ROYAUME DU MAROC
--*-*-*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
--*-*-*-*-*-*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA

Projet de Fin d'Etudes

*****

Tarification et optimisation des traités en excédent des sinistres des branches Auto, AT, RC et Risques divers

Préparé par : *Mr* **Mohammed Morad FAZAZI**
Mr **Abderrahim DAHABI**

Sous la direction de : ***Mr Kamal BENCHEKROUN*** **(INSEA)**
Mr Said JABIR **(RMA WATANYA)**

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : Actuariat Finance

Devant le jury composé de :

- ***Mr Kamal BENCHEKROUN*** **(INSEA)**
- ***Mr Said R. NSIRI*** **(INSEA)**
- ***Mr Said JABIR*** **(RMA WATANYA)**

Juin 2007

Résumé :

Dans ce projet de fin d'études, on vise l'étude de la fiabilisation du traité en XL de RMA WATANYA. Après avoir analysé le traité, nous calculons la prime pure de réassurance concernant les branches : Auto, Accident de travail, responsabilité civile et risques divers par les méthodes : burning cost, probabiliste, et par simulation. Par la méthodologie d'optimisation par simulation, nous chercherons les priorités optimales qui peuvent garantir à la compagnie une marge de bénéfice plus grande sous la contrainte d'une sécurité financière satisfaisante. Ce travail servira comme support scientifique sur lequel se basera notre compagnie pour négocier la cotation future avec ses réassureurs.

On fera appel à l'étude d'adéquation des modèles utilisés au fur et à mesure de notre projet.

L'optimisation étant l'objectif final, et la simulation étant un outil efficace, nous allons utiliser cette dernière pour imaginer un grand nombre de scénarios possibles, et ceci à travers la simulation de 10000 scénarios pour tenir comptes à la foi des années les plus sinistrées et celles moins sinistrées dans le but d'obtenir de bons taux de primes, fiables et qui peuvent très bien être négociés avec le réassureur.

Mots clés

Traité de réassurance en XL ; Prime de réassurance ; Burning Cost ; Méthode probabiliste ; Simulation ; Optimisation.

Dédicace

A mes très chers parents,

Aucun terme et aucune langue ne pourra exprimer mon amour et mes sentiments envers vous.

A mes chers sœurs et frères,

Je ne sais comment vous remercier pour tout ce que vous faites pour moi.

A tous mes chers amis,

A mes chers collègues et professeurs de l'INSEA,

*Pour tout le soutien que vous m'avez offert ou apporté, je vous dis **MERCI**.*

A tous ceux qui m'aiment,je dédie ce travail.

Abderrahim

Dédicace

A mes très chers parents, pour les sacrifices, l'affection et le soutien qu'ils m'ont assurés.

Que Dieu vous protège

A ma chère femme qui m'a tant soutenu et réconforté, tu es la source de ma force. Tu es ma fierté et ma raison d'être.

A mes très chers enfants Yasmine et Ayoub,

Aucun terme et aucune langue ne pourra exprimer mon amour et mes sentiments envers vous.

A mes beaux parents,

A mes chères frères, beaux frères, sœurs et belles soeurs,

Je ne sais comment vous remercier pour tout ce que vous faites pour moi.

A tous mes chers amis,

*Pour tout le soutien que vous m'avez offert, je vous dis **MERCI**.*

A tous ceux qui m'aiment, je dédie cet humble travail…

Mohammed Morad

Remerciements

Au terme de ce travail nous remercions sincèrement Mr. Tawfiq DRIMEUR, directeur général de RMA WATANYA de bien vouloir nous accorder ce stage de fin d'étude, ainsi que pour l'attention et la considération qu'il a donnée à notre travail.

Nous souhaitons exprimer notre sincère gratitude envers notre directeur de recherche Mr. Kamal BENCHEKROUN, pour sa constante disponibilité, ses commentaires, suggestions et questions pertinentes, qui ont permis d'approfondir nos réflexions.

Nous exprimons notre gratitude et nos sentiments de reconnaissance à notre aimable encadrant Mr. Said JABIR, responsable du département actuariat à RMA WATANYA, pour sa patience, sa générosité, ses directives, ses conseils et sa disponibilité pour répondre à nos questions malgré ses multiples responsabilités.

Nous remercions également Mme A. KAWTAR, Mme F. KIMMO, Mr. SEGHROUCHNI et Mr. A. EZZENTRI, ainsi que l'ensemble du personnel des deux départements actuariat et réassurance pour leur coopération et l'accueil chaleureux qu'ils nous ont réservé durant notre projet de fin d'étude au sein de la RMA WATANYA.

Enfin, n'oublions pas de rendre hommage au défunt Mr. Abdelaziz GHAZALI, Ex-directeur de notre institut, que dieu ait son âme, et de remercier ses proches collaborateurs, et le personnel administratif et pédagogique de l'INSEA qui nous ont toujours bien servi dans le cadre de nos études au sein de l'institut.

Table des matières

Liste des abréviations **8**

Liste des tableaux et figures **9**

Introduction **11**

Chapitre 1 : préliminaire et présentation de la RMA WATANYA **12**

I. Préliminaire sur la réassurance 12

I.1 Utilité de la réassurance 12

I.2 Formes de réassurance 13

I.3 Quelques clauses de réassurance 14

I.4. Les différents types des traités 15

II. Présentation du secteur des assurances, de réassurance et de l'organisme d'accueil

II.1 Le secteur d'assurance 17

II.2 Le marché Marocain de la réassurance 24

II .3 Présentation de RMA WATANYA 25

Chapitre 2 : Analyse qualitative **29**

I. La priorité par risque et l'engagement du réassureur 29

II. Le taux de prime perçu par le réassureur 31

III. Chiffre d'affaires par branches 32

III.1 Evolution Chiffres d'affaires et taux de prime 33

III.2 Evolution Chiffres d'affaires et Priorités 34

Chapitre 3 : Tarification **36**

I. Description des données informatiques utilisées 36

II. Adéquation des modèles statistiques utilisés 38

II .1 Branche Automobile 38

II .2 Accidents du travail 42

II.3 Risques divers 44

II.4 Responsabilités civiles diverses 45

III - Détermination du taux de prime 46

III.1 Méthode probabiliste 47

III.2 La méthode du Burning Cost 53

III.3 Tarification par simulation 62

Chapitre 4 : Optimisation 68

I. Détermination de la priorité optimale 68

I.1. Scénarios possibles pour la compagnie 71

I.2. La priorité optimale 72

II. Impact de l'application du taux réel sur le résultat 72

Conclusion. 75

Bibliographie 76

Annexe 1 : Glossaire 77

Annexe 2 : Formule théorique des Q-Q plot des lois utilisées 82

Annexe 3 : Syntaxe de simulation 83

Liste des abréviations

AT	: Accidents de travail
BC	: Burning Cost
RC	: Responsabilité civile
D IA	: Risques divers et Individuel Accident
XS	: Excédent de sinistre
XL	: Excédent de sinistre
DAPS	: Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale
SCR	: Société centrale de réassurance

1. Liste des tableaux

Tableau1 : Les différentes formes de la réassurance

Tableau 2 : Structure du chiffre d'affaire (en millions de DH)

Tableau 3 : Les prestations payées entre 2004 et 2005 (En million de DH)

Tableau 4 : Provisions techniques des années 2004 et 2005 (En million de DH)

Tableau 5 : La composition du résultat de l'exercice 2005 (En million de DH)

Tableau 6 : Classement 2005 selon la part de marché

Tableau 7 : Evolution de la priorité et de la portée des deux tranches de 2000- 2007

Tableau 8 : Chiffre d'affaire et taux de primes de 2004 à 2007

Tableau 9 : Chiffre d'affaire et priorités des deux tranches de 2004 à 2007

Tableau 10 : Vue d'ensemble des modèles

Tableau 11 : Cas d'utilisation des modèles

Tableau 12 : La prime pure du traité en excédent de sinistre pour chacune des Priorités

Tableau 13 : La prime pure en fonction de la priorité et les branches

Tableau 14 : Le taux de prime en fonction de la priorité et les branches

Tableau 15 : Le coût moyen en fonction de la priorité et les branches

Tableau 16 : Données relatives aux grands sinistres Auto enregistrés par la RMA WATANYA

Tableau 17 : Assiette de prime par branche et par exercice de 1996- 2006

Tableau 18 : Montants de grands sinistres à charge du réassureur actualisés (1ère tranche)

Tableau 19 : Assiette de prime actualisée période 1996-2006

Tableau 20 : Burning Cost par branche et par année période 1996-2006

Tableau 21 : Eléments de calcul du Burnig Cost Global

Tableau 22 : Montant de grands sinistres à charge du réassureur actualisé (2ème tranche)

Tableau 23 : Burning Cost par branche et par année (2ème tranche)

Tableau 24 : Eléments de calcul du Burnig Cost Global (2ème tranche)

Tableau 25 : Le taux de Burning Cost fixe globale

Tableau 26 : Charge totale selon les priorités et les branches

Tableau 27: Le taux de prime selon la branche et la priorité

Tableau 28 : Résultat net de réassurance et coefficient de variation selon la priorité et la branche (avec taux de prime réel)

Tableau 29 : Le taux de prime variable selon la branche et la priorité

Tableau 30 : Le résultat de la RMA WATANYA selon la priorité, calculé par le taux réel

Tableau 31 : Le taux variable uniforme pour chaque priorité

Tableau 32 : Coefficient de variation du résultat selon un taux uniforme pour chaque priorité
Tableau 33 : Le résultat de la RMA WATANYA avec un taux de prime unique pour chaque priorité

2. Liste des figures

Figure1 : Evolution des émissions répartis entre assurance vie et celle de la non vie (en million de Dirhams)
Figure 2 : Répartition des primes émises par branches et catégories d'assurances
Figure 3 : Classement 2005 selon la part de marché
Figure 4 : Répartition du portefeuille dans les différentes branches
Figure5 : Evolution de la priorité sur la période 2000-2007
Figure 6 : Evolution de la portée du traité (Période 2000-2007)
Figure 7 : Evolution de la priorité de la 2ème tranche sur la période 2000-2007
Figure 8 : Evolution du taux de prime variable du traité en 2000-2007
Figure 9 : Evolution du taux de prime de la 2ème tranche
Figure 10 : Chiffre d'affaire en millier de Dh des 4 branches étudiées
Figure 11 : Chiffre d'affaire et taux de primes de 2004 à 2007
Figure 12 : Chiffre d'affaire et priorité de la 1ère tranche (2004-2007)
Figure 13 : Le Q-Q plot Pareto de la variable : Charge des grands sinistres
Figure14 : Le Q-Q plot Log Normal de la variable : Charge des grands sinistres
Figure 15 : Q-Q plot de la variable : Loss ratio des petits sinistres
Figure 16 : Graphique Hyfran ajustant la loi Log-Norme au S/P des petits sinistres
Figure 17 : Q-Q plot de la variable : coût de grand sinistres
Figure 18 : Q-Q plot de S/P des petits sinistres
Figure 19 : Graphique de Hyfran de S/P des petits sinistres
Figure 20 : Q-Q plot de la variable : coût de grand sinistres
Figure 21 : Q-Q plot de la variable : S/P petits sinistres
Figure 22 : Q-Q plot de la variable : coût de grand sinistres
Figure 23 : Q-Q plot de la variable: S/P petits sinistres
Figure 24 : Evolution de la prime pure en fonction de la priorité
Figure 25 : Evolution du coût moyen de réassurance en fonction de la priorité
Figure 26: Processus de la méthode Burning Cost (BC)
Figure 27 : Résultat attendu selon les priorités et les branches

Introduction

Les compagnies d'assurance doivent s'adapter en permanence à la réglementation en vigueur afin de préserver leur statut d'assureur. En particulier, elles doivent respecter certaines mesures de solvabilité permettant de limiter le risque de défaillance, ce dernier est étroitement lié à la forte volatilité de la sinistralité. Le recours à la réassurance semble donc nécessaire du fait qu'il permet d'une part, la protection du bilan et d'autre part la protection du résultat. La protection du bilan s'aperçoit dans le fait qu'elle contribue au meilleur équilibre entre son risque consolidé et sa probabilité de défaillance due à une insuffisance de capitaux propres, tandis que la protection du résultat est obtenue quand l'assureur transfert des risques aux réassureurs afin d'assurer une stabilité de son résultat technique dans le temps.

Dans ce projet, effectué au sein de la RMA WATANYA, nous nous intéressons à l'analyse et l'optimisation des traités de réassurance, ce qui revient à chercher un niveau de cession à partir du quel la sécurité financière du portefeuille est assurée.

Les méthodes statistiques et actuarielles nous seront fortement nécessaires et utiles dans la présente étude dans le but de résoudre le problème pré-indiqué concernant le portefeuille des branches : Automobile, Accident de Travail, Responsabilité Civile, Individuel Accident et Risques Divers de la RMA WATANYA.

Pour ce faire, nous avons adopté un plan se basant sur trois grands axes :

Dans un premier temps on visera l'évaluation du besoin en réassurance de la RMA WATANYA à travers une analyse qualitative des traités de réassurance depuis l'année 2000 jusqu'à 2007. Par la suite on cherchera à examiner l'adéquation des modèles utilisés et à tarifer les traités de réassurance à travers la détermination de la prime de réassurance avec différentes méthodes : tarification par simulation, méthode probabiliste et le Burning Cost. Le dernier chapitre sert comme support d'optimisation du résultat de réassurance du traité en excédent de sinistre, ce qui revient à chercher le niveau de priorité optimal pour l'appliquer dans le programme de réassurance de notre société de stage, afin de réaliser le maximum de bénéfice tout en gardant une sécurité financière suffisante. Pour ceci, nous nous sommes basés sur quatre scénarios qui sont les niveaux de priorités suivants : 1M, 2.5M, 3M et 7M, et à partir desquelles nous avons estimé le résultat et la volatilité de chaque priorité.

Avant d'entamer ces différentes parties, nous avons jugé nécessaire de présenter l'organisme d'accueil, de définir l'assurance et la réassurance ainsi que les différents types de traités de réassurance.

Chapitre 1: Préliminaire et présentation de la compagnie RMA WATANYA :

RAMEL (1980) définit la réassurance comme étant l'opération par laquelle une personne, généralement une personne morale, s'engage à apporter son concours financier, dans des conditions strictement liées à l'évolution d'un certain risque préalablement défini, à une autre personne qui a accepté de garantir ce risque envers une troisième personne appelée l'assuré.

La réassurance, c'est donc l'assurance des assureurs. En effet, les assureurs sont amenés à céder une partie de leurs risques à des réassureurs. Cette cession n'apparaît pas dans le contrat d'assurance du client, qui n'est pas donc au courant de cette transaction entre assureur et réassureur. Ceci explique pourquoi la réassurance a toujours représenté une grande inconnue pour le grand public.

Toutefois, ces dernières années, la réassurance est de plus en plus souvent portée à la connaissance du grand public. En effet, songeons aux tempêtes des 25 et 26 décembre 1999 en Europe et en France en particulier. Les réassureurs ont été mis en avant de par leur intervention dans les sinistres. Les attentats aux Etats-Unis du 11 septembre 2001 sont également un exemple frappant d'intervention des réassureurs dans la sinistralité des risques catastrophiques.

La réassurance permet, donc, aux compagnies d'assurance et, partant, aux sociétés en général ainsi qu'aux particuliers, d'entreprendre des activités risquées, ce qui a pour conséquence une plus grande compétition et innovation sur le marché économique. En effet, un des buts de la réassurance est de réduire le coût des sinistres potentiels subis par les compagnies d'assurance.

I. Préliminaire sur la réassurance :

I.1 Utilité de la réassurance :

Les résultats effectifs de la compensation opérée par l'assureur peuvent différer sensiblement des prévisions théoriques sur la base desquelles est fondé son tarif. La différence est évidemment d'autant plus importante que la loi des grands nombres s'applique moins bien, c'est-à-dire que les risques pris en charge sont en nombre plus restreint, que leur importance unitaire est plus considérable et que la fréquence des sinistres est plus faible. C'est pour éliminer l'aléa que constitue cette différence que les sociétés d'assurances sont conduites à recourir au mécanisme de la réassurance. Celui-ci consiste à se décharger sur une autre société d'une partie des risques, calculée en fonction de la nature des risques, de leur montant, de leur répartition et de la puissance financière de la société d'assurance. À son tour, le réassureur peut rétrocéder une partie de ses risques, et ainsi de suite, jusqu'à ce que soit éliminé tout aléa dépassant la capacité de la société qui en a pris la charge.

Les très gros risques, par exemple les usines assurées contre l'incendie ou les navires assurés contre les risques maritimes, ne peuvent être pris en charge par une seule société

d'assurance, même si celle-ci est fortement réassurée. En effet, pour que la compensation des risques joue, les entreprises d'assurance sont amenées à limiter à un certain montant, appelé *plein de souscription*, leurs engagements sur un risque trop important ; celui-ci ne peut alors être couvert qu'en recourant à la coassurance de plusieurs compagnies (souvent plusieurs dizaines et même parfois plusieurs centaines, comme dans le cas des lancements des fusées et satellites spatiaux).

I.2 Formes de réassurance :

On distingue trois principaux critères de classification des traités de réassurance :

- Critère juridique : réassurance conventionnelle, réassurance facultative ;
- Critère technique : proportionnel, non proportionnel ;
- Critère commercial : prix fixe, prix variable.

I.2.1 Critère juridique :

Selon ce critère, on distingue trois formes de réassurance : les traités conventionnels, les traités facultatifs et les traités Facob (facultatif - obligatoire) :

1) La réassurance obligatoire (dite aussi conventionnelle) :

C'est un accord ou une convention entre l'assureur et ses réassureurs au terme duquel, ces derniers s'engageront à couvrir toutes les affaires que l'assureur leur cédera dans certaines limites et clauses. Cet accord s'appelle *un traité de réassurance* .Toute affaire qui répond aux exigences du traité est incluse automatiquement et sans discussion. L'avantage de cette couverture, la plus répandue, est qu'elle nécessite un travail de gestion simple et aisé.

2) La réassurance facultative :

Le portefeuille de l'assureur est composé, parallèlement à une masse de petits et moyens risques, de quelques grandes affaires. Souvent les caractéristiques de ces dernières ne répondent pas aux exigences de la Réassurance Conventionnelle.

Pour s'assurer contre ces risques spéciaux, l'assureur placera ces affaires en réassurance facultative et les traitera une par une.

L'assureur présente au réassureur un document qui contient les caractéristiques de ces affaires : «*slip de réassurance* », en étudiant ce dernier, le réassureur a la liberté de les refuser ou de les accepter. C'est pourquoi il est recommandé d'obtenir l'accord du réassureur avant tout engagement de capitaux élevés auprès de l'assuré.

Cette réassurance a l'avantage de couvrir les risques des affaires selon le choix de l'assureur et par conséquent bénéficier du maximum des primes. Toutefois, elle nécessite un travail de gestion très lourd.

Il existe une forme de réassurance intermédiaire : il s'agit de la réassurance facultative –obligatoire (**Facob**) au terme de laquelle, la cédante n'est pas obligée de céder, par contre, le réassureur est obligé d'accepter les risques qui lui sont proposés par l'assureur.

Ces formes de réassurance sont résumées au niveau du tableau suivant:

Tableau 1 : Les différentes formes de la réassurance

Formes de réassurance	Cédante	Réassureur
Obligatoire	Ob	Ob
Facultative	Fac	Fac
Facultative obligatoire	Fac	Ob

Source : J. REINHARD, 2005.

En ce qui nous concerne, nous nous limiterons à la réassurance obligatoire.

I.2.2. Critère technique :

Il existe deux types de traités, en l'occurrence : les traités proportionnels et les traités non proportionnels :

1) Les traités proportionnels :
On appelle réassurance proportionnelle celle par laquelle la part du sinistre que le réassureur aura à supporter sera égale à la part de la prime que le réassuré lui aura cédée sur ce même risque.

2) Les traités non proportionnels :
Les primes cédés et sinistres pris en charge par le réassureur ne sont pas dans les mêmes proportions.

Dans notre cas le traité de réassurance est non proportionnel (Excédent de sinistre)

I.2.3. Critère commercial :

Le prix de l'assurance peut être fixé à l'avance ou bien, être fonction de la sinistralité observée. Souvent, le réassureur va intéresser la cédante au résultat de la réassurance en proposant une tarification partiellement à posteriori : commission à échelle, participation aux sinistres, aux pertes, participation bénéficiaire, …

I.3 Quelques clauses de réassurance :

Parmi les nombreuses clauses de réassurance qui peuvent influencer la tarification, nous citons:

- Participation aux bénéfices :

Lorsque le traité prévoit une participation aux bénéfices (PB), le réassureur verse à l'assureur, lorsque les résultas du traité excédent un certain niveau, une PB qui constitue un complément de rémunération pour l'assureur.

- Commission de réassurance :

Pourcentage des primes accordé par le réassureur en faveur de l'assureur à titre de participation aux frais d'acquisition et de gestion des affaires qui lui sont cédées .L'usage de la communication de réassurance se rencontre essentiellement dans le cadre de la réassurance proportionnelle.

I.4. Les différents types des traités :

Nous allons, à présent, essayer de passer en revue les différents types de traités de réassurance existants sur le marché et de mettre en relief leurs avantages et leurs inconvénients. Comme nous l'avons déjà signalé, il existe deux types de traités de réassurance :

I.4.1. Réassurance proportionnelle :

1) Réassurance en quote-part :

Dans un traité en quote-part, encore appelé traité en participation, cédante et réassureur conviennent d'une cession identique des primes et de la sinistralité. Chaque sinistre, quelle que soit sa hauteur, est partagé selon la même proportion entre assureur et réassureur.

Le traité en participation s'utilisera par exemple en début d'activité : au début une grande cession puis réduction progressive jusqu'à ne plus céder en quote-part. En effet, en début d'activité, la cédante a besoin de se constituer un portefeuille susceptible de supporter des écarts majeurs dus à la malchance. Dès que ce portefeuille est arrivé à maturité (au niveau de la loi des grands nombres disons), la cédante peut se passer de sa réassurance en quote-part. Egalement en début d'activité, la cédante pourra faire appel à son réassureur qui lui fournira des éléments techniques tels que tarifs, modèles de polices, suivi de la sinistralité. Lorsque la cédante aura une connaissance suffisante de la nouvelle branche, elle recourra à des traités de réassurance plus élaborés. Cependant, le traité en participation a plusieurs inconvénients.

En effet, tout en réduisant la charge de sinistres supportée par la cédante, il ne la limite pas. Ainsi, si la sinistralité peut être infinie, même après application d'une réassurance en quote-part, la sinistralité à charge de la cédante reste infinie. A contrario, elle fait intervenir le réassureur même dans le plus petit sinistre, ce qui implique de potentiels grands montants de primes à céder. Enfin, la réassurance en quote-part ne rend pas le portefeuille plus homogène.

2) Réassurance en excédent de plein :

Définissons le plein de rétention comme étant le montant de sinistre maximum que la cédante souhaite devoir supporter. La réassurance en excédent de plein, ou en excédent de sommes, ou en excédent de capitaux, ou en surplus, partage la prime et le montant de sinistre, proportionnellement, selon une fraction valant le plein rapporté à la somme assurée.

La réassurance en excédent de plein ne peut fonctionner qu'avec des branches pour lesquelles la somme assurée est déterminée (donc typiquement pas les branches de responsabilité civile).

Définissant R le plein de rétention de la cédante. Le plein est le montant de sinistre maximum que la cédante juge pouvoir conserver. Un risque dont la somme assurée, notée C pour capital assuré, est inférieure au plein ne bénéficiera pas de la réassurance. Un risque dont la somme assurée dépasse le plein bénéficiera de la réassurance en excédent de plein. En

contrepartie, une proportion de prime relative à ce risque devra être cédée au réassureur. Le taux de cession de prime est défini par :

$$\tau = \max\left(0{,}1 - \frac{R}{C}\right)$$

La réassurance en surplus présente plusieurs avantages. En effet, elle substitue au portefeuille assuré, un portefeuille conservé pour propre compte plus homogène puisque, pour tout risque assuré pour un montant supérieur au plein de conservation, l'engagement de la cédante est limité à ce plein. Elle n'entraîne pas, pour l'assureur, l'obligation de réassurer les risques couverts pour un montant ne dépassant pas le plein de conservation. Toutefois, la réassurance en surplus a aussi des inconvénients. Elle est complexe dans son fonctionnement, lourde dans sa gestion, moins manipulable face à des changements souhaités. En résumé, elle est très lourde d'un point de vue administratif.

