ROYAUME DU MAROC

--*-*-*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

--*-*-*-*-*-*

INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA

Projet de Fin d'Etudes

*****

Mise en place d'un dispositif d'Allocation du Capital Economique

Préparé par : ***Mlle. Bennouna Ghita***
Mlle Boukantar Zaineb

Sous la direction de : ***M. El qalli Yassine*** **(INSEA)**
M. Filali Mohammed Amine **(CDG capital)**
Mme. Hafsi Samia (CDG capital)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Option : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- ***M. El qalli Yassine*** (INSEA)
- ***M. Achy Lahcen*** (INSEA)
- ***M. Filali Mohammed Amine*** (CDG capital)

Juin 2011

Dédicace

Nous ne pouvons commencer ce mémoire sans le dédier à notre petite famille : nos très chers parents ainsi que nos frères et sœurs pour leur présence, leur soutien et leur patience tout au long de nos études.

On n'oublie pas nos grands-mères pour leurs conseils et prières dont nous avons toujours besoin et qui nous pousse de l'avant.

Nous le dédions aussi à toute notre famille, nos ami(e)s et à toutes les personnes qui ont laissé une grande trace dans notre vie.

Ghita & Zaineb

Remerciement

Avant tout développement sur cette expérience professionnelle, il apparait opportun de commencer ce mémoire par des remerciements à tous ceux qui nous ont beaucoup appris au cours de ce stage et qui ont suivi son déroulement.

Nous tenons à remercier dans un premier temps, tous les responsables et professeurs de l'INSEA, spécialement M.El Qalli Yassine, pour avoir assuré la partie théorique de notre formation qui a contribué à faciliter notre insertion professionnelle.

Nos plus vifs remerciements vont à nos encadreurs Mme. Hafsi Samia gestionnaire des risques financiers et M.Filali Mohammed Amine directeur de la Gestion Globale des Risques, d'avoir accepté de nous encadrer et d'avoir suivi la progression de notre PFE avec une grande implication.

Par ailleurs, Nous remercions vivement M.Kamel Hatim pour nous avoir accordé le temps nécessaire à l'éclaircissement de nos questions, sans oublier sa participation au cheminement de ce mémoire.

Enfin, nous remercions tous ceux qui ont de près ou de loin contribué au bon déroulement de notre stage et nous espérons qu'ils trouveront dans la présente, l'expression de nos profondes gratitudes.

Résumé et mots clés

L’importance des banques pour l’économie mondiale a poussé la banque des règlements internationaux à mettre en place des normes prudentielles connues sous le nom de « ratio de solvabilité » visant à renforcer la stabilité bancaire, ce ratio implique la constitution d’un capital réglementaire supposé couvrir les pertes potentielles sur le portefeuille d’activités retenues par les banques.

Toutefois, les paramètres choisis par le comité de Bâle semblent à la fois incomplets et rigides. Le capital réglementaire demeure ainsi non adapté aux risques effectifs assumés par les banques.

Ces derniers ont développé, en conséquence, des modèles plus adaptés permettant une gestion simultanée et cohérente des objectifs de risque et de rentabilité. Contrairement au capital réglementaire, le capital économique déterminé par ces modèles, prend en compte les divers risques et leur interdépendance pour offrir une estimation plus fiable du risque réel assumé par la banque. Schématiquement, ces modèles permettent d’estimer les pertes potentielles maximales sur des portefeuilles de marché et de crédits, sur un horizon et à un seuil de confiance donnés. Le recours poussé à ces modèles s’explique par le désir des banques d’imposer une référence alternative au modèle « standard » développé par le comité de Bâle, et jugé inadéquat par de nombreux banquiers.

Par ailleurs, la plupart de ces modèles permettent l’amélioration de la rentabilité des fonds propres des banques. Cela est assuré par l’allocation optimale du capital à chaque activité, en fonction du risque, et la mise en place de mesures de rendement ajustées au risque, d’où l’appellation « méthodes d’allocation des fonds propres ».

Le modèle développé dans ce mémoire consiste en un modèle de maximation des rendements avec des fonds propres économiques limités, ce modèle est inspiré de celui de Markowitz qui a donné le point de départ de la théorie moderne de la gestion de portefeuille. Selon ce modèle tout investisseur poursuit deux objectifs conflictuels qui sont la maximisation du rendement espéré et la minimisation du risque mesuré par la variance du rendement. Dans notre projet, le risque est quantifié par le capital économique. Il s’agit bien d’un modèle d’optimisation sous contraintes.

Mots clés :

Allocation ; Fonds propres économiques ; risque de crédit ; risque de marché ; modèle d'optimisation, Value at Risk, rendement espéré.

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des abréviations

BAM	: Bank Al Maghrib
BTN	: Bons de Trésor Négociables
CDG	: Caisse de dépôt et de Gestion
EAD	: exposition en cas de défaut
EC	: Etablissement de Crédit
FP	: fonds propres
FPE	: fonds propres économiques
GE	: Grande entreprise
IRB	: Notation interne simple (Internal Rating Based)
LGD	: perte en cas de défaut
OCDE	: Organisation de coopération et de développement économiques
OPCVM	: Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières
PACM	: Procédure d'agrégation multicritère
PCA	: Plan de continuité d'activité
PD	: probabilité de défaut
P&L	: Profits et pertes (profits and loss)
PNB	: Produit Net Bancaire
RAROC	: Rentabilité du capital ajusté au risqué (Risk Adjusted Return On Capital)
RC	: ratio de cooke
RWA	: actifs pondérés de risque
VaR	: Valeur à risque (Value at Risk)

Introduction

Nous avons effectué notre projet de fin d'étude dans le cadre de notre formation d'ingénieur à l'INSEA du 15 mars au 27juin au sein de la CDG capital à rabat. L'objectif de notre stage était de réaliser une allocation du capital économique. Il s'agit de déterminer les parts de fonds propres économiques à allouer à chaque classe d'actifs du bilan suivant la méthode de maximisation des rendements sous contraintes.

Pendant la phase de recherche, on s'est intéressé au secteur bancaire qui est un secteur en pleine expansion et fortement lié à l'économie du pays. Notre choix d'effectuer ce stage à la CDG capital se justifie par la place importante qu'elle occupe en tant que leader dans le système national et par la multiplicité des fonctions et des services qui existent.

Le stage a fortement contribué à notre insertion professionnelle. En effet, nous avons travaillé dans la direction de la gestion globale des risques dans laquelle notre tuteur occupe le poste de directeur. On a donc découvert sur le terrain les étapes nécessaires pour pouvoir réaliser une allocation optimale des fonds propres , en élaborant un modèle qui permet à la fois la détermination des parts à investir dans chaque classe d'actifs et leur projection sur un horizon de temps donné, il s'agit bien d'une étude liée au besoin en fonds propres pour faire face aux différents risques inattendus encourus par l'ensemble des lignes métiers de la CDG capital.

Dans une première partie, nous présenterons sommairement la CDG capital ainsi que la direction au sein de laquelle on a effectué notre stage. Nous présenterons dans un second temps certains concepts de bases liés à l'évolution de la réglementation bâloise. La troisième partie sera consacrée à la présentation des différentes approches d'allocation du capital économique et l'application de notre modèle qui fera l'objet de la dernière partie, tout en explicitant le calcul des fonds propres économique permettant d'assurer cette allocation. Enfin, nous concluront sur la réussite de notre stage tout en établissant un parallèle entre ses apports et les attentes qu'on avait au départ.

CHAPITRE PRÉLIMINAIRE :

GÉNÉRALITÉS

I. Présentation de la CDG capital:

I.1 Aperçu général :

La CDG capital est une filiale du groupe CDG qui est un établissement public doté de la personnalité civile et de l'autonomie Financière. Elle est issue d'une consolidation de l'ensemble des lignes métiers dédiées aux marchés financiers ce qui la qualifie de « banque d'investissement ».

La CDG capital est chargée principalement d'activités de marché, du corporate finance, de la gestion d'actifs et des services bancaires et financiers. Elle a pu renforcer sa place dans le marché marocain et jouit ainsi d'être leader dans la Gestion d'Actifs et en tant qu'Intermédiaire en Valeur du Trésor (IVT) sur les marchés primaire et secondaire.

