

ROYAUME DU MAROC  
\*\_\*\*\_\*\*\_\*  
HAUT COMMISARIAT AU PLAN  
\*\_\*\*\_\*\*\_\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

**INSEA**



Projet de Fin d'Etude

**Allocation Stratégique d'Actifs dans les compagnies  
d'assurance et les organismes de prévoyance**

Préparé par : M. BERREQIA Abderrahmane  
Mlle EL HAKIMI Fatiha

Sous la direction de: M. Mohammed TAAMOUTI (Professeur à l'INSEA)  
Mr. Ali ALAMI IDRISSE (Manager consultant à  
Optima Finance Consulting)

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Option : Actuariat-Finance**

*Devant le jury :*

- M. Mohammed TAAMOUTI (INSEA)
- M. Ali ALAMI IDRISSE (Optima Finance Consulting)
- M. Samir BELKORA (INSEA)

**Juin: 2007**

## **Résumé**

Chaque investisseur cherche à maximiser son profit en minimisant son risque. Dans le cas d'un investisseur institutionnel, il convient de bien choisir les actifs financiers dans lesquels il va investir afin d'assurer une rentabilité élevée et un risque faible tout en respectant la réglementation en vigueur. L'objet de ce projet est de mettre en place un programme en Visual-Basic de gestion de portefeuille en utilisant quelques procédés d'optimisation quadratique.

Mots clés : Allocation stratégique d'actifs, Gestion de portefeuille, Modèle de Markowitz, Optimisation quadratique.

## **Abstract :**

Each investor seeks to maximize his profit by minimizing his risk. In the case of an institutional investor, it agrees to choose well the financial assets in which one invests in order to ensure a high profitability and a weak risk while respecting the regulation. The object of this project is to set up a program in Visual-BASIC of management of portfolio by using some processes of quadratic optimization.

Key words: Strategic asset allocation, Management of portfolio, Models of Markowitz, quadratic Optimisation.

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail en premier lieu à mes très chers parents :*

*Pour l'amour et l'affection sans mesure qu'ils m'ont procurés tout au long de ma vie.*

*Pour leur sacrifice, leur confiance ainsi que leur patience. Qu'ils trouvent ici le  
témoignage de mon entière gratitude et que dieu les protège.*

*A mon adorable frère Ayoub et mes aimables sœurs : Zahira, Ghizlane et  
Fouzia*

*A ma grand-mère, mes oncles, mes tantes, mes cousins et cousines.*

*A toute ma grande famille.*

*A mes amies : Khadija, Mariam, Aulia, Rachida, Hakima, Assia,  
Meryem, Fatima, Wafae, Ghefrane, Hasna et Fatima avec qui j'ai partagé  
des moments incoubliables.*

*Une dédicace particulière à tous mes frères et sœurs de l'I.N.S.E.A,*

*Et à Tous mes camarades que je n'ai pas cités.*

*Je vous remercie pour chaque bel instant passé, chaque moment de*

*Joie vécu et que dieu sauvegarde notre amitié.*

*Fatima ELHAKIM*

# Dédicace

*A mes très chers parents, ma sœur et mon frère, avec affection.*

*A ma nièce Chaimaa, avec tendresse.*

*A ma grand-mère, que Dieu te procure santé et longue vie.*

*A tous les membres de ma grande famille, avec amour.*

*A Siham, Nawal, Mekhtar, Karima et Khalid, je vous remercie pour les moments qu'on a partagés ensemble.*

*A mes frères de cœur : Youssef G., Youssef L., Adil E., Brahim M., Aziz T., Brahim H., Hassan F., je vous remercie pour ce que vous représentez pour moi.*

*A tous ceux qui m'aiment.*

*Abderrahmane*

# *Remerciement*

*Au terme de ce travail, nous avons l'honneur d'exprimer nos vifs remerciements pour notre grand et respectueux professeur, M. Mohamed TAAMOUDI, d'avoir accepté notre encadrement ainsi que pour son soutien, ses remarques pertinentes et son encouragement.*

*Aussi remercions-nous notre encadrant externe, M. Ali ALAMI IDRISSE, Manager consultant à Optima Finance consulting, pour la confiance qu'il nous a accordée en nous proposant ce projet de fin d'étude. Nous le remercions également pour son aide ses précieux conseils prodigués, malgré ses occupations extrêmes.*

*Qu'ils trouvent ici le témoignage de notre profonde et sincère gratitude.*

*Nous tenons également à exprimer notre gratitude à M. Samir BELKORA d'avoir accepté de faire partie du membre du jury.*

*Un très grand merci à M. Hicham OULMADANI, Mlle Fatimezzahra pour l'esprit de service qu'ils ont toujours eu à notre égard.*

*Nos gratitude et estime à notre corps professoral et notre vénération pour l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée qui nous a garanti des compétences distinguées.*

*Nos vifs remerciements vont finalement à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail.*

## *Liste des abréviations*

<b>AMO</b>	: Assurance Maladie Obligatoire
<b>ANAM</b>	: Agence Nationale d'Assurance Maladie
<b>APT</b>	: Arbitrage Pricing Theory
<b>BTN</b>	: Bon du Trésor Négociable
<b>CAA</b>	: Compagnie Africaine d'Assurance.
<b>CAPM</b>	: Capital Arbitrage Theory
<b>CCR</b>	: Caisse Commune de retraite
<b>CDN</b>	: Certificats de Dépôts Négociables
<b>CIMR</b>	: Caisse Interprofessionnelle Marocaine de Retraite
<b>CIR-OCF</b>	: Caisse Interne de Retraite de l'Office Chérifien du Phosphate
<b>CMR</b>	: Caisse Marocaine de Retraite
<b>CNOPS</b>	: Caisse Nationale des Organismes de Prévoyance Sociale
<b>CNSS</b>	: Caisse Nationale de Sécurité Sociale.
<b>DAPS</b>	: Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale
<b>FBCF</b>	: Formation Brute du Capital Fixe
<b>MEA</b>	: Modèle d'Evaluation par Arbitrage
<b>MEDAF</b>	: Modèle d'Evaluation Des Actifs Financiers
<b>ONE</b>	: Office National de l'Eau
<b>OCA</b>	: Obligation convertible en Action
<b>OPCVM</b>	: Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières
<b>PIB</b>	: Produit Intérieur Brute
<b>PME</b>	: Petite et Moyenne Entreprise
<b>RCAR</b>	: Régime collectif d'allocation de retraite
<b>SA</b>	: Société Anonyme
<b>TCN</b>	: Titres de Créances Négociables
<b>Var-Cov</b>	: Variance Covariance

## Liste des figures

<b>Figure-1</b> : Evolution des réserves et provisions accumulées par les caisses de retraite entre 2000 et 2005(en millions de dirhams) .....	21
<b>Figure-2</b> : Evolution des placements et des produits financiers générés par les caisses de retraite entre 2000 et 2005 (en millions de dirhams).....	22
<b>Figure-3</b> : Système financier marocain : le cadre institutionnel.....	23
<b>Figure-4</b> : les parts des acteurs du système financier dans le total des actifs.....	24
<b>Figure-5</b> : Evolution des Taux servis sur les bons du trésor.....	25
<b>Figure 6</b> : Frontière efficiente.....	37
<b>Figure 7</b> : comparaison de deux portefeuilles de même risque.....	37
<b>Figure-8</b> : le portefeuille optimal pour ( $\lambda=1$ ).....	52
<b>Figure-9</b> : le portefeuille optimal ( $\lambda=0,99$ ).....	53
<b>Figure-10</b> : le portefeuille optimal ( $\lambda=0,97$ ).....	54
<b>Figure-11</b> : le portefeuille optimal ( $\lambda=0,94$ ).....	55
<b>Figure 12</b> : Interface générale "Allocation stratégique d'actifs : Modèle de MARKOWITZ".....	57
<b>Figure 13</b> : Représentation de la première étape " Importation des données " .....	58
<b>Figure 14</b> : représentation du menu " Ajout d'une nouvelle classe " .....	58
<b>Figure 15</b> : Représentation de la deuxième étape " Constitution de portefeuille " .....	59
<b>Figure 16</b> : Représentation de la troisième étape " Rendements annuels " .....	60
<b>Figure 17</b> : Représentation de la quatrième étape " Matrice de Var -Cov " .....	60
<b>Figure 18</b> : Représentation de la cinquième étape " Contraintes " .....	61
<b>Figure 19</b> : représentation du menu " Ajout contrainte " .....	62
<b>Figure 20</b> : Représentation de la sixième étape " Résultats " .....	63
<b>Figure 21</b> : Représentation de la fenêtre " Frontière efficiente " .....	63
<b>Figure 22</b> : Interface générale : présentation des résultats.....	66
<b>Figure 23</b> : la répartition optimale de la richesse par classe d'actifs.....	67
<b>Figure 24</b> : Frontière efficiente du portefeuille optimal.....	68

---

*Liste des tableaux*

<b>Tableau 1</b> : la répartition des provisions techniques des compagnies d'assurances marocaines et leur évolution (En millions de dirhams).....	19
<b>Tableau-2</b> : Estimation simple de la matrice Var-Cov ( $\lambda=1$ ).....	52
<b>Tableau-3</b> : Estimation de la matrice Var -Cov ( $\lambda=0,99$ ) .....	52
<b>Tableau-4</b> : Estimation de la matrice Var -Cov ( $\lambda=0,97$ ).....	53
<b>Tableau-5</b> : Estimation de la matrice Var -Cov ( $\lambda=0,94$ ).....	54
<b>Tableau-6</b> : comparaison des résultats obtenus par l'estimation de la matrice de var-cov pour différentes valeurs de $\lambda$ .....	55
<b>Tableau 7</b> : Présentation des parts de chaque classe d'actifs dans le portefeuille optimal.....	67

## Table des matières

Résumé.....	2
Dédicaces.....	3
Remerciements.....	5
Liste des abréviations.....	6
Liste des figures.....	7
Liste des tableaux.....	8
<b>Introduction générale.....</b>	<b>12</b>
<b>Partie I : Présentation du secteur des assurances et de prévoyance au Maroc.....</b>	<b>14</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>15</b>
<b>Chapitre I : Le secteur des assurances et de prévoyance au Maroc.....</b>	<b>16</b>
I. Le marché marocain des assurances et de réassurance.....	16
I.1. Réformes engagées dans le marché des assurances.....	16
I.1.1. Réformes réglementaires.....	16
I.1.2. Libéralisation des assurances.....	17
I.1.3. Assainissement du secteur des assurances.....	17
I.1.4. Mouvements de concentration .....	17
I.1.5. Restructuration du secteur par l'adoption de l'AMO.....	18
I.2. Le marché des assurances en chiffres.....	18
II. Le système marocain de prévoyance .....	20
II.1. Les caisses marocaines de retraite .....	20
II.2. Le système de retraite en chiffres.....	21
<b>Chapitre II : Le rôle des compagnies d'assurance et les organismes de prévoyance dans le système financier.....</b>	<b>23</b>
I. Le système financier marocain .....	23
II. Classification des actifs financiers.....	24
II.1. Instruments des marchés financiers et boursiers.....	25
II.2. Instruments du marché monétaire .....	25
II.3. Fonds de placement.....	26
II.4. L'immobilier.....	27
Conclusion.....	28
<b>Partie II : Allocation stratégique d'actifs dans le secteur des assurances et de prévoyance.....</b>	<b>29</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>30</b>
<b>Chapitre I : Environnement économique et réglementaire.....</b>	<b>31</b>

I. Processus de placement.....	31
II. Contraintes de placement.....	31
II.1. Contraintes prudentielles.....	31
II.2. Contraintes de gestion .....	32
II.2.1. Contraintes liées au passif.....	32
II.2.2. Taux d'intérêt.....	32
<b>Chapitre II : Modèles d'allocation stratégique d'actifs .....</b>	<b>34</b>
I. Modèle de Markowitz.....	34
I.1. Hypothèses du modèle.....	34
I.2. Structuration du modèle.....	35
I.2.1. Caractéristiques et propriétés.....	35
I.2.2. Estimation historique de la matrice Variance-Covariance.....	35
I.3. Formulation du problème.....	36
I.4. La frontière efficiente.....	37
I.5. Limitations du modèle.....	37
II. Le modèle de marché.....	39
II.1. Interprétation.....	40
II.2. la diversification.....	40
III. Le Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers (MEDAF).....	41
III.1. Les hypothèses du MEDAF.....	41
III.2. Interprétation .....	41
III.3. Formulation du problème.....	41
IV. Modèle d'Evaluation par Arbitrage.....	43
IV.1. Hypothèses du modèle.....	43
IV.2. Structuration du modèle.....	43
IV.2.1. Postulat 1 .....	43
IV.2.2. Postulat 2 .....	44
IV.2.3. Résultat .....	44
<b>Conclusion.....</b>	<b>45</b>
<b>Parti III : Mise en point d'un outil d'allocation stratégique d'actifs –Modèle de MARKOWITZ- .....</b>	<b>46</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>47</b>
<b>Chapitre I : Contexte général de l'application.....</b>	<b>48</b>
I. Choix du modèle .....	48
II. Formulation du problème .....	49
III. Résolution du problème.....	49

IV. Estimation de la matrice de covariance par « Exponential weighting approach ».....	50
IV.1. Présentation.....	50
IV.2. Application.....	50
IV.2.1. Rappel du problème.....	51
IV.2.2. Résultats.....	51
<b>Chapitre II : Application en Visual Basic.....</b>	<b>56</b>
I. Description du programme.....	56
II. Etude de cas.....	65
<b>Conclusion.....</b>	<b>69</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>70</b>
Bibliographie.....	72
<b>ANNEXE.....</b>	<b>73</b>
Annexe 1 : les contraintes imposées par la réglementation sur les placements des compagnies d'assurance.....	74
Annexe 2 : Démonstration du modèle de Markowitz "Problème de minimisation avec contraintes".....	76
Annexe 3 : Démonstration de l'APT.....	79

## *Introduction générale*

Les compagnies d'assurance et les institutions de prévoyance jouent un rôle central dans la mobilisation de l'épargne et l'allocation des ressources de l'économie nationale.

Les exigences de ces investisseurs institutionnels en matière de rentabilité et de risque ont des répercussions sur le choix d'investissement. Ce dernier doit résulter d'un processus de placement structuré qui combine l'allocation stratégique et l'allocation tactique d'actifs afin de garantir un bon résultat.

Si le premier type d'allocation consiste à déterminer, à moyen ou long terme, la part des actions, des obligations et des autres classes d'actifs à détenir pour faire face aux engagements futurs. Le deuxième consiste à sélectionner dans chaque classe les titres dans lesquels on va investir.

Comme l'horizon de placement des entreprises d'assurance et des organismes de prévoyance est plus ou moins long, et du fait que l'allocation stratégique détermine plus que les deux tiers de la performance du portefeuille, nous avons choisi de traiter cette étape du processus de placement.

Le présent travail a pour but de mettre en place une application en Visual Basic qui permettra aux compagnies d'assurance ou organismes de prévoyance de déterminer une répartition optimale de leurs fonds dans les différentes catégories de placements, notamment actions, obligations, immobilier, instruments monétaires et les fonds de placement collectif. Cette répartition se fait à l'aide du modèle de Markowitz, tout en ayant la possibilité d'intégrer les différentes contraintes et adapter le résultat à leurs besoins ainsi qu'aux stratégies de gestion.

Après l'introduction au thème de ce projet, la première partie est consacrée à la présentation du secteur des assurances et de prévoyance au Maroc, ainsi que le rôle qu'il joue dans le système financier et les instruments de placement que lui offre ce dernier. Ce qui va nous permettre d'acquérir une certaine familiarité avec ses composantes ainsi que son fonctionnement.

La deuxième partie, bien que plus traditionnelle puisqu'elle donne les principales notions de l'allocation stratégique d'actifs, les différentes contraintes auxquelles doit répondre

celle-ci dans le secteur des assurances et de prévoyance, et enfin les modèles proposés par la théorie.

La troisième partie, donne une présentation détaillée de l'application VB mise en place dans le but d'automatiser l'algorithme de Markowitz dont on va se servir pour faire l'allocation stratégique.

# *PARTIE I*

---

**Présentation du secteur des assurances et de prévoyance  
au Maroc**

---

## *Introduction*

Le système financier marocain est composé de plusieurs segments (banques, sociétés d'assurance, bourse de valeurs...). Sa stabilité et son efficacité nécessitent une bonne tenue de l'ensemble de ses composantes.

Certes, les banques demeurent le principal canal de mobilisation de l'épargne intérieure et de financement de l'investissement au Maroc, mais d'autres acteurs, notamment les assurances et les organismes de prévoyance, jouent un rôle essentiel dans la viabilité du système financier et la croissance économique.

Cette partie va présenter en premier lieu le secteur des assurances et de prévoyance au Maroc ainsi que les résultats réalisés en 2005. Dans un deuxième lieu, on va mettre le point sur le rôle que joue ce secteur et la place qu'il occupe au sein du système financier.

---

## **Chapitre I : Le secteur des assurances et de prévoyance au Maroc**

---

Ce secteur joue un rôle important dans la collecte de l'épargne qu'il recycle principalement sous forme de financements à long terme de l'économie. Il intervient également comme investisseur institutionnel sur les marchés d'actifs.

