu'à combien il peut perdre d'ici demain. Certains diront qu'il peut tout perdre, d'autres diront qu'il ne va rien perdre. Mais ces deux réponses sont des informations redondantes et sont connues d'avance. Quelle est alors sa perte potentielle d'ici demain, pour un niveau de confiance donné ?

La VaR essaie ainsi de quantifier, dans un intervalle de confiance pré-spécifié (typiquement 95% ou 99%), la perte potentielle que peut subir une position isolée donnée, un portefeuille, ou la banque dans son ensemble, sur une courte période de temps (typiquement un, deux, cinq ou dix jours ouvrés) dans des conditions de marché dites « normales ».

2.2.2. Définition mathématique de la VaR

La valeur à risque (VaR) est une mesure de la variation maximale de la valeur d'un portefeuille d'instruments financiers, avec un niveau de probabilité et un horizon de temps fixés, dans des conditions normales de marché.

Statistiquement, la VaR peut être définie comme étant un quantile de la distribution des P&L (profits et pertes) théoriques d'un portefeuille résultant des mouvements possibles des facteurs de risque de marché, sur un horizon de temps fixé. Notons qu'un facteur de risque est défini comme tout élément dont l'existence et/ou l'évolution futures sont inconnues et imprévisibles d'une manière exacte aujourd'hui et qui sera en mesure d'influencer la valeur de marché d'un portefeuille donné.

Le P&L d'un portefeuille de valeur P_{t+h} à l'instant t+h, sur un horizon de h jours est donné par :

$$P\&L(t,h) = \Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t$$

Par définition, la VaR sur h jours avec un niveau de confiance de (1-α) est la valeur R

telle que la probabilité de perdre R au plus, au delà de h jours, est égale à (1- α) :

$$\mathbf{Pr}(\Delta_h P_t < R) = 1-\alpha \ , \ \text{Avec } R = VaR_{\alpha, h}$$

2.2.3. Représentation graphique de la VaR

Nous pouvons illustrer graphiquement la VaR de la manière suivante :

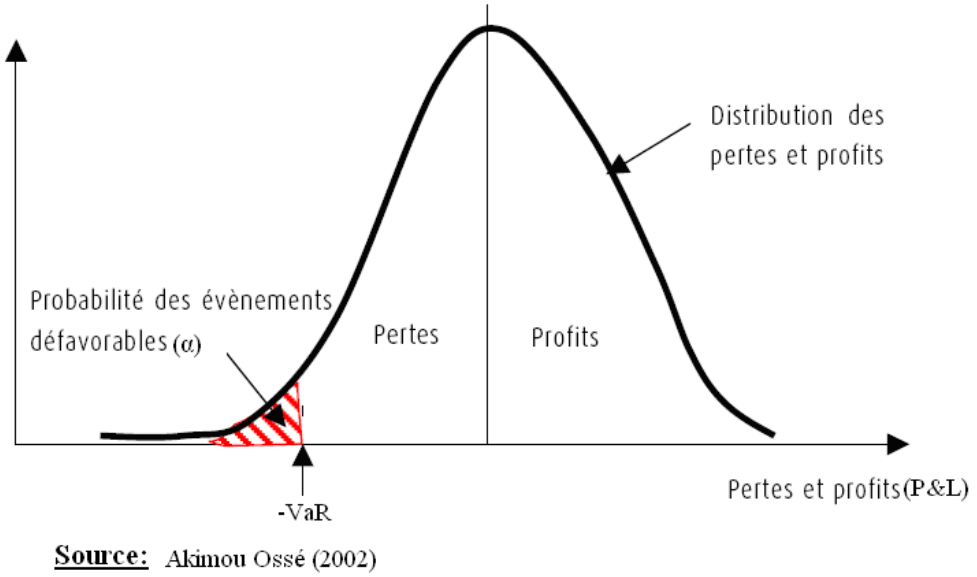


Figure 2 : *Représentation graphique de la VaR sous distribution normale*

La VaR fournit une bonne information sur le montant au-delà duquel il y a perte avec la probabilité α .

2.2.4. Avantages de la VaR

Comme on peut le constater, la VaR présente plusieurs avantages qu'on peut résumer en les points suivants :

- ★ Elle résume les différents risques de marché auxquels le portefeuille de négociation est soumis en un seul nombre.

- ★ Elle reconnaît l'interdépendance entre les actifs composant le portefeuille via la prise en compte des corrélations. La mesure de la Var reflète ainsi, de manière plus précise que toute autre technique, le risque de portefeuille. Elle permet de sorte une meilleure maîtrise des risques.

★ La Var est la seule qui exprime la préoccupation majeure des institutions financières, à savoir la perte potentielle de valeur totale, en termes monétaires. La Var peut donc être facilement comparée avec le profit annuel de l'institution financière et le montant de ses fonds propres.

2.2.5. Calcul des fonds propres et VaR :

Une fois la VaR calculée, on en déduit les fonds propres exigibles suivant la formule suivante :

$$CR_t^{marché} = Max\left\{\left[(3+\varepsilon)\frac{1}{60}\sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}\right],\ VaR_{t-1}\right\}\ ;\ 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

Où CR_t :capitaux réglementaires ; VaR_{t-i} est la valeur à risque pour le portefeuille global de marché au jour (t-i), calculée sur 1 jour avec un niveau de confiance de 99%.

Le facteur ε est fixé pour chaque banque selon la crédibilité et la maîtrise de ses méthodes de gestion des risques. La méthodologie de calcul sera détaillée dans la dernière partie de ce rapport.

CHAPITRE2 : Démarche théorique pour le calcul de la Valeur à Risque (VaR)

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes méthodes de calcul de la VaR en présentant les hypothèses et la méthodologie pour ensuite citer les avantages de chacune

Le calcul de la VaR repose sur la connaissance de la distribution de la fonction P&L du portefeuille objet de l'étude. La détermination de cette distribution et les hypothèses dont elle fait objet permettent de distinguer, d'après Arnoult Benoit (2007), trois classes de méthodes de calcul de la VaR .

- ***Méthodes Non-paramétriques*** (méthode historique, méthode Monte C arlo...).
- ***Méthodes Paramétriques*** (variances/covariances,..).
- ***Méthodes semi-paramétriques*** (théorie des valeurs extrêmes,..).

1. Approche paramétrique

La détermination de la VaR paramétrique se fait au moyen d'un calcul analytique relativement aisé en pratique mais sous des hypothèses théoriques assez contraignantes, l'exemple le plus connu d'un tel modèle étant sans doute celui des variances/covariances. Les principales hypothèses simplificatrices consistent à supposer, d'une part, que les lois de probabilité qui régissent les distributions des variations des prix de marché sont normales et, d'autre part, que les instruments présentent un profil de risque linéaire. Sous ces hypothèses, la matrice des variances/covariances peut être appliquée assez directement aux positions détenues pour calculer la VaR. Les calculs utilisés dans la méthode des variances/covariances sont rapides et simples, et requièrent uniquement la connaissance de la matrice des variances/covariances des rendements du portefeuille. Néanmoins, cette méthode s'avère être inadaptée aux portefeuilles non linéaires (instruments optionnels), et théoriquement peu adaptée aux queues de distribution épaisses et aux distributions non normales des rendements.

1.1. Hypothèses :

- **Stationnarité** temporelle des facteurs de risque afin d'estimer la moyenne et la volatilité des rendements futurs du portefeuille à partir de données historiques. On vérifie la stationnarité en faisant le test suivant :

Test de la racine unitaire :

Le test de la racine unitaire sert à tester l'hypothèse de la stationnarité de la série ; ce qui revient à tester l'hypothèse **H0** : $\delta = 1$, contre l'hypothèse alternative **H1** : $\delta < 1$.

δ étant le coefficient de la régression sur les rendements de notre portefeuille, dont voici l'équation :

$$x_t = \delta * x_{t-1} + u_t \quad ; \text{où } u_t \text{ est un bruit blanc}^1$$

[1]Un processus ε_t est qualifié de ***bruit blanc*** si : $E(\varepsilon_t) = 0$; $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$ et $E(\varepsilon_t\varepsilon_\tau) = 0 \quad \forall\, t \neq \tau$

- Si δ =1 alors la variable x_t est une variable intégrée d'ordre 1. C'est le cas du modèle de marche aléatoire sans dérive (sans terme constant), dans ce cas on ne peut dire que la série est stationnaire.
- Si δ <1 alors la série est stationnaire.

Notons que le test de la racine unitaire est un cas particulier du test de Dickey-Fuller augmenté (ADF), et que nous allons effectuer ce test sur le logiciel statistique d'Eviews.

✓ **Normalité** des facteurs de risque qu'on teste par le test suivant :

Test de Jarque Bera **:**

Nous allons tester l'hypothèse **H0:** la distribution est normale contre l'hypothèse alternative **H1 :** la distribution n'est pas normale.

La statistique repose sur la formule: $JB = \frac{n-k}{6}\left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right)$ suivant la loi de χ^2 à deux degrés de liberté. Ce test est fréquemment utilisé pour déterminer si les résidus d'une régression linéaire suivent une distribution normale, tel que

n : le nombre d'observations

k : le nombre de variables explicatives si les données proviennent des résidus d'une régression linéaire. Sinon k=0.

S : le Skewnes ou coefficient d'asymétrie (moment d'ordre 3 d'une variable centrée réduite).

K : le Kurtosis ou coefficient d'aplatissement (moment d'ordre 4 d'une variable centrée réduite).

Une loi normale a un coefficient d'asymétrie égal à zéro et un kurtosis égal à trois. On saisit alors que si les données suivent une loi normale, le test s'approche de 0 et on accepte (ne rejette pas) H0 au seuil α .

✓ **Linéarité** de la relation entre les facteurs de risque et la valeur du portefeuille.

Puisque le p&l est fonction de facteurs de risque, l'idée est alors d'utiliser la propriété qui énonce que toute combinaison linéaire de variables normales est normale.

1.2. Méthodologie

L'application de la méthode paramétrique consiste à suivre les étapes suivantes :

- Identifier les facteurs de risque du portefeuille
- Calculer les rendements de ces facteurs de risque par l'une des formules du rendement suivantes :

-rendement logarithmique : $r_t = \ln\left(\frac{f_{t-1}}{f_t}\right)$

-rendement arithmétique : $r_t = \frac{f_t - f_{t-1}}{f_{t-1}}$

Tel que ft : valeur du portefeuille à l'instant t .

L'avantage de l'utilisation des rentabilités logarithmiques est surtout mathématique. En effet, la rentabilité logarithmique calculée sur plusieurs périodes consécutives est la somme des rentabilités logarithmiques calculées sur chaque période

$$r_t(k) = \ln(\frac{P_t}{P_{t-k}}) = r_t + r_{t-1} + \ldots + r_{t-k+1}$$

- Calculer la matrice de var-covar (variance-covariance) $\sum$ pour ces rendements
- Poser w le vecteur des pondérations de tous les actifs constituant le portefeuille, w^t sa transposée
- Appliquer la formule : $VaR_{1j,1\%} = \left(\mu + z_{1\%} * \sqrt{w^t \sum \mathrm{w}} \right) * K_t$

Tel que :

$z_{1\%}$ le quantile correspondant à la loi normale pour le niveau de confiance de 99%, égale alors à 2.33 d'après la table de la loi normale centrée réduite,

μ la moyenne des rendements qui est généralement nulle,

K_t est la valeur du portefeuille à la date t, jour du calcul de la VaR.

1.3. Avantages

L'avantage fondamental de la méthode paramétrique par rapport aux autres méthodes réside dans la simplicité de la mise en oeuvre de celle-ci surtout pour le cas des actions. On peut résumer ses atouts dans ce qui suit :

- L'hypothèse de normalité des variations des prix, sur laquelle se base cette méthode, simplifie considérablement l'estimation de la VaR. De plus, les données nécessaires pour calculer la matrice des variances-covariances sont généralement facilement disponibles bien qu'assez volumineuses. Par conséquent, l'estimation de la VaR s'effectue rapidement et requiert peu de ressources informatiques.

- En supposant que les changements des prix sont normalement distribués, la méthode permet d'exprimer la VaR pour toutes les combinaisons possibles du niveau de confiance et de l'horizon de calcul , contrairement à la méthode historique qui , en augmentant l'horizon de calcul, nous fait perdre une large partie des observations . Cette possibilité d'ajustement rend la VaR potentiellement riche en informations.

- Enfin, la méthode paramétrique jouit d'une grande objectivité du fait que la procédure d'estimation est particulièrement intuitive.

1.4. Expansion de la VaR paramétrique

Lorque l'hypothèse de la normalité n'est pas vérifiée, une autre façon de faire est de considérer une autre mesure de risque, une extension de la VaR qui est la Cornish-Fisher. La VaR n'est certes qu'une approximation. C'est pourquoi plusieurs méthodes valent mieux qu'une pour la calculer. L'expansion de Cornish-Fisher est l'une de celles-là. Celle-ci est une relation approximative entre les percentiles d'une distribution et ses moments. Au dire de Stuart et al. (1999), un très grand nombre de

distributions que l'on retrouve en Statistique tendent vers la normale quand n (le nombre d'observations) se dirige vers l'infini, mais dans des échantillons de moindre envergure, la distribution normale peut laisser beaucoup à désirer. C'est pourquoi il faut recourir à l'expansion de Cornish-Fisher dans ce cas pour approximer les percentiles d'une distribution. Cette approximation, basée sur la série de Taylor, recourt aux moments d'une distribution qui dévie de la normale pour calculer ses percentiles. A.stuart, K.Ord et S.Arnold (1999) ont fournit cette approximation jusqu'au quatrième moment d'une distribution. L'approximation de Cornish-Fisher donne alors la formule du quantile comme suit:

$$w_\alpha \cong z_\alpha + \frac{1}{6}\left(z_\alpha{}^2 - 1\right) AS + \frac{1}{24}\left(z_\alpha{}^3 - 3z_\alpha\right) EKUR - \frac{1}{36}\left(2\, z_\alpha{}^3 - 5z_\alpha\right) AS^2$$

L'approche au calcul de la VaR basée sur l'expansion de Cornish-Fisher vise à modifier le multiple associé à la loi normale de manière à intégrer les troisième et quatrième moments de la distribution des rendements. Disons que le multiple modifié au seuil de α % est égal à w_α. Si l'investisseur détient une position en compte dans un titre (*long position*), on peut alors calculer la VaR du titre à partir de la limite à gauche de l'intervalle de confiance du rendement de ce titre, c'est-à-dire :

$$VaR_{1j,1\%} = \left(\mu + w_{1\%} * \sqrt{w^t \sum w}\right) * K_t$$

2. Méthode non paramétrique

Le principe général des méthodes non paramétriques d'estimation / prévision de la VaR est que l'on impose a priori aucune distribution paramétrique de pertes et profits. Au delà de ce point commun, il existe une grande variété de méthodes non paramétriques de calcul de la VaR.

2.1. Méthode historique

Il s'agit d'une méthode très simple d'estimation des mesures de risque fondée sur la distribution empirique des données historiques de rendements. Formellement, la VaR est estimée simplement par lecture directe des fractiles empiriques des rendements passés. Si l'on considère par exemple un niveau de confiance de 99% et que l'on dispose d'un échantillon de 1000 observations historiques de rendements, la VaR est donnée par la valeur du rendement qui correspond à la 10ème forte de perte.

2.1.1. Hypothèses

- ✓ Stationnarité des rendements des facteurs de risque: le passé doit refléter le futur. Ceci dit, on prévoit que les flux futurs vont se reproduire de la même manière que ceux du passé. L'évolution est alors connue d'avance.

2.1.2. Méthodologie

Plus concrètement, cette méthode consiste à reconstituer les N valeurs historiques pour chaque actif constituant notre portefeuille, puis évaluer la variation de la valeur

du portefeuille à la date j par rapport celle du calcul de la VaR. On obtient ainsi N-1 pertes et profits (P&L) qu'on assimile à des pertes même si certaines d'entre elles sont des gains. Ces valeurs vont permettre la construction implicite d'une distribution empirique à partir de laquelle on peut extraire le quantile d'ordre α. Pour ce faire, il suffit de ranger les N-1 pertes potentielles $\{L_1, L_2, \ldots, L_{N-1}\}$ et de prendre la valeur absolue du $N\alpha^{ème}$ plus petite valeur si Nα est entier, sinon on procède par une interpolation linéaire.

La VaR historique s'écrit donc de la façon suivante :

$$VaR_{1,\alpha} = \begin{cases} \left| L_{(n\alpha)} \right| & \text{;si } N\alpha \text{ est entier} \\ L_{(n^*)} + \left(n\alpha - n^*\right)\left(L_{(n^*+1)} - L_{(n^*)}\right) & \text{; sinon} \end{cases}$$

Avec : $n^* = [N \times \alpha]$ la partie entière de $N \times \alpha$.

Cette technique est généralement affaiblie par sa grande dépendance des données qu'elle utilise. Ceci rend l'estimation du quantile locale et, par la suite sa vitesse de convergence faible. Il faut stocker donc un très grand nombre d'observations (vérification de la loi des grands nombres) afin d'améliorer cette estimation et pouvoir tenir compte des événements extrêmes. L'utilisation des données historiques pose un autre problème vu que la VaR historique est incapable de prendre en considération les événements futurs plausibles si ceux-ci n'apparaissent pas dans le passé. De plus, cette méthode affecte un même poids à toutes les données, qu'elles soient anciennes ou récentes. Or, on sait que les données récentes jouent un rôle plus important dans l'estimation. Enfin, la longueur de l'historique, utilisée pour le calcul de la VaR s'avère difficile à choisir. D'une part, l'observation des événements rares nécessite un grand nombre de données, et d'autre part, la prise en compte des données trop anciennes peut affaiblir la pertinence des estimations.

2.1.3. Avantages

L'avantage majeur de la méthode historique réside dans le fait qu'elle allie simplicité et large application.

- Elle représente manifestement la plus intuitive des techniques de calcul de la VaR. La procédure est en effet simple et fournit des résultats faciles à interpréter.

- Elle ne formule aucune hypothèse quant à la forme des distributions des rendements, ni quant à la linéarité des relations entre le prix et les facteurs de risque. Elle parvient ainsi à s'adapter avec les spécificités des positions traitées et des marchés. Elle convient donc pour gérer tout type de position dans toute condition de marché.

- Son caractère non paramétrique lui évite d'estimer des paramètres. Ceux-ci étant implicitement présents dans l'historique des variations des facteurs de marché. La méthode historique ne requiert donc pas de calculs préliminaires.

- Enfin, on peut dire qu'elle échappe au risque de modèle puisque, du fait de son caractère non paramétrique, elle n'utilise aucun modèle d'évaluation.

2.2. Technique du bootstrapping

Une amélioration simple de la méthode historique consiste à estimer la VaR à partir de données simulées par Bootstrap. Le Bootstrap consiste à ré-échantillonner les données historiques de rendements avec remise. Plus précisément, dans notre contexte, la procédure consiste à créer un grand nombre d'échantillons de rendements simulés, où chaque observation est obtenue par tirage au hasard à partir de l'échantillon original. Chaque nouvel échantillon constitué de la sorte permet d'obtenir une estimation de la VaR par la méthode historique standard, et l'on définit au final une estimation en faisant la moyenne de ces estimations basées sur les ré-échantillonnages.

2.3. Méthode de Monte Carlo

La méthode Monte Carlo consiste à simuler un grand nombre de fois les comportements futurs possibles des facteurs de risque selon un certain nombre d'hypothèses, et d'en déduire une distribution des pertes et profits à partir de laquelle on estime finalement un fractile. Si cette approche peut s'appliquer, en théorie, quelles que soient les lois de probabilité suivies par les facteurs de risque, elle est couramment utilisée en pratique, pour des raisons techniques, en supposant que les variations relatives des paramètres de marché suivent des lois normales.

2.3.1. Méthodologie

L'avantage de la méthode est qu'elle ne présente pas d'hypothèses. Elle est donc applicable à n'importe quel portefeuille sauf qu'elle présente des difficultés au niveau de son implémentation et est caractérisée par sa lourdeur lors de sa mise en application.

Le principe de la dite méthode consiste en la simulation des données nécessaires pour l'application. Plus précisément, il s'agit de chercher les processus stochastiques que peuvent suivre les facteurs de risque. Pour ce faire, il est crucial de détecter tous les facteurs de risques puis de modéliser l'évolution de leurs prix respectifs pour enfin trouver le modèle adéquat. Une fois le processus stochastique trouvé, on en déduit une distribution des pertes et profits à partir de laquelle on estime finalement le fractile du niveau souhaité.

Il existe plusieurs processus stochastiques selon la nature du facteur de risque et dont nous verrons les détails plus loin, lors de l'application de cette méthode aux différents types d'actifs.

2.3.2. Avantages

La méthode Monte Carlo constitue une technique dont les possibilités théoriques semblent illimitées. C'est un outil de gestion du risque très puissant et flexible. En effet, elle semble être capable de gérer tout type de position dans toutes les circonstances possibles du marché. La méthode s'accommode avec toutes les positions et le problème de non stationnarité des facteurs de risque. Elle parvient aussi à gérer des événements extrêmes.

3. Méthode semi-paramétrique

Parmi les méthodes semi-paramétriques figurent tout d'abord l'ensemble des méthodes et approches qui relèvent de la théorie des valeurs extrêmes (EVT) qui diffère de la théorie statistique habituelle fondée pour l'essentiel sur des raisonnements de type "tendance centrale". Les extrêmes sont en effet gouvernés par des théorèmes spécifiques qui permettent d'établir sous différentes hypothèses la distribution suivie par ces extrêmes. Il existe deux principales branches de la théorie des valeurs extrêmes : la *théorie des valeurs extrêmes généralisée* et la *loi de Pareto généralisée* (ou l'approche POT - *"peaks-over-threshold"*). L'approche POT permet l'étude de la distribution des pertes excessives au dessus d'un seuil (élevé), tandis que la théorie des valeurs extrêmes généralisée permet de modéliser le maximum ou le minimum d'un très grand échantillon. (D'après Arnoult Benoit (2007)).

Pour faire le calcul adéquat de la VaR du portefeuille diversifié de la salle des marchés, il fallait procéder par type d'actifs financiers constituant le portefeuille. Nous allons présenter dans ce qui suit, la démarche à utiliser pour chaque type d'actifs du portefeuille sur lequel nous avons travaillé. En effet, on constituera un portefeuille d'obligations (bons de trésor), un portefeuille de contrats à terme sur le change et un portefeuille d'actions.

Nous avions considéré une période d'un an allant du 29/03/2009 au 29/03/2010. La VaR paramétrique et non paramétrique a été calculée le jour du 29/03/2010 afin de prévoir la perte maximale à ne pas dépasser pour 99% de chances le lendemain puisque l'horizon est d'un jour.

***Hypothèse générale** : On calcule la VaR correspondant à un horizon de temps de 1jour et pour un niveau de confiance de 99%.*

CHAPITRE3 : Application de la VaR à un portefeuille diversifié

Dans ce chapitre, nous assistons à la méthodologie adoptée pour effectuer le calcul de la VaR aux différents types d'actifs pour ensuite voir comment trouver la VaR agrégée du portefeuille global

1. Calcul de la VaR du portefeuille « action »

1.1. Caractéristiques générales

Cours de l'action : actions généralement échangés sur des marchés (titres négociables).

Caractéristique temporelle : l'action est un titre sans maturité.

Caractéristique du risque : l'action est un titre aléatoire par excellence ; il n'y a pas de condition aux limites comme les obligations. C'est un domaine par excellence des modélisations stochastiques.

1.2. Présentation et analyse des données de la banque

Le portefeuille « action » est présenté sous forme du tableau suivant :

Valeurs	Quantité
Ittisalat Al Maghrib (IAM)	10 000
ADDOHA (ADH)	4 000
ALLIANCES (ADI)	4 550

Il est composé comme nous venons de voir de trois actions. Les cours ont été téléchargés du site de la bourse de Casablanca et en prenant les cours de clôture. La principale source du risque pour ce portefeuille reste la fluctuation des prix de ces actions. On peut supposer dans ce cas que la variation des cours est le seul facteur de risque pour ce type d'actifs. Avant de voir comment appliquer la VaR avec ses différentes approches à ce portefeuille, nous allons procéder à une analyse technique des trois actions de notre portefeuille.

Analyse technique du « portefeuille action » :

- **Utilité :**

L'analyse technique est très utilisée par les analystes financiers dans le but de comprendre les marchés financiers et de prévoir leurs évolutions futures. Elle est ainsi basée sur l'hypothèse que l'évolution passée d'un actif financier fournit la meilleure information sur sa propre évolution future.

On peut dire que l'analyse technique se fonde ainsi sur trois principes :

- le marché donne par lui-même suffisamment d'informations pour en déduire ses tendances,
- les prix évoluent suivant des tendances, des mouvements ou des règles déterminés,
- les événements passés se reproduiront dans l'avenir.

L'analyse du cours d'un actif financier s'avère ainsi une chose primordiale pour l'analyse des fluctuations du marché financier. Elle permet d'avoir un aperçu général sur l'évolution des transactions et du cours et de prévoir ainsi les tendances futures. C'est pourquoi nous allons effectuer une analyse graphique détaillée du cours des sociétés ADDOHA (ADH), Alliance(ADI) et Ittisalat Al Maghreb (IAM).

Analyse du MASI :

La performance des actions est calculée à partir de l'indice principal boursier de la bourse de Casablanca MASI (« ***M**oroccan **A**ll **S**hares **I**ndex* ») ; composé de toutes les valeurs cotées sur la place casablancaise.

Ainsi, afin de suivre l'évolution globale du marché boursier durant la période de notre étude, nous allons étudier de près l'évolution du MASI sur une période qui s'étale sur 8ans allant du 01/01/2002 au 24//04/2010 soit un total de 2110 observations journalières.

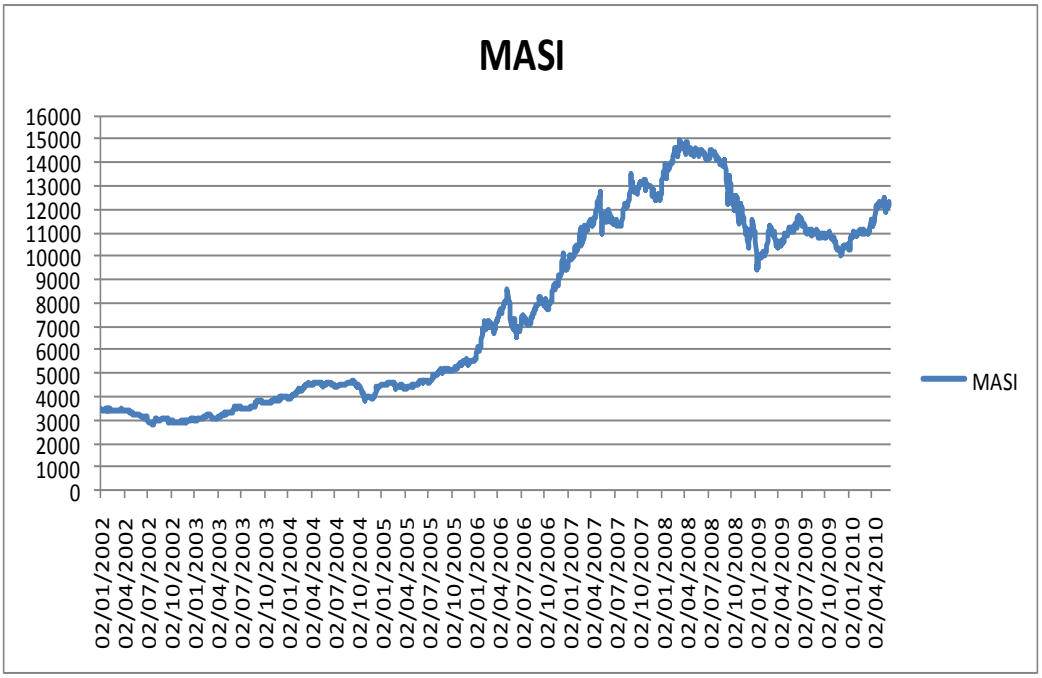


Figure 3 : *Evolution du cours du MASI*

D'après ce graphe, on peut dire que, malgré les fluctuations apparentes à la hausse ou à la baisse, la valeur de MASI a connu 3 phases :

- Phase de <u>forte croissance</u> du début juillet 2002 à la fin de juin 2008 : au cours de cette période, la valeur de MASI est passée de 2.786,44 à 14.925,99.
- Phase de <u>forte décroissance</u> du début juillet 2008 à la fin de mars 2009 : on remarque que cette valeur a connu une tendance baissière au cours de cette période est cela est surement dû à la crise financière qu'a connu le monde et en particulier le Maroc.
- Phase d'<u>instabilité</u> marquée par des hausses et des baisses du début avril 2009 à la fin de mars 2010 caractérisant l'état d'hésitation des investisseurs.

Analyse des actions du portefeuille :

Afin de compléter notre analyse, on doit ajouter les tendances du cours.

-On appelle **ligne de résistance** la ligne reliant les sommets successifs d'un graphique.

