Assurance vie entière (premier décès) : Whole life insurance A_{xy}

L'assureur verse une prestation d'un dollar à la fin de l'année du premier décès, peu importe quand ce dernier survient. La valeur présente de la prestation est :

- $Z = v^{K_{xy}+1}, \qquad K_{xy} = [min(T_x, T_y)] = 0, 1, 2, \cdots$
- La prime nette de cette assurance est :
  $A_{xy} := E(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} Pr[K_{xy} = k] = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \left({}_kp_x \cdot {}_kp_y - {}_{k+1}p_x \cdot {}_{k+1}p_y \right)$

Démonstration

$$
\begin{aligned}
Pr[K_{xy} = k] &= Pr[k \leq min(T_x, T_y) < k+1] \\
&= Pr[min(T_x, T_y) \geq k] - Pr[min(T_x, T_y) \geq k+1] \\
&= {}_kp_x \cdot {}_kp_y - {}_{k+1}p_x \cdot {}_{k+1}p_y
\end{aligned}
$$

fmarri@insea.ac.ma

Assurance vie entière (second décès) : Whole life insurance $A_{\overline{xy}}$

L'assureur verse une prestation d'un dollar à la fin de l'année du second décès, peu importe quand ce dernier survient. La valeur présente de la prestation est :

- $Z = v^{K_{\overline{xy}}+1}, \qquad K_{\overline{xy}} = [max(T_x, T_y)] = 0, 1, 2, \cdots$
- La prime nette de cette assurance est
  $A_{\overline{xy}} := E(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} Pr[K(\overline{xy}) = k] = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} ({}_{k+1}q_x \cdot {}_{k+1}q_y - {}_k q_x \cdot {}_k q_y)$
- $A_{\overline{xy}} = A_x + A_y - A_{xy}$

Démonstration

$$
\begin{aligned}
Pr[K(\overline{xy}) = k] &= Pr[k \leq max(T_x, T_y) < k+1] \\
&= Pr[max(T_x, T_y) \leq k+1] - Pr[max(T_x, T_y) \leq k] \\
&= {}_{k+1}q_x \cdot {}_{k+1}q_y - {}_k q_x \cdot {}_k q_y \\
&= Pr[K(x) = k] + Pr[K(y) = k] - Pr[K(xy) = k]
\end{aligned}
$$

fmarri@insea.ac.ma

Rente versée jusqu'au premier décès parmi (x) et (y)

Rente versée jusqu'au premier décès parmi (x) et (y)

Un contrat de rente émis à (x) et (y) . Une rente d'un dollar est versée jusqu'au premier décès parmi (x) et (y) .

$$\ddot{a}_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \cdot {}_k p_y$$

fmarri@insea.ac.ma

Rente versée jusqu'au second décès

Rente versée jusqu'au second décès parmi (x) et (y)

Un contrat de rente émis à (x) et (y) : La rente d'un dollar est versée jusqu'au second décès c'est-a-dire jusqu'au moment de déchéance du statut (xy)

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_{\overline{xy}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot \left({}_k p_x + {}_k p_y - {}_k p_x \cdot {}_k p_y \right)$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible (Reversionary annuities)

Rentes réversible(Reversionary annuities)

On définit par $a_{x|y}$ la valeur présente actuarielle d'une rente réversible de 1 \$ où la rente est versée au statut (y) à compter de la déchéance du statut (x).

$$a_{x|y} = \sum_{k=1}^{\infty} v^k . Pr\left(T_x < k < T_y\right) = \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_kq_x \cdot {}_kp_y$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_kp_y - \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_kp_x \, {}_kp_y = a_y - a_{xy}$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible (Reversionary annuities)

Exemple

Un assuré x d'âge x=30 ans marié à y d'âge y=25 ans souscrit une rente viagère réversible de début de période qui prévoit le versement de $R = 10000\$$ au début de chaque année si l'assuré x est vivant à la date du versement, et $\alpha.R = 50\%.R$ à son conjoint y si l'assuré x est décédé et son conjoint vivant à la date du versement ($i = 2.5\%$ TV88-90).