I.2 Métiers de la CDG Capital :

- **Asset Management** : [10][1] un métier à travers lequel la CDG capital, grâce à une bonne connaissance de marché et une maîtrise des risques et à des outils d'aide à la décision, offre à ses clients une gestion de leurs actifs (Styles de gestion variés, Allocation des actifs personnalisée entre produits de taux et actions…) ;
- **Corporate Finance :** une entité spécialisée dans les opérations financières et répond à des besoins spécifiques :
  - Opérations d'origination (coordination d'introduction en bourse, d'offre publique d'achat, …) ;
  - Opérations de conseil en fusions-acquisitions (études sectorielles, recommandations stratégique,…) ;
  - Montage de financements structurés et de projets complexes (structuration de financement, syndication et accord des prêts, …) ;
- **Marchés des Capitaux :** une direction organisée en plusieurs Desks qui offrent une palette de produits et services :
  - Marché des taux (des placements à taux fixes ou variables sur différentes maturités, des cotations à l'achat de titres publics et privés sur le marché secondaire, …) ;
  - Marché actions ;
  - Marché de change (des placements en devises, des opérations de change spot et terme multidevises, …) ;

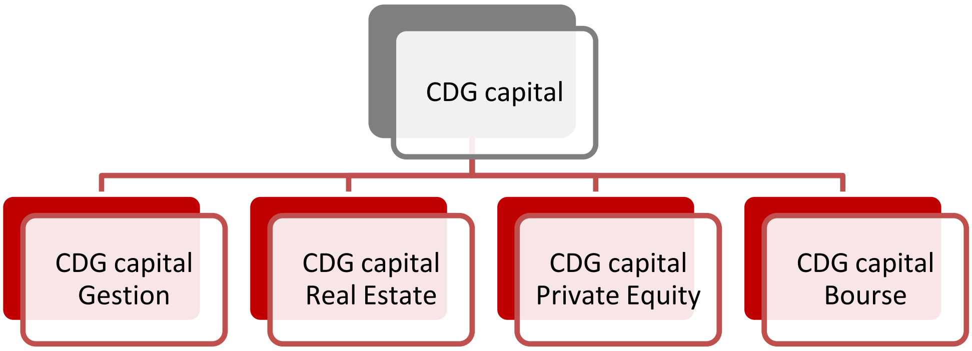
[1] Voir Bibliographie

- Marché monétaire (des solutions de placements…) ;
- Analyse et recherche ;

- **Titres et Services Bancaires :** une direction qui offre comme services bancaires des moyens de paiement, tenue des comptes, gestion de trésorerie et des opérations de placement et de financement. Les services financiers de la CDG capital couvrent la conservation d'actifs, la gestion et le contrôle dépositaire des OPCVM ainsi que des services aux émetteurs ;

- **Banque Privée :** une direction qui propose un service de gestion de portefeuille exclusivement dédiée à la clientèle privée.

La CDG capital comporte avec cette multitude de métiers différentes filiales qui sont comme suit:



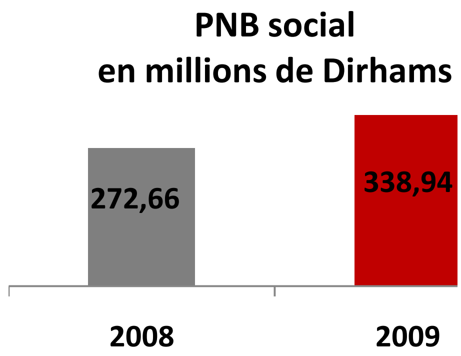
I.3 Fiche technique :

Raison sociale	: CDG capital
Adresse	: Place Moulay El hassan, Tour Mamounia, Rabat
Téléphone	: (212)537. 66. 51. 11
Fax	: (212)537. 66. 52. 80
Site Internet	: http://www.cdgcapital.ma
Forme juridique	: Société anonyme
Capital social	: 500.000.000 Dirhams
Actionnariat	: CDG actionnaire à 100%
Date de création	: 2006
Le sigle	: CDG CAPITAL GROUPE CDG

I.4 Chiffres clés (2009) :

PNB social :

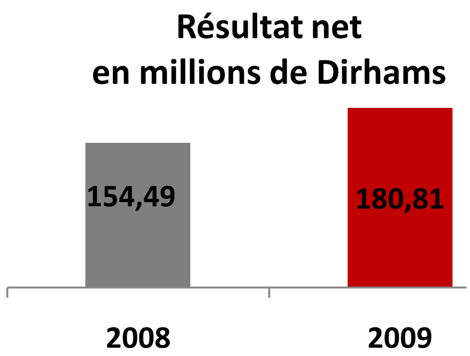
[10] Le PNB social de la CDG capital s'élève en 2009, à plus de 338 millions de Dirhams, en progression de 24% par rapport à 2008, conférant une solide assise financière à la compagnie.



Source: rapport annuel 2009 de la CDG capital

Résultat net :

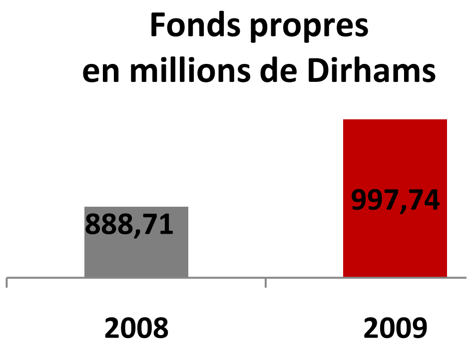
Le résultat net a connu une hausse de 17% en 2009, renforçant ainsi la position de la CDG capital sur le marché national.



Source: rapport annuel 2009 de la CDG capital

Fonds propres

Les fonds propres de la CDG capital s'élèvent en 2009,à plus de 997 millions de Dirhams, en progression de 12% par rapport à 2008, conférant une solide assise financière à la compagnie.



Source: rapport annuel 2009 de la CDG capital

II. Gestion Globale des Risques à CDG Capital:

La création de la CDG Capital en 2006 a coïncidé avec la dynamique internationnale qui a accompagné la publication et la mise en place de l'accord Bâle II.

Ainsi, CDG Capital a profité de la dynamique suscitée par cet accord pour mettre en place un mode de gouvernance des risques conforme aux meilleures normes et pratique internationales, et capable d'assurer la qualité de ses engagements et une grande vigilance lors du contrôle des expositions.

La gestion des risques à CDG Capital est assurée à plusieurs niveaux :

- Le Conseil d'Administration ;
- La Direction Générale ;
- La Direction de la Gestion Globale des Risques ;
- Les Comités Spécialisés ;
- Les entités opérationnelles.

Principaux risques inhérents à l'activité de la CDG Capital :

Risque de crédit :

Les crédits accordés par CDG Capital s'inscrivent principalement dans le cadre des « financements spécialisés » adressés à des projets de grande envergure, à l'accompagnement financier des clients corporate de la banque ou à des investisseurs particuliers intervenenants sur les marchés financiers.

Risque de marché :

Le statut de leader que CDG Capital occupe dans plusieurs compartiments du marché financier national lui impose de mettre en place un dispositif performant de mesure des risques de marché. Ainsi, celle-ci s'est dotée d'un cadre organisationnel et procédural régissant l'évolution du portefeuille trading de la banque :

- Les encours des portefeuilles ;
- Les limites internes relatives à la composition des portefuilles et des encours de transaction ;
- Le Lancement de nouveaux produits ou de nouvelles activités.

Risques de taux et de liquidité :

La CDG Capital a développé, outre l'approche statique de l'évaluation des risques de taux et de liquidité, une vision dynamique basée sur des simulations de scénarios.

Risques opérationnels :

L'execice 2009 de CDG Capital a été marqué par le démarrage effectif du projet « Plan de Continuité d'Activité » afin d'aligner la banque et ses filiales aux meilleurs standards réglementaires et professionnels en la matière et de renforcer la qualité et la sécurité des services assurés par la banque.

Ce projet s'articule autour de plusieurs phases :

- Etablissement de la cartographie des processus critiques de CDG Capital Groupe.
- Etablissement de la cartographie des menaces génériques auxquelles sont confrontées les entités du groupe.
- Mise en place d'une stratégie de continuité du Groupe.
- Définition et mise en œuvre des Plans du PCA.

CHAPITRE I :

EVOLUTION DE LA RÉGLEMENTATION BÂLOISE RELATIVE À L'ADÉQUATION DES FONDS PROPRES ET PRÉSENTATION DES MÉTHODES DE CALCUL DES FONDS PROPRES ÉCONOMIQUES

Introduction : Afin d'intensifier la solidité du système bancaire, la banque des règlements internationaux a mis en place des normes relatives à l'adéquation fonds propres-risques, connues sous le nom de « ratio de solvabilité » ou aussi « ratio Cooke ». Cependant, plusieurs banques estiment que le ratio de solvabilité conduit à des fonds propres exagérés. Elles ont développé leurs propres techniques de mesure des risques et des capitaux alloués. Dans cette partie, nous présenterons l'origine et l'évolution de la réglementation relative à l'adéquation des fonds propres ainsi que les étapes de calcul des fonds propres économiques.

I. Origine et évolution de la réglementation relative à l'adéquation des fonds propres.

I.1 Les risques bancaires

I.1.1 Risque de crédit :

Le risque le plus important et le plus dangereux auquel une banque peut être exposée est le risque de crédit. Celle-ci doit accorder une attention particulière à sa gestion pour ne pas être en proie à ses conséquences.

Le risque de crédit peut être défini comme « *la perte potentielle consécutive à l'incapacité par un débiteur d'honorer ses engagements* »[1]. Il désigne également, d'une façon plus large, le risque de perte lié à la dégradation de la qualité de la contrepartie qui se traduit par une transition de sa notation à un niveau inférieur.