-On appelle **ligne de soutien ou support** la ligne reliant les planchers successifs de ce même graphique.

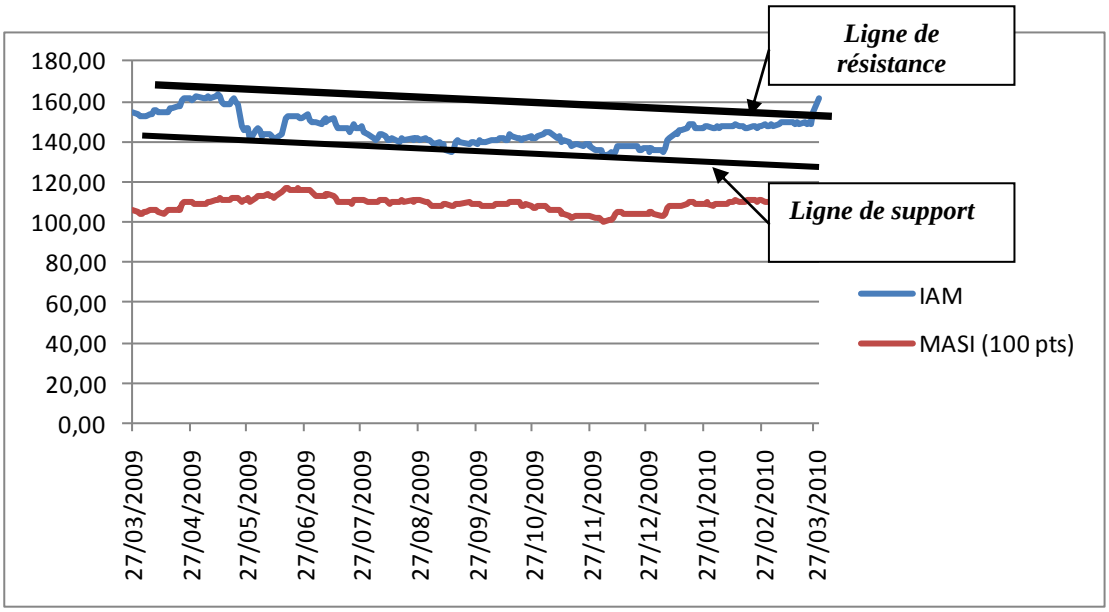


Figure 4 : *Evolution de l'action IAM*

Commentaire : on remarque que le cours d'IAM suit l'évolution du marché. Ceci est bien évidement évident du fait que l'action d'IAM possède un poids assez important sur le marché des actions.

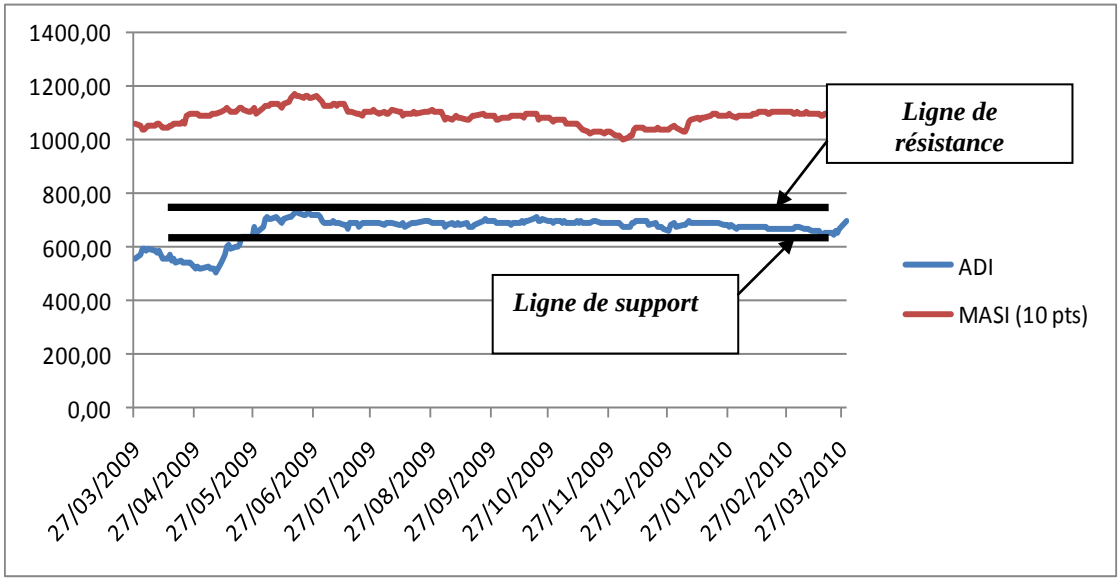


Figure 5 : *Evolution de l'action ADI*

Commentaire : de même que l'action IAM, l'ADI présente une évolution similaire que le MASI.

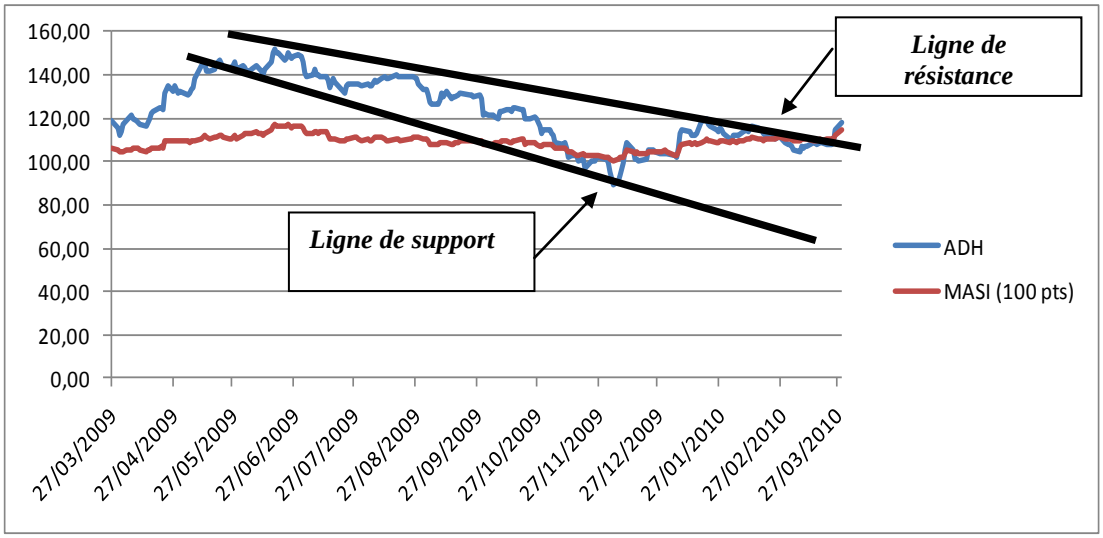


Figure 6 : *Evolution de l'action ADH*

Commentaire : on remarque que l'ADH suit l'évolution du marché au début de la période puis entre dans une tendance baissière à partir du mois de juin 2009, avant de retrouver la tendance du MASI en novembre de la même année.

On peut dire ainsi que dans l'analyse technique, on fait une analogie entre les variations du cours et les vagues, le marché dans son ensemble varie en formant des mouvements comparables à des vagues. Pour chaque vague, il y a une phase de formation et puis il y a gonflement de la vague ensuite une phase de retrait de la vague. Au cours d'une période, qu'elle soit baissière ou haussière, l'évolution d'un titre n'est pas uniforme. Il est toujours représenté par une ligne brisée.

1.3. Méthode des variances/covariances

Trois facteurs de risque correspondant à ce portefeuille, à savoir la variation du cours d'IAM, celle d'ADH et enfin celle d'ADI. Nous allons présenter les résultats sur une seule action, l'application est identique pour les deux autres actions. On choisit l'action IAM constituant 54% du portefeuille action.

1.3.1. Vérification des hypothèses

La linéarité des facteurs de risques *parait intuitive puisque la principale source du risque pour ce portefeuille reste la fluctuation des prix de ces actions.*

Vérification de l'hypothèse de la stationnarité :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-11.24910	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.035648	
	5% level	-3.447383	
	10% level	-3.148761	

Figure 7 : Test sur la stationnarité du rendement d'IAM

La valeur absolue de la statistique (|-11,24910|) est supérieure à la valeur critique correspondant à 1% (-4,03). On en déduit que la série est stationnaire.

Le test donne des résultats identiques concernant les autres actions; le lecteur pourra ensuite se référer à l'annexe5 pour mieux visualiser ce résultats.

Vérification de l'hypothèse de la normalité :

L'hypothèse principale de la VaR paramétrique étant la normalité des rendements, il est alors nécessaire, avant d'entamer les calculs, de tester cette hypothèse.

Le test de Jarque-Bera par E-views pour les rendements de l'action IAM nous donne :

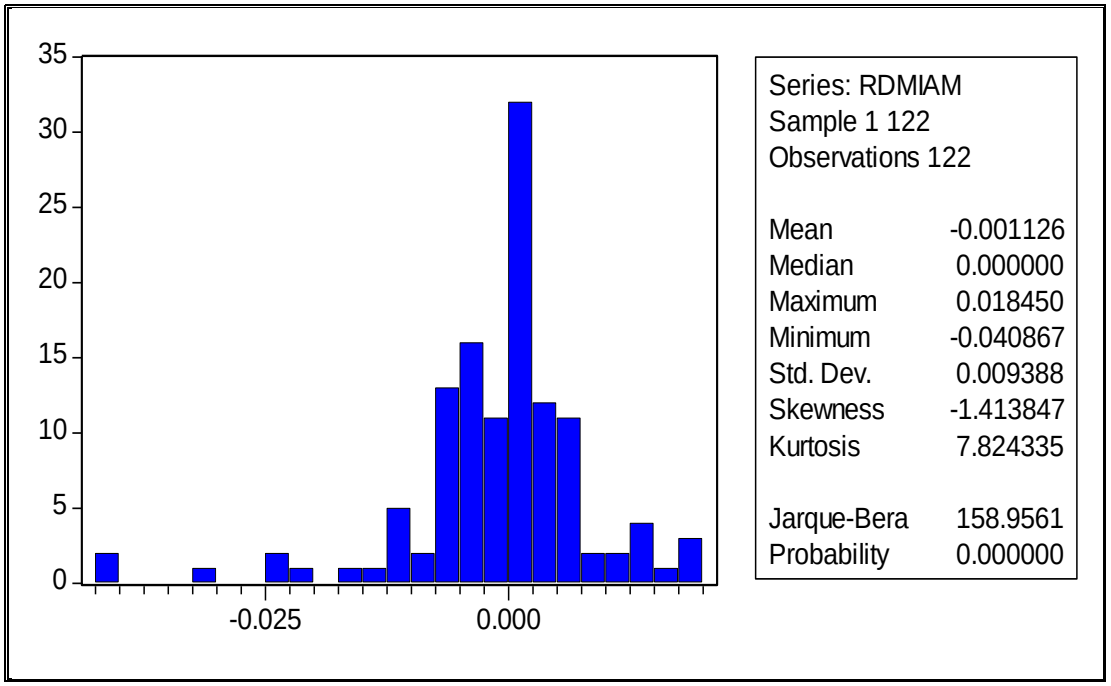


Figure 8 : Test de Jarque Bera pour les rendements de IAM

Ce test montre la non validité de l'hypothèse de normalité pour cette action. Il donne des résultats identiques concernant les autres actions, le lecteur pourra ensuite se référer à l'annexe5 pour mieux visualiser ce résultat.

D'après la figure ci-dessus représentant l'histogramme des rendements d'IAM, nous remarquons que le skewness est supérieur à zéro (1.413847), ce qui veut dire que la densité de la distribution des rendements du portefeuille s'étale vers la droite. Ce constat est affirmé par l'allure de l'histogramme. Ainsi, on peut affirmer que la distribution des rendements de notre portefeuille fait l'objet d'une asymétrie positive.

En ce qui concerne le kurtosis, on constate qu'il est égal à 7.824335 ce qui est largement supérieur à 3. Nous sommes donc confrontés au cas d'une distribution nettement leptokurtique, c'est-à-dire qu'elle présente des queues épaisses, en comparaison avec la distribution normale.

On trouve aussi que la statistique de Jarque-Bera est égale à 158.9561, ce qui est donc fortement supérieure à 5.9915. La statistique de Jarque-Bera nous incite à penser alors à ce que la distribution des rendements de notre portefeuille dévie fortement de la normale.

Pour corriger la non normalité, l'alternative serait d'utiliser les trois, voir même les quatres premiers moments pour estimer la distribution du rendement à l'aide du développement de Cornish-Fisher. L'approche du calcul de la VaR basée sur l'expansion de Cornish-Fisher vise à modifier le multiple associé à la loi normale de manière à intégrer les troisième et quatrième moments de la distribution des rendements, comme nous verrons dans ce qui suit.

1.3.2. Etapes du calcul de la VaR paramétrique

Estimation de la volatilité :

Il revient de calculer la matrice des variances-covariances des rendements des trois actions. Elle est donnée par le tableau suivant :

Tableau 2 : *matrice de variance covariance des rendements des actions du portefeuille actions*

var-covar	IAM	ALL	ADH
IAM	8,81378E-05	2,80997E-05	8,64523E-05
ALL	2,80997E-05	9,50117E-05	6,07347E-05
ADH	8,64523E-05	6,07347E-05	0,000401255

Composition du portefeuille

Avant d'entamer les calculs, nous présentons le vecteur des poids associé à chaque action :

Action	Poids
IAM	0,53908356
ADH	0,24528302
ADI	0,21563342

1.3.3. Application au portefeuille

Une fois nous disposons de la matrice de la variance covariance ainsi que celle des poids de chaque actif dans le portefeuille, la VaR paramétrique du portefeuille global se calcule comme suit :

- Sous l'hypothèse de normalité :

$$VaR_{1j,1\%} = \left(\mu + z_{1\%} * \sqrt{w^t \sum \mathrm{w}} \right) * K_t$$

Avec :

μ le rendement espéré du portefeuille supposé nul,

$\sum$ est la matrice de la variance-covariance des rendements des actions,

w le vecteur des pondérations de tous les actifs constituant le portefeuille, w^t sa transposée,

K_t est la valeur du portefeuille à la date t, jour du calcul de la VaR.

- Cependant, la normalité n'étant pas vérifiée, on calcule la Cornish-Fisher VaR pour chaque facteur de risque en tenant compte du troisième et quatrième moment de chacun. On calcule ensuite la Cornish-Fisher VaR pour tout le portefeuille « action » en appliquant la formule suivante :

$$CF_P = \sqrt{(CF_1 \quad CF_2 \quad CF_3) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{23} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} CF_1 \\ CF_2 \\ CF_3 \end{pmatrix}}$$

tel que ρ_{ij} représente la corrélation entre l'action i et l'action j ; i et j $\in\{1,3\}$ déduite du tableau suivant :

Tableau 3 : ***matrice de corrélation des rendements des actions constituant le portefeuille***

corrélation	IAM	ALL	ADH
IAM	1	0,30960349	0,46351029
ALL	0,30960349	1	0,31362625
ADH	0,46351029	0,31362625	1

La matrice de corrélation montre un niveau d'indépendance très acceptable entre les titres constituant le portefeuille avec des coefficients de corrélation dont le maximum est 0,463 entre Addoha et IAM.

et $CF = w_\alpha \sigma$ pour calculer la Cornish-Fisher VaR pour chaque type d'action en considérant l'écart-type des rendements de chacune appliqué au quantile d'ordre 1% de Cornish-Fisher dont on rappelle la formule :

$$w_\alpha \cong z_\alpha + \frac{1}{6}\left({z_\alpha}^2 - 1\right) AS + \frac{1}{24}\left({z_\alpha}^3 - 3z_\alpha\right) EKUR - \frac{1}{36}\left(2\,{z_\alpha}^3 - 5z_\alpha\right) AS^2$$

<u>Résultats de l'application:</u>

Ainsi, nous obtenons que pour 1% de chances, la perte maximale à atteindre pour le portefeuille des actions le 30/03/2010 est telle que :

- sous l'hypothèse de normalité :

	Qt	4000	4550	10000	18550
Day	SÉANCE	ADH	ADI	IAM	
0	27/03/2009	2060,00	1201,00	1065,00	
1	30/03/2009	2071,00	1205,00	1065,00	
2	31/03/2009	2091,00	1205,00	1065,00	
3	01/04/2009	2082,00	1205,00	1076,00	
4	02/04/2009	2090,00	1205,00	1077,00	
5	03/04/2009	2098,00	1220,00	1065,00	
6	06/04/2009	206,60	1187,00	1090,00	
7	07/04/2009	207,00	1160,00	1150,00	
8	08/04/2009	205,00	1136,00	1115,00	
9	09/04/2009	198,00	1080,00	1140,00	
10	10/04/2009	197,20	1065,00	1110,00	
11	13/04/2009	195,00	1025,00	1100,00	
12	14/04/2009	197,00	990,00	1100,00	
13	15/04/2009	195,00	960,00	1090,00	
14	16/04/2009	183,30	903,00	1025,00	
15	17/04/2009	172,35	849,00	964,00	
16	20/04/2009	162,05	799,00	998,00	
17	21/04/2009	161,00	800,00	1000,00	
18	19/09/2008	170,65	848,00	1000,00	
19	22/09/2008	180,85	898,00	1019,00	
20	23/09/2008	180,00	929,00	1000,00	

Rendement

Calcul de la VaR paramétrique à 1 jou

Rendement		
ADH	ADI	IAM
0,0053	0,0033	0,00
0,0097	0,0000	0,00
-0,0043	0,0000	0,01
0,0038	0,0000	0,00
0,0038	0,0124	-0,01
-0,9015	-0,0270	0,02
0,0019	-0,0227	0,06
-0,0097	-0,0207	-0,03
-0,0341	-0,0493	0,02
-0,0040	-0,0139	-0,03
-0,0112	-0,0376	-0,01
0,0103	-0,0341	0,00
-0,0102	-0,0303	-0,01
-0,0600	-0,0594	-0,06
-0,0597	-0,0598	-0,06
-0,0598	-0,0589	0,04
-0,0065	0,0013	0,00
0,0599	0,0600	0,00
0,0598	0,0590	0,02
-0,0047	0,0345	-0,02

la VaR paramétrique à 1 jour

Rendement		
ADH	ADI	IAM
0,0053	0,0033	0,00
0,0097	0,0000	0,00
-0,0043	0,0000	0,01
0,0038	0,0000	0,00
0,0038	0,0124	-0,01
-0,9015	-0,0270	0,02
0,0019	-0,0227	0,06
-0,0097	-0,0207	-0,03
-0,0341	-0,0493	0,02
-0,0040	-0,0139	-0,03
-0,0112	-0,0376	-0,01
0,0103	-0,0341	0,00
-0,0102	-0,0303	-0,01
-0,0600	-0,0594	-0,06
-0,0597	-0,0598	-0,06
-0,0598	-0,0589	0,04
-0,0065	0,0013	0,00
0,0599	0,0600	0,00
0,0598	0,0590	0,02
-0,0047	0,0345	-0,02
-0,0444	-0,0258	0,00
0,0116	-0,0166	0,00

Var/Covar

Var/Covar	ADH	ADI	IAM
ADH	0,0025	0,0003	0,0001
ADI	0,0003	0,0004	0,0001
IAM	0,0001	0,0001	0,0021

vecteur de pondération	ADH	ADI	IAM
transposé W	0,2156	0,2453	0,5391

	W
ADH	0,2156
ADI	0,2453
IAM	0,5391

$\sqrt{W_t^T \Sigma W_t}$ 0,028592

la valeur du Portefeulle	
29/03/2010	1959483,50

VaR 99%	130541,55

Figure 9*: Etapes de calcul de VaR dans le cas normal*

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**130 541,552**

- sous l'approximation de Cornish-Fisher :

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**191 013,2062**

On remarque bien que ce montant est supérieur à celui trouvé sous l'hypothèse de la normalité des rendements. Il est clair que c'est un constat évident puisque la Cornish-Fisher VaR tient compte des queues qui présentent généralement les phénomènes extrêmes (crise financière par exemple).

1.4. Application de la VAR historique

Les rendements, déjà calculés lors de l'application de la méthode de la variance-covariance, seront alors soumis au test de Dickey-Fuller pour vérifier la stationnarité. Celle-ci étant l'hypothèse de validation de la méthode historique.

1.4.1. Vérification de l'hypothèse de stationnarité

La méthode historique, contrairement à l'approche paramétrique, ne pose pas d'hypothèses sur la distribution des rendements du portefeuille. Cependant, elle repose sur l'hypothèse de stationnarité des rendements ; autrement dit la distribution des variations de la valeur de portefeuille pour l'horizon sur lequel on calcule la VaR est bien estimée par les observations de ces variations à partir des données historiques.

Cette hypothèse est vérifiée d'après ce qui précède. Nous pouvons alors appliquer aisément la dite méthode.

1.4.2. VaR historique appliquée au portefeuille

En utilisant la procédure citée dans la démarche théorique, nous obtenons nos résultats da la VaR historique toujours au seuil 99% pour l'horizon d'un jour comme suit :

	Qt	4000	4550	10000
Day	SÉANCE	ADH	ADI	IAM
0	27/03/2009	2060,00	1201,00	1065,00
1	30/03/2009	2071,00	1205,00	1065,00
2	31/03/2009	2091,00	1205,00	1065,00
3	01/04/2009	2082,00	1205,00	1076,00
4	02/04/2009	2090,00	1205,00	1077,00
5	03/04/2009	2098,00	1220,00	1065,00
6	06/04/2009	206,60	1187,00	1090,00
7	07/04/2009	207,00	1160,00	1150,00
8	08/04/2009	205,00	1136,00	1115,00
9	09/04/2009	198,00	1080,00	1140,00
10	10/04/2009	197,20	1065,00	1110,00
11	13/04/2009	195,00	1025,00	1100,00
12	14/04/2009	197,00	990,00	1100,00

on calcule les variations

ADH	ADI	IAM
11,0000	4,0000	0,0000
20,0000	0,0000	0,0000
-9,0000	0,0000	11,0000
8,0000	0,0000	1,0000
8,0000	15,0000	-12,0000
-1891,4000	-33,0000	25,0000
0,4000	-27,0000	60,0000
-2,0000	-24,0000	-35,0000
-7,0000	-56,0000	25,0000
-0,8000	-15,0000	-30,0000
-2,2000	-40,0000	-10,0000
2,0000	-35,0000	0,0000

L'idée est maintenant de calculer les possibilités d'évolution du portefeuille pour demain en supposant que les facteurs vont évoluer entre aujourd'hui et demain de la même manière qu'entre le jour i -1 et le jour i (i entre le 27/03/2009 et le 29/03/2010)

ADH	ADI	IAM
11,0000	4,0000	0,0000
20,0000	0,0000	0,0000
-9,0000	0,0000	11,0000
8,0000	0,0000	1,0000
8,0000	15,0000	-12,0000
-1891,4000	-33,0000	25,0000
0,4000	-27,0000	60,0000
-2,0000	-24,0000	-35,0000
-7,0000	-56,0000	25,0000
-0,8000	-15,0000	-30,0000
-2,2000	-40,0000	-10,0000
2,0000	-35,0000	0,0000

On a 250 jours entre le 27/03/2009 et le 29/03/2010 donc 250 possibilités d'évolution de notre portefeuille pour demain

scénario	ADH	ADI	IAM
0	113,25	759,00	144,00
1	124,25	763,00	144,00
2	133,25	759,00	144,00
3	104,25	759,00	155,00
4	121,25	759,00	145,00
5	121,25	774,00	132,00
6	-1778,15	726,00	169,00
7	113,65	732,00	204,00
8	111,25	735,00	109,00
9	106,25	703,00	169,00
10	112,45	744,00	114,00
11	111,05	719,00	134,00
12	115,25	724,00	144,00

scénario 0 correspond à la valeur des facteurs le 29/03/2010

montre les valeurs des facteurs pour demain sur le marché si leur taux de variation entre aujourd'hui et demain et le même entre le jour i-1 et le jour i avec i entre 1 et 200.

La valeur du Portefeuille
5346450,00
5408650,00
5426450,00
5420450,00
5388450,00
5326700,00
-2119300,00
5825200,00
4879250,00
5313650,00
4975000,00
5055650,00
5195200,00

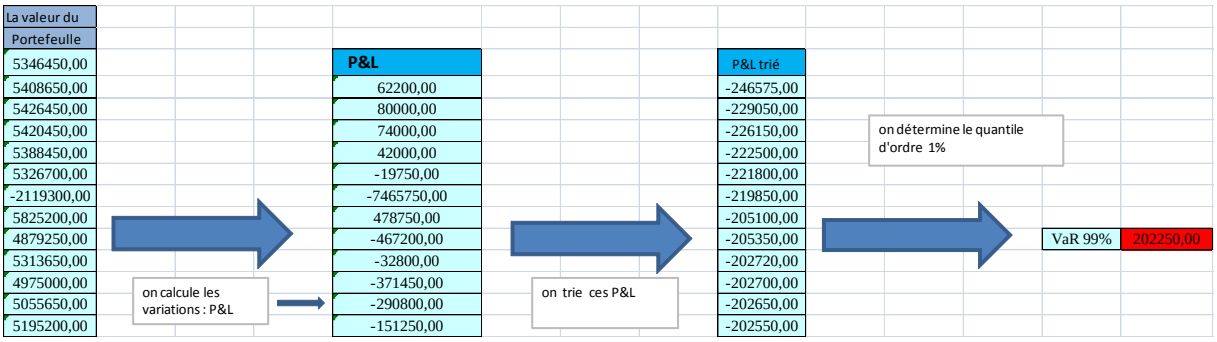


Figure 10: Etapes de calcul de VaR historique

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**202 250,00**

Le calcul donne que la perte maximale prévisible pour la journée du 29/03/2010 est de 202 250 DH à 1% de chances. En le comparant à celui de la méthode paramétrique, on constate qu'il est plus élevé.

1.5. Application de la VaR Monte Carlo

1.5.1. Modélisation des facteurs de risque

Le principe de ladite méthode consiste en la simulation des données nécessaires pour l'application. Il s'agit alors de la génération des facteurs de risque. Pour ce faire, il est crucial de détecter tous les facteurs de risques puis modéliser l'évolution de leur prix respectifs pour enfin trouver le modèle adéquat. Une fois le processus stochastique trouvé, il suffit d'appliquer la méthode historique. Il existe plusieurs processus stochastiques selon la nature du facteur de risque et dont les détails sont mis en annexe.

Comme nous le savons, l'action est en elle-même un facteur de risque. Ce qui nous amène à travailler directement avec les actions.

La représentation graphique des trois actions déjà présentée dans l'analyse technique nous montre que l'évolution de ces trois actions présente des sauts haussiers et baissiers.

Le graphique des rendements de l'action ADH sont présentés comme suit :

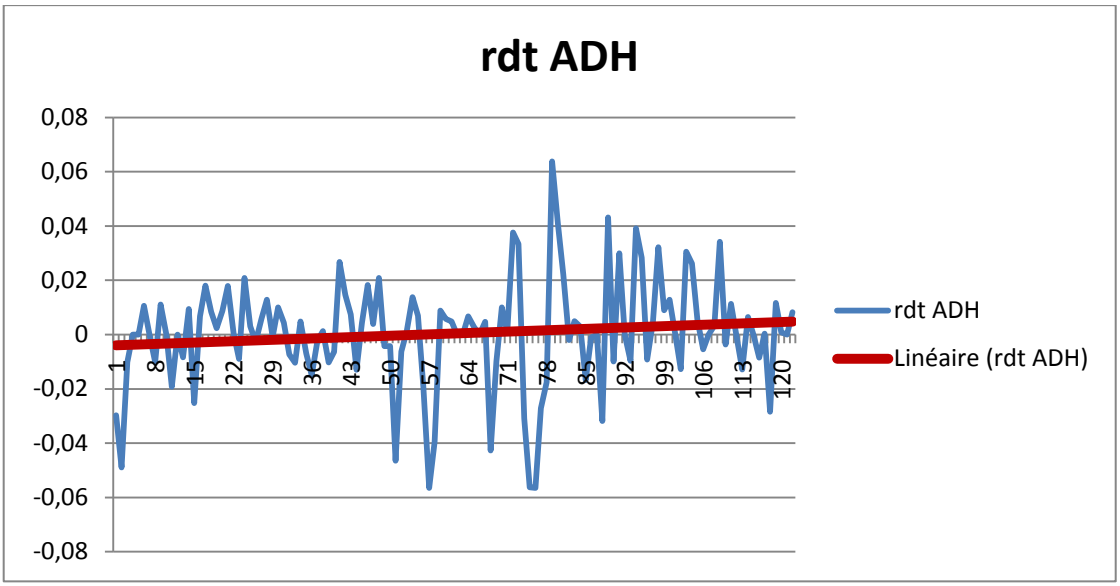


Figure 11 : évolution et tendance du rendement de l'action ADH

L'évolution du taux de rendement de l'action ADH présente une tendance avec un bruit autour. Le même constat est déduit pour les deux autres actions.

