

ROYAUME DU MAROC

*_*_*_*_*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

*_*_*_*_*_*_*_*

INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA



Projet de Fin d'Etudes

**Estimation des lois de rachat et
modélisation du passif**

Préparé par : *Mlle Fatima-Zahra EL AAMERY*

Mlle Hind HAMMOUMI

Sous la direction de : *M. Abderrahim OULIDI (INSEA)*

M. Faiçal ZAHLANE (La Marocaine Vie)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : ACTUARIAT FINANCE

Devant le jury composé de :

- *M. Abderrahim OULIDI (INSEA)*
- *M. Said Ramadan NSIRI (INSEA)*
- *M. Faiçal ZAHLANE (La Marocaine Vie)*

Juillet 2011

Résumé

Dans le but de déterminer la valeur de la compagnie d'assurance sous le cadre de la méthode de l'Embedded Value, le département actuariat doit établir le Compte d'Exploitation Prévisionnel (CEP).

L'élaboration de ce compte passe tout d'abord par la modélisation du passif et de l'actif. Dans notre projet on s'intéressera à la modélisation du passif.

L'objectif de notre projet est d'élaborer des tables de rachat pour les produits d'épargne, des tables de résiliation pour les produits de prévoyance et des tables de reversement pour les versements programmés. Et ce en utilisant les modèles de la durée de vie.

D'une autre part ce projet vise à exploiter les tables de rachat modélisées pour établir le Compte d'Exploitation Prévisionnel. Pour cela on passe tout d'abord par la réconciliation du passif pour pouvoir utiliser les données nécessaires à calculer les flux du passif, après on passe à la projection des résultats en se servant des lois de sorties.

Une dernière étude effectuée est celle du test de la sensibilité des résultats à un choc de l'une des lois de sorties.

Mots clé :

Modèle de durée de vie, loi de rachat, loi de résiliation, loi de reversement, CEP, réconciliation du passif, test de sensibilité.

Dédicace:

A celle qui m'a donné jour. Je t'aime maman

A mon père, sans qui jamais je ne serai devenu ce que je suis

A mon frère Yassine, merci d'être là pour moi et de veiller à mon bien être

A ma sœur Salma, merci d'être l'amie et la confidente

A ma grande famille, que Dieu vous offre bonheur et longue vie. Merci de me soutenir jusqu'au bout... spéciale dédicace à ma petite Wijdane

A mes amies Meryem, Soukaina et Nawal

A ceux avec qui j'ai passé trois de mes meilleures années Hanae, Jamal et Anass.

A tous les INSEAsites

Fatima-Zahra EL AAMERY

Dédicace :

Je ne peux commencer ce mémoire sans le dédier à mes très chers parents, les plus chères personnes dans ma vie. Les deux êtres qui ont consacré tout leur temps pour moi et mon bien être, ils étaient là durant tout mon parcours scolaire pour m'encourager, me soutenir et me pousser de l'avant. Je vous aime chers parents

Je ne peux jamais oublier mes deux chères sœurs, Laila et Wafae pour tous les beaux moments passés, pour leur patience et soutien dans les plus durs instants de ma vie.

Je ne dois pas oublier mon beau frère Adil, mon petit neveu Nizare et ma petite nièce Malake ces deux anges qui ont apporté beaucoup de bonheur à ma vie et à celle de toute notre famille ;

Je le dédie également à ton âme ; ma défunte chère grand-mère ; tes conseils continueront toujours à animer mon existence.

Je le dédie aussi à toute ma famille, mon amie Ghita et toutes les personnes qui m'ont soutenu de près ou de loin.

Hind HAMMOUMI

Remerciement

*Nous voudrions tout d'abord exprimer notre profonde reconnaissance à **Monsieur Faïçal ZAHLANE**, notre responsable de stage, qui a dirigé notre travail; Ses conseils et ses commentaires précieux nous ont permis de surmonter nos difficultés et de progresser dans nos études.*

*Nous adresserions également un grand remerciement à notre professeur **Monsieur Abderrahim OULIDI**, pour l'effort particulier qu'il a déployé, pour sa disponibilité, son aide prestigieuse, ses conseils et ses encouragements permanents.*

*Nous voudrions également exprimer nos remerciements sincères à **Mlle Zineb OUHABI**, qui par son expérience et son enthousiasme, nous a aussi donnée beaucoup de propositions tout au long de ce projet.*

*On adresse un remerciement tout particulier à **Monsieur Taoufik LACHKAR**, pour avoir suivi de prêt notre travail.*

Notre travail s'est déroulé à la Marocaine Vie et on tient à remercier tous les cadres et les employés de la compagnie pour leur accueil, leur sympathie ainsi que leurs idées constructives.

On n'oublie pas de remercier tous les enseignants de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée pour leurs efforts et pour la formation qu'ils nous ont inculquée le long de notre parcours au sein de cet institut.

Table des matières

<i>Résumé</i>	3
<i>Dédicace</i>	4
<i>Remerciement</i>	6
<i>Table des matières</i>	7
<i>Liste des abréviations</i>	12
<i>Liste des tableaux</i>	13
<i>Liste des figures</i>	14
<i>Introduction</i>	15
<i>Partie I</i>	16
<i>Assurance Vie</i>	16
Chapitre 1 : Marché de l'assurance vie	17
I. Catégories de l'Assurance Vie :	17
I.1. Les assurances de dommages :	17
I.2. Les assurances de personnes :	17
II. Assurance Vie :	18
III. Les contrats d'Assurance Vie :	19
III.1. Les contrats en dirhams:	19
III.2. Les contrats en unité de compte :	20
III.3. Les contrats multi support :	20
Chapitre 2 : Présentation de La Marocaine Vie	22
I. Introduction :	22
II. Actionariat :	23
III. Produits :	24
III.1. Des produits aux particuliers :	24
III.2. Des produits aux entreprises :	24
IV. Chiffres clés :	24
V. Département Actuariat :	26

V.1. L'actuaire produit :	26
V.2. L'actuaire financier :	26
Chapitre 3 : Fiscalité de l'assurance vie	28
I. Contrats d'assurance vie et de capitalisation :	28
I.1. Définitions :	28
I.2. Non déductibilité des primes :	28
I.3. Fiscalité sur les prestations :	29
II. Contrats de retraite complémentaire :	29
II.1. Déductibilité des primes :	29
II.2. Fiscalité sur les prestations :	30
<i>Partie II</i>	31
<i>Rachat, Versement et Résiliation</i>	31
Chapitre 1 : Présentation du phénomène de rachat, de résiliation et de reversement	32
I. Phénomène de rachat et de résiliation:	32
I.1. Rachat structurel:	32
I.2. Rachat conjoncturel :	33
I.3. Les risques inhérents au phénomène de rachat :	35
II. Phénomène de reversement :	35
II.1. Types de versement sur l'assurance vie :	36
Chapitre 2 : Modèles de durée de vie	37
I. Préliminaire :	37
I.1. Fonction de survie :	37
I.2. Fonction de risque :	37
I.3. La censure :	38
I.4. Fonction de vraisemblance :	38
II. Modèles non paramétriques :	39
II.1. Estimateur de Kaplan-Meier :	39
II.2. Estimateur du maximum de vraisemblance :	39
II.3. Estimateur de HOEM :	41
III. Modèles paramétriques :	42
III.1. Modèle exponentiel :	42
III.2. Modèle de Weibull :	43
IV. Modèle semi-paramétrique –modèle de COX- :	43
V. Comparaison de deux échantillons :	44

V.1.	La matrice d'information de Fischer :	46
V.2.	Test de rapport de vraisemblance :	46
Chapitre 3 :	Analyse descriptive	48
I.	Les produits « Bancassurance » :	48
I.1.	Epargne :	48
I.2.	Prévoyance	50
II.	Les produits « Classique » :	50
II.1.	Individuel :	50
II.2.	Groupe :	51
II.3.	Prévoyance :	52
Chapitre 4 :	Lois de rachat, de reversement et de résiliation	54
I.	Présentation du produit « P1 » :	54
II.	Statistique descriptive :	55
III.	Modélisation du rachat :	56
III.1.	1 ^{ère} étape : Age révolu, âge exact, âge maximal :	57
III.2.	2 ^{ème} étape : Paramètres de la fonction de survie estimée	59
III.3.	3 ^{ème} étape : Probabilité de rachat et fonction de survie:	61
III.4.	Résultats :	62
III.5.	Passage au modèle exponentiel :	63
III.6.	Test de stabilité:	63
IV.	Modélisation du reversement :	66
IV.1.	Age du versement :	67
IV.2.	Résultats :	67
V.	Modélisation de résiliation:	68
<i>Partie III</i>	70
<i>Modélisation du passif (régime commun)</i>	70
Chapitre1 :	Réconciliation du passif.....	71
I.	Description du produit et bases techniques :	71
I.1.	Description du produit :	71
I.2.	Bases techniques :	72
II.	Formules de calcul de base :	72
II.1.	Cotisation annuelle :	72
II.2.	Rente acquise :	72
II.3.	Taux de prime commerciale :	73

II.4. Réserves mathématiques :.....	73
II.5. Rachat :	74
III. Analyse descriptive du stock existant :.....	74
IV. Réconciliation :.....	75
Chapitre II : Modélisation du passif (Régime commun).....	76
I. Phase de service de la retraite :.....	76
I.1. Anticipation de la retraite :	76
I.2. Prorogation de la retraite :.....	77
II. Lois de sortie :	77
II.1. Sortie par rachat :	77
II.2. Sortie par décès :	77
II.3. Sortie par échéance :	77
III. Compte d'exploitation prévisionnel CEP :	78
III.1. Les primes :	79
III.2. Les prestations :.....	79
III.3. Variation des provisions mathématiques (PM) :.....	80
III.4. Les intérêts crédités (IC) :.....	82
III.5. Flux de l'actif :	83
III.6. Participation aux bénéfices :	83
III.7. Compte d'exploitation prévisionnel (CEP) du produit « régime commun CIMR » :.....	84
IV. Embedded Value :	84
Chapitre 3 : Test de la sensibilité du modèle	85
I. Sensibilité à la loi de mortalité :.....	85
II. Sensibilité à la loi de rachat :	86
III. Sensibilité à la loi d'échéance :	86
<i>Conclusion générale</i>	88
<i>Annexe</i>	90
Annexe I : Propriétés asymptotiques des estimateurs par maximum de vraisemblance :.....	91
Annexe II : Lois de sortie	92
Annexe III : Loi de rachat « Banque-Assurance »	93
Annexe IV : Loi de rachat « Classique-individuelle »	94
Annexe V : Loi de rachat « Classique-Groupe ».....	96
Annexe VI : Loi de résiliation	98
Annexe VII: Loi de reversement « Banque-Assurance »	99

Annexe IIX : Loi de reversement « Classique-individuelle ».....	100
Annexe IX : Comparaisons des calculs d'actuaire aux calculs du système informatique	101
Annexe X : CEP	102
Bibliographie :.....	104

Liste des abréviations

CEP	: Compte d'exploitation prévisionnel
CT	: Cotisation totale
EMV	: Estimateur de maximum de vraisemblance
FCP	: Fond commun de placement
FMASR	: Fédération marocaine des sociétés d'assurance et de réassurance
IC	: Intérêts crédités
IR	: Intérêt global sur le revenu
IS	: Intérêt sur les sociétés
KM	: Kaplan Meier
OPCVM	: Organisme de placement collectif en valeurs mobilières
PF	: Produits financiers
PM	: Provisions mathématiques
RA	: Rente acquise
RC	: Rachat conjoncturel
RS	: Rachat Structurel
SCPI	: Société civile de placement immobilier
SICAV	: Société d'investissement à capital variable
TME	: Taux moyen d'emprunt
TMGA	: Taux minimum garanti annuel

Liste des tableaux

Tableau 1 : Répartition du capital au 30 Avril 2009.....	23
Tableau 2 : Valeurs des paramètres entrant dans la modélisation du rachat conjoncturel	34
Tableau 3 : Statistique descriptive « P1 »	Tableau 4 : Statistique descriptive « P2 ».....
48	48
Tableau 5 : Statistique descriptive « P3»	Tableau 6 : Statistique descriptive «P4»
48	48
Tableau 7 : Statistique descriptive « P5»	Tableau 8 : Statistique descriptive « P6»
49	49
Tableau 9 : Statistique descriptive « Prévoyance-Bancassurance »	50
Tableau 10 : Statistique descriptive « Classique individuelle »	51
Tableau 11 : Statistique descriptive « Entreprise »	52
Tableau 12 : Statistique descriptive Classique-Prévoyance	53
Tableau 13 : Répartition des contrats annulés par type d'annulation pour le portefeuille « P1 »	55
Tableau 14 : Répartition du nombre total des contrats, des contrats nouvellement entrés et des contrats rachetés par année d'observation pour le portefeuille « P1 »	56
Tableau 15 : Age révolu, âge exact, âge maximal.....	57
Tableau 16 : Détermination de Rx et de Nx	59
Tableau 17 : Détermination de $\sum(t_i - a_i)$	60
Tableau 18 : Probabilité de rachat et fonction de survie selon Kaplan Meier, Hoem et vraisemblance et le modèle exponentiel d'ajustement	61
Tableau 19 : Table de rachat	62
Tableau 20 : Rachat total et somme des âges pour les deux populations A et B.....	65
Tableau 21 : Résultat du teste de stabilité.....	65
Tableau 22 : Définition de l'âge du versement et de la variable binaire Xi.....	66
Tableau 23 : Table de versement « P1 »	67
Tableau 24 répartition du stock CIMR par ancienneté	74
Tableau 25 : Répartition des assurés par groupe d'âge.....	75
Tableau 26 : Stock, rentes et cotisations au 31/12/2010	78
Tableau 27 : Prestations de l'assureur par année de projection.....	80
Tableau 28 : L'évolution des intérêts crédités dans le temps.....	82
Tableau 29 : Réserves et provisions mathématiques	83
Tableau 30 : Flux de l'actif par année de projection pour le produit « Régime commun de retraite »	83
Tableau 31 : la somme actualisée des résultats, la somme actualisée des prestations et la somme actualisée des provisions mathématiques	85
Tableau 32 : L'impact du changement de la table sur les trois indicateurs du test	85
Tableau 33 : L'impact de l'abattement de la table de mortalité TD 88 90 sur les trois indicateurs du test	86
Tableau 34 : Sensibilité des trois indicateurs du test à un abattement de la table rachat	86
Tableau 35 : Test de sensibilité des trois indicateurs retenus à la loi d'échéance	87

Liste des figures

Figure 1 : Structure du chiffre d'affaire du secteur des assurances au Maroc.....	18
Figure 2 : L'évolution du Chiffre d'affaire global de l'assurance vie et de capitalisation (en millions de dirhams)	18
Figure 3 : Organigramme de la Marocaine Vie.....	23
Figure 5 : Le nombre d'adhésions gérées	25
Figure 7 : L'évolution de la part de marché (Assurance Vie).....	25
Figure 4 : Evolution du chiffre d'affaire en MDhs.....	25
Figure 6 : L'évolution des provisions mathématiques en MDhs	25
Figure 8 : Comparaison des contrats nouvellement entrés et les contrats rachetés par année d'observation et l'observation de la tendance du portefeuille « P1 »	56
Figure 9 : Représentation de la fonction de survie du rachat et ajustement du modèle	63
Figure 10 : Représentation de la fonction de survie du versement et ajustement du modèle	68

Introduction

Les compagnies d'assurance jouent un rôle important dans le financement de l'activité économique. L'argent collecté par les sociétés d'assurances auprès des assurés sous forme de primes est investi sous forme d'actions, d'obligations ou de dépôts bancaires.

Face à la collecte des primes, les compagnies d'assurance vie offrent un ensemble de produits d'épargne et de prévoyance qui répond aux besoins de la clientèle. Ainsi la souscription d'un contrat par un client implique l'engagement de la compagnie à payer les sommes dûes lors de l'échéance, du décès ou du rachat.

Cela fait que ces compagnies sont confrontées à un ensemble de risques, qui doivent maîtriser pour honorer leurs engagements et assurer leur solvabilité. Parmi l'ensemble de ces risques nous trouvons le risque de rachat que toute compagnie d'assurance doit intégrer lors de la modélisation de son passif pour un calcul pertinent des provisions et des exigences en capital de solvabilité.

Généralement on distingue entre le rachat conjoncturel qui dépend de la conjoncture économique et le rachat structurel qui dépend du comportement de l'assuré. Dans notre projet nous nous sommes intéressées au rachat structurel.

Ainsi l'objectif de notre travail était de modéliser la partie structurelle du rachat, le reversement et la résiliation des contrats de l'assurance vie. Par ailleurs, Toutes les lois trouvées servent pour déterminer les différentes postes du Compte d'Exploitation Prévisionnel (CEP).

Dans la première partie, Nous présenterons sommairement le secteur de l'assurance vie au Maroc, nous présenterons ensuite l'organisme d'accueil « la Marocaine Vie », le département actuariat ainsi que la fiscalité de l'assurance vie.

La deuxième partie quant à elle explicitera un aperçu général sur les trois phénomènes traités :rachat, résiliation et reversement, une analyse statistique de l'ensemble des produits pris en compte ainsi qu'une revue des différents modèles fréquemment utilisés pour modéliser la durée de vie qui seront appliqués par la suite.

Finalement, dans la troisième partie, nous réaliserons la réconciliation du passif et l'élaboration du compte d'exploitation pour un produit propre à la Marocaine Vie. Nous testerons aussi la sensibilité des résultats obtenus aux risques de rachat, de mortalité et de l'échéance.

Partie I

Assurance Vie

Avant de présenter le travail effectué, nous allons introduire dans cette première partie le marché de l'assurance vie qui est un marché en plein expansion. Puis nous allons présenter l'organisme d'accueil la « Marocaine Vie ». En suite une petite description du département de l'actuariat sera présentée. En fin sera envisagée la fiscalité de l'assurance vie qui est un facteur déterminant du comportement de l'assuré vis-à-vis son contrat.

Chapitre 1 : Marché de l'assurance vie

Le secteur des assurances joue un rôle important dans la stimulation de la croissance et ce, à travers la collecte et l'injection des flux financiers dans l'enchaînement de l'économie.

Le Maroc est le seul pays de la rive sud de la Méditerranée qui a réussi à consolider le secteur des Assurances. Ainsi le marché marocain des assurances compte 18 compagnies après les différentes opérations de concentration, dont 5 représentent près de 80% de l'encaissement total.

I. Catégories de l'Assurance Vie :

Généralement on distingue entre deux catégories d'assurances :

I.1. Les assurances de dommages :

Les assurances de dommages compensent les pertes subies par une personne, dans son patrimoine ou sa capacité de travail suite aux différentes causes. Il existe deux types d'assurances de dommages :

I.1.1. Assurance de choses :

L'assurance de choses indemnise l'assuré dans le cas des pertes directes qu'il subit sur des choses ou des biens qui lui appartiennent.

I.1.2. Assurance de responsabilité :

Les assurances de responsabilité visent la prise en charge par l'assureur de la réparation du dommage causé par l'assuré à une tierce personne qui est le bénéficiaire.

I.2. Les assurances de personnes :

L'originalité des assurances de personnes réside dans l'absence du principe indemnitaire, car, elle garantit la personne même de l'assuré : en cas de vie, de décès, d'accidents, de maladie, d'invalidité ...

L'assureur doit verser les sommes assurées sans tenir compte du dommage ou de l'absence de dommage au bénéficiaire. On distingue entre deux branches principales des assurances de personnes :

I.2.1. L'assurance accidents corporels :

Lors d'un accident corporel, l'assureur doit verser à l'assuré victime ou aux bénéficiaires désignés la somme due pendant la période de garantie.

1.2.2. L'Assurance Vie :

L'Assurance Vie est une assurance de personnes qui a pour objet de garantir le versement au bénéficiaire d'une somme d'argent (capital ou rente) en cas de vie et/ou en cas de décès de l'assuré.

Dans notre projet nous s'intéresserons à l'Assurance Vie, qui sera l'objet de l'axe qui suit.

II. Assurance Vie :

Le secteur de l'assurance vie au Maroc est un secteur en plein expansion, il possède le 2^{ème} marché africain de l'assurance après celui de l'Afrique du Sud.

Les graphes ci-dessous sont établis à partir du rapport de la Fédération marocaine des sociétés d'assurances et de réassurance (FMASR)¹.

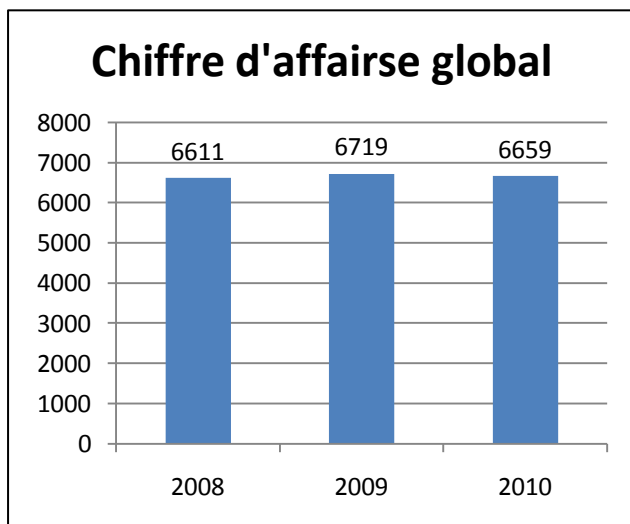


Figure 2 : l'évolution du Chiffre d'affaire global de l'assurance vie et de capitalisation (en millions de dirhams)

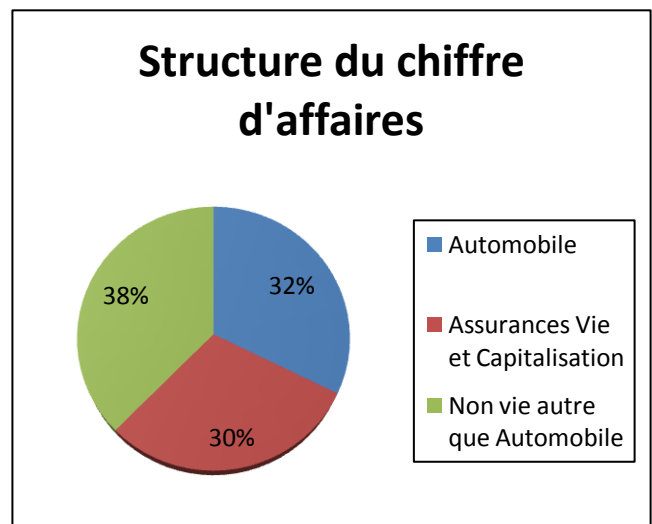


Figure 1 : Structure du chiffre d'affaire du secteur des assurances au Maroc

Le premier graphique montre que le chiffre d'affaire global des assurances de vie et des assurances de capitalisation atteint plus que 6000 millions de dirhams. De 2008 à 2009, le chiffre d'affaires global a progressé de 1,63%, et pour la période 2009 à 2010 ce chiffre a chuté de 0,89%.

D'après le deuxième graphique, nous constatons que le chiffre d'affaire de l'assurance vie et de capitalisation atteint un pourcentage très important par rapport aux autres activités de

¹ En général c'est un organisme qui représente le secteur des assurances et fait tout ce qui est nécessaire et entreprend toute action opportune dans l'intérêt du secteur des assurances

l'assurance non vie. Ce pourcentage est de 30% du total du chiffre d'affaires du secteur des assurances marocain.

Cela montre que le secteur poursuit son développement en dépit du ralentissement qui a été prévu en 2009 en raison de la crise financière mondiale.

Essentiellement on distingue entre trois sortes d'assurance-vie :

- **L'assurance en cas de vie** : Elle garantit le paiement au bénéficiaire d'un capital ou d'une rente si l'assuré est vivant à l'échéance du contrat.
- **L'assurance en cas de décès** : A l'inverse de l'assurance en cas de vie, l'assurance en cas de décès garantit le paiement d'un capital ou d'une rente dans le cas du décès de l'assuré avant le terme convenu.
- **L'assurance mixte** : combine les garanties en cas de vie et les garanties en cas de décès.