Le risque de crédit peut prendre d'autres appellations: risque de contrepartie pour les transactions de prêt sur le marché interbancaire et financier, et risque de faillite ou de crédit proprement dit, pour les transactions sur le marché de crédit.

On distingue trois types de risque de crédit: le risque de défaut, le risque de dégradation du *spread* et le risque lié à l'incertitude du recouvrement, une fois le défaut survenu.

❖ **Le risque de défaut:**

Cette forme de risque est associée à l'occurrence d'un défaut, caractérisée par l'incapacité de la contrepartie à assurer le payement de ses échéances.

Selon le Comité de Bâle dans son second document consultatif [1], un débiteur est en défaut lorsque l'un ou plusieurs des événements suivants se produisent:

- L'emprunteur ne remboursera vraisemblablement pas en totalité ses dettes (principal, intérêts et commissions) ;
- La constatation d'une perte portant sur l'une de ses facilités : comptabilisation d'une perte, restructuration de détresse impliquant une réduction ou un rééchelonnement du principal, des intérêts ou des commissions ;
- L'emprunteur est en défaut de paiement depuis quatre-vingt-dix (90) jours sur l'un de ses crédits ;
- L'emprunteur est en faillite juridique.

❖ **Le risque de dégradation du *Spread*:**

Le *spread* de crédit est la prime de risque qui lui est associée. Sa valeur est déterminée en fonction du volume du risque encouru.

Le risque de dégradation du *spread* est le risque de voir se dégrader la qualité de la contrepartie (dégradation de sa note) et donc l'accroissement de sa probabilité de défaut. Cela conduit à une hausse de sa prime de risque, d'où la baisse de la marge sur intérêts.

Ce risque peut être mesuré d'une façon séparée pour chaque contrepartie ou globalement sur tout le portefeuille de crédit.

❖ **Le risque de recouvrement:**

Le taux de recouvrement permet de déterminer le pourcentage de la créance qui sera récupéré en entreprenant des procédures judiciaires, suite à la faillite de la contrepartie. Le recouvrement portera sur le principal et les intérêts après déduction du montant des garanties préalablement recueillies.

Le taux de recouvrement constitue une source d'incertitude pour la banque dans la mesure où il est déterminé à travers l'analyse de plusieurs facteurs :

- La durée des procédures judiciaires qui varient d'un pays à un autre ;
- La valeur réelle des garanties ;
- Le rang de la banque dans la liste des créanciers.

I.1.2 Risque de marché :

On définit le risque de marché comme étant l'exposition de la banque aux variation des taux d'intérêt et de change ou à la variation du prix des actifs cotés, à la variation du prix des matières premières ou dans le cadre d'une activité de marché dite aussi de « *trading* » ou de négoce. Le risque de marché est présent à différents niveaux : une position (un endettement, la perception dans le futur d'un flux de devise), une activité (achat facturé dans une devise autre que celle de la facturation des ventes), un portefeuille (des titres de placement et de participations).

Il englobe quatre types de risques :

❖ **Le risque de taux d'intérêt :**

Ce risque correspond au risque de variation de la valeur des positions ou au risque de variation des flux de trésorerie futurs d'un instrument financier du fait de l'évolution des taux d'intérêt sur le marché.

❖ **Le risque de change :**

Ce risque correspond au risque de variation d'une position ou d'un instrument financier du fait de l'évolution des cours de change sur le marché.
Techniquement, le risque de change est mesuré par la position de change qui inclut :

- les spots de change ;
- les changes à terme ;
- les prêts emprunts en devises ;
- les options de change ;

❖ **Le risque actions**

Ce risque résulte de la variation de la valeur d'un portefeuille actions suite à une évolution défavorable des cours de bourse.
Le risque de position sur actions résulte aussi d'une détérioration de la situation de l'émetteur (risque de crédit classique). On distingue donc un risque de contrepartie (risque spécifique) et un risque général de marché.

❖ **Le risque sur les produits de base**

Ce risque découle de la variation de positions suite à une évolution défavorable des prix des matières premières sur les différents marchés sur lesquels la banque intervient.

I.1.3 Risque opérationnel :

Le comité de Bâle définit le risque opérationnel comme « *le risque de pertes directes ou indirectes résultant d'une inadéquation ou d'une défaillance attribuable à des procédures, des agents, des systèmes internes ou d'événements externes* ». Il renvoie donc à des inefficiences de l'organisation et du management de l'institution.

Sont inclus dans cette définition : Le risque juridique, le risque informatique, le risque comptable, le risque déontologique, fraudes, pertes et vols. Sont exclus : le risque de réputation et le risque stratégique.

Le risque opérationnel correspond à une série de pertes occasionnées par la gestion de l'établissement qui ne sont pas liées directement au risque de marché ou de crédit. La spécificité de ce risque réside dans la difficulté de sa quantification, ce qui rend sa gestion assez complexe.

I.2 Evolution de la réglementation :

L'évolution de la fonction bancaire a parallèlement augmenté les risques. A mesure que les capitaux de la banque baissent, elle serait incapable d'honorer ses engagements. Pour faire face à ce risque, qui est le risque d'insolvabilité, plusieurs gouvernements ont mis en place des normes visant à réaliser une régulation de l'adéquation des fonds propres.

La réglementation prudentielle a considérablement évolué ces vingt dernières années sous l'impulsion des travaux du Comité de Bâle. Elle a mis en place un dispositif pour assurer l'adéquation des fonds propres. Ce dispositif fixe des consommations en fonds propres des activités en proportion de leurs risques. Les règles d'adéquation des fonds ont été au départ limitées au risque de crédit, actuellement elles sont en train de s'étendre aux autres risques cités au paravent.

I.2.1 L'accord du Bâle I de 1988:

Le but était de renforcer les exigences de la banque en capital afin de réduire le risque de crédit et d'établir un système dans lequel les grandes banques internationales se trouvent sur un pied d'égalité pour éviter une surenchère dans les conditions consenties aux clients, qui aurait inévitablement conduit à une fragilisation du système bancaire. [8]

Ce premier accord de 1988 a représenté une étape fondamentale dans l'établissement d'une réglementation prudentielle des banques visant à améliorer la stabilité du système bancaire.

La plus connue des règles est le ratio de solvabilité, appelé aussi « ratio de Cooke » qui doit atteindre la valeur minimale de 8% correspondant au rapport des fonds propres réglementaires à l'actif total pondéré. Pour le calcul de ce ratio, les pondérations[2] se font en appliquant des coefficients variant entre 0, pour les créances publiques sans risque, et 100% pour des créances privées risquées.

$$\boxed{RC = \frac{FP}{EPC} = \frac{Fonds \quad propres}{Encours \quad pondérés \quad de \quad crédits} \geq 8\%}$$

Mais à l'usage, il s'est avéré très imparfait et il a produit des inefficacités coûteuses pour le système bancaire. En effet, malgré la prise en compte des risques de marché en 1996, le ratio de solvabilité reste incomplet et plusieurs risques bancaires restent toujours ignorés.

L'estimation du risque crédit fournie par ce ratio ne prend pas en compte les risques réels de défaillance des contreparties et les taux de recouvrement sur les pertes. Dans le calcul du ratio de solvabilité, seule la pondération de l'encours reflète le degré du risque rattaché à la créance. De même, il ne prend pas en compte le changement de classe de risque des contreparties pendant la durée d'exposition au risque de crédit.

Ceci a assurément, conduit les banques à développer des stratégies d'arbitrage du cadre réglementaire pour réduire l'effet des distorsions de l'accord de 1988 dans l'allocation du capital et la mesure de performance et, en fin de compte, à inciter les banques à prendre plus de risques.

---

[2] 20% : Les créances sur les banques des Etats de l'OCDE
50% : Les crédits hypothécaires pour les logements

I.2.2 Le nouvel accord du Bâle II de 1999 :

Conscient des limites de l'accord de 1988, le Comité de Bâle n'est pas resté inactif. Il a d'abord proposé une première réforme qui autorise les banques à utiliser leurs modèles internes pour déterminer le capital réglementaire qui s'applique au risque de marché des actifs négociés. Cette réforme est en application depuis le 1er janvier 1998. Ensuite, le Comité de Bâle a produit un nouveau document, qui concerne le portefeuille des prêts de la banque : prêts aux entreprises, prêts hypothécaires et prêts à la consommation. [8]

Le comité de Bâle a publié en 2004 la version définitive du nouvel accord de Bâle (Bâle II), ce dernier a instauré un nouveau ratio de solvabilité, appelé ratio « Mc Dounough »[3] qui intègre le risque opérationnel en plus du risque de crédit et de marché.

$$\boxed{\frac{FP}{\text{risque de crédit} + \text{risque de marché} + \text{risque opérationnel}} \geq 8\%}$$

Deux orientations majeures caractérisent le nouvel accord de Bâle. La première est qu'il s'appuie sur une démarche différenciée en fonction des risques réels assumés. La deuxième est qu'il comporte une forte incitation à l'utilisation des méthodes de notation interne. Ce choix permet de rapprocher le capital réglementaire du capital économique, empêchant ainsi l'éventualité d'arbitrage réglementaire (Moumni, 2002).