Le rendement suit alors un mouvement brownien arithmétique:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

où μ est la dérive de la série, σ son écart-type et $dz = \varepsilon\sqrt{dt}$ tel que $\varepsilon \sim N(0,1)$ et où dt désigne un petit intervalle de temps, encore désigné par «pas».

En effet, si l'équation différentielle stochastique du prix de l'action se conforme à un mouvement brownien géométrique ($dS = \alpha S dt + \sigma S dz$), alors le prix de l'action suit une loi lognormale. Et si tel est le cas, le logarithme de S suit une loi normale, en d'autres termes le rendement de l'action suit une loi normale ce qui n'est pas le cas (puisqu'on a rejeté l'hypothèse de normalité des rendements selon le test de Jarque Bera).

Par analogie à ce que nous avons appliqué dans la méthode paramétrique, nous allons voir comment superposer aux processus stochastiques classiques, qui reposent sur la distribution normale, un processus de Poisson de manière à prendre en compte les troisième et quatrième moments de la distribution des rendements.

<u>Suggestion de Levy(1999):</u>

Pour expliquer la non normalité dans l'équation du mouvement brownien géométrique, Levy suggère l'ajout du processus de Poisson de paramètre λ (nombre moyen de sauts sur la période d'évaluation). En effet, ce processus permet de superposer au mouvement brownien géométrique, qui repose sur la distribution normale, un processus qui rend la distribution des rendements leptocurtique et asymétrique. Ce dernier processus est associé aux événements rares qui occasionnent des sauts.

L'équation du mouvement brownien avec sauts devient :

$$dS = S\,(\mu\, dt + \sigma\, dz\ ) + (J - 1)\, S\, dq + (K - 1)\, S\, dw$$

tels que les variables dq et dw suivent chacun un processus de Poisson (λ). J entre 0 et 1 pour faire référence aux sauts négatifs, alors que K est supérieur à 1pour les sauts positifs. Ces deux processus de sauts sont supposés indépendants l'un de l'autre.

1.5.2. La démarche du Calcul de la VaR

Estimation des paramètres :

Avant de procéder à la simulation des cours suivant le mouvement brownien géométrique, il faut estimer les paramètres nécessaires pour pouvoir programmer cette simulation sur vba excel.

Les moyennes et les variances des trois actions sont estimées par la méthode du maximum de vraisemblance sur les rendements journaliers des cours, grâce à Eviews (voir annexe9).

On trouve les valeurs suivantes :

Tableau 4 : *estimation des moyennes et variances pour les trois actions*

	MOYENNE	ECART-TYPE
IAM	**0,001216367**	**0,009542598**
ADI	**0,000130298**	**0,009817988**
ADH	**-0,0000721534**	**0,020201051**

λ est fixé au nombre de sauts qu'on a depuis les données utilisées et on trouve, grâce à un mode de calcul sur excel par solver, la valeur : 1.5, 1.33 et 1.41 qui représentent le nombre moyen de sauts durant l'année de calcul respectivement pour l'IAM, l'ADI et l'ADH. La méthode consiste à déterminer la valeur de λ par la résolution du problème de minimisation des écarts entre les valeurs réelles et celles simulées du taux de change en considérant une valeur de départ pour λ.

Etapes de calcul :

La simulation des cours suivant le processus stochastique du brownien géométrique a été implémentée sur excel via l'outil vba (voir programme en annexe10).Il suffit ensuite de suivre les étapes :

- On calcule le vecteur des rendements $R^{[j]}$ à la date j qui suit le processus stochastique du brownien arithmétique
- On calcule par la suite la valeur du portefeuille pour chaque vecteur de rendement simulé et ceci en utilisant la formule suivante :

$L^{[j]} = W_t^T * R^{[j]} * K_t$; Avec W_t^T : le vecteur transposé des poids à t et Kt : la valeur du Portefeuille à t (date de calcul de la VaR).

- On estime enfin le quantile d'ordre α de la même façon que la méthode de simulation historique.

1.5.3. Application de la VaR Monte Carlo au portefeuille

Pour un seuil de 99%, la perte maximale à atteindre pour le portefeuille pour le 29/03/2010 est telle que :

- sous l'hypothèse de normalité :

Qt	4000	4550	10000
scénario	ADH	ADI	IAM
0	112,75	749,27	144,17
1	113,91	752,82	144,27
2	113,74	756,06	144,93
3	114,42	751,61	146,02
4	115,42	748,91	146,76
5	113,51	744,23	146,22
6	109,98	747,13	144,74
7	111,40	751,72	145,29
8	110,76	752,15	146,54
9	110,31	749,18	146,76
10	111,25	751,14	148,34
11	114,94	753,12	151,81
12	116,71	753,56	150,02
13	115,55	742,94	150,16
14	116,37	744,97	150,37

simuler

la valeur du Portefeuille
5301942,22
5323619,13
5344273,63
5337688,14
5336845,09
5302467,36
5286715,53
5318804,08
5330734,46
5317595,18
5346092,87
5404538,45
5395766,10
5344202,11
5358825,85

Calcul de la VaR MC à 1 jour

la valeur du Portefeuille	P&L	trié P&L trié
5301942,22		
5323619,13	-44507,78	-154942,78
5344273,63	-22830,87	-150635,50
5337688,14	-2176,37	-150467,36
5336845,09	-8761,86	-149673,55
5302467,36	-9604,91	-146967,20
5286715,53	-43982,64	-146615,52
5318804,08	-59734,47	-143650,26
5330734,46	-27645,92	-143262,73
5317595,18	-15715,54	-142878,20

VaR 99%	142 541 ,37

Figure 12: Etapes de calcul de la VaR Monte Carlo

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**142 541 ,37**

- sous l'approximation de Levy

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**251 947**

De même que ce qu'on a vu à la méthode paramétrique, la VaR de Levy est supérieure à celle de la VaR Monte Carlo sous l'hypothèse de normalité. En effet, la première tient compte des queues des distributions.

2. Calcul de la VaR du portefeuille obligataire « bons de trésor »

2.1. Caractéristiques générales

Il s'agit d'un type d'obligations. Celles-ci sont des valeurs mobilières, plus précisément des titres de créance représentatifs d'emprunts. Les bons de trésor sont des obligations à coupons annuels émises par l'Etat.

- ***Obligation à coupons*** : actif financier correspondant à un prêt qui donne droit, en retour, à la perception d'intérêts qu'on appelle « coupons » et au remboursement à l'échéance du prêt.Cet instrument possède les caractéristiques suivantes :

- ***Nominal*** : tous les titres obligataires, quels qu'ils soient, représentent une créance sur l'émetteur. La valeur de cette créance est le montant nominal inscrit sur le titre. C'est ce montant, appelé encore « valeur faciale » ou « principal », que l'emprunteur devra rembourser au détenteur du titre.

- ***Le coupon*** : l'intérêt payé par l'émetteur rémunère périodiquement le service rendu par le prêteur. Les sommes versées sont calculées en multipliant le nominal du titre par le taux d'intérêt nominal, encore appelé « taux nominal » ou « taux facial ».

- ***La périodicité*** : la périodicité du coupon est importante pour apprécier un titre. Deux raisons justifient cette importance : Une périodicité courte accroît, toutes choses étant égales par ailleurs, le rendement. En effet, une obligation qui verse des coupons semestriels permet un réinvestissement plus rapide des sommes perçues. Une périodicité annuelle du coupon accroît le montant des intérêts courus que l'acheteur doit rembourser au vendeur.

- ***La maturité*** : la maturité ou la durée de vie d'un titre obligataire est la période de temps qui sépare une date donnée (celle d'émission), et l'échéance finale.

- ***Obligation zéro-coupon*** :Une obligation zéro-coupon est une obligation qui donne lieu à deux flux financiers seulement : un flux initial, et un flux final de remboursement. En d'autres termes, elle ne donne lieu à aucun détachement de coupon intermédiaire. Les obligations à coupons peuvent être décomposées en un ensemble d'obligations zéro-coupon ; décomposition facilite la valorisation de ces instruments.

Un taux Zéro Coupon **:** c'est le taux actuariel d'une obligation zéro-coupon. . En effet, le taux zéro-coupon constitue le taux de rendement actuariel d'une obligation à coupon zéro ; donné par l'équation suivante :

$$P = \frac{C + N}{(1 + {y_t}^{zc})^t}$$

Avec : C : le coupon de l'obligation

N : le nominal de l'obligation

${y_t}^{zc}$: le taux in fine de l'obligation zéro-coupon de maturité t

P : le prix ou la valeur actuelle de l'obligation zéro-coupon

t : la durée restante de la date de la valorisation à l'échéance.

- ***Taux de rendement actuariel*** *:* Le taux de rendement actuariel est le taux d'intérêt composé utilisé pour calculer l'équivalent dans le futur de la valeur actuelle d'une somme reçue ou payée.

- ***Taux in fine*** *:* Le taux in fine est le taux de rendement actuariel d'une obligation à coupons. En effet, cette dernière peut être valorisée à l'aide de ce taux selon l'équation suivante :

$$P = \frac{C}{(1 + y_i)} + \frac{C}{(1 + y_i)^2} + \frac{C}{(1 + y_i)^{i-1}} + \cdots + \frac{C}{(1 + y_i)^{i-1}} + \frac{C + N}{(1 + y_i)^i}$$

Avec y_i : le taux in fine de l'obligation à coupons de maturités i.
P : le prix ou la valeur actuelle de l'obligation à coupons.
N : le principal ou le nominal de l'obligation à coupons.
C : le coupon.

- ***Taux court :*** Taux déterminé sur le marché monétaire à court terme (entre un jour et 2 ans). Généralement, on prend le TMP (taux moyen pondéré) ou taux jj (au jour le jour).

Pour valoriser les bons de trésor, on travaillera avec les taux zéro-coupons au lieu des taux in fine pour faciliter les calculs et se fait de la manière suivante :

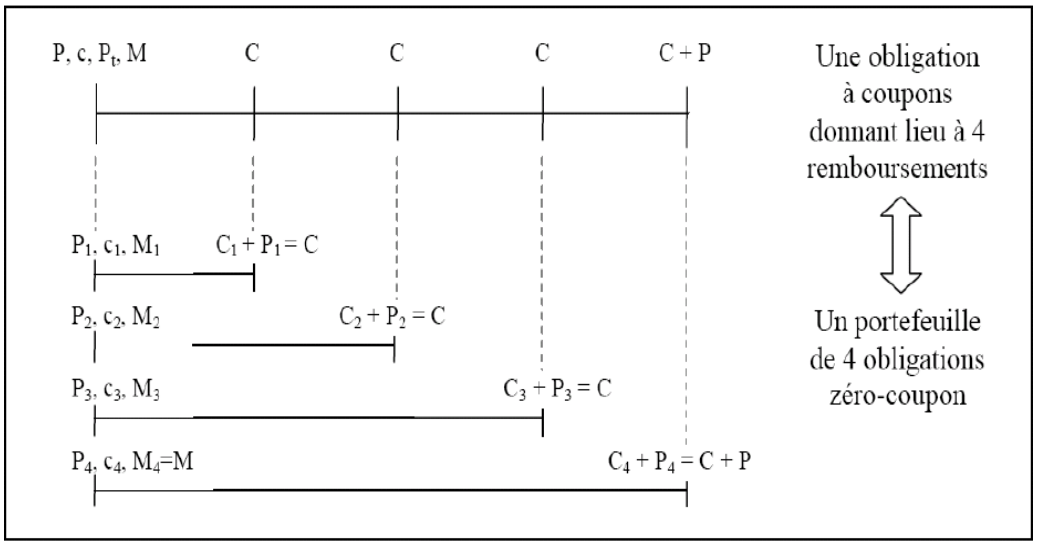


Figure 13 : *Transformation d'une obligation à coupons en obligations zéro-coupon*

2.2. Présentation des données de la banque

Le portefeuille fourni par la banque contient 1500 bons de trésor de valeur faciale 100 000 DH, au taux 3,40%, sur 52 semaines et émis au 24/08/2009.

Les données nécessaires à ce type d'obligations correspondent au taux d'intérêt journalier, seul facteur de risque des obligations car la volatilité des taux influence le prix de l'obligation. Dans notre cas, vu que la durée restante est de 0,40 an, nous allons considérer les variations des taux zéro-coupons 13 et 26 semaines comme les deux facteurs de risque de ce type d'actifs. Ceux-ci ne sont pas fournis par le site de Bank Al Maghrib, nous avons été amenés à les calculer par interpolation linéaire des taux de référence des Bons de Trésor (courbe des taux) présentes sur le site de la banque centrale. (voir annexe11)

Analyse du taux zéro-coupons marocain :

Le taux zc utilisé est le taux d'intérêt de mâturités 13, 26, 52 semaines, 2, 3, 5, 10 et 15ans. Pour ce faire, nous avons considéré la période de 6ans allant du 02/01/2004 au 22/03/2010 .

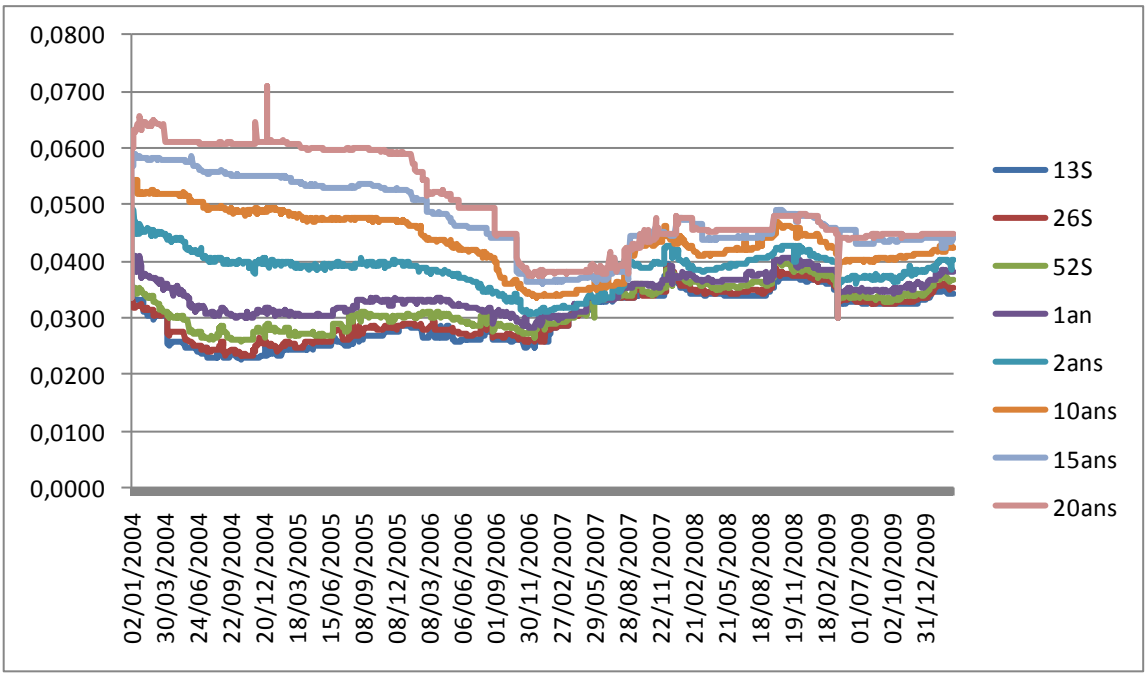


Figure 14 : Evolution du taux ZC marocain

La structure des taux d'intérêt est croissante avec la maturité : la courbe d'évolution du taux 20ans est au dessus de toutes les autres suivis de celle du taux 15ans, et ainsi de suite jusqu'à la courbe d'évolution du taux 13 semaines. Mais ceci n'empêche qu'on remarque quelques exceptions.

On remarque aussi qu'il y a une forte corrélation entre les différentes courbes. En effet, la matrice des covariances/variances est donnée par Excel comme suit :

Tableau 5 : *matrice de variances/variances des taux ZC de différentes maturités*

matrice var-covar	13S	26S	52S	1an	2ans	10ans	15ans	20ans
13S	1,96424E-05	1,8336E-05	1,58662E-05	1,1726E-05	2,37388E-06	-6,72453E-06	-1,26523E-05	-2,13537E-05
26S	1,8336E-05	1,7525E-05	1,7525E-05	1,7525E-05	1,7525E-05	1,7525E-05	1,7525E-05	1,7525E-05
52S	1,58662E-05	1,7525E-05	1,37628E-05	1,37628E-05	1,37628E-05	1,37628E-05	1,37628E-05	1,37628E-05
1an	1,1726E-05	1,7525E-05	1,37628E-05	9,30407E-06	9,30407E-06	9,30407E-06	9,30407E-06	9,30407E-06
2ans	2,37388E-06	1,7525E-05	1,37628E-05	9,30407E-06	1,09134E-05	1,09134E-05	1,09134E-05	1,09134E-05
10ans	-6,72453E-06	1,7525E-05	1,37628E-05	9,30407E-06	1,09134E-05	2,50355E-05	2,50355E-05	2,50355E-05
15ans	-1,26523E-05	1,7525E-05	1,37628E-05	9,30407E-06	1,09134E-05	2,50355E-05	3,97229E-05	3,97229E-05
20ans	-2,13537E-05	1,7525E-05	1,37628E-05	9,30407E-06	1,09134E-05	2,50355E-05	3,97229E-05	6,93745E-05

2.3. Méthode paramétrique

2.3.1. Vérification des hypothèses

Là encore la linéarité *parait intuitive du fait de la relation de valorisation du bon du trésor ci-dessus.*

Vérification de l'hypothèse de stationnarité

Toujours grâce au test de Dickey-Fuller sur E-views, nous obtenons les résultats suivants :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-15.05534	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.000708	
	5% level	-3.430572	
	10% level	-3.138884	

Figure 15 : *test de Dickey-Fuller appliqué au taux zc 13semaines*

La valeur absolue de la statistique (15.05534) est supérieure à la valeur critique pour les trois niveaux de confiance, à savoir 99%, 95% et 90%. On en déduit qu'on doit rejeter l'hypothèse nulle H0. Nous en déduisons alors que la série des variations du taux d'intérêt sur 13 semaines est stationnaire .

De même, obtient la même conclusion concernant le taux zc sur 26 semaines. Les résultats étant les suivants :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-15.10176	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.000708	
	5% level	-3.430572	
	10% level	-3.138884	

Figure 16 : *test de Dickey-Fuller appliqué au taux zc 26 semaines*

Vérification de l'hypothèse de normalité

Le test de Jarque Bera par E-views sur les variations des taux zc nous donne :

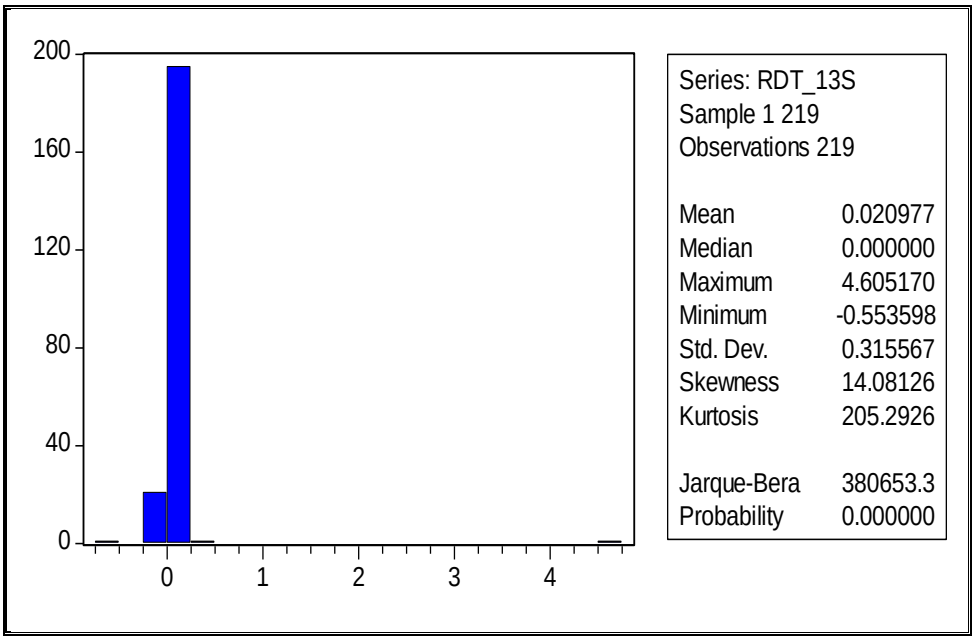


Figure 17 : *Test de Jarque-Bera pour les variations du taux Z-C 13semaines*

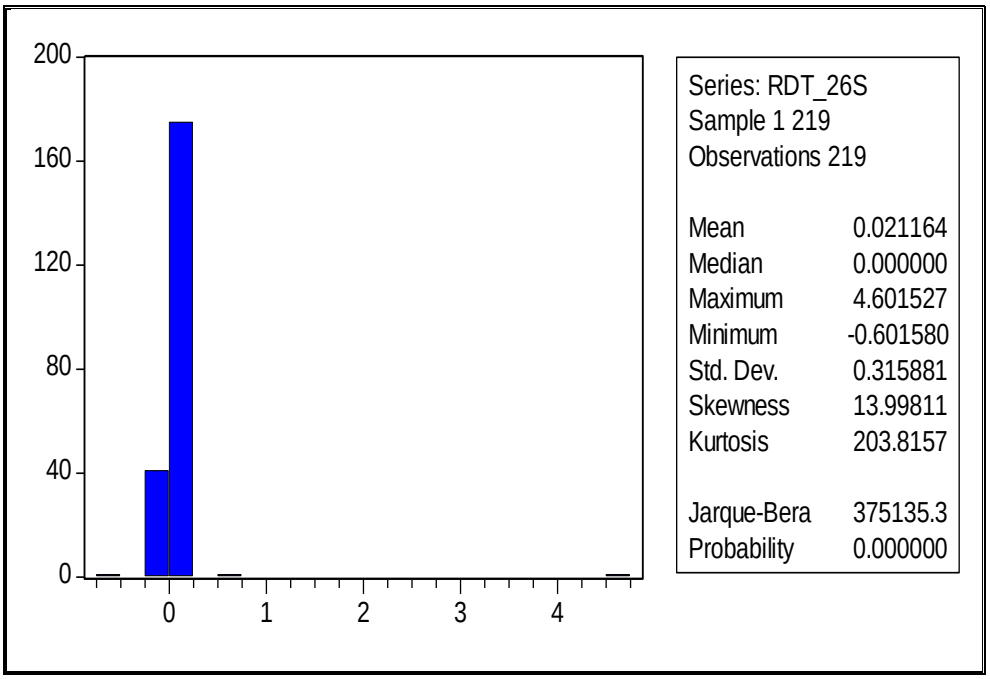


Figure 18 *: test de Dickey-Fuller appliqué au taux zc 26semaines*

La statistique de Jarque Bera est égale à 380653.3 pour le taux z-c 13 semaines et à 375135.3 pour celui de 26semaines, ce qui est donc fortement supérieure à la valeur critique égale 5,9915 (chi-deux à deux degrès de liberté) . La statistique de Jarque-Bera nous incite à penser alors à ce que la distribution des rendements de notre portefeuille dévie fortement de la normale.

Nous allons corriger, de la même manière vue pour les actions, la normalité de la distribution par l'expansion de Cornish-Fisher VaR.

2.3.2. Etapes de calcul de la VaR paramétrique

Estimation de la volatilité

La matrice de la variance covariance est donnée par Excel qu'on présente sous la forme du tableau suivant :

Tableau 6 : matrice variances/covariances des taux 13 et 26 semaines

var-covar	Tx zc 13S	Tx zc 26S
Tx zc 13S	7,58002E-07	9,21491E-07
Tx zc 26S	9,21491E-07	1,21335E-06

Ainsi que le vecteur des poids est fourni sous forme du tableau suivant :

Vecteur des poids	poids
Tx zc 13S	**0,4**
Tx zc 26S	**0,6**

Au fait, on fait comme si on duplique l'obligation de durée résiduelle t_k en des obligations zéro-coupons de maturités ti et t_j, tel que $t_i<t_k<t_j$. De ce fait, on obtient une quantité d'obligations zéro-coupons de 13semaines w_i et une autre pour 26semaines w_j, par la formule : $w_i = \frac{j-k}{j-i}$ et $w_j = \frac{k-i}{j-i}$.

⇨ Dans notre cas, on obtient : $w_{13s} = 0,4$ et $w_{26s} = 0,6$ *(avec : j=0.5, k = 0.4, i = 0,25)*

Une fois ces éléments déterminés, on peut appliquer la formule de la VaR paramétrique.

Cependant, là encore l'hypothèse de la normalité n'étant pas validée, on recourt à l'expansion de la Cornish-Fisher VaR. En tenant compte du troisième et quatrième moment du rendement de chaque taux, on appliquera la formule comme ce qui a été déjà fait pour le portefeuille « action ».

2.3.3. Application de la VaR paramétrique au portefeuille

Ainsi, la perte maximale à atteindre pour le portefeuille obligataire le 30/04/2010 est telle que :

- sous l'hypothèse de normalité :

SÉANCE	***VaR en DH***
29/04/2010	**720 582,18**

- sous l'approximation de Cornish-Fisher :

SÉANCE	***VaR en DH***
29/04/2010	**996 750,32**

Ceci veut dire que la perte maximale, sous l'hypothèse de normalité, à atteindre le 30/04/2010 pour le dit portefeuille est de **720 582,18** DH pour 1% de chances. Par contre, la perte de Cornish-Fisher est plus élevé puisqu'on tient compte de la queue de la distribution.

2.4. Application de la VaR historique

Comme ce qui a été déjà présenté et appliqué dans ce qui précède, nous allons commencer par tester l'hypothèse permettant d'utiliser la méthode historique. Celle-ci étant déjà vérifiée afin d'appliquer la méthode analytique, nous allons passer directement à l'application de la méthode historique sur le portefeuille obligataire.

2.4.1. Taux zéro-coupons

Les données étant les taux zc 13 et 26 semaines pour la période allant du 29/03/2009 au 29/03/2010, nous allons calculer les possibilités d'évolution du portefeuille pour demain (le 30/03/2010) en supposant que les facteurs vont évoluer entre aujourd'hui et demain de la même manière qu'entre le jour i -1 et le jour i (i allant du 29/03/2009 au 29/03/2010).

2.4.2. Calcul de la VaR historique

Une fois la valeur du « portefeuille bons du trésor » est obtenu pour chaque scénario, nous utilisons la même procédure expliquée plus haut, et nous obtenons nos résultats de la VaR historique au seuil de confiance 99% comme suit :

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**951 054,38**

On obtient le montant 951 054,38 DH, ce qui correspond à la perte maximale que la salle des marchés peut subir d'ici le lendemain (au 30/03/2010) à 1% de chances. En d'autres termes c'est le montant maximal qu'elle ne doit dépasser sinon la banque risque de perdre beaucoup d'argent.

2.5. Application de la VaR Monte Carlo

Etant donné que le facteur de risque du portefeuille obligataire est la variation des taux zéro-coupons, nous allons simuler les deux taux zéro-coupons 13 et 26 semaines.

De meilleurs résultats peuvent être obtenus en étudiant la structure par termes des taux d'intérêt pout trouver le processus stochastique adéquat. En effet, la génération de la courbe des taux marocaine passe nécessairement par l'étude de la structure par terme des taux d'intérêt.

2.5.1. Structure par termes des taux d'intérêt

La structure par termes des taux d'intérêt décrit à un instant donné comment varient les taux d'intérêt en fonction de l'échéance. Son objectif ultime est de comprendre la relation entre la valeur présente d'un paiement à recevoir et la date à laquelle ce paiement sera reçu.
Par la suite, nous considérerons toujours des taux zéro coupon quitte à considérer tout bon à coupons comme la somme de plusieurs bons zéro coupons d'échéances coïncidant avec les dates de paiement des coupons.
L'objectif serait donc l'estimation à un instant t de la fonction R(t,T) avec R(t,T) le taux zéro-coupons de maturité T à l'instant t.

Les modèles de structure par termes des taux d'intérêt se divisent en deux grandes familles : les **modèles d'équilibre général** ; c'est-à-dire l'équilibre économique traditionnel défini par l'égalité de l'offre et de la demande sur chacun des actifs échangés. Il permet donc de prendre en compte les caractéristiques de l'économie et, en particulier, les préférences individuelles.

Et les **modèles d'arbitrage** qui se basent sur l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage[1]. Sous cette hypothèse, le seul critère pertinent pour déterminer la valeur d'un titre est la nature de l'assurance qu'il procure indépendamment des préférences des agents. Les modèles d'arbitrage se divisent en des *modèles probabilistes* qui établissent un lien entre la notion d'absence d'opportunité d'arbitrage et le concept probabiliste de martingale[2] substituant ainsi, pour la détermination de la courbe des taux, la résolution d'une équation différentielle à un calcul d'espérance mathématique, et en des *modèl[1]es d'arbitrage classique* qui se basent sur des équations différentielles.