III. Les contrats d'Assurance Vie :

Un contrat d'assurance vie est un contrat par lequel, en contrepartie de versements uniques ou périodiques, l'assureur garantit des prestations dont l'exécution dépend de la survie ou du décès de l'assuré. Ces contrats regroupent les contrats d'assurance en cas de vie, les contrats d'assurance en cas de décès et les contrats d'assurance dits mixtes. Le premier type de contrat permet à l'assuré de mettre à l'abri financièrement ses proches s'il vient à décéder. Avec la deuxième, l'assuré peut se constituer une épargne pour la retraite par exemple. Le troisième type de contrats est un mélange entre le contrat d'assurance en cas de décès et celle en cas de survie.

Les primes versées par l'assuré lors de l'inscription d'un contrat d'assurance vie sont placés par l'assureur sur le marché financier. A la date de l'échéance, en cas de survie de l'assuré, l'assureur doit lui verser un capital, une rente viagère ou une rente certaine.

Les titres utilisés comme supports des contrats d'assurance vie sont variés. Alors on peut trouver soit un support sous forme de fond monétaire ou un support sous forme d'actif plus risqué, dans ce dernier cas on parle de support en unité de compte.

Par conséquent, on distingue entre les contrats en dirhams, les contrats en unité de compte et les contrats multi support.

III.1. Les contrats en dirhams:

Pour ce type de contrat, l'assureur investit essentiellement son argent en obligation ce qui le met en abri du risque de marché. Ainsi le souscripteur bénéficie d'un taux minimal garanti et d'une participation aux bénéfices.

Les souscripteurs qui veulent profiter, en cas d'évolution favorable du marché, de plus-values supérieures à celles garanties par un contrat mono-support en fonds monétaires, investissent dans des contrats en unité de compte.

III.2. Les contrats en unité de compte :

Ces contrats, également appelés contrats à capital variable, n'ont pas pour référence une monnaie mais des unités de compte proposées par l'assureur, qui peuvent être des actifs financiers de tout type :

- le plus souvent : des fonds en actions ou obligataires,
- des parts de SICAV² (Société d'Investissement à Capital Variable),
- des parts de FCP³ (Fond Commun de Placement) bloquées huit ans sur le compte assurance-vie,
- des titres de créances négociables. . .

Contrairement aux contrats en dirhams, ces contrats ne prévoient pas de taux de rémunération, mais seul le souscripteur supporte le risque de placement. Par conséquent, les sommes investies sur les unités de compte ne sont pas garanties et présentent un risque pour le souscripteur. Pour pallier en partie à ce risque, les assureurs ont mis en place les contrats multi supports.

III.3. Les contrats multi support :

Ces contrats sont nommés ainsi car leur support d'investissement est constitué de différents supports, investis en actions, en SICAV ou en SCPI. En plus ces contrats donnent la possibilité d'investir en obligation. D'où le rendement de l'épargne du portefeuille de ce contrat dépendra de la répartition des supports qui le constitue. Trois modes de gestion sont proposés :

III.3.1. Une gestion dite « prudente » :

L'épargne est répartie entre le support en dirhams et des SICAV (Société d'Investissement à Capital Variable) ou FCP (Fond Commun de Placement) investis pour une part, c'est-à-dire en obligations et en OPCVM monétaires⁴ (Organismes de Placement Collectifs en Valeurs Mobilières).

III.3.2. Une gestion dite « intermédiaire » ou « équilibrée » :

Une partie de l'épargne est investie en actions de façon à ce que son rendement soit quelque peu stimulé, l'autre partie est investie, pour la sécurité, sur des produits monétaires et obligataires.

² Une société qui fait partie de la famille des OPCVM et qui a pour objectif de mettre en commun les risques et les bénéfices d'un investissement en placement immobilier

³ Fait partie de la famille des OPCVM, diffère de la SICAV par son statut juridique (pas de personnalité morale) et par la réglementation (capital minimum plus faible, pas d'obligation de publier ses résultats)

⁴ On parle des (OPCVM) monétaire lorsque les organismes de placements collectifs en valeurs mobilières (OPVCM) constituent un placement financier composé de titres dont la durée de vie est très courte, de quelques jours à 3 mois en général et peu sensibles à l'évolution des taux d'intérêts

III.3.3. Une gestion dite « dynamique » ou « offensive » :

L'essentiel de l'épargne est investie sur des produits à risques. Pour pouvoir tirer de gains, la plupart des assureurs permet de changer une ou deux fois par an de mode de gestion, mais à condition que le nombre de changements soit limité est au-delà d'un certain montant.

Conclusion :

Le secteur de l'assurance vie au Maroc connaît une évolution progressive, plusieurs assureurs au Maroc s'intéressent à la vie pour répondre au besoin progressif de la clientèle par une gamme de produits d'épargne.

Face à la compétitivité, les compagnies d'assurance se trouvent obligées de créer de nouvelles garanties pour rendre leurs contrats attractifs.

Parmi ces compagnies qui s'intéressent à l'Assurance Vie nous trouvons La Marocaine Vie, la seule compagnie d'assurance au Maroc qui se spécialise dans l'assurance vie et l'assurance de personnes. De même La Marocaine Vie est le précurseur dans la distribution des contrats en unité de compte.

Une présentation détaillée de La Marocaine Vie sera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2 : Présentation de La Marocaine Vie

I. Introduction :

Créée en 1978, La Marocaine Vie est la seule compagnie d'assurance au Maroc spécialisée dans les branches d'assurance de personnes.

Parmi les valeurs essentielles fixées par la Marocaine Vie nous trouvons :

- ✓ Le professionnalisme : Cette caractéristique est renforcée par le développement du savoir faire et de l'échange de l'expérience.
- ✓ L'esprit d'équipe : Le partage du savoir et du savoir faire est l'une des caractéristiques du travail en groupe qui permet d'aboutir à un travail efficace et par suite une amélioration remarquable des prestations.
- ✓ L'innovation : La marocaine vie essaye d'inventer de nouveaux produits et de nouveaux services qui répondent aux besoins de sa clientèle et attirent des nouveaux adhérents.

Après avoir été acquise par le Groupe Société Générale en 2001, la Marocaine Vie s'est fixé comme objectif le développement de la bancassurance à travers les réseaux et les filiales de la Société Générale au Maroc. Ainsi une gamme de produits de bancassurance a été mise en place. Il s'agit de Vital Retraite, Vital Education, Vital Protection et Vital Hospitalisation.

En 2007, la Marocaine Vie a lancé les premiers contrats multi-supports en unités de compte avec la Société Générale.

L'année 2010, La Marocaine Vie vient de lancer «Retraite Multi support Entreprise». Il s'agit d'une solution d'assurance complémentaire collective destinée aux entreprises. Les contrats souscrits sont adossés à des supports en dirhams, des OPCVM actions, monétaires ou encore obligataires. Ce type de contrat suppose une prise de risque sur les marchés. De même il offre un ensemble d'avantages :

- ✓ Il permet de basculer d'un support à l'autre sans imposition.
- ✓ Chaque salarié pourra gérer son épargne selon sa propre politique d'investissement.
- ✓ Plusieurs avantages fiscaux accompagnent ce contrat.
- ✓ Pour l'entreprise, Les primes versées sont déductibles du calcul de l'IS.
- ✓ Pour le salarié, l'avantage fiscal se situe à l'entrée et au moment du départ à la retraite.
- ✓ Le capital et la rente bénéficient d'un abattement de 40%.

Les différentes divisions composant la Marocaine Vie sont présentées dans l'organigramme suivant :

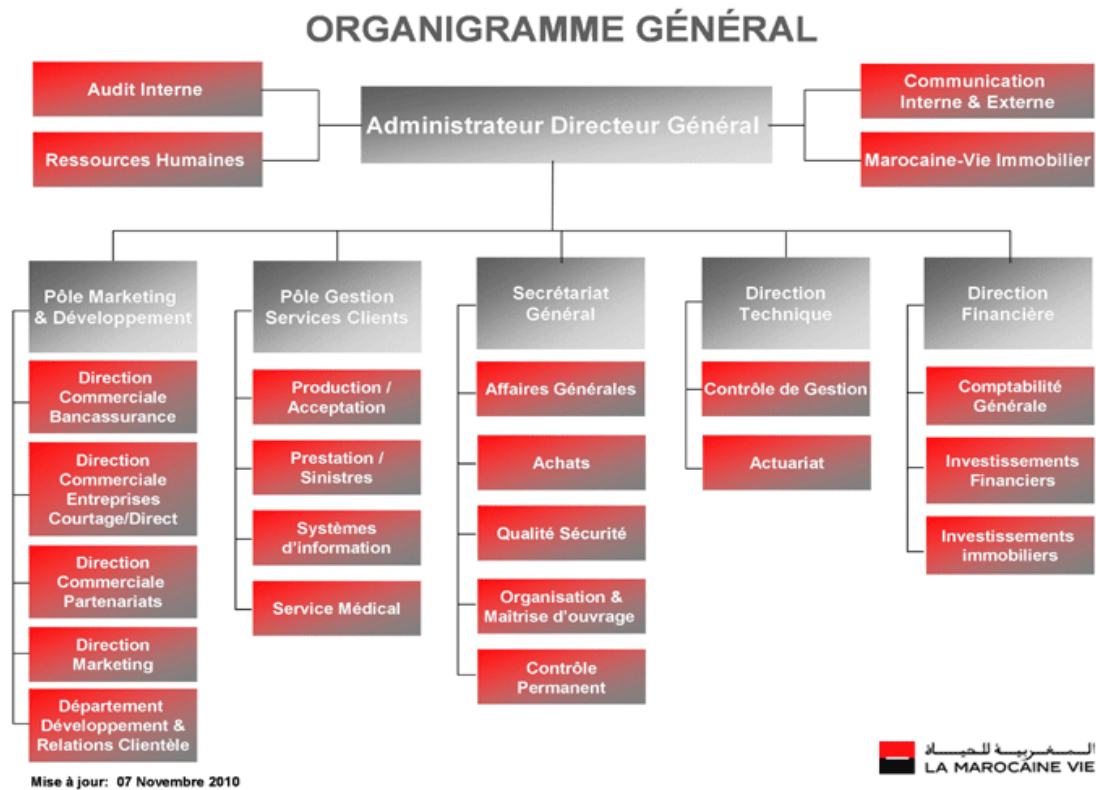


Figure 3 : Organigramme de la Marocaine Vie

II. Actionnariat :

La répartition du capital de la Marocaine Vie est présentée dans le tableau suivant :

Actionnaire	%
Sogécap	74%
Société Générale Maroc	26%

Tableau 1 : Répartition du capital au 30 Avril 2009

Avec :

Sogécap : Compagnie d'assurance vie et de capitalisation du Groupe Société Générale, est en France l'un des leaders de la bancassurance. En fin 2009, Sogécap gère plus de 8 millions de contrats pour un encours supérieur à 70 milliards d'euros.

La société Générale : Banque universelle créée en 1913, Société Générale Maroc est l'une des principales filiales du Groupe Société Générale France. Groupe Société Générale Maroc est le premier groupe financier international du pays.

III. Produits :

La Marocaine Vie mis à la disposition de ses clients une gamme élargie de produits, en matière d'assurance individuelle et collective, qui répond à leurs besoins.

La distribution de ces produits s'effectue principalement via : Réseau Société Générale Maroc, Eqdom, courtier d'assurance, Dar Tawir et directement par la Marocaine Vie.

Ainsi nous trouvons deux grandes catégories de produits :

III.1. Des produits aux particuliers :

- ✓ L'épargne retraite individuelle, en dirhams ou en unités de compte, qui permet de compléter une pension retraite de base tout en bénéficiant d'incitations fiscales.
- ✓ L'épargne assurance vie individuelle, en dirhams ou en unités de compte, pour la constitution d'une épargne projet ou de prévoyance dans un cadre fiscal avantageux.
- ✓ L'épargne éducation pour préparer l'avenir des enfants des assurés.
- ✓ La prévoyance individuelle et l'assurance des emprunteurs.
- ✓ L'assurance maladie et hospitalisation.

III.2. Des produits aux entreprises :

- ✓ L'épargne retraite collective, en dirhams ou en unités de compte, qui permet de faire bénéficier certains salariés d'une rémunération complémentaire différée en dirhams ou en unités de compte (accès au marché financier).
- ✓ Indemnités de fin de carrière.
- ✓ Extinction du passif social (aux normes IFRS).
- ✓ Refinancement du compte courant d'associés.
- ✓ Retraite chapeau.
- ✓ Plan d'épargne santé.

IV.Chiffres clés :

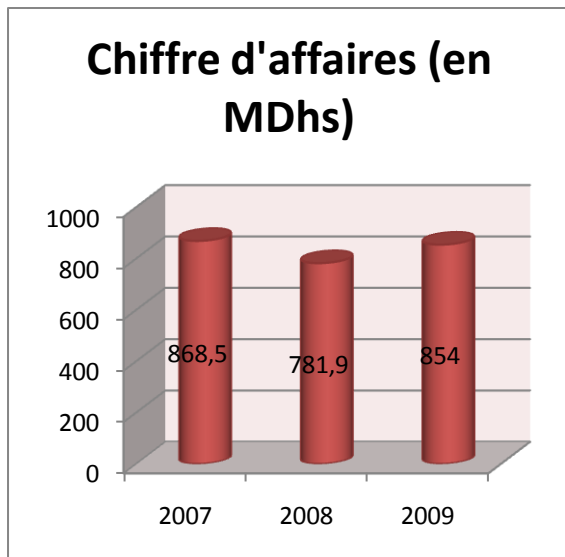


Figure 4 : Evolution du chiffre d'affaire en MDhs

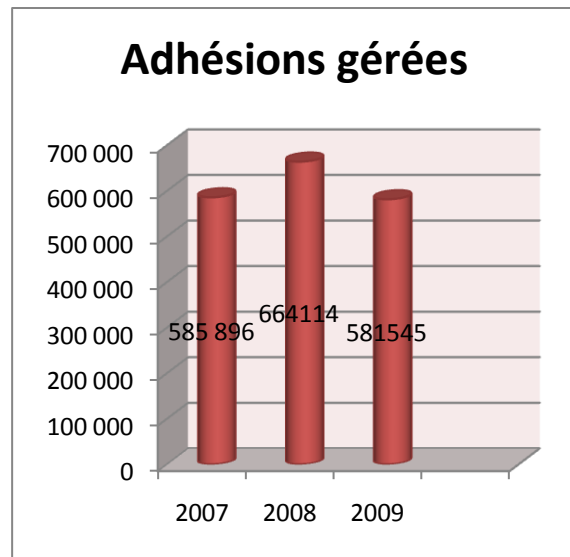


Figure 5 : Le nombre d'adhésions gérées

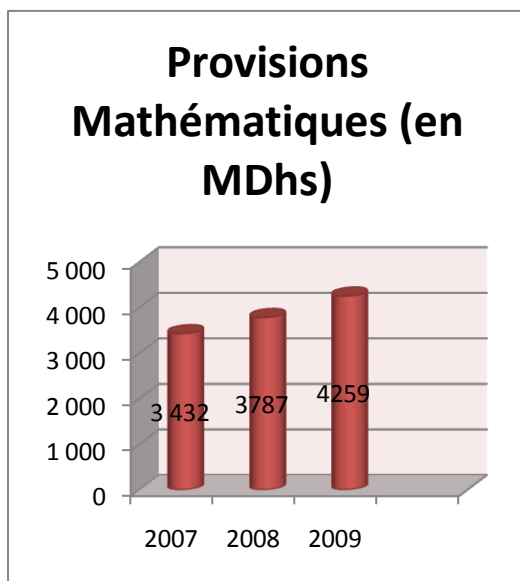


Figure 6 : L'évolution des provisions mathématiques en MDhs

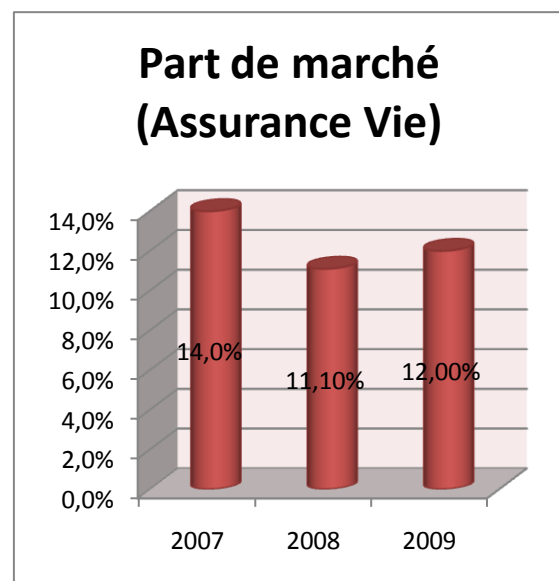


Figure 7 : L'évolution de la part de marché (Assurance Vie)

D'après la figure 4, nous constatons que le chiffre d'affaires de La Marocaine Vie a connu une évolution remarquable. Cette performance est redevable à la progression des revenus de l'activité Vie. Ce segment profite de la commercialisation de contrats en unités de comptes.

Certes, le chiffre d'affaires a triplé sur les cinq dernières années, passant de 2 à 6,7 milliards de DH en 2009, soit 31,7% du total. Mais, sur les marchés matures, l'assurance-vie représente 2/3 de l'activité. Autant dire que la marge de manœuvre est encore importante.

La première initiative, de la commercialisation des contrats en unité de compte, remonte à 2007 et elle était déjà l'œuvre de la Marocaine Vie. Ce segment représentait en 2009 entre 20 et 25% du chiffre d'affaires de la compagnie.

La figure 5 nous montre que le nombre d'adhésion a augmenté l'année 2008, cela peut aussi revenir aux contrats en unités de compte dont la commercialisation a débuté l'année 2007. Ce produit a généré de nouvelles adhésions qui veulent prendre le risque de ce type de contrats.

La Marocaine Vie est classée troisième sur le marché de l'Assurance Vie après Wafae Assurance et RMA Watanya. La concurrence sur le marché de l'Assurance Vie peut expliquer les chutes et les remontes, illustrées dans la figure 6, que connaît La Marocaine Vie.

V. Département Actuariat :

D'un point de vue historique, le secteur des assurances de personne est le premier domaine qui fait appel aux actuaires. Ainsi l'actuaire est un professionnel du premier plan pour trouver des moyens de gestion de risque. Généralement, dans l'assurance vie, on distingue entre l'actuaire produit et l'actuaire financier.

V.1. L'actuaire produit :

La tarification et la conception d'un produit est la mission principale d'un actuaire produit.

Lors de la création d'un nouveau produit, l'actuaire fait dans un premier point une vision marketing : Il définit le produit et les garanties qui lui correspond et ce, en fonction de la population cible, le besoin du client... Ensuite il passe à la tarification en définissant les bases techniques, le tarif et les réserves. De même l'actuaire détermine le besoin en réassurance et la rentabilité du nouveau produit. Une autre mission de l'actuaire produit est celle de la rédaction des documents contractuels et la demande d'agrément des autorités pour le nouveau produit.

Après le lancement du produit l'actuaire produit doit calculer les réserves, faire un suivi du portefeuille et établir le Reporting⁵.

V.2. L'actuaire financier :

Le métier d'un actuaire financier se résume dans le pilotage des résultats, la gestion Actif-Passif et la réassurance.

V.2.1. Pilotage des résultats

Pour cette mission l'actuaire financier est chargé de :

- ✓ Réaliser les calculs d'inventaires et les états réglementaires,
- ✓ Etablir les prévisions budgétaires et consolider les prévisions des filiales,
- ✓ Proposer la politique de participation aux bénéficiaires et de mise en réserve.

⁵ Mot anglais qui désigne « compte rendu ». C'est la présentation périodique de rapports et bilans analytiques sur les activités et résultats de l'entreprise, destinée à en informer ceux concernés par ces activités ou résultats

V.2.2. Gestion Actif-Passif

Les buts de la gestion ‘Actif-Passif’ est de :

- ✓ Faire face au risque de liquidité en optimisant la rentabilité du portefeuille financier en fonction de la durée du passif.
- ✓ Calculer de l’EMV : Calcul de la valeur de l’entreprise pour mettre les investisseurs au courant.
- ✓ Calculer le capital économique nécessaire pour faire face au risque de faillite.
- ✓ Calculer le capital de solvabilité requis (SCR) qui représente un niveau de capital économique nécessaire pour la continuité de l’activité.
- ✓ Déterminer la stratégie financière de couverture optimale

V.2.3. Réassurance

L’actuaire doit déterminer la part du portefeuille à céder en réassurance pour diminuer le risque de volatilité des résultats.

Conclusion :

La Marocaine Vie est la seule compagnie qui se spécialise dans l’assurance de personnes. Elle prend l’initiative dans la commercialisation de nouveaux produits comme les contrats en unités de compte individuelles et collectives.

Le département Actuariat veille à ce que la compagnie s’assure contre un nombre important de risque qui menace son équilibre financier, et essaye d’améliorer les prestations de la compagnie d’assurance.

Chapitre 3 : Fiscalité de l'assurance vie

Dans ce chapitre nous allons traiter la fiscalité marocaine de l'assurance vie selon la loi de finance 2004 pour les contrats d'assurance vie, les contrats de capitalisation et les contrats de retraite complémentaire.

L'article 10 de la Loi de Finances pour l'année 2004 introduit de nouvelles dispositions relatives aux contrats d'assurance sur la vie et de capitalisation.

En effet, à partir du 1er janvier 2004 les prestations versées au titre de ces contrats peuvent bénéficier de l'exonération totale de l'IR, dans les conditions suivantes :

- 1- Les contrats conformes aux dispositions de la loi n° 17-99 portant code des assurances souscrits auprès des sociétés d'assurances établies au Maroc.*
- 2- La durée est au moins égale à 10 ans à compter de la date de souscription (cette durée de 10 ans est devenue 8 ans pour les contrats à date d'effet après l'année 2009).*

I. Contrats d'assurance vie et de capitalisation :

I.1. Définitions :

Contrat d'assurance vie : c'est un contrat par lequel l'assureur garantit des prestations dont l'exécution dépend de la survie ou du décès de l'assuré. On parle de contrats d'assurance en cas de vie, en cas de décès et des contrats mixtes.

Contrat de capitalisation : contrairement aux contrats d'assurance vie, la probabilité de survie ou de décès n'intervient pas dans la détermination de la prestation.

I.2. Non déductibilité des primes :

Les primes des contrats d'assurances sur la vie ou des contrats de capitalisation sont versées périodiquement ou en un seul versement par le contribuable à la compagnie. Sur le plan fiscal, ces primes n'ouvrent droit à aucune déduction sur le revenu imposable.

I.3. Fiscalité sur les prestations :

I.3.1. Prestations servies après 10 ans :

Les prestations servies après une durée de contrat de 10 ans⁶ sont totalement exonérés de l'IR quelque soit la forme sous laquelle ces prestations sont servies.

I.3.2. Prestations servies avant 10 ans :

Quant les prestations sont servies avant 10 ans (lorsqu'il s'agit d'un rachat total ou partiel) ils sont soumis à l'IR, sauf en cas de décès : exonération totale de l'IR quelque soit la durée du contrat.

1) Versement d'un capital :

La base imposable est la plus value réalisée, qui est la différence entre le capital perçu et la cotisation totale brute des frais sur les versements. Si un ou plusieurs rachats partiels ont été précédemment effectués, ils sont pris en considération dans le calcul de la base imposable. Les deux principes d'étalement et d'abattement ne sont plus appliqués. Le capital versé est alors celui perçu moins le montant de l'IR.