Par ailleurs, une grosse fraction de la prime est cédée au réassureur et de petits sinistres peuvent amener à une intervention du réassureur s'ils ont un capital assuré plus élevé que le plein.

I.4.2 Réassurance non proportionnelle :

1) Réassurance en excédent de sinistre :

La réassurance en excédent de sinistre, ou en excess of loss coupe les pointes, comme le réalise la réassurance en excédent de plein. Toutefois, l'excédent de sinistre n'intervient pas dans les sinistres inférieurs à la priorité du traité. Nous voyons apparaître ici l'aspect non proportionnel du traité en excédent de sinistre. Grâce à l'excess of loss, l'exposition de la cédante est limitée à la priorité du traité. Le résultat annuel est protégé contre les grands sinistres. Souvent le réassureur limite son engagement à un certain montant : nous parlons de la couverture, ou engagement. Nous écrirons :

P XS C

Pour décrire un traité en excédent de sinistre jouant pour les sinistres dépassant la priorité P mais avec une intervention maximale de la part du réassureur C. La limite du traité vaut $L = P + C$.

En assurance en excédent de sinistre, il convient d'analyser, sinistre par sinistre, la charge qui incombe au réassureur. Soit X le montant de sinistre original. Soient *P* et *L* la priorité et la portée du traité en excédent de sinistre : *P xs L*. Alors le réassureur est responsable pour la part du sinistre (*). Il paie au maximum la capacité offerte *L* et ceci en excédent de la priorité *P*. le but de l'excédent de sinistre est identique à la réassurance en surplus. Toutefois, l'excédent de sinistre n'intervient pas dans les petits sinistres, sous la priorité. Il en résulte une cession de prime largement inférieure par rapport au cas du surplus. De plus, l'administration du traité est nettement plus simple puisqu'il suffit d'analyser les quelques sinistres qui touchent le traité. Nous avons remarqué que la réassurance en surplus ne peut s'appliquer à des branches pour lesquelles une somme assurée n'est pas définie. Avec un excess of loss, cette limitation n'existe pas puisque l'on fait uniquement référence au sinistre, sans tenir compte de l'éventuelle somme assurée. Toutefois, la fixation de la prime de réassurance peut être compliquée. Un autre inconvénient est qu'il n'offre pas de solution contre l'accumulation des rétentions restant à charge de la cédante, ce qui peut générer un montant important en regard de l'encaissement de la compagnie.

(*) : $R = \min(\max(0, X - P), L)$

La réassurance en excédent de sinistre peut couvrir des sinistres risques par risques ou bien l'accumulation de sinistres due à un même événement. On parle respectivement de réassurance en excédent de sinistre par risque et réassurance en excédent de sinistre par événement. Dans certains cas, un traité peut être par risque et/ ou par événement. La notion d'événement doit être clairement définie dans le traité et fait l'objet de clauses très précises.

2) Réassurance en excédent de perte :

Le traité en excédent de perte ou le stop loss, est un type de traité qui permet de se protéger contre les mauvais résultats, en s'attaquant aux résultats eux-mêmes. L'évènement est constitué par l'ensemble des polices sinistrées pendant la période de référence du traité.

II. Présentation du secteur des assurances, de réassurance et de l'organisme d'accueil :

II.1. Le secteur d'assurance et de réassurance :

Il est clair que le secteur des assurances est devenu aujourd'hui un secteur primordial dans toute économie moderne. Son rôle s'inscrit dans un cadre social d'une part par la protection des assurés, contre les aléas. D'autre part, d'importants fonds sont injectés et mobilisés dans le marché financier par les compagnies d'assurances, participant ainsi au financement et au développement de l'économie.

II.1.1 Le marché des opérations d'assurance :

Le marché marocain des assurances et de réassurance a été marqué en 2004 par la fusion par absorption de la société ***ALWATANIYA*** par la Royale Marocaine d'Assurances (***RMA***) donnant ainsi naissance à la ***RMA WATANYA***. En 2005, le nombre des entreprises est de dix huit, dont quinze entreprises commerciales et trois mutuelles.

Sur ce total, neuf pratiquent aussi bien les opérations d'assurances Non Vie que les assurances vie et capitalisation, trois se limitent aux opérations d'assurances Non Vie, une pratique exclusivement les opérations d'assurances vie et capitalisation, trois pratiquent les opérations d'assistance, une pratique exclusivement l'assurance crédit, et une entreprise est spécialisée dans la réassurance.

Tandis qu'en 2006 le marché a été essentiellement marqué par :

- L'entrée en vigueur de la convention d'Indemnisation Directe :

La Convention d'Indemnisation Directe a connu une profonde réforme. Celle-ci a été rendue nécessaire par le nouveau Plan Comptable des assurances et par l'évolution des pratiques en matière de gestion de sinistres matériels automobile. Cette nouvelle Convention

CID est entrée vigueur le 1er juillet 2006 et devrait améliorer considérablement les services rendus aux assurés et les rapports inter-compagnies.

- L'élaboration de la situation liminaire sur l'activité du secteur des assurances en 2005 :

En mars 2006, la Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurances et de Réassurance a mis à la disposition de ses membres une situation liminaire sur l'activité du secteur en 2005. Cette situation fait ressortir un chiffre d'affaires total de 12,75 milliards de dirhams en hausse de 7,4% par rapport à 2004, due en particulier à la forte progression des assurances Vie et Capitalisation (+13,4%) et à une amélioration substantielle des primes des assurances Non Vie (+5,4%).

- L'amendement de loi sur les accidents du travail et maladies professionnelles :

En effet en 2006, le Ministère de l'Emploi a engagé, en concertation avec la Fédération, une réflexion pour l'amendement du dahir du 06 février 1963 relatif à l'indemnisation des victimes des accidents du travail. Cette réflexion s'est soldée par la constitution d'une commission technique chargée d'élaborer un projet de loi qui tient compte notamment de l'amélioration des délais d'indemnisation par l'instauration de la transaction amiable.

- Projet d'intégration d'un barème de responsabilité dans les contrats groupe maladie :

Compte tenu des dérives que connaît la sinistralité de la branche maladie, une réflexion a été engagée sous l'égide de la Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurances et de Réassurance pour intégrer dans les contrats d'assurances groupe « Santé » déficitaire un barème de responsabilité définissant les plafonds de remboursement des différentes prestations médicales. Ce projet a été approuvé et devrait être applicable à l'occasion des renouvellements 2007.

- Tarif automobile – Coefficient de réduction majoration :

Suite à la libéralisation du tarif RC automobile et la mise en place du nouveau système de Bonus/Malus basé sur le Coefficient de Réduction/Majoration (CRM), la Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurances et de Réassurance a initié un projet de grande envergure visant à mettre en place un fichier central de l'historique des assurés automobile. Ce fichier, distribution, est entré en vigueur le 1er août et devrait fiabiliser les conditions consultable par l'ensemble du réseau de d'application du Bonus/Malus.

- L'Organisation du Prix 2006 – AIEFFA :

Ce prix qui s'est déroulé cette année au Maroc a connu la participation de plusieurs représentants de pays francophones membres de l'AIEFFA (Association Internationale des Etablissements Francophones de Formation à l'Assurance). Le programme de cette manifestation a comporté des visites de compagnies d'assurance et l'organisation de plusieurs séminaires.

- L'adhésion de nouveaux membres à la Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurances et de Réassurance :

2006 a connu l'adhésion de quatre nouvelles entreprises d'assurances spécialisées dans l'assistance et l'assurance crédit caution. Il s'agit en l'occurrence de :

- Axa Assistance Maroc ;

- Isaaf Mondiale Assistance ;

- Maroc Assistance Internationale ;

- Euler Hermès ACMAR.

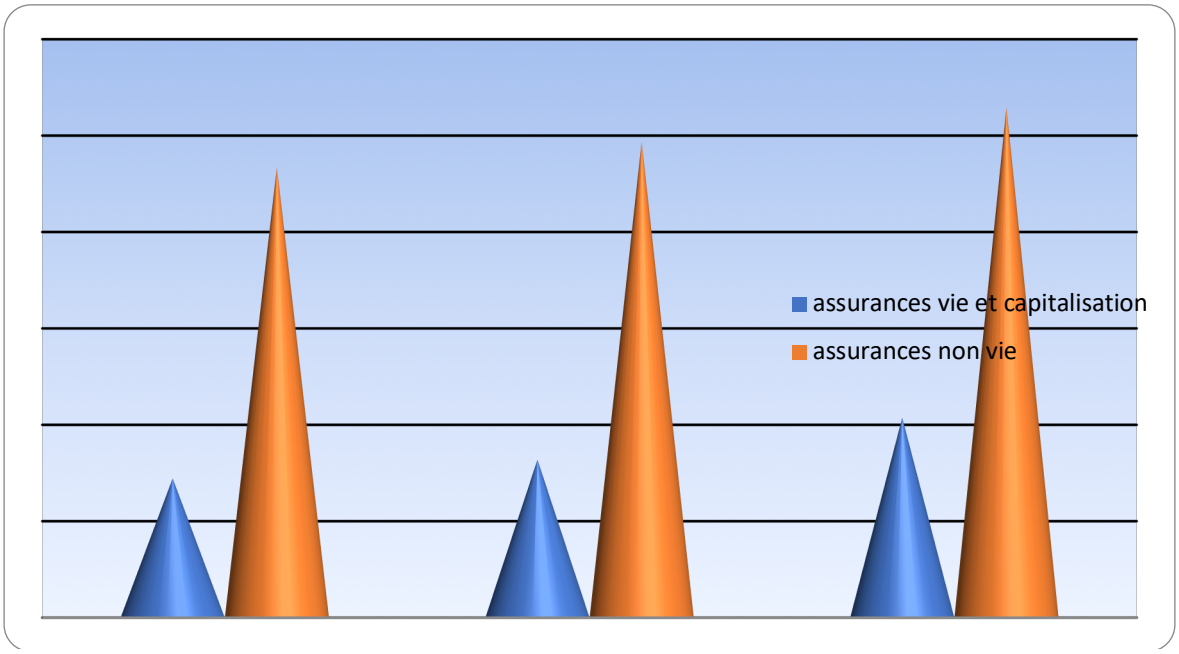
Dans ce marché d'assurance marocain, le montant des émissions a atteint, en 2006, 14736.9 millions de dirhams contre 13149.8 millions en 2005, soit une progression de 12,10% contre une augmentation de 7,4% l'année précédente. En effet le montant des émissions se répartit sur :

- les opérations vie et capitalisation avec 4150.3 millions de dirhams (26,7% du total) en 2006, contre 3277 millions en 2005, soit une progression de 26,7%.

- les opérations non-vie avec 10586,5 millions de dirhams, contre 9872.8 millions de DH en 2005, soit une progression de 7,2%.

Ce qui peut se voir clairement sur la figure suivante :

Figure 1 : Evolution des émissions réparties entre assurance vie et celle de la non vie (En millions de Dirhams)



Source de données : Rapport annuel de la DAPS de l'année 2006.

Quant aux acceptations en réassurance en 2005, elles sont de 50,68 millions de dirhams contre 57,62 millions de DH en 2004, enregistrant ainsi une régression de 12,04%.

De leur coté, les émissions par branches et catégories se répartissent avec une prépondérance de la catégorie automobile (33,20%), suivie par la branche vie (Assurances individuelles +assurances de groupes) comme le montre le tableau suivant :

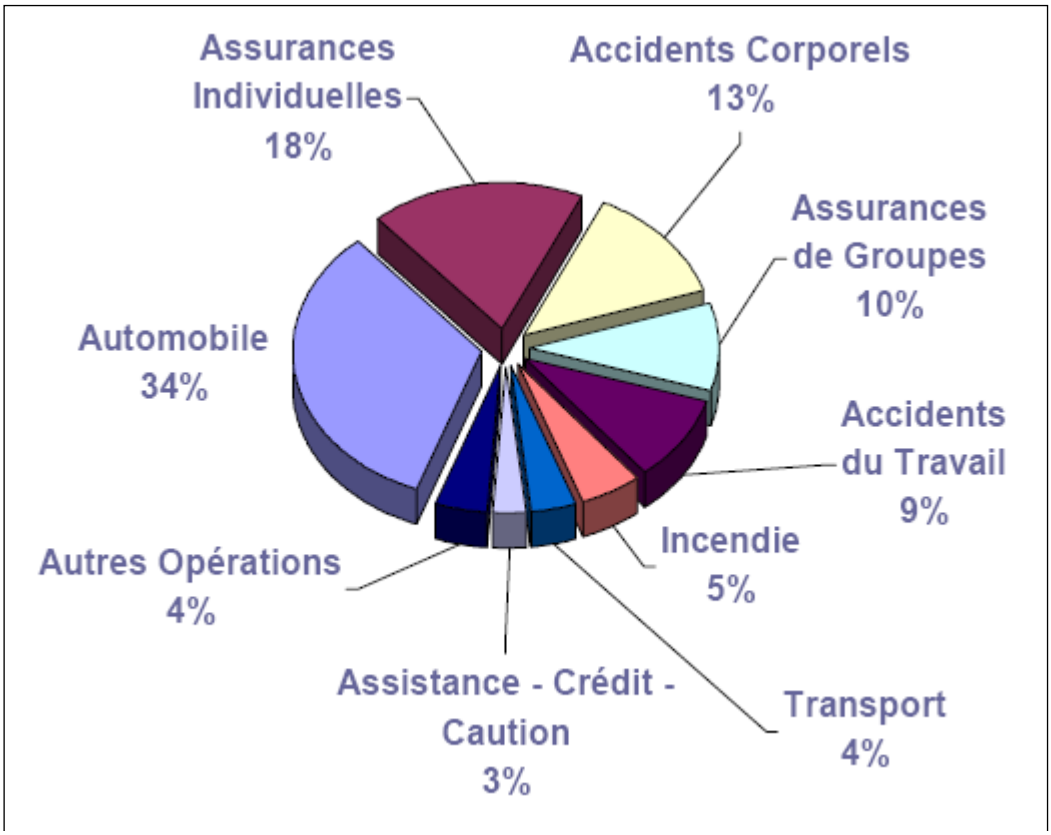
Tableau 2 : Structure du chiffre d'affaire (en millions de DH)

	chiffre d'affaires	contribution
Auto	4886,6	33,20%
Assurances individuelles	2669,5	18,10%
Accidents corporels	1931,6	13,10%
Assurances de groupes	1453	9,90%
Accidents du travail	1383,9	9,40%
Incendie	770,2	5,20%
Transport	588,5	4,00%
Assistance-crédit-caution	416,8	2,80%
Responsabilité civile générale	280,2	1,90%
Assurances des risques techniques	211,8	1,40%
Autres opérations vie et non vie	112,1	0,80%
Acceptations vie et non vie	32,6	0,20%

Source de données : Rapport annuel de la DAPS de l'année 2006

Ce tableau pourrait être revu dans le graphique qui suit :

Figure 2 : Répartition des primes émises par branches et catégories d'assurances



Source de données : Rapport annuel de la DAPS, 2006

On s'aperçoit donc, que 84% des émissions sont représentées par les catégories d'assurances auto, accidents du travail et assurances de personnes (accidents corporels - assurances vie et capitalisation).

Tandis que les primes cédées en réassurance en 2005 se sont élevées à 2101,19 millions de dirhams, soit 15,97% de l'ensemble des émissions. Elles sont réparties entre les opérations d'assurances vie et capitalisation avec 434 millions de dirhams (ou 20,66%) et les opérations d'assurances non vie pour 1667,09 millions de dirhams (ou 79,34 %).

Les prestations payées en 2005 ont atteint 8505,42 millions de dirhams contre 8028,80 millions en 2004, soit une progression de 5.94 %.

Tableau 3 : Les prestations payées entre 2004 et 2005 (En millions de DH)

Prestations et frais	2004	2005
Vie	3 885,19	4 430,77
Non vie	6 991,17	7 178,60
Ensemble	10 876,36	11 609,38

Prestations payées	2 004	2 005
Vie	2 464,10	2 807,89
Non vie	5 564,80	5 697,54
Ensemble	8 028,89	8 505,42

Source de données : Rapport annuel de la DAPS, 2005

La part des réassureurs dans les prestations payées s'est établie à 1621,20 millions de dirhams, soit 19,06% de l'ensemble des prestations payées.

Concernant les provisions techniques brutes des entreprises d'assurances, elles se sont établies à fin 2005 à 63281,49 millions de dirhams contre 59720,66 millions l'année précédente, soit une progression de 5,96% (voir le tableau ci-dessous).

Tableau 4 : Provisions techniques des années 2004 et 2005 (En millions de DH)

Provisions techniques	2004	2005	var %
Provisions mathématiques	27 842,98	27 841,67	0
Provisions pour sinistres à payer	28 694,06	29 821,13	3,93
Provisions pour primes non acquises	1 795,58	1 894,16	5,49
Autres provisions techniques	1 388,04	3 724,54	168,33
Total	59 720,66	63 281,49	5,96

Source de données : Rapport annuel de la DAPS, 2005

Au niveau des résultats, il y a lieu de signaler que les opérations d'assurances ont enregistré un excédent technique brut de réassurance de 4333,67_millions de dirhams en 2005 contre 2255,36 millions en 2004.

Le tableau suivant nous donne la composition du résultat de l'exercice :

Tableau 5 : La composition du résultat de l'exercice 2005 (En million de DH)

RESULTATS	vie	non vie	total
Résultat technique brut de cessions hors produits financiers nets	-1 654,11	-29,71	-1 683,82
Résultat technique brut de cessions	58,85	4 274,82	4 333,67
Résultat technique (cession)	-171,51	791,17	619,66
Résultat technique net de cessions hors produits financiers nets	-1 482,59	-820,89	-2 303,48
Résultat technique net de cessions	230,36	3 483,65	3 714,01

Source de données : Rapport annuel de la DAPS, 2005

Le résultat net de l'exercice 2005 dégage un bénéfice de 3204,49 millions de dirhams contre 1574,25 millions de dirhams en 2004.

A noter que le secteur de l'assurance Marocaine est engagé dans un vaste mouvement de concentration :

En effet quatre compagnies réalisent 60% de l'activité du secteur : A fin 2005, les quatre premières compagnies du secteur réalisent plus de 60% du chiffre d'affaires total. Ces quatre compagnies sont aussi les seules à passer la barre des 100 millions d'euros en termes de chiffre d'affaires. Il s'agit de :

1. RMA-Watanya, à la tête du secteur, avec 22,6% de part du marché ;
2. AXA Assurance Maroc, la filiale locale à 51% du groupe AXA, avec 17,2% du marché ;
3. Wafa Assurance, la compagnie du groupe ONA avec 12,7% de part de marché ;
4. CNIA avec 9% du marché.

En 2005/2006 le secteur poursuit sa restructuration capitalistique :

1. La fusion des deux compagnies d'assurances du groupe Finance.com donne à RMA-Watanya la première place du secteur.
2. Le groupe bahreïni ARIG a cédé la CNIA, 3ème compagnie du secteur, au groupe marocain Saham. Pour son propre compte, la CNIA a racheté en octobre 2006 la campagnie Es-Saada ce qui permet au groupe Saham de contrôler 16% du marché.

3. La Caisse de Dépôts et de Gestion (CDG, l'équivalent institutionnel de la CDC française) est devenue en 2005 actionnaire à hauteur de 40% dans chacune des compagnies d'assurances du groupe local Holmarcom : Il s'agit des compagnies Atlanta et Sanad qui réalisent 12,40% du marché en 2005.

4. Le groupe mutualiste MAMDA/MCMA (4,70% de part de marché) envisage une fusion à l'horizon 2007.

   Les deux compagnies majoritairement françaises réalisent 22% du marché :

1) AXA Assurance Maroc réalise en 2005 un peu plus de 17% du marché marocain de l'assurance.

2) Rachetée par le groupe Société Générale en 2001, la Marocaine-Vie détient 4,6% du marché. Cette compagnie est spécialisée dans l'assurance vie.

3) Par ailleurs, le groupe Crédit mutuel-CIC participe depuis le début de l'année 2006 à hauteur de 15% dans le capital de RMA-Watanya. Le tableau suivant nous donne le classement des compagnies d'assurance au Maroc en 2005 selon la part de marché :

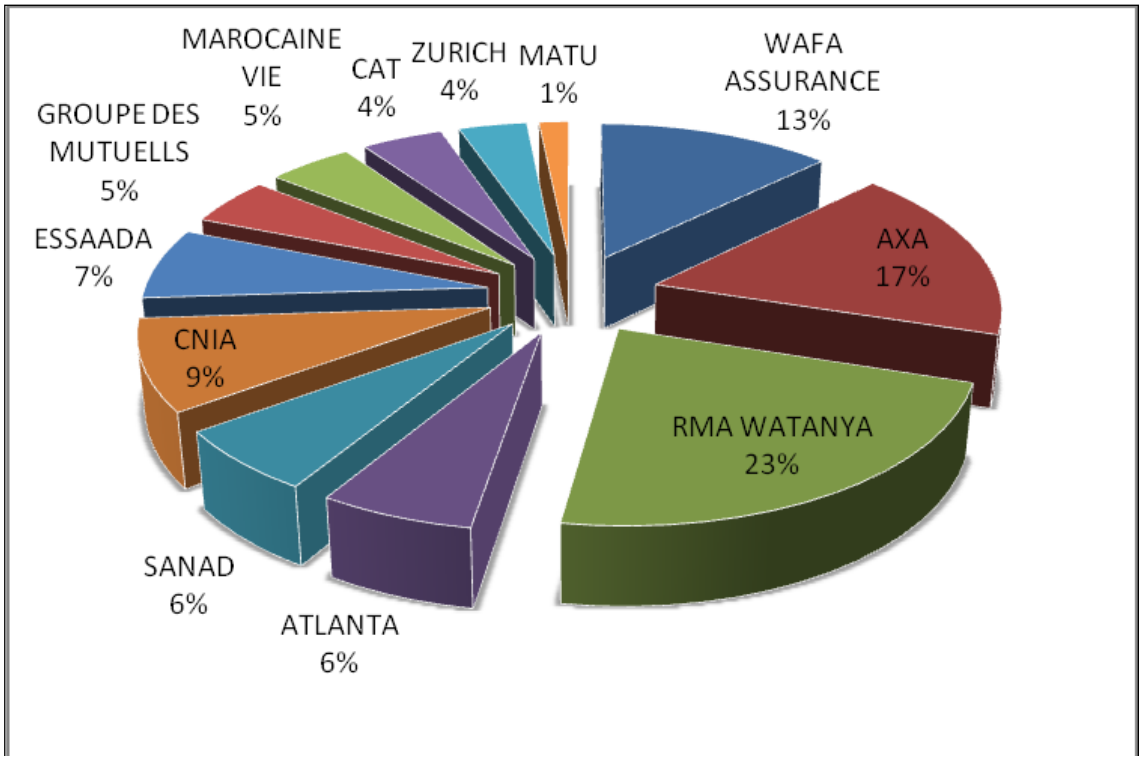
Tableau 6 : Classement 2005 selon la part de marché

Compagnies d'assurances et mutuelles	Part de marché (%)
RMA WATANYA	22,6
AXA ASSURANCE MAROC	17,2
WAFA ASSURANCE	12,7
ATLANTA	6,2
SANAD	6,2
CNIA	9
ESSAADA	7
MCMA	2,4
MAMDA	2,3
MAROCAINE VIE	4,6
CAT	4,4
ZURICH	3,7
MATU	1,6
TOTAL	100

Source de données : Rapport annuel de la DAPS, 2005

Et en reproduisant le tableau sous forme de graphique on obtient le graphique suivant :

Figure 3 : Classement 2005 selon la part de marché



Source de données : Rapport annuel de la DAPS de l'année 2006

II.2. Le marché Marocain de la réassurance :

Rappelons que la réassurance Marocaine est représentée par le réassureur Marocain la SCR à qui les compagnies d'assurances marocaines sont tenues de verser 10% de leurs primes. Cette obligation sera progressivement éliminée d'ici 2010. Les cessions légales ne sont plus appliquées à plusieurs branches dont notamment l'assurance-vie. La SCR pourrait remplacer la suppression des cessions légales par l'accroissement des primes volontaires et l'instauration en 2007 de la réassurance relative aux catastrophes naturelles. La SCR se développe aussi à l'international. Mais les primes émanant de l'étranger ne devraient pas excéder 20% de son chiffre d'affaires à moyen terme. EN 2007, les primes émises par la SCR devraient atteindre 1,26 milliard de DH en hausse de 7%, et Les primes non obligatoires devraient représenter 48% des ressources d'ici fin 2007. En 2006, la SCR a réalisé un bénéfice avant impôts de 270 millions de DH, en hausse de 30% par rapport à 2005. La rentabilité de ses capitaux s'établit à 15% grâce entre autres au bon rendement de ses investissements. Le réassureur a également profité des résultats satisfaisants des compagnies d'assurance qui ont boosté le rendement des cessions légales. Au terme de 2007 cette année, on table sur une progression de 30% du résultat avant impôts qui devrait atteindre 330 millions de DH. Toutefois, la baisse tendancielle de la part des primes obligatoires dans les ressources accroît le niveau de risque de la compagnie. Par ailleurs, la SCR a distribué 85% de son résultat net à son actionnaire de référence, le

groupe CDG et l'Etat. Ce dividende excessif restreint sa capacité à renforcer sa capitalisation, Néanmoins, les actionnaires de la SCR soutiennent la réalisation de son Business Plan. Preuve en est, l'injection de 700 millions de DH dans le capital de la SCR en 2005.