[1]On dit qu'il y a absence d'opportunité d'arbitrage sur un marché financier lorsqu'il est impossible de mettre en œuvre, sans apport initial, une stratégie d'investissement conduisant de façon certaine à un gain positif

[2]Une variable aléatoire est une martingale pour une mesure de probabilité donnée si sa valeur à l'instant t est égale à l'espérance mathématique de son flux terminal, conditionnellement à l'information disponible en t

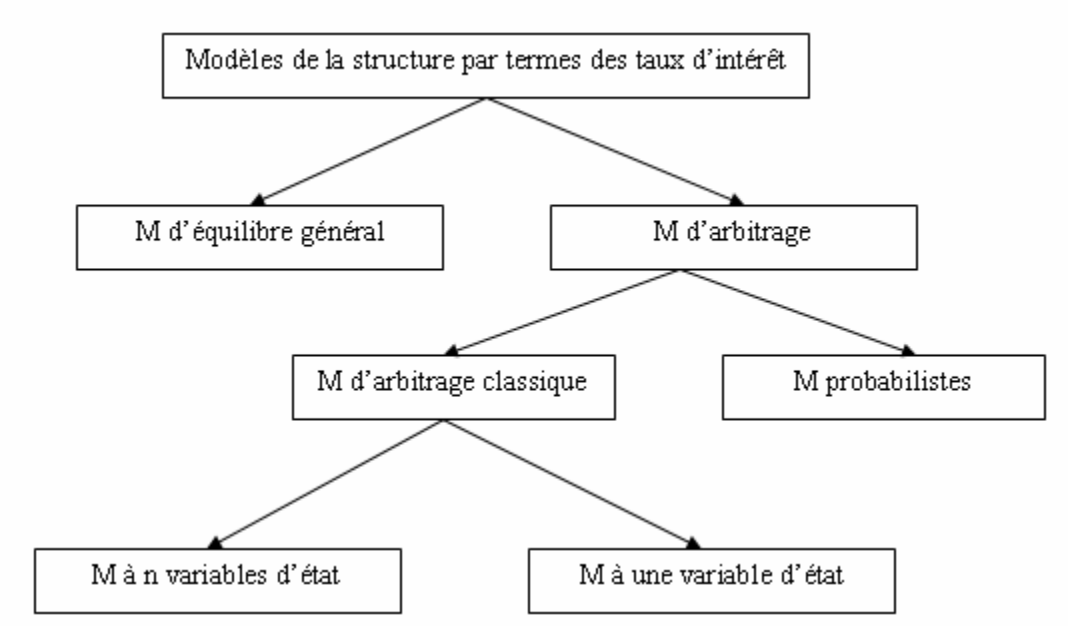


Figure 19 : *Schéma des modèles de la structure par terme des taux d'intérêt*

Le problème essentiel dans l'étude de la structure par termes des taux d'intérêt est la détermination des sources de risque ou d'incertitude. Ils existent donc des modèles à plusieurs variables d'état (taux à court terme, volatilité des taux,…) et des modèles à une seule variable d'état (taux à court terme).
Nous nous sommes limités à ajuster le modèle à une seule variable d'état qui est le taux court terme, qu'on note r_t .

2.5.2. Modélisation du taux court r_t

Il s'agit des taux moyens pondérés (TMP) ; c'est-à-dire des taux au jour le jour du marché monétaire (*money market*). Les données étant fournies par BAM, nous passons directement à leur modélisation comme ce qui suit.

Contrairement aux taux de rendement des actions, les taux d'intérêt ne prennent pas

des valeurs négatives. Une forme générale pour le processus stochastique suivi par un taux d'intérêt s'énonce comme suit:

$$dr_t = (\alpha + \beta\, r_t)\, dt + \sigma\, r_t^{\gamma}\, dWt$$

Les coefficients α et β caractérisent la dérive, σ est le paramètre de volatilité instantanée, alors que la constante γ mesure la sensibilité de la volatilité au niveau du taux d'intérêt instantané r_t. En imposant des restrictions sur le groupe de paramètres (α, β , σ , γ), on obtient une grande diversité de modèles de taux d'intérêt, dont on a présenté les plus connus sous forme du tableau suivant :

Tableau 7 : *modèles des taux d'intérêt*

Modèle	$\alpha\beta$	α	γ	***Restrictions***
Merton		0	0	
Vasicek			0	$\alpha > 0$
Cox-Ingersoll-Ross			0,5	$\alpha > 0 et\ 2\alpha\beta \geq \sigma^2$
Dothan	0	0	1	
Brennan Schwartz			1	$\alpha > 0\ et\ \alpha\beta > 0$

Notre choix s'est basé sur le modèle de Vasicek, et ce pour deux avantages majeurs :

- ✓ Le modèle est à un facteur simple à comprendre d'un point de vue théorique.
- ✓ Le modèle admet une discrétisation exacte.

Ce dernier point facilite beaucoup l'estimation des paramètres du processus des taux.

Rappelons que le modèle de Vasicek est basé sur le processus d'Ornstein-Uhlenbeck et s'écrit sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dw_t}$$

Nous utiliserons la version discrète du processus, initialement donnée par Gourièroux et Monfort (1993):

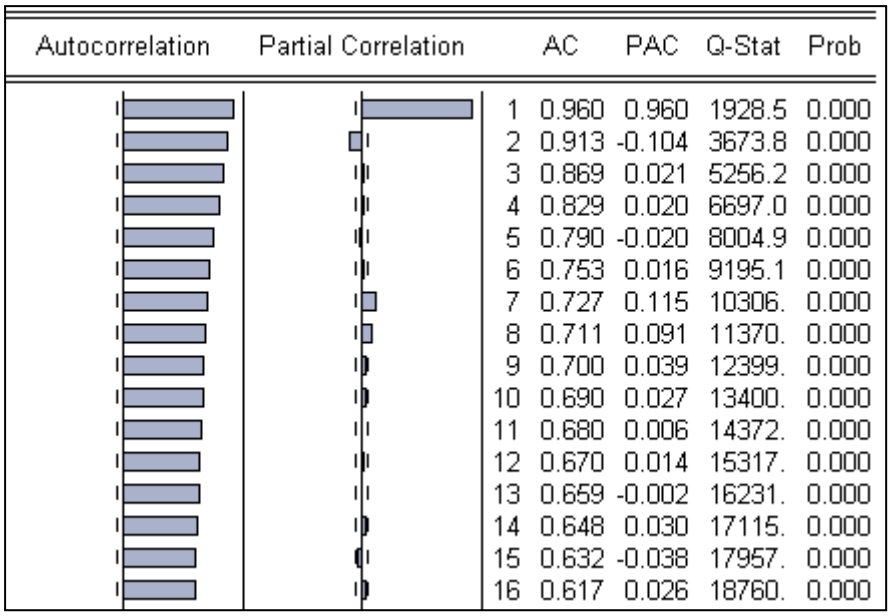
$$r_{t+\delta} = r_t e^{-a\delta} + b\left(1 - e^{-a\delta}\right) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2a\delta}}{2a}}\,\varepsilon$$

Où :

ε est une variable aléatoire de loi normale centrée réduite.

δ est le pas de discrétisation retenu.

Le diagramme des autocorrélations partielles, indiquera un pas de discrétisation de l'ordre de 1.



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.960	0.960	1928.5	0.000
		2	0.913	-0.104	3673.8	0.000
		3	0.869	0.021	5256.2	0.000
		4	0.829	0.020	6697.0	0.000
		5	0.790	-0.020	8004.9	0.000
		6	0.753	0.016	9195.1	0.000
		7	0.727	0.115	10306.	0.000
		8	0.711	0.091	11370.	0.000
		9	0.700	0.039	12399.	0.000
		10	0.690	0.027	13400.	0.000
		11	0.680	0.006	14372.	0.000
		12	0.670	0.014	15317.	0.000
		13	0.659	-0.002	16231.	0.000
		14	0.648	0.030	17115.	0.000
		15	0.632	-0.038	17957.	0.000
		16	0.617	0.026	18760.	0.000

Figure 20 : *Corrélogramme du TMP*

L'estimation des paramètres du modèle s'effectue en régressant la série des taux sur la série décalée d'une période. Ce qui donne l'équation suivante :

$$\boldsymbol{r_{t+1} = r_t e^{-a} + b(1 - e^{-a}) + \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2a}}{2a}}\,\varepsilon}\ ; \qquad \text{assimilable à}$$

$$\boldsymbol{r_{t+1} = \alpha + \beta r_t + \sigma_1 \varepsilon}$$

Avec comme liaison, les paramètres initiaux :

$$\alpha = b(1 - e^{-a}) \qquad \beta = e^{-a} \qquad \sigma_1 = \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2a}}{2a}}$$

L'estimation des paramètres du modèle par Eviews nous donne les résultats suivants :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TMP(-1)	0.961210	0.006063	158.5277	0.0000
C	0.001159	0.000185	6.260923	0.0000
R-squared	0.923289	Mean dependent var		0.029997
Adjusted R-squared	0.923252	S.D. dependent var		0.005674
S.E. of regression	0.001572	Akaike info criterion		-10.07225
Sum squared resid	0.005158	Schwarz criterion		-10.06685
Log likelihood	10527.50	F-statistic		25131.02
Durbin-Watson stat	1.797757	Prob(F-statistic)		0.000000

Figure 21 : *Estimation des paramètres du Modèle de Vasicek*

Les paramètres sont significatifs (p-value égale à 0 ce qui inférieur à 5%)

et R^2 = 92,33% (ce qui signifie que le TMP(-1) explique 92,33% du TMP pour ce modèle). on trouve :

$\alpha = b(1 - e^{-a})$ = 0.00115908 ; $\beta = e^{-a}$ =0,96232534 ; $\sigma_1 = \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2a}}{2a}}$ = 0,02086336

Le modèle est : $\boldsymbol{r_t = 0.001159087882 + 0.9623253496 * r_{t-1} + 0,02086336 * \varepsilon_t}$

Le taux à court terme rt suivant le modèle de Vasicek nous permet de trouver toute la structure des taux d'intérêt (la courbe des taux) via la formule suivante :

$$\boldsymbol{R(t,T) = -\frac{1}{T-t}\left[\frac{1}{a}\left(e^{-(T-t)a} - 1\right)r(t) + \frac{\sigma^2}{4a^3}\left(1 - e^{-2(T-t)a}\right) + \frac{1}{a}\left\{b - \frac{\lambda}{a} - \frac{\sigma^2}{a^2}\right\}\left(1 - e^{-(T-t)a}\right) - \left\{b - \frac{\lambda}{a} - \frac{\sigma^2}{2a^2}\right\}(T-t)\right]}$$

Avec : $\lim_{T\to t} R(t,T) = r_t$; $\lim_{T\to\infty} R(t,T) = b - \frac{\lambda}{a} - \frac{\sigma^2}{2a^2}$

Et où λ désigne la prime unitaire de risque de taux d'intérêt. C'est la prime unitaire offerte pour le risque engendré par les fluctuations imprévues du taux court. . La

méthode consiste à déterminer la valeur de λ par la résolution du problème de minimisation des écarts entre les valeurs réelles et celles simulées du taux en considérant une valeur de départ pour λ. Nous supposons par la suite que cette prime est nulle pour faciliter les calculs. La formule devient :

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t}\left[\frac{1}{a}\left(e^{-(T-t)a}-1\right)r(t) + \frac{\sigma^2}{4a^3}\left(1-e^{-2(T-t)a}\right) + \frac{1}{a}\left\{b-\frac{\sigma^2}{a^2}\right\}\left(1-e^{-(T-t)a}\right) - \left\{b-\frac{\sigma^2}{2a^2}\right\}(T-t)\right]$$

N.B : *la démonstration de la formule de la structure par termes des taux est mise en annexe.*

En remplaçant maintenant les paramètres par leurs valeurs estimées

$$R(t,T) = 0,02784 - \frac{1}{T-t}\left[0,061\left(e^{-0,0384(T-t)}-1\right)r(t) + 0,0036\left(1-e^{-0,0768(T-t)}\right)\right]$$

2.5.3. Calcul de VaR du portefeuille

Les taux étant simulés grâce à la formule présentée de la structure par termes des taux, nous appliquons ce qu'on a vu pour la méthode historique et nous obtenons que pour un seuil de 99%, la perte maximale à atteindre pour le portefeuille pour le 29/03/2010 est 724 014,4909 DH.

SÉANCE	***VaR en DH***
29/03/2010	**724 014,49**

3. Calcul de la VaR du portefeuille « contrat à terme sur change »

3.1. Caractéristiques

Le marché de change est un marché virtuel où s'échangent les différentes devises internationales, à un prix (cours de change) qui résulte de la loi de l'offre et de la demande.

Organisation du marché des changes : Comme toute opération de vente ou d'achat, les opérations de change nécessitent un prix. Les cotations fournissent un cours d'achat et un cours de vente permettant la réalisation de deux types d'opérations : la vente (Ask) de devise, et l'achat (Bid) de devises. Le Spread d'une cotation est la différence entre le Ask et le Bid qui ne doit pas dépasser 6%. Quand une banque cote un prix à un client, ou à une autre banque elle a comme profit le Spread.

Le change au comptant (spot) : Le marché au comptant consiste en l'achat ou la vente d'une devise contre une autre par un cambiste ou trader à un prix fixé aujourd'hui (j) et dont la livraison se fera dans deux jours (j+2).

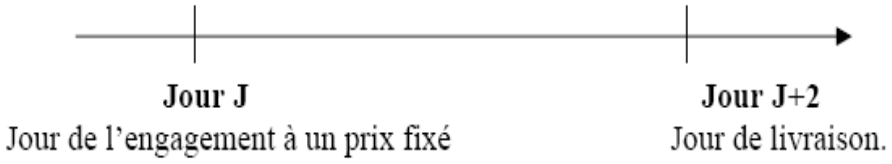


Figure 22 : *Schéma expliquant des mécanismes de fonctionnement du marché au comptant*

La livraison ne se fait pas physiquement mais simplement en débitant ou en créditant les différents comptes de chaque partie. Les taux de change applicables par les banques aux opérations en devises sont déterminés à l'intérieur des fourchettes de BAM (0.6%) à un instant donné. Le cours de change au comptant négocié comprend la commission de BAM de 2‰ sur les achats et les ventes de devises à la clientèle.

Pour se couvrir contre le risque de change dû aux fluctuations de la devise, les agents économiques utilisant des devises étrangères (notamment importateurs et exportateurs) ont souvent recours au change à terme ou « forward ».

Définition du contrat à terme sur change :Un contrat de change à terme, est un accord d'échange à une date future, d'un montant dans une devise donnée contre un autre libellé dans une autre devise, à un cours de change fixé d'avance.

Dans le cas d'un achat à terme d'une devise 1 contre une devise 2 est équivalent à :

- Un emprunt en devise 2;
- Un achat spot de la devise 1 contre la devise 2;
- Un placement de la devise 1.

Ceci dit, à l'échéance, le cours à terme de la transaction capitalisé doit financer l'emprunt. On peut voir ceci depuis le tableau suivant, en faisant un raisonnement par rapport à la banque :

Flux	A l'instant t	A l'échéance
Entrant	CT	CT * (1+T_{dev}* N/360)
sortant	CC	CC * (1+T_{MAD} * N/360)

De ce fait, l'équilibre du financement nous donne la formule suivante :

$$CT * \left(1 + T_{dev} * \frac{N}{360}\right) = CC * (1 + T_{MAD} * \frac{N}{360})$$

Dès lors, la formule générale pour le calcul du cours à terme se présente comme suit :

$$CT = CC \times \frac{1 + T_{MAD} \, x \, N / 360}{1 + T_{dev} \, x \, N / 360}$$

Avec : T_{dev} : le taux de la devise échangée

T_{MAD} : le taux d'intérêt en dirham

N : le nombre de jours entre la date de négociation et la date d'échéance

CC : le cours au comptant le jour de la négociation

CT : le cours à terme de la transaction

Au Maroc, L'échéance est définie dans le cadre de la circulaire de l'office des changes pour un contrat « forward » : elle est d'un an aussi bien pour les transactions commerciales que les transactions financières. L'achat ou la vente à terme de devises donne lieu à un contrat entre l'entreprise et la banque où sont précisés les points suivants :

- le montant de l'opération.
- les devises échangées à terme.
- le cours à terme retenu pour l'échange.
- l'échéance du contrat.

3.2. Données de la banque

On traitera dans ce paragraphe le cas d'un seul contrat de change à terme dont les caractéristiques sont décrites comme ce qui suit :

Contrat de change à terme		
un terme EUR/DKK à 7,442		
Trade date	Maturity date	nominal
29/03/2010	31/03/2010	1 000 000,00

Dans cette partie, nous allons mettre en pratique les différentes méthodes de calcul de la VaR au portefeuille des « contrats à terme change » qui permet d'acheter 1 M$EU dans 3 mois contre livraison de 7,442 Million de DKK.
La valeur f de ce contrat se calcule comme suit:

Prix euro/dkk	**A l'échéance**	**A l'instant t**
Marché	S	$S * \frac{1}{1+(r^{eur}*\tau)} = S_t$
D'exercice	K	$K * \frac{1}{1+(r^{dkk}*\tau)}$

Le « pay-off » (différence entre le prix du marché et le prix d'exercice) à l'instant t est : $ft = S_t - K\frac{1}{1+(r^{dkk}*_\tau)}$ telque :

ft : $prix\ forward$ $(prix\ du\ contrat\ à\ terme\ sur\ change)$ à l'instant t

St: $prix\ spot$ (taux de change du jour de la valorisation de l'EUR/DKK) à l'intant t
K: $prix\ strike$ (taux de change fixé lors de la souscription du contrat)
τ : $maturité$ du contrat change
r^{euro} : $taux\ d'intérêt\ européen\ EUR$ à $l'instant\ t$
r^{dkk}: $taux\ d'intérêt\ de\ la\ couronne\ danoise\ du\ Danemark\ et\ de\ la\ Groenland\ DKK$ à $l'instant\ t$

Les données correspondantes sont présentées comme ci-dessous :

TIMESTAMP	**EUR**	**DKK**	**EURO/DKK**	**DKK/MAD**
27/03/2009	1,47	2,50	7,4511	1 ,5
30/03/2009	1,56	2,30	7,451	1,49
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
29/03/2010	0,47	0,77	7,441	1,5

Les facteurs de risque pour ce type d'actifs sont les deux taux d'intérêt DKK (couronne dannoise de Danemerk), le taux d'intérêt (EUR) et le taux de change (EUR/MAD) ainsi que le taux de change (DKK/MAD) pour la conversion en DH. En effet, Pour garantir à l'acheteur de Danemark le versement de 1million d'euro au taux de change EUR/DKK, la banque qui a proposé l'actif met en place le montage suivant. Elle achète dès aujourd'hui sur le marché euro un zéro coupon de nominal 1 millions et d'échéance T. En T elle recevra les 1 millions d'euro et pourra ainsi livrer la quantité demandée à l'acheteur danemarkais. En contrepartie, elle recevra les 7,442 millions de DKK La valeur du contrat est ainsi en DKK, cependant la VaR se calcule en DH dans notre cas et ceci nous amène à appliquer le taux de change DKK/MAD.

3.3. Analyse des données

Le portefeuille faisant l'objet de l'étude comprend deux devises, à savoir l'EUR et le DKK. Ainsi, nous avons travaillé sur les taux d'intérêt de l'EUR, du DKK et sur le taux de change EUR/DKK. Notons que la VaR à calculer doit être en MAD. Il est donc nécessaire de convertir en DH en multipliant la dite valeur par le taux de change DKK/MAD.

Les graphiques ci-dessous représentent l'évolution de ces taux.

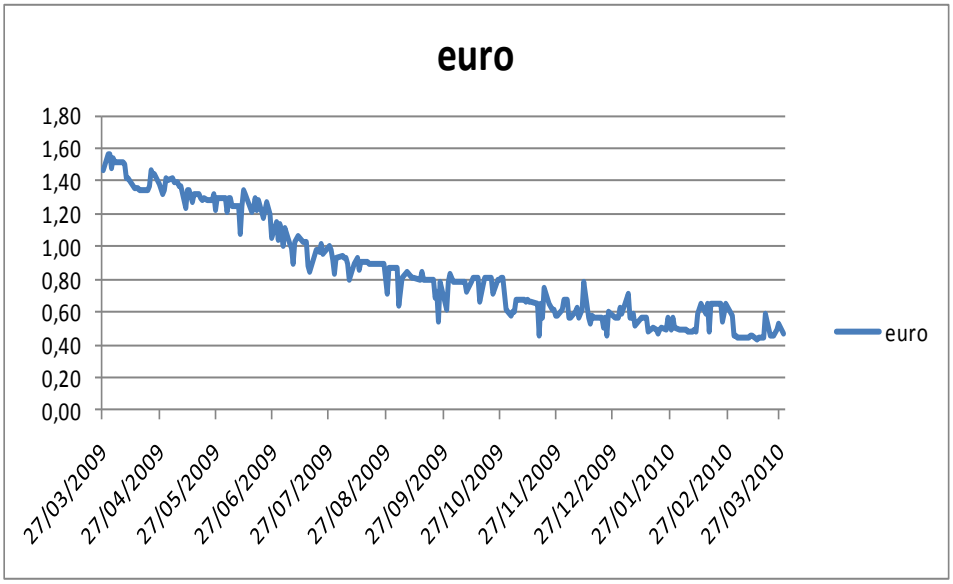


Figure 23 : *Evolution du taux EUR*

<u>Commentaire</u> : on remarque que le taux euro présente une tendance baissière.

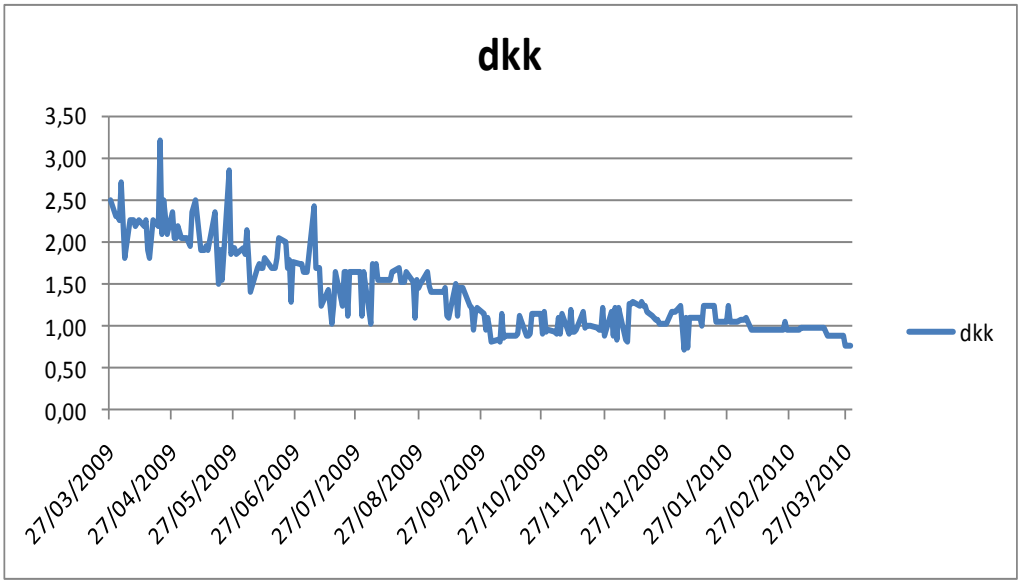


Figure 24 *: Evolution du taux DKK*

Commentaire : l'évolution est aussi baissière pour le taux DKK Remarquons que les fluctuations sont aigues; le DKK connait donc de fortes variations durant la période allant du 27/03/2009 au 27/07/2009 avant de tendre vers un état de stabilité.

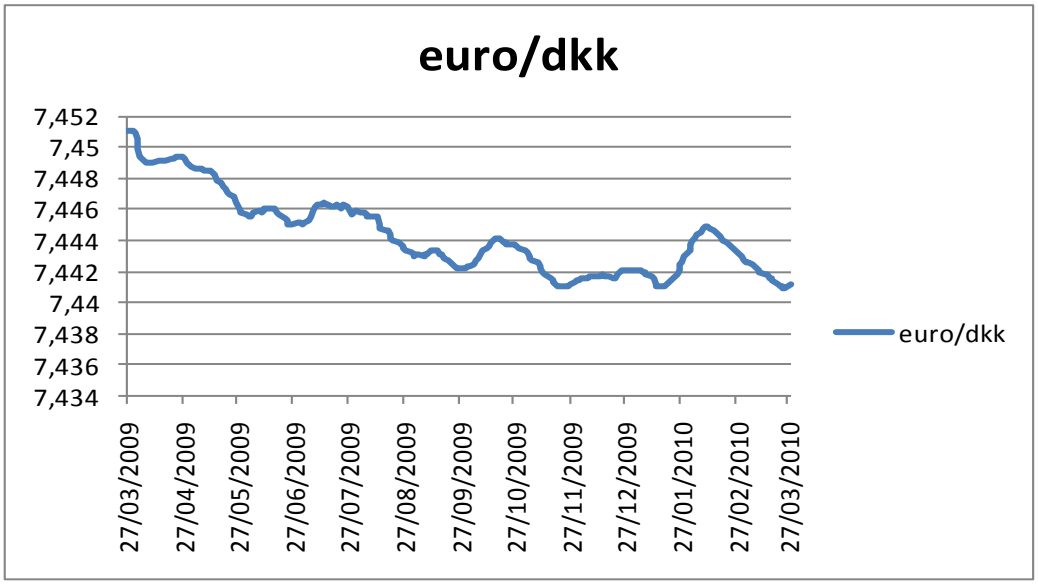


Figure 25 : *Evolution du taux EUR/DKK*

Commentaire : le taux de change est en baisse, qu'on peut expliquer cette baisse par celle des deux taux EUR et DKK.

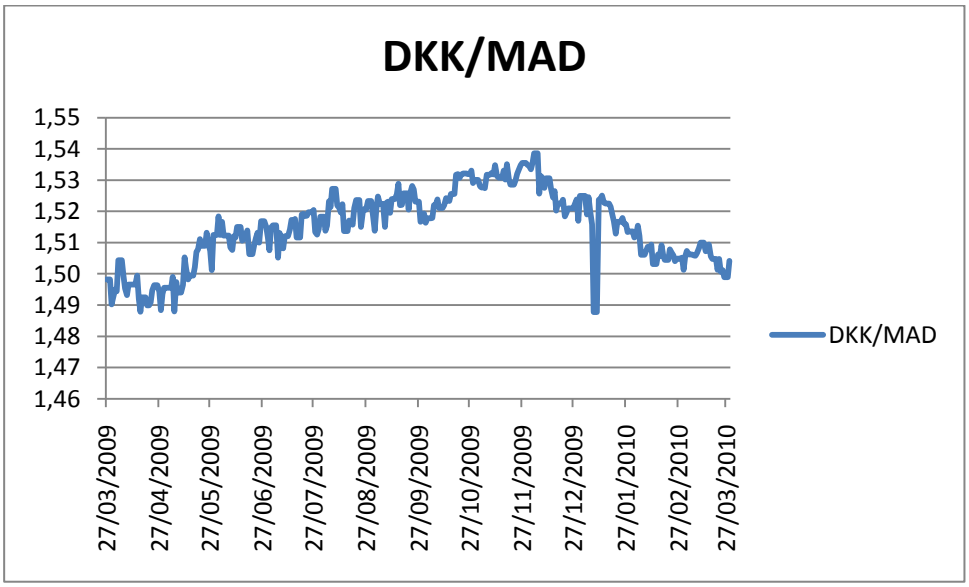


Figure 26 : *Evolution du taux DKK/MAD*

Commentaire : Par contre, l'évolution du taux de change de DKK/MAD est variable. Il est haussier durant la période allant du 27/04/2009 jusqu'au mois de novembre 2009 pour ensuite chuter, en ayant une forte baisse entre fin 2009 et début 2010.

3.4. Application de la VaR paramétrique

*De même, on peut trouver la **linéarité** de la relation entre les facteurs de risque et la valorisation du contrat de change à terme en considérant que tout modèle multiplicatif est transformable en modèle additif (Jean-Yves Gerard). La relation de la valorisation est la suivante :*

$$ft = S_t - K\frac{1}{1+(r^{dkk}{}_{*\tau})}$$

Qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$lnft = lnS_t - lnK + \ln(1 + r^{dkk} * \tau)$$

ft : $prix\ forward$ $(prix\ du\ contrat\ à\ terme\ sur\ change)$ à l'instant t

St: $prix\ spot$ (taux de change du jour de la valorisation de l'euro/dkk) à l'intant t
K: $prix\ strike$ (taux de change fixé lors de la souscription du contrat)
τ : $maturité$ du contrat change
r^{dkk}: $taux\ d'intérêt\ de\ la\ couronne\ danoise\ du\ Danemark\ et\ de\ la\ Groenland\ DKK$ à $l'instant\ t$

3.4.1. Vérification des hypothèses

Nous allons nous restreindre, dans cette partie, à visualiser les résultats des tests du EUR/DKK.