Tous ces objectifs déjà cités pour assurer la stabilité financière des établissements, ne pourraient pas donc se réaliser, uniquement à travers les exigences minimales ou fonds propres, d'où il y aura une prise en compte des trois piliers de reformes mises en place par ce comité qui sont : l'exigence minimale en fonds propre (pilier1), la surveillance prudentielle (pilier 2) et finalement un processus d'examen individuel par le contrôleur et discipline de marché (pilier3).

Ce schéma résume les éléments représentant les trois piliers de Bâle II:

3 les pondérations réglementaire seront présentés dans la 2ème partie concernant les fonds propres économiques

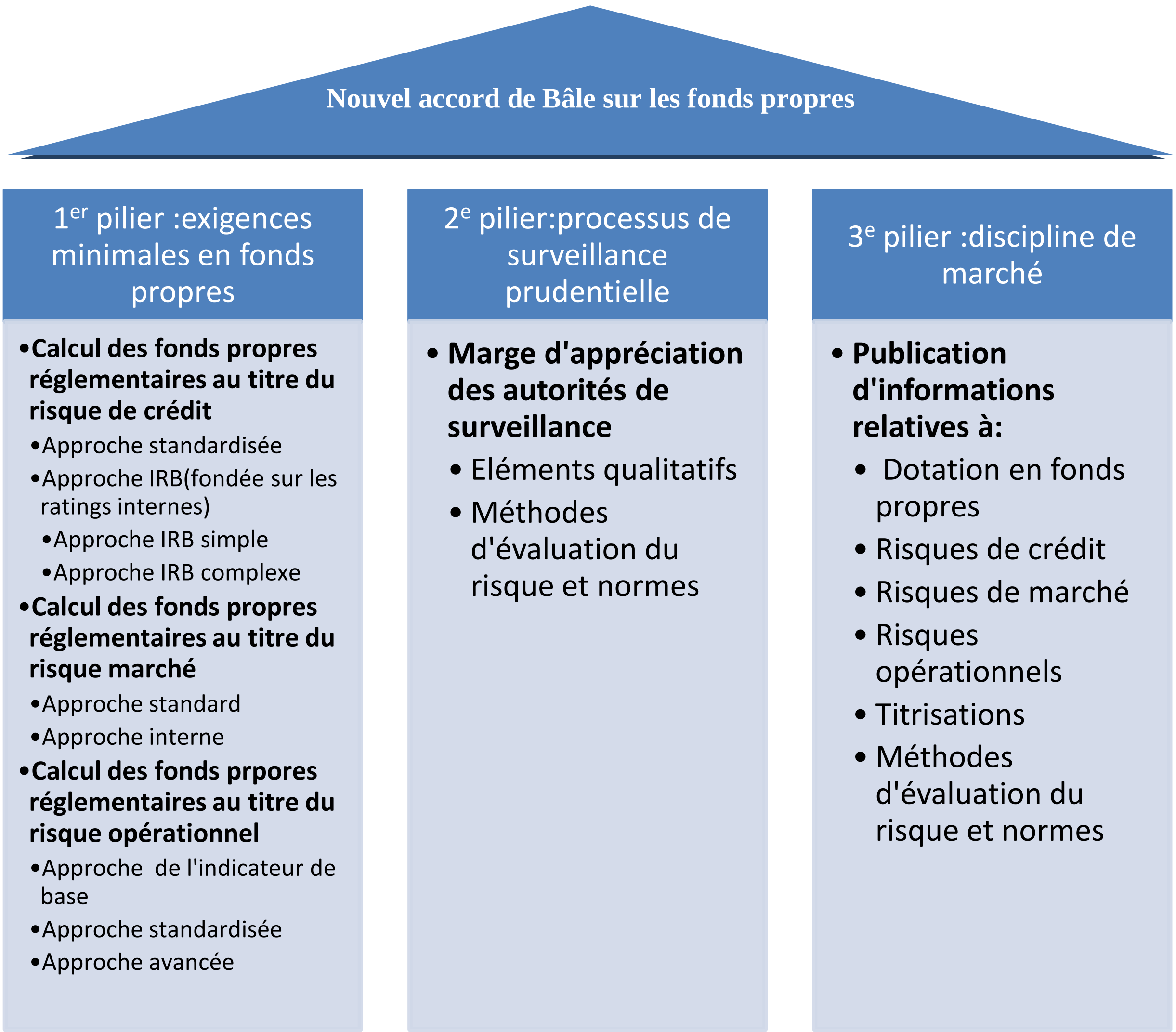


Figure 1: présentation des trois piliers de Bâle II

I.2.3 Transposition de Bâle II au Maroc :

Les règles de Bâle ont été appliquées au Maroc en juin 2007, D'un commun accord entre les établissements de crédit et Bank al Maghrib. Dans un premier temps seules les approches standards ont été prises en compte pour les trois catégories de risque du pilier I, afin de laisser la possibilité aux banques pour une mise en œuvre complète avant d'adopter les approches avancées ; une étape débutée en 2009-2010.

Au début, l'application de l'approche standard n'a pas concerné tous les établissements de crédit, certains ont continué à adopter Bâle I aménagé pour l'intégration des risques de marché pendant une période transitoire, mais qui se sont tous conformés par la suite aux dispositions de Bâle II, selon des plans d'action établis en concertation avec Bank Al-Maghrib schématisés dans la figure ci-dessous.

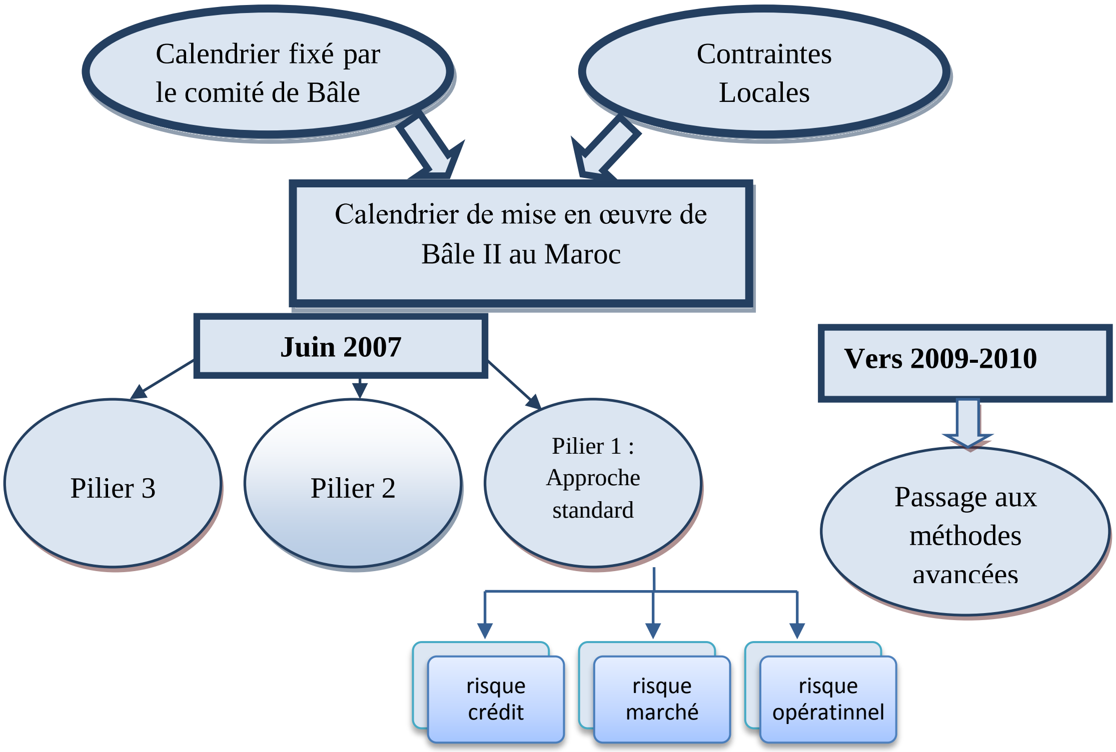


Figure 2: calendrier de mise en œuvre de Bâle II au Maroc selon la BAM

II. Fonds propres économiques :

Il s'est avéré que les règles présentées par le Comité de Bâle ne peuvent être adaptées à toutes les banques, c'est pourquoi celles-ci déterminent également leur capital économique, qui correspond à l'estimation interne du niveau de fonds propres nécessaires à la prise de risque.

Les fonds propres économiques correspondent au minimum de fonds propres dont la banque doit disposer pour couvrir les pertes exceptionnelles appelées aussi « pertes inattendues ». Celles-ci sont définies comme la différence entre les pertes actuelles et les pertes attendues.