A l'instar du secteur financier, le secteur des assurances et de prévoyance connaît de profondes mutations et se trouve ainsi confronté à de grands et importants défis (libéralisation des tarifs, concentration, assurance maladie obligatoire, réformes de retraite...) qui affectent le processus de sa croissance.

Dans ce chapitre, qui comporte deux paragraphes, nous allons consacrer le premier à la présentation du marché des assurances ainsi que les transformations qu'il a connu ces derniers temps, et le deuxième au système de prévoyance au Maroc.

### **I. Le marché marocain des assurances et de réassurance**

Il est constitué de dix huit entreprises dont quinze entreprises commerciales et trois mutuelles. Sur ce total on trouve :

- ❖ dix pratiquent aussi bien les opérations d'assurances non vie que les assurances vie et capitalisation
- ❖ trois se limitent aux opérations d'assurance non vie
- ❖ une pratique exclusivement les opérations d'assurance vie et capitalisation
- ❖ deux pratiquent les opérations d'assistance
- ❖ une pratique exclusivement l'assurance crédit
- ❖ et une entreprise est spécialisée dans la réassurance

Durant ces dernières années plusieurs mesures ont été mises en place visant l'assainissement et la libéralisation du marché et la concentration des compagnies d'assurances, tout en renforçant le cadre réglementaire et de contrôle à travers la promulgation de nouvelles arrêtées régissant l'activité des assurances au Maroc.

#### **I.1. Réformes engagées dans le marché des assurances**

##### **I.1.1. Réformes réglementaires**

**Cadre législatif :** les pouvoirs publics ont procédé à la promulgation de plusieurs arrêtés depuis 1996 relatifs aux : garanties financières, aux documents et comptes-rendus exigibles des entreprises d'assurance, de réassurance et de capitalisation, aux indicateurs de solvabilité et aux règles de fonctionnement des entreprises d'assurance, à la tarification de l'assurance automobile obligatoire, au plan comptable des assurances ainsi qu'à la nouvelle

classification des opérations d'assurance qui a fait la distinction entre opérations non-vie et opérations vie et capitalisation.

**Un nouveau code des assurances** : Adopté par le conseil de gouvernement le 26 avril 2001, le nouveau code a proposé plusieurs nouveautés dans le sens d'une mise à niveau globale des règles applicables dans le secteur des assurances et ce, en vue de mettre en place un cadre institutionnel adéquat tendant à favoriser une gestion appropriée du secteur.

### **I.1.2. Libéralisation des assurances**

Pour le Maroc, la libéralisation du marché des assurances s'est traduite par la mise en place de tarifs élaborés sur des bases statistiques. L'objectif est de déterminer un tarif représentatif pour chaque branche d'assurance. Pour cela, les compagnies doivent constituer une banque de données statistiques au niveau de la Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurances et de Réassurance.

Par la suite, ce tarif doit être proposé et appuyé par une étude statistique, à la Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale qui doit en principe proposer des ajustements au cas où les tarifs avancés sont jugés insuffisants. Les compagnies d'assurances ont la possibilité de réviser leurs tarifs une fois par an. Cette révision est soumise à l'approbation préalable de la Direction des assurances.

### **I.1.3. Assainissement du secteur des assurances**

Le dernier fait marquant de la dernière décennie du secteur reste sans doute la liquidation de cinq sociétés d'assurances (Arabia Insurance Company Morocco S.A, la Compagnie Atlantique d'Assurances, la Réunion Marocaine d'Assurances et de Réassurances, la Renaissance et la Victoire) en vertu des arrêtés du Ministre des Finances et des Investissements Extérieurs du 12 septembre 1995.

Ceci est du aux mesures de redressement appliquées par les autorités dans le cadre de la politique d'ajustement structurel entamée depuis 1982, et à la promulgation de certaines règles de gestion et des indicateurs d'appréciation de la solvabilité globale des entreprises d'assurance.

### **I.1.4. Mouvements de concentration**

Le secteur des assurances au Maroc, a connu et connaît ces derniers temps une vague de concentration sans précédent, qui va dans le sens de la libéralisation des marchés.

Ce secteur s'est vu concentré en 1999 principalement autour des groupes: RMA-Al Watanyia, AXA-ONA, Wafa-assurances et Atlanta-Sanad. Il y a aussi la fusion en septembre 1999, D'AXA AL AMANE et de la COMPAGNIE AFRICAINE D'ASSURANCES (CAA) qui donne naissance à AXA ASSURANCE MAROC qui devient ainsi le premier opérateur du secteur. En 2000, se fut l'absorption de l'ALLIANCE AFRICAINE par AL WATANIYA.

Ce mouvement de concentration s'est poursuivi en 2001, où le groupe d'affaires HOLMARCOS a racheté la SANAD, se hissant au total à la 4ème place du secteur, juste

après la compagnie Wafa Assurance. De sa part, Le groupe SOCIÉTÉ GÉNÉRALE (précisément la filiale bancaire locale de la SOCIÉTÉ GÉNÉRALE associée à SOGECAP) a pris le contrôle en juillet 2001 de la seule compagnie spécialisée dans l'assurance vie, LA MAROCAINE VIE.

### **I.1.5. Restructuration du secteur par l'adoption de l'AMO**

La mise en œuvre de l'Assurance Maladie Obligatoire (AMO) vise pour toute l'économie nationale une redistribution des richesses par le biais du principe de la solidarité qui est la base de tout système de couverture généralisée.

La gestion de l'AMO est confiée à la Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS) qui se chargera du régime de base pour les salariés privés et à la Caisse Nationale des Organismes de Prévoyance Sociale (CNOPS). Celle-ci se chargera de la gestion de la couverture médicale des fonctionnaires et agents assimilés. La couverture complémentaire et optionnelle sera, quant à elle, confiée aux compagnies d'assurance privées.

Ce système est sous la gouvernance d'une agence publique, l'ANAM (Agence Nationale de l'Assurance Maladie), chargée de la régulation et du contrôle du fonctionnement de ses différents maillons. En effet, cette agence a pour mission d'assurer l'encadrement technique de l'AMO et de veiller à la mise en place des outils de régulation du système.

## **I.2. Le marché des assurances en chiffres**

Selon la Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale (DAPS), le marché des assurances a réalisé en 2005 un montant de **primes émises** au titre des opérations directes de 13,102 milliards de dirhams contre 12,193 milliards en 2004, soit une augmentation de 7,5% par rapport à l'exercice précédent, dont 3,259 milliards pour l'assurance vie (24,77%) et 9,847 milliards pour l'assurance non vie (74,84%).

L'assurance automobile, qui a progressé de 4,91%, occupe toujours une place notable dans le montant global des primes émises avec une part de 35,35%.

**Les prestations payées** ont atteint 8,505 milliards de dirhams contre 8,029 milliards en 2004, soit une progression de 5,94%.

Le **capital social** (ou fonds d'établissement) consolidé des entreprises d'assurances en activité s'élève à 4,52 milliards de dirhams. Les fonds propres se sont élevés à 12,630 milliards de dirhams, accusant ainsi une progression de 21,97% par rapport à l'exercice précédent. Le montant des fonds propres représente 96,39% du montant global des primes émises contre 84,92% une année auparavant.

L'exercice 2005 s'est soldé par un excédent de 3,240 milliards de dirhams, ce montant représente aussi le bénéfice réalisé par les entreprises excédentaires qui sont au nombre 17.

Les entreprises d'assurances ont constitué la même année des **provisions techniques** pour un montant de 63,28 milliards de dirhams, en augmentation de 3,56 milliards de dirhams, soit 5,96% par rapport à 2004. Le tableau-1 donne la progression des provisions techniques et leur répartition :

**Tableau 1 : la répartition des provisions techniques des compagnies d'assurances marocaines et leur évolution (En millions de dirhams)**

<b>Provisions techniques</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>Variation %</b>
Provisions Mathématiques	27.843	27.842	0
Provisions pour sinistres à payer	28.694	29.821	3,93
Provisions pour primes non acquises	1.796	1.894	5,49
Autres provisions techniques	1.388	3.724	168,33
<b>Total</b>	<b>59.721</b>	<b>63.281</b>	<b>5,96</b>

Source : la DAPS

Par ailleurs, **les placements** nets affectés aux opérations d'assurances se sont élevés à 60,26 milliards de dirhams, représentant ainsi 95,24% des provisions techniques. Ces placements sont constitués essentiellement de valeurs d'Etat et assimilées, d'immeubles, de valeurs cotées en bourse et de dépôts bancaires.

L'augmentation annuelle des placements affectés aux opérations d'assurances, qui constitue l'apport du secteur des assurances au financement de l'économie, s'est élevée cette année 6,049 milliards de dirhams contre 2,183 milliards une année auparavant. Rapportée à la formation brute du capital fixe (FBCF), la contribution du secteur représente 5,22% contre 2% un an auparavant.

## II. Le système marocain de prévoyance

Le système de retraite marocain se compose d'un grand nombre de régimes, mais ne couvre qu'une petite partie de la population active. Il existe une vaste gamme de régimes de retraite qui diffèrent les uns des autres sur tout un ensemble de paramètres (formules de prestations, bases de cotisation, taux de cotisation, règles de placement, etc.).

### II.1. Les caisses marocaines de retraite

Les différentes caisses de retraite sont comme suit :

- ✓ **La caisse marocaine des retraites (CMR) :** Destinée aux fonctionnaires de l'Etat, la caisse marocaine des retraites gère principalement le régime des pensions civiles et militaires ainsi que les pensions d'invalidité civiles et militaires.
- ✓ **La caisse nationale de sécurité sociale (CNSS) :** Consacré aux personnes du privé, le régime de sécurité sociale permet de garantir différentes prestations, en l'occurrence les allocations familiales (pour les actifs et les retraités), les prestations à court terme<sup>1</sup> et les prestations à long terme<sup>2</sup>.
- ✓ **Le régime collectif d'allocation de retraite (RCAR) :** Ce régime de retraite a été créé au profit des salariés non titulaires l'Etat et des collectivités locales et de tous les employés des établissements publics soumis au contrôle financier de l'Etat.
- ✓ **La caisse interprofessionnelle marocaine de retraites (CIMR) :** Créée en 1949 sur l'initiative d'un ensemble d'employeurs du secteur privé, la CIMR est gérée par une association patronale. Le régime de la CIMR, dont l'affiliation est facultative, est ouvert aux salariés du secteur privé à titre de régime complémentaire à celui de la CNSS.
- ✓ **La caisse commune de retraite de l'ONE :** Organisme de gestion sans statut juridique au profit du personnel des entreprises de production, de transport et de distribution d'eau et d'électricité au Maroc, la CCR compte 18 régies adhérentes en plus de l'ONE. Par ailleurs, la CCR a été fermée depuis 2001 aux nouvelles recrues qui sont désormais affiliées au régime du RCAR.
- ✓ **La caisse interne de retraite de l'OCP :** Créée en 1947, la CIR s'applique à tous les agents recrutés à compter du 1er avril 1947. La CIR-OCP est fermée depuis 2000 aux nouvelles recrues qui sont désormais affiliées au régime du RCAR.

---

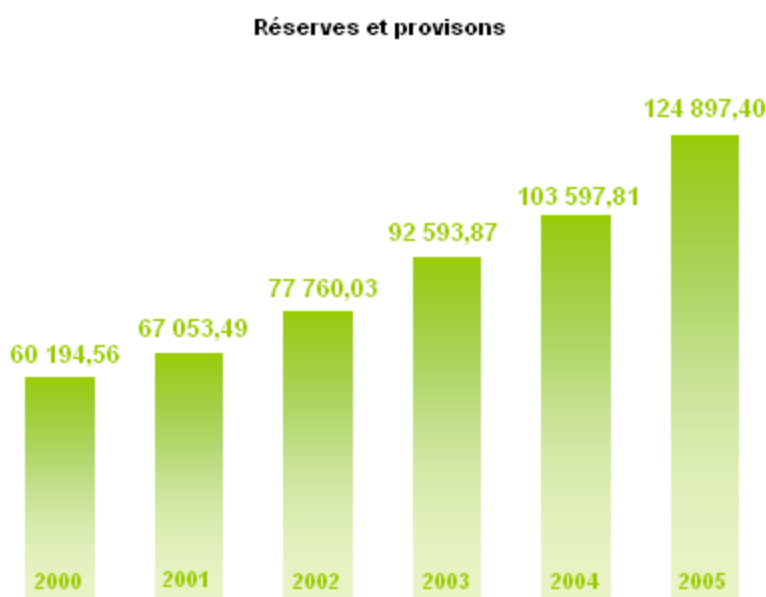
<sup>1</sup> Les prestations à court terme couvrent les indemnités journalières en cas de maladie, les indemnités journalières en cas de maternité et les allocations en cas de décès.

<sup>2</sup> Les prestations à long terme portent sur les pensions d'invalidité, de vieillesse et de survivants.

## II.2. Le système de retraite en chiffres

Selon le rapport d'activité des régimes de retraite publié par la DAPS à titre de l'année 2005, le système de la retraite au Maroc couvre une population de l'ordre de 2,85 millions d'**affiliés** actifs et sert des prestations à plus de 930 000 allocataires.

**Les réserves et les provisions** accumulées par les organismes de retraite et de prévoyance sociale s'élèvent à environ 124,90 milliards de dirhams au 31 décembre 2005 contre 103,60 milliards en 2004. La figure-1 décrit leur évolution entre les années 2000 et 2005.



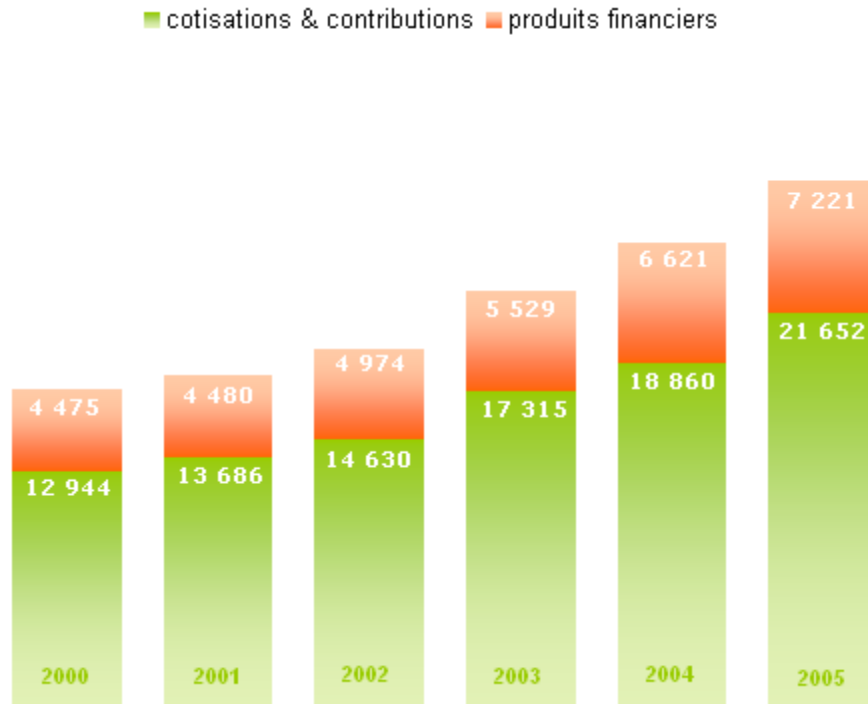
**Figure-1** : Evolution des réserves et provisions accumulées par les caisses de retraite entre 2000 et 2005(en millions de dirhams)

Les **ressources** de ces régimes ont atteint 30,439 milliards de dirhams en 2005 contre 29,047 milliards en 2004. Elles sont constituées essentiellement des cotisations et des contributions qui représentent plus de 68,86% de la structure globale, soit 20,962 milliards de dirhams en 2005 contre 18,174 milliards en 2004.

Les **prestations** allouées par ces organismes ont, de leur côté, atteint 18,504 milliards de dirhams en 2005 contre 16,594 milliards en 2004.

La valeur du portefeuille des **placements** a atteint 101,376 milliards de dirhams en 2005 contre 83,796 milliards en 2004. Ce portefeuille est composé à concurrence de 78,2% des obligations et valeurs Etatiques. La part des actions est de 10,2%, celle des titres des OPCVM à 7,1%, et celles des TCN (Titres de Créances Négociables) à 3,3%. Les placements immobiliers, par contre, représentent moins de 1% de la valeur totale du portefeuille.

Les produits financiers générés par les différents placements ont atteint 7,083 milliards de dirhams en 2005 contre 6,334 milliards en 2004.



**Figure-2 : Evolution des placements et des produits financiers générés par les caisses de retraite entre 2000 et 2005 (en millions de dirhams)**

Le **rapport démographique global** (actifs/retraités) relatif aux quatre principaux régimes de retraite était de l'ordre de 5,06 en 2005 accusant une dégradation de 7,72%.

Actuellement, le système des retraites est confronté à **des problèmes financiers** qui compromettent à terme son efficacité et sa viabilité. On peut résumer ces différents problèmes dans ce qui suit :

**Absence de loi cadre portant organisation du secteur** : Le secteur des retraites se caractérise par la coexistence d'une multitude de régimes de retraite soumis à des dispositions différentes les uns des autres quant à leur cadre juridique, leur champ d'application, leurs ressources, la nature de leurs prestations, leur mode de gestion ainsi qu'aux règles de contrôle les régissant.

**Vieillesse de la population** : le système marocain des retraites est menacé par le vieillissement de la population. Le nombre de retraités croît trop rapidement par rapport à celui des cotisants. Avec de moins en moins d'actifs pour cotiser, le financement des systèmes de retraites s'annonce inquiétant pour le futur.