Vérification de l'hypothèse sur la stationnarité

Grâce au logiciel statistique d'EVIEWS, nous avons pu tirer le résultat suivant :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-13.662211	0.0268
Test critical values:	1% level	-3.995800	
	5% level	-3.428198	
	10% level	-3.137485	

Figure 27 : *Résultats du test sur la stationnarité des rendements du DKK/MAD*

La valeur absolue de la statistique (13.66) est supérieure à la valeur critique pour les trois niveaux de confiance, à savoir 99%, 95% et 90%. On en déduit qu'on doit rejeter l'hypothèse nulle H0. Nous en déduisons alors que la série des rendements de l'EUR/DKK est stationnaire .

Le même résultat est obtenu pour le DKK, l'euro et celui de DKK/MAD et, dont les résultats tirés d'Eviews ont été mis en annexe.

Vérification de l'hypothèse de la normalité

Le test de Jarque Bera par E-views sur les rendements nous donne :

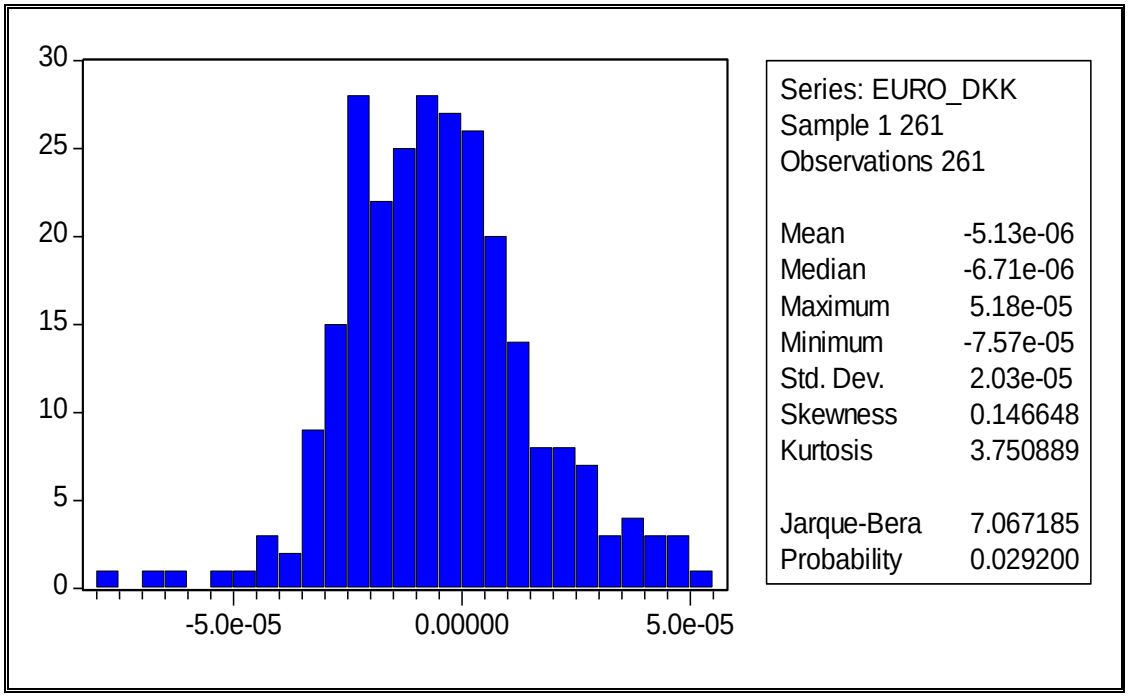


Figure 28 : Test de Jarque Bera pour les rendements d'EUR/DKK

Ces résultats nous montre la non validité de l'hypothèse de normalité pour le forward change. En effet, d'après la figure ci-dessus représentant l'histogramme des rendements de notre « portefeuille contrat de change à terme », nous remarquons que la statistique de Jarque Bera nous incite à penser alors à ce que la distribution des rendements de notre portefeuille dévie fortement de la normale.

Nous corrigerons par la suite la distribution en faisant appel à Cornish-Fisher VaR.

N.B : *le lecteur peut aller en annexe22 pour visualiser les résultats du test sur eviews pour les taux d'intérêt DKK et EUR et le taux de change DKK/MAD.*

3.4.2. Etapes de calcul de la VaR paramétrique

Estimation de la volatilité

Pour ce type de portefeuille, nous allons estimer la volatilité par la matrice de variance-covariance des rendements des quatres facteurs de risque, à savoir les deux taux d'intérêt (EUR et DKK) et les taux de change (EUR/DKK et DKK/MAD).

Tableau 8 : matrice variance-covariance des principaux facteurs de risque pour le change

var-covar	EUR	DKK	EUR/DKK	DKK/MAD
EUR	0,011315527	-0,00134036	-7,19401E-09	-0,0111488
DKK	-0,001340364	0,031637358	4,33591E-08	-0,01881418
EUR/DKK	-7,19401E-09	4,33591E-08	4,11113E-10	-0,00012236
DKK/MAD	-0,011148811	-0,01881418	-0,00012236	0,0055791

Puisqu'on traite le cas d'un seul contrat à terme, nous n'aurons pas à tenir compte du vecteur de pondération. La formule à utiliser est alors la suivante :

$$VaR = Z\sigma \ + \mu$$

Où μ est le rendement moyen du contrat supposé nul

σ Est la racine de la matrice de la variance-covariance des facteurs de risque

z est le quantile d'ordre 1% pour le cas normal, sinon on utilise le w qui tient compte du troisième et quatrième moment.

3.4.3. Application de la VaR paramétrique au portefeuille

- Le vecteur des rendements moyens du portefeuille est supposé nul.

Là encore, étant donné que la normalité des rendements des trois facteurs de risque n'est pas vérifiée, on commence par calculer les expansions de Cornish-Fisher VaR (C-F) pour chaque facteur de risque puis on applique la formule suivante pour trouver la C-F du portefeuille comme suit:

$$CF_P = \sqrt{(CF_1 \quad CF_2 \quad CF_3)\begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{23} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} CF_1 \\ CF_2 \\ CF_3 \end{pmatrix}}$$

Rappelons la formule de calcul de la C-F pour chaque facteur de risque est :

$$CF = w_{1\%}\,\sigma$$

Où σ est l'écart-type des rendements de chaque type de facteur de risque

$w_{1\%}$ est le quantile d'orde 1% en tenant compte du troisième et quatrième moment correspondants à chaque facteur de risque.

La perte maximale à atteindre pour le portefeuille « change » le 30/04/2010 est telle que :

- sous l'hypothèse de normalité

SÉANCE	**VaR en DH**
29/04/2010	**3 688 134,83**

- sous l'approximation de Cornich-Ficher

SÉANCE	**VaR en DH**
29/04/2010	**3 967 699,52**

Là encore, la perte sous l'hypothèse de la normalité est beaucoup moins élevée que celle calculée à partir de C-F.

3.5. Application de la VaR historique

L'hypothèse de la stationnarité de la distribution de chacun des quatres facteurs de risque étant vérifiée, nous commencerons par valoriser notre portefeuille afin d'appliquer correctement la méthode historique comme déjà présenté.

3.5.1. Facteurs de risque

La génération des taux se fait de la même manière décrite que les taux d'intérêt zéro-coupons. Il n'est donc pas nécessaire de traiter la même démarche, le lecteur pourra se revoir la partie correspondant à la méthode historique pour les obligations.

3.5.2. Valorisation du contrat de change

Nous avons vu comment calculer la valeur du contrat pour chaque date. Ceci en utilisant bien évidemment les données des taux générés. En faisant la conversion en DH, nous pouvons ensuite appliquer la méthode historique comme pour le cas des obligations.

3.5.3. Etapes de calcul de la VaR historique

Une fois la valeur du portefeuille est obtenu pour chaque jour allant du 29/03/2009 au 29/03/2010, on calcule les p&l (profits and losses) appelés aussi résultats quotidiens en faisant la différence entre la valeur du jour j à celle du jour de calcul de la VaR. Ensuite, on trie ces p&l par ordre croissant de préférence et on choisit le quantile le plus proche pour le niveau de confiance de 99% par l'outil xlstat, comme on peut le faire manuellement par passage aux fréquences cumulées.

3.5.4. Résultats de calcul de la VaR historique

Nous utilisons la même procédure expliquée plus haut, et nous obtenons nos résultats de la VaR historique au seuil de confiance 99% comme suit :

SÉANCE	**VaR en DH**
29/03/2010	**3 770 424,76**

On obtient le montant 3770 424,76 DH, ce qui correspond à la perte maximale que la salle des marchés peut subir d'ici (au 29/03/2010) demain.

3.6. Application de la VaR Monte Carlo

Pour pouvoir simuler les données correspondantes aux taux d'intérêt EUR et DKK et aux taux de change EUR/DKK et DKK/MAD, on doit déterminer les processus stochastiques que suivent ces quatres facteurs de risque.

3.6.1. Modélisation du taux de change

En général, les taux de change peuvent présenter des sauts fréquents, comme présenté en analysant les différents facteurs de risque.

On conclut que le taux de change ne présente pas des sauts très fréquents. Ceci est peut-être dû au nombre de données dont nous disposons.

Il est clair que le taux de change présente une tendance déterministe et un bruit autour. Le processus stochastique est donc un mouvement brownien géométrique dont l'équation est :

$$dS_t = S_t\, \mu\, dt + S_t\, \sigma\, dwt$$

Ce qui est équivaut à :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu\, dt + \sigma\, dwt$$

Il s'agit en effet de l'équation d'un mouvement brownien arithmétique dont les caractéristiques sont :

Avec $\mu : rendement\ du\ taux\ de\ change\ espéré$

$\sigma : ecart\ type\ du\ rendement\ du\ taux\ de\ change$

w : processus de wiener suivant une loi normale qui s'écrit : $wt = \sqrt{dt} * \varepsilon$, où ε suit la loi normale N(0,1) et où dt représente un court intervalle de temps

Or, Comme nous avons vu précédemment pour l'action, le taux de change ne suit pas une loi lognormale vu que le rendement n'a pas l'allure d'une loi normale. Nous devons donc introduire la distribution de Poisson que nous superposerons aux processus stochastiques classiques-brownien géométrique pour le taux de change, de manière à prendre en compte le troisième et quatrième moment de la distribution des rendements.

Le taux de change obéit dans ce cas à l'équation suivante :

$$dS = \mu\, S\, dt\ + \sigma\, S\, dz + (J-1)Sdq + (K-1)Sdw$$

Telque :

J entre -1 et 0 pour les valeurs baissières et K entre 0 et 1 pour les valeurs haussières

q et w suivent un processus de poisson de paramètre λ (nombre moyen de sauts sur la période d'évaluation)

<u>Estimation des paramètres :</u>

μ et σ sont déterminés par estimation du maximum de vraisemblance, et on trouve les valeurs suivantes:

Tableau 9 : paramètres estimés des taux de change par MLE

	EUR/DKK	DKK/MAD
μ	7,441896894	1,49267890
σ	0,000697426	0,019517133

λ est fixé au nombre de sauts qu'on a depuis les données utilisées et on trouve, grâce à un mode de calcul sur excel par solver, la valeur : 2 qui représente le nombre moyen de sauts durant l'année de calcul pour EUR/DKK et 3 pour DKK/MAD. La méthode consiste à déterminer la valeur de λ par la résolution du problème de minimisation des écarts entre les valeurs réelles et celles simulées du taux de change en considérant une valeur de départ pour λ.

Par le programme de visual basic for application sur excel, mis en annexe, nous obtenons les taux de change simulés.

3.6.2. Modélisation des taux d'intérêt domestique et étranger

De même que ce qu'on vient de voir pour le facteur de risque des bons de trésor, nous estimons les paramètres du modèle général des taux d'intérêt par MLE par excel (solver) et on obtient les résultats que nous présentons sur le tableau suivant

Tableau 10 : paramètres estimés des taux d'intérêt par MLE

	α	β	σ	γ
EUR	0,02095787	0,02625507	0,018	0,31142239
DKK	0,5	−0,29122687	0,9	0,5

On en déduit que les taux d'intérêt suivent le modèle de Vasicek.

On simule ensuite les nouveaux taux par VBA Excel. Le code de la programmation est mis en annexe.

En appiquant la même démarche que la méthode historique, nous avons pu trouver que la « VaR change » est:

SÉANCE	**VaR en DH**
29/03/2010	**3 934 184,22**

Nous avons vu dans le présent chapitre comment appliquer les différentes méthodes de calcul de la VaR aux différents types de portefeuille d'actifs financiers.

Il est clair qu'on n'obtient pas le même résultat en passant d'une méthode à l'autre. En effet, les hypothèses diffèrent ainsi que la démarche à suivre, sans oublier les données en nombre et en type. La méthode historique repose sur l'historique et suppose que « le passé reflète le futur », chose qui n'est pas toujours vrai. La méthode paramétrique est très rarement appliquée au Maroc, vu que la lognormalité des prix n'est pas vérifiée. Quant à la troisième, elle a l'avantage de ne reposer sur aucune hypothèse et dont le principe est le même que la méthode historique, celle-ci étant la plus facile à utiliser. Cependant, elle présente une lourdeur au niveau de son implémentation et la difficulté majeure réside dans le choix du processus stochastique que peut suivre chaque facteur de risque pour chaque type d'actifs.

Nous avons choisi de traiter chaque type d'actif à part puisque les valorisations ne sont pas les mêmes. Aussi, chaque prix a ses sources de risques ce qui donne différentes façons de modéliser le processus stochastique des facteurs de risque.

4. VaR agrégée du portefeuille

4.1. Propriété de la sous-additivité de la VaR conditionnelle (TVaR)

Il est clair que la VaR agrégée ne pouvait être obtenue en sommant les trois VaR (« VaR obligation », « VaR change », «VaR action »),vu que la propriété de la sous-additivité n'est pas vérifiée.

Propriété de la sous-additivité :

$$VaR_{agrégée} \leq \sum VaR_i$$; i : type d'actifs constituant le portefeuille global

La VaR fournit une bonne information sur le résultat de l'activité des marchés au-delà duquel il y a perte avec une probabilité α et se calcule aisément. Elle ne fournit en revanche aucune information sur la queue de la distribution. En ce sens, l'inégalité

VaR(X,α) ≥ E(X) n'est pas systématiquement vérifiée pour $\alpha \geq 0{,}01$.

Par ailleurs, la VaR ne vérifie pas toutes les propriétés d'incohérence. En effet, elle n'est pas sous-additive, ce qui signifie qu'en réalisant la somme des VaR de plusieurs types d'actifs on n'est pas forcément prudent.

VaR conditionnelle (CVaR) ou Tail Value at Risk (TVaR) :

La TVaR (Tail Value at Risk) apparait donc pour palier ces deux incohérences. La Tail Value at Risk au seuil α d'une distribution X, noté se définit comme :

$$TVar(X,\alpha) = \frac{1}{1-\alpha}\int_1^{\alpha} VaR(X,\xi)d\,\xi;$$

Ou d'une manière équivalente pour des lois continues :

$$TVar(X,\alpha) = Var(X,\alpha) + \frac{1}{1-\alpha}\,E[(X - VaR(X,\alpha)_+)]$$

La TVaR apparait ainsi comme la moyenne des VaR de seuil supérieur à α.

On peut également l'approcher par la CVaR c'est-à-dire la valeur moyenne des pertes au-delà de la VaR, définie par : CVaR (X ; α) = E [X / X > VaR(X ; α)]. Ces deux notions convergent si la fonction de répartition de X est continue. Contrairement à la VaR, la TVaR possède toutes les propriétés de cohérence notamment la sous-additivité, qui permet d'affirmer que :

$$\text{TVaR}\ (X + Y) \leq TVaR\ (X) + TVaR\ (Y)$$

Cette propriété de sous-additivité explique l'intérêt porté à la TVaR dans les modèles de consolidation impliquant l'agrégation des risques. Le second intérêt de la TVaR est qu'elle permet de prendre en compte le comportement de la queue de distribution. De plus, on réalise la moyenne des observations que l'on sait le moins estimer (les montants très élevés des P&L). Le calcul est donc fiable.

Application au portefeuille global :

En suivant la démarche ci-dessus, nous commençons par calculer la TVaR au niveau de chaque type d'actifs. On peut sommer ensuite ces montants pour avoir la TVaR agrégée.

Nous avons opté pour l'utilisation de la formule de moyenne des VaR déjà calculées dans ce qui précède et dont nous présentons les résultats pour la méthode historique comme suit:

- TVaR du portefeuille « action » :

On note F(x) la fonction de répartition de la distribution des pertes x

F(x)	x
99%	202850,00
99,50%	225655,02
99,55%	229167,16
99,60%	232679,301
99,65%	237069,476
99,70%	241459,652
99,75%	246727,862
99,80%	252874,108
99,85%	260776,424
99,90%	270434,81
99,95%	287995,512
100%	342433,688

On obtient immédiatement le quantile de la distribution :VaR(x ;99%)=202850,00

En prenant comme pondération le poids de chaque seuil, le calcul de la TVar(X, 99%) est :

$TVar(X, 99\%) = \frac{1}{1-99\%}$ (225655,02*0,000833 +..+ 342433,688*0,000833)

$TVar(X, 99\%) =$ 270731,27 avec 0,000833 = $\frac{1-99\%}{12}$

- TVaR du portefeuille « bon de trésor » :

F(X)	X
99%	959218,93
99,50%	9773385,302
99,55%	9794332,933
99,60%	9795280,565
99,65%	9848965,103
99,70%	982649,642
99,75%	9859071,089
99,80%	9868229,444
99,85%	9882861,614
99,90%	9922967,599
99,95%	1177705,755
100%	1195918,69

On obtient immédiatement le quantile de la distribution :

VaR(x ;99%) = 951 054,38

Pour le calcul de la TVar(X, 99%) :

$TVar(X, 99\%) = \frac{1}{1-99\%}$ (959218,93*0,000833 + .. + 1195918,69*0,000833)

$TVar(X, 99\%) =$998581,74

- TVaR du portefeuille « contrat à terme change » :

F(X)	X
99%	3770 424,76
99,50%	3773385,302
99,55%	3794332,933
99,60%	3795280,565
99,65%	3848965,103
99,70%	3852649,642
99,75%	3859071,089
99,80%	3868229,444
99,85%	3882861,614
99,90%	3922967,599
99,95%	4177705,755
100%	4967394,038
pondération	0,0008333
TVaR	3 835 420,43

La TVaR est ainsi égale à 5 104 733,44 DH

4.2. VaR approchée du portefeuille global

Dans cette partie, nous avons considéré un seul portefeuille contenant les valeurs des différents types d'actifs. La valorisation des différents actifs déjà faite pour l'application de la VaR séparément, nous avons qu'à suivre la même démarche décrite à la deuxième partie du rapport.

<u>La méthode historique</u> :

On peut la décrire comme ce qui suit :

- ✓ Veiller à ce que les dates soient les mêmes
- ✓ Prendre les valeurs calculées des trois portefeuilles
- ✓ Agréger ces valeurs pour chaque jour de l'horizon de calcul
- ✓ Calculer les variations de celles-ci par rapport à celle du jour du calcul de la VaR
  Trier ces variations et choisir celle qui correspond au quantile d'ordre 1%.

La méthode de la var-covar :

On ne peut l'appliquer dans notre cas vu que la normalité n'est vérifiée pour aucun type d'actifs.

Cependant, nous pouvons agréger les Cornish-Fisher VaR calculés pour chaque type de portefeuille.

La méthode de la Monte Carlo :

Nous utilisons les données simulées pour chaque actif, que nous mettons dans une même base de données. Ensuite, nous suivons les mêmes étapes de la méthode historique ci-dessus.

Application :

On trouve les résultats regroupés dans le tableau suivant :

Méthode	*VaR (99%, 1jour)*
Historique	**4924329,14**
Var-covar	**4910145,97**
Monte carlo	**5093463,046**

4.3. Backtestings sur le portefeuille global

Afin de tester et de comparer les approches qui ont été utilisées pour l'estimation de la VaR des actions, nous avons procédé à un backtesting sur le portefeuille sujet d'estimatio. Ainsi, la période de test s'étend sur 250 jours ouvrables comme l'exige les directives du comité de Bâle. Les résultats du backtesting sont présentés sur forme de graphiques pour pouvoir comparer les VaR avec les P&L correspondantes.

Dans cette partie de l'annexe il est question, dans un premier temps, d'apprécier la validité de nos modèles. Pour ce faire nous étions amenés à effectuer une analyse ex post en appliquant le backtesting à chacun des modèles de la VaR que nous avons élaborés. Ce dispositif de contrôle nous a permis de constater que l'ensemble des modèles présente un nombre d'exceptions .

La validation de nos modèles nous permet alors de passer à une étape éminente qui est le calcul des exigences en fonds propres grâce à la valeur à risque ; puisque cette dernière tiennent compte des spécificités de chaque portefeuille.

- **<u>VaR paramétrique</u>**

L'application du backtesting à la VaR paramétrique nous fournit le graphique suivant :

★ *sous l'hypothèse de normalité :*

Figure 29 : Backtesting sur la VaR paramétrique

Il y a trois dépassements sur 250 observations, ce résultat ne permet pas de mettre en question la validité du modèle.

La VaR paramétrique semble être stable et indifférente aux mouvements de la P&L.

★ *sous l'approximation de Cornish-Fisher*

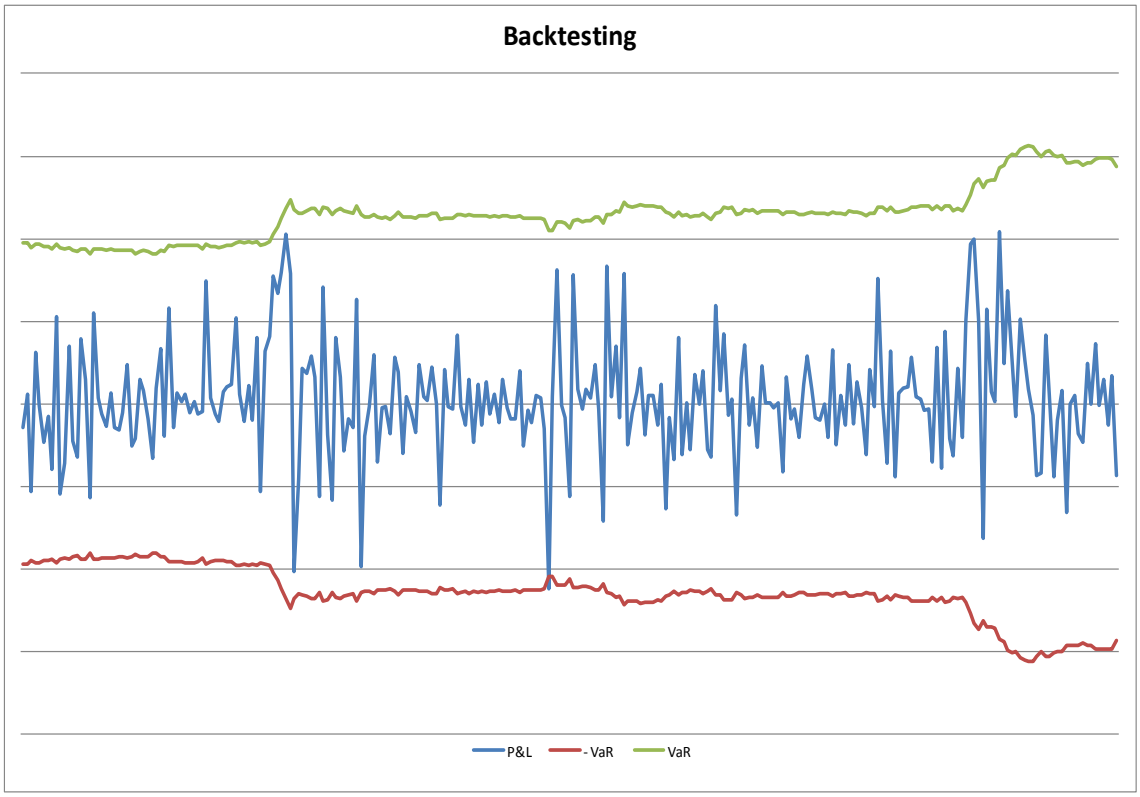


Figure 30 : Backtestings sur la VaR par l'approximation de Cornish-Fisher

Ce graphique nous permet de tirer les conclusions suivantes :

- ✓ Presque aucun dépassement n'est enregistré sur les 250 jours de notre Backtesting.
- ✓ Nous pouvons voir que la VaR sous l'approximation Cornish-ficher est mieux que celle sous l'hypothèse de la normalité. Cela est sans doute dû à la non vérification de l'hypothèse de normalité.

- **<u>VaR historique :</u>**

En appliquant le Backtesting a notre VaR historique, nous obtenons les résultats suivants:

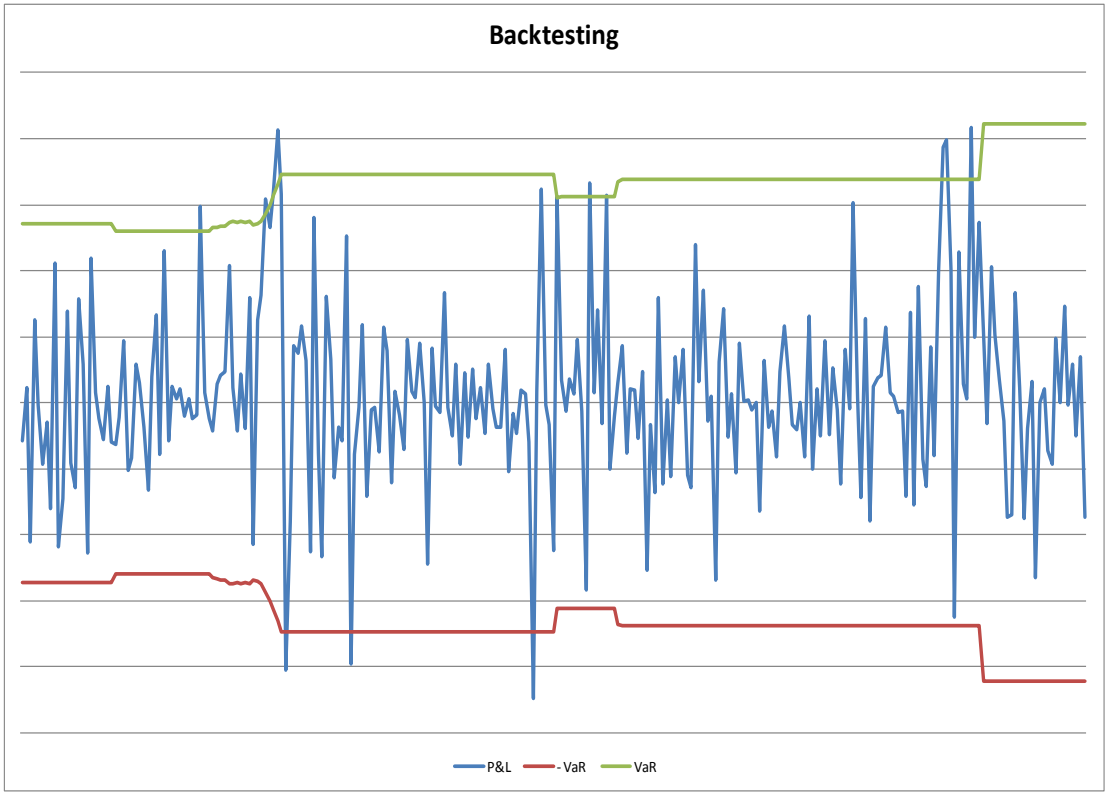


Figure 31 : Backtestings sur la VaR historique

Trois dépassements sont enregistrés, mais cela ne nous permet pas de conclure quant à la non validité du modèle de la VaR historique avec un niveau de confiance de 99%.

