Chapitre 5 : Provisions Mathématiques (Reserves, Policy value)

Considérons un portefeuille (de 100 assurés d'âges 40 ans) de contrats de capital différé 1000 $ à prime unique et de durée 8 ans. Au cours de la première année du portefeuille l'assureur a encaissé :

- $100 * 1000 * {}_8E_{40} = 80967.25\$$ de primes uniques pures
- des frais généraux d'exploitation de 731.2616$
- Les placements lui ont procuré des produits financiers net de 2833.854$.

A la fin de la première année, il va réaliser un bénéfice de $80967.25 + 2833.854 - 731.2616 = 83069.84\$$

En considérant les 83069.84 comme bénéfices, l'assureur va les distribuer aux actionnaires et il ne serait pas en mesure de payer aux assurés survivant au-delà de la 8 ème année, les capitaux garantis .

l'assureur devrait donc constituer une provision sur la base des primes encaissées en début de la première année

fmarri@insea.ac.ma

Les PM résultent principalement du phénomène dit « inversion du cycle de production » qui veut qu’en assurance la société d’assurance encaisse d’abord la prime et paye la prestation après, contrairement à une société industrielle qui fournit la prestation et encaisse le coût de la prestation ensuite.

Le souscripteur a en permanence une créance vis-à-vis de l’assureur qui pour être en mesure d’honorer ses engagements (payer ses dettes envers l’assuré) doit constituer des provisions en mettant de côté une bonne partie des primes que lui a versée l’assuré

fmarri@insea.ac.ma

Supposons que l'assureur a constitué 60000$ de provisions. Dans ces conditions, le résultat d'exploitation de l'assureur se présente comme suit :

DEBIT	CREDIT
Frais d'exploitation : 731.2616 Provisions : 60000 Bénéfice : 23069.84	Primes : 80967.25 Produits financiers : 2833.854
Total : 83801.1	Total : 83801.1

Une erreur de calcul des PM peut influencer les résultats d'un exercice comptable. C'est pourquoi le législateur a pris soin de réglementer strictement l'évaluation et l'utilisation des provisions mathématiques pour protéger les assurés qui sont en réalité les propriétaires de ces P.M.

Les compagnies d’assurance sur la vie établissent chaque année un bilan comptable. Dans le passif de ce bilan, figure un poste très important appelé Provisions Mathématiques.

Provisions Mathématiques= dette de l’assureur vis-à-vis de l’assuré

PM= à la différence à la date de calcul entre ce que l’assureur doit potentiellement à l’assuré et ce que ce dernier lui doit potentiellement comme primes.

Les PM sont définies comme la différence entre la VAP des engagements futures de l’assureur et les VAP de l’ensemble des primes futures à payer par l’assuré

En notant PM_k, la PM d’un contrat à la fin de son k$^{\text{ème}}$ anniversaire, cela ce traduit ainsi :

Si l’assuré est en vie après k année :

$$PM_k = VAP(\text{engagements futurs assureur})_k - VAP(\text{engagements futurs assuré})_k$$
$$= \text{Ce que l'assureur doit mettre en reserve pour faire face à ses engagements futurs}$$

$$\text{Expected present value (benefits)} - \text{Expected present value (net premium)}$$

Pour calculer donc les PM, il faut évaluer les VAP de chaque partie à la date d’évaluation

fmarri@insea.ac.ma

- Les provisions mathématiques pures (net premium reserve,benefit reserve) :
  $PM_k = VAPpure(\text{assureur})_k - VAP(\text{assuré})_k$
- Les provisions mathématiques à la prime d'inventaire (gross premium reserve) :
  $PM_k = VAPpure(\text{assureur})_k + VAP(\text{frais gestion})_k - VAP(\text{assuré})_k$
- Les provisions mathématiques à la prime commerciale(gross premium reserve) :
  $PM_k = VAPpure(\text{assureur})_k + VAP(\text{frais gestion})_k + VAP(\text{frais d'acquisitions})_k - VAP(\text{assuré})_k$

fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Capital différé n année

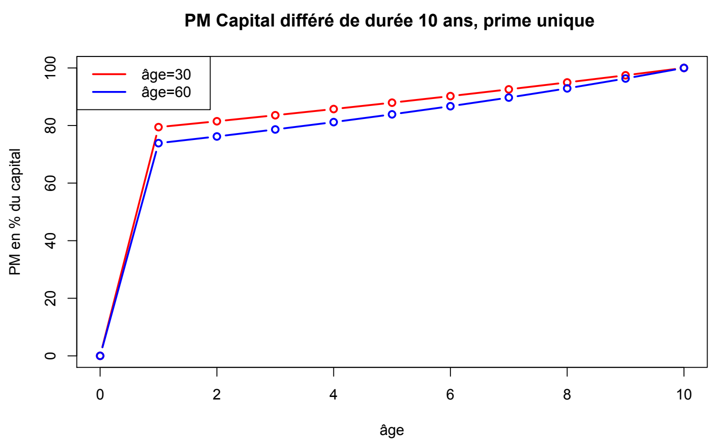
Prime unique

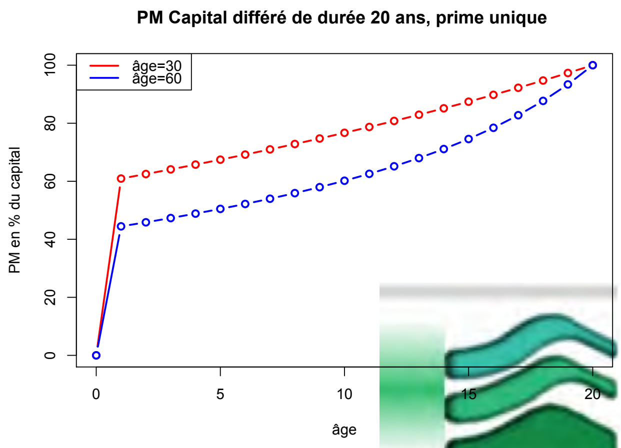
La VAP des engagement de l'assuré à (k=0) est $P = C.{}_nE_x$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k}$

Si $(0 < k \leq n)$: $PM(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} = C.\frac{D_{x+n}}{D_{x+k}}$





fmarri@insea.ac.ma

Considérons un portefeuille (de $n_a = 10000$ assurés d'âges 40 ans) de contrats de capital différé 100000 \$ à prime unique et de durée 8 ans.(i=2.5%, TV88-90)

La prime unique est $P = C._nE_x = 100000._8E_{40} = 80967.25$

les primes encaissées=$n_a * P = 809672458$

```
> C=100000;n=8;x=40;i=0.025
> P=C*Exn(TV8890,x=40,n=8,i=0.025)
> P
[1] 80967.25
> na=10000
> na*P
[1] 809672458
> PM1=C*Exn(TV8890,x=41,n=7,i=0.025)
> PM1
[1] 83094.51
```

A la fin de l'année, l'assureur a constaté que : 1)le taux des rendements des placements est $i' = i + 0.01$, 2)un nombre de décès $n_d = 100$

Primes encaissées	(+)	$n_a.P$	809672458
Prestations réglées	(-)	0	
Charge Provisions	(-)	$(n_a - n_d).PM_1$	822635683
Frais de gestion et d'acquisition	(-)	0	
produit de placements	(+)	$n_a * P.i'$	28338536
Résultat technique	(=)	R=	15375311

```
> nd=100
> (na-nd)*PM1
[1] 822635683
> iprime=i+0.01
> na*P*iprime
[1] 28338536
> r=na*P-(na-nd)*PM1+ na*P*iprime
> r
[1] 15375311
```

PM pure : Capital différé n année

Prime temporaire de durée $p \leq n$

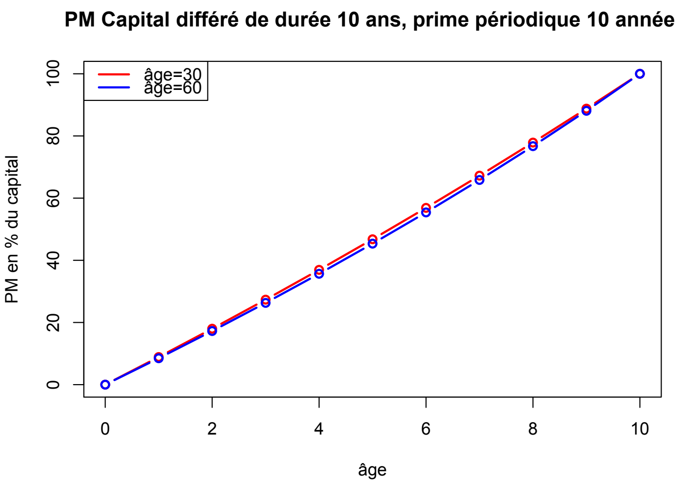
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}}$