2) Versement d'une rente certaine :

Lorsque la prestation est versée à l'assuré sous forme d'une rente certaine, la part de la rente constituée des produits générés durant la période de cotisation est imposable à l'IR, sans abattement. Les produits générés correspondent à la différence entre la rente annuelle versée et l'amortissement des cotisations versées sur la période de versement de la rente. Ce montant annualisé de plus-value constitue la base imposable sur laquelle la société d'assurance est tenue d'effectuer la retenue à la source de l'IR. L'IR retenu à la source doit être prélevé selon la même périodicité que celle de la rente certaine (i.e. prélevé sur chaque arrérage de la rente certaine).

3) Versement d'une rente viagère :

Contrairement aux deux cas précédents, ce n'est pas la plus value qui est imposable mais 60% de la rente (abattement forfaitaire de 40%). L'IR est prélevé sur la même périodicité que celle de la rente viagère.

II. Contrats de retraite complémentaire :

II.1. Déductibilité des primes :

Concernant les employeurs, l'article 11 du livre d'assiette et de recouvrement précise que les charges sociales sont déductibles de l'IS.

La part patronale et salariale payée pour la constitution de pension ou de retraite lorsque cette part est prise en charge par la société font partie des charges sociales.

⁶ Pour les contrats dont la date d'effet après 2009, cette durée est égale à 8 ans.

En ce qui concerne l'employé (l'assuré), les cotisations à un régime de retraite complémentaire profitent toujours de la déduction en matière d'impôt général sur le revenu (IR). A condition que :

- ✓ soit spécifié que l'objectif du contrat est la constitution d'une retraite complémentaire. A ce titre, la durée initiale du contrat doit être de 10 ans au minimum.
- ✓ Le contrat doit être souscrit collectivement ou individuellement auprès d'une compagnie d'assurance fonctionnant conformément à la réglementation en vigueur.

II.2. Fiscalité sur les prestations :

L'IR doit s'appliquer sur les prestations (rachat total, rachat partiel, capitaux échus), sauf si l'assuré produit une attestation des impôts de non déductibilité des primes⁷.

Sous certaines conditions, deux grands principes s'appliquent en matière d'assurance retraite : principe de l'étalement et principe de l'abattement.

II.2.1. Principe d'étalement :

Ce principe ne s'applique qu'en cas de sortie en capital. La base imposable des prestations servies est étalée sur le nombre d'années écoulées depuis la souscription du contrat d'assurance retraite, dans la limite de 4 années.

II.2.2. Principe d'abattement :

Si les prestations sont servies après 10 années au moins, et si l'âge de l'assuré au moment de sortie est d'au moins 50 ans, la base imposable fait l'objet d'un abattement de 40%. Si une de ces deux conditions n'est pas remplie, aucun abattement n'est effectué.

⁷ Dans le cas où l'assuré produit une telle attestation, les prestations versées sont exemptées d'IR, et ce quelle que soit la raison pour laquelle l'attestation a été délivrée par les autorités fiscales.

Partie II

Rachat, Versement et Résiliation

Le risque de souscription est le risque résultant de la souscription de contrats d'assurance vie. Le risque de rachat, de résiliation et de reversement sont parmi les risques de souscription.

A la souscription du contrat d'Assurance Vie l'assureur doit être capable de faire face à ses risques une fois réalisés.

Dans le premier chapitre de cette partie nous allons détailler le phénomène de rachat et effleurer celui de résiliation et de versement. Pour le deuxième chapitre nous allons présenter les différents modèles de la modélisation de la durée de vie et choisir les modèles convenables pour la modélisation du rachat, de la résiliation et du reversement. Le troisième chapitre sera consacré à la présentation des produits sujets de la modélisation. La partie s'achèvera par un quatrième chapitre où nous détaillerons les étapes de la modélisation en utilisant le produit « P1 ».

Chapitre 1 : Présentation du phénomène de rachat, de résiliation et de reversement

Le rachat, la résiliation et le reversement sont des phénomènes que l'entreprise ne doit pas négliger dans la modélisation de son Passif.

Une fois sont négligés, ces phénomènes peuvent courir la compagnie d'assurance des risques lamentables allant jusqu'à sa faillite.

Ainsi dans ce premier chapitre, nous allons débiter par une définition détaillée de ces phénomènes pour mieux les cerner.

I. Phénomène de rachat et de résiliation:

Les contrats d'épargne et de prévoyance sont des contrats qui garantissent la sûreté de placement et qui donnent à l'assuré la possibilité de récupérer son épargne avant le terme du contrat. Dans ce dernier cas on parle du phénomène de rachat total ou partiel pour les contrats d'épargne, et de résiliation pour les contrats de prévoyance.

Le rachat peut être un rachat total (résiliation pour les contrats de prévoyance), dans le cas où l'assuré récupère toute son épargne ou un rachat partiel si l'assuré rachète une partie de son épargne.

Dans ce qui suit nous nous intéresserons au rachat total qui est synonyme de la résiliation pour les contrats de prévoyance, et nous désignerons par rachat le rachat total.

Généralement les assurés rachètent leurs contrats suite à deux facteurs. Le premier facteur est lié à la conjoncture économique, dans ce cas on parle du rachat conjoncturel. Le deuxième facteur dépend de la conviction de l'assuré, ici on parle du rachat structurel.

I.1. Rachat structurel:

Les lois de rachat structurel dépendent de plusieurs paramètres : âge de l'assuré, ancienneté fiscale, environnement financier, le revenu de l'assuré ...

Ces variables peuvent être utilisées pour établir une modélisation appropriée en fonction de la faisabilité des calculs et de la validation des calculs.

I.1.1. Variables expliquant le rachat structurel :

➤ La fiscalité :

Dans l'assurance vie on distingue entre :

- ✓ La fiscalité de l'assurance vie annuelle ;
- ✓ La fiscalité de l'assurance vie de façon ponctuelle lors d'un rachat partielle ou total ;

- ✓ La fiscalité de l'assurance vie lors du décès de l'assuré.

Généralement, à partir de l'année 2002 et après 10 ans de l'inscription à un contrat de l'assurance vie, les assurés sont exonérés des droits de la fiscalité. Pour les contrats souscrits à partir de 2009, cette durée est ramenée à 8 ans.

Par conséquent cette exonération peut encourager le rachat des contrats ayant une durée de vie supérieur à 10 ans.

- La durée de vie du contrat :

La durée de vie d'un contrat est la durée qui s'écoule entre la date d'effet et la date d'annulation du contrat.

Quand l'annulation est avant le terme du contrat on parle du rachat, quand elle se coïncide avec le terme du contrat on parle de l'échéance.

Ainsi Les contrats dont le terme est non fixe leur rachat peut être conditionné par la fiscalité, cependant les contrats dont le terme est fixe leur rachat s'effectue quelques mois après la date du terme du contrat, d'où l'effet du terme sur le rachat des contrats.

- La saisonnalité :

La saisonnalité peut avoir un effet sur le rachat. Les périodes qui nécessitent une liquidité par exemple : les fêtes, la rentrée scolaire... peuvent inciter l'assuré à racheter son épargne partiellement ou totalement.

- L'âge de l'assuré :

L'âge de l'assuré est une autre variable qui peut expliquer le comportement du rachat. En effet le besoin des souscripteurs dépend de leur âge, un souscripteur âgé opte pour la constitution d'un capital qui va lui servir lors de sa retraite, tandis qu'un souscripteur jeune tend vers une liquidité pour se procurer d'une maison par exemple.

- Le montant versé par l'assuré :

Quand il s'agit d'un investissement à court terme par l'assuré dont le but est de bénéficier d'un taux plus attractif face à la baisse des taux de rendement des produits financiers, il faut s'attendre à ce que l'assuré rachète son contrat.

1.2. Rachat conjoncturel :

Le rachat conjoncturel est lié à la conjoncture économique. L'assuré fait un arbitrage entre le taux servi par l'assureur et celui sur le marché.

Généralement ce phénomène est difficile à appréhender, puisque les assurés ont des idées différentes sur l'environnement économique, par suite leur perception sur le taux de concurrence ne sera pas la même et donc leur vitesse d'agir sera différente aussi. Alors

les orientations nationales complémentaires du (QIS 5)⁸, le régulateur a proposé des bornes inférieure et supérieure à ce taux de rachat conjoncturel.

➤ Lois de rachat maximales et minimales :

Le taux de rachats conjoncturels (RC) devra être additionné au taux de rachats structurels (RS). Si le taux servi est inférieur au taux attendu (TA) par les assurés, ces derniers auront tendance l'année suivante à racheter plus que la courbe de rachats structurels l'indique.

A l'inverse, si les assurés se voient offrir un taux supérieur à leurs attentes, ils rachèteront l'année suivante moins que prévu par la courbe de rachats structurels.

Par exemple, les organismes peuvent utiliser le TME⁹ observé comme estimateur du taux attendu par les assurés.

Le taux de rachats conjoncturels est fonction de l'écart entre le taux servi R et le TA :

$$\left\{ \begin{array}{ll} RC_{max} & \text{si } R - TA < \alpha \\ RC_{max} * \frac{(R - TA - \beta)}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R - TA < \gamma \\ RC_{min} * \frac{(R - TA - \gamma)}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } R - TA > \delta \end{array} \right.$$

	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
Plafond max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

Tableau 2 : Valeurs des paramètres entrant dans la modélisation du rachat conjoncturel

Avec :

α : le seuil en-delà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à RC_{max} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.

β et γ : sont respectivement les seuils d'indifférence à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces 2 seuils, le comportement de l'assuré n'est pas modifié.

⁸ (Quantitative Impact Studies 5) s'inscrit dans le cadre de l'étude de l'impact des exigences quantitative de la réforme solvabilité II, élaborée pour améliorer l'évaluation et le contrôle des risques, sur les organismes d'assurance

⁹ Taux moyen des emprunts d'Etat est le taux de rendement sur le marché secondaire des emprunts d'Etat à taux fixe supérieurs à 7 ans.

δ : est le seuil au-delà duquel la diminution du taux de rachat structurel est constante et fixée à RC_{\min} . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.

Le taux de rachat total (RT) s'exprime alors comme :

$$RT(R, TA, \delta) = \min(1, \max(0, RS(\delta) + RC(R, TA)))$$

I.3. Les risques inhérents au phénomène de rachat :

I.3.1. Le risque de liquidité :

Dans le cadre de la gestion actif passif, l'assureur doit disposer de la liquidité nécessaire pour honorer les prestations futures.

Dans le cas de rachat, l'assureur peut ne pas disposer suffisamment de fonds pour répondre à ses engagements, d'où l'intervention du risque de liquidité.

Pour faire face à ce risque, l'assureur peut investir dans des maturités qui coïncident avec les sorties en rachat.

I.3.2. Le risque de taux :

Le risque de taux peut être vu de deux côtés :

- ✓ Une hausse des taux qui déséquilibre le portefeuille de l'assureur. La concurrence offre des taux plus élevés que ceux garantis par l'assureur ce qui engendre un mouvement de rachat important dans le cas où l'information est bien circulée entre les souscripteurs,
- ✓ Une baisse des taux qui met l'assureur face à un risque financier. Les placements génèrent des rendements insuffisants pour offrir les taux de rémunération garantis par l'assureur.

I.3.3. Le risque de volume :

Le risque de volume est un risque lié à la taille du bilan. En cas de rachats massifs, l'encours des provisions mathématiques va diminuer ainsi que les produits financiers dégagés par les actifs en représentation de ces provisions.

II. Phénomène de reversement :

Le versement sur l'Assurance Vie, également appelé « cotisation » ou « prime », peut être de différents types en fonction du contrat souscrit.

II.1. Types de versement sur l'assurance vie :

II.1.1. Versement unique :

Le contrat d'Assurance Vie à versement unique est un contrat pour lequel un unique versement est effectué lors de la souscription du contrat. Ce type de versement est de plus en plus rare.

II.1.2. Versement périodique

Le versement périodique est un versement dont la date est fixe, le montant à verser est prédéfini et la durée de versement est aussi fixe.

Cependant, en cas de non versement à la date et du montant prévus, l'assuré est exposé à la clôture de son contrat avec pénalité sur le capital constitué et à la baisse du taux de rémunération de son contrat. De plus, les frais sont souvent prélevés dans leur intégralité sur les premiers versements au lieu de s'échelonner dans le temps. Dans ce cas là les premiers versements ne servent qu'à rémunérer l'assureur.

II.1.3. Versement libre

C'est un versement sans contrainte de montant ou de périodicité.

II.1.4. Versement programmé

Ce type de versement est à périodicité fixe. Cependant, à la différence des versements périodiques, l'assuré peut suspendre les versements sans être pénalisé.

Ce type de versement sur l'assurance vie est le plus souple en utilisation et rencontre un vif succès.

Dans notre étude nous parlons du phénomène de reversement, c'est-à-dire nous déterminerons le taux de suspension des versements par l'assuré.

Comme pour le rachat et la résiliation, la suspension du versement est aussi conditionnée par la raison de l'assuré. Donc plusieurs variables peuvent expliquer ce phénomène de reversement (le revenu de l'assuré, l'ancienneté du contrat, l'âge de l'assuré...)

Conclusion :

Le phénomène de rachat, de résiliation et celui de reversement sont des phénomènes qui dépendent de la raison de l'assuré

La négligence du phénomène de rachat de résiliation et celui de reversement peuvent subir l'assuré des pertes importantes, c'est pourquoi l'assureur doit penser à modéliser ces phénomènes pour faire face aux risques qui peuvent s'engendrer.

Dans le chapitre qui suit nous allons présenter un ensemble de modèles qui permet de les modéliser.

Chapitre 2 : Modèles de durée de vie

D'après ce que nous avons vu, le rachat, la résiliation et le reversement dépendent de plusieurs variables qui peuvent expliquer ces phénomènes. Dans un premier temps cela nous mène à penser à une modélisation à l'aide des modèles de la régression linéaire ou logistique.

Voir l'exigence de ces modèles à un nombre de variables qui peuvent expliquer les trois phénomènes d'étude et la non disponibilité des données ces variables explicatives, nous avons passé aux modèles de la durée de vie, puisque le rachat, la résiliation et le reversement désignent l'extinction de la durée de vie du contrat ou de versement à une ancienneté donnée.

Généralement, on distingue entre trois types de modèles de durée de vie, les modèles paramétriques, les modèles non paramétriques et les modèles semi paramétriques.

I. Préliminaire :

I.1. Fonction de survie :

La fonction de survie est définie, autant dans le cas discret que continu, comme étant la probabilité de survie au delà du temps t :

$$\text{On a } S(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t) \quad \text{et} \quad f(t) = F'(t) = -S'(t)$$

$$\text{Avec } S(0) = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0 .$$

Avec : $f(t)$: fonction de densité

$F(t)$: fonction de répartition

$S(t)$: fonction de survie

$F'(t)$: dérivée première de la fonction de répartition

I.2. Fonction de risque :

La fonction de risque ou fonction de hasard représente le risque (risque de chômage, risque de mortalité, risque de panne, risque de rachat,...) qu'on veut étudier, elle est donnée par la formule suivante :

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln S(t)$$

Il en résulte que la fonction de risque détermine entièrement la loi de T :

$$S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(s)ds\right)$$

I.3. La censure :

L'existence d'observations incomplètes est l'une des caractéristiques des données de survie. La censure et la troncature est l'une des processus géant ce mode de données, elles entraînent une écriture particulière de la fonction de vraisemblance.

I.3.1. Censure à droite :

Une durée de vie est dite censurée si l'individu n'a pas subi l'événement à sa dernière observation, deux cas se présentent : le 1er si l'individu n'a pas subi l'événement jusqu'à la date de point¹⁰ et le 2ème si l'individu est perdu d'observation sans subir l'événement.

Une écriture mathématique courante et pratique pour représenter des données censurées à droite est d'associer à chaque individu un couple de variables aléatoires (Y, δ) avec les définitions suivantes :

$$Y = \min(T, C) \text{ et } \delta = \begin{cases} 0 & \text{si } T > C \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec la durée de vie T et la date de censure C que l'on suppose indépendantes.

I.3.2. Censure à gauche :

Une durée de vie est dite censurée à gauche si l'individu a subi l'événement avant qu'on ne l'observe, c'est un cas moins fréquent dans l'étude de la survie puisque nous exigeons l'inclusion des sujets qui n'ont pas encore subi l'événement.

I.4. Fonction de vraisemblance :

I.4.1. En absence de données censurées :

Soit k durées observées t_1, t_2, \dots, t_k tq : $t_1 < t_2 < \dots < t_k$, on trouve :

$$L(t) = \prod_i^k f(t_i)$$

¹⁰ La date de point est la date de calcul, dans notre étude c'est le 31/03/2011.

I.4.2. En présence de données censurées :

$$L(t) = \prod_{i \in D} f(t_i) \prod_{i \in C} (S(t_i)) \prod_{i \in IC} (1 - S(t_i))$$

Avec :

C : l'ensemble des individus censurés à gauche

IC : l'ensemble des individus censurés à droite

D : l'ensemble des individus observés

II. Modèles non paramétriques :

II.1. Estimateur de Kaplan-Meier :

L'estimateur de Kaplan Meier, est l'estimateur le plus utilisé pour l'estimation non paramétrique d'une fonction de survie. L'estimation de la fonction de survie de Kaplan Meier est donnée comme suit :

Nous nous plaçons dans le cas de n individus ayant des durées de vie qui peuvent être censurées à droite, à chaque individu on associe un couple de variable aléatoire (Y_i, δ_i) .

Soit t_1, t_2, \dots, t_k tq : $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, les différents temps des durées observées, alors on peut définir :

- R_i : le nombre de rachat à l'instant t_i ;
- C_i : le nombre de censure à l'instant t_i ;
- N_i : le nombre total de contrats.

Avec

$$N_x = N_{x-1} - C_{x-1} - R_{x-1}, \quad \forall x = 1..n$$

L'estimation par Kaplan-Meier découle du principe suivant : survivre jusqu'à l'instant t_i c'est survivre jusqu'à l'instant t_{i-1} et ne pas subir l'événement à l'instant t_i .

D'où on trouve l'expression de l'estimateur de la fonction de survie suivante :

$$\widehat{s(x)} = \prod_{i=1}^x \left(1 - \frac{R_i}{N_i}\right)$$

L'estimateur de Kaplan-Meier est généralement sans biais sauf dans les queues de distribution.

II.2. Estimateur du maximum de vraisemblance :

L'estimation de la fonction de survie pour ce cas est basée sur la modélisation suivante :

Chaque contrat est modélisée par une loi de Bernoulli X_i tel que :

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si rachat} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Soit :

- $1 - {}_{d_i}p_x$: la probabilité pour que le $i^{\text{ème}}$ contrat soit racheté entre les anciennetés x et $x+d_i$
- μ_{x+d_i} : le taux instantané de rachat

Ainsi la densité conditionnelle de rachat de X_i à l'âge $x+d_i$ sachant que le contrat atteint l'âge x est donnée par :

$${}_{d_i}p_x * \mu_{x+d_i}$$

Avec :

x : la partie entière de l'ancienneté du contrat en mois ;

d_i : l'ancienneté exacte mois x .

Si on considère que chaque contrat possède un âge d'effet et un âge de rachat données par $x+a_i$ et $x+t_i$ respectivement, la fonction de vraisemblance est de la forme :

$$L = \prod_{i=1}^{N_x} [p_{x+a_i}^{(t_i-a_i)} \times (\mu_{x+t_i})^{X_i}]$$

Etant donné que :

$$\mu_{x+t} = - \frac{d l_{x+t} / dt}{l_{x+t}} = - \frac{d \ln(t p_x)}{dt}$$

Supposant que le taux instantané de rachat est constant (par la suite et à l'aide du modèle exponentiel on va tester la stabilité du taux de rachat).

On a donc :

$$\mu * (t_i - a_i) = -\ln(t_i p_{x+a_i})$$

Et donc

$$t_i p_{x+a_i} = e^{-\mu * (t_i - a_i)}$$

Par suite la formule de vraisemblance prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} L &= \mu^{R_x} \prod_{i=1}^{N_x} e^{-\mu*(t_i - a_i)} \\ &= \mu^{R_x} * e^{-\mu \sum_{i=1}^{N_x} (t_i - a_i)} \end{aligned}$$

La maximisation de cette fonction de vraisemblance donne l'estimateur du maximum de vraisemblance du taux de rachat suivant:

$$\mu_{MV} = \frac{R_x}{\sum_{i=1}^{N_x} (t_i - a_i)}$$

Et par suite l'estimateur de la probabilité de rachat à l'âge x est donnée par :

$$\hat{q}_{MV} = 1 - \exp\left(-\frac{R_x}{\sum_{i=1}^{N_x} (t_i - a_i)}\right)$$

Cet estimateur est un estimateur sans biais, asymptotiquement efficace¹¹ et normal¹².

II.3. Estimateur de HOEM :

En gardant les mêmes notations que dans le cas de l'estimateur du maximum de vraisemblance, l'estimation de la fonction de survie proposée par Jean HOEM se base sur la formule suivante :

$${}_{t-a}q_{x+1} = (t - a) * q_x$$

Et donc l'estimateur des moments proposé par Jean HOEM est le suivant :

$$\hat{q}_{HOEM} = \frac{R_x}{\sum_{i=1}^{N_x} (t_i - a_i)}$$

¹¹ Sans biais de variance minimale ;

¹² Voir propriétés asymptotiques des estimateurs par maximum de vraisemblance en annexe.

III. Modèles paramétriques :

Ces modèles consistent à l'estimation des paramètres du modèle en supposant la connaissance préalable de la forme de la fonction de survie.

A l'aide de la représentation graphique de l'estimateur non paramétrique de KAPLAN-MEIER on détecte la tendance de la courbe et puis on procède par les méthodes d'estimation paramétrique.

III.1. Modèle exponentiel :

La fonction de densité du modèle exponentiel est donnée pour tout $x \geq 0$ par:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}.$$

Avec λ le paramètre de la loi exponentielle ($\lambda > 0$), la fonction de survie dans ce cas est de la forme :

$$S(x) = e^{-\lambda x}$$

D'où la vraisemblance :

$$\begin{aligned} L(x) &= \prod_{i \in D} f(x_i) \prod_{i \in C} S(x_i) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i)^{\delta_i} S(x_i)^{1-\delta_i} \\ &= \prod_{i=1}^n (\lambda e^{-\lambda x_i})^{\delta_i} (e^{-\lambda x_i})^{1-\delta_i} \end{aligned}$$

On obtient :

$$L(x) = \lambda^{\sum_{i=1}^n \delta_i} * e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i}$$

Avec n c'est le nombre de contrat, et par passage au logarithme on trouve :

$$l(x) = \log(L(x)) = \left(\sum_{i=1}^n \delta_i \right) * \ln(\lambda) - \lambda * \sum_{i=1}^n x_i$$

En dérivant par rapport à λ on trouve :

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

D'où :

$$\hat{\lambda} = \frac{\text{nbre de rachat}}{\text{somme des ages des contrarts}}$$

III.2. Modèle de Weibull :

L'ancienneté de contrat peut être assimilée à une fonction de Weibull de paramètre $\beta > 0$ et $\theta > 0$. Si elle est absolument continue et a comme densité :

$$f(t) = \begin{cases} \beta\theta t^{\beta-1} \exp(-\theta t^\beta) & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

IV. Modèle semi-paramétrique – modèle de COX- :

Les modèles multi variés permettent de représenter la variable étudiée en fonction de plusieurs autres variables.

Le modèle de Cox s'applique à toute situation où l'on étudie la durée de vie d'un événement. La variable à expliquer est dichotomique, les variables explicatives peuvent être qualitatives ou quantitatives. Ce modèle permet d'exprimer le risque instantané de survenue de l'événement en fonction des facteurs explicatifs.