**Déficit des caisses de retraite** : Les cotisations sont de plus en plus insuffisantes pour financer les prestations, la majorité des caisses de retraite fonctionne en répartition où les réserves techniques sont toujours insuffisantes.

**Politiques de placement et de couverture des réserves** : Les régimes de retraite ne disposent pas de règles communes fixant les modalités de couverture des réserves techniques constituées à l'instar de ce qui est pratiqué dans le secteur des assurances.

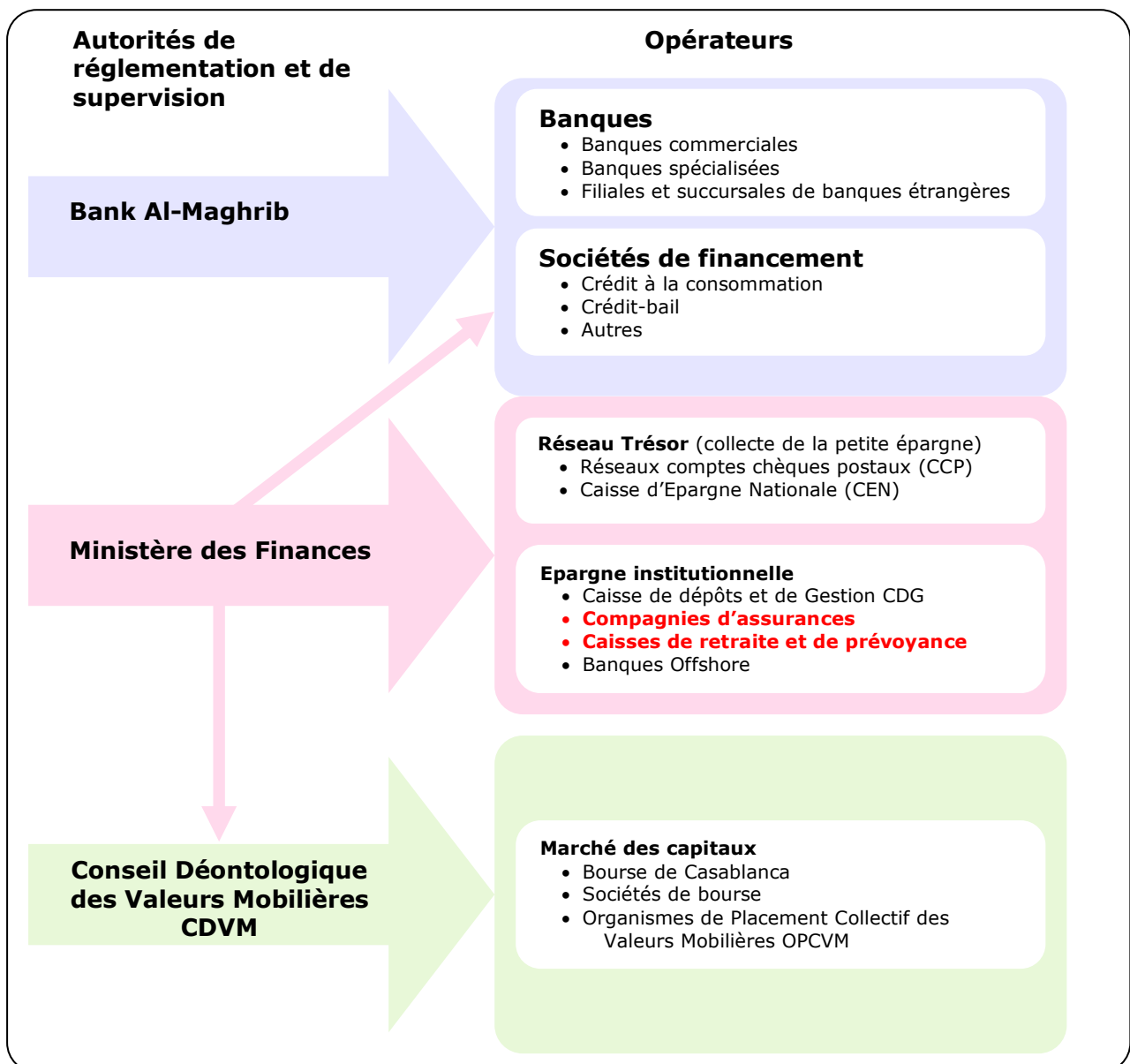
## Chapitre II : Le rôle des compagnies d'assurance et les organismes de prévoyance dans le système financier

### I. Le système financier marocain

Le système financier marocain, comme tout autre dans le monde, comprend deux grands compartiments :

- ❖ Les institutions financières : ce sont les institutions de crédit monétaire et non monétaire et les entreprises d'assurance.
- ❖ Le marché financier : qui assure la fonction du marché primaire et celle du marché secondaire. Le premier est le lieu où sont créées et émises les valeurs mobilières. Quant au second, il s'agit de la Bourse des Valeurs où sont négociées ces valeurs.

L'organigramme ci-après présente toutes les entités du système financier marocain.

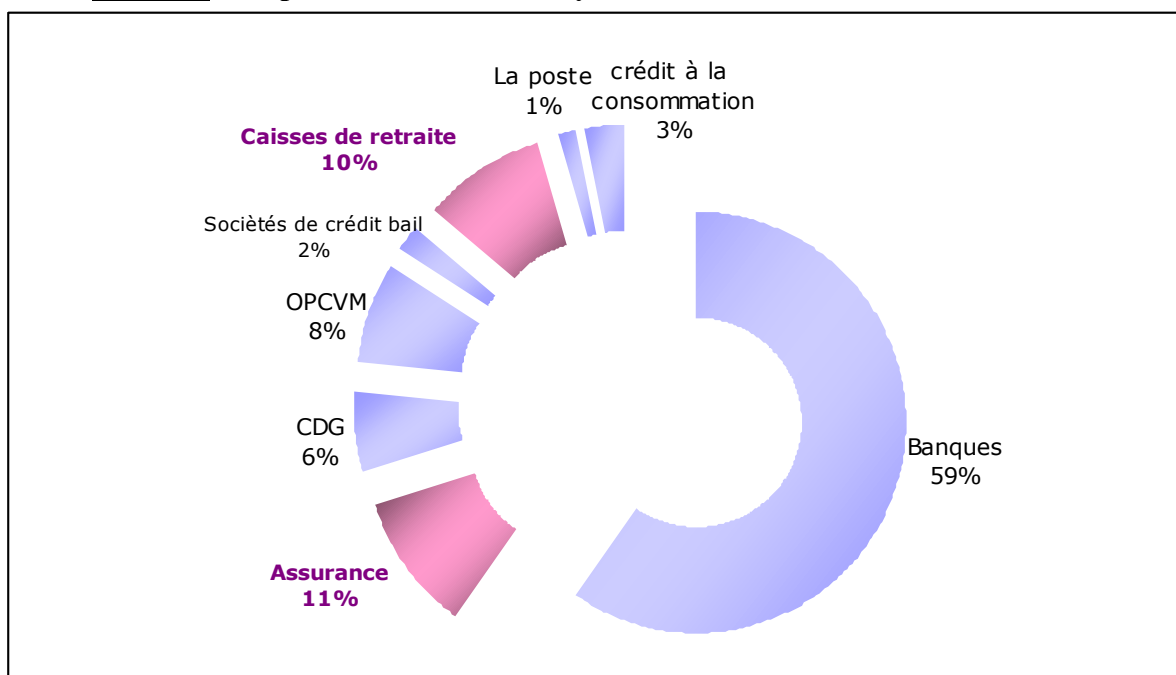


**Figure-3 : Système financier marocain : le cadre institutionnel**

Depuis le début des années 90, le système financier marocain a connu plusieurs réformes. Celles-ci visent à rendre le système financier plus efficace et moderne pour une meilleure mobilisation de l'épargne et une allocation plus efficiente des ressources financières en vue d'assurer une croissance économique durable et soutenue.

Ces réformes ont touché toutes les entités du système financier parmi lesquelles on trouve les assurances et les organismes de prévoyance qui ne cessent de renforcer leur place dans l'économie en général. Le graphique ci-après met le point sur leur rôle dans le système entier.

**Figure-4 : les parts des acteurs du système financier dans le total des actifs**



D'après ce graphique le secteur des assurances détient 11 % des actifs du système financier. Les actifs du secteur totalisaient 61 milliards DH environ 17 % du PIB à la fin de 2000, et ses primes s'élevaient à 3 % du PIB. D'autre part, le système de retraite marocain détient 10 %.

Ainsi 21% des actifs du marché financier sont à l'acquisition des compagnies d'assurance et les institutions de prévoyance. Ce pourcentage n'est qu'une simple traduction du rôle capital que joue ce secteur dans la mobilisation de l'épargne et l'allocation des ressources financières.

Dans la sous-partie qui suit nous allons exposer les différents types d'actifs que peuvent détenir les entités de ce secteur et qui existent sur le marché financier marocain.

## II. Classification des actifs financiers

Nous rappelons que les compagnies d'assurance et les institutions de prévoyance placent les provisions qu'elles constituent dans différentes classes d'actifs disponibles sur le marché financier marocain notamment les actions, les obligations, le monétaire, l'immobilier sans oublier les fonds de placement.

Dans ce sous chapitre, on donne une simple présentation de ces instruments financiers que l'on peut répartir selon le marché où ils sont créés.

## II.1. Instruments des marchés financiers et boursiers

Les marchés financiers et boursiers sont les lieux où les valeurs mobilières sont émises et négociées. Il existe différents types de valeurs mobilières sur ces marchés à savoir :

- **Les actions** : une action est un titre de propriété délivré à toute personne détenant une fraction de capital d'une société pour pouvoir constater ses droits d'associé. Elle accorde à son détenteur le droit à une rémunération sous forme de dividende.
- **Les obligations** : il s'agit d'un titre de créance négociable à revenu fixe émis par les entreprises privées mais également par les entreprises publiques ou encore par l'Etat. Ce titre donne droit au remboursement du montant du prêt mais aussi au paiement d'un intérêt au créancier.
- Les obligations convertibles en actions OCA : se situent à mi-chemin entre les obligations ordinaires et les actions. Elles sont définies comme des obligations classiques, auxquelles s'ajoute une option d'achat sur des actions nouvelles de l'émetteur. Elles permettent notamment à son détenteur d'arbitrer entre le rendement obligataire et la plus-value en capital.
- Le droit de souscription, le droit d'attribution, l'action à dividende prioritaire, le certificat d'investissement et les Bons de Privatisations.

Ces valeurs mobilières sont négociées à la Bourse des Valeurs de Casablanca.

## II.2. Instruments du marché monétaire

Le marché monétaire est un marché des capitaux à court et moyen terme par opposition au marché financier sur lequel sont échangés essentiellement les fonds à long terme. Il offre aux investisseurs toute une gamme d'instruments financiers à savoir :

- Bons du trésor émis par voie d'adjudication : Les taux servis sur ces bons ont sensiblement chuté et ce quelle que soit leur maturité.

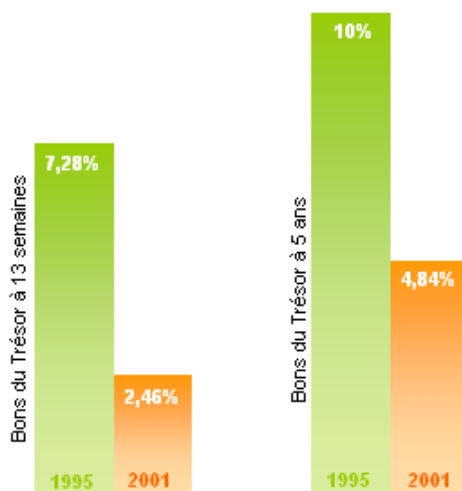


Figure-5 : Evolution des Taux servis sur les bons du trésor

- Titres de créances négociables TCN classés en cinq catégories principales :
  - Bons du trésor négociables BTN pour l'Etat
  - Certificats de dépôts négociables CDN qui sont émis par les banques pour des durées pouvant aller de 10 jours à 7 ans.
  - Billets de trésorerie qui sont émis par les personnes morales autres que les banques et les sociétés de financement pour des maturités pouvant varier entre 10 jours et un an.
  - Bons des sociétés de financement émis par les sociétés de financement pour des échéances comprises entre 2 et 7 ans
  - Titres des créances titrisées
  
- La titrisation sur les marchés des capitaux et marché hypothécaire : une expérience très récente au Maroc. Cette technique consiste à transformer des crédits en titres négociables et à les céder sur le marché financier.

Dans le cadre du mouvement de réformes et de libéralisation qui a intéressé différents secteurs de l'économie, d'autres instruments financiers alternatifs se sont développés au Maroc rivalisant avec les instruments financiers classiques. L'objectif étant d'offrir aux différents opérateurs économiques des moyens de placements diversifiés et liquides tant sur le court terme que sur le moyen et long terme, de renforcer la mobilité de l'épargne et d'améliorer son allocation par le développement de la concurrence et sa canalisation vers la satisfaction des besoins d'investissement.
  
- Les fonds de capital-risque : un instrument financier qui commencent à jouer un rôle important en matière d'innovation financière. cet instrument permet le renforcement des fonds propres et la mise à niveau de la gestion de l'entreprise par la participation de nouveaux partenaires professionnels financiers. L'activité de capital-risque consiste à financer des PME, remplissant certaines contraintes, sous forme de titres de capital, de titres de créances convertibles ou non en titres de capital, ainsi que d'avances en compte courant d'associés.
  
- Marché des changes à terme : est un marché où les devises s'échangent pour un montant et à un cours déterminés immédiatement, mais pour une livraison à une date future et prédéterminée. On retrouve sur ce marché l'existence de contrats de swaps (d'échanges) de devises.

### **II.3. fonds de placement**

C'est un véhicule d'investissement que les établissements financiers proposent à leurs clients. Un fonds de placement est constitué par les apports des porteurs de parts, effectués à la suite d'un appel public en vue d'un placement collectif. Il est géré par une direction juridiquement et physiquement indépendante de la banque dépositaire pour le compte des porteurs de parts, en général selon le principe de la répartition des risques de manière à assurer un bon rendement et un maximum de garanties.

Bien qu'un fonds de placement réunisse divers actifs financiers, les clients peuvent acheter les parts émises à une faible valeur par rapport à l'achat d'actifs individuels. Chaque part contient théoriquement une proportion de chacun des actifs se trouvant dans le fonds de placement. Elles garantissent un droit de participation à la fortune globale du fonds sans toutefois donner de droit sur les sociétés incluses dans le fonds. Un fonds de placement peut

investir les montants confiés de diverses manières dont les plus communément pratiquées sont:

- ❖ En valeurs immobilières.
- ❖ En instruments monétaires.
- ❖ Dans différents secteurs d'activité.
- ❖ Selon différents objectifs (croissance, rendement, revenu).

Dans le cadre du mouvement de réformes et de libéralisation qui a intéressé différents secteurs de l'économie, les fonds de placements, constituant d'autres instruments financiers alternatifs, se sont développés au Maroc rivalisant avec les instruments financiers classiques. L'objectif étant d'offrir aux différents opérateurs économiques des moyens de placements diversifiés et liquides tant sur le court terme que sur le moyen et long terme, de renforcer la mobilité de l'épargne et d'améliorer son allocation par le développement de la concurrence et sa canalisation vers la satisfaction des besoins d'investissement.

Ainsi, il convient de noter que la nouvelle organisation du marché boursier, générée par l'ensemble des réformes depuis 1993, a donné naissance à plusieurs types de fonds :

- Les sociétés de bourse : sont habilitées à placer les titres émis par les personnes morales faisant appel public à l'épargne et à gérer des portefeuilles de valeurs en vertu d'un mandat.
- Les Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières OPCVM : offrent quatre grandes familles se différencient par la nature des valeurs mobilières qui les constituent (OPCVM actions, OPCVM obligataires, OPCVM diversifiés, OPCVM monétaires)
- Les fonds de capital-risque : un instrument financier qui commencent à jouer un rôle important en matière d'innovation financière. cet instrument permet le renforcement des fonds propres et la mise à niveau de la gestion de l'entreprise par la participation de nouveaux partenaires professionnels financiers. L'activité de capital-risque consiste à financer des PME, remplissant certaines contraintes, sous forme de titres de capital, de titres de créances convertibles ou non en titres de capital, ainsi que d'avances en compte courant d'associés.
- Les fons en biens immobiliers.
- Les fonds tourisme : visent les opérations touristiques intégrées car le développement de ce secteur aura des retombées indirectes sur le marché financier marocain.

#### **II.4. L'immobilier**

Constitue un secteur de placement très intéressant dans une optique de diversification d'un portefeuille. Le rendement moyen et le risque de l'immobilier sont inférieurs à ceux des actions et supérieurs à ceux des obligations. De plus, il existe une corrélation négative entre les rendements de l'immobilier et ceux de placements financiers.

---

### *Conclusion*

Certes le secteur des assurances et de prévoyance joue un rôle capital dans le système financier en mobilisant une part importante de l'épargne qu'il place sur les marchés financiers. Mais afin d'améliorer la rentabilité des ces placements, de bénéficier de la multitude des vecteurs d'investissements offerts par le marché financier marocain et de pouvoir compenser la baisse de performance éventuelle d'un secteur par la hausse de celle d'un autre, les assurances et les caisses de retraite ne doivent pas répartir leurs fonds sur les différentes classes de manière arbitraire, mais faire une bonne allocation qui répond à certains critères et vérifie un certain nombre de contraintes. Et c'est le sujet de la partie suivante.