- **<u>VaR Monte Carlo :</u>**

L'application du Backtesting à la VaR Monte Carlo nous a permet de trouver le graphique suivant:

★ *sous l'hypothèse de normalité*

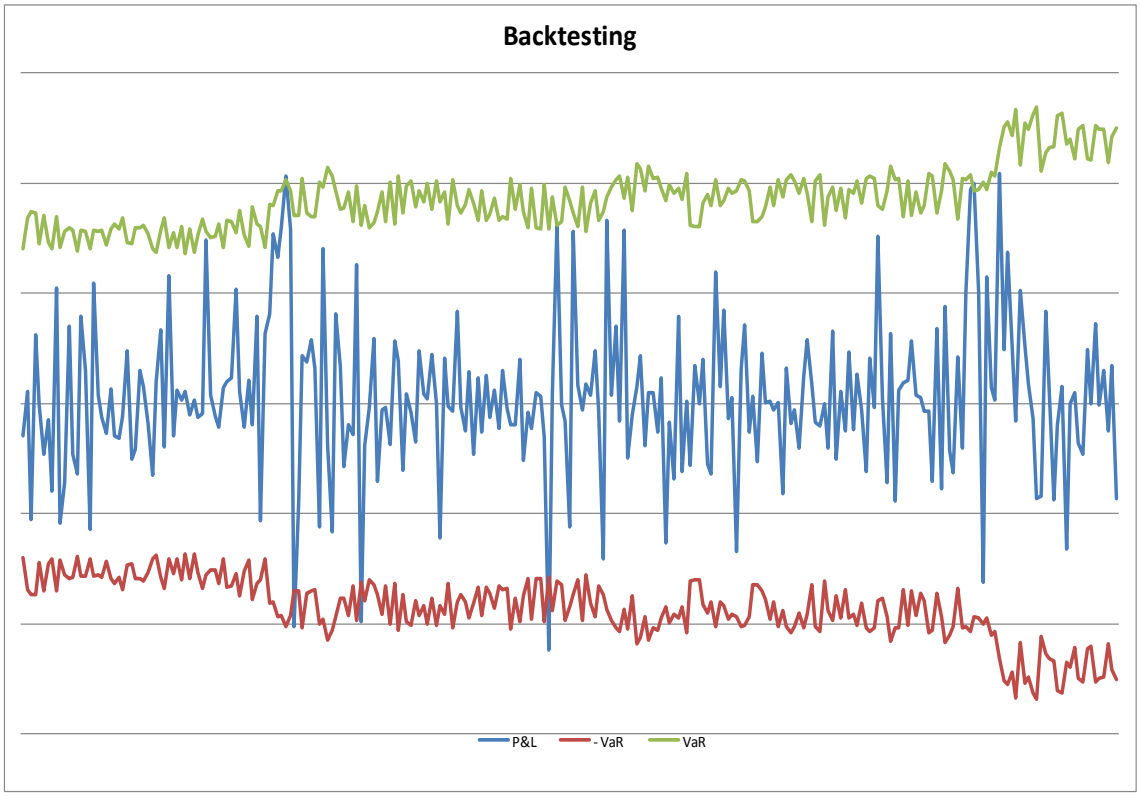


Figure 32 : Backtestings sur la VaR Monte Carlo sous l'approximation normale

On constate que la fonction p&l est inférieure en valeur absolue à notre VaR calculée ; sauf quelques exceptions. Donc, notre modèle de VaR appliqué à notre portefeuille est valide.

★ *sous l'approximation de Levy*

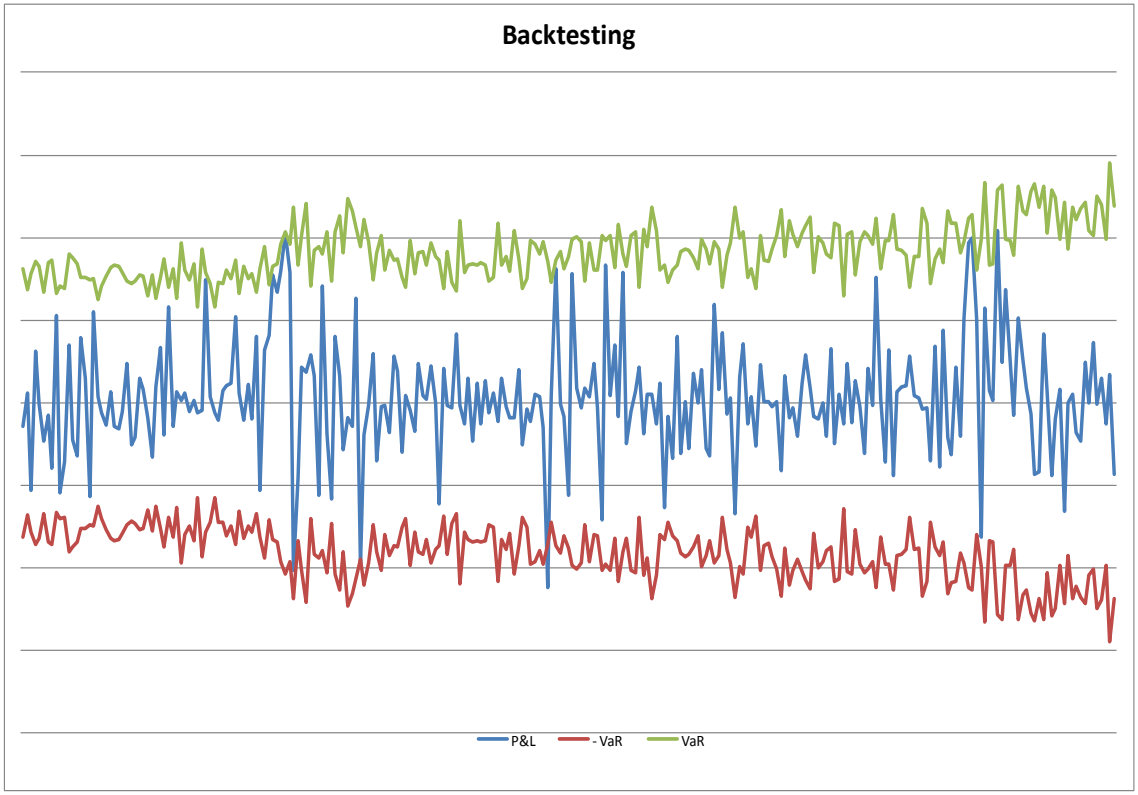


Figure 33 : Backtestings sur la VaR Monte Carlo par l'approximation de Levy

Nous pouvons dire qu'un seul dépassement est enregistré durant la période du test. La courbe des VaR et des p&l sont plus proches l'une de l'autre que dans les autres VaR.

La Commission Bancaire définit alors trois zones pour évaluer les résultats des contrôles ex post (backtestings) et pour appliquer le complément éventuel au coefficient multiplicateur 3 :

zone	***Définition de la zone***	***Valeur de ξ***
Verte	Pr(X ≤ n)<95%	0
orange	Pr(X ≤ n)<99.99%	0-1
rouge	Pr(X ≤ n)≥99.99%	1

Pr (X ≤ n) : Probabilité cumulée d'avoir n exceptions.

Pour 250 jours, les zones sont les suivantes :

-Verte (n < 5)

-Orange(5 ≤ n ≤ 9)

-Rouge (n > 10)

Le facteur multiplicateur (3+ ξ) est ainsi un facteur de prudence.

D'après le backtestings, nous avons été recommandé d'utiliser la valeur de ε à 0 (3dépassements).

4.4. Calcul de la consommation en fonds propres

Une fois la valeur à risque calculée, pour l'horizon d'un jour et à 1% de niveaux de chances, nous pouvons déterminer aisément le montant en fonds propres. Cette consommation en fonds propres doit être « bloquée » par la banque, en cas de pertes ayant dépassé la perte maximale de l'activité de marché tel que soit le type d'actifs.

Rappelons la formule :

$$CR_t^{marché} = Max\left\{(3+\varepsilon)\frac{1}{60}\sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}, VaR_{t-1}\right\} \;;\; 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

Après application numérique, on trouve que les fonds propres exigibles pour la banque d'affaires sont données sous forme du tableau suivant :

méthode	**historique**	**paramétrique**	**Monte Carlo**
Fonds exigibles (DH)	**4924329,14**	**4910145,97**	**5093463,046**

Il est clair que les montants des capitaux réglementaires diffèrent d'une méthode à l'autre. Ceci est dû aussi bien à la nature des hypothèses que celle de la démarche suivie lors du calcul de la VaR.

Conclusion :

La présente étude a pu mettre en évidence dans une première partie de son premier chapitre l'évolution de la réglementation prudentielle bancaire d'inspiration internationale (Comité de Bâle). Elle nous a permis également de tirer la conclusion selon laquelle le système bancaire marocain a été soumis à un processus d'adaptation continu dans la direction inspirée par cette réglementation d'obédience internationale, et ce depuis son déclenchement en 1993, date d'institution d'une nouvelle loi bancaire qui a réformé le système précédent régi par la loi de 1967.

Par la seconde partie du premier chapitre, nous avons approché cette évolution de la réglementation prudentielle du point de vue du risque des marchés et des différentes approches préconisées pour le calcul des exigences en fonds propres qui lui sont relatifs.

Étant donné l'intérêt du sujet et qui porte sur l'amélioration de la mesure du risque des marchés par l'utilisation des modèles internes, le deuxième chapitre a été consacré à la présentation des différentes méthodes de calcul pour la mesure des exigences en fonds propres.

Et c'est le troisième chapitre qui a constitué le moment principal de ce travail dans la mesure où il a été question de tester la fiabilité de la VaR dans la gestion des risques. Ceci nous a poussé à faire une application des différentes approches sur un portefeuille diversifié.

Il en ressort que :

- La VaR historique constitue donc un outil statistique permettant de mesurer l'exposition d'un investissement aux risques financiers à partir de données historiques et suppose la stationnarité de celles-ci .
- La VaR paramétrique est rarement utilisée vue la non validité de la normalité de la distribution des rendements des facteurs de risque pour le cas marocain.
- La VaR stochastique s'avère ainsi la plus adaptée au calcul du risque du fait qu'elle est applicable à tout portefeuille et tient compte de l'évolution probable des prix.

Afin d'identifier et de quantifier les risques, la comparaison (contrôle ex-post ou" back-testing ") à intervalles réguliers des estimations journalières de perte potentielle avec les profits et pertes correspondants apparaît indispensable puisqu'elle permet une forme de validation du modèle employé.

En pratique les banques font face à une structure globale d'investissement très complexe consistant en des positions variées, dans diverses devises et avec plusieurs instruments financiers. Cependant, il faut reconnaître que la VaR présente quelques faiblesses. La VaR ne fait pas de distinction entre la liquidité des différentes positions de marché, et capte seulement les risques à court terme dans des conditions normales de marché. Les hypothèses nécessaires pour l'utilisation de chaque modèle de la VaR, ne sont pas toutes vérifiées dans la réalité. Ceci aura un impact sur la valeur mesurée du risque. Les modèles VaR n'intègrent pas les coûts de détention ou de liquidation des positions. Enfin, le calibrage d'un modèle statistique peut être biaisé en raison de la possibilité de réalisation des événements imprévus. En bref, tout peut arriver sur les marchés et il est très difficile d'en mesurer les conséquences de manière objective. Il

en résulte que les mesures de la VaR ne peuvent pas estimer exactement les pertes potentielles.

La suite logique de ce travail serait donc une implémentation de la VaR sur les autres instruments financiers constituant le portefeuille global de marché de la banque (matières premières, options…). Cette implémentation aboutira à une VaR agrégée résumant le risque global encouru par la banque sur le marché financier. On peut, par ailleurs, appliquer la théorie des valeurs extrêmes (G.E.V) pour modéliser les évènements extrêmes. En d'autres termes, voir comment mesure le risque des marchés pour des événements rares voir inattendus, et qui ont un impact défavorable sur le portefeuille de négociation (tels les crash boursiers, crise financière…).

Bibliographie

Ouvrages:

« Optimisation de portefeuille selon le critère de la Value at Risk » de Guillaume Naulin, Yahin Salhi et Serge Werlé

« Finance & Risk management – Value at Risk- “ de Patrik Duruz

« Mesures de risques de marché » de Olivier Daumont

« rique de marché » : présentation préparé par Lalj Mohamed et Qassid Tarik et encadré par Redouane Toubi pour un séminaire sur le risque de marché

« modalités d’application du dispositif prudentiel du risque de marché par Bank al Maghrib/ direction de la Supervision Bancaire

« Risque de portefeuille : Value at Risk, les atouts de la simulation historique » *Asset Management*/Décembre2005-Janvier2006

« La Value-at-Risk comme mesure du risque de marché : cas de la catastrophe financière du Comité d’Orange » Université d’Orléans / Faculté de Droit d’Economie et de Gestion / Master 2 Econométrie et Statistiques Appliquées-ECONOMETRIE POUR LA FINANCE

« Value-at-Risk d’un portefeuille avec les modèles à variance conditionnelle hétéroscedastique/modèles ARCH/GARCH linéaires et non symétriques » de Dieudonne Sondjo (janvier2005)

« Qu’est ce que la Value-at-Risk ? efficacité et limites d’un outil indispensable » de Akimou Ossé –Conseil économique-

« Value at Risk /CNAM-GFN206-Gestion d’actifs et des risques » de Grégory Taillard

« Estimation de la Value at Risk d’un portefeuille d’actions (etudes comparatives des approches d’estimation) » :mémoire pour l’obtention du diplôme de master en Finance/faculté des sciences economiques et de gestion de SFAX préparé par Anis abdelhadi

« Value-at-Risk (VaR)” by Simon Benninga and Zvi Wiener

“Value at Risk et allocation de capital” :Thèse Actuariat

"Bootstrap-a non parametric approach" by Anthony's vba page

"le dispositif de Bal2: role et mise en oeuvre du pillier 2 » par Pierre-Yves Thoraval (Secrétariat général de la Comission bancaire)

« Bal2 et l'allocation des fonds propres », babfinance :outil de veille et de recherche pour le Manager

« Gestion du risque de change » :master stratégie et expertise financière –GFN222 par Muriel Flasse

« Nouveau ratio de solvabilité : les banques sont prêtes pour le 1er janvier 2008 » par la fédération bancaire française

« Options, futures et autres actifs dérivés » de John Hull (5e édition)

« Modèles mathématique de la Finance » de Pierre Devolder (2009/2010)

« Risk Management : a pratical guide » by riskmetrics group

Webographie :

- ***Sites scientifiques :***

- www.riskmetrics.com
- http://193.49.79.89/esa_prof/index.php
- www.cambiste.info

- ***Liens :***

- http://www.bkam.ma/wps/portal/net/kcxml/
- http://www.bmcek.co.ma/

Annexes

Annexe 1 : brève présentation de l'organisme d'accueil 84
Annexe 2 : approche standard 87
Annexe 3 : correlogrammes des actions par Eviews 92
Annexe 4 : résultats du test sur la stationnarité et la normalité des actions ADH et ADI par Eviews 94
Annexe 5 : modélisation des actions 96
Annexe 6 : mouvement brownien avec sauts 98
Annexe 7 : programme sur Eviews pour estimer les paramètres d'un mouvement brownien géométrique 101
Annexe 8 : programme de simulation sous vba Excel de mouvements browniens géométriques 102
Annexe 9 : formule du taux zéro-coupons 104
Annexe 10 : formule du taux d'actualisation 106
Annexe 11 : résultats du test de Dickey-Fuller sur le TMP 107
Annexe 12 : modèles de taux d'intérêt 108
Annexe 13 : programme MLE sous Eviews pour taux d'intérêt 110
Annexe 14 : programme de simulation sous vba Excel pour le modèle de Vasicek 111
Annexe 15 : : formule de la structure par termes 112
Annexe 16 : comparaison des méthodes de calcul de VaR 118
Annexe 17 Résultat du Test de la normalité des rendements hebdomadaires de l'action ADI 119
Annexe 18 : résultats des tests de la stationnarité et de la normalité sur les taux d'intérêt et EUR/MAD 120

Annexe 1 : brève présentation de l'organisme d'accueil

Présentation de l'organisme d'accueil : BMCE CAPITAL MARKETS DE BMCE BANK: créée en 1998, banque d'affaires de BMCE BANK, la BMCE CAPITAL intègre la BMCE CAPITAL MARKETS ; une plate forme de trading pour compte propre et pour compte de tiers (corporate et institutionnels) , en centralisant toutes les activités de marché de BMCE BANK, fililale du groupe Finance Com. En effet, c'est à travers BMCE Capital Markets qu'il est proposé à nos clients une large gamme d'instruments de couverture et ce, quelle que soit la nature du risque: de Change, de Taux, de Liquidité, d'Actions ou de Matières Premières. L'intégration totale (front – back office ainsi que la direction de *Risk management, Quants, Middle office & Market Data*) de son outil de gestion lui permet de répondre avec célérité aux besoins de sa clientèle en donnant en temps réel différentes cotations sur différents produits. Les banques commerciales disposent de « dealing room » ou « salle des marchés » pour agir pour leur propre compte ou pour la clientèle privée citée ci dessus. Quant à l'organisation de la salle des marchés, elle est décentralisée en Front office, middle office et back office. Le front office est le département de la salle où sont effectuées les opérations. On y distingue les différents desks qui sont le desk change, le desk trésorerie devise, le desk taux et le desk matières premières. Les différents desks sont animés par des traders qui sont chargés de coter les clients ; le desk change s'occupe des opérations de change à savoir le comptant ou spot et le terme ; Le desk taux s'occupe des obligations et le desk matières premières s'occupe de la commercialisation des matières premières. Le Middle office assure un premier niveau de contrôle des opérations négociées par les traders et l'élaboration des reporting. Le back office a pour rôle essentiel, la gestion administrative et comptable des transactions. Le tout est administré par un système d'informations à travers une logistique en informatique et en télécommunication.

Filiales de la banque :

BMCE Capital, filiale à 100% de BMCE Bank, la Banque d'Affaires du Groupe opérant sur les activités de marchés, d'investissement et de conseil.

BMCE Capital Bourse, acteur incontournable sur le marché de l'intermédiation boursière, détenue à 100% par BMCE Bank.

BMCE Capital Gestion, acteur de référence sur le marché de la gestion d'actifs, détenue à 100% par BMCE Bank.

MediCapital Bank, filiale à 100% du Groupe BMCE, basée à Londres, fédérant l'ensemble des activités de BMCE Bank en Europe, est spécialisée dans le Corporate Banking, la Banque d'Investissement et de Marchés.

Casablanca Finance Markets , spécialisée en produits de taux, est une banque d'investissement consacrant la totalité de ses ressources aux activités de marché, opérant sur les marchés monétaire et obligataire. Elle est détenue à hauteur de 33,3% par BMCE Bank.

Banque de Développement du Mali, détenue à hauteur de 27,38% par BMCE Bank, est la banque leader au Mali et la 4ème banque dans l'espace UEMOA.

La Congolaise de Banque, contrôlée à hauteur de 25% par BMCE Bank, est une banque commerciale qui bénéficie d'une assise financière solide et d'un capital de savoir-faire diversifié.

Salafin, filiale du groupe BMCE Bank à hauteur de 92,8%, est une société de financement dont l'objet principal est de distribuer des crédits à la consommation.

Détenue à hauteur de 35,92% par BMCE Bank, **Maghrébail** finance en leasing des équipements et des biens immobiliers à usage professionnel destinés à tous les secteurs d'activité.

Filiale du Groupe BMCE à hauteur de 100%, **Maroc Factoring** est la première société d'affacturage au Maroc.

Euler Hermes ACMAR, leader au Maroc de l'assurance-crédit est détenue à hauteur de 20% par BMCE Bank.

EMAT, fournisseur et Outsourcer de services et solutions technologiques s'articulant autour de deux supports métiers, le Multicanal et l'Infogérance.

GNS, Premier opérateur au Maroc de Réseau à Valeur Ajoutée et fournisseur de solution EDI (Echange de Données Informatisées)

Actionnariat de la BMCEBANK :

- **2004** : Prise de participation par le Crédit Industriel et Commercial (CIC) de 10% du capital de BMCE Bank
- **2006** : Acquisition d'Axis Capital en Tunisie
- **2007** : Acquisition de 35% du capital de Bank of Africa
- **2008** :

-Acquisition d'une part additionnelle de 5% par le CIC dans le capital de BMCE Bank.

-Renforcement de la participation de la Banque dans le capital de Bank of Africa de 35% à 42,5%.

- **2009** :

-Transfert de la participation de CIC dans le capital de BMCE Bank, soit 15,05%, à sa holding BFCM, la Banque Fédérative du Crédit Mutuel.

-Renforcement de la participation du Groupe CM-CIC, à travers sa holding BFCM, dans le capital de BMCE Bank de 15,05% à 19,94%.

Activités de la banque *:*

Consolidation de la dynamique de croissance du Groupe BMCE Bank en 2009 aussi bien au Maroc qu'à l'international, notamment grâce à :

- la poursuite du programme d'extension du réseau de distribution au Maroc, avec l'ouverture prévue d'une centaine d'agences supplémentaires

- la dynamique commerciale insufflée par le développement des activités des diverses lignes de métier du Groupe (Retail Bank, Wholesale Bank, Services Financiers Spécialisés)

-la contribution croissante attendue des filiales africaines, principalement portée par Bank of Africa dans les résultats du Groupe

- la consolidation des activités européennes autour de MediCapital Bank.

UNE BANQUE CITOYENNE :

-"1,001 Ecoles" Programme

- 136 complexes scolaires et préscolaires au Maroc

- 2 complexes scolaires au Sénegal et au Congo

Brazzaville, et 4 autres programmés respectivement au

Kenya, au Bénin, au Mali et au Niger

- 360 professeurs

- 12,000 élèves

- 6,000 adultes alphabétisés, dont 80% de femmes et filles

- 60 projets de développement

- 99% de taux de réussite des élèves de Medersat.com au

cours des 3 dernières années

Annexe 2 : approche standard

Aperçu sur l'approche standard

Les normes minimales de fonds propres ou l'exigence en fonds propres sont exprimées en fonction de deux exigences calculées séparément, l'une correspondant au risque spécifique intrinsèque à chaque titre et l'autre liée au risque de taux d'intérêt supporté par le portefeuille ou risque général de marché.

Le modèle est construit par les autorités de contrôle. Dans ce cas, différentes méthodes sont proposées pour déterminer la position nette relative à chaque type de risque. Par ailleurs, les établissements peuvent être autorisés à recourir à des algorithmes prédéfinis, pour déterminer directement le risque afférent à leurs positions sur les dérivés.

Pour chaque classe de risque, l'approche standard sépare le risque général du risque spécifique, propre à chaque titre.

- ***Pour le risque spécifique :***

L'exigence de fonds propres au titre du risque spécifique est destinée à protéger l'établissement contre une évolution défavorable du prix d'un prêt, d'une créance ou d'un titre donné pour des raisons liées notamment à l'évolution de la signature du débiteur ou de l'émetteur.

L'exigence de fonds propres liée au risque spécifique est égale au produit obtenu en m

ultipliant la valeur absolue des positions sur titre de créance dans le portefeuille de négociation par les taux de pondérations de risque correspondants. Les taux de pondération indiqués au tableau ci-après correspondent à la catégorie dont fait partie l'émetteur et à l'échéance résiduelle de l'instrument.

	Échéance résiduelle	*Taux de pondération*
Emetteurs publics et assimilés		**0%**
Emissions qualifiées	< ou = à 6 mois 6 et 24 mois > à 24 mois	**0,25%** **1,00%** **1,60%**
OPCVM de taux		**4,00%**
Autres		**8,00%**

Tableau : Facteurs de pondération des risques spécifiques

Source *: Circulaire n° XX/DSB/2006 relative au calcul des exigences en fonds propres au titre des risques de marché*

- ***Pour le risque général :***

L'exigence de fonds propres au titre du risque général de taux est destinée à couvrir l'établissement contre le risque de perte résultant d'une variation adverse des taux d'intérêt du marché.

Les établissements peuvent calculer le risque général selon deux méthodes au choix :

- La méthode de **« l'échéancier** » fondée sur la durée résiduelle ;
- La méthode de la « **Duration** » fondée sur la sensibilité ;

-Pour la méthode de l'échéancier :

Il s'agit dans cette méthode de classer les titres (positions) selon des tranches d'échéance préétablies et leur appliquer à l'intérieur de chaque tranche un coefficient de pondération reflétant leur sensibilité prix aux hypothèses de variation de taux.

La méthode de l'échéancier suit les étapes suivantes :

- Détermination de la position nette (longue ou courte) pour chaque instrument et chaque émetteur ;
- Ventilation des positions nettes dans différentes bandes temporelles selon leur durée résiduelle;

- Agrégation au sein de chaque bande temporelle des positions nettes longues d'une part, des positions nettes courtes d'autre part ;
- Pondération selon le coefficient de la bande temporelle, cette pondération visant à refléter leur sensibilité aux variations générales de taux d'intérêt ;
- Détermination des positions compensées et non compensées par bande temporelle ;
- Compensations intra-zones ;
- Compensations inter-zones ;
- Détermination de l'exigence de fonds propres.

Les établissements de crédit assujettis imputent leurs positions nettes aux fourchettes d'échéances appropriées de la colonne (2) ou (3), selon le cas, du tableau suivant :

<u>Tableau</u> : Méthode fondée sur l'échéance : zones, tranches d'échéances et facteurs de pondérations

Zone	*FOURCHETTE D'ECHEANCES*		*PONDÉRATION en %*	*HYPOTHESE DE VARIATION RESUMMEES du taux d'intérêt (%)*	*Sensibilité actuarielle (%)*
	Tranches pour coupon ≥ 3%	*Tranches pour coupon < 3%*			
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**(6) = (4)/ (5)**
	0 ≤ 1 mois	0 ≤ 1 mois	0,00	1,00	**0,00**
Un	1 ≤ 3 mois	1 ≤ 3 mois	0,20	1,00	0,20
	1 ≤ 3 mois	1 ≤ 3 mois	0,40	1,00	0,40
	6 ≤ 12 mois	6 ≤ 12 mois	0,70	1,00	0,70
	1 ≤ 2 ans	1.0 ≤ 1.9 ans	1,25	0,90	1,39
Deux	2 ≤ 3 ans	1.9 ≤ 2.8 ans	1,75	0,80	2,19
	3 ≤ 4 ans	2.8 ≤ 3.6 ans	2,25	0,75	3,00
	4 ≤ 5 ans	3.6 ≤ 4.3 ans	2,75	0,75	3,67
	5 ≤ 7 ans	4.3 ≤ 5.7 ans	3,25	0,70	4,64
	7 ≤ 10 ans	5.7 ≤ 7.3 ans	3,75	0,65	5,77
	10 ≤ 15 ans	7.3 ≤ 9.3 ans	4,50	0,60	7,50
Trois	15 ≤ 20 ans	9,3 ≤ 10,6 ans	5,25	0,60	8,75
	> 20 ans	10,6 ≤ 12 ans	6,00	0,60	10,00
		12 ≤ 20 ans	8,00	0,60	13,33
		> 20 ans	12,50	0,60	20,83

Source : *Circulaire n° XX/DSB/2006 relative au calcul des exigences en fonds propres au titre des risques de marché*

Le calcul de l'exigence de risque consiste donc à rassembler les titres par tranche, l'exigence dans chaque tranche serait la somme des positions de la tranche multipliée par le coefficient de pondération correspondant et l'exigence de risque pour tout le portefeuille serait la somme des exigences de toutes les tranches.

- Pour la méthode de la duration :

Les coefficients de pondérations ne sont plus donnés comme dans la méthode fondée sur l'échéance, c'est à la banque de les calculer en multipliant pour chaque titre, la sensibilité par l'hypothèse de variation des taux.

Il s'agit ici pour les banques dotées des moyens nécessaires, d'utiliser après l'accord des autorités de contrôle cette méthode plus précise[2] pour mesurer leur risque de marché, consistant à déterminer pour chaque position sa sensibilité prix correspondant à une hypothèse de variation de taux ente 1% et 0,6% selon l'échéance de la position.

Cette méthode consiste à calculer la duration modifiée de chaque titre de créance, puis à répartir les positions par zone de duration, et enfin à compenser les positions à l'intérieur des zones et entre zones différentes. L'exigence de fonds propres est ensuite déterminée.

Chaque titre de créance est classé, en fonction de sa duration modifiée, dans la zone appropriée du tableau ci-dessous.

<u>Tableau</u> : Méthode fondée sur la duration : zones, tranches d'échéances et hypothèses de variation de taux

ZONE	***DURATION modifiée (en mois ou année)***	***HYPOTHESE DE VARIATION PRESUMEES du taux d'intérêt (%)***
(1)	**(2)**	**(3)**
Un	0 ≤ 1 mois	1,00
	1 ≤ 3 mois	1,00
	1 ≤ 3 mois	1,00
	6 ≤ 12 mois	1,00
Deux	1.0 ≤ 1.9 ans	0,90
	1.9 ≤ 2.8 ans	0,80
	2.8 ≤ 3.6 ans	0,75
Trois	3.6 ≤ 4.3 ans	0,75
	4.3 ≤ 5.7 ans	0,70
	5.7 ≤ 7.3 ans	0,65
	7.3 ≤ 9.3 ans	0,60
	9,3 ≤ 10,6 ans	0,60
	10,6 ≤ 12 ans	0,60
	12 ≤ 20 ans	0,60
	> 20 ans	0,60

***Source** : Circulaire n° XX/DSB/2006 relative au calcul des exigences en fonds propres au titre des risques de marché*

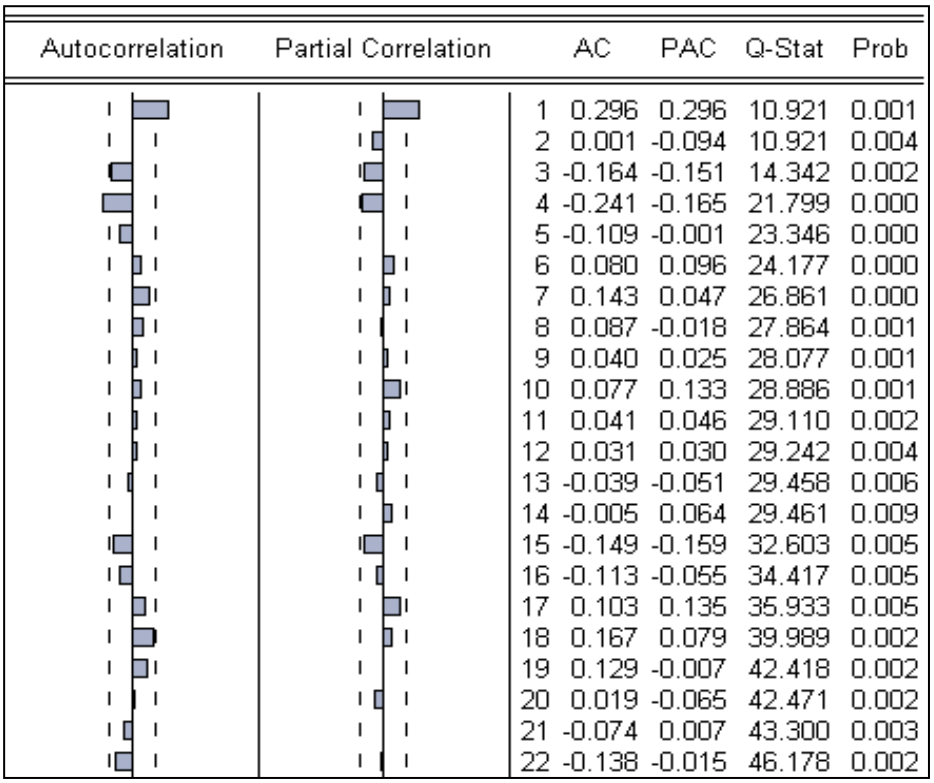
L'exigence de chaque titre est égale à sa position multipliée par sa sensibilité multipliée par le coefficient de pondération correspondant à la tranche à laquelle il appartient.