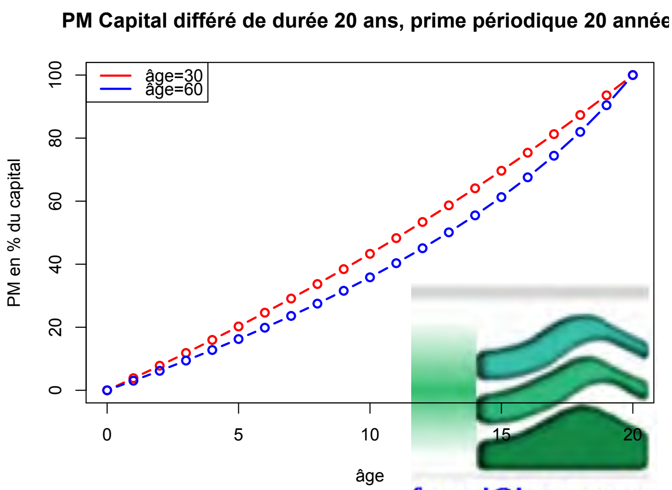
La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C._{n-k}E_{x+k}$

Si $(1 \leq k < p)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}} = C.\frac{D_{x+n}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$

Si $(p \leq k \leq n)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} = C.\frac{D_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(k > n)$: $PM(k) = 0$





fmarri@insea.ac.ma

Considérons un portefeuille (de $n_a = 10000$ assurés d'âges 40 ans) de contrats de capital différé 100000 \$ à prime annuelle et de durée 8 ans.(i=2.5%, TV88-90)

La prime annuelel est $P = C.\frac{{}_nE_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = 100000.\frac{{}_8E_{40}}{\ddot{a}_{40:\overline{8|}}} = 11072.27$

les primes encaissées=$n_a * P = 110722679$

```
> C=100000;n=8;x=40;i=0.025
> P=C*Exn(TV8890,x=40,n=8,i=0.025)/axn(TV8890,x=40,n=8,i=0.025)
> P
[1] 11072.27
> na=10000
> na*P
[1] 110722679
> PM1=C*Exn(TV8890,x=41,n=7,i=0.025)-P*axn(TV8890,x=41,n=7,i=0.025)
> PM1
[1] 11363.17
```

A la fin de l'année, l'assureur a constaté que : 1)le taux des rendements des placements est $i' = i + 0.01$, 2)un nombre de décès $n_d = 100$

Primes encaissées	(+)	$n_a.P$	110722679
Prestations réglées	(-)	0	
Charge Provisions	(-)	$(n_a - n_d).PM_1$	112495399
Frais de gestion et d'acquisition	(-)	0	
produit de placements	(+)	$n_a * P.i'$	3875294
Résultat technique	(=)	R=	2102573

```
> nd=100
> (na-nd)*PM1
[1] 112495399
> iprime=i+0.01
> na*P*iprime
[1] 3875294
> r=na*P-(na-nd)*PM1+ na*P*iprime
> r
[1] 2102573
```

PM pure : Assurance temporaire n année

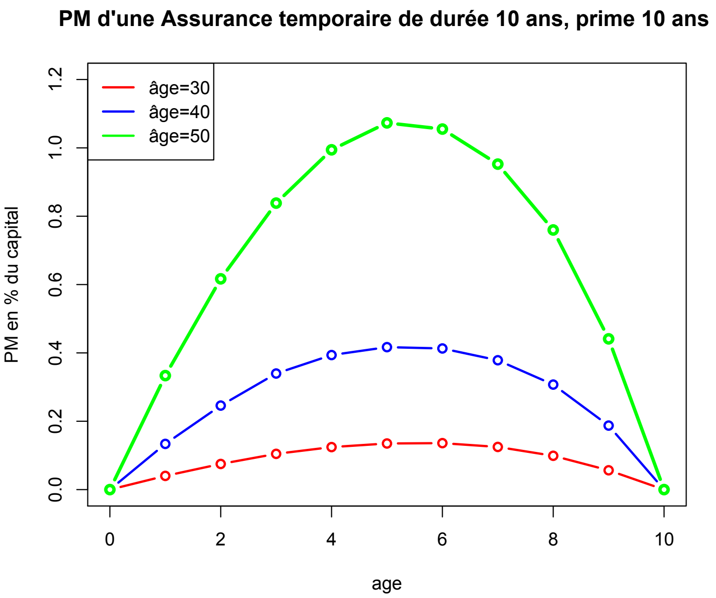
Prime de durée n

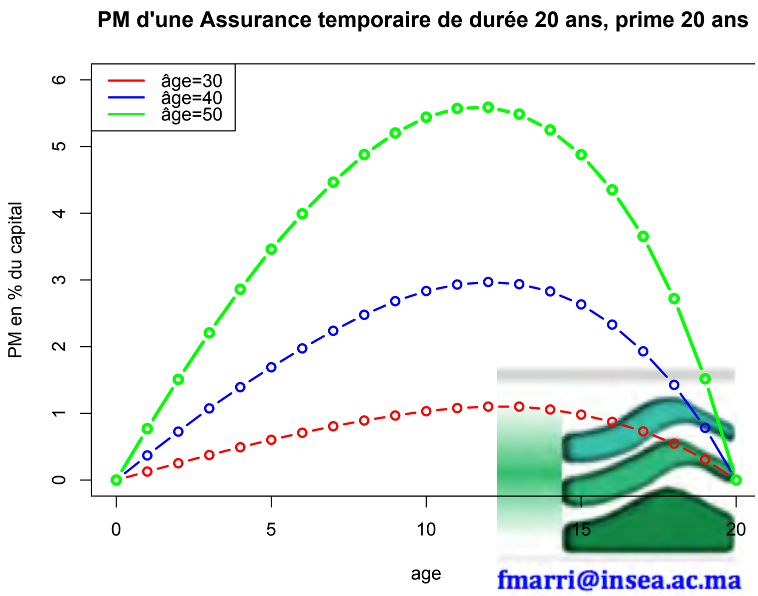
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < n)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}^{\,1}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}^{\,1}_{x+k:\overline{n-k}|} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(k > n)$: $PM(k) = 0$





fmarri@insea.ac.ma

Considérons un portefeuille (de $n_a = 10000$ assurés d'âges 40 ans) de contrats assurance temporaire 8 année, 100000 \$ à prime annuelle et de durée 8 ans.(i=2.5%, TD88-90)

La prime annuelel est $P = C.\frac{\bar{A}^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = 100000.\frac{\bar{A}^{\ 1}_{40:\overline{8}|}}{\ddot{a}_{40:\overline{8}|}} = 380.187$

les primes encaissées=$n_a * P = 3801870$

A la fin de l'année, l'assureur a constaté que : 1)le taux des rendements des placements est $i' = i + 0.01$, 2)un nombre de décès $n_d = 25$

Primes encaissées	(+)	$n_a.P$	3801870
Prestations réglées	(-)	$C.n_d$	2500000
Charge Provisions	(-)	$(n_a - n_d).PM_1$	1012145
Frais de gestion et d'acquisition	(-)	0	
produit de placements	(+)		133065.4
Résultat technique	(=)	R=	422790

PM pures : Assurance vie entière

Prime unique

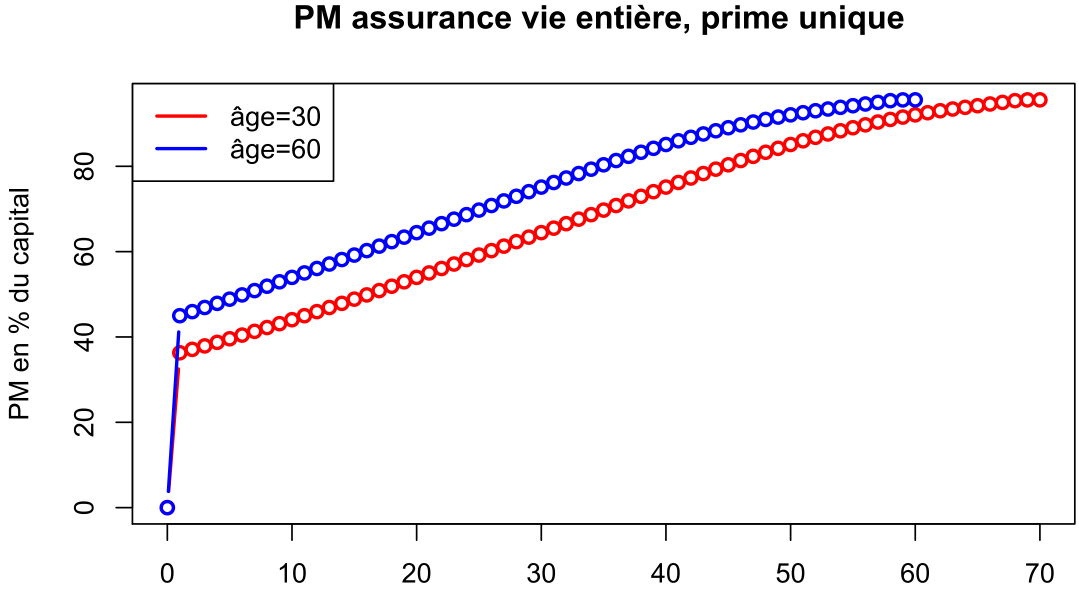
La VAP des engagement de l'assuré à (k=0) est $P = C.\bar{A}_x$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est : $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k}$