---

# *PARTIE II*

---

**Allocation stratégique d'actifs dans le secteur des  
assurances et de prévoyance**

---

## *Introduction*

Une des caractéristiques des compagnies d'assurance et institutions de prévoyance est l'inversion du cycle de production : elles perçoivent des primes ou des cotisations avant de payer les prestations. Cette particularité permet de constituer des provisions techniques destinées à payer les sinistres futurs ou les prestations.

Afin de pouvoir couvrir ces engagements, le montant des provisions doit être placé sur les marchés financiers. Pour ce faire, la compagnie d'assurance ou l'institution de prévoyance doit nécessairement se doter d'outils de gestion efficaces et sûrs pour placer de manière optimale ses actifs tout en veillant à sa solvabilité. D'où la nécessité d'une allocation d'actifs.

Une mauvaise gestion de placement peut mener à des conséquences irréparables. C'est d'ailleurs le cas de sept compagnies d'assurance vie japonaises qui ont fait faillite depuis 1997, la plus récente étant celle de Tokyo Mutual Life. La vague des faillites témoigne de la fragilité du secteur en matière de gestion de placement. Cette fragilité provient de la nature de son environnement et des contraintes auxquelles il est soumis.

Dans cette partie, Nous allons tout d'abord présenter une description de l'environnement économique et réglementaire de l'investissement des compagnies d'assurance et des organismes de prévoyance. Par la suite, nous introduisons les modèles théoriques de l'allocation des actifs utilisés pour diversifier les placements et optimiser la rentabilité.

---

## Chapitre I : Environnement économique et réglementaire

### I. Processus de placement

Dans le processus de placement, on distingue deux étapes principales:

La première, dite **stratégique**, consiste à déterminer la répartition de la fortune à moyen, long terme dans les différentes classes d'actifs. Elle respecte les objectifs de l'entreprise en matière de rendement, tolérance au risque et autres restrictions personnelles. Elle doit également respecter les directives de la gestion et les dispositions de la réglementation qui régit le secteur d'activité de cette entreprise.

Ainsi, ce benchmark va préciser les notions de volatilité du portefeuille global et déterminer la rentabilité que l'on est en droit d'attendre sur le long terme de cette prise de risque.

La seconde étape, dénommée **tactique**, consiste à intégrer les derniers développements conjoncturels qui vont permettre de battre le benchmark. En effet, après avoir déterminé, dans la première étape, la part du portefeuille allouée à chaque classe d'actif, il reste à déterminer au niveau de chacune de ces classes les titres ou les actifs dans lesquels on va investir à court ou moyen terme.

L'allocation tactique n'est pas efficiente. Elle ne le serait que si le benchmark était lui-même efficient.

D'autre part, certaines études ont montré que l'allocation stratégique détermine les performances globales d'un portefeuille sur le long terme à hauteur d'environ 70 %. L'allocation tactique contribue environ pour 20 %. Pour ce, nous allons nous intéresser uniquement à l'allocation stratégique.

Dans le secteur des assurances et de prévoyance, l'allocation stratégique doit vérifier un certain nombre de contraintes dont certains relèvent de la réglementation et d'autres revêtent le choix de l'investisseur ou l'environnement économique. Dans la partie qui suit on va exposer quelques unes.

### II. Contraintes de placement

La diversification est une stratégie optimale, du fait qu'elle permet d'augmenter le rendement d'un portefeuille tout en réduisant son risque. Mais elle s'avère délicate dans la mesure où on doit tenir compte des engagements souscrits et des contraintes réglementaires que l'on peut résumer comme suit :

#### II.1. Contraintes prudentielles

Le secteur des assurances et de prévoyance au Maroc est très réglementé et mis surveillé par la Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale (DAPS).

Pour le cas des entreprises d'assurance et de réassurance, les placements sont régis par les dispositions de l'arrêté du ministre des finances et de la privatisation n° 1548-05 du 6 ramadan 1426 (10 octobre 2005), plus précisément les articles 27, 29, 32 et 33. On a rassemblé les contraintes imposées par ces articles sous forme de tableau (l'annexe 1). Et on a gardé les grandes lignes.

En effet :

- La part des obligations doit être au minimum égale à 30%
- Leurs investissements en actions ne doivent pas dépasser 50%
- La part des instruments du marché monétaire doit être au plus égale 10%
- La part de l'immobilier doit être inférieure ou égale 30%
- Reste à signaler que l'ensemble de leurs investissements en actions, en instruments du marché monétaire et en immobilier ne doit pas dépasser la limite légale de 70%

Quant aux institutions de prévoyance, chaque organisme dispose d'un régime de placement propre à lui. Mais il convient de signaler que l'Etat exige que 90% des placements doivent se faire en obligations dont la majorité doit être Etatique ou bénéficiant de la garantie de l'Etat.

## **II.2. Contraintes de gestion**

Les compagnies d'assurance et les organismes de prévoyance placent leurs provisions techniques afin de pouvoir couvrir leurs engagements futurs et réaliser des excédents pour constituer des réserves suffisantes pour se prémunir contre les sinistres majeurs.

Ainsi leur objectif est d'améliorer le rendement de leur portefeuille de placements, tout en assurant une maîtrise des risques liés au taux d'intérêt ou au décalage entre le passif et l'actif. Ces deux points sont détaillés par la suite.

### **II.2.1. Contraintes liées au passif**

La bonne gestion ne se résume pas à la sélection d'un portefeuille d'actifs compensant le risque de taux d'intérêt pour un groupe d'engagements donnés. Mais elle doit tenir compte du passif. Il faut coordonner les échéances des éléments de l'actif et du passif et cela revient à calculer les durations des deux et assurer leur équivalence.

Pour évaluer l'importance de cette opération, il faut voir l'impact d'une augmentation des taux d'intérêt de 0,1% sur le bilan dont la durée des actifs et des passifs est de 10 ans. Cette augmentation va provoquer une dépréciation de la valeur des deux de 1%.

### **II.2.2. Taux d'intérêt**

A cause de la surliquidité que connaît le marché monétaire, les taux d'intérêts ne cessent de chuter et le marché obligataire n'est plus favorable. En effet, à titre d'exemple, en 2005 le taux des bons à un an est passé, en moyenne, de 2,82% au premier trimestre à 2,68% au deuxième trimestre. Celui des bons à 5 ans est passé de 4,03% à 3,97% aux mêmes périodes, alors qu'il était autour de 7% pendant les années 90.

Pour les organismes de prévoyance marocains, 90 % des actifs qu'ils détiennent sont des obligations Etatiques ou bénéficiant de la garantie de l'Etat. Ce qui peut leur créer des problèmes de solvabilité à long terme, sachant que les taux d'intérêt continuent à baisser, alors que les autres classes d'actifs offrent des opportunités meilleures.

En effet, les données historiques montrent que les actions constituent un véhicule de placement plus intéressant que les obligations. Mais ceci ne veut pas dire qu'il faut mettre tous ses œufs dans le même panier et investir la totalité en actions. Car s'elles offrent un rendement nettement meilleur à celui des obligations Etatiques, elles présentent beaucoup plus de risque.

D'autre part, de nombreuses études ont montré que les investissements immobiliers présentent des caractéristiques de rendement et de risque sensiblement différentes de celles des actions et des obligations. Le rendement moyen et le risque de l'immobilier sont en effet inférieurs à ceux des actions et supérieurs à ceux des obligations. De plus, la corrélation entre les rendements de l'immobilier et ceux de placements financiers est faiblement positive, voire négative.

Il en résulte que tous les actifs jouent un rôle bénéfique dans la diversification du portefeuille. La question que l'on doit se poser maintenant: comment constituer un portefeuille qui combine tous ces types d'actifs et qui a des performances meilleures que tout autre portefeuille ?

C'est ce qu'on va voir dans le chapitre suivant.

## Chapitre II : Modèles d'allocation stratégique d'actifs

Markowitz, dans une première étape, démontre de façon scientifique l'effet réducteur du risque dont se caractérise la diversification. Dans une deuxième étape, partant d'un univers de titres bien déterminé et de quelques hypothèses de comportement des investisseurs, il met en place un programme d'optimisation pour déterminer le meilleur portefeuille pour chaque investisseur.

Nous allons tout d'abord donner les hypothèses du modèle. Ensuite, nous allons structurer notre modèle en présentant ses principales caractéristiques et propriétés et en constituant le programme de minimisation. Enfin, un bref aperçu des limitations du modèles.

### I. **Modèle de Markowitz**

#### I.1. Hypothèses du modèle

Le choix de portefeuille des investisseurs repose uniquement sur l'espérance et la variance du rendement. Plus précisément, il est admis que :

- Le portefeuille est structuré de façon à maximiser l'espérance d'utilité de la richesse finale.
- L'utilité  $u()$  est une fonction croissante de la richesse :  $u' > 0$
- Les investisseurs ont de l'aversion pour le risque :  $u'' < 0$
- La mesure d'espérance d'utilité de tout investisseur peut s'écrire comme une fonction de l'espérance et de la variance d'un rendement. On écrit :

$$E[u(w)] = E[u(w_0(1+Z))] = V(E[Z], \sigma_Z^2)$$

Où :

$u$  : La fonction d'utilité d'un investisseur

$w_0$  : Sa richesse initiale

$Z$  : le rendement aléatoire d'un portefeuille d'actifs financiers

$E[Z]$  et  $\sigma_Z^2$  : l'espérance mathématique et la variance de  $Z$

Théoriquement, le modèle est valide si tous les investisseurs possèdent une fonction d'utilité quadratique ou une richesse  $w$  distribuée selon la loi normale.

## I.2. Structuration du modèle

On retiendra désormais l'hypothèse suivante : tout investisseur préférera toujours à un portefeuille donné tout autre portefeuille procurant une plus grande espérance de rendement pour une même variance, ou bien une plus petite variance pour une même espérance de rendement, ou encore une plus grande espérance et une plus petite variance du rendement.

### I.2.1. Caractéristiques et propriétés

Une décision d'investissement consiste à allouer un budget prédéterminé entre les différentes classes d'actifs disponibles sur le marché.

Si  $w_{pi}$  = la part du budget consacré à l'achat de l'actif  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) dans un portefeuille  $P$ , chaque ligne d'action peut être caractérisée par un vecteur  $w_{pi}$ , répondant aux conditions suivantes :

$$0 \leq w_{pi} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^N w_{pi} = 1$$

On note  $w'_p = (w_{p1}, w_{p2}, \dots, w_{pN})$  le vecteur des poids.

### I.2.2. Estimation historique de la matrice Variance –Covariance

Notons  $Z$  la matrice de  $T$  observations des rendements des  $N$  actifs :

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & z_{1N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & z_{JJ} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_{T1} & \cdot & \cdot & \cdot & z_{TN} \end{pmatrix}$$

$z_{ij}$  : la  $i^{\text{ème}}$  observation du rendement de l'actif  $j$ .

Les  $N$  titres sont caractérisés par :

- Des rendements moyens ( $\bar{z}_1 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T z_{i1} \dots \bar{z}_N = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T z_{iN}$ )
- Une matrice de covariance  $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \dots & \sigma_N^2 \end{pmatrix}$  telle que

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \sum_{l=1}^T (z_{ik} - \bar{z}_k)(z_{jl} - \bar{z}_l) \quad i = 1 \dots N, j = 1 = N$$

Le portefeuille optimal  $P$  est caractérisé par :

- son rendement moyen :  $E[Z_p] = \sum_{i=1}^N w_{pi} E[z_i] = w' \bar{Z}$
- et sa variance :  $Var(Z_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{pi} w_{pj} \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{pi} w_{pj} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j = w' \Sigma w$

### I.3. Formulation du problème

L'investissement des compagnies d'assurance et institutions de prévoyance est encadré aussi bien par la réglementation que par la politique de placement de chaque investisseur. Dans cette mesure, nous allons introduire des contraintes sous forme d'inégalité pour une meilleure représentation des choix de l'investisseur.

Le programme d'optimisation de l'investisseur est alors :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } f(w) &= \frac{1}{2} w' \Sigma w + c' w \\ \text{S / c } \quad A w &\leq b \\ w &\geq 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un programme de minimisation quadratique où :

- $\Sigma$  est une matrice symétrique (N×N) qui décrit, dans notre cas, la matrice de variance –covariance.
- $c$  est un vecteur ligne de N termes qui représente les coefficients de la partie linéaire de la fonction  $f(x)$ .
- $A$  est la matrice des contraintes définie par l'utilisateur de dimension (M×N) où M constitue le nombre de contraintes.
- $b$  est un vecteur colonne de M termes qui représente l'ensemble des valeurs imposées par la réglementation et par la politique d'investissement.

Le problème possède un minimum local et notamment **global** unique si la fonction **f** est **strictement convexe**. Cette convexité est assurée lorsque  $\Sigma$  est **définie positive**.

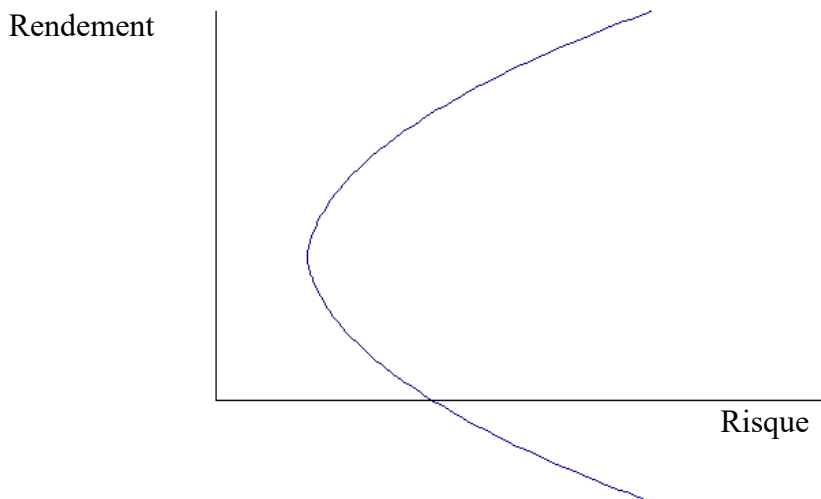
En plus des contraintes liées à la réglementation et aux stratégies des compagnies, la contrainte  $A w \leq b$  comprend deux contraintes caractéristiques du modèle de Markowitz :

$$\begin{aligned} w' E_z &= \delta \\ w' 1 &= 1 \end{aligned}$$

Où :  $E_z$  est le vecteur des moyennes des rendements,  $\delta$  est le rendement du portefeuille espéré que l'investisseur doit fixer au départ.

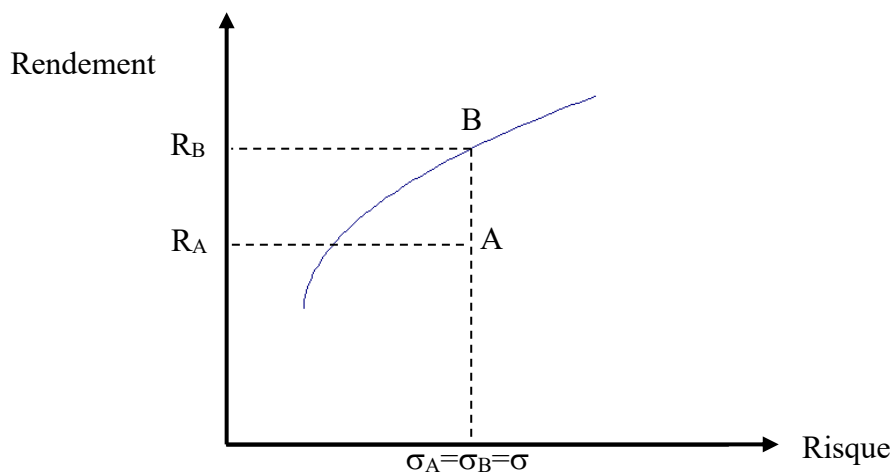
#### I.4. La frontière efficiente

Comme la composition d'un portefeuille détermine l'espérance et la variance de son rendement, tout portefeuille de titres peut être représenté par un point dans l'espace (Rendement, Risque).



**Figure 6** : Frontière efficiente

La courbe qui englobe l'ensemble de ces portefeuilles est la frontière efficiente. Selon Markowitz, l'investisseur choisira le portefeuille qui se trouve sur la frontière efficiente puisqu'il donne le rendement le plus élevé pour un même niveau du risque. En effet, supposons deux titres A et B. B se trouve sur la frontière efficiente  $\sigma_A = \sigma_B = \sigma$  mais  $R_B > R_A$ .



**Figure 7** : comparaison de deux portefeuilles de même risque

#### I.5. Limitations du modèle

Dans le modèle de Markowitz, l'agent maximise son espérance de gain pour un niveau de risque donné, qui est mesuré par l'écart type. Cette vision du risque n'est cohérente que dans un monde gaussien. Cependant, nous savons depuis fort longtemps que l'hypothèse de normalité des rendements des actifs financiers n'est pas vérifiée.