Ainsi, le terme capital économique se réfère au montant des fonds propres qu'une banque alloue à une opération ou à un portefeuille ,de telle sorte qu'en cas des pertes, la probabilité que ces dernières restent inférieures aux fonds propres, soit compatible avec les objectifs de notation de la banque .Cette notion est utilisée par les banques lors de l'allocation du capital aux différentes activités et dans la prise en compte du couple rendement /risque , du fait que les fonds propres réglementaires et le capital économique ne peuvent être totalement alignés.

II.1 Capital économique et risque de crédit :

Les fonds propres économique pour le risque de crédit correspondent au montant mis en place en cas de défaillance possible d'un emprunteur, d'un émetteur d'obligation ou d'une contrepartie dans une transaction financière.

Les fonds propres économiques sont calculés à travers un modèle interne qui est la VaR – Risque crédit. Pour évaluer celle-ci il existe plusieurs approches telles que la CreditMetrics, CreditRisk+, KMV, Vasicek…

Le modèle de Vasicek fournit un moyen simple d'estimation de la VaR de crédit et donne une estimation du quantile des pertes sous la relation suivante :

$$Q = N[(1-R)^{-0,5} \times G(T) + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0,5} \times G(X)]$$

Où :

-G(T) correspond à la probabilité cumulée que chaque contrepartie fasse défaut à l'horizon T et R est le coefficient de corrélation. En multipliant la valeur de cette expression par l'exposition moyenne et par la perte moyenne en cas de défaut, on obtient la VaR au seuil de X% à l'horizon T.

-N(x) : représente la fonction de distribution cumulative pour une variable aléatoire standard normale.

Le modèle de Vasicek, retenu également par Bâle II dans son approche avancée, est le plus adapté actuellement pour l'évaluation du risque crédit à la CDG Capital. Par contre les autres modèles nécessiteront un historique bien fondé et des inputs non encore développés par la banque.

L'objectif principal de Bâle II porte sur la convergence du capital réglementaire vers un capital économique. L'idée était d'autoriser les banques à instaurer leurs propres modèles internes pour l'évaluation du risque de crédit afin d'allouer un capital plus optimal, c'est-à-dire plus réduit, dans le but de pouvoir investir cette marge de capital ailleurs.

❖ Approches retenues par le comité de Bâle

Approche standard :

L'approche standard est une version modifiée du ratio Cooke de 1988, le principal changement concerne la nature de la contrepartie qui est remplacée par la qualité de contrepartie.

Le comité de Bâle définit donc plusieurs catégories d'expositions au risque de crédit, avec pour chaque catégorie une pondération à appliquer à l'encours prêté. Cette pondération va de 0% pour les Etats souverains[4], à 150% pour les contreparties les moins bien notées. Cependant, dans l'approche standard, les pondérations dépendent des notes attribuées à la contrepartie par les agences externes de notation (Standard & Poor's). Le tableau suivant présente une synthèse de la nouvelle matrice de pondération :

	Notation					
Emprunteur	AAA à AA-	A+ à A-	BBB+ à BBB-	BB+ à BB-	Moins de B-	Pas de notation
Souverains	0%	20%	50%	100%	150%	100%
Banques	20%	50%	50%	100%	150%	100%
Entreprises	20%	50%	100%	100% à 150%	150%	100%
Détail immobilier						40%
Autres						75%

Tableau 1: Matrice des pondérations

D'après le document consultatif de Bâle II, le calcul des exigences en fonds propres appelés aussi « capital réglementaire K pour l'approche standard, ne demande aucune estimation, car tous les paramètres sont fixés par le comité de Bâle. L'exigence en capitaux propres est calculée alors d'une manière forfaitaire comme suit :

$$Capital = \left(\sum \mathrm{Exposition} \times \mathrm{pondération}\right) \times 0{,}08$$

Cette méthode n'est pas très appréciée par les banques car elle ne reflète pas vraiment leurs pertes effectives. Le comité de Bâle a donc proposé une seconde approche dite IRB,

[4] On considère que les créances sur les Etats souverains sont sans risque.

basée sur les notations internes des clients afin de mieux se rapprocher de la réalité économique de la banque.

Approche de notation interne IRB

Contrairement à l'approche standard, la méthode IRB est basée sur un système de notation interne caractérisé par les paramètres suivants :

- La probabilité de défaut PD : mesure la probabilité d'occurrence d'un défaut sur une contrepartie donnée, à l'intérieur d'un horizon fixé à un an.
- L'exposition en cas de défaut EAD : correspond au montant dû par la contrepartie au moment où elle défait sur un engagement donné à un horizon fixé. Elle ne tient compte ni des récupérations possibles, ni de la probabilité de survenance de défaut.
- La perte en cas de défaut LGD : est propre à chaque exposition et mesure la part de celle-ci perdue en cas de défaut.
- L'échéance effective ou la Maturité M : la durée nécessaire pour que l'emprunteur fasse défaut.

Cette approche interne est répartie en deux méthodes :

✓ Approche IRB Fondation

La méthode IRB Fondation repose sur des évaluations internes des probabilités de défaillance, les autres paramètres, à savoir la perte en cas de défaut et l'échéance effective sont fournies par les autorités de régulation.

La méthode consiste à calculer les actifs pondérés de risque (RWA) pour chaque classe d'actifs. Ils s'expriment généralement comme suit :

$$RWA = 12{,}5 \times EAD \times K$$

Où K est l'exigence en fonds propres normalisée (pour une exposition d'un Dirham).

K est une fonction des paramètres suivants : PD, LGD et la maturité. Elle dépend aussi de la corrélation R, qui est une fonction de la probabilité de défaut. Pour la catégorie des entreprises, souverains et banques, Bâle II préconise l'utilisation d'une relation entre PD et R la corrélation donnée par :

$$R = 0{,}12 \times \frac{1-e^{-50\times PD}}{1-e^{-50}} + 0{,}24 \times \left(1 - \frac{(1-e^{-50\times PD})}{1-e^{-50}}\right)$$

La formule de K qui représente la pondération du risque crédit est donc la suivante:

$$K = \underbrace{\left[LGD \times \underbrace{N\left[(1-R)^{-0{,}5} \times G(PD) + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0{,}5} \times G(0{,}999)\right]}_{\text{Quantile de Vasicek}}\right]}_{\text{Perte maximale}} - \underbrace{PD \times LGD}_{\text{Perte moyenne}} \times (1-1{,}5\times b)^{-1} \times (1+(M-2{,}5)\times b)$$

Avec

M = Maturité fixée à 2,5 par le comité de Bâle.

LGD = 45% pour les prêts séniors, 75% pour les prêts juniors, 45% pour le risque spécifique de l'obligataire et 100% pour le risque spécifique de l'action

L'ajustement de la maturité est égal à : $b = (0{,}11852 - 0{,}05478 \times \ln(PD))^2$.

G(z) : indique la fonction cumulative inverse pour une variable aléatoire standard normale.

✓ **Approche IRB Avancée :**

La méthode IRB Avancée, contrairement à l'IRB Fondation, est une approche interne basée sur l'estimation de tous les paramètres d'appréciation du risque crédit qui sont PD, LGD et M.

Cette méthode permet de diminuer les exigences en fonds propres et ce par rapport à l'approche standard et à l'approche IRB Fondation.

II.2. Capital économique et risque de marché :

Les fonds propres économiques pour le risque de marché correspondent au montant de fonds propres à mettre en place face à une baisse possible de la valeur des actifs.

Approches retenues par Bâle :

Le comité Bâle présente deux approches pour le calcul des fonds propres, une, standard pour le calcul des fonds propres réglementaires et l'autre interne pour converger vers le capital économique.

✓ **Approche standard :**

Dans le calcul du capital réglementaire requis, Chaque catégorie d'instrument ou classe d'actifs nécessite une méthode de calcul différente, qui consiste toujours à évaluer d'abord une position, puis à calculer le capital requis en appliquant une pondération de 0 à 8% sur cette position.

Risque de taux

-***Obligations :***

- Risque spécifique: calcul individuel pour chaque ligne (courte ou longue) sans compensation même en cas d'émetteur identique.
  - Titres d'Etat: 0% ;
  - Secteur public: 0,25% à 1,60% suivant la durée résiduelle ;
  - Autres: 8% ;
- Risque de marché général: calcul global sur l'ensemble du portefeuille. Deux méthodes sont possibles:
  - Par maturité: des pondérations standards sont définies pour les différentes maturités des positions.[5] ;
  - Par duration: l'établissement calcule individuellement les sensibilités de chacune de ses positions.

Risque sur actions et dérivés actions

- Risque spécifique: 8% des positions individuelles.
- Risque global: 8% de la position nette.