Si $(k = 0)$: $PM(k) = 0$

Si $(k \geq 1)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}}$



fmarri@insea.ac.ma

PM pures : Assurance vie entière

Prime temporaire de durée p

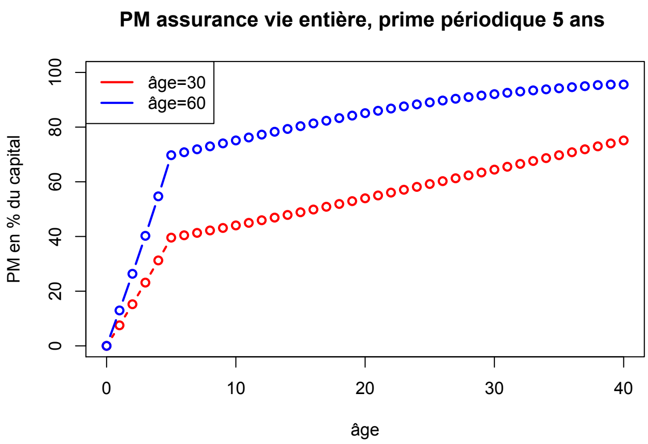
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

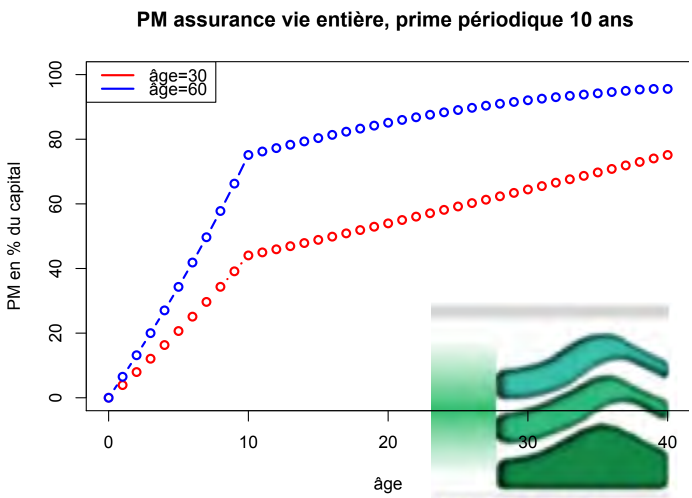
La VAP des engagement de l'assureur est : $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k}$

Si $(k = 0)$: $PM(k) = 0$

Si $(1 \leq k < p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k} - N_{x+p}}{D_{x+k}}$

Si $(p \leq k)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}}$





fmarri@insea.ac.ma

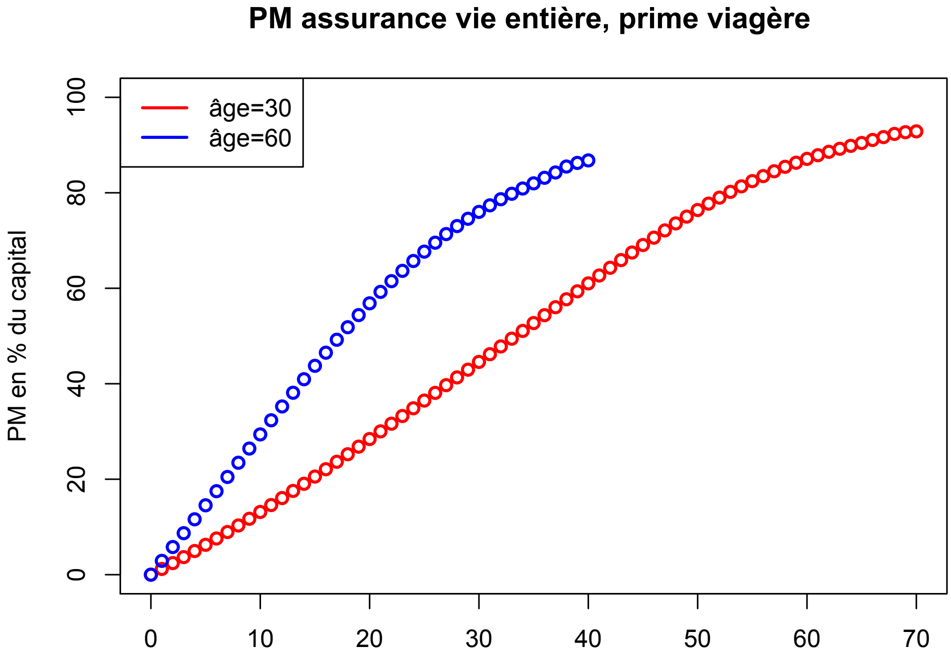
PM pure : Assurance vie entière

Prime viagères $p = \infty$

La VAP des engagement de l'assuré est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k}$

La VAP des engagement de l'assureur est : $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k}$

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}}{D_{x+k}}$$



fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Assurance vie mixte n année

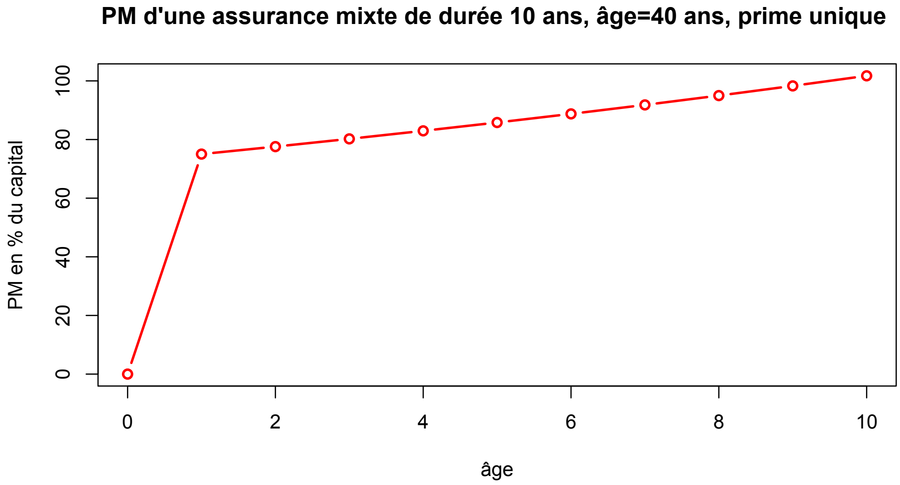
Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est $(0 \leq k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(1 \leq k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k} - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(n < k)$: $PM(k) = 0$



fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Assurance vie mixte n année

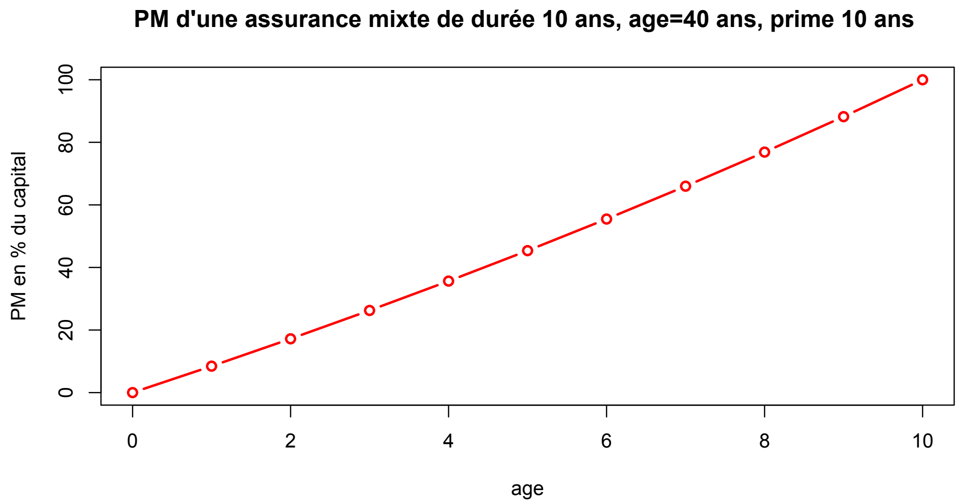
Prime de durée n

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < n)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$

La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k|}}$

Si $(k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k|}} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}} = C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$

Si $(k > n)$: $PM(k) = 0$



fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Assurance retraite n année

La garantie consiste dans le versement d'une annuité viagère à terme échu de montant R à partir de l'époque n, s'il est vivant

Prime périodique $P = R.\frac{_{n|}a_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

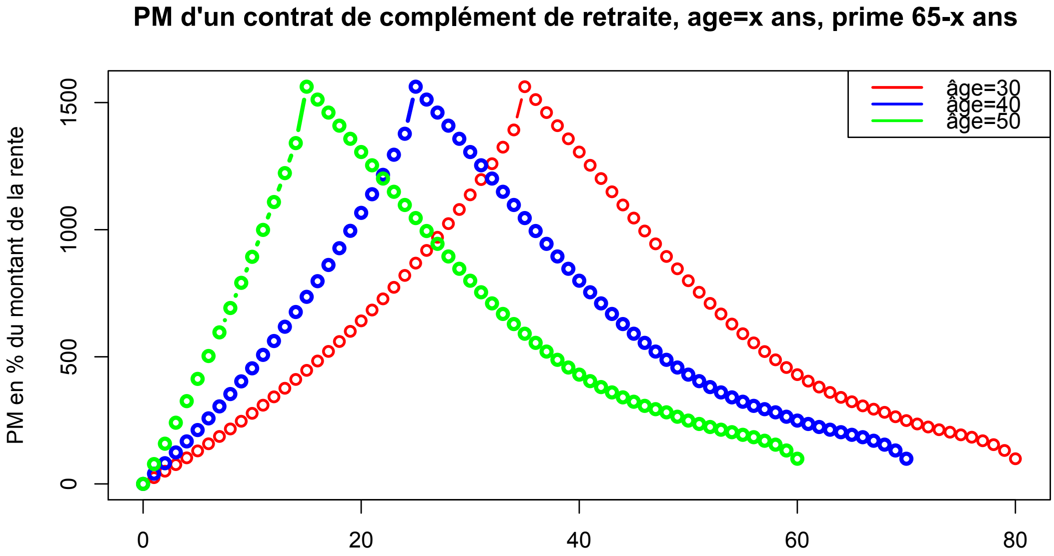
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < n)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$