Le modèle de Cox est donné par la définition suivante :

$$h(t) = h_0(t) \exp(X^t \beta)$$

Sa fonction de survie est donnée par :

$$S(t) = e^{-\int h(t) dt} = S_0(t) \exp(X^t \beta)$$

Avec :

- ✓ X : le vecteur des variables explicatives ;
- ✓ β : le vecteur de paramètres à estimer, dans ce cas c'est un vecteur de dimension 3
- $\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix}$;
- ✓ $h_0(t)$: le risque de base.

Le modèle de Cox est un modèle semi-paramétrique à risque proportionnelle :

- ✓ Semi paramétrique : une partie paramétrique la partie de régression ($\exp(X\beta)$) et une autre non paramétrique (le risque de base) ;
- ✓ A risque proportionnelle : le rapport des risques instantanés de deux individus ne varie pas au cours du temps.

On estime les éléments du vecteur β par la méthode du maximum de vraisemblance puis on trouve l'estimateur de la fonction de survie.

Pour tester l'effet de chaque variable explicative on teste la nullité des éléments du vecteur β :

$$H_0^i : \beta_i = 0 \quad vs \quad H_1^i : \beta_i \neq 0$$

Pour cela on utilise trois tests :

- Le test de Wald ;
- Le test du score ;
- Et le test du rapport de vraisemblance.

Ces trois tests se basent sur deux statistiques :

- Le score :

$$U(\beta) = \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta}$$

- L'information de Fisher :

$$I(\beta) = -\frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta^2}$$

Il faut noter que la possibilité d'utilisation de modèle de COX dépend de l'accessibilité des données sur les variables explicatives.

V. Comparaison de deux échantillons :

Pour comparer deux échantillons, on constitue deux populations la première population a la fonction de densité f_1 de paramètre λ_1 et la deuxième population a la fonction de densité f_2 de paramètre λ_2 .

$$f_1(t, \lambda_1) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \quad ; \quad f_2(t, \lambda_2) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Nous voulons tester l'hypothèse $H_0: \lambda_1 = \lambda_2$

Supposons que nous avons deux échantillons indépendants, ce que nous observons c'est les variables aléatoires $(Z_{ij}, \delta_{ij}) \quad i=1..n_j \quad j=1,2$.

$$Z_{ij} = \min(T_{ij}, C_{ij}) \quad ; \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_{ij} = T_{ij} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec : $T_{ij} \rightsquigarrow \text{Exp}(\lambda_j)$

Posons $\lambda_1 = e^{\phi_1}$ et $\lambda_2 = e^{\phi_1 + \phi_2}$ avec $-\infty < \phi_1 < \phi_2 < +\infty$

Tester $\lambda_1 = \lambda_2$ est équivalent à tester que ϕ_2 est nulle :

$$H_0 : \lambda_1 = \lambda_2 \quad \Leftrightarrow \quad H'_0 : \phi_2 = 0$$

Après ce changement de paramètre, nous trouvons :

$$\begin{aligned} f_1(t, \phi_1) &= e^{\phi_1} e^{-t \exp(\phi_1)} & f_2(t, \phi_2) &= e^{\phi_2} e^{-t \exp(\phi_2)} \\ S_1(t, \phi_1) &= e^{-t \exp(\phi_1)} & S_2(t, \phi_2) &= e^{-t \exp(\phi_2)} \end{aligned}$$

On trouve la fonction de vraisemblance de ces deux échantillons :

$$\begin{aligned} L(\phi_1, \phi_2) &= \left(\prod_{i=1}^{n_1} (f_1(z_{i1}, \phi_1))^{\delta_{i1}} (S_1(z_{i1}, \phi_1))^{1-\delta_{i1}} \right) \\ &\quad * \left(\prod_{i=1}^{n_2} ((f_2(z_{i2}, \phi_1, \phi_2))^{\delta_{i2}} (S_2(z_{i2}, \phi_1, \phi_2))^{1-\delta_{i2}}) \right) \end{aligned}$$

Posons : $r_j = \sum_{i=1}^j \delta_{ij}$ et $X_j = \sum_{i=1}^j z_{ij}$

La fonction de vraisemblance devient :

$$L(\phi_1, \phi_2) = (e^{r_1 \phi_1} e^{-X_1 \exp(\phi_1)}) * (e^{r_2(\phi_1 + \phi_2)} e^{-X_2 \exp(\phi_1 + \phi_2)})$$

La maximisation de la fonction de vraisemblance donne les estimateurs de ϕ_1 et ϕ_2 (respectivement de λ_1 et λ_2) :

$$\mathcal{L}(\phi_1, \phi_2) = \ln L(\phi_1, \phi_2) = \phi_1 r_1 - X_1 \exp(\phi_1) + (\phi_1 + \phi_2) r_2 - X_2 \exp(\phi_1 + \phi_2)$$

Par dérivation nous trouvons :

$$\begin{aligned} V_1(\phi_1, \phi_2) &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_1} = r_1 - X_1 e^{\phi_1} + r_2 - X_2 e^{\phi_2 + \phi_1} \\ V_2(\phi_1, \phi_2) &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_2} = r_2 - X_2 e^{\phi_2 + \phi_1} \end{aligned}$$

Les estimateurs $\widehat{\phi}_1$ et $\widehat{\phi}_2$ sont les solutions du système suivant :

$$\begin{aligned} V_1 = 0 & \quad \left| \Rightarrow \right. & e^{\widehat{\phi}_1} &= \frac{r_1}{X_1} & \quad \left| \Rightarrow \right. & e^{\widehat{\phi}_1} &= \frac{r_1}{X_1} &= \widehat{\lambda}_1 \\ V_2 = 0 & \quad \left| \Rightarrow \right. & e^{\widehat{\phi}_1 + \widehat{\phi}_2} &= \frac{r_2}{X_2} & \quad \left| \Rightarrow \right. & e^{\widehat{\phi}_2} &= \frac{r_2}{X_2} * \frac{X_1}{r_1} &= \widehat{\lambda}_2 \end{aligned}$$

V.1. La matrice d'information de Fischer :

$$I(\phi_1, \phi_2) = -E \left(\frac{\partial^2 \mathcal{L}(\phi_1, \phi_2)}{\partial \phi_1 \partial \phi_2} \right) = -E \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \phi_1^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \phi_1 \partial \phi_2} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \phi_1 \partial \phi_2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \phi_2^2} \end{bmatrix}$$

Nous trouvons dans notre cas :

$$I(\phi_1, \phi_2) = E \begin{bmatrix} X_1 e^{\phi_1} + X_2 e^{\phi_1 + \phi_2} & X_2 e^{\phi_1 + \phi_2} \\ X_2 e^{\phi_1 + \phi_2} & X_2 e^{\phi_1 + \phi_2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}(\phi_1, \phi_2) = \begin{bmatrix} r_1 + r_2 & r_2 \\ r_2 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}^{-1}(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{r_1 r_2} \begin{bmatrix} r_2 & -r_2 \\ -r_2 & r_1 + r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^{11} & I^{12} \\ I^{21} & I^{22} \end{bmatrix}$$

On a :

$$H_0' : \phi_2 = 0 \quad vs \quad H_1' : \phi_2 \neq 0$$

$$\widehat{\phi}_2 \rightsquigarrow N(\phi_2, I^{22}(\widehat{\phi})) \quad \text{Avec} \quad I^{22}(\widehat{\phi}) = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

$$\text{C'est-à-dire} \quad \Delta = \frac{\widehat{\phi}_2}{\sqrt{I^{22}(\widehat{\phi})}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

Donc nous acceptons l'hypothèse nulle si $2 * \Phi(\Delta)$ est supérieur à un seuil α donné.

Sachant que Φ est la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite

V.2. Test de rapport de vraisemblance :

Comme avant nous voulons tester l'hypothèse :

$$H_0 : \lambda_1 = \lambda_2 \quad \Leftrightarrow \quad H_0' : \phi_2 = 0$$

Le test de rapport de vraisemblance se base sur le calcul de la statistique suivante :

$$\Delta = 2 * [r_1 * \log\left(\frac{r_1}{X_1}\right) + r_2 * \log\left(\frac{r_2}{X_2}\right) - r_1 * \log\left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 * r_2}\right)]$$

Qui suit la loi de chi-deux carré de degré de liberté 1 sous l'hypothèse H_0

$$\text{Où } \widehat{\phi}_2 = \log\left(\frac{r_1+r_2}{r_1*r_2}\right) \quad \widehat{\phi}_1 = \log\left(\frac{r_1}{x_1}\right) \quad \widehat{\phi}_1 + \widehat{\phi}_1 = \log\left(\frac{r_2}{x_2}\right)$$

Nous acceptons l'hypothèse nulle si Δ est inférieure à la valeur d'une chi-deux carré de degré de liberté 1 et d'un seuil α donné.

Conclusion :

Après avoir déterminé un ensemble des modèles possibles pour la modélisation des durées de vie, notre étude va se restreindre sur les modèles de Kaplan Meier, le modèle de Hoem et celui de vraisemblance pour les modèles non paramétriques et le modèle exponentiel pour les modèles paramétriques. Les modèles semi-paramétriques ne peuvent présenter de bons résultats que dans le cas des grandes bases de données et l'accessibilité des variables explicatives.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation des contrats sujets de la modélisation.

Chapitre 3 : Analyse descriptive

Pour obtenir une loi de rachat pour les produits d'épargne, de résiliation pour les produits prévoyance et de reversement pour les versements programmés, les durées de vie ont été modélisées par groupe homogène de contrats.

Généralement Les contrats d'Assurance Vie sont classés dans deux grands types :

- 1- Les produits « Bancassurance » commercialisés par la banque. Ce type contient les produits d'épargne et les produits de prévoyance.*
- 2- Les produits « classiques » commercialisés par La Marocaine Vie. Ce type comporte les contrats individuels et les contrats de groupe. Pour les contrats individuels on trouve les contrats d'épargne et ceux de prévoyance.*

I. Les produits « Bancassurance » :

I.1. Epargne :

année	I	A	R	N
2002	4 864	260	230	4 604
2003	3 622	1 595	1 344	6 631
2004	3 068	1 535	1 421	8 164
2005	4 696	1 909	1 737	10 951
2006	4 116	2 445	2 278	12 622
2007	6 167	2 967	2 826	15 822
2008	6 188	3 258	3 193	18 752
2009	4 772	3 763	3 722	19 761
2010	2 362	3 951	3 909	18 172
total	39 855	21 683	20660	

Tableau 3 : Statistique descriptive « P1 »

année	I	A	R	N
2002	6 105	264	209	5 841
2003	4 338	1 370	1 153	8 809
2004	3 279	1 605	1 502	10 483
2005	4 487	1 719	1 540	13 251
2006	4 591	2 082	1 920	15 760
2007	5 902	2 523	2 341	19 139
2008	7 166	2 687	2 601	23 618
2009	6 638	3 812	3 740	26 444
2010	3 507	4 661	4 609	25 290
total	46 013	20 723	19650	

Tableau 4 : Statistique descriptive « P2 »

année	I	A	R	N
2004	12	0	0	12
2005	146	9	7	149
2006	402	37	21	514
2007	616	181	165	949
2008	523	246	230	1226
2009	299	320	305	1205
2010	161	262	258	1104
total	2159	1055	986	

Tableau 5 : Statistique descriptive « P3 »

année	I	A	R	N
2004	32	0	0	32
2005	1895	163	140	1764
2006	731	456	429	2039
2007	322	328	309	2033
2008	60	359	358	1734
2009	24	397	353	1361
2010	35	210	176	1186
Total	3099	1913	1765	

Tableau 6 : Statistique descriptive «P4»

année	I	A	R	N
2001	4	0	0	4
2002	375	13	9	366
2003	299	53	48	612
2004	321	93	81	840
2005	3327	142	249	4025
2006	1674	233	618	5466
2007	721	320	596	5867
2008	84	448	789	5503
2009	33	333	635	5203
2010	41	216	377	5028
total	845	489	443	

Tableau 7 : Statistique descriptive « P5 »

année	I	A	R	Nannée
2009	4179	2	1	4177
2010	2798	1940	1542	5035
total	6977	1942	1543	

Tableau 8 : Statistique descriptive « P6 »

Avec :

I : Nombre de contrats inscrits la $i^{\text{ème}}$ année

A : Nombre de contrats annulés la $i^{\text{ème}}$ année

R : Nombre de contrats rachetés la $i^{\text{ème}}$ année

N : Nombre de contrat restant à la fin de la $i^{\text{ème}}$ année

Le produit le plus récent dans le portefeuille « Bancassurance » est le produit « P6 », dont la commercialisation a débuté l'année 2009.

A partir de l'année 2002, on constate l'apparition des deux produits « P2 » et « P1 », les plus commercialisés, en nombre de contrats, par La Marocaine Vie, tel que le nombre de contrats restant dans le portefeuille jusqu'à la fin de 2010 est de 25290 pour « P2 » et 18172 pour « P1 », alors que le nombre de contrats demeurant dans le portefeuille pour les autres produit ne dépasse pas 9254 contrats, avec 5035 contrats pour « P6 », 1929 contrats pour le produit « P5 », 1186 contrats pour « P4 » et 1104 contrat pour le produit « P3 ».

« P4 » est le produit le moins commercialisé, en nombre de contrats, par La Marocaine Vie. La commercialisation de ce produit a débuté l'année 2004 avec un nombre de contrats inscrits de 32 contrats. A la fin de l'année 2010 le nombre de contrats du produit « P4 » qui constitue le portefeuille « Bancassurance » ne dépasse pas 1186 contrats.

« P6 » est un nouveau produit dont la commercialisation a commencé lors 2009. Ce produit vient après « P2 » et « P1 » avec un nombre de contrat inscrits de 4179 en 2009 et de 2798 en 2010.

Ainsi le nombre de contrats inscrits en moyenne annuelle pour les produits « P2 », « P1 », « P6 » est de 5752, 4982, 3489 contrats respectivement, alors que celui de « P3 », « P5 » et « P4 » ne dépasse pas 360, 473 et 517 contrats respectivement.

I.2. Prévoyance

année	I	A	R	N
2002	9 368	138	9 230	1,50%
2003	10 362	15	19 577	0,08%
2004	13 077	27	32 627	0,08%
2005	14 399	79	46 947	0,17%
2006	9 356	22	56 281	0,04%
2007	6 814	18	63 077	0,03%
2008	13 544	59	76 562	0,08%
2009	117 625	45	194 142	0,02%
2010	99 971	61	294 052	0,02%

Tableau 9 : Statistique descriptive « Prévoyance-Bancassurance »

Nous avons considéré que le nombre des produits « Prévoyance-Bancassurance » forme un seul groupe homogène de contrats.

Le produit « Prévoyance-Bancassurance » connaît une bonne commercialisation, en nombre de contrats, vu que le nombre de contrats inscrit en moyenne annuelle est de 32 724 contrats dont le nombre maximal est enregistré pendant l'année 2009 avec 117 625 contrats.

L'annulation affecte peu ce produit. Le nombre d'annulation maximal était en 2002 de 138 contrats devant 9368 contrats inscrit.

Par suite le nombre de contrats qui demeure dans le portefeuille à la fin de l'année 2010 est de 294052 contrats, qu'il est la composition maximale par rapport aux autres postérieures années.

II. Les produits « Classique » :

II.1. Individuel :

année	I	A	N	année	I	A	N
1978	179	4	175	2003	599	580	6 704
1979	372	7	540	2004	523	1 097	6 130
1980	283	8	815	2005	176	881	5 425
1981	394	73	1 136	2006	156	1 387	4 194
1982	311	90	1 357	2007	80	347	3 927
1983	177	165	1 369	2008	60	246	3 741
1984	125	72	1 422	2009	148	272	3 617
1985	133	32	1 523	2010	223	273	3567
1986	180	152	1 551				
1987	168	84	1 635				
1988	179	157	1 657				
1989	188	226	1 619				

1990	192	142	1 669
1991	183	154	1 698
1992	161	72	1 787
1993	151	321	1 617
1994	227	233	1 611
1995	386	152	1 845
1996	534	169	2 210
1997	768	197	2 781
1998	1 186	384	3 583
1999	1 439	459	4 563
2000	1 636	768	5 431
2001	1 549	859	6 121
2002	1 277	713	6 685

Tableau 10 : Statistique descriptive « Classique individuelle »

Etant acquise par le groupe Société Générale l'année 2002, La Marocaine Vie a décidé ne pas commercialiser ce type de produit pour se diriger vers les produits «Bancassurance ».

Ainsi on constate que le nombre de contrats inscrit va augmenter entre les années 1997 et 2002 pour atteindre 1549 contrats l'année 2001. Après on remarque une diminution des contrats inscrits à partir de l'année 2002 pour atteindre 223 contrats inscrits l'année 2010.

II.2. Groupe :

Vu la complexité des données de ce portefeuille, nous avons choisi estimer les lois de rachat, de résiliation et de reversement à partir des données issues d'une seule contractante que nous avons supposée représentative pour tous les contrats groupe.

année	I	A	R	N
1992	7 172	8	0	7 164
1993	63	49	10	7 178
1994	95	68	12	7 205
1995	31	28	14	7 208
1996	197	779	350	6 626
1997	81	195	95	6 512
1998	47	225	83	6 334
1999	33	126	58	6 241
2000	21	169	94	6 093
2001	20	185	88	5 928
2002	67	168	97	5 827
2003	212	111	65	5 928
2004	231	129	80	6 030
2005	198	240	146	5 988
2006	249	465	273	5 772
2007	239	301	214	5 710

2008	329	161	99	5 878
2009	218	338	224	5 758
2010	223	402	267	5 579

Tableau 11 : Statistique descriptive « Entreprise »

La commercialisation du produit « Entreprise » avec cette contractante a débuté l'année 1992. Cette année a été marquée par l'inscription du nombre maximal de contrats par rapport aux autres années, 7172 contrats. Cependant le nombre de contrats inscrits jusqu'à 2010 ne dépasse pas 142 contrats en moyenne. Cela est naturel puisqu'il s'agit des recrutements annuels de cette entreprise. La première année est l'année du départ de l'activité de l'entreprise.

A partir de 1996 jusqu'à 2010, le nombre de contrat annulés a dépassé le nombre de contrats inscrits, sauf pour les années 2003, 2004, 2008.

Ainsi le nombre de contrats qui demeure dans le portefeuille à la fin de l'année 2010 est de 5579 contrats, après avoir atteint son maximum en 1992 avec 7172 contrats. Cela est lié à la politique de recrutement de l'entreprise.

II.3. Prévoyance :

année	I	A	N
1980	28	1	27
1981	216	15	228
1982	282	27	483
1983	121	79	525
1984	73	22	576
1985	114	18	672
1986	108	59	721
1987	106	45	782
1988	99	61	820
1989	240	116	944
1990	442	131	1 255
1991	658	204	1 709
1992	781	129	2 361
1993	750	506	2 605
1994	1 183	417	3 371
1995	1 503	388	4 486
1996	2 005	709	5 782
1997	2 796	695	7 883
1998	2 975	1 433	9 425
1999	2 711	1 657	10 479
2000	3 100	1 964	11 615
2001	2 750	2 032	12 333
2002	2 723	1 665	13 391

2003	1 532	1 172	13 751
2004	843	1 232	13 362
2005	387	1 200	12 549
2006	486	4 583	8 452
2007	356	1 139	7 669
2008	348	770	7 247
2009	229	794	6 682
2010	320	629	6 373

Tableau 12 : Statistique descriptive Classique-Prévoyance

Nous remarquons que le nombre de contrats inscrits entre 1980 et 1993, pour le produit « Classique-Prévoyance », ne dépasse pas 439 contrats en moyenne annuelle. Cependant ce nombre va augmenter entre les années 1994 et 2004 pour atteindre 2193 contrats en moyenne. Après on remarque une diminution des contrats inscrits de l'année 2005 jusqu'à 2010 avec 354 contrats inscrits en moyenne.

Nous remarquons qu'à partir de l'année 2004 le nombre de contrats annulés dépasse celui des contrats inscrits, tel qu'en 2006 le nombre de contrats annulés égale à presque 10 fois le nombre de contrats inscrits.

Alors le nombre de contrats restant dans le portefeuille à la fin de l'année 2010 est de 6373 contrats, tandis que ce nombre a été de 13030 contrats durant l'année 2006.

Conclusion :

Nous trouvons que le nombre total des contrats constituant le portefeuille « Bancassurance » est de 340225 contrats, alors que le nombre total des contrats commercialisés directement par La Marocaine Vie ne dépasse pas 16106 contrats. Cela nous mène à conclure que la commercialisation, en nombre de produits, des produits de La Marocaine Vie via le réseau bancaire reste plus importante que celle en directe.

Chapitre 4 : Lois de rachat, de reversement et de résiliation

La modélisation de rachat, de reversement et de résiliation est nécessaire pour la compagnie d'assurance pour établir son Compte d'Exploitation Prévisionnel (CEP) et pour déterminer les actions commerciales nécessaires à honorer ses engagements futurs.

Les modèles retenus dans notre étude sont : le modèle de Kaplan Meier, le modèle de Hoem et celui de vraisemblance.

Pour le modèle de Kaplan Meier on assemble les contrats rachetés, les contrats censurés et les contrats en vigueur ayant le même âge. Pour le modèle de Hoem et celui de vraisemblance on détermine le nombre de contrats rachetés, celui des contrats censurés pour l'âge x et la durée exacte vécue par tous les contrats entre les âges x et $x+1$.

Généralement la modélisation de rachat, de résiliation et de versement, à l'aide des trois modèles décrits ci-dessus, se base sur le même principe, La différence réside dans la définition d'une variable binaire qui distingue entre l'évènement observé et les évènements censuré.

Dans le chapitre suivant, nous allons utiliser un produit de la Bancassurance « P1 » pour illustrer les étapes de la modélisation, ensuite nous allons tester la stabilité du modèle obtenu et après nous allons passer au modèle exponentiel.

I. Présentation du produit « P1 » :

C'est un produit « Bancassurance » commercialisé via la société générale. Il est destiné à une clientèle désirant constituer une épargne de retraite complémentaire, sous forme de capital, de rente certaine, de rente viagère individuelle, de rente réversible dans le cas où elle est destinée à un bénéficiaire désigné par l'adhérent ou de rente panachage.

L'adhérent peut effectuer des versements programmés, mensuels, trimestriels, ou annuels avec possibilité d'effectuer des versements libres, comme il a la possibilité de suspendre puis reprendre ensuite ses versements.

L'âge minimal de l'adhésion est de 18 ans, cependant l'âge maximal est non déterminé.

Le produit prévoit une garantie optionnelle. L'assuré a droit, selon l'option choisie, à un capital supplémentaire en cas de décès avant le terme du contrat, ou d'une exonération des versements programmés entre la date de reconnaissance de l'invalidité par l'assureur et le terme de l'adhésion, en cas d'invalidité permanente.

L'inscription de ce type de contrat, garantit un taux minimal et une participation aux bénéfices de 90% du solde positif des comptes de résultats techniques et financier du produit. Comme elle accorde le droit à l'assurée de racheter totalement ou partiellement son contrat.

II. Statistique descriptive :

La base de données obtenue, pour le produit « P1 » contient 40621 clients jusqu'à la date de point 31/03/2011.

Le tableau suivant représente la répartition des contrats selon le type d'annulation.

Type d'annulation	Contrats annulés	libellé	Pourcentage
""	0	Non annulé	0,00%
0	16		0,07%
1	93	Renonciation	0,41%
2	23	Adhésion émise en double	0,10%
3	623	Rejet du versement	2,78%
4	21418	Rachat total	95,42%
5	58	Décès TTC	0,26%
6	13	Décès accidentel	0,06%
7	67	Erreur de saisie de l'option	0,30%
19	13	Transfert réserve	0,06%
50	20	Résiliation : Rejet du prélèvement	0,09%
71	1	Annulation à la demande	0,00%
98	65	Transfert de réserve	0,29%
99	35	Compte ferme	0,16%
100	1	Perte et profil	0,00%
Total	22446		

Tableau 13 : Répartition des contrats annulés par type d'annulation pour le portefeuille « P1 »

Avec le type d'annulation « 4 » représente le rachat total.