L'exigence de la tranche est donc égale à la somme des exigences de tous les titres qui la constituent et l'exigence du portefeuille est égale à la somme des exigences de toutes les tranches.

Il est évident que cette méthode est difficile à mettre en œuvre pour les banques. Elles n'accepte pas le principe de diversification et nécessite une gestion ligne par ligne.

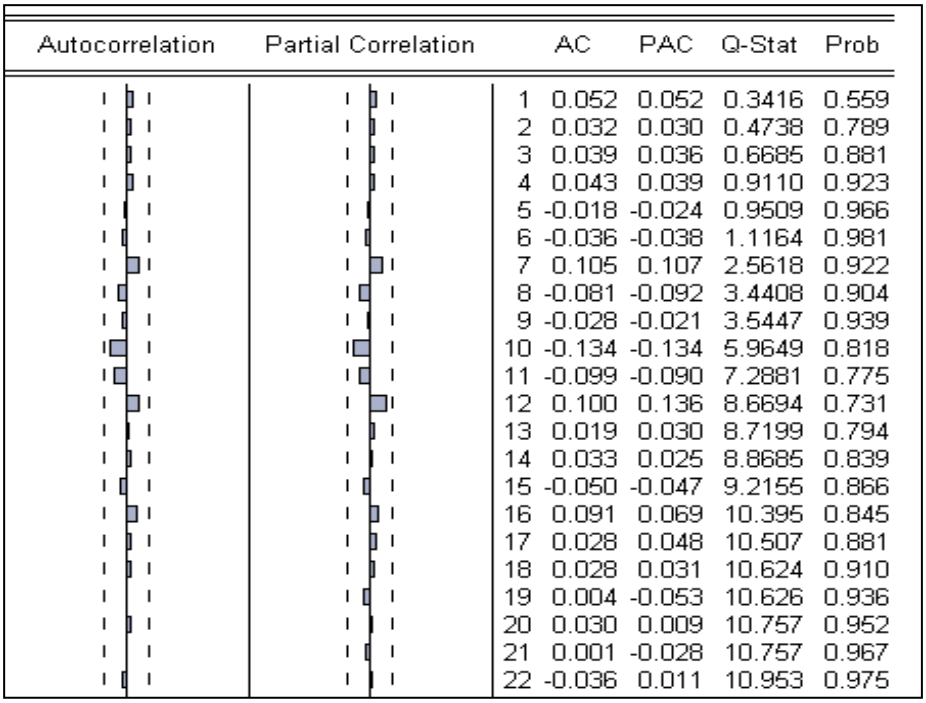
Annexe 3 : correlogrammes des actions par Eviews

Corrélogramme ADH



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.296	0.296	10.921	0.001
2	0.001	-0.094	10.921	0.004
3	-0.164	-0.151	14.342	0.002
4	-0.241	-0.165	21.799	0.000
5	-0.109	-0.001	23.346	0.000
6	0.080	0.096	24.177	0.000
7	0.143	0.047	26.861	0.000
8	0.087	-0.018	27.864	0.001
9	0.040	0.025	28.077	0.001
10	0.077	0.133	28.886	0.001
11	0.041	0.046	29.110	0.002
12	0.031	0.030	29.242	0.004
13	-0.039	-0.051	29.458	0.006
14	-0.005	0.064	29.461	0.009
15	-0.149	-0.159	32.603	0.005
16	-0.113	-0.055	34.417	0.005
17	0.103	0.135	35.933	0.005
18	0.167	0.079	39.989	0.002
19	0.129	-0.007	42.418	0.002
20	0.019	-0.065	42.471	0.002
21	-0.074	0.007	43.300	0.003
22	-0.138	-0.015	46.178	0.002

Corrélogramme IAM



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.052	0.052	0.3416	0.559
2	0.032	0.030	0.4738	0.789
3	0.039	0.036	0.6685	0.881
4	0.043	0.039	0.9110	0.923
5	-0.018	-0.024	0.9509	0.966
6	-0.036	-0.038	1.1164	0.981
7	0.105	0.107	2.5618	0.922
8	-0.081	-0.092	3.4408	0.904
9	-0.028	-0.021	3.5447	0.939
10	-0.134	-0.134	5.9649	0.818
11	-0.099	-0.090	7.2881	0.775
12	0.100	0.136	8.6694	0.731
13	0.019	0.030	8.7199	0.794
14	0.033	0.025	8.8685	0.839
15	-0.050	-0.047	9.2155	0.866
16	0.091	0.069	10.395	0.845
17	0.028	0.048	10.507	0.881
18	0.028	0.031	10.624	0.910
19	0.004	-0.053	10.626	0.936
20	0.030	0.009	10.757	0.952
21	0.001	-0.028	10.757	0.967
22	-0.036	0.011	10.953	0.975

Corrélogramme ADI

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.274	0.274	9.4073	0.002
		2	-0.000	-0.082	9.4074	0.009
		3	-0.160	-0.150	12.678	0.005
		4	-0.236	-0.166	19.822	0.001
		5	-0.099	0.001	21.085	0.001
		6	0.068	0.076	21.681	0.001
		7	0.136	0.053	24.126	0.001
		8	0.093	-0.003	25.278	0.001
		9	-0.001	-0.027	25.279	0.003
		10	0.061	0.132	25.784	0.004
		11	0.042	0.055	26.026	0.006
		12	0.021	0.013	26.085	0.010
		13	-0.046	-0.065	26.381	0.015
		14	-0.006	0.055	26.386	0.023
		15	-0.136	-0.135	29.000	0.016
		16	-0.080	-0.024	29.904	0.019
		17	0.130	0.144	32.340	0.014
		18	0.184	0.091	37.268	0.005
		19	0.144	0.032	40.316	0.003
		20	0.060	0.011	40.852	0.004
		21	-0.131	-0.086	43.430	0.003
		22	-0.124	0.026	45.767	0.002

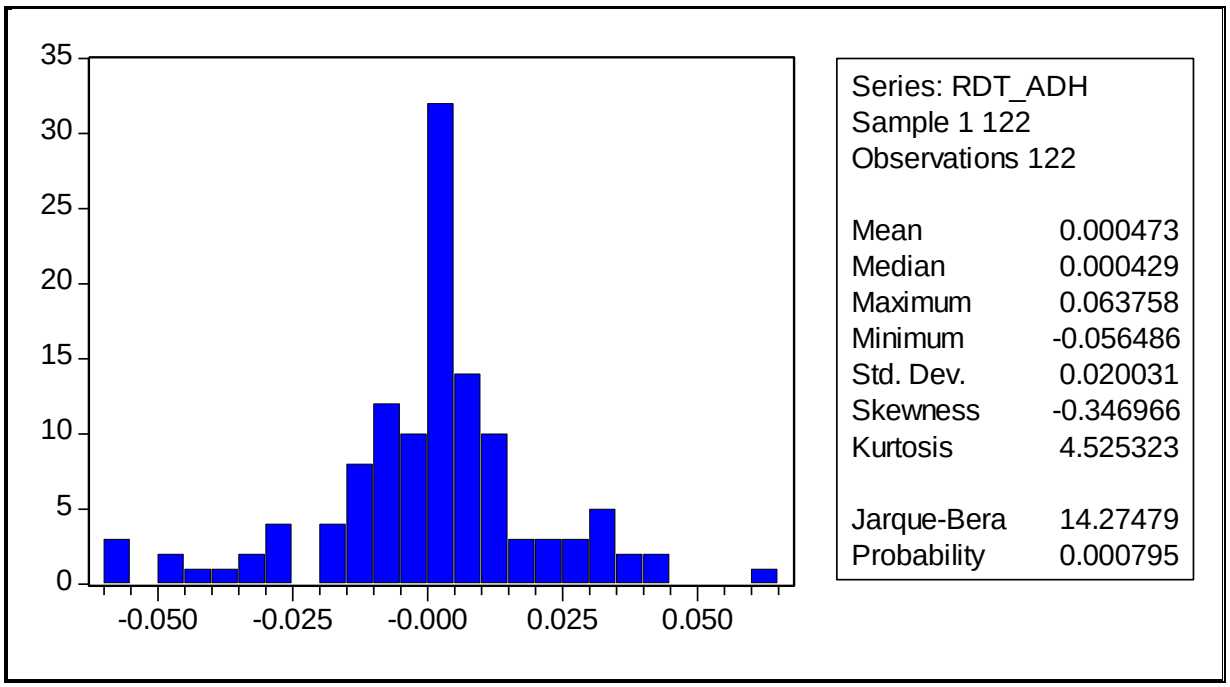
Annexe 4 : résultats du test sur la stationnarité et la normalité des actions ADH et ADI par Eviews

ADH :

-stationnarité des rendements;

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-8.148121	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.035648	
	5% level	-3.447383	
	10% level	-3.148761	

-normalitédes rendemetns :

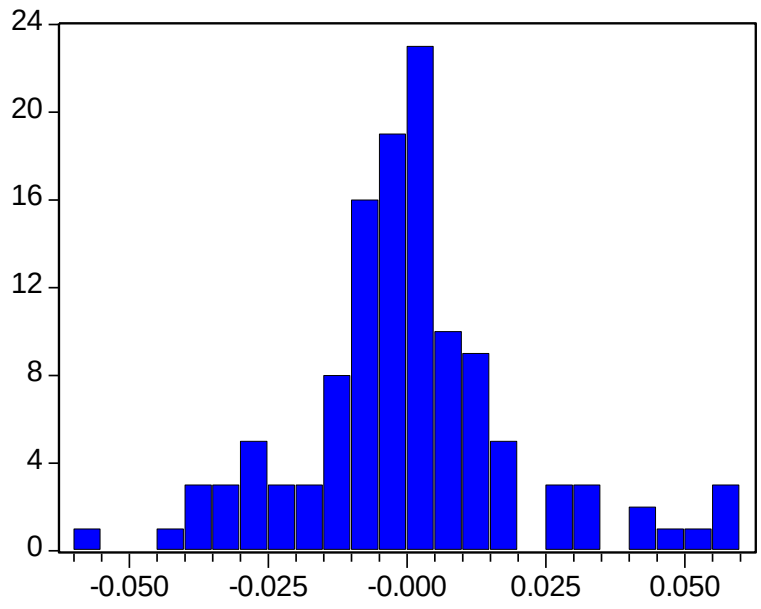


ADI :

-stationnarité des rendemetns :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-7.880548	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.035648	
	5% level	-3.447383	
	10% level	-3.148761	

-***normalité des rendemetns :***



Series: RDM
Sample 1 122
Observations 122

Mean	-7.22e-05
Median	-0.000428
Maximum	0.059867
Minimum	-0.059937
Std. Dev.	0.020201
Skewness	0.549465
Kurtosis	4.641568
Jarque-Bera	19.83716
Probability	0.000049

Annexe 5 : modélisation des actions

Modélisation des actions

Black&Scholes et plusieurs autres chercheurs qui ont suivi ont supposé que les rendements des actions obéissaient à une distribution normale. Ils ne se sont donc intéressés qu'aux deux premiers moments de la distribution des rendements et ont supposé implicitement que l'asymétrie et le leptocurtisme excédentaire des rendements étaient nuls. Certes, la distribution des rendements mensuels s'approche de la normale (voir l'annexe : rendements mensuels), mais elle devient de plus en plus leptocurtique et asymétrique au fur et à mesure qu'on augmente la fréquence des observations. Ainsi, les rendements journaliers présentent-ils une distribution nettement asymétrique et leptocurtique qui s'accentue davantage quand on passe aux données à haute fréquence, c'est-à-dire aux données intra journalières. Si l'on ne prend pas en compte le caractère leptocurtique et asymétrique des rendements, on peut biaiser fortement le calcul. L'hypothèse que le prix d'une action obtempère à un mouvement brownien géométrique n'est donc pas valide

Processus de wiener et mouvement brownien arithmétique : :

Le processus de Wiener, basée sur la loi normale et qui s'écrit comme suit :

$dz = \varepsilon\sqrt{dt}$ et où $\varepsilon \sim N(0,1)$ et où dt désigne un petit intervalle de temps, encore désigné par «pas», comporte certaines lacunes. D'abord, sa dérive ou son trend est nul. Or, plusieurs séries stochastiques comportent un trend (tendance). Par exemple, les indices boursiers font montre d'une tendance à la hausse à long terme. De plus, la variance d'un processus stochastique est égale au pas, soit dt. Comme cette variance ne peut accommoder qu'un nombre très limité de processus stochastiques, il y a lieu de calibrer la partie aléatoire d'un processus stochastique par la variance observée de la série.

Le mouvement brownien arithmétique corrige ces deux déficiences du processus de Wiener. Il s'écrit comme suit :

$$dx = \mu dt + \sigma dz$$

où μ est la dérive de la série, σ son écart-type et $dz = \varepsilon\sqrt{dt}$. Comme on le voit, c'est la partie stochastique du processus qui domine à court terme et sa tendance à long terme.

Mouvement brownien géométrique :

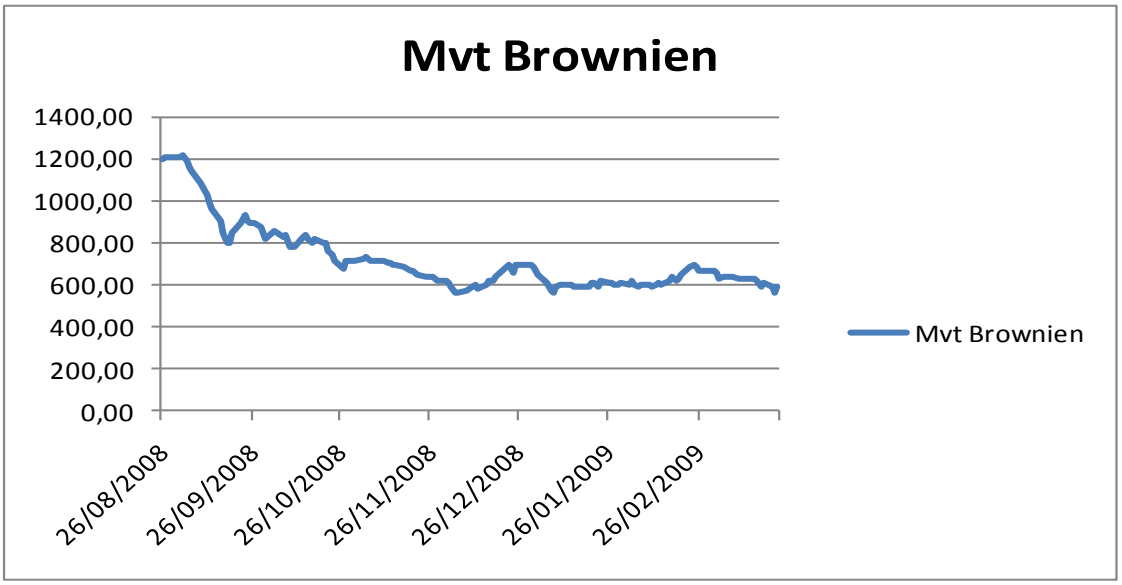
Un mouvement brownien arithmétique est inapproprié pour décrire l'évolution du prix d'une action qu'on note S, étant donné la croissance espérée du prix de cette action, désignée par μ, et l'écart-type du taux de rendement de l'action, représenté par σ. En effet, cela supposerait que le rendement total de l'action, soit $\frac{dS}{S}$, aurait tendance à diminuer au cours du temps, ce qui est contraire aux données observées sur les rendements des actions. On fait donc l'hypothèse que le prix d'une action obtempère à un mouvement brownien géométrique dont l'équation différentielle est:

$$dS = \alpha S dt + \sigma S dz$$

La dérive et l'écart-type sont donc multipliés par S, soit le niveau du prix de l'action. Il s'ensuit que le taux de rendement de l'action suit un mouvement brownien arithmétique:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Le taux de rendement de l'action est donc indépendant du niveau de S, ce qui semble corroboré par les faits. La représentation graphique de ce mouvement est donnée à la figure suivante :



<u>Figure</u> : allure d'un mouvement brownien géométrique (les données sont prises comme exemple)

Annexe 6 : mouvement brownien avec sauts

Mouvement brownien avec sauts

Les processus de sauts connaissent une popularité grandissante dans la théorie de l'ingénierie financière. Ils permettent en effet de jouxter au mouvement brownien

géométrique, qui repose sur la distribution normale, un processus qui rend la distribution des rendements leptocurtique et asymétrique. Ce dernier processus est associé aux événements rares qui occasionnent des sauts.

Les événements normaux et les événements rares

Merton (1992) et Neftci (2000) ont établi une distinction très nette entre un événement

normal et un événement rare et ont montré que, dans le premier cas, seuls les deux

premiers moments importaient alors que dans le second, il fallait également prendre

en compte les moments d'ordre supérieur. Soit h un intervalle de temps égal à dt. Un événement est dit normal si son amplitude diminue au fur et à mesure que h diminue. Par ailleurs, la probabilité d'un tel événement ne dépend pas de h, c'est-à-dire qu'elle ne s'annule pas quand h tend vers 0, c'est bien pour cela qu'un tel événement est qualifié de normal.

Un événement rare présente un profil qui est l'inverse de l'événement normal.

Son amplitude ne diminue pas quand h diminue: il prend l'aspect d'un saut . Cependant, sa probabilité d'occurrence tend vers 0 quand h tend vers 0 et c'est là la raison pour laquelle il est qualifié de rare.

Pour analyser la distribution des événements normaux, les deux premiers moments suffisent, car les moments d'ordre supérieur à deux sont proportionnels au carré de h. On peut donc les négliger. La distribution normale peut alors être utilisée pour analyser la dimension stochastique de tels événements. À titre d'exemple, le mouvement brownien géométrique et le processus de retour vers la moyenne reposent sur la distribution normale. Par ailleurs, les troisième et quatrième moments d'événements rares sont proportionnels à h. On ne peut donc les négliger lors de l'analyse de tels événements. Comme ils sont assimilables à des sauts, la distribution de Poisson semble appropriée pour étudier de tels événements. La prochaine section s'intéresse plus particulièrement aux caractéristiques de cette distribution.

Neftci (2000) montre comment le processus de Poisson peut être incorporé dans un arbre binomial. Si le prix de l'action n'est influencé que par des événements normaux, les mouvements de hausse (u) et de baisse (d) prennent généralement la forme suivante:

$$u = e^{\sigma\sqrt{h}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{h}}$$

où s est l'écart-type du rendement de l'action. La probabilité d'un mouvement de

hausse peut être choisie comme suit:

$$p = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\alpha}{\sigma}\sqrt{h}\right]$$

où a est le taux de croissance du prix de l'action. On note que lorsque h tend vers 0, p tend vers ½, ce qui justifie le choix de cette constante par plusieurs auteurs comme probabilité de hausse ou de baisse en autant que h soit très petit . Les valeurs de u, d et p relèvent bien d'événements normaux. En effet, l'importance des mouvements de hausse et de baisse d'événements normaux tend à s'amenuiser au fur et à mesure que h diminue. Mais la probabilité de tels événements ne s'annule pas quand h tend vers 0. Elle se dirige plutôt vers la constante ½. Pour les événements rares, on formule les hypothèses suivantes sur les trois

paramètres: u, d et p. On suppose que le mouvement de hausse u est une constante et qu'il dépend de l'importance du saut. Le paramètre d est fixe pour sa part à : $d = e^{\theta h}$.

est associé à l'absence de sauts. Par ailleurs, la probabilité p d'un saut est égale à λh. Les paramètres λ et u doivent être calibrés selon l'ampleur et la probabilité de l'événement rare. Le mouvement de saut étant une constante, il ne dépend pas de h, ce qui est l'une des caractéristiques d'un événement rare. Par ailleurs, la probabilité p de l'événement rare tend vers 0 quand h tend lui-même vers 0.

<u>La distribution de Poisson :</u>

À l'instar de la distribution hypergéométrique que nous avons étudiée précédemment, la distribution de Poisson est une forme particulière de la loi binomiale. Soit n le nombre de tirages et p la probabilité d'observer un événement rare. On fait tendre n vers l'infini et p tend alors vers 0 sous contrainte que np demeure fini et tende vers λ. On obtient alors la fonction de densité suivante, soit celle de la loi de Poisson:

$$\binom{n}{r} p^r q^{n-r} = f_r = e^{-\lambda}\frac{\lambda^r}{r!} \qquad r = 0,1,2,...$$

avec λ > 0. Les quatre premiers moments de cette distribution sont les suivants :

μ1 = μ2 = μ3 = λ

μ4 = λ + 3λ^2

Lorsque les événements sont normaux, la distribution binomiale tend vers la distribution normale. Si les événements sont rares, la distribution binomiale tend vers la distribution de Poisson. Lorsque λ tend vers l'infini, la distribution de Poisson tend cependant vers la distribution normale

Comment peut-on calculer le lambda ? Une méthode simple est fournie par Dixit et Pindyck (1994). Désignons par E(T) l'espérance du temps pour qu'un saut se manifeste. Par exemple, si E(T) est égal à 10, cela signifie qu'un saut se produit en moyenne à tous les dix ans. La probabilité qu'aucun saut ne se produise est, en vertu de la fonction de densité de la distribution de Poisson:

$$f_0 = e^{-\lambda}\frac{\lambda^0}{0!} = e^{-\lambda}$$

La probabilité que le premier événement se produise dans l'intervalle (T,T+dT) est de:

$$f_1 = e^{-\lambda}\frac{\lambda^1}{1!} = \lambda e^{-\lambda}$$

De telle sorte que E(T) est égal à:

$$E(T) = \int_0^\infty \lambda T e^{-\lambda T} dT = \frac{1}{\lambda}$$

Le ratio (1/λ) représente donc l'intervalle de temps moyen entre deux sauts. Si λ = 0,2, cela signifie qu'il se produit un saut à tous les cinq ans. Par conséquent, s'il se produit un saut en moyenne à tous les cinq ans, λ prendra la valeur de 0,2, et ainsi de suite.

<u>Processus de Levy :</u>

dS = S*(αdt + σdz) + (J - 1)Sdq + (K – 1)Sdw

tel que les variables dq et dw suive un processus de Poisson(λ). Et ces deux processus de sauts sont supposés indépendants l'un de l'autre.

Pour la variable dq par exemple lorsqu'un saut se produit, elle prend la valeur 1 et la probabilité d'un tel saut est de λh. Lorsqu'il n'y a pas de saut, elle prend la valeur 0 et la probabilité d'un tel événement est donc de (1 – λh).

Lorsqu'un saut se produit, le prix de l'action passe de S à JS. S'il s'agit de sauts négatifs, J est compris entre 0 et 1 et s'il s'agit de sauts positifs, J est supérieur à 1.

Wilmott suggère d'opérationnaliser cette équation en faisant des tirages dans la distribution uniforme. Soit **epsi** l'un de ces nombres tirés. Si **epsi** < λdt, il y aura alors un saut, c'est-à-dire que dq prendra la valeur 1. Sinon, il n'y a pas d'événement rare et le mouvement brownien continue d'évoluer

Ainsi Lorsque l'action enregistre un saut baissier, sa valeur passe de S à JS, oùJ < 1. Par ailleurs, lorsque l'action fait l'objet d'un saut haussier, sa valeur passe deS à KS, où K > 1.

Si **epsi** < λdt, il se produit un saut baissier. Par ailleurs, si **epsi** >(1 – λdt), il se produit un saut haussier. Et les deux processus de sauts sont supposés indépendants l'un

Annexe 7 : programme sur Eviews pour estimer les paramètres d'un mouvement brownien géométrique

Procédure MLE d'un mouvement brownien géométrique

```
@lolgl logl1
Res1 = rdt – c(1)
Var = c(2)
@param c(2) 0.2
Logl1 = log(@d norm(res1/@sqrt(var)))-log(var)/2
```

Annexe 8 : programme de simulation sous vba Excel de mouvements browniens géométriques

Sous-routine Visual Basic d'un mouvement brownien géométrique pour l'action IAM

```
Sub Browngeom( )
mu=0.001216367
sigma=0.009542598
T=1
N=100
dt=T / N
St=100
Range("IAM").Offset(0, 0)=St
For i=1 To N
Randomize
eps=Application.WorksheetFunction.NormSInv(Rnd)
St=St+mu*St*dt+sigma*St*eps*Sqr(dt)
Range("IAM").Offset(i, 0)=St
Next i
End Sub
```

Programme Visual Basic du mouvement géométrique brownien accompagné de sauts haussiers et baissiers pour l'action IAM

```
Sub brownienjumpud( )
S=144
mu=0.001216367
sigma=0.009542598
lambda=2
jump=0.5
N=100
dt=1 / N
Dim i As Integer
Range("simul").Offset(0, 0)=0
Range("IAM").Offset(0, 0)=S
Range("rare1").Offset(0, 0)=0
Range("rare2").Offset(0, 0)=0
For i=1 To N
epsi=Rnd
Range("epsi1").Offset(i, 0)=epsi
'Saut baissier
If epsi < lambda*dt Then
v=1
Else
v=0
EndIf
```

```
‘Saut haussier
If epsi > (1-lambda*dt) Then
w=1
Else
w=0
End If
Range(“rare1”).Offset(i, 0)=v
Range(“rare2”).Offset(i, 0)=w
S=S*(1+u*dt+sigma*Sqr(dt)*App
lication.WorksheetFunction.
NormSInv(epsi)-jump*v+jump*w)
Range(“simul”).Offset(i, 0)=i*dt
Range(“IAM”).Offset(i, 0)=S
Next i

End Sub
```

Annexe 9 : formule du taux zéro-coupons

La courbe des taux zéro-coupon permet de représenter la fonction suivie par les taux d'intérêt pour différentes échéances.

Méthode de calcul sur le court terme :

Sur le court terme, les instruments sont généralement de type zéro-coupon. En effet sur le moins d'un an, le remboursement du capital intervient en même temps que le paiement des intérêts. On a donc bien deux flux. Le problème se situe uniquement au niveau de la conversion du taux monétaire en base actuarielle :

$$t_a = (1 + \frac{t_m * n}{360})^{\frac{1}{f}} - 1$$

Avec :

tm : le taux monétaire,

ta : le taux actuariel,

n : le nombre de jours du placement,

f : la fraction d'année du placement .

Méthode de calcul sur le long terme :

La courbe Zéro coupon est obtenue de proche en proche à partir de la courbe in fine de la

manière suivante :

$Z_1 = T_1$

Z_2 est calculé à partir de l'équation suivante :

$$100\% = \frac{T_2}{(1 + Z_1)} + \frac{(1 + T_2)}{(1 + Z_2)^2}$$

Où les *Zi* et les *Ti* sont respectivement les taux Zéro coupon et in fine pour une échéance

de i années.

Cette équation du calcul est obtenue du fait qu'un titre in fine à 2 ans, portant un taux de

rendement de T_2 est valorisé au pair (100%).

Or sa valeur est également obtenue en actualisant ses flux par les taux Zéro coupon.

De manière récursive on trouve que :

$$100\% = \frac{(1+T_n)}{(1+Z_n)^n} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{T_n}{(1+Z_I)^i}$$

Prenons un exemple : pour simplifier, nous raisonnerons sur un montant de départ de 100.

Supposons que l'on note les taux suivants sur le marché :

1 an = 3,50%

2 ans = 4,75 %

3 ans = 5,50%

Pour la 1ère année, le problème ne se pose pas car il n'y a pas de flux intermédiaire. On doit seulement vérifier qu'ils sont bien exprimés en base exact/exact (dans le cas contraire, on effectuera une conversion.