La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k < n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = R._{n-k|}a_{x+k}$

La VAP(l'assureur) est : Si $(k \geq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = R.a_{x+k}$

Si $(1 \leq k < n)$:$PM(k) = R._{n-k|}a_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}} = R.\frac{N_{x+n+1}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(k \geq n)$: $PM(k) = R.a_{x+k}$



PM d'inventaire :Assurance vie entière

Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:} = C.\frac{M_{x+k}+g_2.N_{x+k}}{D_{x+k}}$$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Assurance vie entière

Prime temporaire de durée p

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

Si $(k < p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

Si $(k \geq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

Si $(k < p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

$$= C.\frac{M_{x+k}+g_1.(N_{x+k}-N_{x+p})+g_2.N_{x+k}}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$$

Si $(k \geq p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}+g_2.N_{x+k}}{D_{x+k}}$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire :Assurance vie entière

Prime viagères $p=\infty$

La VAP des engagement de l'assuré est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k)=\Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$$VAP^{\text{Assureur}}(k)=C.\bar{A}_{x+k}+g_1.C.\ddot{a}_{x+k}+g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$$

$$PM(k)=C.\bar{A}_{x+k}+g_1.C.\ddot{a}_{x+k}+g_2.C.\ddot{a}_{x+k}-\Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k}$$

$$=C.\frac{M_{x+k}+(g_1+g_2).N_{x+k}}{D_{x+k}}-\Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}}{D_{x+k}}$$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Capital différé n année

Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

$$PM(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{D_{x+n}+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

Prime temporaire de durée $p \leq n$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

Si $(k < p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k \geq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k < p)$: $PM(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

$$= C.\frac{D_{x+n}+g_1.(N_{x+k}-N_{x+p})+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$$

Si $(k \geq p)$: $PM(k) = C.{}_{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{D_{x+n}+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}}$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Assurance vie mixte n année

Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}}$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Assurance vie mixte n année

Prime temporaire de durée $p \leq n$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

Si $(k \leq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k \geq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k < p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

$$= C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}+g_1.(N_{x+k}-N_{x+p})+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$$

Si $(k \geq p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

$$= C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

fmarri@insea.ac.ma

PM commerciale : Assurance mixte n année

Prime de durée $p \leq n$

Prime annuelle pure : $\Pi^{\text{pure}} = C.\frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{p}|}}$

Prime annuelle commerciale : $\Pi^{\text{com}} = C.\frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}+g_1.\ddot{a}_{x:\overline{p}|}+g_2.\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1-f)\ddot{a}_{x:\overline{p}|}}$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

si $(k < p)$:$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} + f.\Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

si $(p \leq k \leq n)$:$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

si $(k < p)$:

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} + f.\Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} - \Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$$

si $(p \leq k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

si $(n < k)$: $PM(k) = 0$

fmarri@insea.ac.ma

Constitution pratique des PM :

- Nous avons considéré que la constitution des PM a lieu à un anniversaire de la date de souscription du contrat
- Pour déterminer la PM au 31/12, on devrait faire une interpolation linéaire :

Reserves at fractional durations ($0 < s < 1$) :

$$PM(k+s) = (1-s).PM(k) + s.PM(k+1) + (1-s).P$$

$k = 0, 1, 2, \cdots$

Démonstration :
Actuarial Mathematics, Bowers

fmarri@insea.ac.ma

Résiliation du contrat

- Les assurances-vie sont résiliables à tout moment. Il suffit de ne plus payer, et de ne pas tenir compte des lettres de mise en demeure envoyées par la compagnie.
- Le preneur d'assurance qui a payé la prime pour une année a le droit de refuser le paiement des primes ultérieures.
- Si moins de trois primes annuelles ont été payées au moment du refus, le contrat tombe purement et simplement, sans indemnité pour le preneur d'assurance.
- On dit dans ce cas qu'il y a résiliation de l'assurance

fmarri@insea.ac.ma

Assurance réduite

- En revanche, si des primes pour trois années ou plus ont été payées au moment du refus, le contrat d'assurance est maintenu mais le montant de la prestation assurée est réduit . On parle dans ce cas d'une assurance réduite ou d'une assurance libérée.
- Quant à la valeur de la prestation réduite par suite de refus de paiement des primes encore dues, elle s'obtient par l'application de la PM comme prime unique de l'assurance réduite.

fmarri@insea.ac.ma

Le Rachat : (Surrender)

- le rachat est une opération qui consiste à rompre le contrat par le paiement anticipé de la provision mathématique (diminuée d'une pénalité) au contractant.
- Tout se passe comme si l'assureur rachète ses engagements, matérialisés par l'original du contrat, en versant au contractant une bonne partie de la provision mathématique avant la fin du contrat.
- Le montant payé est dit valeur de rachat. Il est égal à la provision mathématique du contrat diminuée d'une pénalité.
- la valeur de rachat d'un contrat comme étant égale au montant de sa PM diminuée d'une pénalité au plus égale à 5%.
- Si le rachat a lieu après 10 ans d'existence du contrat, il n'y a pas de pénalité et donc la valeur de rachat (Surrender Value) est exactement égale au montant de la PM.
- $R_k = \begin{cases} \alpha * PM_k, & \text{pour } k < 10, \text{ avec } \quad 0.95 \leq \alpha \leq 1 \\ PM_k, & k \geq 10 \end{cases}$
- Le rachat met fin au contrat

fmarri@insea.ac.ma

Conditions nécessaires à un rachat

- Les conditions préalables à un rachat sont obligatoirement précisées dans les conditions générales de la police
- Les contrats d'assurance de prestations certaines (décès vie entière, mixte, terme fixe) sont rachetables,
- Tous les types de contrats d'assurance vie (rentes viagères,...) ne sont pas rachetables(sinon tous les rentiers gravement malades demanderaient le rachat)
- Le rachat est possible après paiement effectif par le souscripteur de deux années de primes ou 15% du cumul des primes prévues au contrat
- lorsque ces conditions préalables sont remplies, l'assureur ne peut en aucun cas refuser la demande de rachat du contractant. L'assureur doit verser la valeur de rachat dans un délai limité dans le temps
- Pour des raisons de transparence, les assureurs sont tenus à la souscription d'un contrat vie de faire figurer dans la police les valeurs de rachat des huit premières années .

fmarri@insea.ac.ma

La participation aux bénéfices (Profit-Sharing)

- La participation aux bénéfices est une pratique spécifique à l'assurance vie qui consiste à allouer aux assurés ou bénéficiaires des contrats, une bonne partie des bénéfices techniques et financiers réalisés par l'assureur.
- Nous avons vu lors du calcul des primes que par mesure de prudence, les assureurs vie fixent les éléments de tarification de manière à surestimer leurs engagements futurs et à sous-estimer leurs recettes futures.
- Des bénéfices peuvent provenir :
  - soit du cours de la mortalité,
  - soit du rendement des placements,
  - soit des frais administratifs
  - soit des opérations telles que rachat, résiliation....

fmarri@insea.ac.ma

La PB consiste à ristourner aux assurés :

- une partie des primes de risque qui n'a pas été utilisée pour payer les sinistres (les tables prévoient en général plus de décès que la réalité). C'est la notion de bénéfice de mortalité (bénéficies techniques).
- une partie des chargements théoriques pris en compte dans le calcul des primes qui n'a pas servi à la couverture des dépenses de l'assureur. C'est la notion de gestion (bénéficies techniques).
- une partie des revenus de placements à des taux d'intérêts qui dépassent généralement le taux d'intérêt technique. (bénéfice financier)
- la participation aux bénéfices est la somme des bénéfices techniques et des bénéfices financiers.
- Pour protéger les assurés, le législateur, a imposé aux assureurs un montant minimum de la participation aux bénéfices,
- Le montant minimal réglementaire de la PB est égal à 70% du solde du compte financier et technique.
- Concernant la PB contractuelle librement accordée par l'assureur. L'assureur devra cependant toujours vérifier que le montant contractuel est supérieur au montant minimal.

Chapitre 5 : Provisions Mathématiques (Reserves, Policy value)

Considérons un portefeuille (de 100 assurés d'âges 40 ans) de contrats de capital différé 1000 $ à prime unique et de durée 8 ans. Au cours de la première année du portefeuille l'assureur a encaissé :

- $100 * 1000 * {}_8E_{40} = 80967.25\$$ de primes uniques pures
- des frais généraux d'exploitation de 731.2616$
- Les placements lui ont procuré des produits financiers net de 2833.854$.