A partir de ce tableau on remarque que le nombre de contrats annulé atteint 22446 contrats, dont 21418 sont annulés suite à un rachat total, un pourcentage de 95,42% du total des contrats annulés.

Pour une analyse secondaire du portefeuille « P1 », on va observer le nombre total des contrats, les affaires nouvelles et les contrats rachetés durant les années 2002 à 2010 (l'année 2011 est exclue vue la non complétude des données).

Année	Nouvelles entrée	Contrats annulé	Contrats rachetés	Contrat totaux
2002	4 864	260	230	4 604
2003	3 622	1 595	1 344	6 631
2004	3 068	1 535	1 421	8 164
2005	4 696	1 909	1 737	10 951
2006	4 116	2 445	2 278	12 622
2007	6 167	2 967	2 826	15 822
2008	6 188	3 258	3 193	18 752
2009	4 772	3 763	3 722	19 761

2010	2 362	3 951	3 909	18 172
------	-------	-------	-------	--------

Tableau 14 : Répartition du nombre total des contrats, des contrats nouvellement entrés et des contrats rachetés par année d'observation pour le portefeuille « P1 »

Le graphique suivant compare les contrats nouvellement entrés et les contrats rachetés par année d'observation, et illustre la tendance du portefeuille « P1 ».

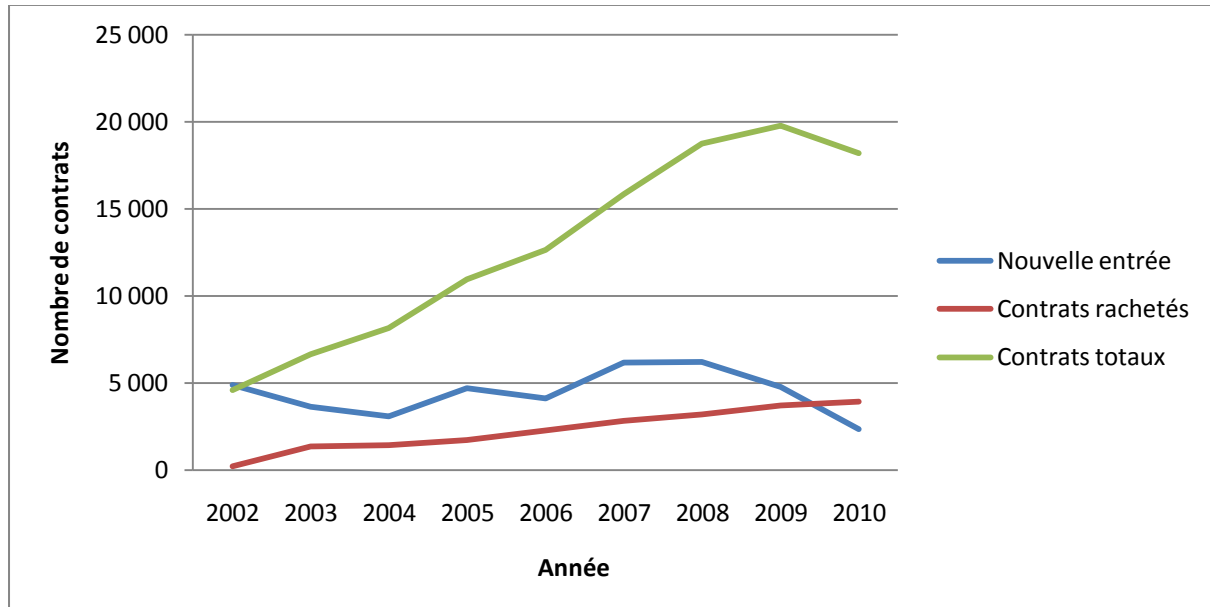


Figure 8 : Comparaison des contrats nouvellement entrés et les contrats rachetés par année d'observation et l'observation de la tendance du portefeuille « P1 »

D'après ce graphique nous constatons que jusqu'à la fin de l'année 2009, le nombre des contrats nouvellement inscrits dépasse celui des contrats rachetés. A partir de l'année 2010 les deux courbes représentant se coïncident pour que le nombre des contrats rachetés dépassent celui des contrats nouvellement inscrits au-delà de cette année.

Ainsi le nombre de contrat total croit pour atteindre son maximum, 19761 contrats, à la fin de l'année 2009, pour qu'il décroisse après cette année et atteigne une valeur de 18172 contrats à la fin de l'année 2010.

Ces deux premières observations conduisent à considérer sérieusement le rachat et essayer de le modéliser pour pouvoir faire face au risque de rachat.

III. Modélisation du rachat :

Pour modéliser le rachat, nous avons besoin de modéliser *la fonction de survie du contrat en fonction de l'âge de celle ci*. Pour ce faire nous avons proposé un ensemble de modèles de durée de vie, cités ci-après.

III.1. 1^{ère} étape : Age révolu, âge exact, âge maximal :

							4		
							31/03/2011		
N° adhésion	Date d'effet	Date d'annulation	Type annulation	Date d'effet	Date d'annulation	Xi	Age exact	Age revolu	Max(Age exact)
1	04/04/2002	03/05/2003	5	04/04/2002	03/05/2003	0	13	13,13	109,00
2	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	
3	22/05/2002	21/10/2003	4	22/05/2002	21/10/2003	1	17	17,23	
4	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	
5	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	
6	04/04/2002	12/08/2004	4	04/04/2002	12/08/2004	1	28	28,70	
7	04/04/2002	22/02/2011	4	04/04/2002	22/02/2011	1	108	108,20	
8	04/04/2002	29/05/2006	4	04/04/2002	29/05/2006	1	50	50,53	
9	04/04/2002	16/05/2006	4	04/04/2002	16/05/2006	1	50	50,10	
10	04/04/2002	03/03/2005	4	04/04/2002	03/03/2005	1	35	35,47	
11	04/04/2002	25/02/2005	4	04/04/2002	25/02/2005	1	35	35,27	
12	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	
13	04/04/2002	08/06/2006	4	04/04/2002	08/06/2006	1	50	50,87	
14	04/04/2002	14/10/2003	4	04/04/2002	14/10/2003	1	18	18,60	
15	04/04/2002	21/01/2004	4	04/04/2002	21/01/2004	1	21	21,90	
16	04/04/2002	08/06/2006	4	04/04/2002	08/06/2006	1	50	50,87	
17	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	
18	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	
19	04/04/2002		0	04/04/2002	31/03/2011	0	109	109,43	

Tableau 15 : Age révolu, âge exact, âge maximal



: Entrées



: Traitement

- Age du contrat :
 - Dans le cas du modèle de Kaplan Mayer on avait besoin de la partie entière de l'âge mensuel exact du contrat tel que :

$$\text{âge exact mensuel} = E\left(\frac{\text{Date d'annulation} - \text{Date d'effet}}{30}\right)$$

Avec :

E : Partie entière

30 : Représente le nombre de jours

- Dans le cas du modèle de vraisemblance et de celui de Hoem on a utilisé l'âge mensuel révolu tel que :

$$\text{âge révolu mensuel} = \frac{\text{Date d'annulation} - \text{Date d'effet}}{30}$$

Date d'effet¹³ :

La base de données obtenue contient un ensemble d'anomalies concernant la date d'effet, parmi ces anomalies on trouve:

Anomalie 1: date d'effet non renseignée.

Traitement : On a classé les enregistrements par numéro d'adhésion, puis on a affecté à chaque date d'effet vide la date d'effet non vide qui lui précède dans l'ordre.

Anomalie 2 : date d'effet plus récente que la date d'annulation

Traitement : Ce problème se traduit par des âges négatifs, ce qui n'est plus possible et par suite et vu le nombre négligeables des enregistrements dont l'âge de contrat est négatif (420 sur 40620 enregistrement, un pourcentage de 1,03% des enregistrements totaux), on a ignoré ces données.

Remarque :

Pour les contrats « Groupe » les enregistrements ont été classés par numéro de police.

Pour les contrats de prévoyance, vue l'impossibilité de classer les contrats dans un ordre chronologique, et la négligence des enregistrements dont la date d'effet est non mentionnée par rapport au nombre total des enregistrements, 3593 sur 79132 enregistrements (4,54% du total des enregistrements), on a procédé à une suppression de ces données.

Anomalie 3 : date d'effet avant la date de création de la MAROCAINE VIE.

Traitement : suite au nombre très réduit des contrats présentant cette anomalie, on les néglige dans la procédure des calculs effectués.

Date d'annulation¹⁴ :

Dans le cas où le contrat est non annulé, la date d'annulation vide est remplie par la date de point¹⁵, qui est dans notre cas 31/03/2011, ainsi l'âge de contrat obtenu est un âge censuré.

¹³ Date de l'encaissement de la première prime

¹⁴ Date de fin d'engagement entre assuré et assureur

¹⁵ Date de fin d'observation

III.2. 2ème étape : Paramètres de la fonction de survie estimée

Après avoir déterminé les âges révolus, les âges exacts et l'âge maximal qui est dans notre cas 109 mois, on passe au calcul des grandeurs R_x , N_x , $\sum_{i=0}^{N_x} (t_i - a_i)$, qui sont nécessaires pour modéliser le rachat.

Age du cont	Cx+Rx	Rx	Nx
0	9871	148	49850
1	893	406	39979
2	1076	605	39086
3	987	721	38010
4	1053	768	37023
5	961	797	35970
6	937	786	35009
7	924	824	34072
8	870	762	33148
9	932	738	32278
10	916	767	31346
11	1062	821	30430
12	868	719	29368
102	106	10	1490
103	51	10	1384
104	40	6	1333
105	82	9	1293
106	149	4	1211
107	504	2	1062
108	408	3	558
109	150	0	150
110	0	0	0

Tableau 16 : Détermination de Rx et de Nx

Alors On définit la variable binaire « Xi », qui prend la valeur 1 si le contrat est racheté, type d'annulation égale à 4, et prend la valeur 0 si non.

On calcule :

- $R_x + C_x$: Le nombre de contrats qui ont l'âge x
- R_x : Le nombre de contrats qui ont l'âge x et pour lesquels la variable binaire « Xi » prend la valeur 1.
- Le nombre de contrats non rachetés, non censurés d'âge x tel que :

$$N_x = N_{x-1} - R_{x-1} - C_{x-1} \quad \forall x = 1, \dots, \text{max age}$$

$$\text{et } N_0 = \sum_{x=0}^{\max \text{ âge}} (R_x + C_x)$$

Tel que :

R_x : Nombre de contrats rachetés d'âge x

C_x : Nombre de contrats censurés d'âge x

	0	1	2	3		106	107	108	109
$\sum(t_i - a_i)$	40 396,0	39 614,9	38 573,1	37 536,8		1 157,5	850,8	399,2	53,0
Age revolu	0	1	2	3		106	107	108	109
13,13	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
109,43	1,00	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	1,00	0,43
17,23	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
109,43	1,00	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	1,00	0,43
109,43	1,00	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	1,00	0,43
28,70	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
108,20	1,00	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	0,20	0,00
50,53	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
50,10	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
35,47	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
35,27	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
109,43	1,00	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	1,00	0,43
50,87	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
18,60	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
21,90	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
50,87	1,00	1,00	1,00	1,00		0,00	0,00	0,00	0,00
109,43	1,00	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	1,00	0,43
0,77	0,77	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00
0,77	0,77	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00
0,77	0,77	0,00	0,00	0,00		0,00	0,00	0,00	0,00

Tableau 17 : Détermination de $\sum(t_i - a_i)$

- $\sum_{i=0}^{M_x} (t_i - a_i)$: La durée exacte vécue entre x et $x + 1$ par tous les contrats à l'âge d'observation x $\forall x = 0, \dots, \max \text{ âge}$. Tel que :

M_x : Nombre totale de contrats à l'âge d'observation x

$(t_i - a_i)$: La durée exacte vécue par le i ème contrat entre x et $x+1$ ($\forall x = 0, \dots, \max \text{ âge}$)

$$t_i - a_i = \begin{cases} 1 & \text{si } E(\hat{\text{âge révolu}}) > E(\hat{\text{âge exact}}) \\ (\hat{\text{âge révolu}} - \hat{\text{âge exact}}) & \text{si } E(\hat{\text{âge révolu}}) = E(\hat{\text{âge exact}}) \\ 0 & \text{si } E(\hat{\text{âge révolu}}) < E(\hat{\text{âge exact}}) \end{cases}$$

Avec $E(\cdot)$ représente la partie entière.

Max âge = 109 mois.

III.3. 3ème étape : Probabilité de rachat et fonction de survie:

Age du contr	Rx	Nx	$\sum(t_i - a_i)$	Maier		Hoem		Vrsem		Exp
				1 - qx	Sx	1 - qx	Sx	1 - qx	Sx	Sx
0	148	49 850	40 396	0,99703	0,99703	0,99633627	0,99633627	0,99634297	0,99634297	1
1	406	39 979	39 615	0,98984	0,98690591	0,98975132	0,98612514	0,98980366	0,98618392	0,98394079
2	605	39 086	38 573	0,98452	0,9716299	0,98431548	0,97065824	0,98443784	0,97083677	0,96813949
3	721	38 010	37 537	0,98103	0,95319935	0,9807922	0,95201403	0,98097549	0,95236708	0,95259194
4	768	37 023	36 510	0,97926	0,93342632	0,97896476	0,93198819	0,97918446	0,93254305	0,93729407
5	797	35 970	35 552	0,97784	0,91274406	0,97758205	0,91109493	0,97783146	0,91186994	0,92224187
6	786	35 009	34 574	0,97755	0,89225171	0,97726626	0,89038234	0,97752273	0,89137359	0,9074314
7	824	34 072	33 659	0,97582	0,87067342	0,97551894	0,86858483	0,97581617	0,86981676	0,89285877
8	762	33 148	32 774	0,97701	0,85065854	0,97675003	0,84839025	0,97701823	0,84982682	0,87852017
9	738	32 278	31 869	0,97714	0,8312092	0,97684294	0,82874403	0,97710901	0,83037345	0,86441183
10	767	31 346	30 985	0,97553	0,81087048	0,97524601	0,80822931	0,97554987	0,81007071	0,85053006
11	821	30 430	29 987	0,97302	0,78899323	0,97262162	0,7861013	0,97299301	0,78819314	0,83687123
12	719	29 368	28 989	0,97552	0,76967676	0,9751976	0,7666041	0,97550266	0,7688845	0,82343174
102	10	1 490	1 462	0,99329	0,29071919	0,99316005	0,28674762	0,99318339	0,28943506	0,19179383
103	10	1 384	1 403	0,99277	0,28861862	0,99287208	0,2847037	0,99289742	0,28737932	0,18871377
104	6	1 333	1 353	0,99550	0,28731951	0,99556454	0,28344091	0,99557436	0,28610748	0,18568318
105	9	1 293	1 288	0,99304	0,28531961	0,99301242	0,28146035	0,99303678	0,28411525	0,18270126
106	4	1 211	1 158	0,99670	0,28437718	0,99654428	0,2804877	0,99655024	0,28313512	0,17976722
107	2	1 062	851	0,99812	0,28384163	0,99764918	0,27982832	0,99765194	0,2824703	0,1768803
108	3	558	399	0,99462	0,2823156	0,99248497	0,2777254	0,99251314	0,28035549	0,17403974
109	0	150	53	1,00000	0,2823156	1	0,2777254	1	0,28035549	0,1712448
110	0	0	0	0,00000	0	0	0	0	0	0,16849475

Tableau 18 : Probabilité de rachat et fonction de survie selon Kaplan Meier, Hoem et vraisemblance et le modèle exponentiel d'ajustement

Chacune des probabilités de rachat et des fonctions de survie présentées dans le tableau ci-dessus sont calculées, comme décrit dans la partie théorique, comme suite :

- $\widehat{q}(x)_{MV} = 1 - \exp\left(-\frac{R_x}{\sum_{i=1}^{M_x}(t_i - a_i)}\right)$
- $\widehat{q}(x)_{KM} = \frac{R_x}{N_x}$

$$\blacksquare \widehat{q(x)}_H = \frac{Rx}{\sum_{i=1}^{Mx} (t_i - a_i)}$$

Ainsi :

$$\widehat{s(x)} = \prod_{i=1}^x (1 - \hat{q})$$

Avec :

$\widehat{q(x)}_{MV}$: L'estimateur de maximum de vraisemblance à l'âge x

$\widehat{q(x)}_{KM}$: L'estimateur de Kaplan Meier à l'âge x

$\widehat{q(x)}_H$: L'estimateur de Hoem à l'âge x

$\widehat{s(x)}$: La fonction de survie à l'âge x

III.4. Résultats :

Après avoir déterminé la fonction de survie pour chaque tranche d'âge mensuel, nous passons à l'identification de la table de rachat annuelle, en externalisant la valeur de la fonction de survie au milieu de l'année. Ainsi la table obtenue est comme suite.

		Lois de rachat VR			
Année		Maier	Hoem	Vrsem	Exp
6	1	89,23%	89,04%	89,14%	90,74%
18	2	67,78%	67,38%	67,68%	74,72%
30	3	55,55%	55,08%	55,42%	61,53%
42	4	47,08%	46,62%	46,96%	50,66%
54	5	41,48%	41,02%	41,34%	41,72%
66	6	37,08%	36,62%	36,94%	34,35%
78	7	34,14%	33,70%	34,00%	28,29%
90	8	31,67%	31,26%	31,54%	23,29%
102	9	29,07%	28,67%	28,94%	19,18%
114	10	0,00%	0,00%	0,00%	15,79%
126	11	0,00%	0,00%	0,00%	13,00%
138	12	0,00%	0,00%	0,00%	10,71%
150	13	0,00%	0,00%	0,00%	8,82%
162	14	0,00%	0,00%	0,00%	7,26%
174	15	0,00%	0,00%	0,00%	5,98%
186	16	0,00%	0,00%	0,00%	4,92%
198	17	0,00%	0,00%	0,00%	4,05%
210	18	0,00%	0,00%	0,00%	3,92%

Tableau 19 : Table de rachat

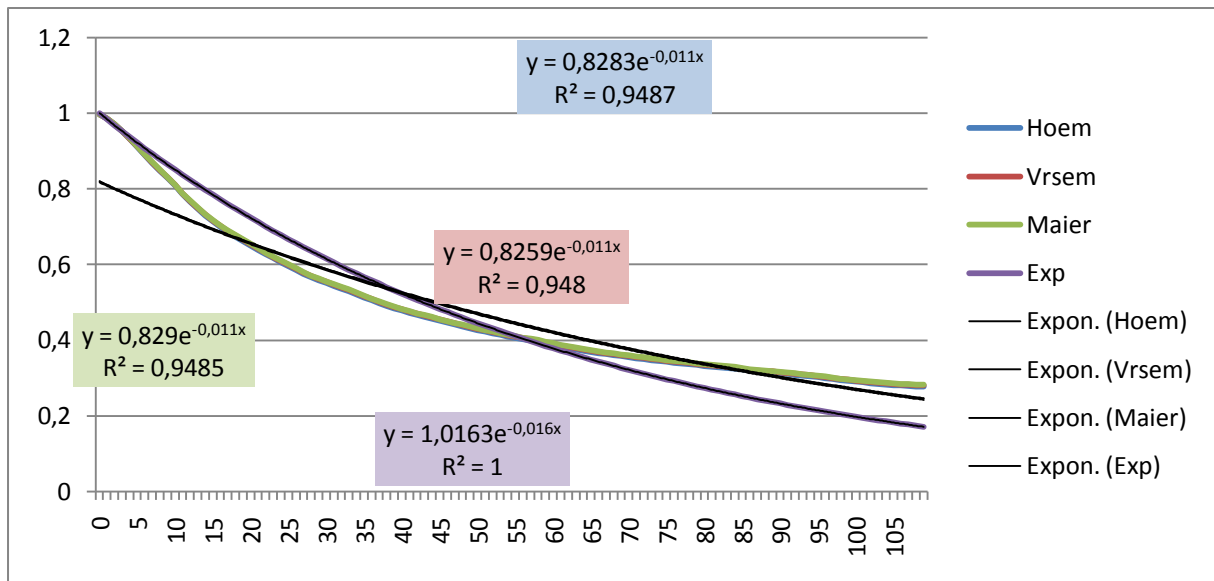


Figure 9 : Représentation de la fonction de survie du rachat et ajustement du modèle

Cette représentation graphique montre que les résultats obtenus à l'aide des trois modèles sont identiques.

La tendance des trois modèles est une tendance exponentielle, d'où le passage au modèle exponentiel.

III.5. Passage au modèle exponentiel :

La fonction de survie du modèle exponentiel est donnée pour tout $x \geq 0$ par :

$S(x) = e^{-\lambda x}$, le paramètre λ est estimé comme décrit précédemment par :

$$\hat{\lambda} = \frac{\text{nbre total de rachat}}{\text{somme des ages des contrarts}}$$

Dans notre cas $\hat{\lambda} = 0,016$

Par suite $\widehat{S}(x) = e^{-0,016x}$

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 19 : table de rachat.

Nous constatons que la tendance exponentielle permet de déterminer la probabilité de rachat pour des âges plus grands.

III.6. Test de stabilité:

Pour tester sur la stabilité du modèle, et après avoir déterminé la tendance du modèle, nous avons constitué deux populations :

- ✓ La première population dont la date d'effet est avant 2006, ajustée par le modèle exponentiel, dont le paramètre à estimer est λ_1 .
- ✓ La deuxième population dont la date d'effet est après 2006, ajustée par le modèle exponentiel dont le paramètre à estimer est λ_2 .

Comme décrit précédemment, nous allons tester l'hypothèse nulle $H_0 : \lambda_1 = \lambda_2$ contre l'hypothèse $H_1 : \lambda_1 \neq \lambda_2$.

L'hypothèse nulle n'est acceptée si $2 * \varphi \left(\frac{a}{\sqrt{V(a)}} \right) < 0,05$

Tel que $\frac{a}{\sqrt{V(a)}}$ est la statistique du test.

$$\begin{cases} a = \ln \left(\frac{R_B * Z_A}{R_A * Z_B} \right) \\ V(a) = \frac{R_A * R_B}{R_A + R_B} \end{cases}$$

Pour déterminer chacun des paramètres R_A, R_B, Z_A, Z_B , décrits précédemment, nous avons pris 2006 comme année de séparation des deux populations A et B.

Pour la population A, nous avons défini la variable binaire « Xi » qui prend sa valeur, définie dans la feuille « entrée1 », si l'année d'annulation est inférieure à l'année de séparation, et 0 si non.

Pour la population B, nous avons défini la variable binaire « Xi » qui prend sa valeur, définie dans la feuille « entrée1 », si l'année d'annulation est supérieure à l'année de séparation et 0 si non.

Ainsi :

Z_i : représente la somme des âges de la i ème population

R_i : Le total des contrats rachetés de la i ème population (la sommes des 1)

Avec : $i=A$ ou B

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

L'année de séparation			2006		
	Z _A	R _A	Z _B	R _B	
Somme	69890	4732	1209870	14408	
		pop_A		pop_B	
N° adhésion	age	X _i	age	X _i	
1	13	0	0	0	
2	0	0	109	0	
3	17	1	0	0	
4	0	0	109	0	
5	0	0	109	0	
6	28	1	0	0	
7	0	0	108	1	
8	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	
10	35	1	0	0	
11	35	1	0	0	
12	0	0	109	0	
13	0	0	0	0	
14	18	1	0	0	
15	21	1	0	0	
16	0	0	0	0	
17	0	0	109	0	
18	0	0	109	0	
40606	0	0	0	0	
40607	0	0	0	0	
40608	0	0	0	0	
40609	0	0	0	0	
40610	0	0	0	0	
40611	0	0	0	0	
40612	0	0	0	0	

Tableau 20 : Rachat total et somme des âges pour les deux populations A et B

Les résultats du test de stabilité sont représentés dans le tableau suivant :

	pop_A	pop_B	
$\lambda(\text{estimé})=R/Z$	0,0677064	0,01190872	< 0,05 rejeter > 0,05 ne pas rejeter
H₀ : $\lambda_A = \lambda_B$			
a = $\ln(\lambda_A(\text{estimé})/\lambda_B(\text{estimé}))$			1,737909956
V(a) = $(r_1+r_2)/r_1+r_2$			3562,103239
T = Statistique du test			0,029118837
2*Normale(T)	1,023230187		> 0,05

Tableau 21 : Résultat du teste de stabilité

On accepte la stabilité

Nous remarquons que deux fois la normale de la statistique du test est supérieure à 0,05 donc on ne rejette pas la stabilité du test.