$$VAP(assureur) = R.\ddot{a}_x + \alpha.R.a_{x|y} = R.\ddot{a}_x + \alpha.R.(a_y - a_{xy})$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible avec différé fixe n (n-year deferred life reversionary annuities)

Rentes réversible avec différé fixe n

On définit par ${}_{n|}a_{x|y}$ la valeur présente actuarielle d'une rente réversible avec différé n, qui prévoit le versement de 1$,mais pas durant les n premières années au statut (y) à compter de la déchéance du statut (x).

$$
\begin{aligned}
{}_{n|}a_{x|y} &= \sum_{k=n}^{\infty} v^k.Pr\Big(T_x < k < T_y\Big) = \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_kq_x \cdot {}_kp_y \\
&= \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_kp_y - \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_kp_x \, {}_kp_y = {}_{n|}a_y - {}_{n|}a_{xy}
\end{aligned}
$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible avec différé fixe n

Exemple

Un assuré x d'âge x=30 ans marié à y d'âge y=25 souscrit une une rente réversible de début de période avec différé fixe n=35 qui prévoit le versement de $R = 10000\$$,mais pas durant les n premières années, si l'assuré x est vivant à la date du versement, et $\alpha.R = 50\%.R$ à son conjoint y si l'assuré x est décédé et son conjoint vivant à la date du versement ($i = 2.5\%$ TV88-90).

$$VAP(assureur) = R._{n|}\ddot{a}_x + \alpha.R._{n|}a_{x|y} = R._{n|}\ddot{a}_x + \alpha.R.(_{n|}a_y - _{n|}a_{xy})$$

fmarri@insea.ac.ma

Chapitre 6 : Contrats d'assurance et de rente sur plusieurs têtes : (Multiple Life Models)

Assurance vie entière (premier décès) : Whole life insurance A_{xy}

L'assureur verse une prestation d'un dollar à la fin de l'année du premier décès, peu importe quand ce dernier survient. La valeur présente de la prestation est :

- $Z = v^{K_{xy}+1}, \qquad K_{xy} = [min(T_x, T_y)] = 0, 1, 2, \cdots$
- La prime nette de cette assurance est : $A_{xy} := E(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} Pr[K_{xy} = k] = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \left({}_k p_x \cdot {}_k p_y - {}_{k+1} p_x \cdot {}_{k+1} p_y \right)$

Démonstration

$$\begin{aligned} Pr[K_{xy} = k] &= Pr[k \leq min(T_x, T_y) < k+1] \\ &= Pr[min(T_x, T_y) \geq k] - Pr[min(T_x, T_y) \geq k+1] \\ &= {}_k p_x \cdot {}_k p_y - {}_{k+1} p_x \cdot {}_{k+1} p_y \end{aligned}$$

fmarri@insea.ac.ma

Assurance vie entière (second décès) : Whole life insurance $A_{\overline{xy}}$

L'assureur verse une prestation d'un dollar à la fin de l'année du second décès, peu importe quand ce dernier survient. La valeur présente de la prestation est :

- $Z = v^{K_{\overline{xy}}+1}, \qquad K_{\overline{xy}} = [max(T_x, T_y)] = 0, 1, 2, \cdots$
- La prime nette de cette assurance est
  $A_{\overline{xy}} := E(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} Pr[K(\overline{xy}) = k] = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} ({}_{k+1}q_x \cdot {}_{k+1}q_y - {}_kq_x \cdot {}_kq_y)$
- $A_{\overline{xy}} = A_x + A_y - A_{xy}$