A la fin de la première année, il va réaliser un bénéfice de $80967.25 + 2833.854 - 731.2616 = 83069.84\$$

En considérant les 83069.84 comme bénéfices, l'assureur va les distribuer aux actionnaires et il ne serait pas en mesure de payer aux assurés survivant au-delà de la 8 ème année, les capitaux garantis .

l'assureur devrait donc constituer une provision sur la base des primes encaissées en début de la première année

fmarri@insea.ac.ma

Les PM résultent principalement du phénomène dit « inversion du cycle de production » qui veut qu'en assurance la société d'assurance encaisse d'abord la prime et paye la prestation après, contrairement à une société industrielle qui fournit la prestation et encaisse le coût de la prestation ensuite.

Le souscripteur a en permanence une créance vis-à-vis de l'assureur qui pour être en mesure d'honorer ses engagements (payer ses dettes envers l'assuré) doit constituer des provisions en mettant de côté une bonne partie des primes que lui a versée l'assuré

fmarri@insea.ac.ma

Supposons que l'assureur a constitué 60000$ de provisions. Dans ces conditions, le résultat d'exploitation de l'assureur se présente comme suit :

DEBIT	CREDIT
Frais d'exploitation : 731.2616 Provisions : 60000 Bénéfice : 23069.84	Primes : 80967.25 Produits financiers : 2833.854
Total : 83801.1	Total : 83801.1

Une erreur de calcul des PM peut influencer les résultats d'un exercice comptable. C'est pourquoi le législateur a pris soin de réglementer strictement l'évaluation et l'utilisation des provisions mathématiques pour protéger les assurés qui sont en réalité les propriétaires de ces P.M.

fmarri@insea.ac.ma

Les compagnies d'assurance sur la vie établissent chaque année un bilan comptable. Dans le passif de ce bilan, figure un poste très important appelé Provisions Mathématiques.

Provisions Mathématiques= dette de l'assureur vis-à-vis de l'assuré

PM= à la différence à la date de calcul entre ce que l'assureur doit potentiellement à l'assuré et ce que ce dernier lui doit potentiellement comme primes.

Les PM sont définies comme la différence entre la VAP des engagements futures de l'assureur et les VAP de l'ensemble des primes futures à payer par l'assuré

En notant PM_k, la PM d'un contrat à la fin de son k$^{\text{ème}}$ anniversaire, cela ce traduit ainsi :
Si l'assuré est en vie après k année :

$$PM_k = VAP(\text{engagements futurs assureur})_k - VAP(\text{engagements futurs assuré})_k$$
$$= \text{Ce que l'assureur doit mettre en reserve pour faire face à ses engagements futurs}$$

$$\text{Expected present value (benefits)} - \text{Expected present value (net premium)}$$

Pour calculer donc les PM, il faut évaluer les VAP de chaque partie à la date d'évaluation

fmarri@insea.ac.ma

- Les provisions mathématiques pures (net premium reserve,benefit reserve) :
  $PM_k = VAPpure(\text{assureur})_k - VAP(\text{assuré})_k$
- Les provisions mathématiques à la prime d'inventaire (gross premium reserve) :
  $PM_k = VAPpure(\text{assureur})_k + VAP(\text{frais gestion})_k - VAP(\text{assuré})_k$
- Les provisions mathématiques à la prime commerciale(gross premium reserve) :
  $PM_k = VAPpure(\text{assureur})_k + VAP(\text{frais gestion})_k + VAP(\text{frais d'acquisitions})_k - VAP(\text{assuré})_k$

fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Capital différé n année

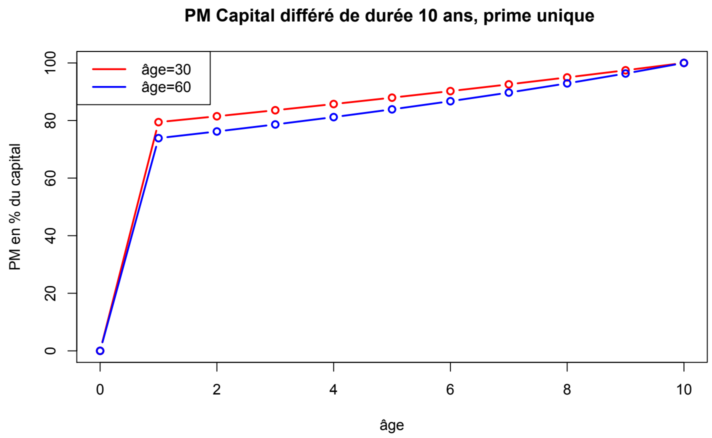
Prime unique

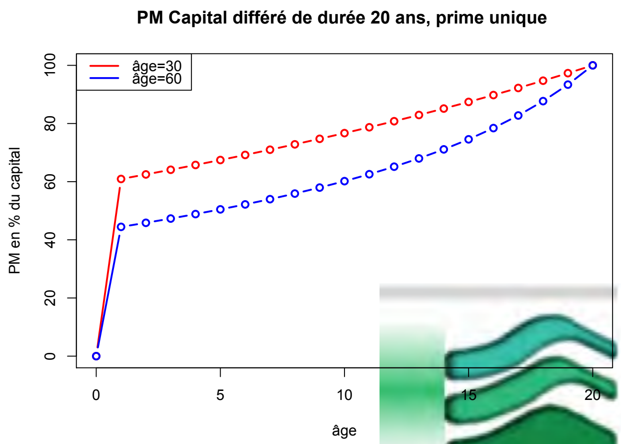
La VAP des engagement de l'assuré à (k=0) est $P = C._n E_x$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C._{n-k}E_{x+k}$

Si $(0 < k \leq n)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} = C.\frac{D_{x+n}}{D_{x+k}}$





fmarri@insea.ac.ma

Considérons un portefeuille (de $n_a = 10000$ assurés d'âges 40 ans) de contrats de capital différé 100000 $ à prime unique et de durée 8 ans.(i=2.5%, TV88-90)

La prime unique est $P = C._nE_x = 100000._8E_{40} = 80967.25$

les primes encaissées=$n_a * P = 809672458$

```
> C=100000;n=8;x=40;i=0.025
> P=C*Exn(TV8890,x=40,n=8,i=0.025)
> P
[1] 80967.25
> na=10000
> na*P
[1] 809672458
> PM1=C*Exn(TV8890,x=41,n=7,i=0.025)
> PM1
[1] 83094.51
```

A la fin de l'année, l'assureur a constaté que : 1)le taux des rendements des placements est $i' = i + 0.01$, 2)un nombre de décès $n_d = 100$

Primes encaissées	(+)	$n_a.P$	809672458
Prestations réglées	(-)	0	
Charge Provisions	(-)	$(n_a - n_d).PM_1$	822635683
Frais de gestion et d'acquisition	(-)	0	
produit de placements	(+)	$n_a * P.i'$	28338536
Résultat technique	(=)	R=	15375311

```
> nd=100
> (na-nd)*PM1
[1] 822635683
> iprime=i+0.01
> na*P*iprime
[1] 28338536
> r=na*P-(na-nd)*PM1+ na*P*iprime
> r
[1] 15375311
```

PM pure : Capital différé n année

Prime temporaire de durée $p \leq n$

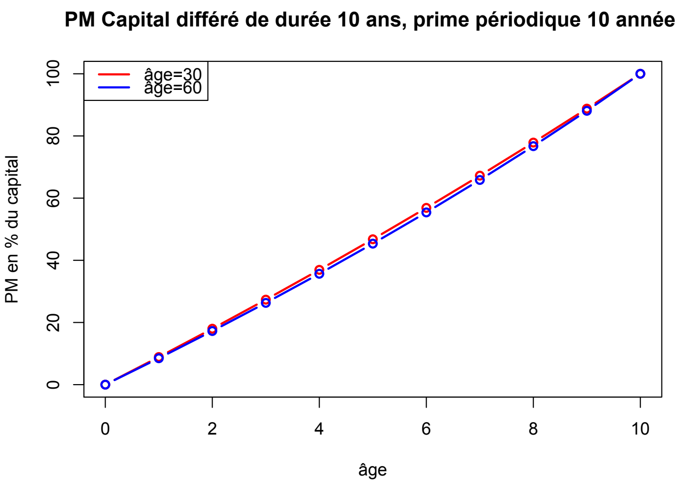
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}}$

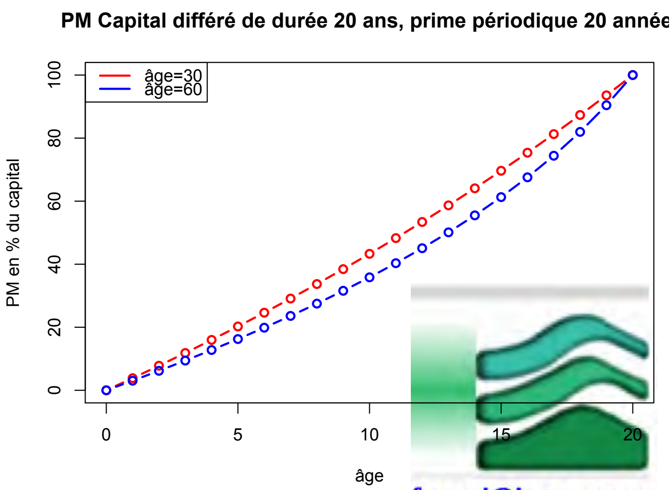
La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C._{n-k}E_{x+k}$