Le résultat de la modélisation du rachat pour les autres produits d'épargne est présenté en annexe (voire Annexe : III, IV et V)

IV. Modélisation du reversement :

Cette partie consiste à estimer *la valeur de la fonction de survie correspondante à chaque âge possible du versement*. Les modèles utilisés sont les mêmes que la modélisation de la durée de vie du contrat.

Pour modéliser le versement on suit les mêmes étapes que la modélisation du rachat. La seule différence existante est la définition de l'âge de versement et la variable binaire Xi.

La date d'effet nulle est à supprimer								
La date de point								
							31/03/2011	
N° adhésion	1er versement	dernier versement	Date d'annulation	Date d'annulation	différence	Xi	Age exact	Age revolu
1	04-avr-02	07-août-02	03/05/2003	03/05/2003	8,97	1	4	4,17
2	04-avr-02	14-oct-02		31/03/2011	103,00	1	6	6,43
3	22-mai-02	07-août-02	21/10/2003	21/10/2003	14,67	1	2	2,57
4	04-avr-02	04-juil-02		31/03/2011	106,40	1	3	3,03
5	04-avr-02	07-oct-02		31/03/2011	103,23	1	6	6,20
6	04-avr-02	30-mars-04	12/08/2004	12/08/2004	4,50	0	24	24,20
7	04-avr-02	07-avr-03	22/02/2011	22/02/2011	95,93	1	12	12,27
8	04-avr-02	26-avr-06	29/05/2006	29/05/2006	1,10	0	49	49,43
9	04-avr-02	28-févr-06	16/05/2006	16/05/2006	2,57	0	47	47,53
10	04-avr-02	18-janv-05	03/03/2005	03/03/2005	1,47	0	34	34,00
11	04-avr-02	28-juin-04	25/02/2005	25/02/2005	8,07	1	27	27,20
12	04-avr-02	09-juil-02		31/03/2011	106,23	1	3	3,20
13	04-avr-02	28-avr-06	08/06/2006	08/06/2006	1,37	0	49	49,50
14	04-avr-02	05-sept-03	14/10/2003	14/10/2003	1,30	0	17	17,30
15	04-avr-02	30-déc-03	21/01/2004	21/01/2004	0,73	0	21	21,17
16	04-avr-02	29-mai-06	08/06/2006	08/06/2006	0,33	0	50	50,53
17	04-avr-02	01-mars-11		31/03/2011	1,00	0	108	108,43
40447	08-mars-11	08-mars-11		31/03/2011	0,77	0	0	0,00
40448	08-mars-11	08-mars-11		31/03/2011	0,77	0	0	0,00
40449	08-mars-11	08-mars-11		31/03/2011	0,77	0	0	0,00
40450	08-mars-11	08-mars-11		31/03/2011	0,77	0	0	0,00

Tableau 22 : Définition de l'âge du versement et de la variable binaire Xi

Remarque :

Différence : Représente la différence entre la date d'annulation corrigée et la date du dernier versement. Cette différence est en jours.

L'âge révolu et l'âge exact sont en mois

IV.1. Age du versement :

L'âge du versement est égal à la différence entre la date du premier et du dernier versement.

- Variable binaire X_i :

La variable binaire « X_i » est définie comme suite :

$$X_i = \begin{cases} 0 & \text{si différence} < 180 \text{ jours} \\ 1 & \text{si non} \end{cases}$$

IV.2. Résultats :

La modélisation de la fonction de survie pour le versement donne les résultats suivants :

		Lois de versement VR			
Mois	Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
6	1	87,66%	86,57%	86,72%	93,10%
18	2	76,00%	74,83%	75,02%	80,69%
30	3	69,01%	67,83%	68,03%	69,94%
42	4	63,94%	62,78%	62,98%	60,62%
54	5	60,63%	59,47%	59,67%	52,54%
66	6	57,91%	56,77%	56,96%	45,54%
78	7	55,42%	54,30%	54,49%	39,47%
90	8	53,17%	52,09%	52,28%	34,21%
102	9	50,77%	49,71%	49,89%	29,65%
114	10	0,00%	0,00%	0,00%	25,70%

Tableau 23 : Table de versement « P1 »

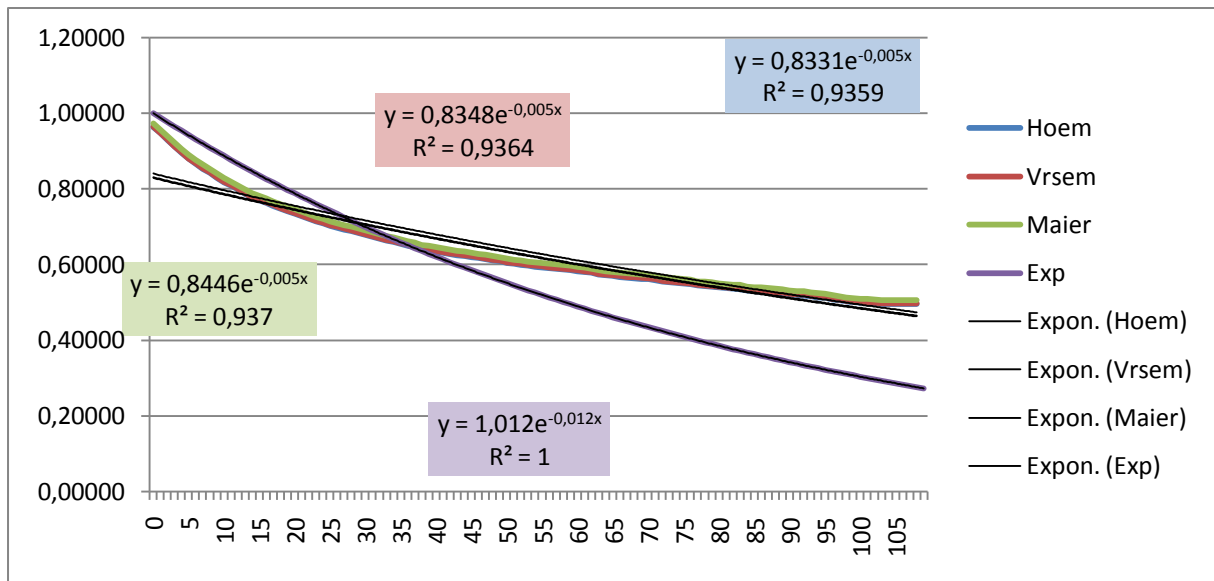


Figure 10 : Représentation de la fonction de survie du versement et ajustement du modèle

A partir de cette représentation graphique on peut extraire les mêmes remarques que pour celles faites pour la modélisation de rachat, à savoir :

Les résultats obtenus à l'aide des trois modèles sont identiques.

La tendance des trois modèles est une tendance exponentielle, d'où le passage à la modélisation à l'aide du modèle exponentiel.

Le résultat de la modélisation du reversement pour les autres produits est présenté en annexe (voire Annexe : VII, IIX)

V. Modélisation de résiliation:

La modélisation de la résiliation consiste à modéliser le rachat pour les contrats la prévoyance.

Donc les étapes de la modélisation sont les mêmes que la modélisation du rachat, la seule différence était dans la détermination de la variable binaire qui prend la valeur 1 lors de tout type d'annulation car les portefeuilles sur lesquels on a travaillé contiennent un nombre insuffisant de données pour distinguer entre la résiliation et les autres types d'annulation.

Le résultat obtenu pour les produits de prévoyance est mentionné en l'annexe (voire Annexe VI).

Conclusion :

Pour tous les produits, à savoir les produits de la « Banque Assurance » et les produits commercialisés directement par La Marocaine Vie. Le résultat obtenu à l'aide de modèle de Kaplan Meier, de Hoem et de vraisemblance est presque identique ;

- ✓ La tendance exponentielle a permis le passage à une modélisation à l'aide du modèle exponentiel ;
- ✓ La stabilité des modèles obtenus est confirmée par le test de stabilité.

Ainsi les lois de rachat de résiliation et de reversement obtenues (voir Annexe III, IV, V, VI, VII, VIII) vont servir pour élaborer le Compte d'Exploitation Prévisionnel (CEP).

Partie III

Modélisation du passif (régime commun)

Le passif représente l'ensemble des engagements futurs d'un assureur de montants incertains qu'on peut calculer à l'aide des modèles statistiques et des projections à intervalle régulier.

L'objectif de cette partie est de modéliser les flux de passif d'un produit « régime commun ». Dans cette perspective nous débuterons par un premier chapitre sur la réconciliation du passif de ce produit, ensuite nous passerons à la modélisation des flux de passif pour ce même produit, en fin nous testerons la sensibilité du résultat technique et financier de ce produit face aux changements des taux de décès de rachat et d'échéance.

Chapitre1 : Réconciliation du passif

L'outil informatique est devenu une nécessité dans le travail d'un actuare. Ainsi les compagnies d'assurance se servent du système informatique pour calculer leurs engagements.

*Les calculs établis par le système informatique doivent être comparés à ceux établis par le département Actuariat, pour s'assurer des résultats obtenus. En effet à la fin de chaque mois le département Actuariat établit un **'arrêt de compte'** en recalculant toutes les réserves pour un échantillon exhaustif et en comparant les résultats obtenus à ceux établis par le système informatique: dans ce cas on parle de la réconciliation du passif.*

Dans ce chapitre nous allons essayer de présenter en premier lieu le produit pris comme exemple d'illustration, ensuite nous allons expliciter les formules nécessaires pour la réconciliation et enfin nous établirons l'état de stock en 31/12/2010 qui sera la base des calculs du 2^{ème} chapitre.

I. Description du produit et bases techniques :

I.1. Description du produit :

Le régime commun CIMR est un produit destiné aux entreprises désirant offrir à leurs salariés la possibilité de compléter leur retraite. C'est un produit d'épargne retraite de type rente viagère différée à 60 ans. Il se présente comme un contrat groupe dont la souscription se fait par une entreprise au profit de ses salariés.

Chaque année, les versements sont entièrement appliqués à la constitution d'une rente viagère différée avec contre-assurance-versements réservés avec échéance à 60 ans.

Le montant de la rente acquise chaque année est déterminé par application du tarif légal en vigueur, lors du versement des cotisations.

En cas de décès de l'affilié avant l'entrée en jouissance de la retraite, les cotisations versées seront remboursées nettes de taxes et sans addition d'intérêts à la personne désignée comme bénéficiaire.

Il sera tenu, au nom de chaque assuré, un compte individuel sur lequel seront inscrites annuellement les rentes acquises par ses versements personnels.

Au moment de son départ en retraite, chaque affilié aura la possibilité de demander la transformation de sa rente inscrite à son compte individuel en capital.

I.2. Bases techniques :

- Table de mortalité : table PF 196061964 MKH¹⁶
- Taux d'intérêt technique : 4,5 % ;
- Chargement pour frais de gestion :
 - ✓ 1,5 ‰ du capital (constitutif de la rente) différé par année de différé ;
 - ✓ 3 % de chaque arrérage de rente pour le calcul du capital constitutif différé (chargement de règlement de la rente) ;
- Chargement pour frais d'acquisition :
 - ✓ 1 % de la cotisation commerciale encaissée avant 1993;
 - ✓ 3 % de la cotisation commerciale encaissée après 1993.

II. Formules de calcul de base :

II.1. Cotisation annuelle :

La cotisation annuelle équivalente payable d'avance est obtenue en égalisant sa valeur acquise à la fin de l'année au taux annuel technique, à celle acquise des cotisations trimestrielles au taux trimestriel équivalent :

$$CA = \frac{1}{1 + TA} \left(\sum_{i=1}^4 CT_i * (1 + TR)^{4-i} \right)$$

Avec :

CT : la cotisation trimestrielle payable à terme échue.

TA : taux d'intérêt technique annuel.

TR : taux d'intérêt technique trimestriel équivalent au taux technique annuel

$$(1 + TA) = (1 + TR)^4$$

II.2. Rente acquise :

La rente acquise à la fin de l'année j est égale à :

$$Ra_j = \sum_{t=1}^j R_t$$

Avec :

¹⁶ Voir tables de mortalité en annexe

R_t : La rente acquise à l'aide de la cotisation de l'année t : $R_t = CA_t / {}_n\pi_x''$

Où CA_t : La cotisation annuelle équivalente aux cotisations trimestrielles ;

${}_n\pi_x''$: Le taux de prime commerciale pour 1 DH de rente différée à n années, correspondant à l'âge x.

II.3. Taux de prime commerciale :

Le taux de prime commerciale d'un dirham différé à 60 ans relatif à l'âge x, noté ${}_n\pi_x''$ s'obtient de la formule suivante :

$${}_n\pi_x'' = \frac{({}_nE_x + 0,0015{}_na_x) * (1,03(a_{60} + 0,375))}{(1 - tx_charg_acqu) - {}_nA_x}$$

Avec :

$$n = 60 - x ;$$

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{D_{60}}{D_x} ;$$

$${}_na_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} ; a_{60} = \frac{N_x}{D_{60}} ;$$

$${}_nA_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} ;$$

II.4. Réserves mathématiques :

Pendant cette phase de constitution, la réserve mathématique est égale à la somme de la réserve mathématique relative à la rente acquise et la réserve mathématique de contre-assurance :

$$V = V_r + V_{ca}$$

II.4.1. Réserve mathématique de la rente acquise :

Elle est égale au taux de réserve mathématique à prime unique (d'inventaire) pour un dirham différé à 60 ans, multiplié par la rente acquise.

Soit k le nombre d'années écoulées depuis la souscription du contrat :

$$V_{rk} = {}_{n-k}\pi'_{x+k} * R_{ak}$$

Avec :

$${}_{n-k}\pi'_{x+k} = ({}_{n-k}E_{x+k} + 0,0015 {}_{n-k}a_{x+k}) * (1,03 * (a_{60} + 0,375))$$

II.4.2. Réserve mathématique de contre assurance :

Cette réserve est égale à la somme des cotisations commerciales multiplié par le taux de réserves à la prime pure :

$$V_{cak} = \left(\sum_{t=0}^k \left(\sum_{j=1}^4 (CT_t)_j \right) \right) * {}_{n-k}A_{x+k}$$

Avec x l'âge à la souscription du contrat et k le nombre d'années écoulées depuis cette souscription et $(CT_t)_j$ la $j^{\text{ème}}$ cotisation trimestrielle de l'année t .

II.5. Rachat :

La valeur du rachat est égale au cumul des cotisations depuis l'affiliation jusqu'à l'année de rachat k :

$$VR = \sum_{t=1}^k \left(\sum_{j=1}^4 (CT_t)_j \right)$$

III. Analyse descriptive du stock existant :

III.1.1. Analyse par ancienneté du contrat :

génération	Ancienneté	Effectif	âge moyen	âge moyen à l'adhésion
2002	8	1810	42,87	34,87
2001	9	159	43,60	34,60
2000	10	36	41,33	31,33
1999	11	76	45,16	34,16
1998	12	90	46,36	34,36
1997	13	111	45,93	32,93
1996	14	27	50,26	36,26
1995	15	35	47,66	32,66
1994	16	23	47,00	31,00
1993	17	162	50,97	33,97
1992	18	23	48,65	30,65
1991	19	49	50,84	31,84
1990	20	165	51,63	31,63
1989	21	10	50,30	29,30
1988	22	9	54,78	32,78
1987	23	28	52,32	29,32
1985	25	1	55,00	30,00

Tableau 24 répartition du stock CIMR par ancienneté

La grande partie des assurés appartient à la génération 2002, avec un nombre d'assuré de 1810 parmi 2801 assurés (un pourcentage de 65% du nombre de contrats total) ce qui

mène à dire que l'année 2002 a connu une bonne commercialisation, en nombre de contrats de ce produit.

On ne trouve pas de données au delà de l'année 2002, cela veut dire qu'à partir de l'année 2002, l'entreprise ne gère que le stock pour ce produit.

L'âge moyen maximal des assurées à la date de calcul 31/12/2011 est de 55 ans, ce qui montre qu'il s'agit d'un portefeuille en phase de constitution.

III.1.2. Analyse par âge d'adhérent :

intervalle d'âge	effectif	%
26-30	56	1,99%
31-35	436	15,49%
36-40	518	18,41%
41-45	564	20,04%
46-50	510	18,12%
51-55	460	16,35%
56-60	258	9,17%
61-65	12	0,43%
Total	2814	100,00%

Tableau 25 : Répartition des assurés par groupe d'âge

L'analyse par âge d'assuré, résumée dans le tableau qui suit, qui est une répartition des assurées en groupe d'âge montre que dans les 10 prochaines années, le régime passera de la phase de constitution à la phase de service de retraite pour au moins 700 personnes.

IV. Réconciliation :

Après avoir fait les calculs pour les rentes acquises et les réserves (voire Annexe IX), les données retenues pour la modélisation du passif sont les cotisations d'ouverture l'année 2011, les rentes acquises d'ouverture l'année 2011 et le stock d'ouverture l'année 2011.

Conclusion :

Le but de ce chapitre était de refaire les calculs pour s'assurer de la validité des rentes acquises et des cotisations calculées au 31/12/2010.

Ces rentes acquises, le stock à la date de calcul 2011 et les cotisations seront la base du calcul des engagements de l'assureur vis-à-vis de ses clients et vont être le point de départ du calcul du résultat technique de ce produit et des projections des différents postes du compte d'exploitation prévisionnel.

Le chapitre qui suit va détailler les calculs de la phase de service de la retraite puisqu'il s'agit d'un produit en phase de constitution et détailler l'évolution des engagements.

Chapitre II : Modélisation du passif (Régime commun)

La problématique centrale pour un assureur est la maîtrise de l'écart actif-passif. L'évolution de la valeur des actifs est une problématique classique en finance ; par contre celle des passifs nécessite une bonne compréhension de la façon avec laquelle les engagements de l'assureur évoluent.

Dans ce chapitre, nous allons calculer et projeter les engagements de La Marocaine Vie vis-à-vis des assurés inscrits dans le cadre du régime commun CIMR hors CNSS.

Une meilleure compréhension du produit et une parfaite maîtrise des techniques de calculs actuariels sont à la base de toute évaluation pertinente des engagements futurs. Pour cela on commencera par une présentation détaillée de la phase de service de la retraite puis les lois de sortie et enfin nous détaillerons l'évolution des provisions mathématiques à l'aide de projections à intervalle régulier.

I. Phase de service de la retraite :

I.1. Anticipation de la retraite :

Pour ce produit de régime commun, les assurés ont droit à anticiper leur retraite avant l'âge de l'échéance qui est de 60 ans. L'anticipation peut être effectuée à partir de l'âge de 50 ans.

En égalisant le capital constitutif de la rente anticipée et celui de la rente acquise, on déduit la rente anticipé en fonction de la rente acquise :

$$R_k * 1,03 * (a_x + 0,375) = R_a [({}_kE_x + 0,0015{}_ka_x) * (a_{60} * 0,375) * 1,03]$$

Avec x l'âge de l'affilié à la date de demande d'anticipation (x + k = 60)

D'où :

$$R_k = \frac{({}_kE_x + 0,0015{}_ka_x) * (a_{x+k} * 0,375)}{a_x + 0,375} * R_a$$

I.2. Prorogation de la retraite :

Ayant droit d'anticiper sa retraite, l'assuré a aussi la possibilité de proroger sa retraite. Ainsi la rente prorogée est aussi déduite de la rente acquise en égalisant les deux capitaux constitutifs.

$$R_a * 1,03 * (a_{60} + 0,375) = R_k [({}_kE_{60} + 0,0015 {}_k a_{60}) * (a_{x+k} * 0,375) * 1,03]$$

On trouve alors:

$$R_k = \frac{({}_kE_{60} + 0,0015 {}_k a_{60}) * (a_{x+k} * 0,375)}{a_{60} + 0,375} * R_a$$

II. Loïs de sortie :

II.1. Sortie par rachat :

Compte tenu du travail fait précédemment, nous avons utilisé les résultats de modélisation des loïs de rachat pour le produit groupe '77251', qui représente un comportement analogue à tous les produits de la catégorie 'groupe', ces loïs de rachats sont fonction de l'ancienneté du contrat.

II.2. Sortie par décès :

Le nombre de décès est déterminé à partir du taux de mortalité appliqué au nombre de contrats à l'ouverture de l'exercice. Ce taux est donné par la table de mortalité « TD 88-90 », la plus compatible avec la mortalité au Maroc :

$$taux_{décès}(x) = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

Avec :

- x : âge de l'assuré ;
- l_x : le nombre de survivants d'âge x (d'après la table).

II.3. Sortie par échéance :

Comme mentionné ci-dessus, la retraite est servie à l'âge de 60 ans avec possibilité d'anticipation à partir de 50 ans et possibilité de prorogation au delà de 60 ans.

Ainsi les taux d'anticipation et de prorogation retenus sont détaillés en annexe.

III. Compte d'exploitation prévisionnel CEP :

Le compte d'exploitation prévisionnel est un outil comptable qui permet de représenter les calculs et les projections concernant les flux de passif.

Ces flux représentent les capitaux versés aux assurés au moment de leurs sorties, qui peuvent être par rachat, par décès ou par échéance.

Avant de passer au calcul de ces flux, on effectue une répartition de la population selon l'âge de l'assuré au 31/12/2010, et on calcule, pour chaque groupe d'assurés, l'ancienneté moyenne des contrats pondérée par les provisions mathématiques.

On note par t l'année, par x l'âge de l'assuré et par y_x l'ancienneté des contrats des assurés du même groupe d'âge x alors:

$$y_x = \frac{\sum_i PM_i(x) * Z_i}{\sum_i PM_i(x)}$$

Avec : $PM_i(x)$: La provision mathématique du $i^{\text{ème}}$ individu d'âge x ;

Z_i : L'ancienneté du $i^{\text{ème}}$ individu.

Ainsi, sont présentés dans le tableau suivant : le stock initial, les rentes et les cotisations calculés au 31/12/2010 par groupe d'assurés de même âge.

Age de l'assuré	Ancienneté du contrat	2011		
		stock d'ouverture	RA ouverture	cotisations ouverture
27	0	0	0	0
28	8	7	1 751	4 326
29	8	20	7 495	19 150
30	8	29	12 369	32 793
31	8	57	36 716	100 902
32	8	62	51 300	145 848
33	8	100	102 130	303 074
34	8	106	140 162	431 486
35	9	111	161 784	514 128
58	16	68	137 547	983 522
59	12	38	62 824	509 342
60	14	23	57 988	0
61	9	10	6 920	0
62	0	0	0	0
63	0	0	0	0
64	0	1	0	0
65	0	1	0	0
66	0	0	0	0

Tableau 26 : Stock, rentes et cotisations au 31/12/2010

III.1. Les primes :

Les primes sont les montants qu'un assuré verse à son assureur en contre partie d'une garantie.

Elles représentent l'engagement des assurés vis-à-vis de leur assureur, et leur quantification est nécessaire pour calculer la valeur des provisions chaque année.

La modélisation des primes se base sur des lois de reversement qu'on devait modéliser. Mais puisque la Marocaine Vie ne gère que le stock déjà constitué, les primes sont nulles à partir de 2002.