Démonstration

$$
\begin{aligned}
Pr[K(\overline{xy}) = k] &= Pr[k \leq max(T_x, T_y) < k+1] \\
&= Pr[max(T_x, T_y) \leq k+1] - Pr[max(T_x, T_y) \leq k] \\
&= {}_{k+1}q_x \cdot {}_{k+1}q_y - {}_kq_x \cdot {}_kq_y \\
&= Pr[K(x) = k] + Pr[K(y) = k] - Pr[K(xy) = k]
\end{aligned}
$$

fmarri@insea.ac.ma

Rente versée jusqu'au premier décès parmi (x) et (y)

Rente versée jusqu'au premier décès parmi (x) et (y)

Un contrat de rente émis à (x) et (y) . Une rente d'un dollar est versée jusqu'au premier décès parmi (x) et (y) .

$$\ddot{a}_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \cdot {}_k p_y$$

fmarri@insea.ac.ma

Rente versée jusqu'au second décès

Rente versée jusqu'au second décès parmi (x) et (y)

Un contrat de rente émis à (x) et (y) : La rente d'un dollar est versée jusqu'au second décès c'est-a-dire jusqu'au moment de déchéance du statut (xy)

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_kp_{\overline{xy}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot \left({}_kp_x + {}_kp_y - {}_kp_x \cdot {}_kp_y \right)$$

$$\ddot{a}_{\overline{xy}} = \ddot{a}_x + \ddot{a}_y - \ddot{a}_{xy}$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible (Reversionary annuities)

Rentes réversible(Reversionary annuities)

On définit par $a_{x|y}$ la valeur présente actuarielle d'une rente réversible de 1 \$ où la rente est versée au statut (y) à compter de la déchéance du statut (x).

$$a_{x|y} = \sum_{k=1}^{\infty} v^k . Pr\Big(T_x < k < T_y\Big) = \sum_{k=1}^{\infty} v^k ._k q_x ._k p_y$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty} v^k ._k p_y - \sum_{k=1}^{\infty} v^k ._k p_x {}_k p_y = a_y - a_{xy}$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible (Reversionary annuities)

Exemple

Un assuré x d'âge x=30 ans marié à y d'âge y=25 ans souscrit une rente viagère réversible de début de période qui prévoit le versement de $R = 10000\$$ au début de chaque année si l'assuré x est vivant à la date du versement, et $\alpha.R = 50\%.R$ à son conjoint y si l'assuré x est décédé et son conjoint vivant à la date du versement ($i = 2.5\%$ TV88-90).

$$VAP(assureur) = R.\ddot{a}_x + \alpha.R.a_{x|y} = R.\ddot{a}_x + \alpha.R.(a_y - a_{xy})$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible avec différé fixe n (n-year deferred life reversionary annuities)

Rentes réversible avec différé fixe n

On définit par ${}_{n|}a_{x|y}$ la valeur présente actuarielle d'une rente réversible avec différé n, qui prévoit le versement de 1\$,mais pas durant les n premières années au statut (y) à compter de la déchéance du statut (x).

$$
\begin{aligned}
{}_{n|}a_{x|y} &= \sum_{k=n}^{\infty} v^k.Pr\left(T_x < k < T_y\right) = \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_k q_x \cdot {}_k p_y \\
&= \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_y - \sum_{k=n}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \, {}_k p_y = {}_{n|}a_y - {}_{n|}a_{xy}
\end{aligned}
$$

fmarri@insea.ac.ma

Rentes réversible avec différé fixe n

Exemple

Un assuré x d'âge x=30 ans marié à y d'âge y=25 souscrit une une rente réversible de début de période avec différé fixe n=35 qui prévoit le versement de $R = 10000\$$,mais pas durant les n premières années, si l'assuré x est vivant à la date du versement, et $\alpha.R = 50\%.R$ à son conjoint y si l'assuré x est décédé et son conjoint vivant à la date du versement ($i = 2.5\%$ TV88-90).

$$VAP(assureur) = R._{n|}\ddot{a}_x + \alpha.R._{n|}a_{x|y} = R._{n|}\ddot{a}_x + \alpha.R.(_{n|}a_y - _{n|}a_{xy})$$

fmarri@insea.ac.ma