D'autre part, le modèle de Markowitz n'est pas un modèle de gestion au jour le jour mais un modèle de structure à moyen terme (le modèle ne se substitue pas au gestionnaire qui doit toujours prendre la décision, ni à l'analyste qui doit apporter des informations, mais il permet de mesurer les prix et risques de la politique d'investissement du premier tout en vérifiant la cohérence des prévisions du deuxième).

Et finalement, quand le nombre des titres est trop élevé, le modèle devient plus compliqué. Si l'on veut estimer la matrice de variance –covariance, nous devons calculer  $\frac{n(n+1)}{2}$  termes. Par exemple, pour 100 titres, chiffre bien modeste, nous devons établir une matrice de 10000 termes, estimer 4950 covariances et 100 variances.

Vu la complexité et la longueur du calcul de l'algorithme proposé par Markowitz, Sharpe a proposé un algorithme simple. Il s'agit d'une simplification de la matrice de covariance, fondée sur le modèle de marché. On donne par la suite une présentation de ce modèle ainsi que les avantages qu'il présente.

## II. Le modèle de marché

C'est un modèle qui a été développé par Sharpe en 1964 et qui décrit la rentabilité et le risque d'un investissement en valeurs mobilières. L'idée principale du modèle est que les fluctuations des cours des valeurs mobilières sont dues à l'influence du marché en général et à des causes spécifiques à chacune des valeurs mobilières.

Ainsi le modèle de marché décompose la variabilité totale d'une action en deux :

- Une partie due à l'influence du marché : c'est le **risque systématique** ou non diversifiable. En effet les fluctuations du marché entraînent de façon plus ou moins systématique des fluctuations de même sens pour les actions. Ces fluctuations sont dues à des phénomènes tels que : la croissance du marché, le déséquilibre de la balance commerciale, les évolutions du taux d'intérêt, le changement de politique...
- L'autre partie due aux caractéristiques spécifiques de l'action, correspond aux variations qui lui sont spécifiques. C'est ce qu'on appelle **risque spécifique** ou diversifiable. **ce risque peut être réduit par la diversification.**

L'aspect mathématique de cette analyse, en faisant appel au modèle de marché, est traduit par l'équation de la droite de régression qui a l'expression suivante :

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}$$

Où :

$R_{it}$  : le taux de rentabilité de la valeur  $i$  pendant la période  $t$ ;

$R_{mt}$  : le taux de rentabilité du marché mesuré par un indice général pendant la période  $t$  ;

$\beta_i$  : paramètre propre à chaque action  $i$  et indique la relation qui existe entre les fluctuations de la valeur  $i$  et les fluctuations de l'indice général du marché. C'est le coefficient de volatilité ou coefficient bêta ;

$\varepsilon_{it}$  : paramètre spécifique à la valeur  $i$  ;

$\alpha_i$  : constitue l'intersection de la droite de régression avec l'axe des ordonnées, il représente donc la rentabilité qui aurait pu être obtenue sur l'action si la rentabilité du marché avait été nulle les alphas peuvent être positifs, négatifs ou nuls.

Selon ce modèle le risque total d'une valeur est donné par l'équation:

$$(\text{risque total})^2 = (\text{risque systématique})^2 + (\text{risque spécifique})^2$$
$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

Et la covariance entre deux titres est :

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \text{ pour } i \neq j$$

D'après ces deux formules, si l'on veut calculer les covariances de  $n$  titres, on n'a plus besoin de  $\frac{n(n+1)}{2}$  termes comme dans l'algorithme de Markowitz, mais juste de  $2n+1$  termes : les betas, les risques spécifiques et le risque de marché.

## II.1. Interprétation

Les betas, généralement supérieurs à zéro (sauf dans quelques circonstances), donnent une idée sur la réaction des cours suite à une variation, ainsi :

Si  $\beta=1$  : les actions pour lesquelles une variation donnée de l'indice général entraîne la même variation de rentabilité, il s'agit des sociétés Holding (sociétés diversifiées).

Si  $\beta>1$  : le cours de l'action varie plus fortement que le marché boursier. Elle est plus risquée et dite volatile.

Si  $\beta<1$  : elle varie moins que le reste du marché (peu volatile).

Il faut signaler que ce modèle s'applique aussi bien aux portefeuilles diversifiés.

## II.2. La diversification

La diversification du portefeuille permet de réduire son risque total presque parfaitement à son risque de marché. Trois facteurs seront à tenir en étude :

- ✓ Le risque de chaque action incluse dans le portefeuille : ainsi un portefeuille dont les actions ont un beta élevé sera plus risqué qu'un portefeuille dont les actions ont un beta faible.
- ✓ Le degré d'indépendance des variations des actions entre elles. Certaines études faites sur un certain nombre de sociétés ont montré qu'il existe une corrélation significative et positive entre les bêtas boursiers et les mesures de risque de nature comptable et financière
- ✓ Le nombre de titres du portefeuille et la pondération de chaque ligne.

Ainsi le coefficient beta suffit à caractériser le risque d'un portefeuille bien diversifié. Mais malgré l'importance de ce coefficient, plusieurs critiques lui ont été adressées. La plus marquante est que le fait d'utiliser un beta historique comme estimation de sa valeur future revient à faire deux types d'hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées.

Le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) s'obtient en prouvant que le portefeuille de marché est à l'équilibre un portefeuille moyenne-variance efficient.

En prenant l'espérance mathématique de  $R_p$  on obtient :

$$E(R_p) = \alpha + \beta E(R_m)$$

Et en remplaçant  $\alpha$  par  $R_f(1 - \beta)$  on obtient :

$$E(R_p) = R_f + \beta [E(R_m) - R_f]$$

Et c'est le modèle d'évaluation des actifs financiers que l'on va présenter dans ce qui suit.

### III. Le Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers (MEDAF)

Que l'on appelle aussi Capital asset pricing model (CAPM) est l'un des résultats centraux de la théorie financière moderne. Il était développé essentiellement par William F. Sharpe en 1964 (Prix Nobel d'économie en 1990), mais aussi par Lintner et Mossin.

C'est l'identification d'une relation linéaire entre la prime de risque offerte par un titre risqué et la prime de risque offerte par le portefeuille de marché.

#### III.1. Les hypothèses du MEDAF

- ✓ L'actif sans risque a un taux identique pour l'emprunt et le prêt.
- ✓ Les investisseurs ont une aversion pour le risque et ont un comportement de maximisation sur la période considérée, période identique pour tous les investisseurs.
- ✓ Les anticipations de rentabilité et de risque sont les mêmes pour tous les investisseurs
- ✓ Les marchés de capitaux sont parfaits :
  - Les actifs sont indéfiniment divisibles
  - Absence de frais de transactions et d'impôts

Il en résulte que la frontière d'efficience des portefeuilles d'actifs risqués est identique pour chaque investisseur.

#### III.2. Interprétation

$$E(R_p) = R_f + \beta [E(R_m) - R_f]$$

C'est l'équation de la droite de marché ou "Capital Market Line" (CML) dont l'ordonnée à l'origine est évidemment  $r_f$ .

Tout point de cette droite domine les autres portefeuilles de même risque. Ainsi tout investisseur doit détenir une combinaison d'actifs sans risque et du portefeuille de marché.

#### III.3. Formulation du problème

Il s'agit d'un programme de minimisation quadratique :

$$\text{Minimiser } g(w) = \frac{1}{2} w' \Sigma w$$

$$S/c \quad B w \leq b$$

$$w \geq 0$$

- On note  $w' = (w_1, w_2, \dots, w_N)$  le vecteur des poids des actifs risqués
- $\Sigma$  est une matrice symétrique ( $N \times N$ ) qui décrit, dans notre cas, la matrice de variance – covariance.
- $B$  est la matrice des contraintes définie par l'utilisateur de dimension ( $M \times N$ ) où  $M$  constitue le nombre de contraintes. Parmi lesquelles on doit intégrer

$$\begin{aligned} 0 &\leq w_i \leq 1 \\ w_0 + \sum_{i=1}^N w_i &= 1 \\ E[Rp] &= r \end{aligned}$$

Où  $Rp$  est le rendement du portefeuille  $w_0$  le poids de l'actif sans risque et  $r$  le rendement espéré.

- $b$  est un vecteur colonne de  $M$  termes qui représente l'ensemble des valeurs imposées par la réglementation et par la politique d'investissement.

La résolution du système donne le vecteur des poids des actifs risqués. Quant à l'actif sans risque, on le déduit en soustrayant la somme de ces poids de 1.

## IV. Modèle d'Evaluation par Arbitrage

Le Modèle d'Evaluation par Arbitrage MEA (Arbitrage Pricing Theory APT) représente à la fois une alternative et par certains aspects une extension du MEDAF. Contrairement à ce dernier modèle, selon lequel le rendement d'un actif est une fonction linéaire d'un facteur commun unique, le marché, l'APT repose sur l'hypothèse que les rentabilités des N actifs dépendent linéairement d'un nombre restreint de K facteurs communs indépendants, identifiées à priori comme l'écart entre la rentabilité des obligations d'Etat et celles des bons du Trésor, les variations non anticipées du taux de croissance de l'économie ou du taux d'inflation, le cours du pétrole...

### IV.1. Hypothèses du modèle

- Les espérances et les variances des rendements des titres sont finies.
- L'existence des individus capables de former des portefeuilles bien diversifiés.
- Pas de taxes.
- Pas de coûts de transaction.
- Pas de restrictions sur les ventes à découvert.
- Tous les individus pensent de la même manière et croient que les rendements sont engendrés par un modèle linéaire à facteurs.

### IV.2. Structuration du modèle

#### IV.2.1. Postulat 1

D'après l'hypothèse de base du modèle, on peut écrire l'hypothèse précédente sous la forme :

$$R_i - E[R_i] = \underbrace{\beta_{1i}F_1 + \beta_{2i}F_2 + \dots + \beta_{ki}F_k}_{\text{Risque systématique}} + \underbrace{\varepsilon_i}_{\text{Risque idiosyncratique}}$$

Où :

$R_i$  est le taux de rentabilité du titre  $i$

$E[R_i]$  est le rendement espéré (terme constant)

$F_1, F_2, \dots, F_k$  sont les K facteurs communs à tous les titres.

$\varepsilon_i$  est le facteur spécifique au titre  $i$  tel  $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ ,  $\text{Cov}(\varepsilon_i, F_j) = 0$ ,  $j = 1, \dots, k$ .

$\beta_{ji}$  est l'élasticité du titre  $i$  au facteur commun  $F_j$ .

La différence entre le rendement actuel de l'actif et son rendement espéré peut être décomposée en deux types de risque :

- Risque systématique
- Risque idiosyncratique

#### IV.2.2. Postulat 2

L'APT repose sur le principe de l'absence d'arbitrage systématique.

#### IV.2.3. Résultat

D'après les deux postulats ci-dessus, on aboutit au résultat que la rentabilité espérée de chaque titre est une combinaison linéaire des Bêtas relatifs à chaque facteur. En d'autres termes, chaque Bêta est une mesure du risque systématique (relatif au facteur commun) et à chaque Bêta est attachée une prime de risque. La relation s'écrit de la manière suivante :

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{1i} + \lambda_2 \beta_{2i} + \dots + \lambda_k \beta_{ki}$$

Il existe K facteurs communs pour chaque titre, donc non diversifiables, et K prix du risque ( $\lambda_1$  à  $\lambda_k$ ).

$\lambda_0$  est le taux d'intérêt sans risque.

---

### *Conclusion*

L'allocation stratégique est une étape essentielle dans le processus de placement des compagnies d'assurance et des organismes de prévoyance. En effet, elle assure la répartition optimale de leurs fonds sur les différentes classes d'actifs. Cette dernière est optimale, car elle permet d'améliorer le rendement du portefeuille constitué, mais elle s'avère délicate du fait qu'elle doit garantir une maîtrise des risques qui sont liés à ces actifs, et respecter les contraintes auxquelles sont soumis les investissements de ces entreprises.

Vu l'importance et l'utilité de cette stratégie, plusieurs modèles ont été développés pour aider à la sélection et gestion de portefeuille dont le modèle de Markowitz et le modèle d'évaluation des actifs financiers font partie.

---

# *PARTIE II*

---

**Mise en point d'un outil d'allocation d'actifs en Visual Basic  
Modèle de MARKOWITZ**

---

## *Introduction*

Après avoir étudié les modèles d'allocation d'actifs, nous allons présenter l'informatisation du modèle de MARKOWITZ et qui doit permettre aux compagnies d'assurance et organismes de prévoyance de faire une bonne gestion de leurs portefeuilles.

Nous avons subdivisé cette partie en deux chapitres :

Dans le premier chapitre, nous citons les objectifs de l'outil informatique que nous avons développé, ainsi que le processus que nous avons suivi pour la détermination des résultats.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons une description détaillée des fonctionnalités du programme pour l'appliquer par la suite à un cas réel.

---

## Chapitre I : Contexte général de l'application

---

La mise en place d'une application qui aide à faire une allocation d'actifs dans une compagnie d'assurance ou une institution de prévoyance ne nous a pas été une tâche facile. En effet, la difficulté provient non seulement de son aspect général, mais aussi d'autres éléments dont voici quelques uns :

- La nature du champ d'application : surtout qu'il s'agit d'un outil qui va aider à la prise de décision dont les conséquences peuvent être désastreuses et irréparables, et à la gestion des fonds qui sont dédiés à couvrir des engagements futurs que l'on en connaît qu'une estimation.
- Le choix du modèle : les deux principaux modèles proposés par la théorie et utilisés dans la gestion de portefeuille sont : le modèle de Markowitz et le modèle d'évaluation des actifs financiers. Chacun de ces modèles présente des avantages et des limites, alors le choix de l'un des deux s'avère délicat.
- Le manque des données : dans les deux modèles on se base sur des données historiques pour estimer les rendements et les niveaux de risque (écart type) des actifs financiers. Toutefois, pour certains de ces actifs, il est difficile, voire impossible de trouver de telles données. Le meilleur exemple au Maroc reste l'immobilier. Ce secteur d'investissement que l'on commence à voir comme futur ne dispose pas d'indice représentatif traçant l'historique du secteur et permettant de mesurer sa performance.

Afin de remédier à ces problèmes et essayer de faire sortir un outil le plus simple possible, on a procédé comme suit :

### I. Choix du modèle

Nous avons choisi le modèle de Markowitz comme base théorique pour faire l'allocation stratégique dans le secteur d'assurance et de prévoyance. Ce choix est dû aux raisons suivantes :

- ✓ Le MEDAF n'est valable que si on fait la sélection à partir d'un grand nombre de titres. Alors que les classes d'actifs sont de nombre limité : les actions, les obligations, les instruments monétaires, l'immobilier et les fonds de placement. Ils ne dépassent pas les vingtaines.
- ✓ Cohen et Pogue ont montré que les résultats obtenus en utilisant l'algorithme de Markowitz ou la méthode simplifiée de Sharpe sont proches : en effet, cette dernière n'est qu'une simplification où on remplace la matrice de covariance par une matrice diagonale tenant compte de la relation de dépendance de chaque actif avec le marché global et du risque spécifique.
- ✓ L'allocation stratégique dans les compagnies d'assurance et les organismes de prévoyance consiste à choisir les actifs dans lesquels les fonds seront investis ainsi qu'à déterminer leurs pondérations, et cela en maximisant le gain pour un risque donné, ou en essayant de minimiser ce dernier pour un niveau de rendement qui doit

être au moins égal aux flux des engagements futurs, tout en respectant l'ensemble de contraintes déjà détaillées dans la deuxième partie. Il s'agit en fait d'un système assimilable à celui de Markowitz où on a intégré d'autres contraintes.

## II. Formulation du problème

Comme on a déjà cité dans le paragraphe précédent, il s'agit d'un programme de minimisation quadratique de la forme:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \frac{1}{2} x' H x \\ S/c \quad & A.x \leq b \\ & A_{eq}.x = b_{eq} \\ & lb \leq x \leq ub \end{aligned}$$

Où

- X le vecteur des poids.
- H est la matrice de variance-covariance. Elle est de dimension (n x n), où n le nombre de classes d'actifs que l'investisseur veut inclure dans son portefeuille.
- $A_w \leq b$  est l'ensemble des contraintes défini par l'investisseur b est un vecteur colonne de m termes qui représente l'ensemble des valeurs imposées par la réglementation et par la politique d'investissement. Il est de dimension m où m constitue le nombre de contraintes.
- lb et ub les vecteurs de pondérations minimal et maximal.

## III. Résolution du problème

Résoudre le problème de minimisation sous contraintes (voir [Annexe2](#)) n'est pas toujours évident, surtout en présence d'un grand nombre de contraintes. Pour ce, nous avons utilisé un logiciel spécifique : **SCILAB**.

On conservera les mêmes notations utilisées dans le paragraphe précédent.

L'exécution de la commande  $x = \text{quadprog}(H, [], A, b, A_{eq}, b_{eq}, lb, ub)$  donne un minimum local comme solution optimale de notre programme de minimisation.

La matrice de Variance –covariance H peut être estimée par « **Exponential weighting approach** » que nous allons présenter ci-dessous.

## IV. Estimation de la matrice de covariance par « Exponential weighting approach »

### IV.1. Présentation

Cette approche, établie par JP Morgan's Risk Metrics, utilise une pondération exponentielle décroissante pour accentuer le rôle des observations récentes dans l'estimation de la matrice de variance –covariance, car le poids des anciennes observations baisse avec le temps.