Si $(1 \leq k < p)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}} = C.\frac{D_{x+n}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$

Si $(p \leq k \leq n)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} = C.\frac{D_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(k > n)$: $PM(k) = 0$





fmarri@insea.ac.ma

Considérons un portefeuille (de $n_a = 10000$ assurés d'âges 40 ans) de contrats de capital différé 100000 \$ à prime annuelle et de durée 8 ans.(i=2.5%, TV88-90)

La prime annuelel est $P = C.\frac{{}_nE_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = 100000.\frac{{}_8E_{40}}{\ddot{a}_{40:\overline{8|}}} = 11072.27$

les primes encaissées=$n_a * P = 110722679$

```
> C=100000;n=8;x=40;i=0.025
> P=C*Exn(TV8890,x=40,n=8,i=0.025)/axn(TV8890,x=40,n=8,i=0.025)
> P
[1] 11072.27
> na=10000
> na*P
[1] 110722679
> PM1=C*Exn(TV8890,x=41,n=7,i=0.025)-P*axn(TV8890,x=41,n=7,i=0.025)
> PM1
[1] 11363.17
```

A la fin de l'année, l'assureur a constaté que : 1)le taux des rendements des placements est $i' = i + 0.01$, 2)un nombre de décès $n_d = 100$

Primes encaissées	(+)	$n_a.P$	110722679
Prestations réglées	(-)	0	
Charge Provisions	(-)	$(n_a - n_d).PM_1$	112495399
Frais de gestion et d'acquisition	(-)	0	
produit de placements	(+)	$n_a * P.i'$	3875294
Résultat technique	(=)	R=	2102573

```
> nd=100
> (na-nd)*PM1
[1] 112495399
> iprime=i+0.01
> na*P*iprime
[1] 3875294
> r=na*P-(na-nd)*PM1+ na*P*iprime
> r
[1] 2102573
```

PM pure : Assurance temporaire n année

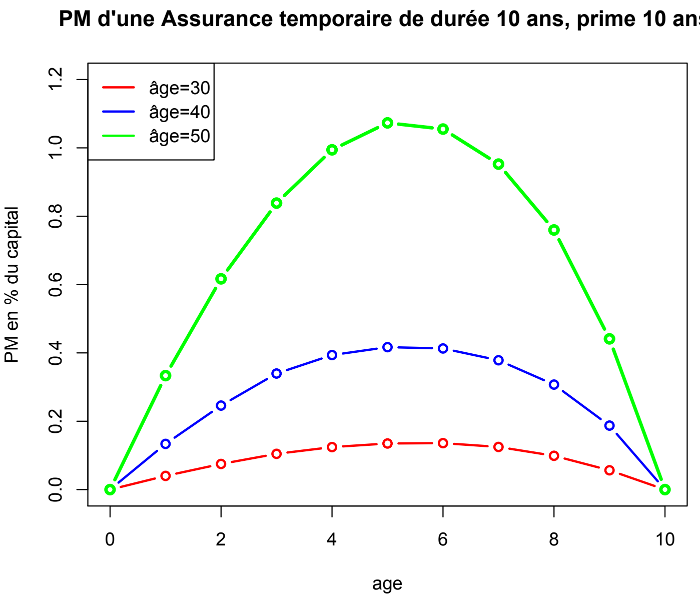
Prime de durée n

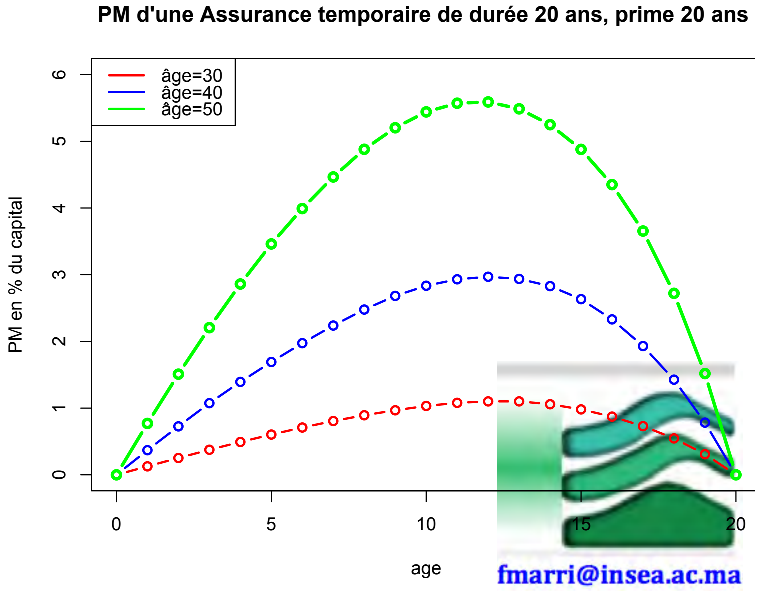
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < n)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}^{\ 1}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}^{\ 1}_{x+k:\overline{n-k}|} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k} - M_{x+n}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k} - N_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(k > n)$: $PM(k) = 0$





fmarri@insea.ac.ma

Considérons un portefeuille (de $n_a = 10000$ assurés d'âges 40 ans) de contrats assurance temporaire 8 année, 100000 \$ à prime annuelle et de durée 8 ans.(i=2.5%, TD88-90)

La prime annuelel est $P = C.\frac{\bar{A}^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = 100000.\frac{\bar{A}^1_{40:\overline{8}|}}{\ddot{a}_{40:\overline{8}|}} = 380.187$

les primes encaissées=$n_a * P = 3801870$

A la fin de l'année, l'assureur a constaté que : 1)le taux des rendements des placements est $i' = i + 0.01$,
2)un nombre de décès $n_d = 25$

Primes encaissées	(+)	$n_a.P$	3801870
Prestations réglées	(-)	$C.n_d$	2500000
Charge Provisions	(-)	$(n_a - n_d).PM_1$	1012145
Frais de gestion et d'acquisition	(-)	0	
produit de placements	(+)		133065.4
Résultat technique	(=)	R=	422790

PM pures : Assurance vie entière

Prime unique

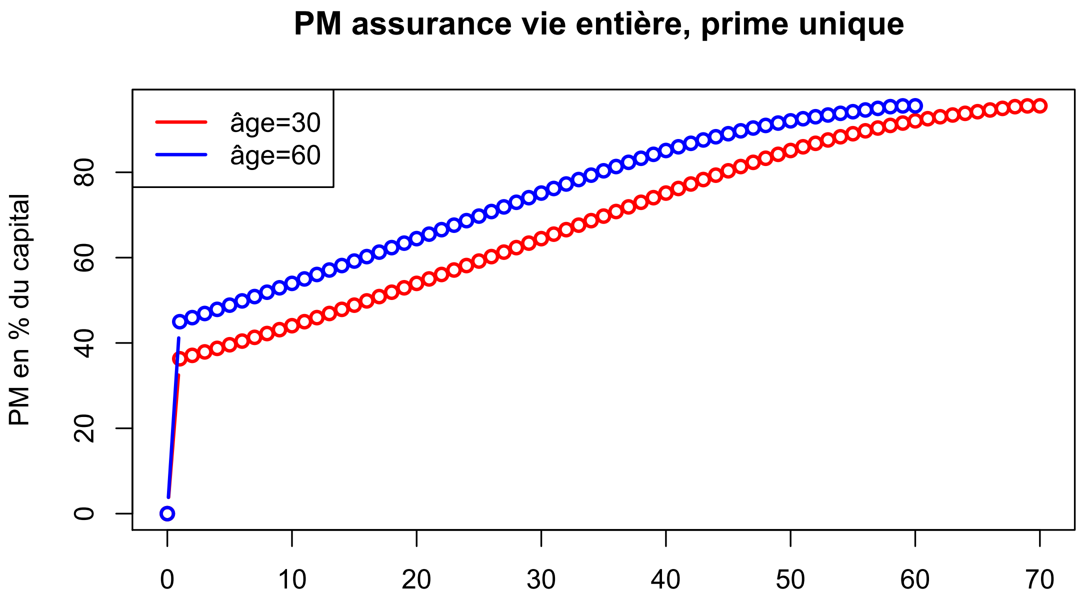
La VAP des engagement de l'assuré à (k=0) est $P = C.\bar{A}_x$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est : $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k}$

Si $(k = 0)$: $PM(k) = 0$

Si $(k \geq 1)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}}$



fmarri@insea.ac.ma

PM pures : Assurance vie entière

Prime temporaire de durée p

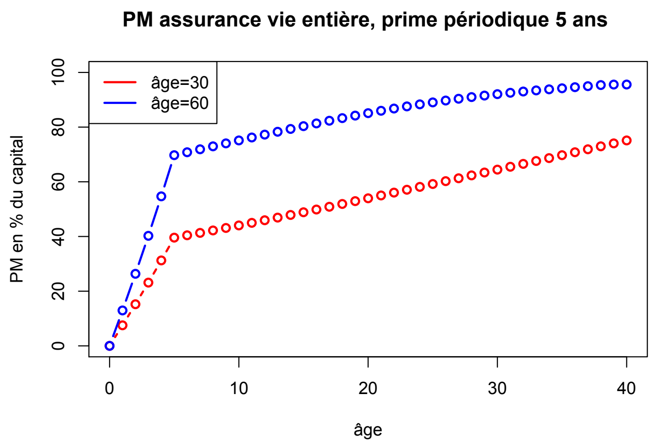
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