II.3. Présentation de RMA WATANYA :

II.3.1. Historique :

Le 08 Décembre 2004, deux compagnies d'assurances ; la Royale Marocaine d'Assurances et Al Wataniya ont donné naissance à RMA Watanya. Capitalisant ainsi deux expériences exclusives en la matière, elles créent le plus grand assureur au Maroc. Cette fusion s'inscrit dans la politique de concentration et de rapprochement que connait le secteur dans l'objectif d'avoir une structure solide et concurrente.

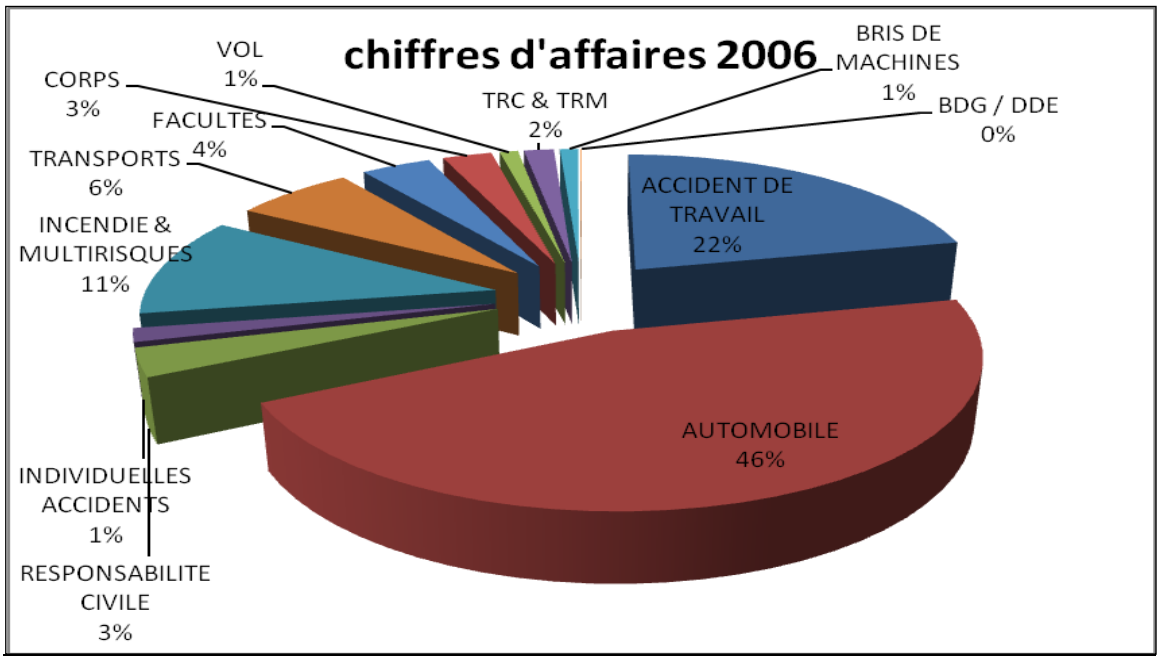
La Royale Marocaine d'Assurance est la première compagnie d'assurances marocaine .Créée en 1949 par un groupe d'investisseurs marocains, elle a usé d'expertise et de professionnalisme pour devenir l'une des plus importantes compagnies d'assurances de la place. En 1995, la compagnie a participé à la privatisation de la banque marocaine de commerce extérieur devenue BMCE Bank. Trois ans plus tard, le groupe RMA BMCE accompagné de Commerzbank et UBP procède au rachat des parts du groupe français le GAN d'Al Wataniya et l'Alliance Africaine d'Assurance. De cette opération résulte un rapprochement des deux entités, qui n'a pris effet que le premier janvier 2001. Le 31 Mars 2003 le président directeur général de la RMA annonce le projet de la fusion de RMA et Al Wataniya. Celle ci n'a été effective que le premier janvier 2005.

Héritière de deux histoires, et de deux équipes innovatrices qui maîtrisent le secteur, et qui placent le client au centre de leur préoccupation, RMA WATANYA occupe aujourd'hui la première place dans le secteur marocain des assurances, réalisant un chiffre d'affaire qui avoisine les trois milliards de DH en 2005, soit un taux de croissance de 13 % par rapport à l'année 2004. Ceci équivaut à une part de marché de 23%.

II.3.2. Description de la branche automobile :

La RMA Watanya opère à la fois dans les branches vie et non vie. L'assurance dommages occupe la part la plus importante du portefeuille. En *2005*, les primes émises se répartissent comme suit :

Figure4 : Répartition du portefeuille dans les différentes branches



Source : Fédération Marocaine des sociétés d'assurance et de réassurance

Avec le projet de libéralisation du tarif RC automobile, la compagnie se fixe comme objectif d'augmenter sa part de marché de 16% à 20% environ pour la branche automobile, qui est prépondérante dans son portefeuille. Dans cette optique, elle prévoit une amélioration du produit **Hifad** , qui indemnise les sinistres matériels de moins de *20 000* Dirhams en vingt quatre heures et l'amélioration de de ce même produit en nouveau produit **Hifad Morbih** plus développé permettant des baisse tarifaires au profit de son mari ou sa femme, son enfant, son ami….

Aussi le déploiement d'une plate forme informatique plus performante, la mise en place d'une application facilitant la gestion des sinistres par les agents, et un grand investissement en communication sont programmés.

1) Les catégories de véhicules assurés

Plusieurs catégories constituent La branche automobile, dont chacune bénéficie de conditions générales et particulières. Les véhicules sont classés dans une catégorie en fonction de l'usage qui en est fait. Ainsi à RMA Watanya cinq catégories de véhicules peuvent être assurées :

- Catégorie tourisme : elle englobe les véhicules d'agrément, qui sont des véhicules touristiques non utilisés à des fins commerciales ;
- Catégorie C1 : On y retrouve les véhicules commerciaux de moins de 3,5 tonnes ;

- Catégorie C2 : Elle concerne les véhicules commerciaux de plus de 3,5 tonnes comme les camions ;
- Catégorie cyclomoteurs : Regroupe les véhicules à deux roues, et les tricycles ;
- Catégorie divers : les véhicules rangés dans cette catégorie sont ceux ayant des usages différents de ceux précités. Ce sont des véhicules spéciaux comme les autos écoles, les ambulances, les pompiers, les engins de chantier, les moissonneuses batteuses, les véhicules transportant des produits inflammables, …etc. Ces véhicules présentent souvent des risques élevés, et bénéficient parfois de traitements spéciaux en matière de tarification.

2) <u>Les garanties</u> :

Le contrat d'assurance comprend deux types de garanties : la responsabilité civile qui est obligatoire, et les garanties annexes qui sont facultatives.

D'après l'arrêté N° 070-65du sous secrétaire d'État aux finances, la compagnie garantit la responsabilité civile incombant à l'assuré en raison des dommages corporels et matériels causés aux tiers par le véhicule indiqué sur l'attestation d'assurance et dont les caractéristiques sont mentionnés aux conditions particulières.

Parmi les garanties annexes, on trouve la garantie protection juridique de l'assuré, l'offre du service d'assistance au véhicule et aux passagers, et les garanties dommages aux véhicules assurés telles que la garantie tierce accident, la garantie dommages collisions, la garantie vol du véhicule, la garantie bris de glaces, et les garanties contractuelles du conducteur et des personnes transportées à titre gratuit.

<u>II.3.3 Description de la branche accident de travail (AT) :</u>

Le champ d'application du tarif "Accidents de travail" est applicable à toutes les professions sans exception. Il inclut notamment les risques suivants :

<u>Risques de trajet, de transport et de conduite :</u>

La garantie AT couvrent les accidents du travail pouvant survenir au personnel assuré lorsqu'il est transporté par tous moyens terrestres de locomotion, ou lorsqu'il conduit des véhicules automobiles.

<u>Risque aérien</u>

La garantie des accidents du travail pouvant survenir au personnel assuré sur les aéronefs des lignes commerciales régulières est également comprise dans le taux du tarif actuel.

La branche pré-indiquée est marquée actuellement par l'adoption de la nouvelle loi AT 06-03, en effet cette nouvelle loi modifie et complète la Dahir du 06/021963, relatif à la

réparation en Accidents du travail, publiée au bulletin officiel du 19 Juin 2003 et entre en vigueur à partir de cette date.

Les nouvelles dispositions de souscription adoptées en matière d'assurances accidents du travail, suite à l'entrée en vigueur de loi n°06-03, notamment des documents exigibles et des délais à respecter par les employeurs, et ce, à fin de permettre à la compagnie d'assurer un meilleur suivi des salariés bénéficiaires de la couverture accident du travail.

II.3. 4 Stratégies, et perspectives de développement de RMA WATANYA

Avec un personnel hautement qualifié, la compagnie, se dote d'importants atouts, pour séduire sa clientèle, et augmenter sa part de marché. Un accent substantiel est mis sur la communication, par des campagnes publicitaires pour faire connaître les produits. D'importantes perspectives sont mises sur pieds chaque année. Il s'agit par exemple pour l'année 2006, du développement de nouveaux produits, de la mise en place des outils marketings en vue d'une meilleure connaissance du marché, l'extension de l'activité Bancassurance, des systèmes d'information, et une stratégie de développement à l'international.

Pour illustrer, la campagne sur la carte de fidélité, et le relifting de la garantie dommage collision par l'assurance Hifad sont entre autres, des moyens utilisés par la compagnie, pour atteindre ses objectifs.

RMA WATANYA, comme toutes les compagnies d'assurance, à son tour, n'échappe pas à l'obligation de maintenir ses engagements dans les limites de ses moyens.

Pour suivre le rythme de la croissance économique et se protéger contre les risques éventuels, qui pourraient résulter de la différence entre les tarifs appliqués et les prévisions théoriques basées sur la loi des grands nombres, une compagnie d'assurance est obligée de recourir à un autre assureur pour se débarrasser d'une partie de ses risques.

C'est ainsi, qu'est apparue, comme nécessité économique, cette assurance des assureurs : LA REASSURANCE.

Chapitre 2 : Analyse qualitative des traités de réassurance durant la période 2000 -2007 :

Afin d'augmenter sa marge de solvabilité et sa capacité de souscription, la Compagnie RMA WATANYA a opté pour un programme de réassurance basé sur un excédent de sinistre par risque et par événement.

Le champ d'application de ce programme s'étend à tous les risques automobile, accident du travail, responsabilité civile diverse et risques divers comportant les risques suivants : Vols, Dégâts des Eaux et Bris glaces et individuel accident.

Pour cerner les caractéristiques des différentes clauses du traité, nous allons présenter une série de Figures, décrivant leur évolution sur la période 2000-2007.

I. La priorité par risque et l'engagement du réassureur :

Le réassureur n'intervient que pour les sinistres qui dépassent un certain montant appeler **priorité ou franchise** ; il prend alors à sa charge la partie du sinistre excédant ce premier risque avac une limite qu'il ne peut pas dépassé. La différence entre la limite et la priorité constitue ce qu'on appelle **la Portée**.

Le programme de réassurance de la Compagnie comporte deux tranches pour les risques objet d'études :

- 1ère tranche : De la priorité :2 millions de Dh jusqu'à 7 millions de Dh.
- 2ème tranche : De 7 M Dh à 600 M Dh pour la branche Auto
  De 7 M Dh à 200 M Dh pour les autres branches

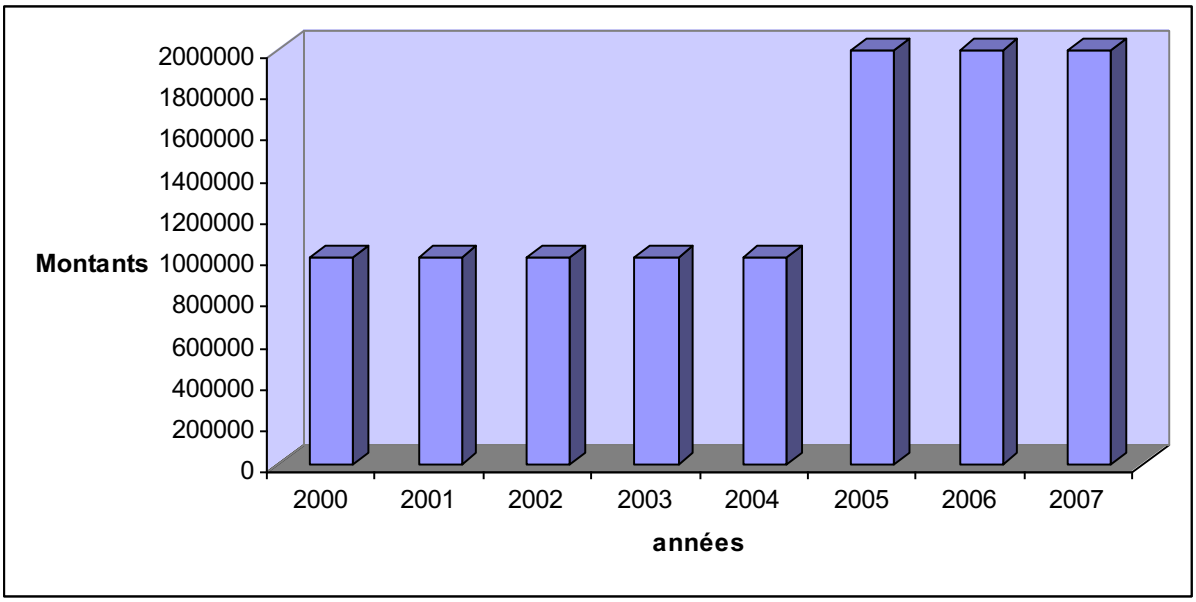
Le Figure et le tableau suivants nous informent sur l'évolution de cette priorité durant la période d'étude.

Tableau7 : Evolution de la priorité et de la portée des deux tranches de 2000 à 2007

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Priorité de la tranche1	1 000 000	1 000 000	1 000 000	1 000 000	1 000 000	2 000 000	2 000 000	2 000 000
Portée tranche 1	5 000 000	4 000 000	4 000 000	3 000 000	4 000 000	5 000 000	5 000 000	5 000 000
Priorité Tranche2	6 000 000	5 000 000	5 000 000	4 000 000	5 000 000	7 000 000	7 000 000	7 000 000

(Elaboration par nos soins)

Figure5 : Evolution de la priorité sur la période 2000-2007.



La priorité de la cédante a connu deux changements durant la période retenue. En effet, elle était de l'ordre de 1 000 000 dirhams en 2000-2004, et de 2 000 000 dirhams en 2004-2007 à l'exception des risques individuels accidents et risques divers dont la priorité est restée fixe à 1 000 000 Dh .

La Figure suivante représente l'évolution de la portée de la première tranche du traité sur la période retenue :

Figure 6 : Evolution de la portée du traité (Période 2000-2007)

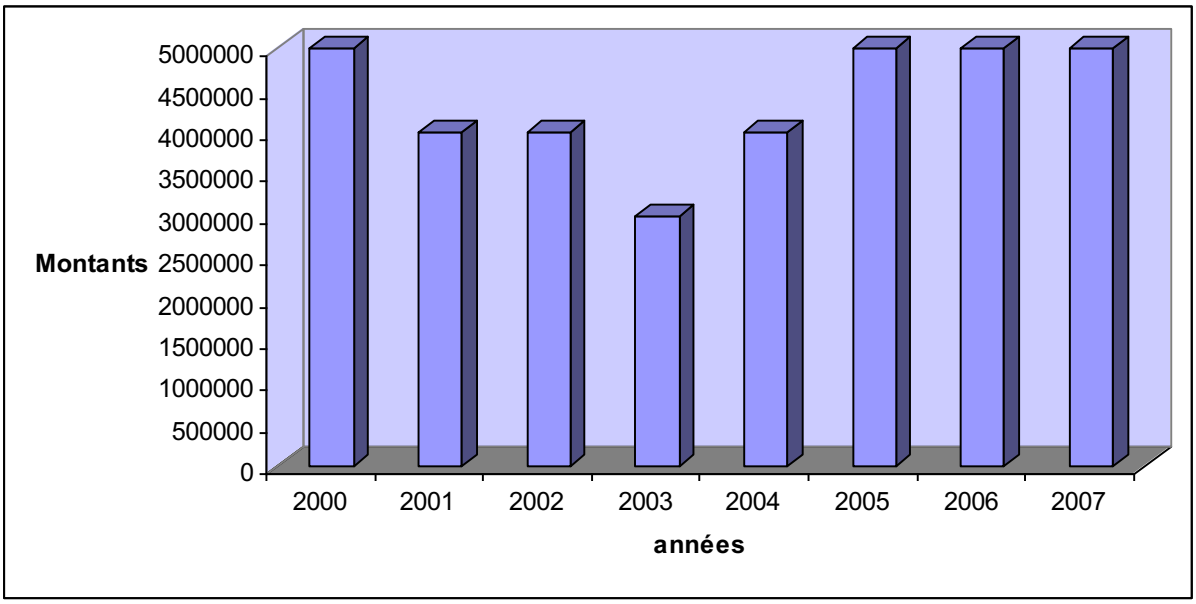
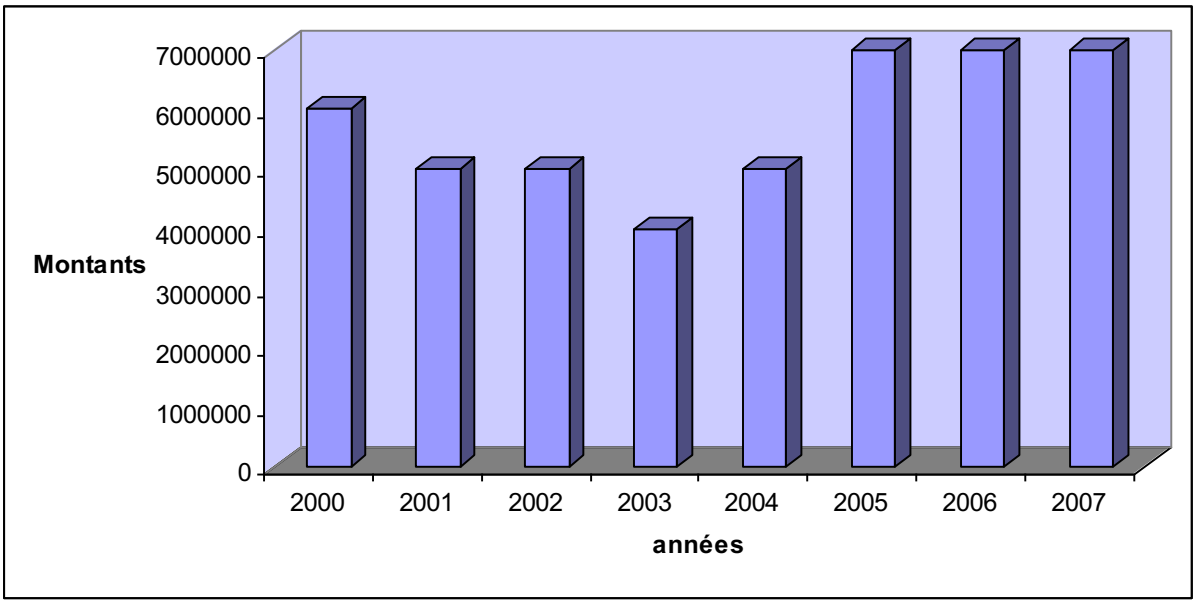


Figure 7 : Evolution de la priorité de la 2ème tranche sur la période 2000-2007

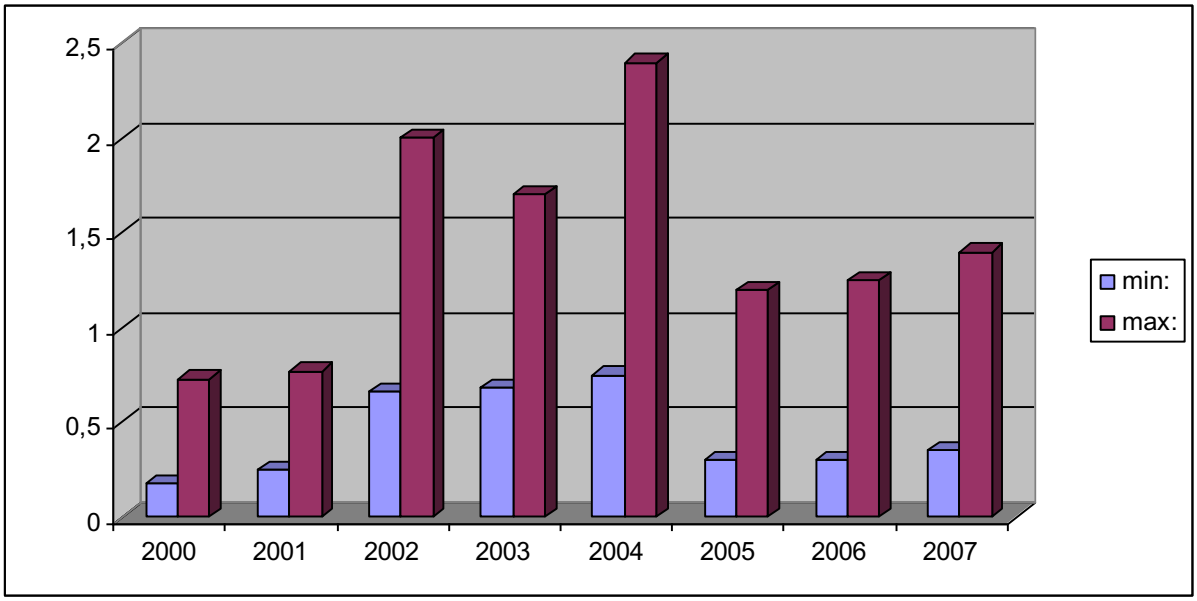


La priorité de la cédante concernant la 2ème tranche, a connu des changements durant la période retenue. En effet, elle était de l'ordre de 6 000 000 dirhams en 2000, de 5 000 000 dirhams en 2000-2001, de 4 000 000 Dh en 2003, puis a été de 5 000 000 Dh en 2004 et s'est stabilisée à 7 000 000 Dh à partir de 2005.

II Le taux de prime perçu par le réassureur :

Le Figure qui suit donne l'évolution du taux de prime perçu par le réassureur, durant la période d'étude.

Figure 8 : Evolution du taux de prime variable du traité en 2000-2007.