La nouvelle matrice des rendements des N actifs s'écrit :

$$\tilde{X} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda^{T-1}} z_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \sqrt{\lambda^{T-1}} z_{1N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \sqrt{\lambda^{J-1}} z_{JJ} & \cdot & \cdot \\ \sqrt{\lambda} z_{T-1,1} & \cdot & \cdot & \cdot & \sqrt{\lambda} z_{T-1,N} \\ z_{T1} & \cdot & \cdot & \cdot & z_{TN} \end{pmatrix}$$

Alors la nouvelle matrice de variance –covariance est calculée comme suit :

$$\tilde{\Sigma} = (\tilde{X} - \bar{X})' (\tilde{X} - \bar{X})$$

$\lambda$  est le facteur de décroissance ou d'affaiblissement (decay factor).  $\lambda=1$  correspond à l'estimation historique.

On va étudier l'impact de l'introduction de ce facteur sur la constitution du portefeuille optimal. Pour ce, on fait varier la valeur de  $\lambda$  et on compare les pondérations de chaque classe d'actifs dans le portefeuille constitué.

### IV.2. Application

Dans cette étude, nous avons eu recours à une base de données relative aux cours de six valeurs mobilières cotées à la bourse des valeurs de Casablanca de la période qui s'étend du 04/04/2006 jusqu'au 30/03/2007. Le choix de cet intervalle était arbitraire.

La base de données, constituée de 250 observations (une année), nous a servi pour le calcul:

❖ Des rendements journaliers des valeurs mobilières à l'aide de la relation :

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Où :

$R_t$  = Rendement d'un actif à la fin de la période t

$P_t$  = prix d'un actif à la fin de la période t

$P_{t-1}$  = prix d'un actif à la fin de la période t-1

- ❖ De l'estimation de la matrice de Variance –Covariance.
- ❖ Des poids des actifs financiers dans le portefeuille.

#### IV.2.1. Rappel du problème

Le problème de minimisation s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } \frac{1}{2} w' \Sigma w \\ S / c \\ w' 1 = 1 \\ w' E z = \delta \\ 0 \leq w_i \leq 1 \end{array} \right.$$

Où :

W le vecteur colonne des pondérations des titres dans le portefeuille : c'est un output de l'application.

$\Sigma$  est la matrice de variance –covariance estimée

1| le vecteur unitaire

Ez le vecteur colonne comprenant les rendements annuels des actifs traités

Et  $\delta$  le rendement du portefeuille que l'on attend. On

#### IV.2.2. Résultats

Nous avons déjà décrit la méthode de résolution du système moyennant le logiciel SCILAB. Dans ce qui suit, nous présenterons les résultats obtenus pour différentes valeurs de  $\lambda$  ainsi que leurs significations.

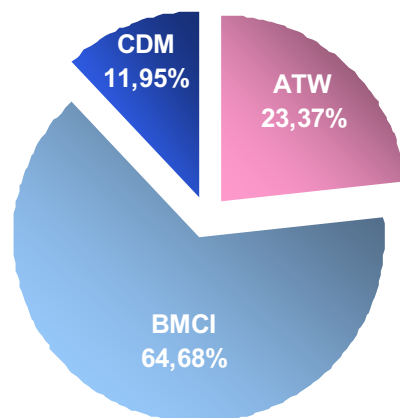
##### ❖ Pour $\lambda=1$

Il s'agit dans ce cas de calculer les pondérations des titres à l'aide de la matrice variance covariance historique.

	ATW	BMCE	BMCI	BCP	CDM	CIH	Total
<b>Portefeuille %</b>	<b>23,37%</b>	<b>0,00%</b>	<b>64,68%</b>	<b>0,00%</b>	<b>11,95%</b>	<b>0,00%</b>	100,00%
<b>Matrice de Variance Covariance</b>							
	<b>0,000380</b>	0,000165	0,000159	0,000181	0,000106	0,000174	
	0,000165	<b>0,000314</b>	0,000122	0,000149	0,000076	0,000095	
	0,000159	0,000122	<b>0,000462</b>	0,000173	0,000138	0,000077	
	0,000181	0,000149	0,000173	<b>0,000439</b>	0,000162	0,000130	
	0,000106	0,000076	0,000138	0,000162	<b>0,000465</b>	0,000084	
	0,000174	0,000095	0,000077	0,000130	0,000084	<b>0,000624</b>	

<b>Risque</b>	0,00%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	=	<b>Portefeuille</b> 27,38 %
<b>Rendement</b>	8,51%	0,00%	6,39%	0,00%	5,09%	0,00%	=	<b>20,00%</b>

**Tableau-2** : Estimation simple de la matrice Var –Cov ( $\lambda=1$ )



**Figure-8** : le portefeuille optimal pour ( $\lambda=1$ )

Nous remarquons que pour un niveau fixé du rendement (20%), nous avons obtenu un portefeuille de risque minimal égal à 27,38% constitué de trois titres : BMCI (64,68%), ATW (23,37%) et CDM (11,95%).

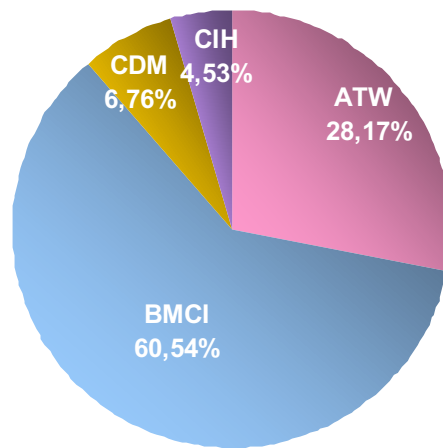
❖ **Pour  $\lambda = 0,99$**

Pour le même programme de minimisation et pour  $\lambda = 0,99$  nous avons obtenu les résultats suivants :

	ATW	BMCE	BMCI	BCP	CDM	CIH	Total
<b>Portefeuille %</b>	28,17%	0,00%	60,54%	0,00%	6,76%	4,53%	100,00%
<b>Matrice de Variance Covariance</b>							
	<b>0,000125</b>	0,000070	0,000056	0,000071	0,000045	0,000048	
	0,000070	<b>0,000169</b>	0,000054	0,000076	0,000043	0,000036	
	0,000056	0,000054	<b>0,000131</b>	0,000078	0,000059	0,000022	
	0,000071	0,000076	0,000078	<b>0,000186</b>	0,000073	0,000038	
	0,000045	0,000043	0,000059	0,000073	<b>0,000175</b>	0,000027	
	0,000048	0,000036	0,000022	0,000038	0,000027	<b>0,000186</b>	
<b>Risque</b>	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	= <b>Portefeuille</b> 14,73%
<b>Rendement</b>	6,48%	0,00%	10,32%	0,00%	1,76%	1,44%	= <b>20,00%</b>

**Tableau-3** : Estimation de la matrice Var –Cov ( $\lambda=0,99$ )

Avec un risque égal à 14,73%, notre portefeuille est structuré ainsi :



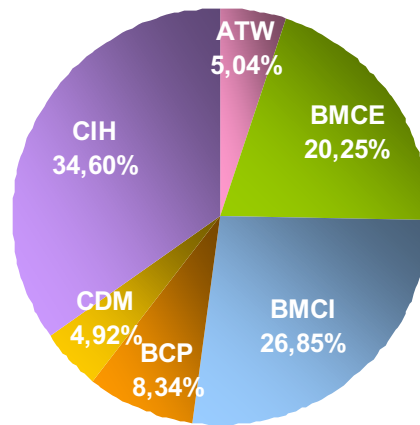
**Figure-9:** le portefeuille optimal ( $\lambda=0,99$ )

Le nouveau portefeuille connaît l'introduction de la valeur CIH avec une part de 4,53%, la diminution des parts des valeurs CDM et BMCI et l'augmentation de celle de ATW. Mais le plus important est la diminution du risque du portefeuille.

❖  $\lambda = 0,97$

	ATW	BMCE	BMCI	BCP	CDM	CIH	Total
<b>Portefeuille %</b>	<b>5,04%</b>	<b>20,25%</b>	<b>26,85%</b>	<b>8,34%</b>	<b>4,92%</b>	<b>34,60%</b>	99,99%
<b>Matrice de Variance Covariance</b>							
	<b>0,000039</b>	0,000029	0,000022	0,000032	0,000021	0,000014	
	0,000029	<b>0,000089</b>	0,000024	0,000038	0,000021	0,000014	
	0,000022	0,000024	<b>0,000042</b>	0,000034	0,000024	0,000009	
	0,000032	0,000038	0,000034	<b>0,000072</b>	0,000029	0,000014	
	0,000021	0,000021	0,000024	0,000029	<b>0,000061</b>	0,000015	
	0,000014	0,000014	0,000009	0,000014	0,000015	<b>0,000040</b>	
<b>Risque</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	= <b>Portefeuille 8,06%</b>
<b>Rendement</b>	0,51%	9,00%	4,23%	2,78%	0,52%	2,95%	= <b>20,00%</b>

**Tableau-4 :** Estimation de la matrice Var –Cov ( $\lambda=0,97$ )



**Figure-10:** le portefeuille optimal ( $\lambda=0,97$ )

D'après figure-8 le portefeuille optimal est une combinaison de toutes les actions. Sachant qu'il présente un niveau de risque à ceux trouvés en haut.

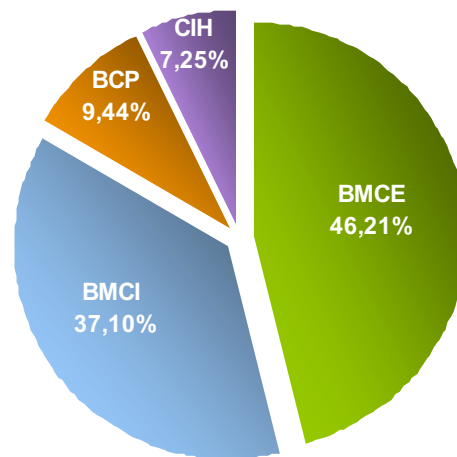
❖ **Pour  $\lambda = 0,94$**

L'estimation de la matrice de variance-covariance ainsi que les pondérations des différentes valeurs dans le portefeuille optimal sont données par le tableau suivant :

	ATW	BMCE	BMCI	BCP	CDM	CIH	Total
<b>Portfeuille %</b>	<b>0,00%</b>	<b>46,21%</b>	<b>37,10%</b>	<b>9,44%</b>	<b>0,00%</b>	<b>7,25%</b>	100,00%
<b>Matrice de Variance Covariance</b>							
	<b>0,000016</b>	0,000012	0,000009	0,000016	0,000010	0,000006	
	0,000012	<b>0,000052</b>	0,000009	0,000017	0,000010	0,000006	
	0,000009	0,000009	<b>0,000020</b>	0,000016	0,000009	0,000004	
	0,000016	0,000017	0,000016	<b>0,000032</b>	0,000013	0,000007	
	0,000010	0,000010	0,000009	0,000013	<b>0,000024</b>	0,000008	
	0,000006	0,000006	0,000004	0,000007	0,000008	<b>0,000014</b>	
<b>Risque</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	= <b>7,24%</b>
<b>Rendement</b>	0,00%	14,54%	3,95%	1,47%	0,00%	0,04%	= <b>20,00%</b>

**Tableau-5 :** Estimation de la matrice Var –Cov ( $\lambda=0,94$ )

Le portefeuille optimal correspondant à un facteur d'affaiblissement  $\lambda=0,94$  présente un niveau de risque égal à 7,24%.



**Figure-11:** le portefeuille optimal ( $\lambda=0,94$ )

**Conclusion :**

	$\lambda = 1$	$\lambda = 0,99$	$\lambda = 0,97$	$\lambda = 0,94$
ATW	23,37%	28,17%	5,04%	0,00%
BMCE	0,00%	0,00%	20,25%	46,21%
BMCI	64,68%	60,54%	26,85%	37,10%
BCP	0,00%	0,00%	8,34%	9,44%
CDM	11,95%	6,76%	4,92%	0,00%
CIH	0,00%	4,53%	34,60%	7,25%
Somme	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
risque	27,38%	14,73%	8,06%	7,24%

**Tableau-6 :** comparaison des résultats obtenus par l'estimation de la matrice de var –cov pour différentes valeurs de  $\lambda$

Comme le montre le tableau-6, En faisant varier la valeur de  $\lambda$  à la baisse :

- ❖ Le portefeuille optimal est de plus en plus diversifié
- ❖ Le risque lié à ce portefeuille diminue.

## Chapitre II : Application en Visual Basic

---

### I. Description du programme

Dans le but de faciliter la recherche d'une stratégie de placement rentable avec un niveau de risque minimal, nous avons procédé au développement d'une application en Visual-Basic qui fait appel à Excel et SCILAB. L'application permettra de trouver l'allocation optimale des richesses des investisseurs institutionnels.

Le champ de saisie est très large, l'utilisateur peut :

- ❖ Parcourir son fichier de données sous format Excel.
- ❖ Ajouter de nouvelles classes d'actifs selon le besoin.
- ❖ Calculer ou saisir manuellement la matrice de variance –covariance et le vecteur des rendements.
- ❖ Résoudre son problème de minimisation sous des contraintes d'inégalité.
- ❖ Présenter les résultats d'une manière claire.
- ❖ Tracer la frontière efficiente.

Le programme contient six étapes :

- ❖ Importation des données
- ❖ Constitution de portefeuille
- ❖ Calcul des rendements annuels
- ❖ Calcul de la matrice de Variance –covariance
- ❖ Saisie des contraintes
- ❖ Affichage des résultats

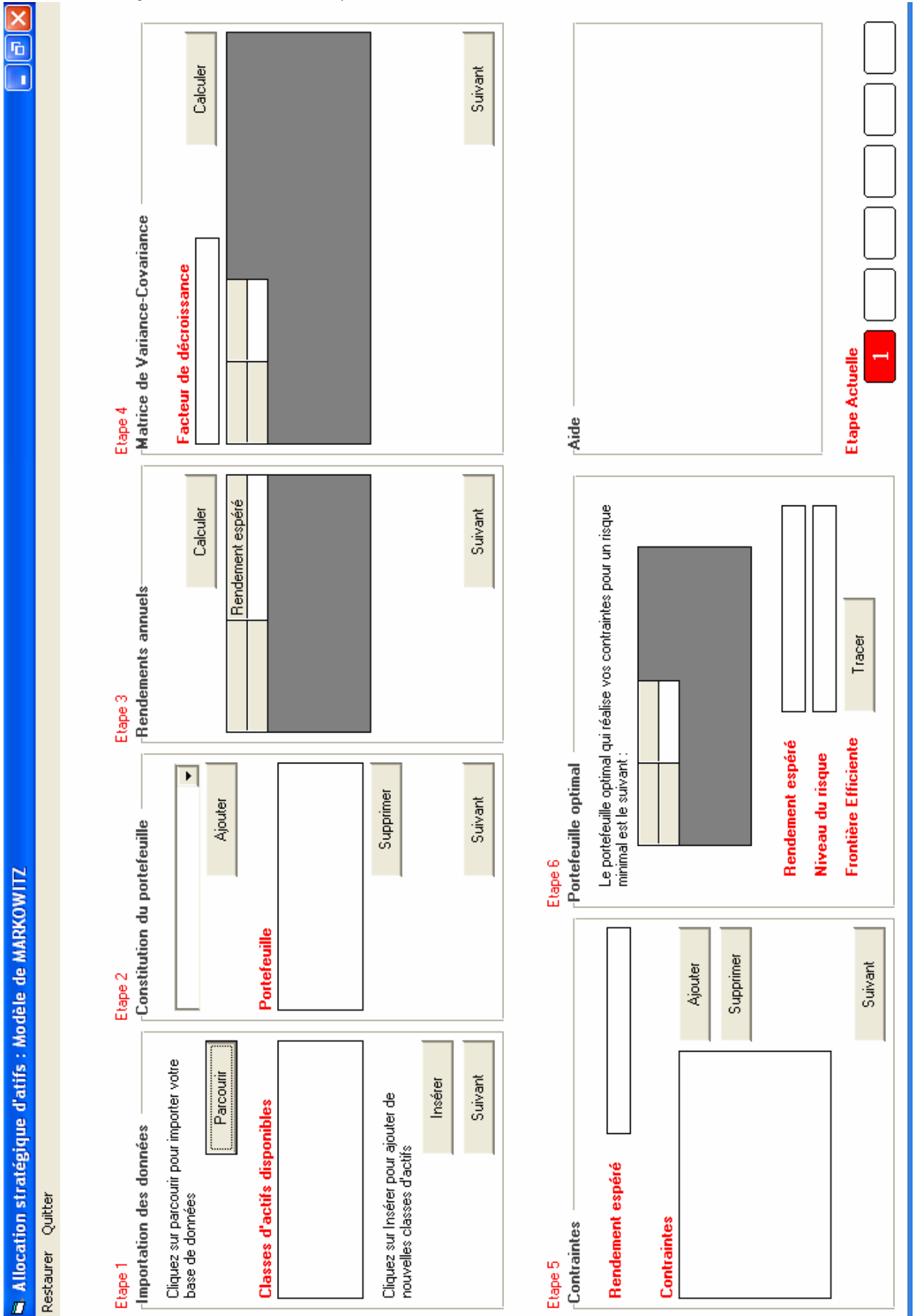


Figure 12 : Interface générale "Allocation stratégique d'actifs : Modèle de MARKOWITZ"

## Etape 1 : Importation des données

Cette étape permet à l'utilisateur de parcourir son fichier de données sous format Excel (cours des classes d'actifs).