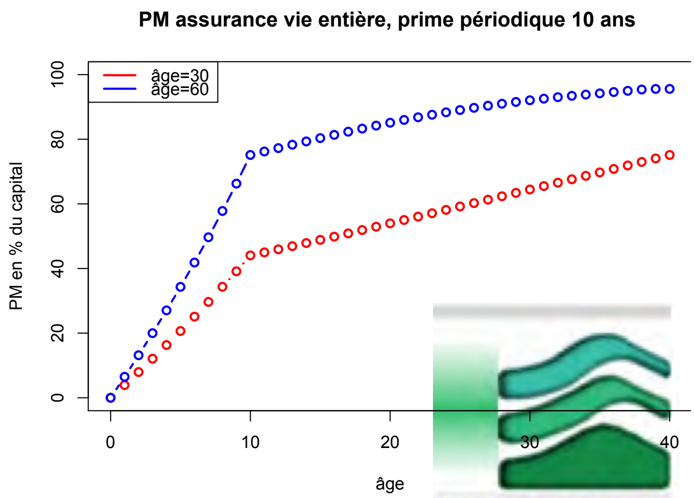
La VAP des engagement de l'assureur est : $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k}$

Si $(k = 0)$: $PM(k) = 0$

Si $(1 \leq k < p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k} - N_{x+p}}{D_{x+k}}$

Si $(p \leq k)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}}$





fmarri@insea.ac.ma

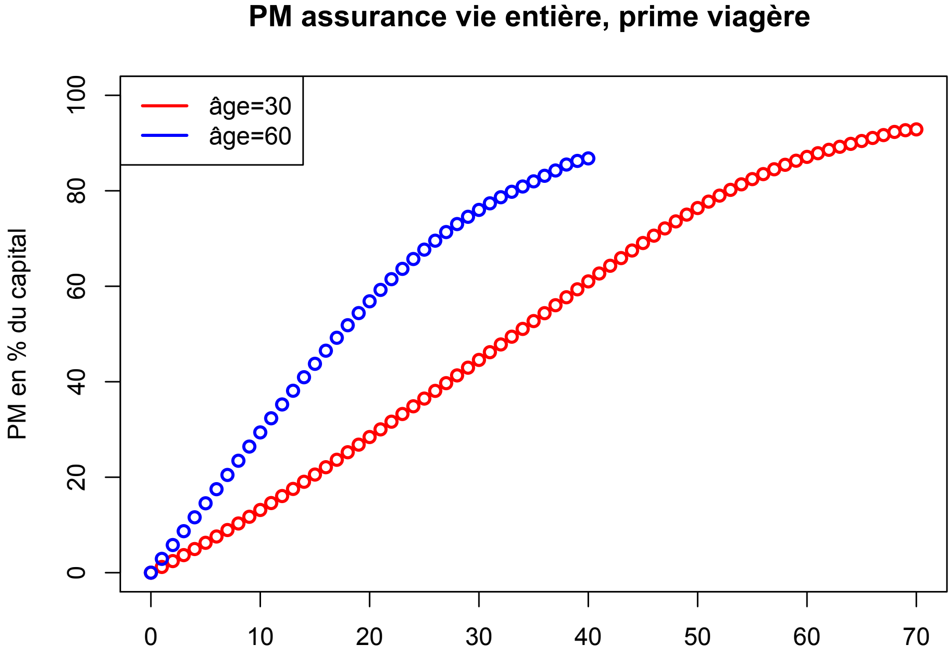
PM pure : Assurance vie entière

Prime viagères $p = \infty$

La VAP des engagement de l'assuré est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k}$

La VAP des engagement de l'assureur est : $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k}$

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}}{D_{x+k}}$$



fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Assurance vie mixte n année

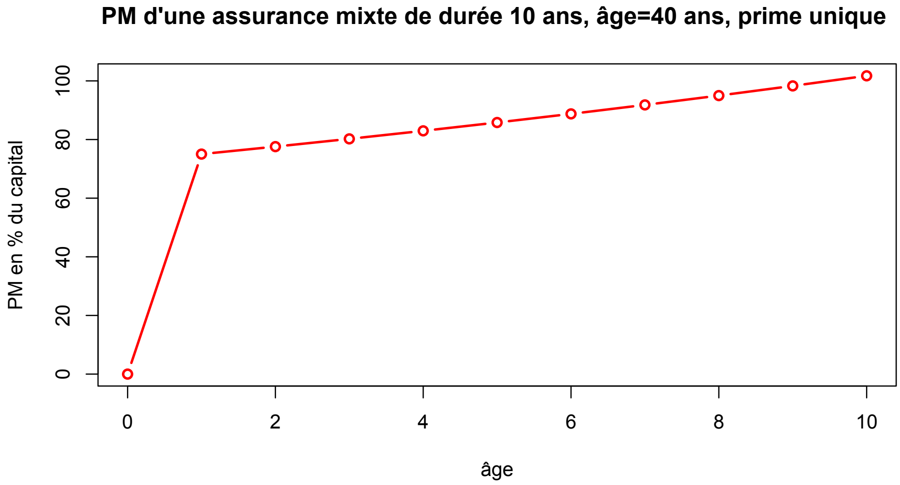
Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est $(0 \leq k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(1 \leq k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k} - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(n < k)$: $PM(k) = 0$



fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Assurance vie mixte n année

Prime de durée n

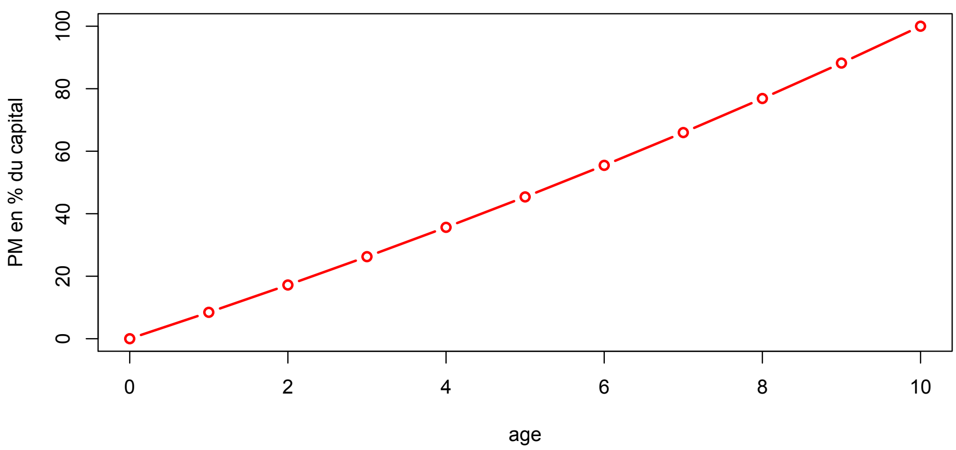
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < n)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k \leq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$

Si $(k > n)$: $PM(k) = 0$

PM d'une assurance mixte de durée 10 ans, age=40 ans, prime 10 ans



fmarri@insea.ac.ma

PM pure : Assurance retraite n année

La garantie consiste dans le versement d'une annuité viagère à terme échu de montant R à partir de l'époque n, s'il est vivant

Prime périodique $P = R.\frac{{}_{n|}a_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$

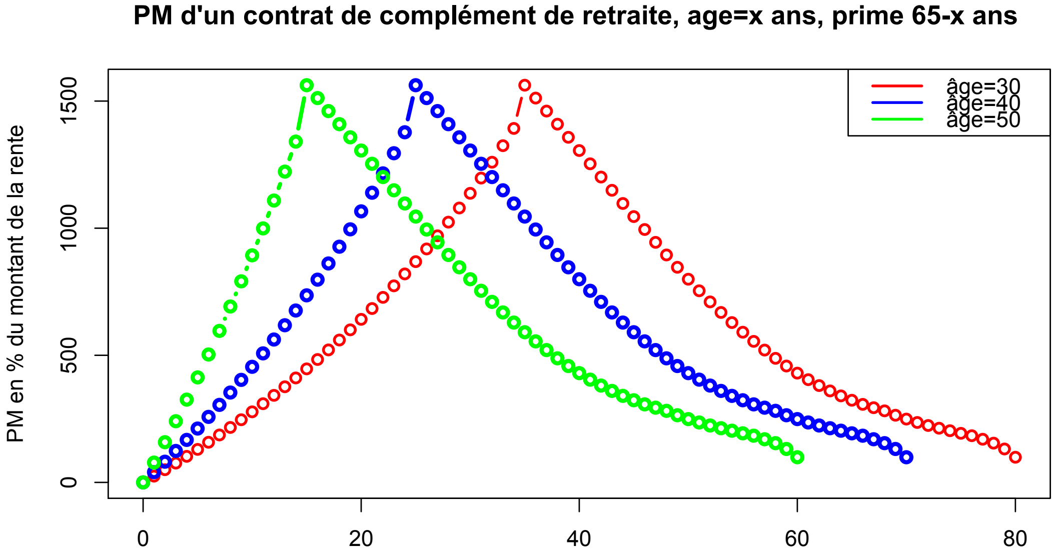
La VAP des engagement de l'assuré à $(k < n)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est : Si $(k < n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = R._{n-k|}a_{x+k}$