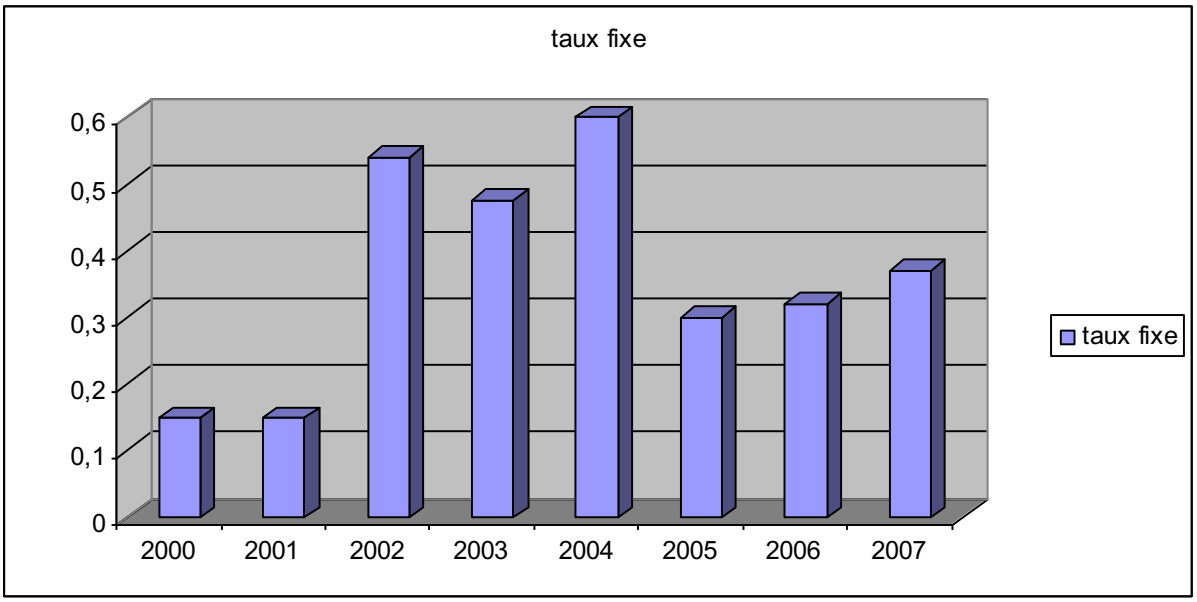


D'après le graphique précédent, nous pouvons dire que l'évolution du taux de prime variable perçu par le réassureur a connu plusieurs changements le plus remarquable est celui qu'a connu l'année 2004 où le taux a connu . L'année 2005 qui a connu la fusion, le taux a chuté de moitié (xx% comme minimum et xx% comme maximum) .Ce qui est normal puisque la priorité s'est doublée, donc on cède moins .De 2005 à 2007 les taux ont augmenté de 20 % et sont actuellement de X % comme minimum etX % maximum .

.

Le Figure qui suit donne l'évolution du taux de prime fixe perçu par le réassureur, durant la période d'étude.

Figure 9: Evolution du taux de prime de la 2ème tranche

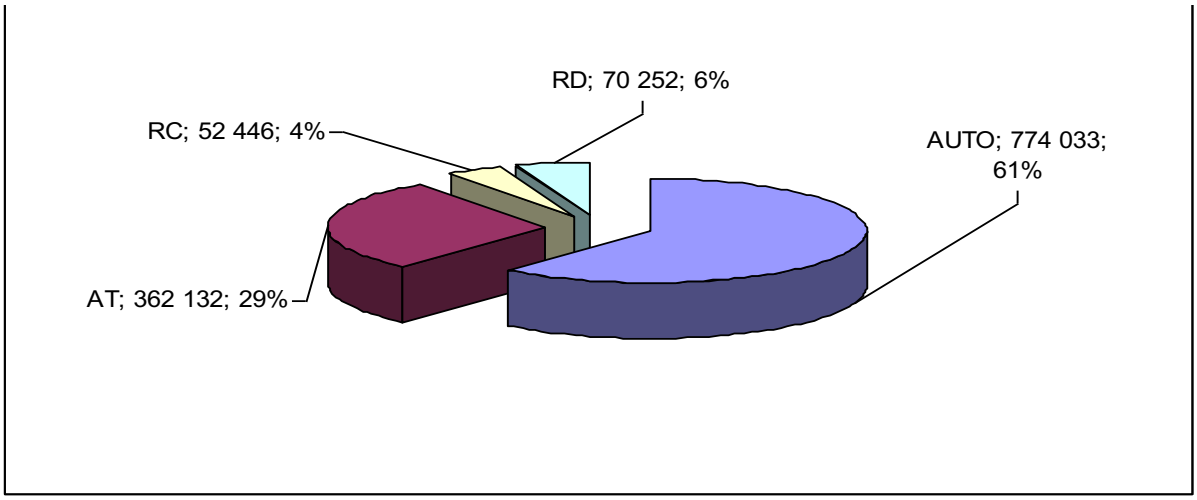


Les mêmes tendances que celles déjà mentionnées en commentaire du Figure de l'évolution du taux variable peuvent être reproduites, le taux fixe a progressé légèrement de 2005 à 2007 et a passé de x % à x %.

III. Chiffres d'affaires par branches :

Le graphique ci-dessous montre bien l'importance de la branche Auto avec un chiffre d'affaire de 774 033 000 Dh brut de cession légale et qui représente 61 % du portefeuille étudié. L'AT en deuxième lieu en terme de chiffre d'affaire représentant ainsi 29 % du portefeuille avec 362 132 000 Dh .A noter que les deux autres branches restantes ne représentent que 10 % de l'ensemble des chiffres d'affaires.

Figure 10 : Chiffre d'affaire en millier de Dh des 4 branches étudiés



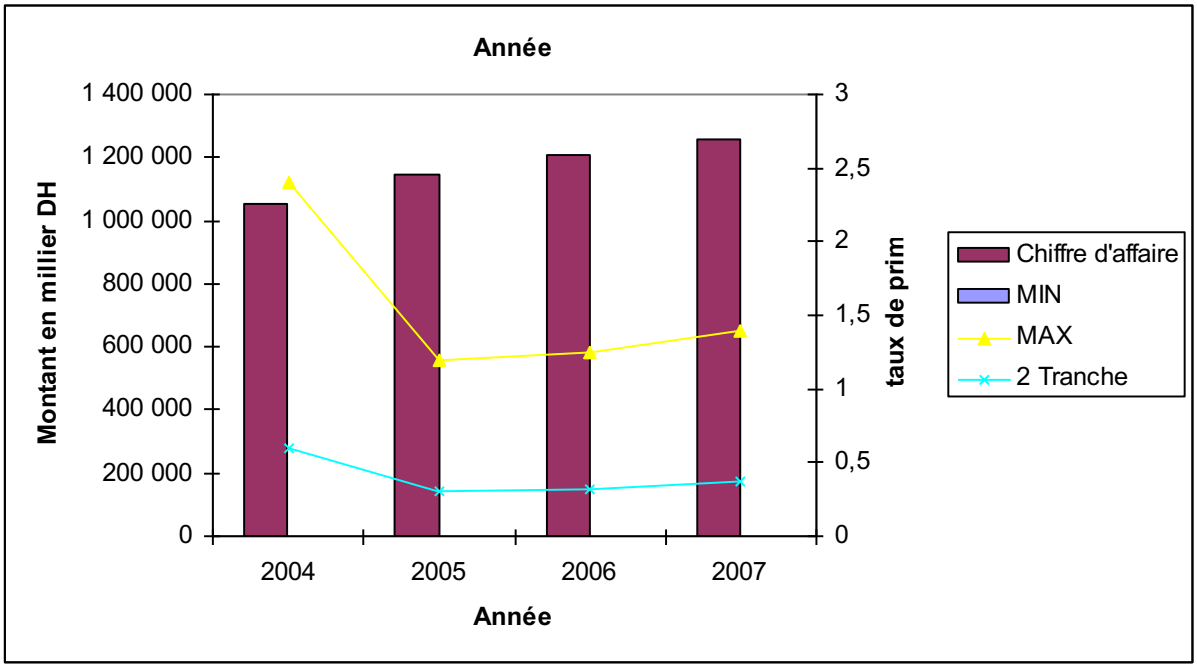
III.1 Evolution du chiffre d'affaire et des taux de prime :

Tableau 8 : Chiffre d'affaire et taux de primes de 2004 à 2007

	2004	2005	2006	2007
Chiffre d'affaire (en 1000 Dh)	1 055 830	1 148 924	1 210 059	1 258 863
Taux Min	x	x	x	X
Taux Max	x	x	x	X
2 Tranche	X	x	x	x

.

Figure 11 : Chiffre d'affaire et taux de primes de 2004 à 2007



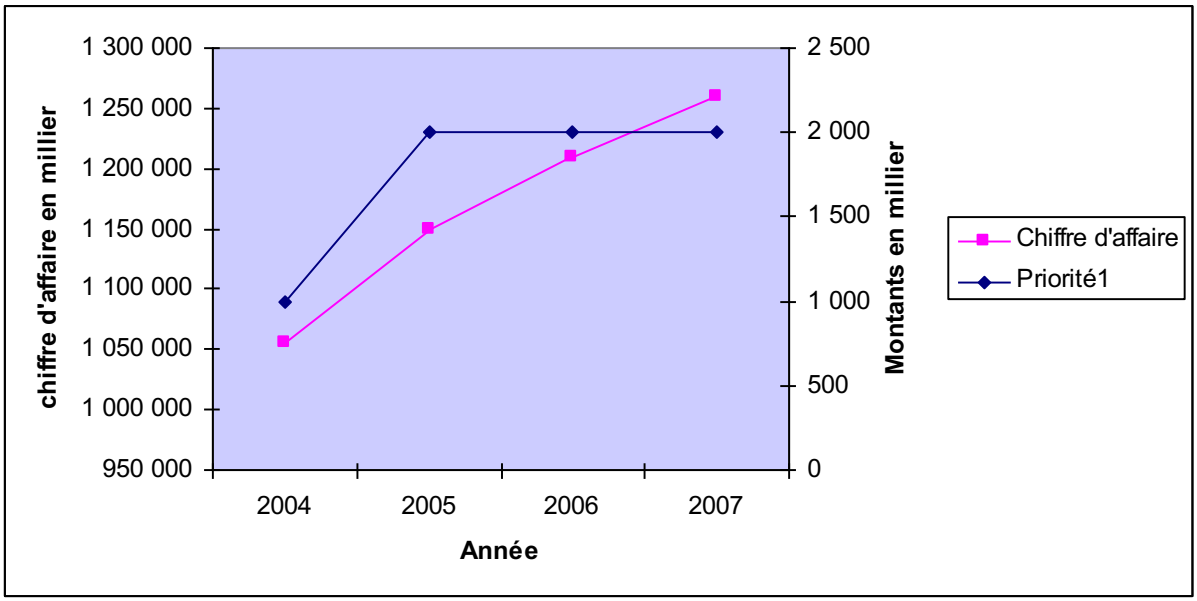
Du tableau et du graphique mentionnés ci-dessus on peut dire que le chiffre d'affaire augmente d'une année à l'autre sauf pour l'année 2004 où il a chuté (année juste avant la fusion) .Donc la fusion de RMA et EL WATANIYA a augmenté le volume du portefeuille, d'où le taux de prime a connu cette chute.

III.2 Evolution du chiffre d'affaire et des Priorités

Tableau 9 : Chiffre d'affaire et priorités des deux tranches de 2004 à 2007.

Montants en millier Dh	2004	2005	2006	2007
Chiffre d'affaire	1 055 830	1 148 924	1 210 059	1 258 863
Priorité1	1 000	2 000	2 000	**2 000**
priorité2	5 000	7 000	7 000	**7 000**

Figure 12: Chiffre d'affaire et priorité de la 1ère tranche (2004-2007)



.

Du tableau et du graphique, chiffre d'affaire et priorités, on peut dire qu'il y a un seul changement des priorités en 2004. C'est l'effet de la fusion des deux compagnies constituant la RMA WATANYA. Depuis la fusion, le chiffre d'affaire n'a pas beaucoup changé mais on a un portefeuille élargi.

Interprétation :

L'élargissement du portefeuille après la fusion, fait plus jouer la loi des grands nombres et implique une plus grande mutualisation des risques : la compagnie gère mieux ses risques, elle cédera moins de primes et par la suite il y a augmentation de la priorité de 1 million à 2 millions.

Conclusion :

D'après tous ces éléments, nous pouvons conclure que la compagnie RMA WATANYA a bien conservé sa politique de cession en réassurance durant les dernières années, en effet elle a conservé les priorités de la première et la deuxième tranche durant les années 2005/2006/2007 et par conséquent conservé la portée , chose qui signifie qu'elle est satisfaite de la portée appliquée durant ces trois dernières années puisqu'elle a réalisé d'importants bénéfices.

Cependant, les priorités appliquées sont-elles bénéfiques pour la compagnie ? Autrement dit, est ce que la compagnie ne peut pas générer plus de bénéfices tout en gardant une sécurité financière suffisante, en changeant les ordres de grandeurs de ces quantités ? Voir même est ce que le traité de réassurance appliqué est d'abord bien tarifé, est ce que les priorités appliquées sont optimales ? La réponse à ces questions sera traitée dans les chapitres ultérieurs. Pour la tarification on utilise trois méthodes : méthode probabiliste, le Burning Cost et simulations. Tandis que l'optimisation répondra à la priorité et les taux de primes optimums.

Chapitre 3 : Tarification

Ce chapitre vise la détermination du taux de prime pour les branches Automobile, Accident du Travail, Responsabilité civile et Risques Divers

La prime de réassurance est déterminée à partir de la **sinistralité passée** de l'assureur. Compte tenu du faible nombre de sinistres touchant les tranches de réassurance, la statistique " sinistres " couvre plusieurs exercices de *l'année 1996* à 2006.

Pendant cette grande période d'observation des sinistres, l'ensemble des paramètres entrant en ligne de compte dans la cotation a forcément évolué : augmentation des pleins de souscription, de la cible et de la politique commerciale, la politique d'assainissement des risques, évolution de la prime d'assurance, la jurisprudence...

Pour tenir compte de l'ensemble de ces évolutions, les données doivent être actualis***ées*** (primes, coûts des sinistres).

Pour les besoins de l'étude, un taux d'inflation de 3**%** a été retenu pour tous les exercices passés. Ce taux représente l'évolution moyenne des salaires et on remarque que les sinistres évoluent de la même manière que les salaires.

Les méthodes envisagés pour la tarification sont : la méthode de « Burning Cost », la Tarification par simulation et la méthode probabiliste.

Avant de déterminer les taux de primes par différentes méthodes, il est fort nécessaire de procéder à une description et fiabilisation des données utilisées d'une part et à l'adéquation des lois utilisées pour les mêmes fins d'autre part.

I - Description des données informatiques utilisées

Pour chaque Branche : Auto, AT, RC et RD on a traité deux fichiers bruts de données. Le premier contient les données relatives à la production de la branche. Le deuxième contient celles relatives à la sinistralité.

La tarification du traité de réassurance nécessite une base de données fiable et complète. Des tests de fiabilisation et de correction de cette base ont été donc effectués

I-1-***Description de la base de données***

Le fichier « sinistre » est composé, d'une vingtaine de variables, dont la liste exhaustive est la suivante :

Fichier sinistre :

- Direction : nous donne la source de l'affaire (courtage ou réseau exclusif) ;
- Apporteur : donne le code de l'apporteur de la police ;
- Année de survenance : donne l'année de survenance de sinistre ;

- N°sinistre : indique le numéro de sinistre ;
- Date de survenance de sinistre ;
- Date d'ouverture du sinistre ;
- N° police ;
- Type de sinistre (RC, Défense Et Recours, Incendie, Vol, Bris De Glaces, Tierce, PCA);
- Paiement de l'année 1996;
- Réserve de l'année 96 au 31/12 ;
- Recours de l'année 96 ;
- Paiement de l'année 97 ;
- Réserve de l'année 97 au 31/12 ;
- Recours de l'année 97 ;
- …
- Paiement de l'année 2006 ;
- Réserve de l'année 2006 au 15/10 ;
- Recours de l'année 2006 ;
- Bouclé oui ou non:Nous donne l'état du dossier bouclé : O ou N ;
- Date de bouclage : nous donne la date du bouclage du dossier s'il y a effectivement bouclage.

Remarque :

Pour les deux fichiers « production » et « sinistre » nous possédons des fichiers séparés l'un pour l'EX RMA et l'autre pour la EX AL WATANIA et ce pour les années de 1996 jusqu'en 2004 .Pour le calcul de la sinistralité et la prime annuelle au cours de cette période nous avons procédé à la sommation des données concernant chacune des compagnies avant leurs fusions. Et c'est à partir de 2005 qu'on a les données agrégées.

I- 2 - Tests réalisés :

Nous avons comparé les valeurs des grands sinistres fournies par le département de réassurance avec celles figurant dans notre fichier.

I-3- Anomalies détectés :

Dans le fichier sinistre (grands sinistres) fourni par le département de réassurance nous avons trouvé des sinistres dont l'historique est absent ce qui nous a fait une confusion dans la détection des tardifs (IBNR : des sinistres qui seront probablement déclarés tardivement (en *anglais, Incurred But Not Reported*)).

Après consultation du fichier sinistre fourni par le département informatique, nous avons pu savoir que se sont des sinistres de l'Alliance où il y' avait manque d'information uniquement et il ne s'agissait pas de tardifs.

II - Adéquation des modèles statistiques utilisés pour la méthode de tarification par simulation :

Afin d'appliquer la méthode de tarification par simulation, il est nécessaire de tester tout modèle utilisé pour la génération des variables :

- Charge des grands sinistres
- Fréquence des grands sinistres
- Loss ratio des petits sinistres

Les tests des modèles statistiques sont faites pour chaque branche étudiée.

Pour plus d'information sur les lois usuelles utilisées vous pouvez consulter l'annexe 3.

II- 1 - Branche Automobile :

II . 1 . 1 Modélisation du coût des grands sinistres

Puisque les grands sinistres sont aux nombres limités, nous avons travaillé avec les données depuis l'année 1996 jusqu'en 2006.

Sur la base du fichier sinistre nous avons actualisé leur montants et nous n'avons retenu que les sinistres dépassant 1 000 000 Dh (Net de cession légale) .

Les observations retenues sont au nombre de 43 dont 3 sont des tardifs (IBNR) Pour les besoins de l'étude, un taux d'inflation de 3**%** a été retenu pour tous les exercices passés.

A l'aide de SPSS nous avons pu tracer les Q-Q plot des charges de sinistres pour différentes lois dont les diagrammes sont représentés ci-dessous :

. **Figure 13 : Le Q-Q plot Pareto de la variable : Charge des grands sinistres**

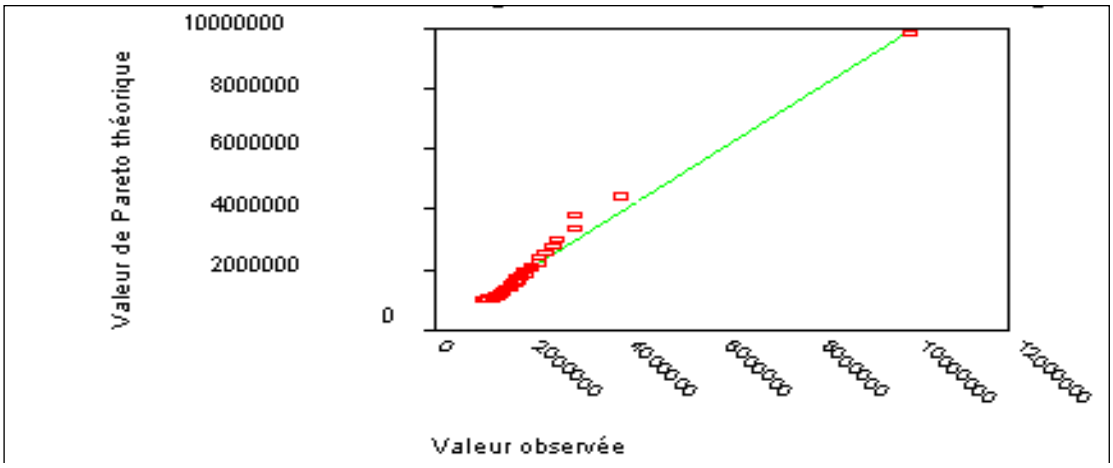
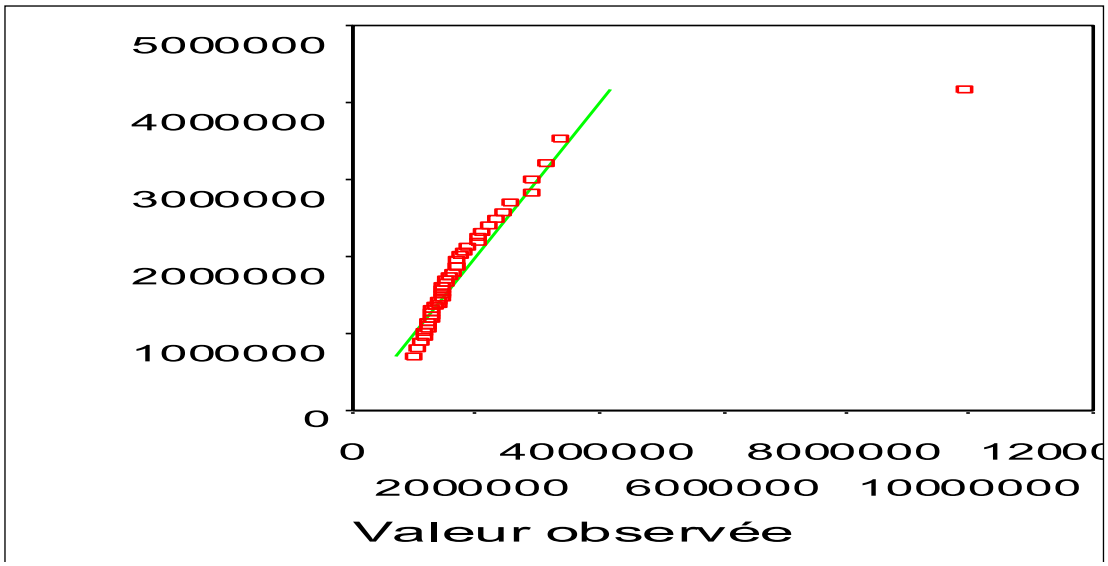


Figure 14 : Le Q-Q plot Log Normal de la variable : Charge des grands sinistres



Donc la charge des grands sinistres suit la loi de Pareto et ceci va être prouvé, par la suite, à l'intermédiaire du test Khi-Deux.

Par ailleurs, comme nous allons le voir en détail, la distribution de Pareto présente l'immense avantage d'un traitement mathématique simple, permettant de dériver un nombre de formules utiles sous une forme analytique simple.

Les montants de sinistres sont supérieurs à 1000000 donc le premier paramètre a comme valeur 1000000 Dh.

<u>Estimation du paramètre α</u>

Une variable aléatoire a une distribution de Pareto si :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < A \\ 1 - \left(\dfrac{x}{A}\right)^{-\alpha} & \text{si } x \geq A \end{cases}$$

Où A est le seuil d'information du Pareto et α son paramètre.

Sa fonction de densité s'écrit :

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x)$$

$$= \frac{\alpha}{x} \left(\frac{x}{A}\right)^{-\alpha}$$

$$= \frac{\alpha}{A^{-\alpha}} x^{-\alpha-1}, \quad x \geq A.$$

L'estimation du paramètre α est aisée par maximum de vraisemblance. Supposons n réalisations indépendantes de la variable aléatoire X : $x_{1,\ldots,}$ $x_{n.}$. Maximiser la vraisemblance de cette observation :

$$L(A,\alpha) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$$

est réalisée facilement en maximisant la log-vraisemblance :

$$l(A,\alpha) = \ln L(A,\alpha)$$

La log-vraisemblance peut s'écrire

$$l(A,\alpha) = \ln \prod_{i=1}^{n} \frac{\alpha}{x}\left(\frac{x}{A}\right)^{-\alpha} \quad , \quad x_i \geq A \quad \forall i \,.$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[\ln\alpha - \ln x - \alpha(\ln x - \ln A)\right] \quad , \quad x_i \geq A \quad \forall i \,.$$

En dérivant la log- vraisemblance par rapport à α, nous obtenons une équation du score dont la solution est l'estimateur maximum de vraisemblance de α :

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{A}\right)}$$

au niveau de notre étude, nous avons trouvé $\hat{\alpha} = 1.89$.