III.2. Les prestations :

III.2.1. Capitaux versés aux sorties par rachat :

Tout assuré a le droit de racheter son contrat à tout moment et de récupérer la somme de ses cotisations à condition qu'il quitte l'entreprise contractante. Toutefois, dès qu'il atteint 50 ans il n'est plus question de racheter l'épargne constitué, mais c'est une anticipation e la retraite.

Lorsqu'un assuré rachète son contrat, il récupère la somme de ses cotisations nettes. D'où le montant des capitaux versés aux sorties par rachat chaque année s'obtient comme la somme sur tous les groupes d'âge des cotisation totales du même groupe d'âge pondérées par le taux de rachat correspondant à l'ancienneté moyenne de ce même groupe :

$$C_{rachat}(t) = \sum_{x=20}^{70} CT(x) * tx_{rachat}(y_x)$$

Avec $CT(x)$: la cotisation totale du groupe d'assuré d'âge x .

$tx_{rachat}(y_x)$: le taux de rachat correspondant à l'ancienneté moyenné y_x , du groupe d'assurés d'âge x

III.2.2. Capitaux versés aux sorties par décès :

La mortalité est modélisée selon la table 'TD 88-90', parce que c'est elle qui correspond le plus à la mortalité marocaine.

Si le décès survient avant le départ en retraite, on verse au bénéficiaire désigné (aux bénéficiaires désignés) la somme totale des cotisations et si il survient après le départ en retraite la rente est réversible à moitié sur la tête du conjoint.

Dans ce chapitre on modélise la phase de la constitution du portefeuille, c'est-à-dire la constitution de la rente. Pour tenir compte de l'option capitale, une autre modélisation se fait en modélisant le service de la rente tenant compte du taux de choix de l'option capital.

D'où les capitaux versées aux sorties par décès sont le produit de la cotisation totale et le taux de décès de chaque groupe d'assurés ayant le même âge x .

$$C_{d\acute{e}c\grave{e}s}(t) = \sum_{x=20}^{70} CT(x) * tx_{d\acute{e}c\grave{e}s}(x)$$

III.2.3. Capitaux versés aux sorties par échéance :

Les capitaux versés aux sorties par échéance l'année t correspond à l'engagement de l'assureur vis-à-vis de son assuré, ils sont égaux à la rente acquise multipliée par l'espérance de vie à l'âge de 60 ans pour les assurés arrivants à échéance l'année t.

$$C_{\acute{e}ch\acute{e}n\acute{a}c\acute{e}}(t) = \sum_{x=20}^{70} R_k(t, x) * tx_{\acute{e}ch\acute{e}n\acute{a}c\acute{e}}(x) * 12,78$$

Avec R_k^{17} : c'est la rente à l'année d'échéance k,

Et 12,78 est l'espérance de vie à l'âge de 60 ans.

Nous présentons dans le tableau suivant les estimations des capitaux versés (prestations) aux sorties en 2011 et des projections de ces prestations jusqu'à 2046, l'année de sortie du dernier assuré du portefeuille.

Capitaux versés	Années de projection							
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Capitaux versés aux sorties par échéance	1 937 445	2 212 135	2 216 689	1 670 644	1 230	71	3	0
Capitaux versés aux sorties par rachat	82 438	76 468	67 835	59 214	2	0	0	0
Capitaux versés aux sorties par décès	324 537	360 576	386 298	331 246	6	0	0	0
Capitaux totaux versés	3 097 245	2 686 696	2 671 921	2 061 119	1 239	71	3	0

Tableau 27 : Prestations de l'assureur par année de projection

On remarque que le dernier capital versé sera l'année 2045, qui représente le capital versé par échéance.

III.3. Variation des provisions mathématiques (PM) :

III.3.1. PM ouverture :

La provision mathématique d'ouverture pour l'année d'étude 2011 est égale la somme de la réserve de rente et de la réserve de contre assurance obtenues par le système après réconciliation (voir chapitre précédent).

Pour les années de projection (2012-2050), la provision mathématique d'ouverture s'obtient de la rente acquise de clôture et de la cotisation de clôture plus les intérêts crédités aux provisions mathématiques.

¹⁷ Voir paragraphe sur la phase de service de la retraite : anticipation, prorogation.

$$2011 \quad PM_{ouverture} = PM \text{ obtenu du système}$$

$$2012 - 2050 \quad PM_{ouverture}(t) = V_r(RA_{cloture}(t-1)) + V_{ca}(CT_{cloture}(t-1)) + IC(t-1)$$

Avec :

- $RA_{cloture}(t)$: c'est la rente acquise de clôture de l'année t, elle est égale à la rente acquise d'ouverture moins les rentes concernant les assurés ayant quitté le portefeuille :

$$RA_{cloture}(t) = RA_{ouverture}(t) * (1 - tx_{rachat}) * (1 - tx_{décès}) * (1 - tx_{échéance})$$

- $CT_{cloture}(t)$: de la même manière que la rente acquise, la cotisation totale de clôture s'obtient de celle d'ouverture après application des lois de sorties par rachat, par décès et par échéance.

$$CT_{cloture}(t) = CT_{ouverture}(t) * (1 - tx_{rachat}) * (1 - tx_{décès}) * (1 - tx_{échéance})$$

- IC (t) représente les intérêts crédites aux provisions mathématiques de l'année t :

$$IC(t) = PM_{moyenne}(t) * TMGA(t)$$

$$\text{Où} \quad PM_{moyenne}(t) = \frac{PM_{ouverture} + PM_{cloture}}{2}$$

L'utilisation de la provision mathématique moyenne repose sur l'hypothèse que les sorties s'effectuent en moyenne au milieu de l'année.

Le TMGA est le taux minimum garanti annuel, qui est égale à 4,5%.

Remarque :

Seulement dans ce cas la $PM_{cloture}$ est calculé à partir de la rente acquise de clôture d'âge x multipliée par le coefficient de tarif d'âge x-1, qui correspond à l'âge de calcul de la $PM_{ouverture}$.

III.3.2. PM de clôture :

Les provisions mathématiques de clôture s'obtiennent de la même manière que ceux d'ouverture en calculant l'engagement de l'assureur envers l'ensemble des assurés :

$$PM_{cloture} = V_r(RA_{cloture}) + V_{ca}(CT_{cloture})$$

III.3.3. Variation de PM :

La variation des provisions mathématique est l'engagement de l'assureur en fin d'année moins ce ci en début d'année hors PB :

$$\Delta PM = PM_{cloture} (hors PB) - PM_{ouverture}$$

III.4. Les intérêts crédités (IC) :

Les intérêts crédités sont la rémunération technique des provisions mathématiques placées sur le marché financier au taux technique.

On distingue entre les intérêts crédités aux provisions et ceux crédités aux prestations, les premiers sont calculés sur la base du TMGA et concernant les derniers, on suppose que les sorties se font en moyenne en milieu d'année d'où ils sont calculé sur la base d'un taux semestrielle obtenu comme suit :

$$1 + tx_{annuel} = (1 + tx_{semestriel})^2$$

D'où :

$$tx_{semestriel} = 1 - (1 + tx_{annuel})^{1/2}$$

Intérêts Crédités	Années de projection								
	2011	2012	2013	2014	2041	2042	2043	2044	2045
IC sur PM	1 353 489	1 275 286	1 173 217		592	191	35	2	0
IC sur prestations échéance	59 865	50 060	49 351		247	114	27	2	0
IC sur prestations décès	1 834	1 702	1 509		1	0	0	0	0
IC sur prestations rachat	7 222	8 024	8 596		2	1	0	0	0
IC	1 422 410	1 335 072	1 232 673		843	306	63	4	0

Tableau 28 : L'évolution des intérêts crédités dans le temps

Les réserves et les provisions mathématiques calculées pour le produit « Régime commun de retraite » pour chaque année de projection sont mentionnées dans le tableau suivant :

Capitaux versés	Années de projection							
	2011	2012	2013	2014	2043	2044	2045	2046
PM ouverture	32 044 557	30 729 683	28 379 875		1 493	104	5	0
Réserve pure ouverture	31 468 332	28 859 659	26 641 585		1 302	69	2	0
Réserve de gestion ouverture	857 251	774 080	698 314		1	0	0	0
Réserve de contre-assurance ouverture	576 225	516 536	463 004		1	0	0	0

Réserve pure clôture avant PB	28 823 400	26 640 623	24 428 890		69	2	0	0
Réserve de gestion clôture avant PB	774 108	698 315	627 174		0	0	0	0
Réserve de contre-assurance clôture avant PB	516 536	463 066	413 951		0	0	0	0
PM clôture avant PB	29 376 195	27 104 651	24 842 853		69	2	0	0
PM moyenne	30 710 376	28 917 167	26 611 364		781	53	2	0
Réserve pure clôture avant PB *	27 536 646	25 467 919	23 332 621		69	2	0	0
Reserve de contre assurance clôture avant PB*	537 583	480 819	430 457		0	0	0	0
PM clôture avant PB*	28 110 488	25 949 701	23 763 090		69	2	0	0

Tableau 29 : Réserves et provisions mathématiques

III.5. Flux de l'actif :

III.5.1. Produits financiers :

Ce sont les produits des placements des actifs de couverture. Pour les projeter on retient l'estimation des taux de rendement des actifs effectuée par le service « investissements financiers ». Alors

$$PF = PM_{moyenne} * \text{taux_rend_actif}$$

III.5.2. Chargements de gestion sur les produits financiers :

Le taux de chargement de gestion sur encours est fixé à 0,5% des produits financiers :

$$\text{chargement}_{encours} = PF * 0,5 \%$$

Les flux de l'actif, par année de projection, pour le produit « Régime commun de retraite » sont présentés dans le tableau suivant :

Flux de l'actif	Années de projection									
	2011	2012	2013	2014		2041	2042	2043	2044	2045
Produits financiers	1 312	1 246	1 144	1 052		415	133	25	2	0
	445	676	441	467						
Chargement sur encours	12 540	17 854	17 674	14 009		66	29	7	1	0

Tableau 30 : Flux de l'actif par année de projection pour le produit « Régime commun de retraite »

III.6. Participation aux bénéfices :

La participation aux bénéfices (PB) est un supplément de rémunération des contrats qui vient s'ajouter aux intérêts techniques (crédités). Le niveau de cette participation est défini contractuellement avec 90% du résultat financier bénéficiaire.

Le montant de la participation aux bénéfices apparaît dans la rente acquise revalorisée, cette rente revalorisée s'obtient de la rente de clôture multipliée par un taux de revalorisation.

III.7. Compte d'exploitation prévisionnel (CEP) du produit « régime commun CIMR » :

Ce compte d'exploitation prévisionnel CEP (Voire extrait du CEP en Annexe X) permet d'identifier et de projeter le résultat technique et le résultat financier de l'activité relative au produit régime commun CIMR.

III.7.1. Résultat technique :

$$\text{Prime pure} - \Delta PM - (\text{capitaux versés par rachat} + \text{par décès} + \text{par échéance}) + IC + PB$$

III.7.2. Marge financière :

$$\text{marge financière} = PF - PAB - IC$$

III.7.3. Résultat financier :

$$\text{marge financière} - \text{chargement}_{\text{encours}}$$

III.7.4. Résultat de l'activité de l'Assurance Vie :

$$\text{Résultat technique} + \text{Résultat financier} + \text{Résultat sur frais de gestion} + \text{résultat sur frais d'acquisition}$$

IV.Embedded Value :

L'Embedded Value correspond à la valeur intrinsèque d'une compagnie d'assurance vie, sans prise en compte d'un goodwill. Elle se calcule comme la somme de l'actif net réévalué (ANV), de la valeur actualisée des profits futurs sur les polices d'assurance actuellement en cours sous déduction du cout du capital.

Vu la contrainte du temps on a pas pu passer à déterminer cette valeur.

Conclusion :

Le compte d'exploitation prévisionnel représente tous les flux actif et passif de l'assureur. A partir de ce compte l'assureur peut calculer la valeur de son entreprise dans le cadre de la méthode l'Embedded Value, peut déterminer la durée de son actif, étudier la sensibilité de ses résultats suite à un choc des inputs du modèle...

Dans notre cas les résultats obtenus sont calculés sur la base d'une table de mortalité, une table de rachat et une loi d'échéance. L'objectif du prochain chapitre est de savoir le risque que l'assureur peut encourir suite à un changement de ces trois paramètres.

Chapitre 3 : Test de la sensibilité du modèle

Compte tenu des nombreuses hypothèses faites (sur la mortalité, le rachat, l'échéance...) pour établir le (CEP), il est nécessaire d'évaluer la sensibilité des résultats obtenus aux différents paramètres du modèle pour pouvoir juger de sa robustesse. Entre autre, des tests de sensibilité peuvent aussi permettre de vérifier si, même en cas de scénario extrême, les résultats restent cohérents.

Nous choisissons comme indicateurs de test la somme actualisés des résultats, la somme actualisée des prestations et la somme actualisés des provisions mathématiques. Pour l'actualisation, nous retenons un taux fixe : 4,5% (taux technique).

I. Sensibilité à la loi de mortalité :

Dans cette sous partie, nous testons la sensibilité des 3 indicateurs (la somme actualisée des résultats, la somme actualisée des prestations et la somme actualisée des provisions mathématiques) à la loi de mortalité. Pour cela nous testons l'impact d'un changement de la table et nous augmentons dans une deuxième étape le taux de décès de 15%, 25% et 35%, la valeur des trois indicateurs devient :

	somme actualisée des		
	résultats	PMs	Prestations
TD 88 90	18 761 428	259 587 650	25 097 169

Tableau 31 : la somme actualisée des résultats, la somme actualisée des prestations et la somme actualisée des provisions mathématiques

1^{ère} étape :

	somme actualisée des		
	résultats	PMs	Prestations
PF 60 64	19 005 236	261 496 115	24 922 659
TV 88 90	19 161 588	262 470 325	24 801 645
TPRV 93	19 222 459	262 744 961	24 750 790

Tableau 32 : L'impact du changement de la table sur les trois indicateurs du test

2^{ème} étape :

	somme actualisée des		
	résultats	PMs	Prestations
TD 88 90 + 15%	11 933 599	151 135 301	27 911 908
TD 88 90 + 25%	9 945 938	120 682 014	28 722 909
TD 88 90 + 35%	8 693 270	102 609 364	29 262 545

Tableau 33 : L'impact de l'abattement de la table de mortalité TD 88 90 sur les trois indicateurs du test

On constate que l'utilisation de la table de mortalité TD 88 90, ou une autre table de mortalité existante n'a pas d'effet sur le résultat de l'entreprise d'assurance.

Vu que les tables de mortalité existante sans anciennes, l'assurance peut penser à la modélisation d'une nouvelle table pour être compatible avec les changements démographiques de la population. Par exemple si le taux de mortalité connu une volatilité constante de 15% ou de 35% cela aura un effet remarquable sur le résultat de l'entreprise.

II. Sensibilité à la loi de rachat :

Lors de notre modélisation la table de rachat obtenue est celle d'un produit « Entreprise » supposé représentant des produits « Groupe » (voire Annexe V produit Groupe « 77251 »).

Il faut rappeler qu'il s'agit d'un produit « régime commun » fermé (pas de nouvelles cotisations).

Ainsi les abattements effectués sur la table de rachat du produit « Entreprise », sont de 5%, 15%, 25% et 35%.

	somme actualisée des		
	résultats	PMs	Prestations
Tx + 5%	20 599 668	195 733 282	20 864 155
Tx + 15%	21 158 428	127 133 684	17 622 176
Tx + 25%	20 854 587	92 789 953	16 514 818
Tx + 35%	20 511 360	72 707 178	16 002 175
0%	15 833 375	315 528 615	30 080 728

Tableau 34 : Sensibilité des trois indicateurs du test à un abattement de la table rachat

On remarque que lorsque le taux de rachat augmente le résultat de l'entreprise augmente aussi, cela est dû à la diminution des prestations servies en cas de sortie par rachat. L'assureur ne paye que le total des cotisations, cependant il garde les intérêts crédités à sa faveur.

III. Sensibilité à la loi d'échéance :

Nous passons maintenant au test de sensibilité par rapport à la loi d'échéance. Pour ce faire, nous nous placerons dans 3 situations extrêmes :

Situation 1 : où tout le monde quitte à 50 ans, autrement dit le taux d'anticipation à 50 ans égale à 100% et les taux de prorogation sont nuls.

Situation 2 : les taux d'anticipation et de prorogation sont nuls.

Situation 3 : les taux d'anticipation sont nuls et les taux de prorogation égale à 100% entre 60 et 65 ans, c'est-à-dire que tout le monde reste jusqu'à 65 ans.

Le tableau qui suit donne les résultats des différents tests :

	somme actualisée des		
	résultats	PMs	Prestations
Situation 1	13 441 569	148 793 280	26 176 281
Situation 2	22 089 287	342 111 223	24 845 150
Situation 3	24 441 355	431 858 700	25 646 500

Tableau 35 : Test de sensibilité des trois indicateurs retenus à la loi d'échéance

L'entreprise d'assurance est intéressée par la prorogation des ses assurés, puisque la sortie des assurés à un âge avancé augmente son résultat.

Conclusion :

Le test de la sensibilité du résultat net, des provisions mathématiques et des prestations a montré que l'utilisation de l'une des tables de mortalité existante ne présente pas un grand risque pour l'assureur. Cependant un choc constant de ces tables peut faire courir un risque important.

Le test de sensibilité à la table de rachat a montré que l'assureur bénéficie lors d'un rachat élevé d'une somme d'intérêts crédités élevés. Ce qui favorise le résultat de l'assureur.

Le test de sensibilité à la loi d'échéance a montré qu'en cas de prorogation l'assureur réalise un résultat élevé.

Conclusion générale

Pour élaborer la loi de rachat, la loi de résiliation et celle de reversement pour chaque produit pris individuellement ou par groupe homogène de produits, nous nous sommes servi du modèle de Kaplan Meier, du Hoem et celui de vraisemblance. Les trois modèles les plus utilisés dans la modélisation de la durée de vie.

Les résultats de la modélisation pour les lois de rachat, ont montré qu'un rachat massif est constaté les deux premières années après l'inscription des produits « bancassurance ». De même les résultats de la modélisation ne peuvent pas servir à partir d'un certain moment. Les contrats ayant une ancienneté de 10 ans pour les produits « bancassurance », sont exonérés des droits fiscaux, cela impliquera un saut important au niveau des contrats rachetés après cette durée, Les lois modélisées n'ont pas pris en considération cette particularité, vu que la commercialisation de ces produits n'a débuté qu'à partir de l'année 2002. Les résultats ont montré aussi que les produits de la «bancassurance » connaissent un taux de rachat supérieur à celui des produits directement commercialisés par La Marocaine Vie.

La modélisation de la fonction de survie de tous les produits étudiés a montré une tendance exponentielle de cette fonction d'où le passage à la modélisation des trois phénomènes à l'aide du modèle exponentiel. Le test de stabilité a montré que les modèles obtenus sont stables dans le temps, donc les lois modélisées peuvent servir lors de nouvelles entrées.

Le calcul des rentes acquises et des réserves à la date de calcul 31/12/2010 a donné le même résultat que celui calculé par le système informatique. D'où le passage à la modélisation du passif.

La modélisation du passif s'est établie sur un produit « Régime commun » dont la compagnie de l'assurance ne gère que le stock. Pour modéliser les flux du passif de ce produit, on a utilisé le stock initial, les réserves et les rentes acquises calculés au 31/12/2010, de même on s'est servi de la table de mortalité TD 88-90, de la table de rachat établie pour un produit « Entreprise » supposé représentante des produits « Groupe » et de la table d'échéance pour prévoir les flux du passif.

Les résultats de la projection ont montré que le portefeuille s'achèvera l'année 2045. Les résultats de la modélisation du compte d'exploitation prévisionnel, entrent dans le cadre du calcul de la valeur de l'entreprise sous le cadre de la méthode de l'Embedded value.

Pour tester la sensibilité du modèle on a choqué à chaque fois l'une des inputs du modèle à savoir la table de rachat, la table de mortalité et la table d'échéance et on a observé son effet sur la somme actualisée des résultats, la somme actualisée des prestations et la somme actualisée des provisions mathématiques.

Les résultats obtenus pour le produit « régime commun » ont montré que l'utilisation de l'une des tables de mortalité existantes ne présente pas un grand risque pour l'assureur. Cependant un choc constant de ces tables peut lui faire courir un risque important. Le test de sensibilité appliqué à la table de rachat a montré que l'assureur bénéficie lors d'un rachat élevé d'une somme d'intérêts crédités élevés ce qui favorise son résultat, le risque qui peut être présent dans ce cas est celui de la liquidité. Le test de sensibilité à la loi d'échéance a montré qu'en cas de prorogation l'assureur réalise un résultat élevé par rapport à l'anticipation et à l'échéance.

Le passage aux modèles semi-paramétriques pour modéliser le rachat, la résiliation ou le versement aura plus d'avantages pour la compagnie d'assurance. Ce type de modèles fait intervenir des variables explicatives qui résument plus d'information sur l'événement étudié. Dans notre cas le manque des variables, et l'hypothèse que l'ancienneté du contrat résume la majorité d'informations sur le rachat, la résiliation et le reversement, nous ont limités aux modèles paramétriques et non paramétriques. Les entreprises doivent actualiser les fiches de clients pour pouvoir collecter toutes les données possibles sur les variables qui expliquent ces phénomènes menant par la suite à une bonne maîtrise des risques consécutifs.

Néanmoins, une modélisation stochastique du passif peut être l'objet d'une prochaine étude. Ce type de modélisation permet de prendre en considération toutes les fluctuations possibles. Au lieu de couvrir seulement les pertes statistiques, la compagnie d'assurance peut se prémunir contre les risques inattendus.

Annexe

Annexe I : Propriétés asymptotiques des estimateurs par maximum de vraisemblance :

La justification la plus forte de l'Estimation par Maximum de Vraisemblance vient des propriétés asymptotiques (c'est à dire, pour les grands échantillons) des EMV.

1) Convergence

Le moins que l'on puisse attendre d'une statistique prétendant être un estimateur d'un paramètre est d'être convergent. Nous montrerons que, sous certaines conditions de régularité, un estimateur par Maximum de Vraisemblance est convergent : pour des échantillons de plus en plus grands, sa variance tend vers 0 et son espérance tend vers la valeur vraie θ_0 du paramètre.

2) Normalité asymptotique

Nous montrerons que lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini, la distribution d'un EMV converge vers une distribution normale. Même pour des tailles d'échantillon modérées, la distribution d'un EMV est approximativement normale.

3) Efficacité asymptotique

Nous montrerons qu'un estimateur par Maximum de Vraisemblance est asymptotiquement efficace : par la propriété de convergence, il est asymptotiquement sans biais et, de plus, le rapport de sa variance à la limite de Cramer-Rao tend vers 1 quand la taille de l'échantillon tend vers l'infini.

Rappelons cependant que, aussi bonnes soient-elles, les propriétés asymptotiques d'un estimateur ne disent rien des propriétés de cet estimateur sur des échantillons finis, et il n'y a donc aucune raison de croire qu'un EMV soit particulièrement bon sur de tels échantillons. En particulier :

* La convergence implique l'absence asymptotique de biais, mais un EMV n'a aucune raison d'être sans biais, et le plus souvent, un EMV est en fait biaisé.

* L'efficacité asymptotique implique la plus faible variance possible pour de grands échantillons, mais ne dit rien sur la variance d'un EMV pour des petits échantillons.