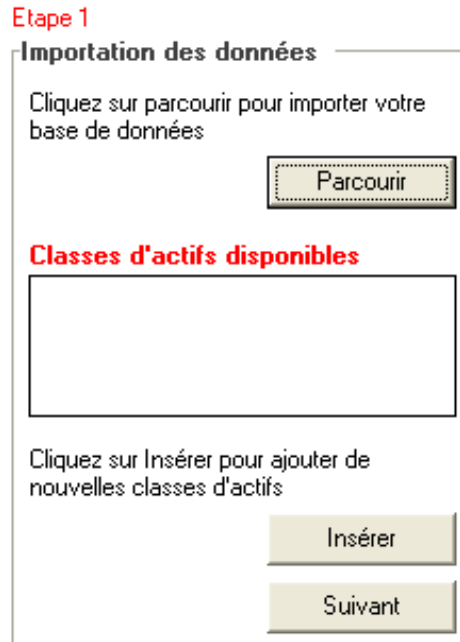


Figure 13 : Représentation de la première étape " Importation des données "

Dans le cas où certaines classes d'actifs ne figurent pas dans la liste des choix, on peut les ajouter en cliquant sur le bouton "Insérer". Cette option permettra d'adapter le programme aux différentes stratégies d'investissement des utilisateurs.

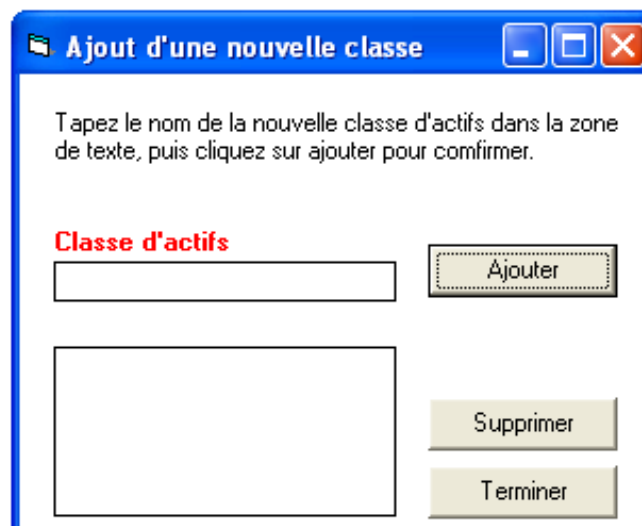


Figure 14 : représentation du menu " Ajout d'une nouvelle classe "

## Etape 2 : Constitution du portefeuille

Parmi les classes d'actifs disponibles, l'utilisateur choisira celles qui répondent le mieux à ses contraintes de placement. Il pourra ainsi choisir la totalité ou une partie de ces classes.

Etape 2

**Constitution du portefeuille**

Ajouter

**Portefeuille**

Supprimer

Suivant

Figure 15 : Représentation de la deuxième étape " Constitution de portefeuille "

## Etape 3 : Calcul des rendements annuels

Le bouton "Calculer" donne les rendements annuels de chaque classe d'actifs constituant le portefeuille. Pour les valeurs manquantes, la saisie se fait manuellement et directement sur la Msflexgrid.

**Etape 3**

**Rendements annuels**

Calculer

	Rendement espéré

Suivant

**Figure 16 : Représentation de la troisième étape " Rendements annuels "**

#### **Etape 4 : Calcul de la matrice de Variance -Covariance**

Dans une 4<sup>ème</sup> étape, l'utilisateur devrait calculer la matrice de Variance –Covariance. Le programme permet notamment de choisir la méthode d'estimation de cette matrice :

- Soit par la méthode historique en affectant la valeur 1 au facteur de décroissance;
- Soit par la méthode Exponentielle en saisissant des valeurs inférieure à 1 dans la zone de texte.

Les valeurs manquantes peuvent être saisie directement dans les zones vides.

**Etape 4**

**Matrice de Variance-Covariance**

**Facteur de décroissance**

Calculer


Suivant

**Figure 17 : Représentation de la quatrième étape " Matrice de Var -Cov "**

## Etape 5 : Saisie des contraintes

Cette forme est consacrée à la saisie de deux types de contraintes :

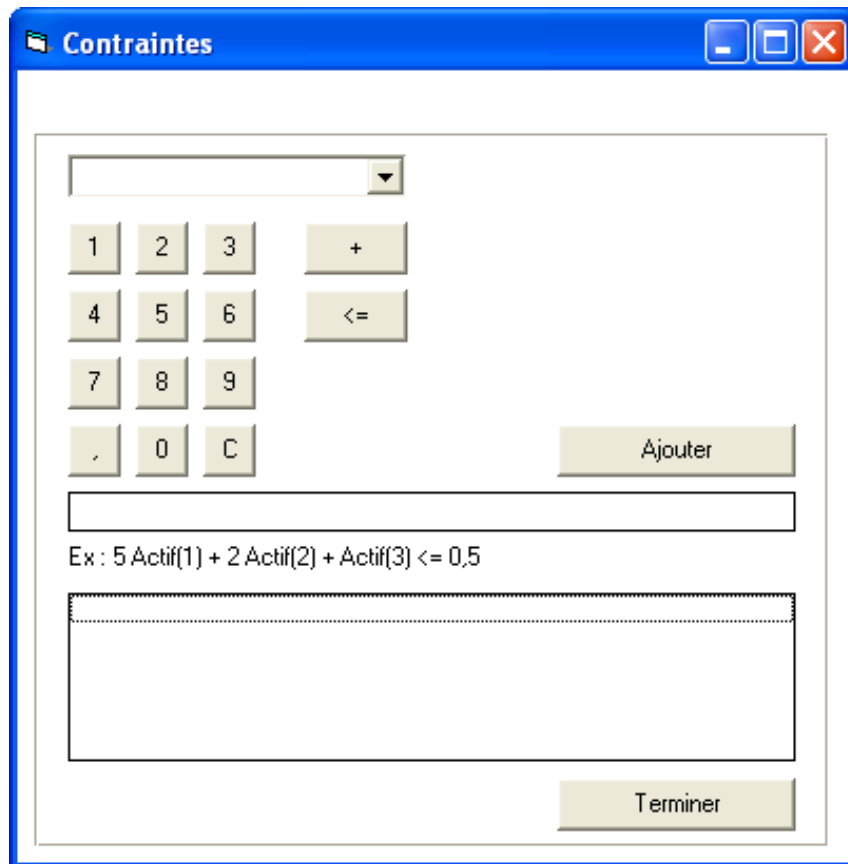
- La contrainte du rendement espéré pour lequel on cherche à minimiser le risque.
- Les contraintes d'inégalité qui se subdivisent en deux sous-types :
  - Contraintes réglementaires identiques pour tous les investisseurs.
  - Contraintes propres à chaque investisseur selon ses stratégies de développement.

Un large champ de saisie est offert à l'utilisateur : il peut ajouter un nombre illimité de contraintes.

The image shows a software interface for entering constraints. At the top left, the text 'Etape 5' is written in red. Below it, the title 'Contraintes' is displayed in a bold black font. The interface contains three main elements: a text input field labeled 'Rendement espéré' in red, a large empty rectangular box labeled 'Contraintes' in red, and three buttons on the right side: 'Ajouter', 'Supprimer', and 'Suivant', all in a light beige color.

Figure 18 : Représentation de la cinquième étape " Contraintes "

Le programme est doté d'une page de saisie des contraintes d'inégalité simple à manier.



**Figure 19 : représentation du menu " Ajout contrainte "**

### **Etape 6 : Affichage des résultats**

Dans la dernière étape, le programme affiche les sorties suivantes :

- La part de chaque classe d'actifs dans le portefeuille
- Le rendement espéré
- Le risque associé
- La frontière efficiente

Etape 6

**Portefeuille optimal**

Le portefeuille optimal qui réalise vos contraintes pour un risque minimal est le suivant :


**Rendement espéré**

**Niveau du risque**

**Frontière Efficiente**

Figure 20 : Représentation de la sixième étape " Résultats "

On peut afficher la frontière efficiente en cliquant sur le bouton "Tracer".

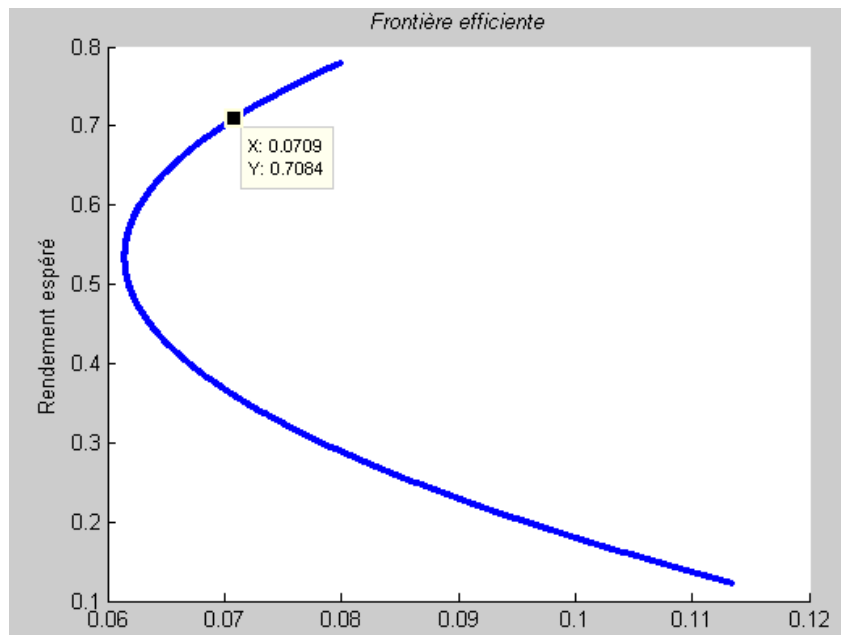


Figure 21 : Représentation de la fenêtre " Frontière efficiente "

### Complément :

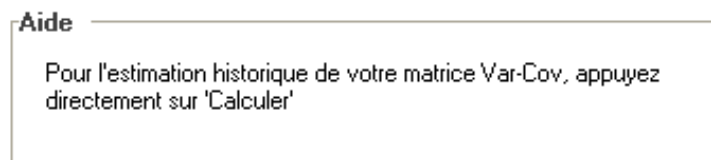
- **Une barre de progression** pour afficher le niveau d'avancement du programme.



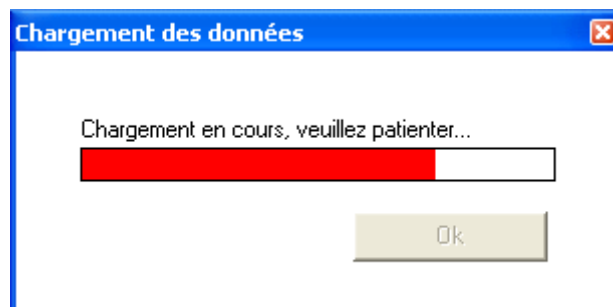
- **Un menu en haut de page** pour restaurer ou quitter le programme.



- **Une plage d'aide** pour aider l'utilisateur lors de son usage du programme.



- **Une fenêtre de téléchargement**



## II. Etude de cas

Supposons un investisseur institutionnel qui cherche à établir une politique de placement sur un horizon d'une année. Parmi les classes d'actifs disponibles sur le marché, il choisira d'investir dans les actions, les obligations, les instruments du marché monétaire et l'immobilier.

Notre base de données est constituée des cours des trois premières classes :

- ❖ Les actions sont représentées par l'indice MADEX qui donne une vue plus réelle de ce qui se passe sur le marché des actions.
- ❖ Les obligations sont représentées par l'indice CFG25.
- ❖ Les instruments du marché monétaire sont représentés par les TCN d'une maturité de 13 semaines (court terme).

Un indice représentant l'immobilier n'est pas disponible, nous sommes amenés donc à estimer son rendement annuel ainsi que son risque.

Nous avons choisi des observations hebdomadaires pour les raisons suivantes :

- ❖ Si on prend des rendements mensuels, on risque de perdre de l'information pour l'estimation de la matrice de Variance –Covariance.
- ❖ Si on prend des rendements quotidiens, on risque de perdre la pertinence de l'estimation à cause des fluctuations intenses de ces rendements.

La période de l'étude s'étale entre le 04/04/2006 et le 31/03/2007.

Les résultats sont représentés ci-dessous :

**Allocation stratégique d'actifs : Modèle de MARKOWITZ**  
 Restaurer Quitter

**Etape 1**  
Importation des données

Cliquez sur parcourir pour importer votre base de données

Parcourir

**Classes d'actifs disponibles**

- ACTION
- OBLIGATION
- MONETAIRE
- FOND DE PLACEMENT
- FOND TOURISTE

Cliquez sur Insérer pour ajouter de nouvelles classes d'actifs

Insérer

Suivant

**Etape 2**  
Constitution du portefeuille

Ajouter

**Portefeuille**

- ACTION
- OBLIGATION
- MONETAIRE
- IMMOBILIER

Supprimer

Suivant

**Etape 3**  
Rendements annuels

Calculer

	Rendement annuel
ACTION	0,4120178
OBLIGATION	0,779009
MONETAIRE	0,1223827
IMMOBILIER	0,2

*Vous pouvez saisir manuellement les valeurs manquantes.*

Suivant

**Etape 4**  
Matrice de Variance-Covariance

**Facteur de décroissance**

Calculer

	ACTION	OBLIGATION	MONETAIRE	IMMOBILIER
ACTION	0,094937975	0,04097355	0,080011175	0,03052465
OBLIGATION	0,04097355	0,039416675	0,1	0,1
MONETAIRE	0,080011175	0,039416675	0,1	0,1
IMMOBILIER	0,03052465	0,1	0,1	0,1

*Vous pouvez saisir manuellement les valeurs manquantes.*

Suivant

**Etape 5**  
Contraintes

Rendement espéré

**Contraintes**

- OBLIGATION >= 0,3
- ACTION <= 0,5
- MONETAIRE <= 0,1
- ACTION + MONETAIRE + IMMOBILIER

Ajouter

Supprimer

Suivant

**Etape 6**  
Portefeuille optimal

Le portefeuille optimal qui réalise vos contraintes pour un risque minimal est le suivant :

Actif	Poids
ACTION	0,5
OBLIGATION	0,3484451
MONETAIRE	0,1
IMMOBILIER	5,155493E-02

Rendement espéré

Niveau du risque

Tracer

**Etape 7**  
Frame7

Pour l'estimation historique de votre matrice Var-Cov, appuyez directement sur 'Calculer'

Calculer

**Etape Actuelle**

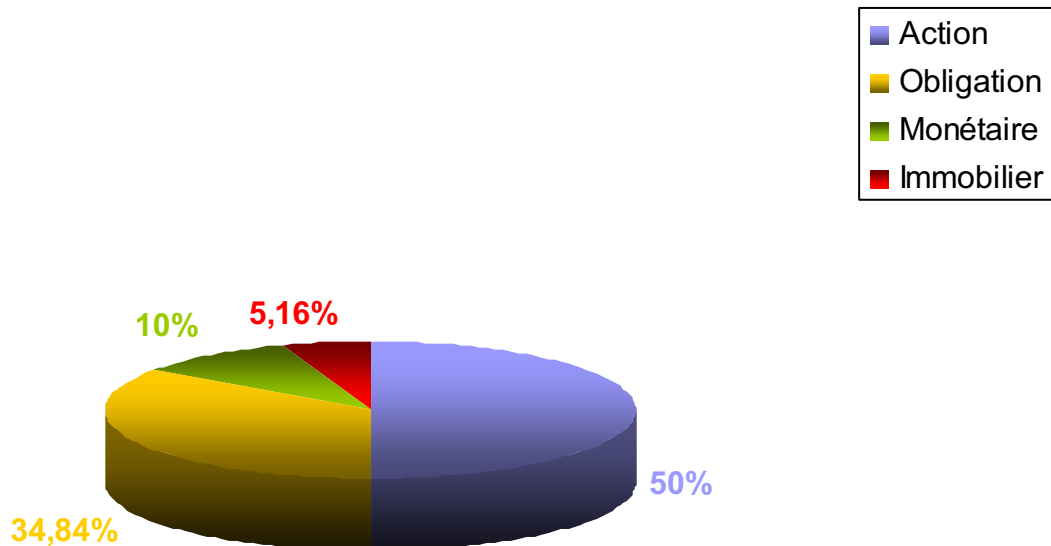
1 2 3 4 5 6

Figure 22 : Interface générale : présentation des résultats

L'allocation stratégique d'actifs optimale est donnée par :

Actif	Poids
ACTION	0,5
OBLIGATION	0,3484451
MONETAIRE	0,1
IMMOBILIER	5,155493E-02

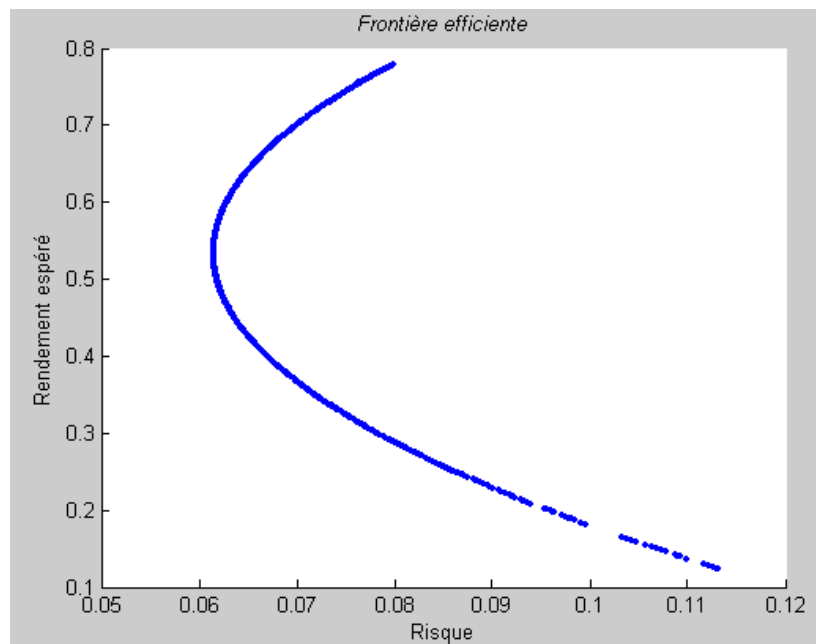
**Tableau 7 : Présentation des parts de chaque classe d'actifs dans le portefeuille optimal**



**Figure 23 : la répartition optimale de la richesse par classe d'actifs**

Cette opportunité d'investissement permet de générer un rendement annuel de 50% avec un risque de 16,34%.