La VAP(l'assureur) est : Si $(k \geq n)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = R.a_{x+k}$

Si $(1 \leq k < n)$:$PM(k) = R._{n-k|}a_{x+k} - P.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = R.\frac{N_{x+n+1}}{D_{x+k}} - P.\frac{N_{x+k}-N_{x+n}}{D_{x+k}}$

Si $(k \geq n)$: $PM(k) = R.a_{x+k}$



PM d'inventaire :Assurance vie entière

Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:} = C.\frac{M_{x+k}+g_2.N_{x+k}}{D_{x+k}}$$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Assurance vie entière

Prime temporaire de durée p

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

Si $(k < p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

Si $(k \geq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

Si $(k < p)$:

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}}$$

$$= C.\frac{M_{x+k}+g_1.(N_{x+k}-N_{x+p})+g_2.N_{x+k}}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$$

Si $(k \geq p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k} = C.\frac{M_{x+k}+g_2.N_{x+k}}{D_{x+k}}$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire :Assurance vie entière

Prime viagères $p = \infty$

La VAP des engagement de l'assuré est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k}$

$$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k}$$

$$= C.\frac{M_{x+k} + (g_1 + g_2).N_{x+k}}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}}{D_{x+k}}$$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Capital différé n année

Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C._{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$$

$$PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{D_{x+n} + g_2.(N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

Prime temporaire de durée $p \leq n$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est :

$$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$$

La VAP des engagement de l'assureur est :

Si $(k < p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C._{n-k}E_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k \geq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C._{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

Si $(k < p)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

$$= C.\frac{D_{x+n} + g_1.(N_{x+k} - N_{x+p}) + g_2.(N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k} - N_{x+p}}{D_{x+k}}$$

Si $(k \geq p)$: $PM(k) = C._{n-k}E_{x+k} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{D_{x+n} + g_2.(N_{x+k} - N_{x+n})}{D_{x+k}}$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Assurance vie mixte n année

Prime unique

La VAP des engagement de l'assuré à $(k \geq 1)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = 0$

La VAP des engagement de l'assureur est :

$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}}$

fmarri@insea.ac.ma

PM d'inventaire : Assurance vie mixte n année

Prime temporaire de durée $p \leq n$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est :

$VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

Si $(k \leq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k|}} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$

Si $(k \geq p)$: $VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k|}} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$

Si $(k < p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k|}} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}} - \Pi^{\text{inv}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k|}}$

$$= C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}+g_1.(N_{x+k}-N_{x+p})+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}} - \Pi^{\text{inv}}.\frac{N_{x+k}-N_{x+p}}{D_{x+k}}$$

Si $(k \geq p)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k|}} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k|}}$

$$= C.\frac{M_{x+k}-M_{x+n}+D_{x+n}+g_2.(N_{x+k}-N_{x+n})}{D_{x+k}}$$

fmarri@insea.ac.ma

PM commerciale : Assurance mixte n année

Prime de durée $p \leq n$

Prime annuelle pure : $\Pi^{\text{pure}} = C.\frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{p}|}}$

Prime annuelle commerciale : $\Pi^{\text{com}} = C.\frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|} + g_1.\ddot{a}_{x:\overline{p}|} + g_2.\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1-f)\ddot{a}_{x:\overline{p}|}}$

La VAP des engagement de l'assuré à $(k < p)$ est : $VAP^{\text{Assuré}}(k) = \Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

La VAP des engagement de l'assureur est :

si $(k < p)$:$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} + f.\Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

si $(p \leq k \leq n)$:$VAP^{\text{Assureur}}(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

si $(k < p)$:

$PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_1.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} + f.\Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|} - \Pi^{\text{com}}.\ddot{a}_{x+k:\overline{p-k}|}$

si $(p \leq k \leq n)$: $PM(k) = C.\bar{A}_{x+k:\overline{n-k}|} + g_2.C.\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|}$

si $(n < k)$: $PM(k) = 0$

fmarri@insea.ac.ma

Constitution pratique des PM :

- Nous avons considéré que la constitution des PM a lieu à un anniversaire de la date de souscription du contrat
- Pour déterminer la PM au 31/12, on devrait faire une interpolation linéaire :

Reserves at fractional durations ($0 < s < 1$) :

$$PM(k+s) = (1-s).PM(k) + s.PM(k+1) + (1-s).P$$

$k = 0, 1, 2, \cdots$

Démonstration :
Actuarial Mathematics, Bowers

fmarri@insea.ac.ma

Résiliation du contrat

- Les assurances-vie sont résiliables à tout moment. Il suffit de ne plus payer, et de ne pas tenir compte des lettres de mise en demeure envoyées par la compagnie.
- Le preneur d'assurance qui a payé la prime pour une année a le droit de refuser le paiement des primes ultérieures.
- Si moins de trois primes annuelles ont été payées au moment du refus, le contrat tombe purement et simplement, sans indemnité pour le preneur d'assurance.
- On dit dans ce cas qu'il y a résiliation de l'assurance

fmarri@insea.ac.ma

Assurance réduite

- En revanche, si des primes pour trois années ou plus ont été payées au moment du refus, le contrat d'assurance est maintenu mais le montant de la prestation assurée est réduit . On parle dans ce cas d'une assurance réduite ou d'une assurance libérée.
- Quant à la valeur de la prestation réduite par suite de refus de paiement des primes encore dues, elle s'obtient par l'application de la PM comme prime unique de l'assurance réduite.

fmarri@insea.ac.ma

Le Rachat : (Surrender)

- le rachat est une opération qui consiste à rompre le contrat par le paiement anticipé de la provision mathématique (diminuée d'une pénalité) au contractant.
- Tout se passe comme si l'assureur rachète ses engagements, matérialisés par l'original du contrat, en versant au contractant une bonne partie de la provision mathématique avant la fin du contrat.
- Le montant payé est dit valeur de rachat. Il est égal à la provision mathématique du contrat diminuée d'une pénalité.
- la valeur de rachat d'un contrat comme étant égale au montant de sa PM diminuée d'une pénalité au plus égale à 5%.
- Si le rachat a lieu après 10 ans d'existence du contrat, il n'y a pas de pénalité et donc la valeur de rachat (Surrender Value) est exactement égale au montant de la PM.
- $R_k = \begin{cases} \alpha * PM_k, & \text{pour } k < 10, \text{ avec } \quad 0.95 \leq \alpha \leq 1 \\ PM_k, & k \geq 10 \end{cases}$
- Le rachat met fin au contrat

fmarri@insea.ac.ma

Conditions nécessaires à un rachat

- Les conditions préalables à un rachat sont obligatoirement précisées dans les conditions générales de la police
- Les contrats d'assurance de prestations certaines (décès vie entière, mixte, terme fixe) sont rachetables,
- Tous les types de contrats d'assurance vie (rentes viagères,...) ne sont pas rachetables(sinon tous les rentiers gravement malades demanderaient le rachat)
- Le rachat est possible après paiement effectif par le souscripteur de deux années de primes ou 15% du cumul des primes prévues au contrat
- lorsque ces conditions préalables sont remplies, l'assureur ne peut en aucun cas refuser la demande de rachat du contractant. L'assureur doit verser la valeur de rachat dans un délai limité dans le temps
- Pour des raisons de transparence, les assureurs sont tenus à la souscription d'un contrat vie de faire figurer dans la police les valeurs de rachat des huit premières années .

fmarri@insea.ac.ma

La participation aux bénéfices (Profit-Sharing)

- La participation aux bénéfices est une pratique spécifique à l'assurance vie qui consiste à allouer aux assurés ou bénéficiaires des contrats, une bonne partie des bénéfices techniques et financiers réalisés par l'assureur.
- Nous avons vu lors du calcul des primes que par mesure de prudence, les assureurs vie fixent les éléments de tarification de manière à surestimer leurs engagements futurs et à sous-estimer leurs recettes futures.
- Des bénéfices peuvent provenir :
  - soit du cours de la mortalité,
  - soit du rendement des placements,
  - soit des frais administratifs
  - soit des opérations telles que rachat, résiliation....

fmarri@insea.ac.ma

La PB consiste à ristourner aux assurés :

- une partie des primes de risque qui n'a pas été utilisée pour payer les sinistres (les tables prévoient en général plus de décès que la réalité). C'est la notion de bénéfice de mortalité (bénéficies techniques).
- une partie des chargements théoriques pris en compte dans le calcul des primes qui n'a pas servi à la couverture des dépenses de l'assureur. C'est la notion de gestion (bénéficies techniques).
- une partie des revenus de placements à des taux d'intérêts qui dépassent généralement le taux d'intérêt technique. (bénéfice financier)
- la participation aux bénéfices est la somme des bénéfices techniques et des bénéfices financiers.
- Pour protéger les assurés, le législateur, a imposé aux assureurs un montant minimum de la participation aux bénéfices,
- Le montant minimal réglementaire de la PB est égal à 70% du solde du compte financier et technique.
- Concernant la PB contractuelle librement accordée par l'assureur. L'assureur devra cependant toujours vérifier que le montant contractuel est supérieur au montant minimal.