Annexe II : Lois de sortie

lois de sortie					
anceinnété	Par rachat	age	par décès	age	par échéance
0	0,99%	25	0,08%	25	0,00%
1	3,47%	26	0,08%	26	0,00%
2	3,23%	27	0,09%	27	0,00%
3	5,32%	28	0,09%	28	0,00%
4	9,41%	29	0,10%	29	0,00%
5	7,43%	30	0,10%	30	0,00%
6	4,36%	31	0,11%	31	0,00%
7	4,70%	32	0,11%	32	0,00%
8	4,22%	33	0,12%	33	0,00%
9	1,67%	34	0,13%	34	0,00%
10	3,11%	35	0,13%	35	0,00%
11	1,77%	36	0,14%	36	0,00%
12	1,67%	37	0,15%	37	0,00%
13	2,10%	38	0,16%	38	0,00%
14	4,54%	39	0,17%	39	0,00%
15	4,04%	40	0,18%	40	0,00%
16	3,50%	41	0,20%	41	0,00%
17	1,09%	42	0,21%	42	0,00%
18	4,10%	43	0,23%	43	0,00%
19	3,19%	44	0,25%	44	0,00%
20	3,19%	45	0,27%	45	0,00%
21	3,19%	46	0,29%	46	0,00%
22	3,19%	47	0,31%	47	0,00%
23	3,19%	48	0,34%	48	0,00%
24	3,19%	49	0,37%	49	0,00%
25	3,19%	50	0,41%	50	3,00%
26	3,19%	51	0,45%	51	6,00%
27	3,19%	52	0,49%	52	9,00%
28	3,19%	53	0,54%	53	12,00%
29	3,19%	54	0,59%	54	15,00%
30	3,19%	55	0,65%	55	18,00%
31	3,19%	56	0,71%	56	21,00%
32	3,19%	57	0,78%	57	24,00%
33	3,19%	58	0,86%	58	27,00%
34	3,19%	59	0,95%	59	30,00%
35	3,19%	60	1,05%	60	90,00%
36	3,19%	61	1,16%	61	92,00%
37	3,19%	62	1,28%	62	94,00%
38	3,19%	63	1,41%	63	96,00%
39	3,19%	64	1,56%	64	98,00%
40	3,19%	65	1,72%	65	100,00%
41	3,19%	66	1,90%	66	0,00%
42	3,19%	67	2,11%	67	0,00%
43	3,19%	68	2,33%	68	0,00%

Annexe III : Loi de rachat « Banque-Assurance »

	Lois de rachat « P1 »				Lois de rachat « P2 »			
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	10,84%	10,96%	10,86%	9,26%	6,39%	6,45%	6,41%	7,02%
2	24,03%	24,32%	24,07%	17,66%	16,96%	17,14%	17,02%	13,55%
3	18,05%	18,25%	18,11%	17,66%	14,87%	15,03%	14,93%	13,55%
4	15,24%	15,36%	15,26%	17,66%	13,18%	13,29%	13,21%	13,55%
5	11,88%	12,02%	11,96%	17,66%	11,51%	11,65%	11,59%	13,55%
6	10,63%	10,71%	10,66%	17,66%	10,75%	10,85%	10,80%	13,55%
7	7,91%	7,98%	7,95%	17,66%	9,69%	9,78%	9,74%	13,55%
8	7,24%	7,24%	7,22%	17,66%	9,60%	9,65%	9,61%	13,55%
9	8,21%	8,27%	8,24%	17,66%	8,34%	8,46%	8,43%	13,55%

	Lois de rachat 73-78				Lois de rachat 86			
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	5,49%	5,08%	5,03%	5,04%	2,19%	2,17%	2,16%	5,30%
2	12,03%	11,04%	10,98%	9,83%	9,27%	9,18%	9,14%	10,31%
3	10,36%	9,40%	9,35%	9,83%	13,43%	13,32%	13,24%	10,31%
4	19,53%	17,78%	17,56%	9,83%	18,11%	18,04%	17,83%	10,31%
5	12,72%	11,33%	11,26%	9,83%	8,47%	8,38%	8,35%	10,31%
6	10,37%	9,14%	9,09%	9,83%	5,59%	5,52%	5,50%	10,31%
7	7,18%	6,26%	6,23%	9,83%				
8	2,88%	2,47%	2,46%	9,83%				
9	4,82%	3,82%	3,79%	9,83%				

	Lois de rachat 85-92				Lois de rachat « P3 »			
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	13,00%	13,24%	13,08%	11,19%	9,87%	9,73%	9,65%	10,10%
2	25,36%	25,92%	25,62%	21,13%	25,76%	25,33%	25,06%	19,18%
3	17,79%	17,61%	17,47%	21,13%	19,29%	18,71%	18,56%	19,18%
4	14,76%	14,58%	14,48%	21,13%	15,85%	14,90%	14,80%	19,18%
5	16,16%	15,96%	15,78%	21,13%	12,88%	11,42%	11,34%	19,18%
6	11,86%	11,84%	11,68%	21,13%	17,69%	10,49%	10,41%	19,18%

Annexe IV : Loi de rachat « Classique-individuelle »

Année	Lois de rachat 01-11-20-21				Lois de rachat 27			
	Maier	Hoem	Vrsem	Exp	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	3,85%	3,82%	3,81%	4,72%	4,54%	4,39%	4,38%	7,48%
2	10,85%	10,76%	10,70%	9,22%	14,25%	13,80%	13,71%	14,40%
3	15,35%	15,22%	15,10%	9,22%	17,46%	16,84%	16,71%	14,40%
4	11,65%	11,47%	11,41%	9,22%	17,30%	16,54%	16,43%	14,40%
5	10,17%	9,98%	9,93%	9,22%	19,26%	18,24%	18,09%	14,40%
6	9,79%	9,58%	9,54%	9,22%	17,52%	16,40%	16,28%	14,40%
7	7,50%	7,31%	7,29%	9,22%	18,20%	16,83%	16,71%	14,40%
8	6,42%	6,24%	6,23%	9,22%	15,12%	13,75%	13,65%	14,40%
9	6,43%	6,24%	6,22%	9,22%	10,84%	9,68%	9,64%	14,40%
10	6,73%	6,51%	6,49%	9,22%	12,39%	10,99%	10,93%	14,40%
11	6,49%	6,27%	6,25%	9,22%	15,00%	13,06%	12,96%	14,40%
12	6,49%	6,25%	6,23%	9,22%	16,89%	13,96%	13,84%	14,40%
13	7,06%	6,73%	6,71%	9,22%	16,44%	12,58%	12,49%	14,40%
14	7,41%	7,02%	6,99%	9,22%	18,30%	12,66%	12,53%	14,40%
15	7,89%	7,38%	7,35%	9,22%	17,36%	10,36%	10,23%	14,40%
16	9,25%	8,55%	8,52%	9,22%	32,91%	18,39%	18,08%	14,40%
17	9,25%	8,47%	8,43%	9,22%	59,71%	24,26%	23,69%	14,40%
18	6,01%	5,44%	5,43%	9,22%	100,00%	32,58%	31,36%	14,40%
19	8,64%	7,83%	7,79%	9,22%				
20	5,76%	5,19%	5,16%	9,22%				
21	7,80%	7,00%	6,96%	9,22%				
22	10,08%	9,03%	8,99%	9,22%				
23	11,06%	9,84%	9,79%	9,22%				
24	9,73%	8,67%	8,59%	9,22%				
25	11,64%	10,17%	10,10%	9,22%				
26	16,24%	14,08%	13,93%	9,22%				
27	16,01%	13,61%	13,44%	9,22%				
28	17,98%	14,80%	14,60%	9,22%				
29	19,47%	15,88%	15,63%	9,22%				

Lois de rachat 63-65				
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	12,52%	11,93%	11,79%	7,04%
2	16,49%	15,17%	15,07%	13,59%
3	15,18%	13,33%	13,25%	13,59%
4	12,15%	10,21%	10,16%	13,59%
5	8,37%	6,89%	6,86%	13,59%
6	8,43%	6,69%	6,66%	13,59%
7	11,60%	8,78%	8,70%	13,59%
8	100,00%	29,98%	28,96%	13,59%

Annexe V : Loi de rachat « Classique-Gruppe »

Année	Lois de rachat GROUPE 64-31				Lois de rachat GROUPE 28-29-30			
	Maier	Hoem	Vrsem	Exp	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	0,76%	0,75%	0,75%	2,64%	1,03%	0,97%	0,96%	3,68%
2	4,12%	4,12%	4,11%	5,22%	8,64%	8,12%	8,07%	7,23%
3	6,02%	5,94%	5,92%	5,22%	9,74%	9,05%	9,00%	7,23%
4	9,36%	9,15%	9,10%	5,22%	6,73%	6,17%	6,15%	7,23%
5	9,27%	8,73%	8,68%	5,22%	9,21%	8,43%	8,39%	7,23%
6	10,11%	7,43%	7,39%	5,22%	8,70%	7,90%	7,87%	7,23%
7	11,02%	6,99%	6,94%	5,22%	5,40%	4,84%	4,82%	7,23%
8	5,45%	3,31%	3,28%	5,22%	6,04%	5,39%	5,36%	7,23%
9	100,00%	100,00%	100,00%	5,22%	7,05%	6,22%	6,19%	7,23%
10					3,91%	3,33%	3,32%	7,23%
11					5,48%	4,54%	4,51%	7,23%
12					15,41%	12,65%	12,31%	7,23%
13					2,49%	1,94%	1,94%	7,23%
14					16,78%	13,73%	13,48%	7,23%
15					17,87%	15,29%	14,99%	7,23%
16					23,75%	23,07%	21,42%	7,23%
17					9,19%	8,85%	8,76%	7,23%
18					3,03%	2,96%	2,92%	7,23%
19					1,54%	1,54%	1,53%	7,23%
20					56,81%	64,43%	52,02%	7,23%
21					5,26%	5,48%	5,34%	7,23%
22					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
23					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
24					22,86%	24,06%	23,10%	7,23%
25					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
26					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
27					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
28					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
29					0,00%	0,00%	0,00%	7,23%
30					100,00%	100,00%	100,00%	7,23%

Lois de rachat « 77251 »			
Maier	Hoem	Vrsem	Exp
0,99%	0,99%	0,99%	3,46%
3,47%	3,47%	3,46%	6,80%
3,23%	3,22%	3,22%	6,80%
5,32%	5,32%	5,30%	6,80%
9,41%	9,55%	9,45%	6,80%
7,43%	7,41%	7,38%	6,80%
4,36%	4,35%	4,34%	6,80%
4,70%	4,70%	4,69%	6,80%
4,22%	4,23%	4,22%	6,80%
1,67%	1,67%	1,67%	6,80%
3,11%	3,12%	3,10%	6,80%
1,77%	1,77%	1,77%	6,80%
1,67%	1,67%	1,67%	6,80%
2,10%	2,11%	2,10%	6,80%
4,54%	4,58%	4,53%	6,80%
4,04%	4,08%	4,06%	6,80%
3,50%	3,51%	3,50%	6,80%
1,09%	1,09%	1,09%	6,80%
4,10%	4,12%	4,11%	6,80%
3,19%	3,20%	3,19%	6,80%
100,00%	100,00%	100,00%	6,80%

Annexe VI : Loi de résiliation

	B-A prévoyance				Lois de résiliation prév_indiv			
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	3,20%	3,21%	3,20%	9,17%	4,56%	4,57%	4,55%	5,14%
2	17,19%	17,53%	17,26%	17,51%	13,07%	13,11%	13,03%	10,02%
3	24,55%	25,03%	24,57%	17,51%	17,99%	18,09%	17,91%	10,02%
4	20,83%	21,15%	20,79%	17,51%	12,44%	12,44%	12,37%	10,02%
5	19,00%	19,55%	19,12%	17,51%	9,66%	9,64%	9,60%	10,02%
6	16,17%	16,51%	16,23%	17,51%	9,38%	9,35%	9,31%	10,02%
7	18,45%	19,08%	18,84%	17,51%	7,86%	7,82%	7,79%	10,02%
8	15,63%	16,26%	16,03%	17,51%	7,57%	7,52%	7,49%	10,02%
9	11,97%	12,98%	12,68%	17,51%	5,88%	5,83%	5,81%	10,02%
10	100,00%	11,22%	10,64%	17,51%	5,61%	5,56%	5,55%	10,02%
11					4,85%	4,80%	4,79%	10,02%
12					3,59%	3,55%	3,54%	10,02%
13					4,23%	4,17%	4,16%	10,02%
14					3,97%	3,91%	3,90%	10,02%
15					4,78%	4,65%	4,64%	10,02%
16					3,67%	3,53%	3,52%	10,02%
17					6,80%	6,48%	6,45%	10,02%
18					4,17%	3,94%	3,93%	10,02%
19					3,50%	3,26%	3,25%	10,02%
20					3,09%	2,84%	2,83%	10,02%
21					6,42%	5,71%	5,66%	10,02%
22					5,18%	4,45%	4,43%	10,02%
23					8,78%	7,39%	7,34%	10,02%
24					7,25%	6,00%	5,92%	10,02%
25					7,56%	6,20%	6,15%	10,02%
26					9,45%	7,79%	7,69%	10,02%
27					4,97%	3,87%	3,84%	10,02%
28					4,64%	3,64%	3,62%	10,02%
29					8,84%	6,95%	6,86%	10,02%
30					0,00%	0,00%	0,00%	10,02%
31					0,00%	0,00%	0,00%	10,02%

Annexe VII: Loi de reversement « Banque-Assurance »

	Lois de reversement P1					Lois de reversement P2			
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp		Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	87,66%	86,57%	86,72%	93,10%		91,28%	90,56%	90,62%	95,11%
2	76,00%	74,83%	75,02%	80,69%		81,68%	80,87%	80,98%	86,05%
3	69,01%	67,83%	68,03%	69,94%		75,25%	74,41%	74,53%	77,84%
4	63,94%	62,78%	62,98%	60,62%		70,50%	69,66%	69,78%	70,42%
5	60,63%	59,47%	59,67%	52,54%		67,68%	66,83%	66,96%	63,71%
6	57,91%	56,77%	56,96%	45,54%		65,31%	64,46%	64,59%	57,64%
7	55,42%	54,30%	54,49%	39,47%		63,58%	62,75%	62,87%	52,14%
8	53,17%	52,09%	52,28%	34,21%		61,22%	60,40%	60,52%	47,17%
9	50,77%	49,71%	49,89%	29,65%		59,44%	58,62%	58,75%	42,67%

	Lois de reversement P3			
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	84,43%	84,33%	84,44%	88,91%
2	75,86%	75,97%	76,11%	79,04%
3	71,80%	72,08%	72,22%	70,27%
4	68,06%	68,73%	68,88%	62,48%
5	65,58%	66,97%	67,13%	55,55%
6	52,60%	61,04%	61,24%	49,38%
7	52,60%	61,04%	61,24%	43,91%
8	0,00%	61,04%	61,24%	39,04%
9	0,00%	0,00%	0,00%	34,70%

Annexe IIX : Loi de reversement « Classique-individuelle »

Lois de reversement epar_ind				
Année	Maier	Hoem	Vrsem	Exp
1	78,79%	76,28%	77,79%	87,75%
2	67,29%	65,17%	66,54%	67,57%
3	58,60%	56,79%	58,03%	52,02%
4	50,50%	48,98%	50,10%	40,06%
5	36,12%	34,96%	36,01%	30,84%
6	19,26%	18,36%	19,43%	23,75%
7	15,33%	14,66%	15,55%	18,29%
8	11,51%	11,03%	11,76%	14,08%
9	9,46%	9,11%	9,72%	10,84%
10	7,46%	7,21%	7,71%	8,35%
11	5,25%	5,08%	5,47%	6,43%
12	3,89%	3,79%	4,10%	4,95%
13	2,92%	2,86%	3,11%	3,81%
14	2,09%	2,05%	2,25%	2,93%
15	1,62%	1,61%	1,77%	2,26%
16	1,06%	1,06%	1,18%	1,74%
17	0,69%	0,72%	0,81%	1,34%
18	0,34%	0,37%	0,44%	1,03%
19	0,21%	0,25%	0,30%	0,79%
20	0,04%	0,08%	0,11%	0,61%
21	0,00%	0,01%	0,03%	0,47%
22	0,00%	0,01%	0,03%	0,36%
23	0,00%	0,01%	0,03%	0,28%
24	0,00%	0,01%	0,03%	0,21%
25	0,00%	0,01%	0,03%	0,17%

Annexe IX : Comparaisons des calculs d'actuaire aux calculs du système informatique

Age		Rente acquise						Réserve				
Act	Réc et SIS	Somme Cot	SIS	Act	Reconstituti on	Ecart	Ecart	SIS	Act	Reconstituti on	Ecart	Ecart
37	36	0,00		0	0	0,00	0	0	0,00	0	0,00	0
45	45	5 301,00	1 449	1 508	1 449	59,37	0	9 589	9 970,87	9 589	381,41	0
59	59	34 444,80	3 971	3 892	3 971	-79,24	0	49 476	48 492,28	49 476	-983,97	0
48	47	22 488,04	5 279	5 186	5 279	-93,18	0	38 200	39 185,72	38 200	985,45	0
46	46	38 981,30	7 416	7 416	7 416	-0,01	0	51 820	51 819,71	51 820	-0,20	0
50	49	15 087,06	2 603	2 542	2 603	-60,72	0	20 724	21 141,18	20 724	417,29	0
44	43	721,85	232	232	232	0,00	0	1 404	1 463,88	1 404	60,28	0
52	51	46 625,67	8 675	8 535	8 675	-140,23	0	75 086	77 200,84	75 086	2114,69	0
48	47	7 038,45	1 668	1 647	1 668	-20,24	0	12 064	12 442,70	12 064	378,81	0
40	40	32 989,95	8 048	8 096	8 048	48,15	0	43 443	43 692,33	43 443	249,36	0
40	40	8 167,49	2 138	2 138	2 138	0,00	0	11 509	11 508,87	11 509	-0,08	0
45	44	1 561,02	371	371	371	0,00	0	2 366	2 466,86	2 366	101,28	0
59	59	12 635,65	1 222	1 222	1 222	0,00	0	15 237	15 237,34	15 237	0,02	0
48	47	22 042,16	5 269	5 237	5 269	-32,19	0	38 108	39 537,89	38 108	1430,07	0
54	53	3 394,03	727	727	727	0,01	0	6 848	7 162,47	6 848	314,58	0
42	42	2 366,53	790	821	790	31,13	0	4 584	4 759,53	4 584	175,78	0
42	42	959,53	319	332	319	12,58	0	1 851	1 921,76	1 851	71,03	0
44	44	2 981,63	889	925	889	35,84	0	5 626	5 846,59	5 626	220,51	0
52	52	542,40	71	74	71	3,17	0	649	676,74	649	27,88	0
55	55	1 910,82	219	229	219	9,82	0	2 290	2 389,78	2 290	99,72	0
47	46	588,06	100	100	100	0,00	0	701	730,74	701	29,94	0
53	52	2 721,86	356	356	356	0,00	0	3 256	3 398,68	3 256	142,57	0
47	46	465,00	79	79	79	0,00	0	554	577,82	554	23,67	0
48	48	2 424,00	378	394	378	16,64	0	2 893	3 014,62	2 893	122,07	0
43	43	4 212,33	813	848	813	35,07	0	5 009	5 216,04	5 009	206,61	0
Total		21 511 976	4 529 705	4 511 355	4 529 705	-18 350	0	32 903 753	32 903 825	32 903 753	72	0

Les calculs d'actuaire sont réconciliés en utilisant les âges utilisés par le système informatique (SIS)

Annexe X

Annexe X : CEP	Années				
	2011	2012	2013	2014	2015
Partie de la prime pure et des intérêts financiers alloués à la couverture du risque de mortalité	-	-	-	-	-
Partie des capitaux versés aux sorties par décès relative au risque de mortalité	-	-	-	-	-
RESULTAT SUR RISQUE DE MORTALITE (A)	-	-	-	-	-
Primes pures	-	-	-	-	-
Partie de la prime pure allouée à la couverture du risque de mortalité	-	-	-	-	-
Provisions mathématiques (PM) à la prime pure ouverture (yc PBk-1)	32 044 557	30 822 562	28 525 720	26 186 248	24 484 443
Provisions mathématiques (PM) à la prime pure Clôture (hors PB)	29 467 108	27 245 359	25 006 281	23 391 764	21 793 820
Variation des provisions mathématiques (PM) à la prime pure	- 2 577 449	- 3 577 203	- 3 519 439	- 2 794 484	- 2 690 622
Participation aux bénéfiques à incorporer aux provisions mathématiques	-	-	-	-	-
Intérêts au taux technique crédités aux provisions mathématiques	1 355 455	1 280 423	1 180 025	1 092 700	1 020 017
Capitaux versés aux sorties par décès	82 438	76 468	67 835	59 214	54 171
Partie des capitaux versées aux sorties par décès relative au risque de mortalité	-	-	-	-	-
Capitaux versés aux sorties par rachat	324 537	315 169	317 734	244 520	228 010
Capitaux versés aux sorties par échéance	1 937 445	2 232 913	2 262 897	1 718 180	1 688 583
Intérêts au taux technique crédités aux prestations	68 921	59 434	58 978	44 994	43 854
Participation aux bénéfiques incorporée aux prestations	-	-	-	-	-
RESULTAT TECHNIQUE PUR SUR AUTRES ELEMENTS (B)	1 657 404	2 292 510	2 109 976	1 910 263	1 783 729
Chargements d'acquisition prélevés sur les primes	-	-	-	-	-
Variation de l'écart de Zillmérisation	-	-	-	-	-
Frais d'acquisition engagés	-	-	-	-	-
RESULTAT SUR FRAIS D'ACQUISITION (C)	-	-	-	-	-

Annexe X

Chargements de gestion prélevés sur les primes	-	-	-	-	-
Chargements de gestion prélevés sur les produits financiers	12 129	17 575	17 581	13 972	13 453
Provision de gestion ouverture	857 251	774 553	699 065	628 035	564 912
Provision de gestion Clôture	774 588	699 066	628 035	564 912	505 574
Variation de la provision de gestion	- 82 664	- 75 487	- 71 030	- 63 123	- 59 338
Frais de gestion engagés	-	-	-	-	-
RESULTAT SUR FRAIS DE GESTION (D)	94 792	93 062	88 611	77 095	72 791
RESULTAT TECHNIQUE AVANT FINANCIER (I) = (A) + (B) + (C) + (D)	1 752 196	2 385 572	2 198 587	1 987 358	1 856 520
Produits nets des placements obtenus sur les actifs de couverture	1 314 229	1 251 511	1 151 070	1 059 901	988 139
Participation aux bénéfices incorporée aux provisions mathématiques dans l'exercice	-	-	-	-	-
Participation aux bénéfices incorporée aux prestations dans l'exercice	-	-	-	-	-
Intérêts au taux technique crédités aux provisions mathématiques	1 355 455	1 280 423	1 180 025	1 092 700	1 020 017
Intérêts au taux technique crédités aux prestations	68 921	59 434	58 978	44 994	43 854
Intérêts financiers alloués à la couverture du risque de mortalité	-	-	-	-	-
Marge financière					
Chargements de gestion prélevés sur les produits financiers	12 129	17 575	17 581	13 972	13 453
RESULTAT FINANCIER = (II)	- 122 275	- 105 921	- 105 514	- 91 765	- 89 185
RESULTAT DE L'ACTIVITE D'ASSURANCE VIE = (I) + (II)	1 629 921	2 279 651	2 093 073	1 895 593	1 767 335

Bibliographie :

SITES INTERNET :

www.lamarocainevie.co.ma

COURS :

- Modèle de durée de vie, cours de M. Abdelaziz CHAOUBI, INSEA.
- Assurance vie, cours de M. Abderrahim OULIDI, INSEA.

MEMOIRE ET NOTES INTERNES :

- Fiscalité au Maroc, la Marocaine Vie, département actuariat et réassurance, 2006.
- Conditions générales régime commun, La Marocaine Vie.
- La logique floue appliquée au phénomène de rachat en assurance vie, Cynthia AUGEREAU, IMA, 2010.
- Modélisation des lois de rachat dynamique et étude de rentabilité d'un portefeuille d'assurance vie, Sandrine Chan Hew Wai, ISUP, 2009.