<u>TEST DE KHI-DEUX</u>

L'utilisation du test de khi–deux pour confirmer l'ajustement de la loi de Pareto au variable charge des grands sinistres :

<u>Hypothèse :</u>

H0 : charge grands sinistres Auto suit la loi de Pareto (1000000 ; 1,89)
H1 : charge grands sinistres Auto ne suit pas Pareto (1000000 ; 1,89)

<u>Les résultats de notre test</u> :

Khi deux- observé : χ^2_{obs} = **3,55**

Khi deux- théorique : $\chi^2_{3,\,0,95}$ = **7,81**

Et puisque : $\chi^2_{obs} < \chi^2_{3,\,0,95}$ $\chi^2_{3,\,0,95}$
Donc : on accepte que la charge des grands sinistres Auto suit la loi de Pareto (1000000 ; 1,89) avec un risque d'erreur de 5 %.

II.1.2 Modélisation de la fréquence de sinistre

Test Khi-deux :

H0 : la fréquence de grand sinistre suit une loi de poisson (3,9)

H1 : la fréquence de grand sinistre ne suit pas une loi de poisson (3,9)

Les résultats obtenus :

Khi deux- observé : $\chi^2_{obs} = \mathbf{3,51}$

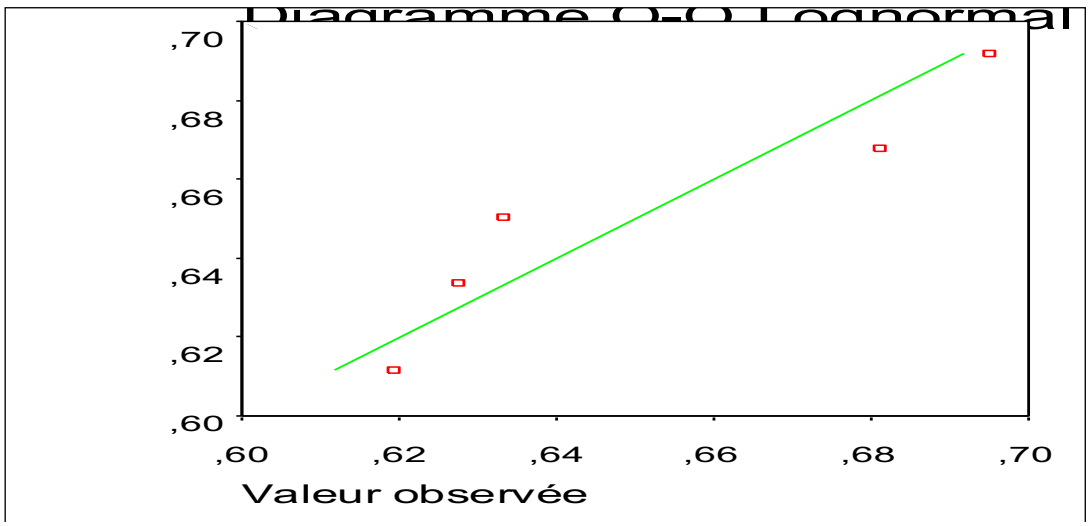
Khi deux- théorique : $\chi^2_{3,0,95} = \mathbf{12,59}$

Et puisque : $\chi^2_{obs} < \chi^2_{3,0,95}$ $\chi^2_{3,0,95}$

Donc : on accepte l'hypothèse, H0 : la fréquence de grand sinistre suit une loi de poisson, avec un risque d'erreur de 5 %.

II.1.3 Modélisation de S /P des petits sinistre

Figure 15 : Q-Q plot de la variable : loss ratio des petits sinistres.

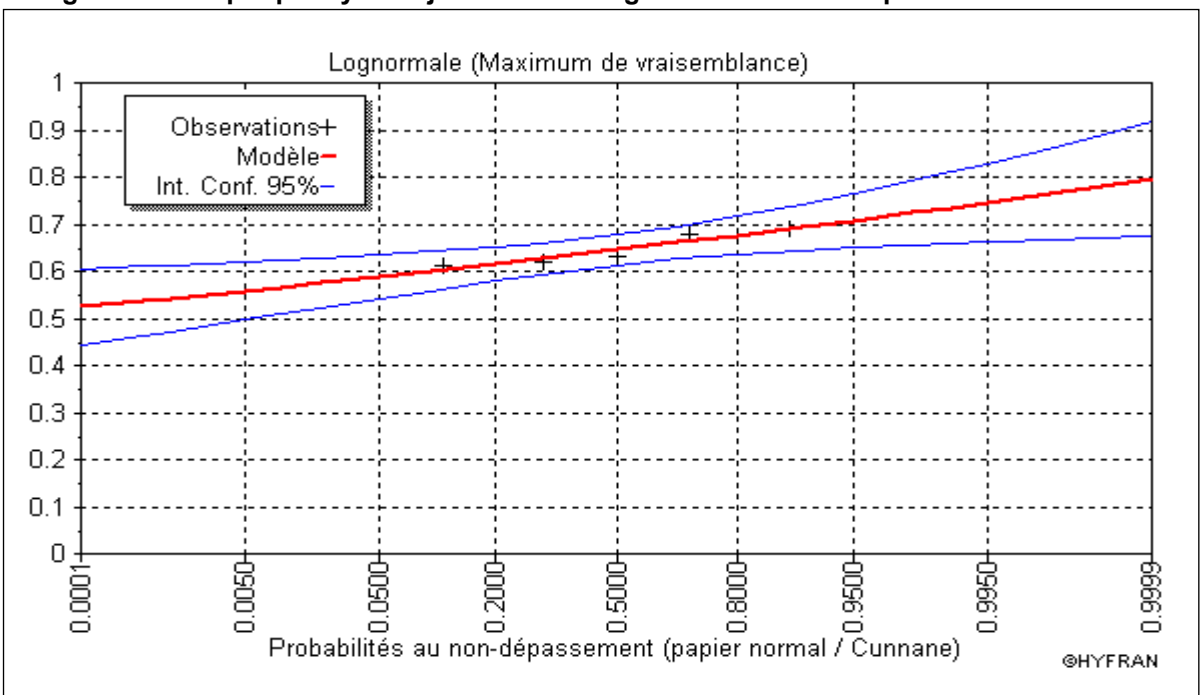


Comme le montre le graphe ci-dessus le loss ratio des petits sinistre suit une loi Log-Normale ;

Les paramètres de cette loi sont : la moyenne de 65,12 % et l'écart type de 3,4 %

A l'aide du logiciel Hyfran on a pu ajuster la loi du loss ratio des petits sinistres par une loi Log Normale comme le montre le graphe ci-dessous :

Figure 16 : Graphique Hyfran ajustant la loi Log-Norme au S/P des petits sinistres



Donc : Le loss ratio des petits sinistres suit la loi Log normale de paramètre (0,65 et 0,034)

II.2 – Accidents de travail :

II.2 .1 Les grands sinistres :

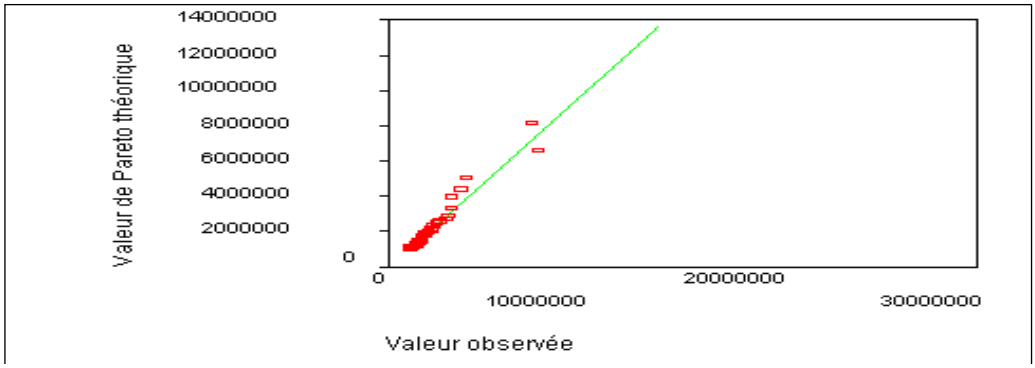
En moyenne, on a 5,9 grands sinistres survenus chaque année.

La distribution statistique pour modéliser la fréquence des grands sinistres est la loi de poisson de paramètre $\lambda = 5,9$.

La distribution statistique utilisée pour modéliser le coût des grands sinistres est la loi de Pareto avec un paramètre $\alpha = 1,79$ et un minimum de 1Mdhs.

La justification de ces résultats est faite à l'aide de Q-Q plot de la loi de Pareto.

Figure 17 : Q-Q plot de la variable : coût de grand sinistres.

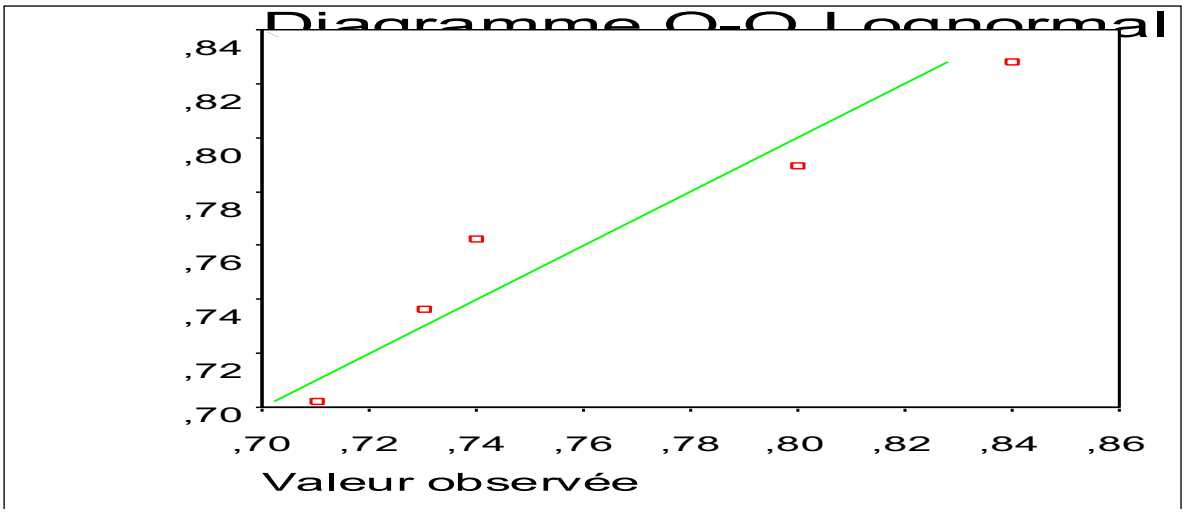


II.2 .2 Les sinistres normaux:

Le S/P de ces sinistres suit une loi Log-normale de moyenne 76,4 % et un écart type de 5,4%.

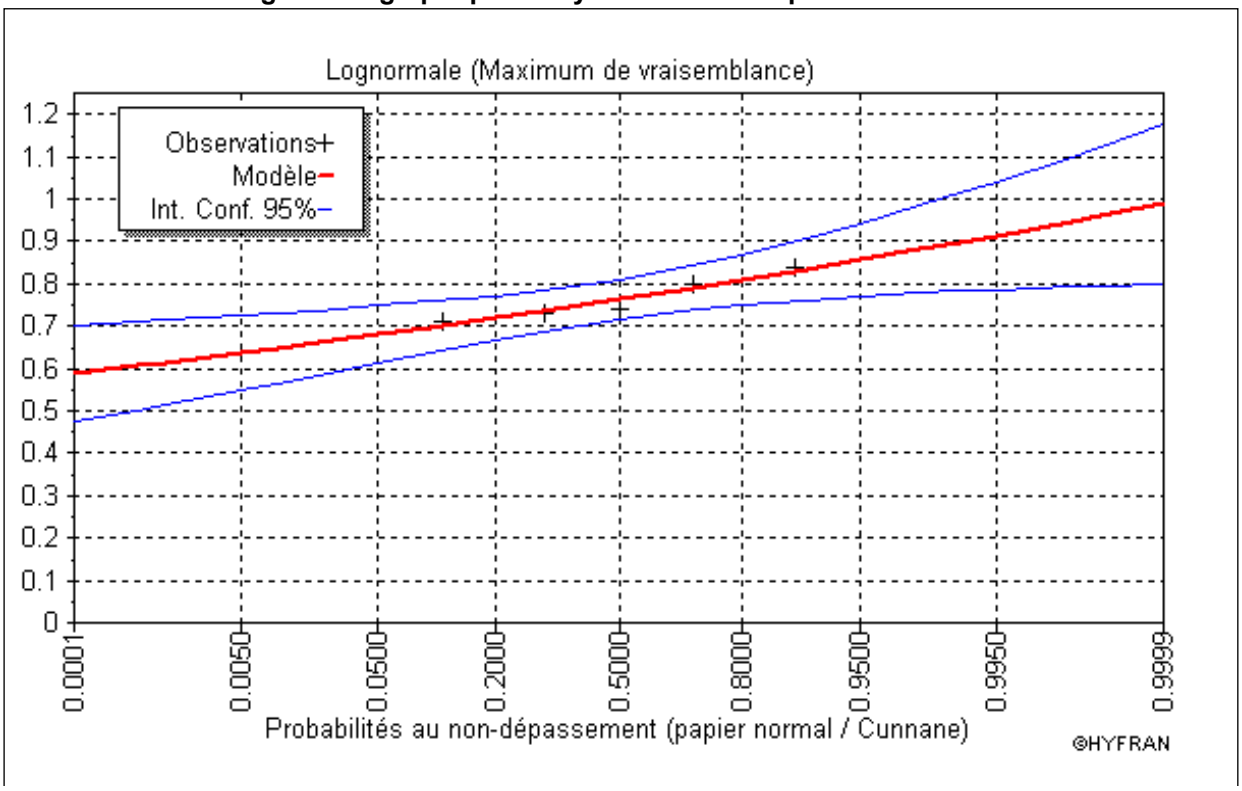
Et ceci peut être justifié à l'aide des Q-Q plot.

Figure 18 : Q-Q plot de S/P des petits sinistres



Le graphique d'ajustement de Hyfran ci-après confirme bien le résultat obtenu ci-dessus.

Figure 19 : graphique de Hyfran de S/P des petits sinistres



II.3 Risques divers :

Les résultats obtenus pour l'ajustement des lois statistiques qui modélisent respectivement les charges des grands sinistres, la fréquence des grands sinistres et le loss ratio des petits sinistres sont :

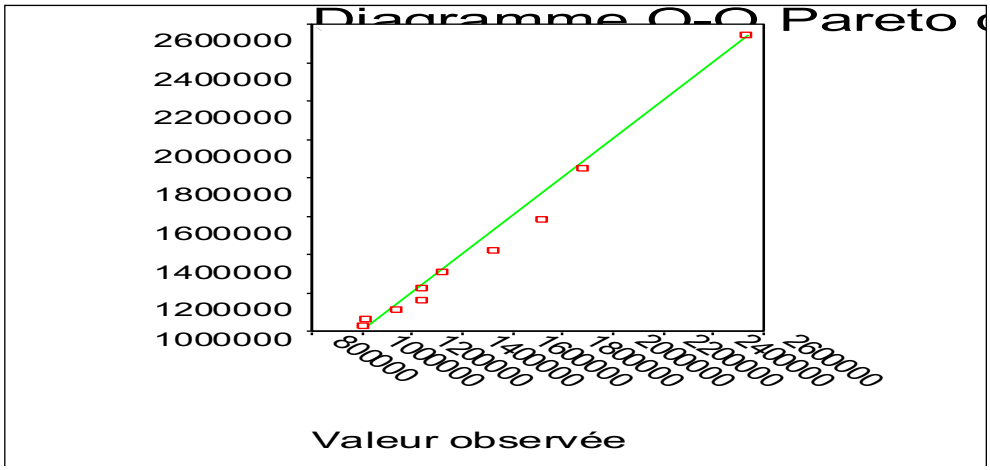
II.3.1 Les grands sinistres :

En moyenne, on a 0,9 grands sinistres survenus chaque année.

La distribution statistique pour modéliser la fréquence des grands sinistres est la loi du poisson de paramètre $\lambda = 0,9$.

La distribution statistique utilisée pour modéliser le coût des grands sinistres est la loi de Pareto avec un paramètre $\alpha = 2,96$ et un minimum de 1Mdhs.

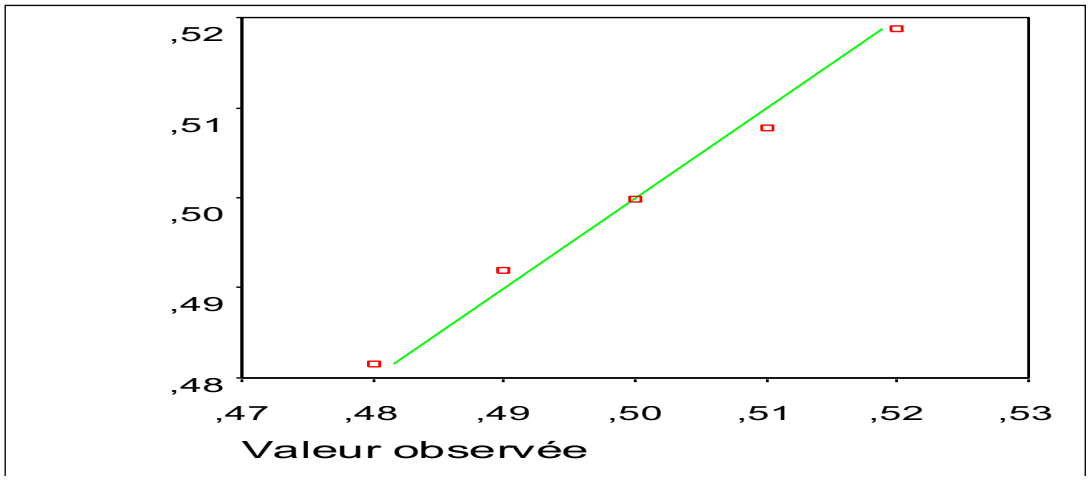
Figure 20 : Q-Q plot de la variable : coût de grand sinistres.



II.3.2 Les sinistres normaux:

Le S/P de ces sinistres suit une loi Log Normale de moyenne 50 % et un écart type de 2,4 %.

Figure 21 : Q-Q plot de la variable : S/P petits sinistres.



Et ceci peut être justifié à l'aide des Q-Q plot ci dessus.

II.4 Responsabilités civiles diverses

Les résultats obtenus pour l'ajustement des lois statistiques qui modélisent respectivement les charges des grands sinistres, la fréquence des grands sinistres et le loss ratio des petits sinistres sont :

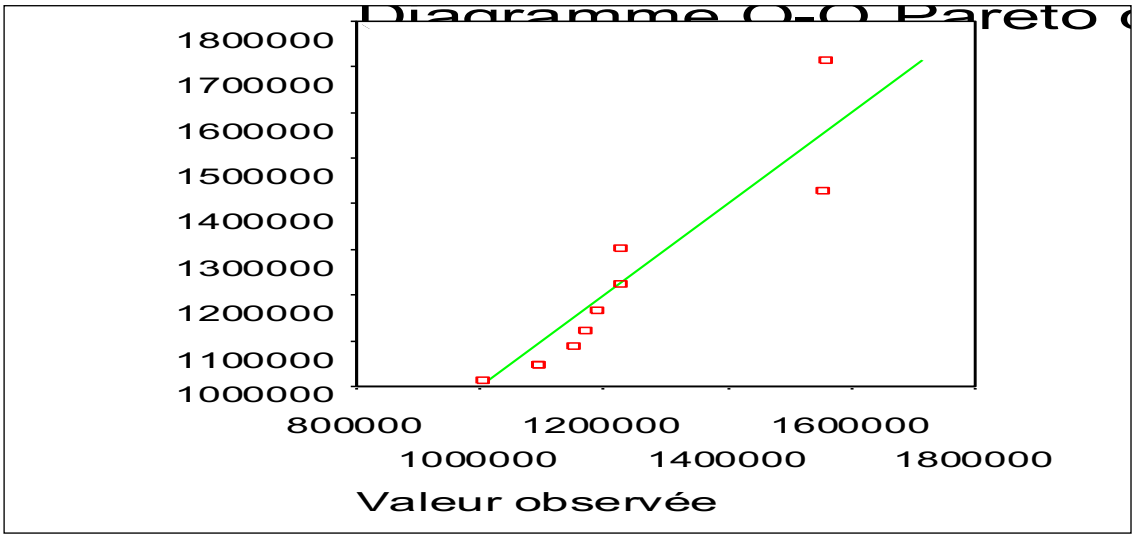
II.4.1 Les grands sinistres :

En moyenne, on a un grand sinistre survenu chaque année.

La distribution statistique pour modéliser la fréquence des grands sinistres est la loi d poisson de paramètre $\lambda = 1$.

La distribution statistique utilisée pour modéliser le coût des grands sinistres est la loi de Pareto avec un paramètre $\alpha = 5{,}46$ et un minimum de 1Mdhs.

Figure 22 : Q-Q plot de la variable : coût de grand sinistres.

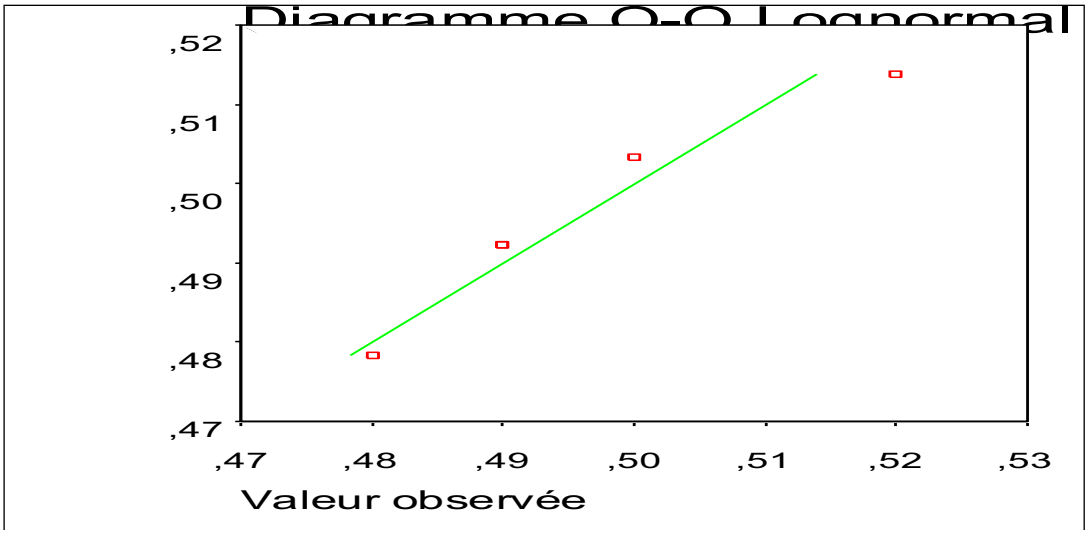


II.4.2 Les sinistres normaux:

Le S/P de ces sinistres suit une loi Log Normale de moyenne 50 % et un écart type de 2,2 %.

Et ceci peut être justifié à l'aide des Q-Q plot suivant :

Figure 23 : Q-Q plot de la variable : S/P petits sinistres.



III - DETERMINATION DU TAUX DE PRIME :

Afin de déterminer les tarifs de réassurance, plusieurs modèles peuvent être envisagés.

Les deux tableaux suivants (extraits de l'ouvrage de techniques de réassurance de PARTRAT C.) donnent un aperçu général sur les modèles de tarification avec les cas de leurs utilisations.

Tableau 1 : Vue d'ensemble des modèles

Catégorie	Nom du modèle
Modèles basés sur l'historique sinistre	Tarification sur expérience Modèle probabiliste Tarification par simulations
Autres modèles	Tarification sur exposition Modèle de régression

<u>Définitions :</u>

- Une tranche s'étend de la franchise F à une limite L.
- Une tranche est dite travaillante (working layer) si elle comporte au moins un sinistre à charge du réassureur.

Tableau 11 : Cas d'utilisation des modèles

		Tranche travaillante (Working layer)	Tranche non travaillante (Cat layer)
Traités	Branches à développement court	- Modèle probabiliste* - Tarification sur expérience - Tarification sur exposition - Simulations	- Modèle probabiliste* - Tarification sur exposition - Simulations
	Branches à développement long	- Tarification sur expérience* - Simulations	- conditions du marché* - (Modèle probabiliste) - Simulations
Facultatives		- Tarification sur exposition* - Tarification sur expérience - Modèle de régression - Conditions du marché	

Concernant ce projet, nous allons nous limiter à trois modèles : la méthode probabiliste, la tarification sur expérience et les simulations. Pour avoir une vision sur la tarification sur exposition et le modèle de régression, une description de ces 2 modèles figure en annexe.