[5] Les pondérations sont présentées en annexe7

Risque de change

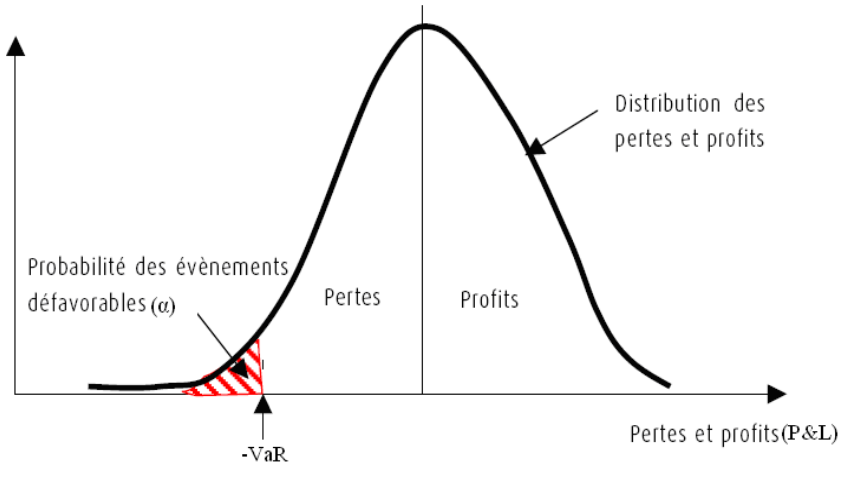
La position nette dans chaque devise est convertie dans la devise de référence. L'exigence en capital est de 8% du total des positions.

✓ **Approche interne :**

Le modèle interne le plus adapté pour évaluer ce risque est la Value at Risque. Ce modèle a pour finalité d'estimer la perte potentielle maximale que peut subir un portefeuille d'actifs dans un horizon de temps et un niveau de probabilité fixés, dans des conditions normales de marché.

Statistiquement, la VaR est définie comme étant un quantile de la distribution des P&L (profits et pertes) théoriques d'un portefeuille résultant des mouvements possibles des facteurs de risque de marché, sur un horizon de temps fixé.

En considérant que les variations de valeur d'un portefeuille sont normales, la VaR peut être exprimée graphiquement, comme suit:



Source: Akimou Ossé (2002)

Figure 3:Représentation graphique de la VaR sous distribution normale

Le calcul de la VaR repose sur la connaissance de la distribution de la fonction P&L (pertes et profits) du portefeuille objet de l'étude. La détermination de cette distribution et les hypothèses dont elle fait objet permettent de distinguer, d'après Arnoult Benoit (2007), trois classes de méthodes de calcul de la VaR.

- ***Méthodes Non-paramétriques*** (méthode historique, méthode Monte Carlo...) ;
- ***Méthodes Paramétriques*** (variances/covariances,..) ;
- ***Méthodes semi-paramétriques*** (théorie des valeurs extrêmes,..).

Dans cette partie, nous assistons à la méthodologie adoptée pour effectuer le calcul de la VaR aux différents types d'actifs selon les principales méthodes adoptées dans notre étude.

- **<u>Approches de calcul de la value at Risk :</u>**

Méthode paramétrique :

La détermination de la VaR paramétrique se fait au moyen d'un calcul analytique relativement aisé en pratique mais sous des hypothèses théoriques assez contraignantes, l'exemple le plus connu d'un tel modèle étant sans doute celui des variances/covariances. Les principales hypothèses simplificatrices sont :[15]

- **La stationnarité** temporelle des facteurs de risque afin d'estimer la moyenne et la volatilité des rendements futurs du portefeuille à partir de données historiques. On vérifie la stationnarité en faisant le test suivant :

Test de la racine unitaire :

Le test de la racine unitaire sert à tester l'hypothèse de la stationnarité de la série ; ce qui revient à tester l'hypothèse $\mathbf{H_0}$: ϕ =1, contre l'hypothèse alternative $\mathbf{H_1}$: ϕ <1.

ϕ étant le coefficient de la régression sur les rendements de notre portefeuille, dont l'équation est la suivante :

$$x_t = \phi \, x_{t-1} + u_t \qquad \text{où } u_t \text{ est un bruit blanc}^6$$

- ✓ Si ϕ =1 alors la variable x_t est une variable intégrée d'ordre 1. C'est le cas du modèle de marche aléatoire sans dérive (sans terme constant), dans ce cas on ne peut dire que la série est stationnaire.
- ✓ Si ϕ <1 alors la série est stationnaire.

[6] Un processus ε_t est qualifié de ***bruit blanc*** si : $E(\varepsilon_t) = 0$; $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$ et $E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau) = 0 \;\; \forall\, t \neq \tau$

Notons que le test de la racine unitaire est un cas particulier du test de Dickey-Fuller augmenté (ADF), et que nous allons effectuer ce test sur le logiciel statistique d'Eviews.

- ❖ **La normalité** des facteurs de risque qu'on teste par le test suivant :

Test de Jarque Bera **:**

Nous allons tester l'hypothèse $\mathbf{H_0}$**:** la distribution est normale contre l'hypothèse alternative $\mathbf{H_1}$ **:** la distribution n'est pas normale.

La statistique repose sur la formule: JB=$\frac{n-k}{6}(S^2+\frac{(K-3)^2}{4})$ suivant la loi de χ_2 à deux degrés de liberté. Où :

n: le nombre d'observations

k: le nombre de variables explicatives si les données proviennent des résidus d'une régression linéaire. Sinon k=0.

S: le Skewnes ou coefficient d'asymétrie (moment d'ordre 3 d'une variable centrée réduite).

K: le Kurtosis ou coefficient d'aplatissement (moment d'ordre 4 d'une variable centrée réduite).

Une loi normale a un coefficient d'asymétrie égal à zéro et un kurtosis égal à trois. On saisit alors que si les données suivent une loi normale, le test s'approche de 0 et on accepte (ne rejette pas) H_0 au seuil α.

- ❖ **La linéarité** de la relation entre les facteurs de risque et la valeur du portefeuille.

Puisque le p&l est fonction de facteurs de risque, l'idée est alors d'utiliser la propriété qui énonce que toute combinaison linéaire de variables normales est normale.

<u>L'application de la méthode paramétrique</u> consiste à suivre les étapes suivantes :

- ✓ Identifier les facteurs de risque du portefeuille ;
- ✓ Calculer les rendements de ces facteurs de risque par l'une des formules du rendement suivantes :
  - rendement logarithmique : $r_t = \ln \frac{f_{t-1}}{f_t}$
  - rendement arithmétique : $r_t = \frac{f_t - f_{t-1}}{f_{t-1}}$

Tel que f_t : valeur du portefeuille à l'instant t ;

- ✓ Calculer la matrice de var-covar (variance-covariance) Σ pour ces rendements ;
- ✓ Poser le vecteur des pondérations de tous les actifs constituant le portefeuille ainsi que sa transposée ;
- ✓ Appliquer la formule : $VaR_{1j,1\%}=(\mu + z_{1\%}*\sqrt{w^t \sum w})*K_t$

Tel que :

-$z_{1\%}$: le quantile correspondant à la loi normale pour le niveau de confiance de 99% , égale alors à 2.33 d'après la table de la loi normale centrée réduite ;

-μ : la moyenne des rendements ;

-K_t : est la valeur du portefeuille à la date t, jour du calcul de la VaR.

Lorsque l'hypothèse de la normalité n'est pas vérifiée, une autre façon de faire est de considérer une autre mesure de risque, une extension de la VaR qui est la Cornish-Fisher, il s'agit d'une relation approximative entre les percentiles d'une distribution et ses moments. Au dire de Stuart et al. (1999), « *un très grand nombre de distributions que l'on retrouve en Statistique tendent vers la normale quand n (le nombre d'observations) se dirige vers l'infini, mais dans des échantillons de moindre envergure, la distribution normale peut laisser beaucoup à désirer. C'est pourquoi il faut recourir à l'expansion de Cornish-Fisher dans ce cas pour approximer les percentiles d'une distribution* ». Cette approximation, basée sur la série de Taylor, recourt aux moments d'une distribution qui dévie de la normale pour calculer ses percentiles. A.stuart, K.Ord et S.Arnold (1999) ont fourni cette approximation jusqu'au quatrième moment d'une distribution. L'approximation de Cornish-Fisher donne alors la formule du quantile comme suit:

$$\tilde{w_\alpha}= z_\alpha +\frac{1}{6} (z_\alpha^2-1)\ AS+ \frac{1}{24} (z_\alpha^3-3z_\alpha)\ EKUR-\frac{1}{36} (2z_\alpha^3-5z_\alpha)\ AS^2$$

L'approche au calcul de la VaR basée sur l'expansion de Cornish-Fisher vise à modifier le multiple associé à la loi normale de manière à intégrer les troisième et quatrième moments de la distribution des rendements. Disons que le multiple modifié au seuil de α % est égal à w_α. Si l'investisseur détient une position en compte dans un titre (*longue position*), on peut alors calculer la VaR du titre à partir de la limite à gauche de l'intervalle de confiance du rendement de ce titre, c'est-à-dire :

$$VaR_{1j,1\%}=(\mu + w_{1\%}*\sigma)*K_t$$

Avec : σ : l'écart type des rendements du titre i

K_t : la valeur du titre à l'instant t de son évaluation

Pour Calculer la Var du portefeuille on agrège l'ensemble des titres composant ce dernier selon la relation suivante :

$$\mathrm{VaR_p}=\sqrt{[VaR_1 \quad VaR_2]\begin{bmatrix}1 & \rho_{12}\\ \rho_{21} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}VaR_1\\ VaR_2\end{bmatrix}}$$

Avec : $\begin{bmatrix}1 & \rho_{12}\\ \rho_{21} & 1\end{bmatrix}$ La matrice de corrélation des rendements des titres.