Pour le 2 ans, nous avons un flux intermédiaire :

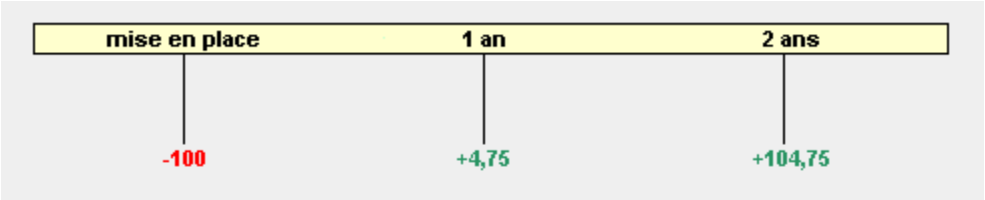


Figure 1 : Flux reçus d'une obligation in fine 2ans

Source : www.combiste.info

Ce flux (4,75) devra être actualisé au taux zéro-coupon du 1 an (3,50%).

On se retrouve donc avec l'équation suivante :

$$100 = \frac{4{,}75}{(1+0{,}035)} + \frac{104{,}75}{(1+Z_2)}$$

Qui donne pour résultat Z_2 = 4,78%

Pour le 3 ans, nous avons 2 flux intermédiaires. Le premier flux doit être actualisé au taux zéro-coupon du 1 an et le deuxième flux au taux zéro-coupon du 2 ans.

On doit donc résoudre l'équation suivante :

$$100 = \frac{5{,}5}{(1+0{,}035)} + \frac{5{,}5}{(1+0{,}0478)^2} + \frac{105{,}5}{(1+Z_3)^3}$$

Qui donne pour résultat Z_3 = 5,57%

Annexe 10 : formule du taux d'actualisation

On actualise les flux avec les taux zéro-coupons correspondant à la durée restante depuis la date de calcul de la VaR jusqu'à la date de la réception du flux. Ce taux zéro coupon n'est d'autre que le taux obtenu par interpolation linéaire de la courbe des taux zéro coupon. On utilise les taux zéro coupon pour l'actualisation, car on a supposé que chaque coupon de l'obligation est une obligation zéro coupon.

Dans notre cas on cherche le taux d'actualisation $r_{0,4}$ pour la durée restante de 0,4 fraction d'année. On dispose des taux de la courbe zéro coupon 13 et 26 semaines pour la période allant du 29/03/2009 au 29/03/2010 et correspondant respectivement au 0,25 et 0,5 fraction d'année.

La formule d'interpolation, dans notre cas, est la suivante :

$$r_{0,4} = \frac{(0,5 - 0,4) * tz^{13} + ((0,4 - 0,25) * tz^{26})}{0,25}$$

Puis, on calcule la valeur actuelle de chaque flux en actualisant le coupon à ce taux qu'on vient de voir. Puis on multiplie par le nombre de bons de Trésor qu'on détient dans cette ligne.

Annexe 11 : résultats du test de Dickey-Fuller sur le TMP

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-21.35330	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.979443	
	5% level	-3.420259	
	10% level	-3.132797	

On remarque donc, que la valeur absolue de la statistique t du test (égale à 14,32) est plus grande que la valeur absolue de t tabulé au seuil de 1% (égale à 3,96). On rejette donc l'hypothèse H0 de la présence d'une racine unitaire et on conclut que la série est stationnaire.

Annexe 12 : modèles de taux d'intérêt

MODELE DE MERTON :

Dans son travail Merton a offert l'évolution stochastique suivante :

$$\boldsymbol{dr_t = \alpha\, dt + \sigma\, dW_t}$$

Où α et σsont des constantes positives. Une solution simple est obtenue pour **r** ,

$$r_t = r_0 + \int_0^t \alpha\, ds + \int_0^t \sigma\, dW_s$$

$$r_t = r_0 + \alpha t + \sigma\, W_t \qquad \Rightarrow \qquad r_t = r_u + \alpha(t-u) + \sigma(W_t - W_u)$$

Dans ce modèle, r suit une distribution gaussienne, donc il existe une probabilité positive pour que r prenne des valeurs négatives.

MODELE DE VASICEK(1977) :

Le modèle de Vasicek (1977) est fondé sur l'idée que le taux court est le seul paramètre qui régit les prix des titres obligataires, son évolution stochastique obéit à l'équation différentielle de type :

$$\boldsymbol{dr_t = \alpha(\beta - r_t)\, dt + \sigma\, dW_t}$$

r indique la valeur courante du taux court,

α désigne la vitesse d'ajustement du taux court actuel vers sa moyenne de long termeβ,

β représente la valeur à long terme de r,

σ correspond à la volatilité des taux futurs,

W_t est un mouvement Brownien.

Pour obtenir une formule explicite de r_t, il faut introduire le processus $X_t = r_t - \beta$. L'équation devint ainsi :

$$\boldsymbol{dX_t = -\alpha\, X_t\, dt + \sigma\, dW_t}$$

La résolution de cette équation fournit la formule suivante :

$$r_t = r_u e^{-\alpha(t-u)} + \alpha\beta \int_u^t e^{-\alpha(t-s)}\, ds + \sigma \int_u^t e^{-\alpha(t-s)} dW_s$$

Dans ce modèle également le taux court suit une distribution normale et donc il le r peut prendre des valeurs négatives. Ce qui constitue la principale critique du modèle de Vasicek ;

LE MODELE DE COX INGERSOLL ROSS(1985) :

Un cas intriguant de l'équation différentielle stochastique non-linéaire s'écrit sous la forme :

$$\boldsymbol{dX_t = (\theta_t X_t + \gamma_t)dt + \vartheta_t\sqrt{X_t}\ dW_t, X_0 = x_o.}$$

Un processus qui suit une telle dynamique se réfère traditionnellement au processus racine carré. Dans un sens commun, les processus racine carré sont naturellement liés à la distribution khi-deux non centrée. L'exemple le plus pesant de cette gamme de modèles basés sur cette dynamique est celui de Cox, Ingersoll et Ross pour le taux court instantané. Dans cet exemple le processus du taux court satisfait une version simplifiée de l'équation précédente et ne génère par conséquent que des taux d'intérêt strictement positifs.

La formulation du modèle est la suivante :

$$\boldsymbol{dr_t = \alpha(\beta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t, r(O) = r_0}$$

Où α, β, σet r_0 sont des constantes positives. La condition $2\alpha\beta \geq \sigma^2$ assure la positivité de r. On peut montrer que l'équation précédente admet une unique solution qui est positive, le développement nécessaire pour résoudre cette équation différentielle sera présenté en détail dans l'annexe 1.

<u>LE MODELE DE DOTHAN (1978) :</u>

En 1978, Dothan propose dans son papier original un mouvement géométrique sans drift[3] en tant que processus du taux court .Il l'a alors exprimé de la manière suivante :

$$\boldsymbol{dr_t = \sigma r_t dW_t, \quad r(0) = r_O}$$

$r_O et \sigma$ Étant des paramètres positifs constants.

<u>LE MODELE DE BRENNAN SCHWARTZ (1980)</u> :

Dans leur travail ils ont offert un model pour analyser les obligations convertibles. Ils ont ainsi proposé l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = (\beta + \alpha r_t)dt + \sigma r_t dW_t$$

Où α, β, et σ sont des constantes positives.

Annexe 13 : programme MLE sous Eviews pour taux d'intérêt

Spécification EViews de la fonction de vraisemblance du modèle de taux d'intérêt

```
@logl logl1
res1=d(tx)-c(1)-c(2)*tx(-1)
var=c(3)*rbt(-1)^(2*c(4))
logl1=log(@dnorm(res1/@sqrt(var)))-log(var)/2
```

Annexe 14 : **programme de simulation sous vba Excel pour le modèle de Vasicek**

Sous-routine Visual Basic du modèle de Vasicek

```
Sub

alpha = 0.961210196
sigma = 0.005674
beta = 0.001159087882

N = 2090
dt = 1 / 250
xt = 0.0325

Cells(2, 2) = xt
For i = 1 To N
Randomize
eps = Application.WorksheetFunction.NormSInv(Rnd)
xt = alpha * dt + beta * xt * dt + sigma * eps * Sqr(dt)
Cells(i + 2, 2) = xt
Next i

End Sub
```

Annexe 15 : : formule de la structure par termes

Démonstration de la structure par termes

Le lien entre le taux court et le prix des obligations :

Suivant la méthode de l'équilibre d'arbitrage, on conditionne la structure des taux à l'aléa fondamental qui affecte l'économie, en admettant que le prix $P(t,s)$ d'une obligation, d'échéances en t, est déterminé par l'évolution attendue du taux court entre t et s, cette hypothèse, qui prépare l'application du lemme d'Itô au processus P(r, t, s), signifie que le taux court $r(t)$ représente l'information pertinente pour les investisseurs, et que ceux-ci vont donc ajuster leur comportement à son évolution prévue. De ce fait, un lien est créé, via les comportements de marché, entre le taux court et la structure par terme.

On peut signaler que $r(t)$ représente, pour un investisseur, le coût d'opportunité instantané de détention d'un bon long, comparativement à un investissement productif de sa richesse au taux d'intérêt court. L'évolution attendue de $r(t)$, entre t et s, lui permet donc de mesurer le coût d'opportunité total, engendré par la détention d'un bon d'échéance s pendant un instant de longueur dt.

Utilisant le lemme d'Itô, nous permet d'exprimer le processus des prix.

Le lemme d'Itô permet d'écrire :

$$\frac{dP(r,t,s)}{P(r,t,s)} = \alpha(r,t,s)dt + \delta(r,t,s)dz(t)$$

Avec : $$\alpha(r,t,s) = \frac{1}{P}\left(\frac{1}{2}\sigma^2(r,t)P_{rr} + \mu(r,t)P_r + P_t\right)$$

$$\delta(r,t,s) = \frac{1}{P}(\sigma(r,t)P_r)$$

Où $\alpha(r,t,s)$ désigne l'espérance mathématique du rendement instantané de l'obligation, et $\sigma(r,t,s)$ la volatilité non-anticipée, engendrée par les fluctuations imprévues du taux court.

Le lien entre taux court et prix étant ainsi établi, on peut maintenant invoquer la condition d'arbitrage

La condition d'arbitrage :

Conformément à la démarche de l'équilibre d'arbitrage, on construit un portefeuille comportant deux types d'obligation - les obligations d'échéance s_1 et d'échéance s_2 -, détenues dans des proportions respectives w_1 et $w_2 = 1 - w_1$.

La valeur $W(t)$ de ce portefeuille croît au taux :

$$\frac{dW(t)}{W(t)} = \frac{dP(r,t,s_1)}{P(r,t,s_1)} w_1 + \frac{dP(r,t,s_2)}{P(r,t,s_2)} w_2$$

On remplace le rendement instantané des deux obligations par sa valeur pour que son rendement soit certain, il suffit de choisir w_1 et w_2 tels que :

$$\delta(r,t,s_1)w_1 + \delta(r,t,s_2)w_2 = 0$$

Si tel est le cas, son rendement instantané ne peut être différent du taux sans risque $r(t)$ (Principe d'absence d'arbitrage), et on a donc :

$$\alpha(r,t,s_1)w1 + \alpha(r,t,s_2)w2 = r(t)$$

Utilisant la contrainte $w_1 + w_2 = 1$, l'équation ci-dessus devient :

$$(\alpha(r,t,s_1) - r(t))w_1 + (\alpha(r,t,s_2) - r(t))w_2 = 0$$

Et enfin, on obtient le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \alpha(r,t,s_1) - r(t) & \alpha(r,t,s_2) - r(t) \\ \delta(r,t,s_1) & \delta(r,t,s_2) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce système n'admet de solution non-triviale que si son déterminant est nul.

Il vient :

$$\frac{\alpha(r,t,s_1) - r(t)}{\delta(r,t,s_1)} = \frac{\alpha(r,t,s_2) - r(t)}{\delta(r,t,s_2)}$$

Cependant, la procédure suivie est indépendante des échéances s_1 et s_2 choisies. On peut donc écrire.

$$\frac{\alpha(r,t,s) - r(t)}{\delta(r,t,s)} = \lambda_z(r,t)$$

Pour toute échéance s. Le terme $\lambda_z(r,t)$ étant indépendant de s, cette égalité représente bien la contrainte qui pèse sur les prix des obligations, et fonde, par là même, l'existence d'une structure des taux d'intérêt.

Exprimée sous la forme :

$$\alpha(r,t,s_1) - r(t) = \lambda_z(r,t)\delta(r,t,s)$$

L'équation précédente montre bien que λ_z s'interprète comme la prime unitaire (divisé par la volatilité du rendement du bon sans coupon) offerte pour le risque engendré par les fluctuations imprévues du taux court, à l'instant t.

Le rendement instantané espéré, en excès du taux sans risque r(t), sur l'obligation d'échéance s (c'est-à-dire la prime exigée par le marché sur cette échéance) est égal à la prime unitaire du risque induit par la source d'incertitude

(taux court) multipliée par une mesure de l'exposition au risque fondamental de cette obligation, $\delta(r,t,s)$.

En multipliant $\lambda_z(r,t)$ par σ, on obtient une mesure du prix accordé au risque fondamental porté par le taux court. On notera $\lambda_r \equiv \sigma\lambda_z$ la prime unitaire de risque de taux d'intérêt. Utilisant cette définition, on peut exprimer la prime de terme sous la forme suivante :

$$\phi(r,t,s) = \frac{\lambda_r P_r}{P}$$

Cette expression fait apparaitreλ_r, comme la prime d'équilibre pour une sensibilité unitaire aux variations du taux d'intérêt.

L'équation de structure par terme :

Pour obtenir l'équation de structure par terme, il suffit d'introduire dans l'équation qui définit la prime de terme la valeur de $\alpha(r,t,s)$ et de $\sigma(r,t,s)$.

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P_{rr} + (\mu - \lambda_r)P_r - rP + P_t = 0$$

La résolution de cette équation différentielle, sous la condition terminale

$P(r,s,s) = 1$, fournit la structure des prix$P(r,t,s)$, et, par simple transformation, la structure des taux $R(r,t,s)$.

Quelques solutions particulières :

Pour confronter cette proposition à la réalité, il est nécessaire de préciser les paramètres $\mu(r,t)$ et $\sigma(r,t)$ décrivant le comportement du taux court. Ce faisant, il sera possible de discuter des caractéristiques dynamiques de la structure des taux obtenue.

Trois types de processus ont été proposés pour le taux court :

- Le processus de Wiener général,
- le processus d'Ornstein-Uhlenbeck,
- le processus « racine carrée ».

La dynamique de la structure des taux :

la structure Taux étant directement issue des caractéristiques du processus suivi par r(t), il est utile d'envisager chacune de ces hypothèses, du point de vue de ses capacités à reproduire un comportement dynamique vraisemblable pour le taux court.

Nous intéressons par la suite au cas particulier du processus d'Ornstein-Uhlenbeck (processus de retour à la moyenne) pour établir l'expression analytique de la structure de taux :

Le processus d'Ornstein-Uhlenbeck

Vasicek [1977] a supposé que le taux court est représenté par un processus stochastique de la forme :

$$dr(t) = \kappa\big(\theta - r(t)\big)dt + \sigma dz(t)$$

Où κ et θ sont des scalaires strictement positifs.

Ce processus d'Itô décrit une dynamique régressive, autour d'une valeur « moyenne » θ. Imaginons que $r(t)$ passe au-dessus de ce niveau θ, sous l'effet d'un choc aléatoire $\sigma dz(t)$ positif. Dans ce cas, l'espérance de la variation instantanée de $r(t)$, égale à $(\theta - r(t))$, est négative, et $r(t)$ aura tendance à se rapprocher de son niveau moyen, à la « vitesse » κ . La conclusion est identique lorsque $r(t)$ passe au-dessous de θ.

L'évolution de $r(t)$ résulte maintenant de deux forces contradictoires : la force de rappel « équilibrante », et l'aléa « déséquilibrant ». On pallie ainsi un inconvénient

majeur du processus de Wiener général, à savoir une espérance et une variance de variation qui tendent vers l'infini.

Dans le cas d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck, on a, pour $t < s$ on a :

$$E\big(r(s)\backslash r(t)\big) = \theta + (r(t) - \theta)e^{-\kappa T}$$

$$V\big(r(s)\backslash r(t)\big) = \frac{\sigma^2}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa T})$$

Lorsque T devient infiniment grand, l'espérance de $r(s)$ étant donné son niveau actuel $r(t)$ tend vers la valeur « moyenne » θ. La variance conditionnelle tend, quant à elle, vers la constante finie $\sigma^2/2\kappa$

Introduisant l'expression des paramètres du processus dans l'équation de structure par terme, il vient :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P_{rr} + (\kappa(\theta - r) - \lambda_r)P_r - rP + P_t = 0$$

Et sa solution :

$$P(r,t,s) = e^{\left(\frac{1}{\kappa}(e^{-\kappa T}-1)r(t)+\left(\frac{\sigma^2}{4\kappa^3}\right)(1-e^{-2\kappa T})+\frac{1}{\kappa}\left(\theta-\frac{\lambda_r}{\kappa}-\frac{\sigma^2}{\kappa^2}\right)(1-e^{-\kappa T})-\left\{\theta-\frac{\lambda_r}{\kappa}-\frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right\}T\right)}$$

Avec : T représente la maturité résiduelle $T = s - t$

Évaluant P_t, P_r et P_{rr} à partir de cette solution, l'équation nous donne :

$$\alpha(r,t,s) = r(t) + \frac{\lambda_r}{\kappa}(e^{-\kappa T} - 1)$$

$$\delta(r,t,s) = \frac{\sigma}{\kappa}(e^{-\kappa T} - 1)$$

Soit une prime de terme :

$$\phi(r,t,s) = \frac{\lambda_r}{\kappa}(e^{-\kappa T} - 1)$$

Cette prime est positive pour toutes les échéances, si λ_r est négatif.

Considérant la forme générale de la solution, la structure des taux est donnée par ;

$$R(r,t,s) = -\frac{1}{T}\left(\frac{1}{\kappa}(e^{-\kappa T}-1)r(t) + \left(\frac{\sigma^2}{4\kappa^3}\right)(1-e^{-2\kappa T}) + \frac{1}{\kappa}\left(\theta - \frac{\lambda_r}{\kappa} - \frac{\sigma^2}{\kappa^2}\right)(1-e^{-\kappa T}) - \left\{\theta - \frac{\lambda_r}{\kappa} - \frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right\}T\right)$$

Par définition on a :

$$\lim_{s\to\infty} R(r,t,s) = R(\infty) = \theta - \frac{\lambda_r}{\kappa} - \frac{\sigma^2}{2\kappa^2}$$

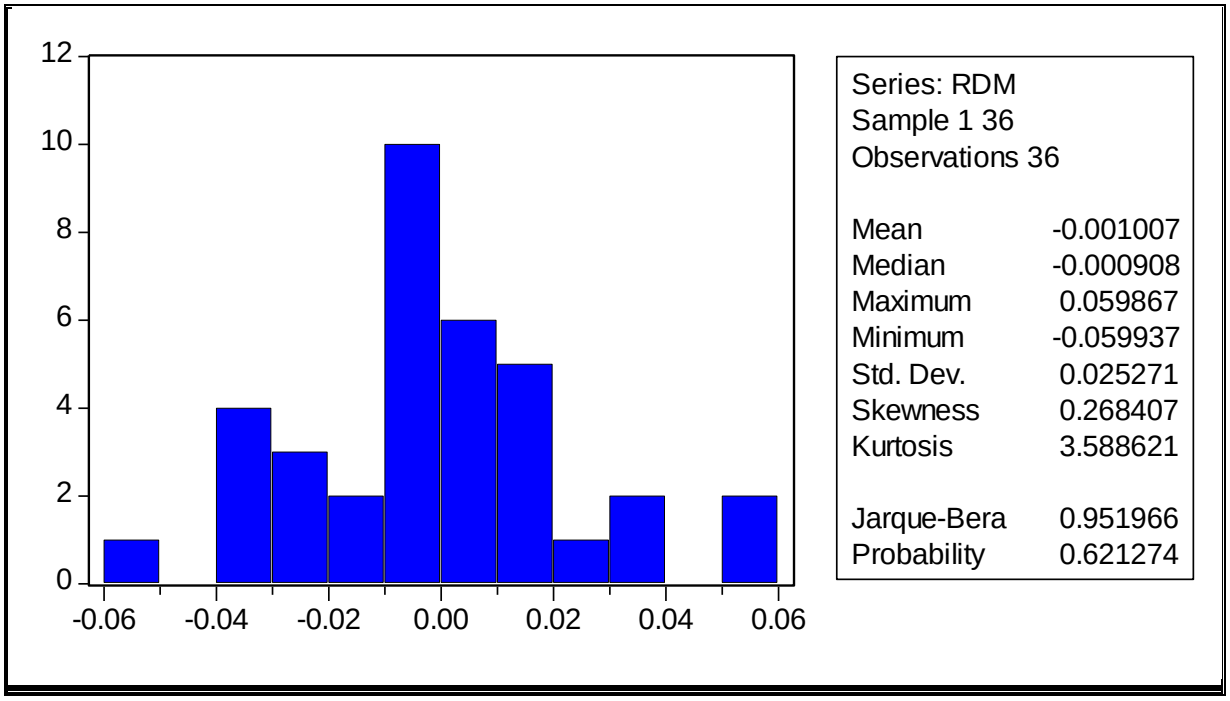
Utilisant cette notation, on peut réexprimer la structure des taux sous la forme :

$$R(r,t,s) = R(\infty) + \frac{1}{T}\frac{1}{\kappa}(e^{-\kappa T}-1)\big(r(t) - R(\infty)\big) + \left(\frac{\sigma^2}{4\kappa^3}\right)(1-e^{-2\kappa T})^2$$

Annexe 16 : comparaison des méthodes de calcul de VaR

Méthode	Avantages	Inconvénients
historique	✓ Facile à expliquer ✓ Implémentation relativement aisée ✓ Aucune hypothèse sur les lois de distribution	✓ Nécessite beaucoup de données historiques ✓ Le passé peut ne plus se reproduire.
Variance-covariance	✓ Paramètres faciles à estimer ✓ Implémentation aisée.	✓ Sous-estime les évènements rares, car l'hypothèse de normalité n'est pas empiriquement justifiée
stochastique	✓ La plus pure, la plus tournée vers l'avenir	✓ Choix des modèles délicats ✓ Requiert une puissance et un temps de calcul importants

Annexe 17 Résultat du Test de la normalité des rendements hebdomadaires de l'action ADI

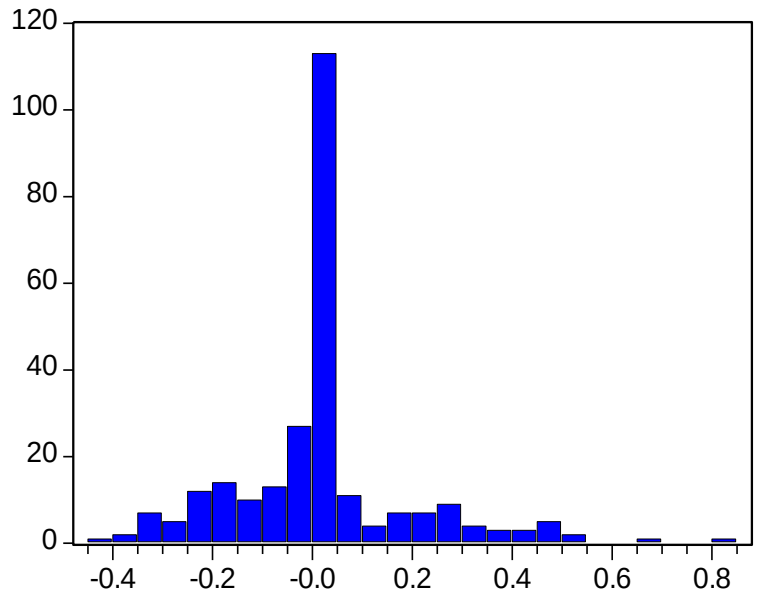


Annexe 18 : résultats des tests de la stationnarité et de la normalité sur les taux d'intérêt et EUR/MAD

-stationnarité de DKK :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-30.05774	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.993746	
	5% level	-3.427203	
	10% level	-3.136898	

-normalité de DKK :



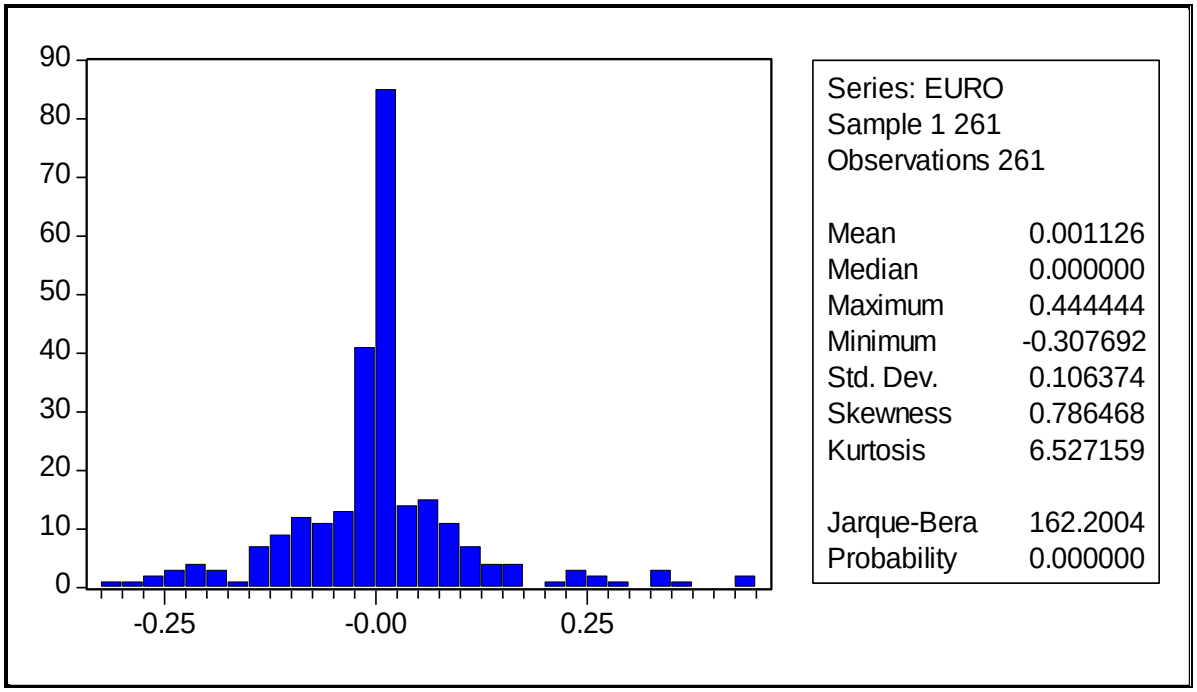
Series: DKK
Sample 1 261
Observations 261

Mean	0.010260
Median	0.000000
Maximum	0.838710
Minimum	-0.416000
Std. Dev.	0.177869
Skewness	1.002300
Kurtosis	5.762281
Jarque-Bera	126.6787
Probability	0.000000

-stationnarité EUR :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-12.36099	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.994167	
	5% level	-3.427407	
	10% level	-3.137018	

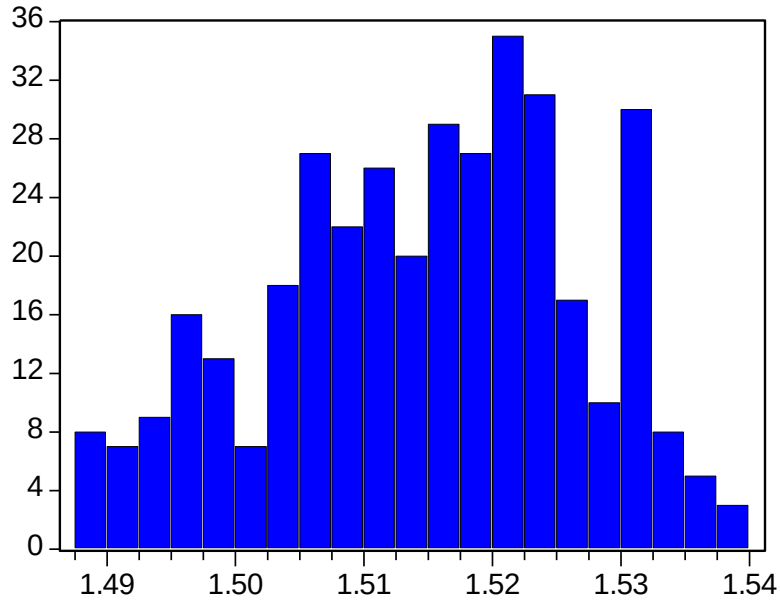
-normalité EUR :



-stationnarité DKK/MAD :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.169615	0.2180
Test critical values:	1% level	-3.448161	
	5% level	-2.869285	
	10% level	-2.570963	

-normalité DKK/ MAD :



Series: DKK_MAD
Sample 1 368
Observations 368

Mean	1.514796
Median	1.515751
Maximum	1.538557
Minimum	1.487765
Std. Dev.	0.011883
Skewness	-0.273976
Kurtosis	2.330847
Jarque-Bera	11.46960
Probability	0.003232