III.1 Méthode probabiliste.

Dans cette partie on s'intéresse à la cotation annuelle de l'excédent de sinistre (XS) : «portée» XS «franchise» en supposant l'absence de toute clause particulière.

On recherche la cotation de la tranche p XS f avec f la priorité (= franchise), p la portée et l la limite de la tranche. On a 1= f + p.

On note:

- X la v.a.r montant du sinistre individuel.

- Y la v.a.r montant du sinistre individuel à charge du réassureur, telle que

$$\mathbf{Y = pl(X>I) + (X - f)l(f <= x <= l).}$$

- N la v.a.r nombre total de sinistres dans l'année.
- SN = ∑ Yi la v.a.r montant total annuel charge du réassureur.

On considère (Xi) i.i.d. : N et X variables indépendantes.

Les montants de sinistres, suivent une loi de Pareto comme on vient de le montrer pour chaque branche.

La technique “ Pareto ” est une approche probabiliste du calcul de la prime de réassurance. Elle consiste à modéliser la loi des montants de sinistres par une loi de Pareto à partir des sinistres passés survenus. L’utilisation de cette loi permet, par une formule analytique, de calculer la prime pure de l’Excess.

Le seuil d’information choisi (c’est-à-dire le plus petit sinistre considéré) pour la modélisation de Pareto est de 1 000 000 dirhams, ce qui permet de garder un nombre de données suffisant.

Le principe de cette méthode est tel que après avoir modélisé le coût des grands sinistres à charge de réassureur(Y) et leur nombre (N), on en déduit la modélisation des montants à charge du réassureur (SN) ,le prix de I'XS est alors

$$P = E(S_N).$$

Il s'agit alors du point de vue statistique d'une approche paramétrique.

Les lois les plus usuelles utilisées et d’ailleurs qu’on a utilisé dans notre travail et vérifié dans la partie adéquation des modèles, pour les v.a.r *Y* et *N* sont respectivement la loi de Pareto et la distribution de Poisson d'où l'utilisation classique d'une loi composé Poisson-Pareto pour modéliser S_N.

III.1.1 Calcul de la Prime Pure

La prime pure de l’excédent de sinistre correspond à l'espérance mathématique de *SN.* Avec les hypothèses considérées on a :

$$E(S_N) = E(N)\,E(Y)$$

X suit une loi *Pa(t; a) :*

$$E\left[S_N\right] = \lambda \frac{t^{\alpha}}{\alpha - 1}\left(f^{1-\alpha} - l^{1-\alpha}\right)$$

Avec :

f : Franchise.

t : Seuil d’information

On a estimé le paramètre de Pareto à partir des coûts de sinistres observés et actualisées de l’année 1996 à l’année 2006.

Seuil d’information	Paramètre de Pareto	Nombre de sinistres dépassant le seuil
1 000 000	1,89	43

Le coût de sinistre pour le réassureur, dans le cadre d'une tranche P XS F, peut se décomposer en :

- 0 si x < F
- x-F si F<x<F+P
- P si x>F+P

Ainsi, la prime pure d'un contrat P XS F s'obtient en faisant :

$$\pi(F,P) = [E(\min(P+F, \max(X-F,0)))]n$$

avec :

- F est la priorité du traité ;
- P est la portée du traité et qui vaut (Limite - F) ; Limite = P+F
- X est une variable aléatoire suivant une loi de Pareto (1000 000,1.89) ;
- Et n est le nombre moyen annuel de sinistres dont le montant est $\geq F$. Soit le nombre total de sinistres dépassant la priorité appliquée, sur le nombre d'années d'inventaire de sinistre (11 ans dans notre cas) .
- A : Seuil d'information (dans notre cas il est de 1 000 000 DH) .

Donc : $\pi(F,P) = [\int_F^{F+P} (x-F) f(x)dx + \int_{F+P} Pf(x)dx]n$

$$= [\int_F^{F+P} \frac{\alpha}{x}\left(\frac{x}{A}\right)^{-\alpha} (x-F)dx + \int_{F+P} P\frac{\alpha}{x}\left(\frac{x}{A}\right)^{-\alpha} dx]n$$

Après une intégration par partie du deuxième membre du terme à gauche de l'équation, nous obtenons les résultats suivants :

- Si $\alpha = 1$:

$$\pi(F,P) = nA\ln\left(\frac{F+P}{F}\right) \qquad (1)$$

- Si $\alpha \neq 1$:

$$\pi(F,P) = n\left(\frac{A}{F}\right)^{\alpha} \frac{F}{1-\alpha}\left[\left(\frac{F+P}{F}\right)^{1-\alpha} - 1\right] \qquad (2)$$

Et comme nous avons $\alpha = 1.89$, alors notre prime pure sera calculé à partir de la deuxième formule. Nous présentons ci-dessous, les éléments nécessaires pour son calcul :

- ✓ La limite pour la 1a première tranche est de 7000 000 dirhams ;
- ✓ La franchise (Priorité) prend les valeurs de 1 million, 2 millions, 2.5 millions et 3 millions de dirhams ;
- ✓ Donc la portée aura les valeurs de 6, 5, 4.5 et 4 millions de dirhams

- ✓ Le seuil d'information A est 1 000 000 dirhams ;
- ✓ Le paramètre de la loi de Pareto est $\alpha = 1.89$ cas branche Auto.

Le tableau suivant, donne la prime pure du traité de réassurance en excédent de sinistre, et ceci, pour chacune des priorités utilisées.

Tableau 12 : La prime pure du traité en excédent de sinistre pour chacune des Priorités appliquées.

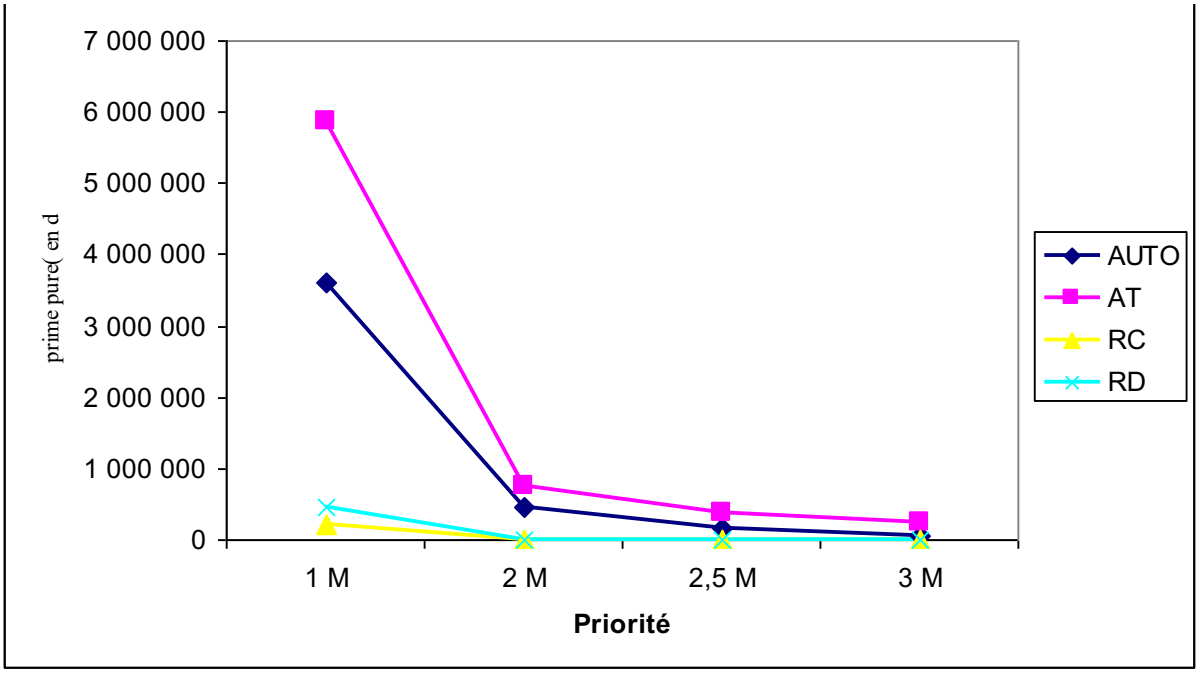
	Priorité (F)	Portée (P)	Fréquence de grand sinistre	Prime pure
AUTO	1 000 000	6 000 000	3,9	3 606 602
	2 000 000	5 000 000	1,1	448 230
	2 500 000	4 500 000	0,55	164 051
	3 000 000	4 000 000	0,27	60 430
AT	1 000 000	6 000 000	5,91	5 871 936
	2 000 000	5 000 000	1,64	752 679
	2 500 000	4 500 000	1,09	372 711
	3 000 000	4 000 000	0,91	235 746
RC	1 000 000	6 000 000	1	204 067
	2 000 000	5 000 000	0	0
	2 500 000	4 500 000	0	0
	3 000 000	4 000 000	0	0
RD	1 000 000	6 000 000	0,9	449 054
	2 000 000	5 000 000	0,1	11 988
	2 500 000	4 500 000	0,1	7 342
	3 000 000	4 000 000	0	0

Nous pouvons résumer les différents résultats des différentes branches considérées dans le tableau ci-dessous s dans la représentation graphique suivante :

Tableau 13 : La prime pure en fonction de la priorité et les branches

Priorité	AUTO	AT	RC	RD
1 M	3 606 602	5 871 936	204 067	449 054
2 M	448 230	752 679	0	11 988
2,5 M	164 051	372 711	0	7 342
3 M	60 430	235 746	0	0

Figure 24 : Evolution de la prime pure en fonction de la priorité :



D'après ces résultats, nous remarquons que la prime pure du traité diminue lorsque la priorité augmente, ce qui est attendu. En effet, en augmentant la priorité, la charge du réassureur baisse ,et par la suite la prime de réassurance réclamée sera moins importante .Par contre en baissant la priorité ,la compagnie se débarrassera encore d'une partie des sinistres pour son réassureur, et par conséquent, cédera plus des primes.

Du tableau précédant on peut calculer le taux de prime en divisant la prime pure par l'assiette de prime de la branche correspondante ainsi nous obtenons le tableau suivant :

Tableau 14 : Le taux de prime en fonction de la priorité et les branches

Priorité	AUTO	AT	RC	RD
1 M	x	x	x	x
2 M	x	x	x	x
2,5 M	x	x	x	x
3 M	x	x	x	x

Du tableau on peut relever que ces taux calculés sont largement inférieurs à celle du traité qui a un minimum de x %.

III.1.2 Fréquence de pénétration dans la tranche du réassureur :

La fréquence de pénétration dans la tranche du réassureur est la fréquence d'apparition d'un sinistre dont le montant est supérieur à la priorité, et qui est donc pris en charge, en partie par le réassureur.

Soit f cette fréquence, nous avons alors :

$$f(F) = n\int_F f(x)dx$$

- Si $\alpha = 1$: $f(F) = nA\int_F \frac{1}{x^2}dx = n\frac{A}{F}$
- Si $\alpha \neq 1$: $f(F) = nA^\alpha \alpha \int_F \frac{1}{x^{\alpha+1}}dx = n\left(\frac{A}{F}\right)^\alpha$

III.1.3 Coût moyen de la tranche :

C'est le quotient de la prime pure du contrat par la fréquence de pénétration dans la tranche :

$$C_m = \frac{\pi(F,P)}{f(F)}$$

- Si $\alpha = 1$: $C_m = F\ln\left(\frac{F+P}{F}\right)^{1-\alpha}$
- Si $\alpha \neq 1$: $C_m = \frac{F}{1-\alpha}\left[\left(\frac{F+P}{F}\right)^{1-\alpha} - 1\right]$

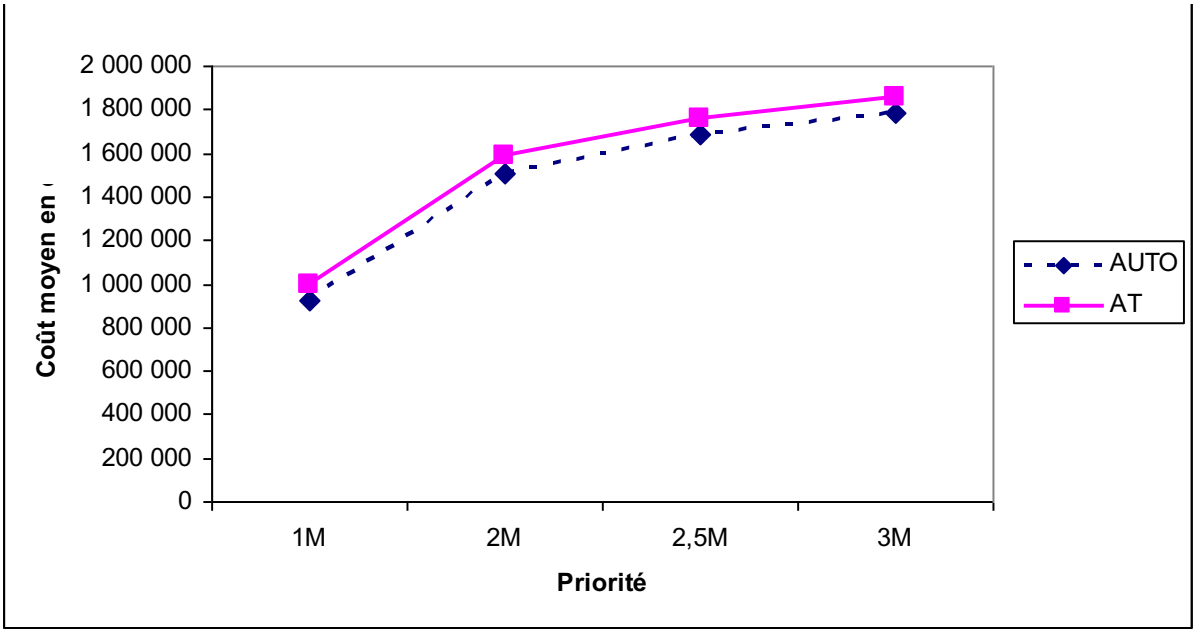
En appliquant la formule du coût moyen à nos données on obtient les résultats suivants :

Tableau 15 : Le coût moyen en fonction de la priorité et les branches

Priorité	AUTO	AT	RC	RD
1M	924 770	993 712	204 067	498 949
2M	1 510 273	1 590 647	/	932 829
2,5M	1 685 473	1 761 556	/	1 105 977
3M	1 785 047	1 853 038	/	/

Ce qui se traduit par le graphique suivant :

Figure 25 : Evolution du coût moyen de réassurance en fonction de la priorité



Nous remarquons que le coût moyen des sinistres qui sont dans la tranche considérée, augmente avec la priorité, ce qui est tout à fait normal, puisque plus on augmente la priorité,plus on sera en mesure d'éliminer les « petits sinistres » de la tranche considérée.

III.2 *La méthode du Burning Cost :*

La technique du ***Burning Cost*** consiste à calculer, pour chaque année passée, la charge sinistre annuelle de réassurance, compte tenu des sinistres indiqués par la cédante pour chacune des années. Une fois le rapport *" charge annuelle des sinistres dépassant la priorité / primes d'assurance "* calculé par année, le taux de prime de réassurance sera égal à la moyenne de ces rapports.

Cette méthode appelée Tarification sur expérience, ou Méthode statistique ou encore Méthode Burning Cost est basée sur la sinistralité observée dans le passé comme reflet du comportement du portefeuille. D'un point de vue statistique, il s' agit simplement d'une approche par la méthode des moments. Elle présente deux étapes :

Etape 1 : ***Mise en place d'une statistique «as if» :***

Comme indiqué précédemment, c'est dans la mesure ou la tarification a pour but d'analyser la situation pour l'année à venir, chaque élément statistique est actualisé en vue d'être utilisé comme élément «as if» de l'exercice au cours duquel l'XS couvrira le risque.

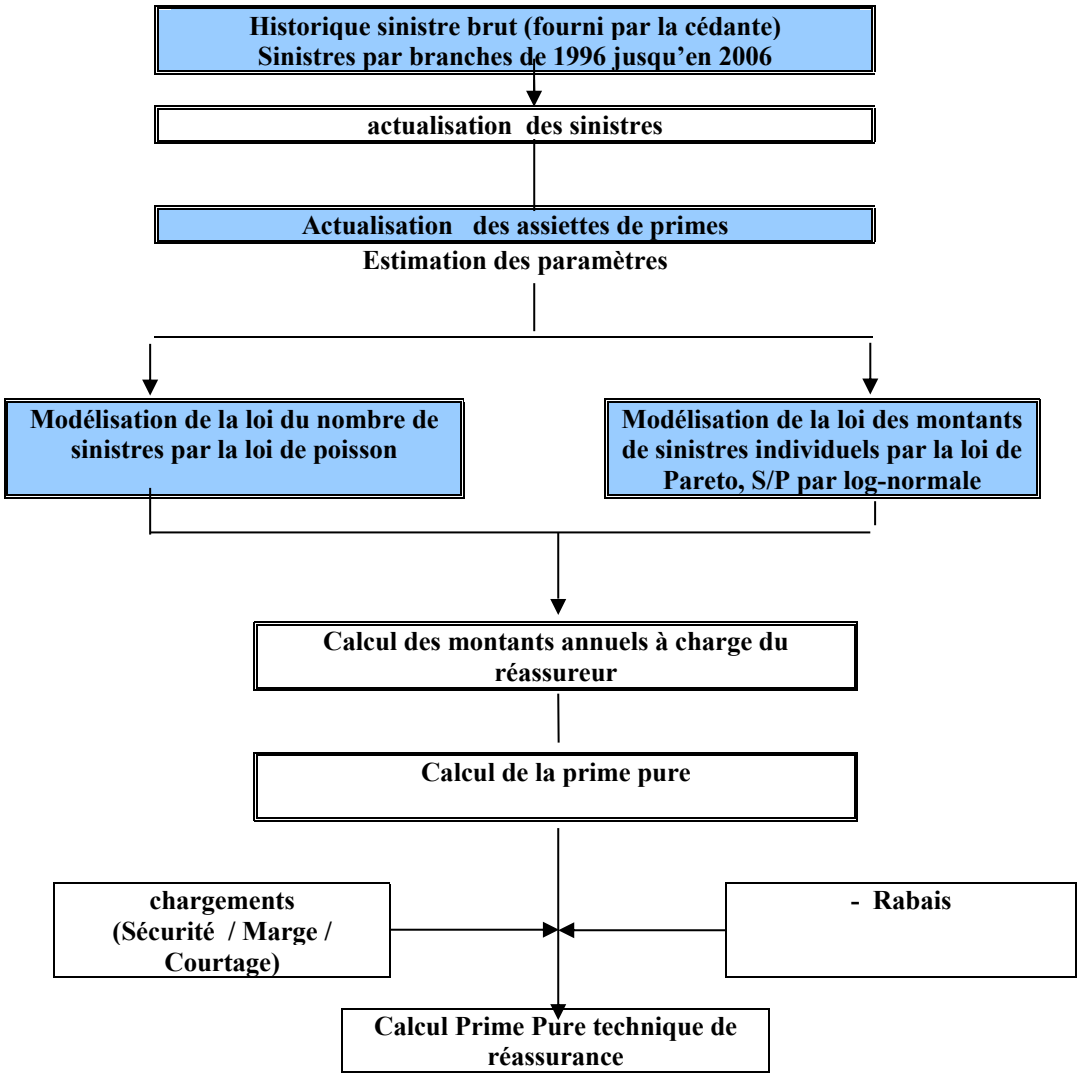
Etape 2 : **Cotation relative en pourcentage d'une assiette contractuellement définie :**

Dans cette étape on s'intéresse à la cotation. Cette cotation n'est pas réalisée sous la forme d'un montant absolu de prime pure mais sous la forme d'un taux appelé taux pur de I'XS appliqué à une assiette, généralement le montant de primes de la branche considérée perçue à la source par la cédante.

Le taux pur de I'XS est représenté par la moyenne des ratios Sinistres revalorisés « as if» à la charge de I'XS sur assiette de primes revalorisées.

Le processus de la méthode pratiquée, pourrait bien être perçu sur le graphique ci-après :

Figure 26: Processus de la méthode Burning Cost (BC)



III. 2.1 Formalisme de la méthode :

On considère l'excédent de sinistre *p* (portée) XS *f* (franchise), et si :

x_i^j désigne le montant «as if» (actualisé) du *i*-ème sinistre relatif à l' année *j*.

n^j , désigne le nombre de sinistres observes l' année *j*.

C_{asif}^j , désigne le montant à charge de l'XS l' année *j,* au vu de la statistique «as if».

On a *:*

$$C_{asif}^j = \sum_{i=1}^{n^j} \left[\min((x_i^j - f), p) \right] 1_{(x^j >= f)}$$

a^j : désigne l'assiette de prime relative à l'année *j*.

$a^{estimée}$: désigne l'assiette de prime estimée pour l'année à venir *(i.e.* l'année de la cotation).

s *:* désigne le nombre d' années de données statistiques utilisées.

Par la suite , le calcul du taux pur *(*BC_{pur}*)* de I'XS, appelé aussi «Burning Cost », se fait de la manière suivante :

$$BC_{pur} = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^{n} \frac{C_{asif}^j}{a^j}$$

Le Burning Cost , alors n'est qu'une moyenne de ratios **S/*P* croisés** en prenant en considération que :

- Les sinistres étant ceux à la charge du réassureur
- Les primes sont celles perçues à la source par la cédante.

La prime pure correspondante est donc **:P_{pure} = BC_{pur} *** $a^{estimée}$

III.2.2 Application de la méthode de Burning cost aux données de la Compagnie RMA WATANYA

Les données de base brute pour appliquer cette méthode sont regroupées dans le tableau suivant :

***Tableau 16* : Données relatives aux grands sinistres Auto enregistrés par la RMA WATANYA durant la période 1996- 2006 .**

Exercice de survennace	*N sinistre*	*Charge Totale Brute*	*Charge Totale Brute Actualisée*	*Charge Totale Actualisée Nette de cession légale*
1996	x	x	x	x
1996	x	x	x	x
2000	x	x	x	x
2003	x	x	x	x
2004	x	x	x	x
2004	x	x	x	x
1996	x	x	x	x
1996	x	x	x	x
1996	x	x	x	x
1997	x	x	x	x
1997	x	x	x	x
1997	x	x	x	x
1998	x	x	x	x
1998	x	x	x	x
1998	x	x	x	x
1999	x	x	x	x
1999	x	x	x	x
1999	x	x	x	x
1999	x	x	x	x
2000	x	x	x	x
2000	x	x	x	x
2000	x	x	x	x
2001	x	x	x	x
2001	x	x	x	x
2001	x	x	x	x
2001	x	x	x	x
2001	x	x	x	x
2001	x	x	x	x
2002	x	x	x	x
2003	x	x	x	x
2004	x	x	x	x
2004	x	x	x	x
2004	x	x	x	x
2005	x	x	x	x
2005	x	x	x	x
2005	x	x	x	x
2006	x	x	x	x
2006	x	x	x	x
2006	x	x	x	x
2006	x	x	x	x
2005	x	x	x	x
2006	x	x	x	x
2006	x	x	x	x

Le nombre de grands sinistres = 43 . Le coût moyen est de 1,9 M dh

En ce qui concerne l'assiette de prime le tableau suivant présente les chiffres de cette assiette par branche et exercice de puis 1996 jusqu'en 2006.

Tableau 17: Assiette de prime par branche et par exercice de 1996- 2006

BRANCHE	1 996	1 997	1 998	1 999	2 000
AUTO	274 824 138	396 735 216	514 954 028	538 955 652	529 279 947
R.C	24 532 640	26 616 851	29 437 467	29 400 541	30 036 951
AT	210 540 499	238 623 004	243 799 149	249 712 178	237 956 475
RD IA	19 377 007	21 209 830	20 572 574	23 307 816	22 301 952

2 001	2 002	2 003	2 004	2 005	2 006
492 606 532	558 394 115	591 300 028	574 498 181	574 843 875	662 774 152
26 248 433	28 508 608	32 186 022	34 801 389	24 563 886	48 692 981
217 131 089	250 367 121	330 549 448	316 519 176	250 100 332	304 210 607
19 214 929	27 031 452	30 729 095	34 374 407	29 591 575	48 596 560

Données de la RMA WATANYA

.