Méthode non paramétrique :

Le principe général des méthodes non paramétriques d'estimation / prévision de la VaR est que l'on impose a priori aucune distribution paramétrique de pertes et profits. Au-delà de ce point commun, il existe une grande variété de méthodes non paramétriques de calcul de la VaR. La méthode historique reste la méthode la plus utilisée et la plus simple pour estimer des mesures de risque.[15]

✓ Méthode historique :

Elle est fondée sur la distribution empirique des données historiques de rendements. Formellement, la VaR est estimée simplement par lecture directe des fractiles empiriques des rendements passés. Cette approche nécessite aussi des hypothèses, nécessairement l'hypothèse de stationnarité des rendements des facteurs de risque.

La réalisation de cette méthode se fait en suivant les étapes décrites ci-dessous :

- ✓ La reconstitution des N valeurs historiques pour chaque actif constituant notre portefeuille ;
- ✓ Construire les scénarios possibles pour la variation des variables entre aujourd'hui et demain :

  Supposons que l'on soit au jour n. on note la variable X_i la valeur d'une variable de marché au jour i. Le scénario n° i pour cette variable est définie par :

$$X_n \ \frac{X_i}{X_{i-1}}$$

- ✓ Pour chacun des scénarios et pour un intervalle de temps donné on calcul les variations de la valeur du portefeuille. On obtient les N-1 pertes et profits (P&L) qu'on assimile à des pertes même si certaines d'entre elles sont des gains ;

- ✓ La construction implicite d'une distribution empirique grâce aux valeurs obtenues à partir de laquelle on peut extraire le quantile d'ordre α. Pour ce faire, il suffit de ranger les N-1 pertes potentielles {L1,L2,….,LN-1} et de prendre la valeur absolue du $N_{\alpha}^{ème}$ plus petite valeur si N_{α} est entier, sinon on procède par une interpolation linéaire.

Méthode semi-paramétrique :

Parmi les méthodes semi-paramétriques figurent tout d'abord l'ensemble des méthodes et approches qui relèvent de la théorie des valeurs extrêmes (EVT). Il existe deux principales branches de la théorie des valeurs extrêmes : la *théorie des valeurs extrêmes généralisée* et la *loi de Pareto généralisée* (ou l'approche POT - *"peaks-over-threshold"*). L'approche POT permet l'étude de la distribution des pertes excessives au-dessus d'un seuil (élevé), tandis que la théorie des valeurs extrêmes généralisée permet de modéliser le maximum ou le minimum d'un très grand échantillon. (D'après Arnoult Benoit (2007)).

Dans ce qui suit l'hypothèse générale suivie est qu'on calcule la VaR correspondant à un horizon de temps de 1jour et pour un niveau de confiance de 99%.

Conclusion : Dans ce chapitre, on a pu traduire l'importance de la gestion bancaire à travers l'évaluation de tout type de risque selon la réglementation bâloise qui préconise aussi le développement de techniques avancées pour la détermination des fonds propres économiques permettant de restaurer la solidité du système bancaire.

CHAPITRE II :

PRÉSENTATION DES DIFFÉRENTES MÉTHODES D'ALLOCATION DU CAPITAL ÉCONOMIQUE

Introduction : Dans la première partie, nous avons vu que les banques ont pu développer leurs propres techniques de mesure de risques et des capitaux requis. Dans cette partie, nous présenterons les apports et les limites de quelques techniques d'allocation des fonds propres. Nous commencerons par le modèle RAROC, ensuite on passera aux deux techniques, l'approche multicritère et La théorie des options et la création de valeur qui se proposent comme une solution alternative à la technique RAROC. En fin, nous présenterons un modèle d'optimisation jugé le plus objectif et le plus adapté au cas de la CDG capital.

I. Risk Adjusted Return On Capital (RAROC)

Le RAROC est l'une des mesures de performance ajustée au risque, son origine vient du développement des méthodes pour une meilleure gestion du couple rentabilité-risque.

Ce modèle offre une base homogène de comparaison permettant de mesurer l'efficacité et la rentabilité de différentes activités de marché et de crédit [12].

Les principaux objectifs du RAROC sont :

- La comparaison des performances de plusieurs activités ayant des niveaux de risque différents.
- La tarification des clients en fonction des niveaux de risque qu'ils représentent.
- L'aide à la décision d'engagement sur la base du couple Risque-Rentabilité.
- L'allocation efficiente des fonds propres économiques ceci en étant un outil de décision concernant le développement ou la réduction de l'activité d'un département ou d'une activité.

Actuellement, le RAROC peut s'appliquer pour tous les risques économiques et pour toutes classes d'actifs, pour un actif isolé ou pour un portefeuille d'actifs, pour un secteur d'activité donné ou pour les activités de la banque dans leur ensemble [13].

Il se calcule de la manière suivante :

RAROC = {Résultat net – provisions économiques}/fonds propres économiques

= {Résultat net – pertes moyennes}/ pertes inattendues

<u>Les paramètres du modèle:</u>

- **Le résultat net:** il renvoie directement au concept du Produit Net Bancaire (PNB). On peut admettre donc que le résultat net dans le calcul de RAROC n'est rien d'autre que le PNB.

  Analytiquement, le PNB correspond à l'agrégation de trois postes : la marge sur intérêts, les commissions nettes et les produits et charges divers

  La Marge sur intérêts : elle est égale à la différence entre les intérêts reçus des clients et les intérêts payés.

  Les commissions nettes : elles correspondent à la différence entre les commissions reçues de la clientèle et les commissions versées à cette dernière.

  Les produits et charges divers : Correspondent essentiellement aux produits du portefeuille titres de l'établissement ainsi qu'aux opérations de trésorerie et interbancaires.

La détermination du PNB par opération repose sur le calcul de la marge sur intérêts et les commissions liées à cette opération.

- **Les provisions économiques :** Les pertes attendues représentent les provisions économiques dont une banque tient compte pour la tarification de ces produits. Autrement dit, les pertes moyennes correspondent à l'espérance mathématique de la distribution des pertes.

- **Les fonds propres économiques :** les pertes inattendues qui sont présentées dans la partie précédente.

L'instrument RAROC apparaît comme un outil par excellence de comparaison et de sélection des différentes opportunités, il a pour objectif dans ce cas, une production des incitations souhaitées pour orienter la composition du portefeuille vers une allocation optimale.

<u>Exemple :</u>

Supposons qu'on a deux activités A et B, si le RAROC de B s'avère plus grand que celui de A, ceci veut dire qu'il serait plus rentable, compte tenu du risque, d'investir dans B plus que dans A.

Cependant, cet outil ne contribuera pas à la détermination des parts à investir dans chacune des classes d'actifs.

II. L'approche multicritère :

❖ Introduction :

Afin de pallier aux faiblesses liées au modèle réglementaire dans la mesure des risques, plusieurs techniques d'allocation des fonds propres ont vu le jour. La méthode multicritère en fait partie.

Le but de cette allocation réside dans le fait où elle permet de remédier au recours au critère unique de « contribution de risques » pour assurer la répartition des fonds propres par niveaux hiérarchiques, ces fonds propres peuvent être économiques, réglementaires ou comptables et de remplacer ce critère unique par une panoplie de critères, rendant ainsi l'allocation des fonds propres plus objective et plus proche des aspirations des responsables. [17]

❖ Démarche d'allocation des fonds propres au niveau des directions :

La démarche à suivre afin de réaliser cette allocation consiste, dans une première étape, à la construction des « critères » et à l'élaboration du « tableau de performance » pour appliquer par la suite une « procédure d'agrégation multicritère » permettant d'obtenir un rangement des différents « bénéficiaires » (qui sont les directions dans ce cas). La détermination des montants à allouer à chacune des directions est assurée, par la suite, en appliquant différentes formules.

La construction des critères et la détermination des poids qui leur sont associés :

Selon Roy et Bouyssou : « *Un critère vise à résumer, à l'aide d'une fonction, les évaluations d'une « action »* [que ce soient un plan, une solution ou autres, au niveau des directions, divisions ainsi que des transactions], *sur diverses dimensions pouvant se rattacher à un même « axe de signification », ce dernier étant la traduction opérationnelle d'un « point de vue » au sens usuel du terme »*.