Le programme permet de tracer la frontière efficiente :



**Figure 24 : Frontière efficiente du portefeuille optimal**

---

## Conclusion

L'application que nous avons conçue sert à :

**La détermination de la frontière efficiente** : Celle-ci est conforme aux réalités de la gestion de portefeuille car l'investisseur peut incorporer un certain nombre de contraintes liées à la réglementation de son secteur d'activité et à sa politique de placement et de gestion. Ainsi, il peut :

- ✓ Fixer un rendement minimal et c'est le rendement qu'il espère avoir en fin de période d'investissement.
- ✓ Maintenir une fraction fixe des fonds sous forme liquide ou dans un placement déterminé.
- ✓ Ne pas placer plus d'un pourcentage des fonds dans une classe d'actifs.

**La sélection du portefeuille** qui convient le mieux à l'investisseur en déterminant les pondérations des actifs que ce dernier veut inclure.

---

## *Conclusion générale*

L'élaboration d'une application en Visual Basic conçue à aider les compagnies d'assurance et de prévoyance dans leurs processus de placement était le fruit de notre stage de fin d'études au sein d'Optima Finance Consulting. Ayant conscience de l'importance d'une telle application mais aussi des difficultés qui menacent son mise en place à cause les aléas qui caractérisent le secteur financier, on espère que les conclusions auxquelles nous avons abouti, serviront pour optimiser les rendements financiers des investisseurs.

Ce travail se décline en trois parties :

D'abord, nous avons suivi l'évolution du secteur des assurances et de prévoyance en passant par le rôle de ce secteur dans la mobilisation de l'épargne dans un univers financier qui connaît de profondes mutations.

Ensuite, nous avons montré à quel point une allocation stratégique est nécessaire voire primordiale pour un investisseur institutionnel.

Après, nous avons présenté une modélisation de l'allocation stratégique sous forme de trois principaux modèles : D'abord le modèle de Markowitz qui annonce que le choix de portefeuille des investisseurs repose uniquement sur l'espérance et la variance du rendement. Une estimation de la matrice de variance –covariance s'avère difficile dans le cas réel, il fallait pallier à cet inconvénient. On proposa alors le modèle de l'évaluation des actifs financiers (MEDAF) qui considère que les rendements espérés des actifs financiers sont expliqués par un seul facteur qui est le facteur du marché. Après vient un modèle connu sous le nom Arbitrage Pricing Theory (APT) qui considère le risque comme un phénomène multidimensionnel qui s'explique par plusieurs facteurs. Et comme nous n'avons pas un très grand nombre de classes d'actifs, nous avons tenu à utiliser le modèle de Markowitz pour déterminer la répartition optimale des richesses des investisseurs.

Enfin, le programme d'allocation stratégique que nous avons conçu, servira non seulement pour les compagnies d'assurance et de prévoyance, mais aussi aux autres segments du système financier.

Arrivés à la fin de notre sujet, on tient à vous dire que ce travail nous a permis de compléter notre formation en mettant en pratique l'ensemble des connaissances qu'on a eu ces trois dernières années durant notre séjour à l'INSEA, nous familiariser avec des informations que nos professeurs nous transmettront ces années, avoir une idée sur le travail du groupe en collaborant en binôme et surtout avoir des relations sociales, et amicales avec les employés de OPTIMA Fianance Consulting. Ces atouts qu'on a acquis nous mettent sur la voie de la persévérance et du professionnalisme.

## *Bibliographie*

Med Azzedine Berrada : "**Les nouveaux marchés des capitaux au Maroc**". Editions EECEA, 1998

B. Jacquillat, B. Solnik : "**Marchés Financiers : Gestion de portefeuille et des risques** " 3<sup>ème</sup> édition Dunod 1996.

Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale : "**Rapport d'activité des entreprises d'assurance et de réassurance au Maroc**". 2005

Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale : "**Rapport d'activité des régimes de retraite au Maroc**". 2005

I. Charon, O. Hudry : "**Optimisation non linéaire** " ; Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications.

Michel Bierlaine DMA-ROSO : "**Optimisation non linéaire avec contraintes**". Ecole Fédérale de Lausanne.

S. Amblar : "**Le modèle d'évaluation par arbitrage**" ; Département des sciences économiques ; Ecole des sciences de la gestion, Université du Québec à Montréal, 2004.

### **Site Internet :**

- ❖ [www.bkam.gov.ma](http://www.bkam.gov.ma)
- ❖ [www.casablanca-bourse.com](http://www.casablanca-bourse.com)
- ❖ [www.cdvm.gov.ma](http://www.cdvm.gov.ma)
- ❖ [www.finances.gov.ma](http://www.finances.gov.ma)
- ❖ [www.lesechos.fr](http://www.lesechos.fr)

# ANNEXES

**Annexe 1 : les contraintes imposées par la réglementation sur les placements des compagnies d'assurance**

	<b>Valeurs</b>	<b>% de l'actif représentatif des provisions techniques</b>	<b>% des provisions techniques</b>
<b>1</b>	Valeurs de l'Etat		≥ 30%
<b>2</b>	Valeurs jouissant de la garantie de l'Etat		≥ 30%
<b>3</b>	Créance sur le Fonds de solidarité des assurances		≥ 30%
<b>4</b>	Créance sur la Société centrale de réassurance		≥ 30%
<b>5</b>	Obligations émises par les banques	≤ 5%	≥ 30%
<b>6</b>	Avances sur contrats vie	≤ 80% de la prov math	≥ 30%
<b>7*</b>	Immeubles urbains bâtis, situés au Maroc	≤ 10%	≤ 30%
<b>8*</b>	Autres immeubles urbains situés au Maroc	≤ 10%	≤ 30%
<b>9*</b>	Parts et actions de sociétés immobilières y compris les avances en compte		≤ 30%
<b>10*</b>	Prêts en première hypothèque sur des immeubles situés au Maroc	≤ 10%	≤ 10%
<b>11*</b>	Prêts sur les valeurs 1 et 2		≤ 15%
<b>12*</b>	Titres de créances négociables (certificats de dépôt)	≤ 5%	≤ 50%
<b>13*</b>	Titres de créances négociables (bons des sociétés de financement)	≤ 2,5%	≤ 10%
<b>14*</b>	Titres de créances négociables (billets de trésorerie)	≤ 2,5%	≤ 10%
<b>15*</b>	Obligations cotées à la bourse des valeurs	≤ 5%	≤ 50%
<b>16*</b>	Autres obligations dont l'émission a reçu le visa du CDVM	≤ 2,5%	≤ 5%
<b>17*</b>	Actions cotées à la bourse des valeurs	≤ 10%	≤ 50%
<b>18</b>	Actions des SICAV ou parts de fonds FCP dont l'objet est limité à la gestion d'un portefeuille de valeurs 1 et 2		≥ 30%
<b>19*</b>	Actions des SICAV ou parts de FCP dont l'objet n'est pas limité seulement à la gestion d'un portefeuille de valeurs 1 et 2		≤ 50%
<b>20*</b>	Obligations émises par les fonds de placements collectifs en titrisation	≤ 10%	≤ 15%
<b>21</b>	Primes ou cotisations à recevoir, afférentes à des opérations d'assurances vie, de deux mois de date au plus, nettes de taxes et de charges d'acquisition		≥ 30%
<b>22*</b>	Primes ou cotisations à recevoir, afférentes à des opérations d'assurances non-vie, de deux mois de date au plus, nettes de taxes et de charges d'acquisition		≤ 10%
<b>23*</b>	Créances sur les entreprises d'assurances et de réassurance visées à l'article 158 de la loi n°17-99 précitée correspondant à des provisions afférentes aux cessions facultatives non déposées auprès des cédants		
<b>24</b>	Créances nettes sur les cédants au titre des acceptations en réassurance		
<b>25*</b>	Espèces en caisse ou déposées auprès de BAM, CDG ou une banque habilitée à cet effet		≤ 10%

26*	Charges d'acquisition reportées		≤ 20% de la provision pour prime non acquise
27*	Autres placements, sur autorisation, pour chaque cas, par le ministre chargé des finances		≤ 15%

(\*)  $(7 \text{ à } 17 + 19 + 20 + 22 + 23 + 25 \text{ à } 27) \leq 70\%$

## Annexe 2 : Démonstration du modèle de Markowitz

### Problème de minimisation avec contraintes

#### 1. Contexte général

Nous allons discuter les conditions d'optimalité pour le problème de minimisation de  $f(x)$  sous contraintes d'égalité et d'inégalité :

$$(P) \quad \begin{array}{ll} \min_{x \in \mathbb{R}^n} & f(x) \\ S/c & g_1(x) \leq 0, \dots, g_n(x) \leq 0 \\ & h_1(x) = 0, \dots, h_m(x) = 0 \end{array}$$

On écrit aussi

$$(P) \quad \begin{array}{ll} \min & f(x) \\ S/c & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0 \end{array}$$

Où les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont différentiables au moins une fois, et  $f$  est typiquement non linéaire.

#### 2. résolution du problème

Soit  $A(x) = \{j \mid g_j(x) = 0\}$  l'ensemble des indices des contraintes d'inégalité active en  $x$ . si  $j \notin A(x)$ , la contrainte  $j$  est dite inactive.

Soit  $x^*$  une solution optimale de (P)

Soient les deux problèmes suivants :

$$(P') \quad \begin{array}{ll} \min f(x) \\ S/c & h_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & g_j(x) \leq 0 \quad j \in A(x) \end{array}$$

$x^*$  est aussi une solution optimale de (P')

$$(P') \quad \begin{array}{ll} \min f(x) \\ S/c & h_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & g_j(x) = 0 \quad j \in A(x) \end{array}$$

$x^*$  est aussi une solution optimale de (P'')

Au minimum, les contraintes d'inégalité peuvent être traitées comme des contraintes d'égalité.

Condition du premier ordre pour (P'')

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla h_i(x^*) + \sum_{j \in A(x^*)} \mu_j^* \nabla g_j(x^*) = 0$$

En posant  $\mu_j^* = 0$  si  $j \notin A(x^*)$

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla h_i(x^*) + \sum_{j=1}^n \mu_j^* \nabla g_j(x^*) = 0$$

Conditions nécessaires de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) :

Soit la fonction lagrangienne

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j g_j(x)$$

Soit  $x^*$  un minimum local du problème P. supposons que  $x^*$  est régulier.

Il existe des vecteurs uniques de multiplicateurs de Lagrange  $\lambda^*$  et  $\mu^*$  tels que :

$$\begin{aligned} \nabla_x L(x^*, \lambda^*, \mu^*) &= 0 \\ \mu_j^* &\geq 0 \quad j = 1 \dots n \\ \mu_j^* &= 0 \quad \forall j \notin A(x^*) \end{aligned}$$

Si de plus f, g et h sont de fois continûment différentiables,

$$\begin{aligned} y^T \nabla_{xx} L(x^*, \lambda^*, \mu^*) y &\geq 0 \quad \forall y \in V(x^*) \\ V(x^*) &= \left\{ y \mid \begin{aligned} \nabla h_i(x^*)^T y &= 0, \quad i = 1 \dots m, \\ \nabla g_j(x^*)^T y &= 0, \quad j \in A(x^*) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Nous allons appliquer les conditions de K-K-T à une fonction quadratique de type

$$\begin{aligned} \min f(x) &= cx + \frac{1}{2} x'Qx \\ S/c \quad Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

La fonction lagrangienne s'écrit  $L(x, \mu) = cx + \frac{1}{2} x'Qx + \mu(Ax - b)$

Avec  $\mu$  un vecteur de  $m$  lignes.

Les conditions de KKT sont données par :

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} \geq 0 \quad j=1\dots n \quad \Rightarrow \quad c + x'Q + \mu A \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} \leq 0 \quad i=1\dots m \quad \Rightarrow \quad Ax - b \leq 0 \quad (2)$$

$$x_j \frac{\partial L}{\partial x_j} \geq 0 \quad j=1\dots n \quad \Rightarrow \quad x'(c' + Q + A'\mu) = 0 \quad (3)$$

$$\mu_i g_i(x) = 0 \quad j=1\dots n \quad \Rightarrow \quad \mu(Ax - b) = 0 \quad (4)$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1\dots n \quad \Rightarrow \quad x \geq 0 \quad (5)$$

$$\mu_i \geq 0 \quad i=1\dots m \quad \Rightarrow \quad \mu \geq 0 \quad (6)$$

Nous allons introduire  $y \in \mathbb{R}^n$  et  $v \in \mathbb{R}^m$  pour rendre (1) et (2) sous forme d'égalité

$$\begin{aligned} c' + x'Q + A'\mu' - y &= 0 \\ Ax - b + v &= 0 \end{aligned}$$

Les conditions de KKT deviennent :

$$\begin{aligned} Qx + A'\mu' - y &= c' \\ Ax + v &= b \\ x \geq 0, \quad \mu &\geq 0 \\ y \geq 0, \quad v &\geq 0 \\ y'x &= 0 \\ \mu v &= 0 \end{aligned}$$

### Annexe 3 : Démonstration de l'APT

Supposons le modèle à  $K$  facteurs et une économie avec un **grand nombre** de titres  $n > K$  :

$$r_{i,t} = A_i + \beta_{1,i}I_{1,t} + \beta_{2,i}I_{2,t} + \dots + \beta_{K,i}I_{K,t} + \varepsilon_{i,t}$$

où  $r_{i,t}$  est le rendement sur le titre  $i$ ,  $I_{j,t}$  est le  $j^{\text{ème}}$  facteur,  $\beta_{j,i}$  est la sensibilité du rendement  $i$  au facteur  $j$ , et  $\varepsilon_{i,t}$  est un aléas bruit blanc. On suppose que les  $\varepsilon_{i,t}$  ne sont pas corrélés entre actifs.

En notation matricielle, on peut écrire :

$$r_t = A + BI_t + \varepsilon_t$$

où  $r_t$  est le vecteur colonne de  $n$  taux de rendements,  $A$  est le vecteur de  $n$  ordonnées à l'origine,  $B$  est la matrice  $n \times k$  des facteurs  $\beta$ .

On considère un portefeuille  $P$  composé des  $K$  facteurs et d'un actif sans risque de rendement  $r_f$ , avec les proportions suivantes :

$$x_{p,0} = 1 - \sum_{k=1}^K \beta_{k,i}$$

$$x_{p,k} = \beta_{k,i}$$

Le taux de rendement sur ce portefeuille est :

$$r_{p,t} = \left(1 - \sum_{k=1}^K \beta_{k,i}\right) r_f + \sum_{k=1}^K \beta_{k,i} I_{k,t}$$

Ce taux de rendement doit répliquer le taux de rendement de l'actif  $i$ . il faudrait donc :

$$A_i = \left(1 - \sum_{k=1}^K \beta_{k,i}\right) r_f.$$

On suppose que :

$$A_i < \left(1 - \sum_{k=1}^K \beta_{k,i}\right) r_f$$

C'est-à-dire

$$\left(1 - \sum_{k=1}^K \beta_{k,i}\right) r_f - A_i > 0$$

qui est sans risque et strictement positif.

Sachant que le facteur  $\beta$  d'un portefeuille est la combinaison linéaire des facteurs  $\beta$  de ses composantes, un tel portefeuille est la solution à l'équation suivante :

$$x' B = [0 \dots \beta_{k,i} \dots 0]'$$

où  $x$  est le vecteur  $n \times 1$  de fractions dans le portefeuille.

Il y a  $n$  inconnues et seulement  $k$  équations, donc il y a plus d'une solution à l'équation ( $n > k$ ). Ceci veut dire qu'il existe une infinité de portefeuilles qui satisfont l'équation. En combinant tous ces portefeuilles, nous réduisons le risque idiosyncratique. Nous venons de montrer le lien linéaire entre les facteurs de risque et le rendement espéré. On aboutit donc à la conclusion que les rendements espérés des titres sont expliqués par :

$$E(r_i) = \lambda_0 + \lambda_1\beta_{1,i} + \lambda_2\beta_{2,i} + \dots + \lambda_k\beta_{k,i}$$

Les  $\lambda_i$  représentent les prix associés à chaque facteur de risque