1) Le burning cost de la 1ère tranche (Sinistres entre 2M et 7 M)

a. Traitements des données avant le calcul du taux de prime :

1- Actualisation des grands sinistres :

Comme le montre le tableau des grands sinistres (ci-dessus), les sinistres ont été actualisés avec un taux de 3 % puis diminués de la cession légale (qui est de l'ordre de 10% au Maroc)

2- Calcul de la charge du réassureur :

Pour chaque branche on a calculé la charge des grands sinistres cédés au réassureur de la première tranche qui est selon le traité variant de la priorité 2 Millions de Dh à la limite 7 M Dh.

La charge du réassureur est calculée suivant la formule suivante :

Charge du réassureur = Min (Max (0 ;X- 2Millions) ;5 Millions)

Avec X : Montant de grands sinistres (dans notre cas sinistre dépassant la priorité de 2 millions de Dh)

Les résultats de grands sinistres à charges du réassureur actualisé (1ère tranche) est présenté dans le tableau ci-après :

Tableau 18 : Montants des grands sinistres à charge du réassureur actualisés (1ère tranche) période 1996-2006

BRANCHE	1996	1997	1998	1999	2000
AUTO	709 243	0	410 462	0	5 136 550
RC	0	0	0	0	0
AT	0	5 420 054	8 566 605	0	1 506 373
RD	0	0	0	0	0

2001	2002	2003	2004	2005	2006
894 481	1 382 886	0	886 886	1 111 984	317 500
0	0	0	0	0	0
0	173 672	4 123 624	1 310 152	1 223 978	2 447 957
0	0	532 395	0	0	0

3-Actualisation de l'assiette de primes :

L'actualisation a été faite aux données relatives aux assiettes de primes de toutes les branches étudiées, comme le montre le tableau suivant :

Tableau 19 : Assiette de prime actualisée période 1996-2006

BRANCHE	1996	1997	1998	1999	2000
AUTO	380 420 880	533 178 955	671 898 207	682 732 895	650 947 574
R.C	33 958 911	35 770 822	38 409 218	37 243 726	36 941 661
AT	291 437 290	320 689 364	318 102 592	316 327 916	292 656 450
RD IA	26 822 309	28 504 238	26 842 543	29 525 644	27 428 588

2001	2002	2003	2004	2005	2006
588 197 961	647 331 821	665 513 391	627 769 674	609 851 867	682 657 376
31 342 002	33 049 290	36 225 651	38 028 417	26 059 827	50 153 771
259 265 875	290 244 112	372 036 316	345 869 050	265 331 442	313 336 925
22 943 630	31 336 861	34 585 867	37 561 843	31 393 702	50 054 457

b. Détermination du taux de prime :

Le calcul du taux de prime pour la première tranche donne les résultats indiqués dans le tableau qui suit, ces taux sont calculés selon les années (de 1996 à 2006) et selon la branche.

La formule utilisée pour le calcul est présentée ci-dessous : (Pour plus de précision voir la partie théorique du burning) :

$$BC_{pur} = \frac{1}{s}\sum_{j=1}^{n}\frac{C_{asif}^{j}}{a^{j}}$$

Ainsi nous avons obtenu le taux de prime, par la formule de Burnig Cost :

Tableau 20 : Burning Cost par branche et par année période 1996-2006

Branche	1996	1997	1998	1999	2000
AUTO	0,19%	0,00%	0,06%	0,00%	0,79%
RC	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
AT	0,00%	1,69%	2,69%	0,00%	0,51%
RD	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

2001	2002	2003	2004	2005	2006
0,15%	0,21%	0,00%	0,14%	0,18%	0,05%
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
0,00%	0,06%	1,11%	0,38%	0,46%	0,78%
0,00%	0,00%	1,54%	0,00%	0,00%	0,00%

Ainsi le taux de prime, d'une branche en 2007, est la moyenne des taux des années de 1996 à 2006 pour la même Branche.

Et puisque on a un seul traité pour les quatre branches étudiées, on doit leurs calculer un taux unique.

Le calcul du taux unique est la moyenne des taux par branche pondérée par les assiettes de primes de chaque branche.

Le tableau suivant, présente les taux de prime variable par branche ainsi que les assiettes de primes estimées de l'année 2007.

Tableau 21 : Eléments de calcul du Burnig Cost Global

Branche	Assiette de prime estimée en 2007	Burning Cost moyen	Ecart type des BC
AUTO	690 281 594	x	0,22%
RC	50 713 910	x	0,00%
AT	316 836 409	x	0,85%
RD	50 613 487	x	0,46%

Assiette de prime estimée (Donnée de la RMA WATANYA)
Moyen et Ecart type du BC (Calcul par nos soins)

Donc : **Burning Cost (BC) global** est de l'ordre de : BC = x **%**

Et si on lui applique un chargement **de 20%** on obtient : BC = x **%**

Puisque le traité dans la première tranche envisage un taux variable donc :

- Le **minimum** est BC global = x **%**
- Le **maximum** est = x **%** (Max = BC + 2 *σ)

On a l'écart type pondéré du BC est x %.

Remarque :

Ce résultat est similaire à celui communiqué par le réassureur :

(Min = x % ; Max = x %)

2) Le Burning Cost du 2ème tranche :

Tableau 22 : Montant de grands sinistres à charge du réassureur actualisé (2ème tranche) période 1996-2006

	1996	1997	1998	1999	2000
AUTO	0	0	0	0	2 900 898
RC	0	0	0	0	0
AT	0	12 721 963	3 655 928	0	0
RD	0	0	0	0	0

2001	2002	2003	2004	2005	2006
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

La même procédure de calcul pour la 1ère tranche est faite pour cette tranche.

Ainsi le calcul de la charge de réassureur est déterminé à partir de la formule :

Charge du réassureur = Min (Max (0 ;X- priorité) ;Portée)

Avec L = x Millions pour Automobile et x pour les autres branches

Tableau 23: Burning Cost par branche et par année (2ème tranche) période 1996-2006

	1996	1997	1998	1999	2000
AUTO	x	x	x	x	x
RC	x	x	x	x	x
AT	x	x	x	x	x
RD	x	x	x	x	x

2001	2002	2003	2004	2005	2006
0,00%	x	x	x	x	x
0,00%	x	x	x	x	x
0,00%	x	x	x	x	x
0,00%	x	x	x	x	x

Le tableau suivant, présente les taux de prime fixe par branche et les assiettes de primes estimées de l'année 2007.

Tableau 24 : Eléments de calcul du Burnig Cost Global (2ème tranche)

Branche	Assiette de prime estimée en 2007	Burning Cost moyen
AUTO	690 281 594	x
RC	50 713 910	x
AT	316 836 409	x
RD	50 613 487	x

Source : donnée de la RMA WATANYA,(Calcul par nos soins)

Le taux de Burning Cost globale est résumé dans le tableau suivant:

Tableau 25 : Le taux de Burning Cost fixe globale

Burning Cost Moyenne (Fixe) ponderée	Chargement de sécurité de 20 %	Chargement de sécurité de 30 %
x	x	x

(Calcul par nos soins)

<u>Remarque</u> :

Ce résultat est inférieur au taux de prime communiqué par le réassureur pour l'exercice 2007 (x)

III.3 Tarification par simulation :

III. 3.1 Techniques de la simulation

Les techniques de simulation sont fort utiles lorsque la complexité du modèle envisagé rend extrêmement difficile toute approche analytique.

Mise en œuvre de la simulation :

Dans le but de mettre en œuvre la méthode de simulation nous rappelons que si *F la fonction de répartition d'une loi continue (sur IR), et si* X *est une variable aléatoire réelle de fonction de répartition F alors :*

- *Y = F(X) suit une loi uniforme continue sur* [0, 1].

Donc pour simuler une valeur de X, il suffit de simuler un nombre entre 0 et 1, puis d'inverser la fonction de répartition à fin d' obtenir la réalisation associée.

On utilise donc un générateur de nombres aléatoires pour simuler des nombres dans [0, 1].

Cela correspond en fait à des simulations de *F(x)* avec *F* fonction de répartition de la variable aléatoire dont on cherche à simuler un échantillon.

Comme par hypothèse on a la loi de la variable aléatoire réelle, il suffit d'inverser la fonction de répartition pour obtenir une réalisation. Par la suite ***E(X)*** *est donné par* l'estimateur classique :

$$\widehat{X} = \frac{1}{Nombre_simulations} \sum_{i=1}^{Nombre_simulations} x_i \xrightarrow[Nombre_simulations \longrightarrow +\infty]{} E(X)$$

A partir des modèles de lois statistiques concernant le coût et la fréquence des grands sinistres et le S/P des petits sinistres, on n'a pu simuler 10 000 années et enfin obtenir la charge des grands sinistres, la charge des petits sinistres et par la suite la charge totale.

Procédure de génération de ces 10 000 scénarios :

1ère étape

On a simulé les fréquences de sinistre en 10000 années (scénarios) et ce, grâce à une syntaxe comportant des commandes en logiciel SPSS. Cette syntaxe qui est relative à la loi de poisson peut se présenter comme suit (Adéquation des lois utilisés est déjà justifiée dans la « partie adéquations des modèles utilisés ») :

```
Input program.
  Vector Y(1).
     Loop #I = 1 to 10000.
```

```
    Loop #J = 1 to 1.
 COMPUTE Y(#J)  = RV.POISSON(0.27)  .
   End loop.
   End Case.
End loop.
End file.
End Input program.
Execute.
```

Soit ni le nombre de grands sinistres simulés au cours de l'année i.

Dans l'exemple qui suit nous allons supposé que ni = 2

2ème étape

Pour chaque année i on simule ni charges grands sinistres (qui dépassent 1million Dh) et ce à l'aide d'une syntaxe SPSS concernant la loi de Pareto :

```
     * X ~ Pareto(seuil,forme)=Pareto(a,b)

     * Densité:     fx(x/a;b) = ba**b/x**(b+1), x>a; a,b>0.
    * E(X) = ba/(b-1),  b>1;    Var(X) = ba**2/(b-1)**2(b-2) ,  b>2.
    * Exemple :Générer k colonnes de X1,...,Xn  ~ Pareto(a,b)
    * avec : k = 2; n= 5000; a = 1000000, b = 1,89.
  Input program.

        Vector Y(2).
              Loop #I = 1 to 5000.
              Loop #J = 1 to 2.
         COMPUTE Y(#J)  = RV.PARETO(1000000,1.89) .
          End loop.
   End Case.
End loop.
End file.
End Input program.
Execute.
```

Dans l'exemple cité avec la syntaxe précédente, SPSS va générer 2 colonnes et 5000 lignes. C'est à dire qu'on a simulé 5000 années durant lesquelles la compagnie a vécu 2 sinistres dépassant 1000000 .

3ème étape :

Pour générer les petits sinistres on a simulé 10000 fois le S/P des petits sinistres à l'aide d'une syntaxe Log-Normale , et par multiplication de ces S /P par l'assiette de primes de l'année 2007 on a pu obtenir la charge de petits sinistres.

La syntaxe de Log-Normale (avec exemple) se présente comme suit :

```
* X ~ LogNormal(mu,s2);  , mu réel et s > 0
```

```
*
* avec : k = 1; n= 10000; mu=0,65 et s= 0,03.

Input program.
   Vector Y(1).
      Loop #I = 1 to 10000.
      Loop #J = 1 to 1.
  COMPUTE Y(#J)  = RV.LNORMAL(0.65,0.03)  .
       End loop.
   End Case.
   End loop.
   End file.
   End Input program.
   Execute.
```

Ce qui nous a permis de calculer la charge de sinistres cédée au réassureur de la première tranche et celle de la deuxième.

La première tranche est comprise entre la franchise (2 Millions Dh dans le traité actuel) et 7 Millions Dh. La deuxième est celle qui couvre les montants entre 7 Millions Dh et la limite qui est de 600 Millions Dh pour Automobile et 200 Millions Dh pour les autres branches.

III.3.2 Resultats de l'application :

On a fait la simulation par branche et on a obtenu la charge totale répartie entre grands sinistres et petits sinistres selon le tableau qui suit :

Tableau 26: Charge totale selon les priorités et les branches.

AUTO		charge totale	charge des petits sinistres	charge des grands sinistres
1 M	Moyenne	454 754 167	449 742 618	5 011 549
	Ecart-type	16 059 001	15 364 051	4 546 603
2 M	Moyenne	454 754 167	452 822 579	1 931 588
	Ecart-type	16 059 001	15 511 543	4 081 029
2,5 M	Moyenne	454 754 167	453 325 329	1 428 838
	Ecart-type	16 059 001	15 543 810	3 921 356
3 M	Moyenne	454 754 167	453 631 437	1 122 730
	Ecart-type	16 059 001	15 588 419	3 797 086

AT		charge totale	charge des petits sinistres	charge des grands sinistres
1 M	Moyenne	254 723 586	241 193 301	13 530 285
	Ecart-type	23 691 911	12 151 170	20 454 998
2 M	Moyenne	254 723 586	246 865 062	7 858 523
	Ecart-type	23 691 911	12 425 349	20 302 897
2,5 M	Moyenne	254 723 586	248 131 794	6 591 792
	Ecart-type	23 691 911	12 522 759	20 235 095
3 M	Moyenne	254 723 586	249 017 850	5 705 736
	Ecart-type	23 691 911	12 634 360	20 140 295

RD		Charge totale	charge des petits sinistres	charge des grands sinistres
1 M	Moyenne	26 723 152	25 370 496	1 352 791
	Ecart-type	1 787 954	769 786	1 604 265
2 M	Moyenne	26 723 152	26 380 268	342 884
	Ecart-type	1 787 954	1 387 561	1 110 971
2,5 M	Moyenne	26 723 152	26 498 862	224 290
	Ecart-type	1 787 954	1 480 356	992 336
3 M	Moyenne	26 723 152	26 572 120	151 032
	Ecart-type	1 787 954	1 547 935	887 014

RC		Charge totale	Charge des petits sinistres	Charge des grands sinistres
1 M	Moyenne	26 553 030	25 320 257	1 232 773
	Ecart-type	1 476 052	768 262	1 257 188
2 M	Moyenne	26 553 030	26 496 809	56 221
	Ecart-type	1 476 052	1 419 727	389 004
2,5 M	Moyenne	26 553 030	26 533 578	19 452
	Ecart-type	1 476 052	1 452 015	265 922
3 M	Moyenne	26 553 030	26 543 671	9 359
	Ecart-type	1 476 052	1 460 877	210 101

(Elaboré par nos soins)

1) Calcul du taux de prime (variable):

Taux de prime = charge du réassureur / Assiette de prime nette de cession légale

Charge du réassureur = Min (Max (0 ;X- priorité) ; portée) pour la 1ère tranche.

Avec X : Montant de grands sinistres (dans notre cas sinistre dépassant la priorité de x de Dh)

Donc, on a pu calculer à l'aide du formule du taux de prime cité précédemment et obtenir les résultats par branches :

Tableau 27: Le taux de prime selon la branche et la priorité

		AUTO	AT	RD IA	RC DIVERS
1M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x
		x	x	x	x
2M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x
		x	x	x	x
2,5 M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x
		x	x	x	x
3 M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x

(Elaboré par nos soins)

Avec : le Min = taux de prime
Max = taux de prime + 2 * écart type du taux

<u>Taux de prime pondéré par les assiettes de primes(avec chargement de 20 % pour une priorité de x Dh</u>

	MIN	MAX
	x	x

On peut conclure que la tarification par simulation est proche de celle prononcée par le réassureur : (x)

Le même taux de prime variable a été trouvé par la méthode de burnig cost.

On peut déduire que la compagnie réalise une bonne cotation concernant la première tranche du traité.

<u>2) détermination du taux fixe</u> :

Taux de prime = charge du réassureur / Assiette de prime nette de cession légale

Charge du réassureur = Min (Max (0 ;X- priorité) ;Portée)

Avec L = x

<u>On a obtenu les taux fixes suivant les branches :</u>

Taux fixe (la 2ème tranche) Priorité de 7 000 000 DH	
AUTO	x
AT	x
RD	x
RC	x

<u>Le taux variable uniforme pour chaque priorité</u> :

Priorité	Taux variable	
1Million	MIN	x
	MAX	x
2Million	MIN	x
	MAX	x
2,5 Million	MIN	x
	MAX	x
3 Million	MIN	x

	MAX	x

(Elaboré par nos soins)

Quant au taux fixe pondéré par les assiettes de primes de chaque branche il est de (Pour la 2ème tranche) :

Taux fixe global : x

Remarque :

Ce taux de prime est inférieur à celui communiqué par le réassureur. Le même taux a été trouvé lors de l'application du Burning Cost.

Conclusion :

Les méthodes de Burning Cost et simulation, utilisées pour la cotation de la première tranche du traité ont donné des taux de prime légèrement supérieurs à ceux prévus dans le traité par conséquent on déduit que la compagnie pratique une bonne cotation pour cette première tranche.

.Par contre, le taux appliqué pour la deuxième tranche du traité est supérieur à celui calculé par les deux méthodes précitées. On conseil à la compagnie de négocier à la baisse le taux de prime de cette deuxième tranche.

Chapitre 4 :Optimisation

Dans ce chapitre on va mesurer l'impact du choix de la priorité sur le résultat net et également sur sa variabilité.

De la simulation des charges de grands sinistres et celles des petits sinistres que nous avons déjà présenté dans la partie tarification, on peut déterminer le résultat net de réassurance simulé et ce, en prenant en considération tous les éléments nécessaires pour son calcul.

Toute fois, il est nécessaire de rappeler les priorités appliquées dans le traité actuel de réassurance de la compagnie RMA WATANYA. Le traité comporte deux tranches.

Pour la 1ère tranche et pour chaque branche la priorité est de l'ordre de 2 Millions de Dh avec une limite de 7 M Dh.

Concernant la 2ème la priorité est bien sûr de l'ordre de x Millions Dh (c'est la limite de la 1ère tranche).Mais la limite dépend des branches, elle est de x M Dh pour l'Automobile et de xM dh pour les autres.

Il est à signaler, que le traité envisage un seul taux pour toutes les quatre branches étudiées et qui est de x comme minimum et qui ne dépasse pas x ,et ce pour la 1ére tranche .Quant à la 2ème le taux est fixé à x % .

L'objectif de ce chapitre est de :

- Déterminer la priorité optimale en se basant sur le critère « moyenne-variance » du résultat net.
- Mesurer l'impact de l'application des taux réels sur les résultats.

1- **<u>Détermination de la priorité optimale</u>** :

On peut définir le résultat net de réassurance comme suit :

Le résultat net de réassurance

=

Primes gardées (après déduction de l'assiette de primes des primes cédées aux réassureurs)

- Sinistres gardés (petits sinistres + part de l'assureur dans les grands sinistres)

- Frais de gestion (Taux de frais généraux : 25 %).

Et ce en précisant que les taux de primes cédés ont été chargés de 20 %.

Ainsi, le résultat net de réassurance de la RMA WATANYA pour l'exercice (2007) est résumé dans les tableaux suivants:

Tableau 28 : Résultat net de réassurance et coefficient de variation selon la priorité et la branche (avec taux de prime réel)

	Priorité	Sans réassurance	1 M	2 M	2,5 M	3 M	7M
AUTO	Résultat attendu *	62 957 028	61 580 952	62 303 118	62 484 302	62 583 210	62 899 160
	Variabilité **	16 059 001	15 609 728	15 664 510	15 678 760	15 687 102	15 721 908
	Coefficient ***	25,51%	25,35%	25,14%	25,09%	25,07%	25,00%
AT	Résultat attendu	-17 096 279	-20 971 758	-19 628 924	-19 262 381	-18 943 562	-17 606 608
	Ecart type	23 691 911	13 015 307	13 171 796	13 224 810	13 272 602	13 443 450
	Coefficient	-138,58%	-62,06%	-67,10%	-68,66%	-70,06%	-76,35%
RD	Résultat attendu	11 312 281	10 942 385	11 213 266	11 259 530	11 283 504	11 309 399
	Ecart type	1 787 954	1 539 451	1 655 402	1 674 368	1 688 965	1 742 533
	Coefficient	15,81%	14,07%	14,76%	14,87%	14,97%	15,41%
RC	Résultat attendu	11 407 085	11 225 781	11 397 862	11 405 219	11 406 664	11 407 474
	Ecart type	1 476 052	1 390 447	1 461 797	1 466 471	1 468 646	1 473 613
	Coefficient	12,94%	12,39%	12,83%	12,86%	12,88%	12,92%

(Elaboré par nos soins)

(*) Le *résultat attendu* est la moyenne des 10 000 résultats de réassurance simulés.

(**) La *variabilité du résultat* est l'écart -type des 10 000 résultats de réassurance simulés.

(***) Le *coefficient de variation* est le rapport entre la variabilité du résultat et la moyenne attendue.

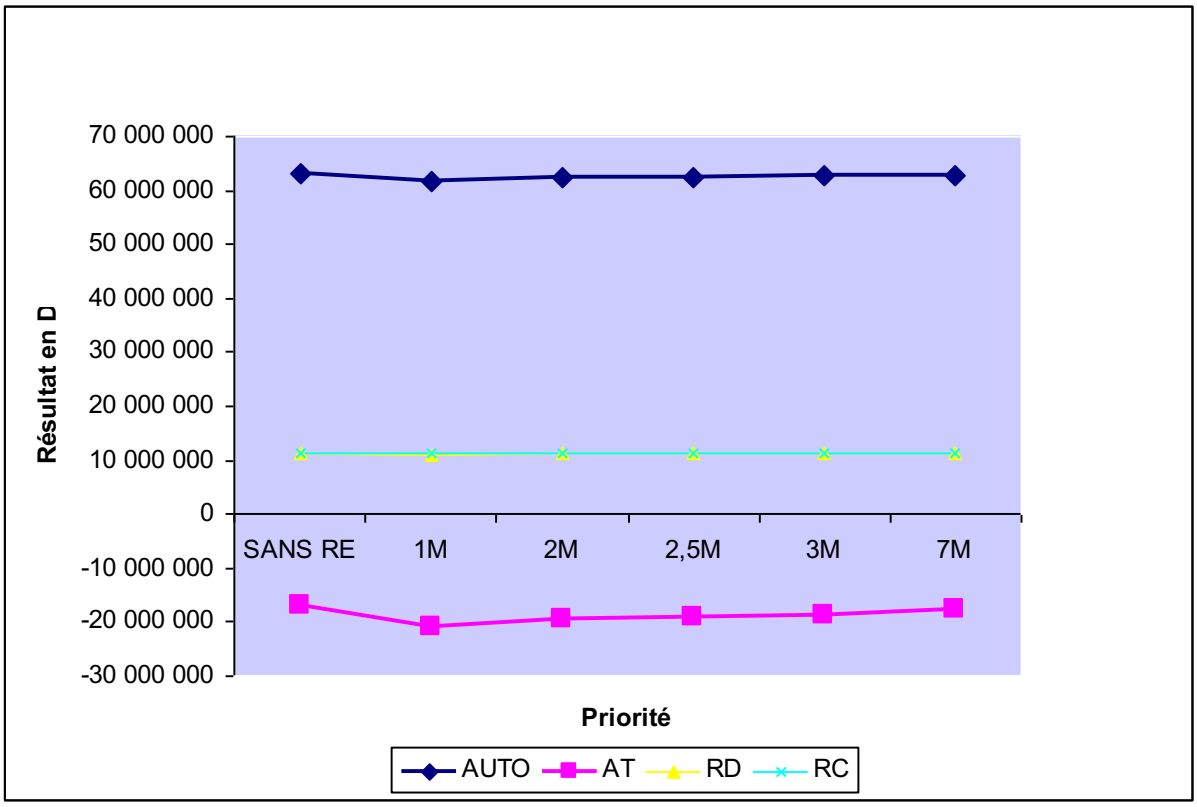
En précisant que le taux réel utilisé, est calculé dans la partie Tarification par simulation dans le chapitre précédent dont les valeurs sont présentées dans les deux tableaux suivants :

Tableau 29 : Le taux de prime variable selon la branche et la priorité

		AUTO	AT	RD IA	RC DIVERS
1M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x
		x	x	x	x
2M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x
		x	x	x	x
2,5 M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x
		x	x	x	x
3 M	MIN	x	x	x	x
	MAX	x	x	x	x

Taux fixe (la 2ème tranche) Priorité de 7 000 000 DH	
AUTO	x
	x
AT	x
	x
RD	x
	x
RC	x

Figure 27 : Résultat attendu selon les priorités et les branches



(Elaboré par nos soins)

Du tableau résultat et du graphique on constate qu'il y a augmentation du résultat attendu en augmentant la priorité avec une stabilité au niveau de la variabilité et ce dans toutes les branches étudiées. Et cela est tout à fait normal puisque lorsqu'on augmente la priorité on cède moins de sinistre et on approche au résultat de souscription (sans réassurance)

Le résultat pour la branche AT est négatif ce qui montre bien que la compagnie est déficitaire dans cette branche soit un résultat de réassurance de -19 628 924 Dh et ce pour la priorité 2 000 000 Dh.

Toutes les autres branches ont connu des résultats positifs.

Le tableau suivant récapitule le résultat pour l'ensemble des branches (résultat avec un taux réel :

Tableau 30: Le résultat de la RMA WATANYA selon la priorité, calculé par le taux réel

Priorité	Sans réassurance	1 M	2 M	2,5 M	3 M	7 M
Résultat attendu	68 580 116	62 777 360	65 285 322	65 886 670	66 329 816	68 009 424
Ecart type	17 924 564	14 154 791	14 234 558	14 258 481	14 276 965	14 346 647
Coef. variation	26,14%	22,55%	21,80%	21,64%	21,52%	21,10%

(Elaboré par nos soins)

1- 1 Scénarios possibles pour la compagnie :

La compagnie peut tester les scénarios possibles suivants :

- Diminuer de la priorité existante (2 M) vers 1 M Dh.
- Soulever la priorité à 2,5 M
- Augmenter la priorité à 3 M .
- Considérer une seule tranche de priorité 7 M.

a :Impact de diminution de la priorité à 1M :

La diminution de la priorité à 1 M va faire perdre la compagnie 2 507 962 Dh et augmenter sa variabilité de 22, 5 % à 26 %.

Ce scénario de diminution de la priorité est à rejeter.

b : Soulever la priorité à 2,5 M

La compagnie dans ce cas va bénéficier d'un gain supplémentaire de 601 348 Dh et va diminuer légèrement sa variabilité.

c : Augmenter la priorité à 3 M .

On gagne dans ce cas un supplément de 1 044 494 Dh avec une légère diminution de la variabilité.

d : Considérer une seule tranche de priorité 7 M.

La considération d'une seule tranche de priorité 7 M (Eliminer la 1ère tranche) va générer un bénéfice supplémentaire de l'ordre de 2 724 102 Dh et faire améliorer légèrement la variabilité.

1 – 2 La priorité optimale:

Le 4ème scénario (ne considérer q'une seule tranche de priorité 7M), est le meilleur des 4 scénarios envisagés, puisque la compagnie peut profiter d'un surplus meilleur et avec une variabilité légèrement modérée.

Donc si la compagnie considère une seule tranche, c'est-à-dire si elle ne fonctionnait qu'avec un excédent de sinistre et une priorité de 7 000000 Dh elle bénéficierait de **2 724 102 Dh** avec une meilleure variabilité

II- Impact de l'application des taux réels sur les résultats.

Voyons maintenant, le résultat net avec un taux de prime uniforme pour chaque priorité :

Tableau 31: Le taux variable uniforme pour chaque priorité

PRIORITE	Taux variable	
1Million	MIN	X
	MAX	X
2Million	MIN	X
	MAX	X
2,5 Million	MIN	X
	MAX	X
3 Million	MIN	X
	MAX	X

(Elaboré par nos soins)

Quant au taux fixe pour la 2ème tranche il est de : x %

Tableau 32 : Coefficient de variation du résultat selon un taux uniforme pour chaque priorité

	Priorité	Sans réassurance	1 M	2 M	2,5 M	3 M	7 M
AUTO	Résultat attendu	62 957 028	57 794 980	59 431 778	60 053 626	60 374 074	61 449 569
	Ecart type	16 059 001	15 540 073	15 651 295	15 684 048	15 700 073	15 721 908
	Coefficient	25,51%	26,89%	26,33%	26,12%	26,00%	25,59%
AT	Résultat attendu	-17 096 279	-15 848 015	-16 037 149	-16 050 977	-16 062 801	-16 149 161
	Ecart type	23 691 911	12 748 052	12 979 141	13 077 962	13 145 573	13 443 450
	Coefficient	-138,58%	-80,44%	-80,93%	-81,48%	-81,84%	-83,25%
RD	Résultat attendu	11 312 281	11 061 282	11 085 828	11 121 490	11 138 310	11 197 828
	Ecart type	1 787 954	1 405 112	1 605 067	1 647 541	1 674 285	1 742 533
	Coefficient	15,81%	12,70%	14,48%	14,81%	15,03%	15,56%
RC	Résultat attendu	11 407 085	11 027 221	11 113 937	11 171 939	11 201 318	11 286 001
	Ecart type	1 476 052	1 364 960	1 462 754	1 467 434	1 469 470	1 473 613
	Coefficient	12,94%	12,38%	13,16%	13,13%	13,12%	13,06%

(Elaboré par nos soins)

Si la compagnie se tarifie avec un taux uniforme pour chaque priorité, on constate, pour la seule branche AT, qu'il a une diminution du résultat en augmentant la priorité.

La tendance du totale du résultat des quatre branches varie en même sens que la variation de la franchise.

Et ceci apparaît clairement dans le tableau suivant qui totalise les résultats des différentes branches.

Tableau 33 : Le résultat de la RMA WATANYA avec un taux de prime unique Pour chaque priorité

Priorité	Sans réassurance	1 M	2 M	2,5 M	3 M	7 M
Résultat attendu	68 580 116	64 035 468	65 594 393	66 296 078	66 650 902	67 784 237
Ecart type	17 924 564	14 036 293	14 174 535	14 223 205	14 252 154	14 346 647
Coefficient de variation	26,14%	21,92%	21,61%	21,45%	21,38%	21,17%

(Elaboré par nos soins)

La constatation principale de ce tableau est que la priorité 7 M Dh connaît le plus grand résultat avec une variabilité relativement légère. Donc il y a un gain de 2 189 844 Dh en passant d'une priorité de 2 M Dh à 7 M Dh .C'est-à-dire que le fait de se réassurer pour une seule tranche dont la franchise est 7 M DH, est profitable pour la compagnie.

Mais cet amélioration reste relativement limité en comparant ce gain de résultat (2 189 844 Dh) avec celui trouvé dans le cas où on appliquait des taux réels pour chaque priorité et chaque branche (le gain est de l'ordre de 2 724 102 Dh).

Conclusion :

En guise de conclusion nous pouvons suggéré:

- L'application du traité Excédent de sinistre par risque et par événement avec une **priorité de x M Dh (Une seule tranche)**.
- Elaboration **d'un traité spécifique** pour chaque branche.

Ces suggestions vont permettre à la compagnie de réaliser un gain supplémentaire de l'ordre de **: x Dh.**

Conclusion

A travers cette étude, nous avons traité certains points touchant la réassurance de la compagnie RMA WATANYA. Il s'agit de l'analyse, la tarification et la fiabilisation du traité XL des branches : Automobile, accidents du travail, responsabilité civile et risques divers.

Grâce à ce travail, nous avons aboutit aux résultats suivants :

Dans la partie tarification du traité XL, nous nous sommes intéressé à la détermination de la prime pure de réassurance, ainsi que la comparaison des différentes méthodes de tarification. A noter que les deux méthodes Burning Cost (BC) et simulation nous ont donné des résultats comparables dans la première tranche ce qui signifie que la compagnie applique une bonne tarification. Cependant dans la deuxième tranche la compagnie pourrait bénéficier d'un taux de prime inférieur à celui appliqué actuellement.

Tandis que pour le volet optimisation, on a :

- ✓ La branche accidents du travail est très déficitaire, d'où on peut proposer de diminuer la barre de priorité, ceci afin de céder, d'avantage au réassureur et se protéger contre la forte variabilité de la sinistralité.
- ✓ la branche automobile, qui est largement bénéficiaire, pourrait bien être diluée de l'aspect réassurance et donc on peut augmenter la barre de priorité afin d'améliorer le résultat de la branche.

Après l'application de la méthode d'optimisation par simulation au traité XL, nous avons conclu qu'il ne faut garder qu'une seule priorité augmentée à 7 M Dhs.

Par conséquent, en se basant sur les résultats de notre étude, on peut aussi suggérer à la compagnie RMA WATANYA d'une part l'application du traité Excédent de sinistre par risque et par événement avec une priorité de 7 millions Dh. Ce qui pourrait faire gagner à la compagnie une somme de 2 à 3 million Dh par an. Et d'autre part, on suggère de traiter les branches séparément en appliquant un taux pour chaque priorité chose, qui pourrait générer un gain de plus tout en gardant sa sécurité financière satisfaisante.

Bibliographie

Ouvrages :

► PARTRAT C. , « La réassurance, Approche Technique ».

► WETZEL J. , « Comment se réassurer au moindre coût », Dunod, 1971.

► DENUIT M. , « *Mathématiques de l'assurance non vie »,* TOME I: Principes fondamentaux de théorie du risque.

Mémoires :

► Fayrouze DAKKA, La réassurance optimale : Choix et enjeux, mémoire de fin d'études pour l'obtention du Diplôme d'Etudes Supérieures Approfondie, spécialité :Probabilités et statistiques appliquées, Faculté des sciences DHAR EL MAHRAZ, Fès, 2001.

► Taoufik LACHKER HIDARA, Assurance automobile : Modélisation, Segmentation et Tarification, projet de fin d'étude, INSEA, Rabat, 2001.

► Meryem MAROUF & Nadia BOUQES, optimisation et tarification du traité de réassurance excédent de sinistre, , projet de fin d'étude, INSEA, Rabat, 2003.

Notes de cours et publications :

► JAUMAIN C. « Comprendre et interpréter les comptes annuels des entreprises d'assurance », Cours INSEA 2007 .

► REINHARD J. , « Réassurance et Echange de Risques», Cours INSEA 2005.

Sites web :

- Site du ministère des finances et de la privatisation : www.finances.gov.ma
- Sites de la société des actuaires www.actuaries.org et www.casact.org

ANNEXE 1

GLOSSAIRE

Actuaire :
Spécialiste qui applique la théorie des probabilités à l'évaluation des risques et au calcul des primes, des provisions techniques ou des provisions mathématiques, son champ d'application est les compagnies d'assurance et de réassurance ainsi que les organismes de prévoyance sociale.

Assuré :
Personne dont la vie, les actes ou les biens sont assurés. Moyennant une prime qu'il verse à un assureur, ce dernier s'engage à le rembourser en cas de dommage ou du sinistre décrit dans le contrat, le payement peut vêtir diverses formes soit un capital ou une rente viagère …
L'assuré n'est pas toujours le souscripteur du contrat ou le bénéficiaire.

Branche :
Catégorie homogène d'assurance. La présentation uniforme utilisée depuis 1985 par les réassureurs français distingue les branches vie,non vie,incendie,grêle,crédit caution ,risques divers,responsabilité civile générale ,automobile,transport,aviation,les huit dernières constituant l'ensemble des branches non vie (Dommages) .Sur les marchés anglo-saxons,on distingue le plus souvent les affaires Casualty (assurance de responsabilité et accidents de travail), Property (Dommage aux biens) et les affaires life(Vie).

Capacité :
Montant maximal d'assurance ou de réassurance disponible pour couvrir des risques au niveau d'une entreprise ou d'un marché en général .pour un assureur, la capacité est généralement fonction des fonds propres, du chiffre d'affaires et de sa composition ainsi que des moyens complémentaires obtenus par la réassurance.

Cédante :
Compagnie ou mutuelle d'assurance ou institution de prévoyance qui cède au réassureur une partie des risques qu'elle a souscrit.

Commission de réassurance :
Pourcentage des primes accordé par le réassureur en faveur du l'assureur à titre de participation aux frais d'acquisition et de gestion des affaires qui lui sont cédées .L'usage de la communication de réassurance se rencontre essentiellement dans le cadre de la réassurance proportionnelle.

Condition de réassureur :
Ensemble des clauses figurant dans le traité de réassurance. Les conditions de réassurance couvrent le niveau des commissions, des participations bénéficiaires, la périodicité des comptes et les dépôts éventuels.

Contrat groupe :

Assurance couvrant contre certains risques (décès, accident, maladie) au moyen d'une seule police, plusieurs personnes formant un ensemble homogène ,appartenait généralement à une même entreprise ou association .

Cotisation :
Somme payée par l'assurée en contrepartie des garanties accordées par l'assureur .Synonyme de prime, ce mot est plus souvent employé par les sociétés mutuelles ou, à forme mutuelle.
Courtier de réassurance :
Personne physique ou morale qui place des affaires de réassurance, en vertu d'un mandat soit de la cédante, soit plus rarement, du réassureur.

Dépôt :
Somme laissée chez la cédante en garantie des engagements pris par le réassureur. Les dépôts espèces sont en général rémérées par un taux d'intérêt convenu lors de la souscription des affaires. Le revenu des dépôts titre reste acquis au réassurer ;

Engagement :
Montant de la garantie assumée par le réassureur.

Evénement :
Agrégation de plusieurs sinistres qui ont une origine aléatoire et qui affectent, soit un même assuré au titre de plusieurs polices, soit une pluralité d'assurés.

Participation aux bénéfices :
Lorsque le traité prévoit une participation aux bénéfices (PB), le réassureur verse à l'assureur, lorsque les résultats du traité excédent un certain niveau, une PB qui constitue un complément de rémunération pour l'assureur.

Période de l'application du traité :
Elle définit la date d'effet, la durée, les modalités de résiliation et le sort des réassureurs cédés et ces sinistres.

Plein de rétention ou plein de conservation :
Montant maximum que l'assureur peut payer sur chaque risque.

Plein de souscription :
Somme maximale acceptée par l'assuré égale au plein de rétention maximum plus les possibilité »s en réassurance obligatoire.

Police :
Preuve matérielle du contrat passé entre l'assureur et l'assuré.
La police d'assurance matérialisée l'accord des deux parties, l'assureur et l'assuré, signataires du contrat .ce document, établit en deux ou trois exemplaires, précise les conditions de l'assurance par :

- Des conditions générales :
  Imprimées et communes à tous types de contrat, elles décrivent les garanties et précisent « les conditions de validité » du contrat la description des garanties est parfois regroupée sous le titre « conventions spéciales »

➢ Des conditions particulières :
Qui adaptent le contrat à la situation et au choix de chaque assuré (durée de l'engagement, nom et adresse de l'assuré, garanties choisies…).

Prime de réassurance :
Somme perçue par le réassureur en contrepartie de la couverture d'un risque.

Prime acquise :
Fraction des primes qui correspond à la durée courue pour un risque à la clôture de l'exercice considérée par rapport à la durée totale de la garantie la portion des primes non acquises est portée en provision de primes ; elle est incluse dans les provisions techniques.

Prime brute :
Montant des primes reçues le montant des primes brutes constitue le chiffre d'affaires de l'exercice.

Prime émise :
Primes figurant dans le compte que l'assureur envoie au réassureur. Estimées par le réassureur pour les comptes non encore reçue à la clôture des comptes de l'exercice, elles se décomposent en deux parties : la partie acquise qui figure au crédit du compte d'exploitation, la partie non acquise portée au passif du bilan.

Prime nette de rétrocession :
Montant des primes brutes diminuées des portions de primes versées en rétrocession.

Prime pure :
Prime équivalente à l'évaluation technique du coût du risque par l'assureur.

Provision technique :
Montant que l'assureur ou le réassureur doit constituer pour faire face à l'indemnisation des sinistres et aux obligations résultant des contrats qu'il a souscrit et se composent pour l'essentiel des provisions suivants :

- ***Provisions complémentaires***: les provisions pour sinistres à payer sont enregistrées en compléments, calculés en fonction de l'expérience de passé, pour tenir compte soit de liquidations estimés défavorables dans le futur sur des sinistres insuffisamment provisionnés par les cédantes (*en anglais Incurred But Not Enough Reserved-**IBNER***), soit des sinistres qui seront probablement déclarés tardivement (en *anglais, Incurred But Not Reported-**IBNR***).

- ***Provision pour risque en cours***: provisions destinées à couvrir la charge de sinistres pour la période s'écoulant entre la date de clôture des comptes et la date d'échéance du contrat, qui n'est pas couverte par la provision pour primes non acquises.

- ***Provision pour sinistres à payer***: provisions pour sinistres survenus mais encore réglés .elles font l'objet d'estimations par les cédantes qui communiquent au réassureur.

Ratio sinistre à prime (S /P) :
Coût des sinistres survenus rapportés aux primes acquises.

Réassurance :
Opération par laquelle un assureur s'assure lui-même auprès d'un tiers (le réassureur) pour une partie des risques qu'il a garantit, moyennant le paiement d'une prime.

Rétention :
Part des risques que l'assureur ou le réassureur conserve pour son propre compte.

Rétrocession :
Cession par le réassureur, moyennant le paiement d'une prime à un autre réassureur (le rétrocessionnaire), d'une fraction des risques qu'il s'est engagés à garantir, en d'autre terme c'est une réassurance de second degré.

Risque :
C'est l'objet de l'assurance, la probabilité de survenance d'un sinistre et aussi un événement qui déclenche la garantie (vol, incendie…).

Sinistralité :
Montant correspondant aux sinistres réglé pendant une période donnée majoré de la variation des provisions pour sinistres survenus mais non encore payés.

Sinistre :
Evénement déclenchant la garantie du contrat.

Souscription :
Décision prise par un assureur ou par un réassureur d'accepter, moyennant la perception d'une prime, de couvrir un risque.

Traité de réassurance :
Convention de réassurance entre un assureur et un réassureur définissant les conditions de cession et d'acceptation des risques faisant l'objet de la convention, la réassurance par traité est dévissée en grandes catégories : la réassurance proportionnelle et la réassurance non proportionnelle.

Quelques clauses juridiques :

Clause d'arbitrage :

Le marché de la réassurance est un monde très privé. Par ailleurs, il s'agit d'un monde où se rencontrent des acteurs professionnels : assureurs et réassureurs. De plus, la notion de bonne foi et confiance est très présente dans le monde de la réassurance.

De ce fait, les litiges entre assureurs et réassureurs sont plutôt rares. Toutefois, lorsqu'un litige survient, le monde très privé de la réassurance a choisi de régler les litiges par voie arbitrale. Il s'agit d'une technique qui a l'avantage d'être assez rapide et de ne pas faire la publicité des débats et de la sentence.

Clause d'erreurs ou d'omissions :

Une erreur ou omission involontaire de l'assureur ne dégage pas le réassureur de ses obligations. toute erreur ou omission doit, cependant, être rectifiée par l'assureur dès qu'il en a connaissance.

Clause statistique :

Comme nous le verrons plus loin, en réassurance non proportionnelle, le taux de prime est calculé par le réassureur sur base de la statistique-sinistres de l'assureur. la clause statistique prescrit que ce taux peut être corrigé à posteriori, si cette dernière se dégrade ultérieurement.

Clause de résiliation à effet immédiat :

Classiquement, les traités prévoient une clause de résiliation à effet immédiat lorsque les circonstances sont exceptionnelles. Chaque partie a le droit de dénoncer le présent traité avec effet immédiat, si par exemple, l'autre partie cède son portefeuille, fusionne avec une autre société d'assurance ou de réassurance ou fait faillite.

ANNEXE2

PRÉSENTATION DES FORMULES THÉORIQUES DES Q-Q PLOT DES LOIS UTILISEES

Pour la loi Log Normale, le Q-Q plot requiert la représentation des points :

$$\left\{\left(\phi^{-1}\left(\frac{k}{n+1}\right), \ln\left(x_{(k)}\right)\right), k = 1,2,\ldots,n\right\}$$ dans le plan.

Où $x_{(k)}$ la statistique d'ordre k.

Un Q_Q plot de Pareto nécessite la représentation des points :

$$\left\{\left(-\ln\left(1-\frac{k}{n+1}\right), \ln\left(1+\frac{x_{(k)}}{\theta}\right)\right), k = 1,2,\ldots,n\right\}$$ dans le plan.

Où $x_{(k)}$ la statistique d'ordre k.

ANNEXE 3

Les lois usuelles de montant de sinistres utilisées :

Caractéristiques :

Loi de Pareto et Log-Normale:

Distribution paramètres	Fonction de répartition	Densité
Pareto[1] $Pa(t;\alpha)$ avec $t>0;\alpha>0;x\geqslant t$	$F(x)=1-\left(\frac{t}{x}\right)^{\alpha}$	$f(x)=\alpha t^{\alpha}x^{-\alpha-1}$
Log Normale $LN(t;m;\sigma)$ avec $t>0;-\infty<m<+\infty;$ $\sigma>0;x>t$	$F(x)=\Phi\left(\frac{\ln(x-t)-m}{\sigma}\right)$ et Φ fonction de répartition de la loi $N(0;1)$.	$f(x)=\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-t)-m}{\sigma}\right)^2\right]}{(x-t)\sigma\sqrt{2\pi}}$

Estimation des paramètres :

Les estimateurs retenus sont obtenus à partir de l'une ou I' autre des deux méthodes classiques d'estimation, la méthode du maximum de vraisemblance ou la méthode des moments. .Ainsi pour la loi de Pareto *Pa(t ,α)* nous retenons :

- L'estimateur du maximum de vraisemblance de *t* : t^ =min ***(Xi)***

Si t n'est pas donné

- L'estimateur du maximum de vraisemblance de α :

$$\widehat{\alpha}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i/t)}$$

*Pour la loi Log-Normale *LN(t; m; σ)* nous retenons les estimateurs suivants:

- L'estimateur de *t est :* t^ = min ***(Xi)***

Si t n'est pas donné

- L'estimateur de *m* est:

$$\widehat{m}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}}\right)$$

- L'estimateur de l'écart type est :

$$\hat{\sigma} = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}} \right) \right)^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\hat{t}} \right) \right)^2 \right]^{1/2}$$

* Distribution de poisson P(λ), λ > 0

En notant N la variable aléatoire «Nombre total de sinistres annuel », la loi la plus souvent retenue pour N est la loi de Poisson et ce que nous allons montré par la suite.
Loi de probabilité :

$$\mathbf{P(N = n) = e^{-\lambda} \lambda^n / n!}$$
$$\mathbf{E(N) = V(N) = \lambda}$$

Syntaxe (Loi de pareto)

* X ~ Pareto(seuil,forme)=Pareto(a,b)

* Densité: fx(x/a;b) = ba**b/x**(b+1), x>a; a,b>0.
* E(X) = ba/(b-1), b>1; Var(X) = ba**2/(b-1)**2(b-2) , b>2.
* Exemple :Générer k colonnes de X1,...,Xn ~ Pareto(a,b)
* avec : k = 10; n= 5000; a = 2, b = 5.

```
Input program.

  Vector Y(12).
    Loop #I = 1 to 6.
    Loop #J = 1 to 12.
   COMPUTE Y(#J)  = RV.PARETO(1000000,1.89) .
     End loop.
     End Case.
End loop.
End file.
End Input program.
Execute.
```

Syntaxe (Loi de Poisson)

```
Input program.
  Vector Y(1).
    Loop #I = 1 to 10000.
    Loop #J = 1 to 1.
   COMPUTE Y(#J)  = RV.POISSON(0.27)  .
     End loop.
     End Case.
End loop.
```

```
End file.
End Input program.
Execute.
```

Syntaxe (Loi Log-Normale)

```
* X ~ LogNormal(mu,s2);  , mu réel et s > 0
*
* avec : k = 10; n= 500; mu=1 et s= 2.

Input program.
  Vector Y(1).
    Loop #I = 1 to 10000.
    Loop #J = 1 to 1.
   COMPUTE Y(#J)  = RV.LNORMAL(0.65,0.03)  .
     End loop.
     End Case.
End loop.
End file.
End Input program.
Execute.
```

Syntaxe des centiles :

```
FREQUENCIES
  VARIABLES=  loss_san res_sous charg_t charg_p charg_g nbre_s res_2m res_7m
los_rat2 los_rat7 /FORMAT=NOTABLE
  /PERCENTILES= 0.1 0.2 0.4 0.5 1 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75
  80 85 90 95 99 99.5 99.6 99.8 99.9
  /STATISTICS=STDDEV MEAN
  /ORDER=  ANALYSIS .
```