La construction des critères est une étape centrale dans l'analyse multicritère. Ces critères doivent satisfaire aux conditions d'exhaustivité, de cohésion et de non redondance.
L'étape qui suit la construction d'une famille cohérente de critères est celle de la détermination des poids ou de l'importance relative des critères. Différentes méthodes de pondération ont été élaborées pour aider à la formalisation des pondérations, la plus simple

mais la plus objective ,sans doute, étant l'attribution directe par le décideur de valeurs aux poids des critères. Des techniques plus sophistiquées existent telle que la détermination des poids des critères par l'utilisation de coefficients ou la méthode du jeu de cartes etc.
Certains critères peuvent avoir une importance telle qu'ils ne peuvent pas être traités de la même manière que les autres. C'est le cas des critères pour lesquels peut s'appliquer la notion de seuil de veto (dont certains correspondent à des exigences réglementaires).

La détermination du tableau de performance :

Une fois qu'on détermine la « famille cohérente de critères » et qu'on attribue des poids aux critères, on procède à l'évaluation des bénéficiaires sur les différents critères retenus. Pour chaque critère on associe une échelle, qui peut être ordinale, d'intervalle ou de ratios, qualitative ou quantitative, et on effectue des évaluations pour les bénéficiaires sur chacune de ces échelles.

L'ensemble de ces données peut être regroupé dans un tableau à deux entrées, appelé « tableau de performances ». Les lignes de ce tableau sont occupées par les bénéficiaires et ses colonnes sont occupées par les critères. Les évaluations de chaque bénéficiaire sur chaque critère peuvent être trouvées directement.

La détermination du « préordre complet » à partir du tableau de performances :

Une fois le tableau de performances est obtenu, on doit utiliser une «procédure d'agrégation multicritère » (PACM) pour établir le rangement des bénéficiaires dans un « préordre complet ». Dans le cadre de la « problématique de rangement », on dispose d'une panoplie de PACM. Nous en citant les techniques PROMETHEE I, PROMETHEE II, ELECTRE II, ELECTRE III et ELECTREIV.

Le choix de la méthode à retenir peut être éclairé par les « informations inter-critères » citant les seuils de discrimination, les seuils de veto, les poids, etc.

Le passage du préordre complet obtenu à une échelle de ratio et l'affectation des fonds propres entre les bénéficiaires :

Afin d'assurer la répartition des fonds propres entre les bénéficiaire, il apparaît opportun de passer d'une échelle ordinale vers une échelle de ratio pour placer ces bénéficiaires.
Ce travail s'effectue par la « technique des cartes » résumée dans les trois étapes suivantes :

✓ La validation du rangement :

Soit un ensemble C d'objets qui ne correspond pas obligatoirement à l'ensemble des bénéficiaires. Chaque objet sera représenté par un carton (qui peut avoir la forme d'un cône, d'un triangle, d'une pyramide ou autres) associé à un bénéficiaire.

Sur les cônes, on peut faire apparaître les « vecteurs de performance ». On attache par des trombones les ex aequo par des paquets qu'on range dans les classes C_1, C_2,…, C_m avec :

C_1 : la classe la plus basse (éventuellement réduite à un seul élément)

.

.

C_m : la classe la plus élevée

Il faut avoir un petit nombre de paquets ordonnés et présentés au décideur afin de valider ou de rectifier le rangement. L'ordre obtenu va être la base de départ pour arriver à l'échelle de ratio.

✓ La détermination d'une échelle d'intervalle à partir du rangement validé :

Une fois le décideur valide le rangement, l'estimation des écarts entre les paquets et leur valeur les uns par rapport aux autres semble nécessaire. En effet, les écarts entre les classes(C_j) ne sont pas forcément égaux.[17]

Si le décideur estime que les écarts sont égaux, une grande partie du problème est résolue, il suffira ainsi de déterminer une échelle de ratio à partir de l'échelle d'intervalle obtenue.

En revanche, si le décideur estime que les écarts ne sont pas égaux, dans un premier temps, il détermine le plus petit écart entre les paquets successifs c'est-à-dire les paquets les plus proches. Ensuite, il va introduire des cartes blanches entre les paquets successifs ; toute carte blanche introduite entre deux paquets permet au décideur d'estimer l'écart entre ces deux paquets qui représente le double du plus faible écart déjà identifié à l'étape précédente.

On arrive ainsi à valider les paquets de cartes et on obtient finalement une échelle d'intervalle.

✓ L'affectation de l'enveloppe budgétaire entre les bénéficiaires à partir de l'échelle de ratio obtenue

Le décideur doit, dans une première étape, donner le rapport entre le montant des fonds alloués à C_m et celui des fonds alloués à C_1, ce rapport est appelé z.

Ensuite, il doit décider si le bénéficiaire correspondant à C_1 aura ou non une part de l'enveloppe budgétaire. Une fois l'information recueillie, la répartition de l'enveloppe budgétaire entre les bénéficiaires se réalise en appliquant les formules suivantes :

Soit $V(C_i)$: Une valeur intermédiaire accordée à la classe C_i. Cette valeur servira pour la détermination des montants définitifs accordés aux bénéficiaires appartenant à cette même classe. Avec :

$$\begin{cases} V(C_1)=1 \\ V(C_2)=1+e_1.\ u \\ . \\ . \\ V\ (C_{r+1})\ \ =V(C_r)\ +e_r.\ u \\ . \\ V(C_m)=z \end{cases}$$

Où :

e_r: nombre de cartes blanches dans l'intervalle $[C_r\ ;\ C_{r+1}\ ]+1$

$u= (z-1)/e$

$e= \sum e_i$

Soit la part des fonds propres $S\ (a_i)$ qui sera allouée au bénéficiaire a_i déterminée par la formule qui suit:

$$\mathbf{S\ (a_i)= FP.\ V(C_r)\ /V}$$

Sachant que $a_i \in C_r$.

Avec :

FP : le montant des fonds propres à répartir entre les bénéficiaires

$V=\sum n_r\, V(C_r)$ où $n_r = |C_r|$

❖ L'allocation des fonds propres au niveau des divisions et des transactions :

Ayant établi une allocation des fonds propres entre les différentes directions selon les critères retenus, le problème de l'allocation des fonds propres va se reposer de nouveau, puisque les fonds propres alloués aux directions doivent être, à leur tour, répartis entre les divisions appartenant à chacune des directions et par la suite entre les transactions. A ce niveau aussi, il est nécessaire de construire une famille cohérentes de critère et ce, pour chaque direction, du fait que les différentes directions ne traitent pas les mêmes opérations et ne s'exposent pas aux mêmes risques et les divisions qu'elles comportent ne peuvent en conséquence être évaluées par les mêmes critères.

La démarche à suivre pour assurer l'allocation est la même que celle employée pour répartir les fonds propres globaux entre les différentes directions.

Comme il a été précisé, Ce modèle a l'avantage de la prise en compte simultanée de plusieurs critères et de permettre au décideur d'assurer une répartition efficace des fonds propres entre les bénéficiaires, tout en lui laissant une marge de manœuvre.
Toutefois, il y'a toujours une part de subjectivité irréductible dans toute démarche multicritère. Pour limiter cette part de subjectivité et pour éviter de créer des sources de contestations, il est conseillé de ne jamais revenir en arrière une fois une étape est validée.
Par ailleurs, l'application de cette méthode devient assez lourde dans les banques ayant une organisation complexe. En effet, si le nombre d'échelons hiérarchique est élevé, le processus de construction de familles cohérentes de critères et la subjectivité cumulée qui en découle, risquent de réduire l'efficacité et l'objectivité de la répartition des fonds propres.
De plus, pour les établissements ayant lourdement investi dans la mise en place de modèles internes sophistiqués de mesure des risques, l'application de ce modèle multicritère ne s'avère utile que sous l'angle où il serait un modèle complémentaire au modèle interne déjà mis en place.

III. La théorie des options et la création de valeur

❖ Introduction

Dans toute procédure d'allocation des fonds propres, l'évaluation des risques et des résultats est particulièrement cruciale. Sans une évaluation correcte et objective de ces deux variables, l'allocation des fonds propres risque de dévier de son but ultime qui réside dans la recherche d'un investissement dont le risque et le rendement sont mesurés au préalable et permettant la maximisation de la valeur de la firme bancaire. Dans ce contexte, la théorie des options, par sa simplicité et par sa flexibilité, offre un cadre d'évaluation à la fois intéressant et pratique. En effet, elle permet d'assurer la création de richesse et l'optimisation de l'allocation des ressources et d'avoir une évaluation en temps continu de la valeur et des performances au niveau global de l'établissement.

❖ La théorie des options comme outil d'évaluation des entreprises

La théorie des options offre une vision renouvelée des problèmes d'investissement, de financement et de refinancement de l'entreprise. Elle permet de décrire le financement en termes d'options en s'appuyant sur une classification des sources de financement en titres de propriété et en titres de créances. Sous certaines conditions, la théorie des options est facilement appliquée à l'évaluation des fonds propres. [17]

Le modèle de Black et Scholes :

Ce modèle a été introduit et développé afin d'évaluer les options européennes sur action en l'absence de distribution de dividendes sur l'actif support. Sa principale caractéristique est qu'il propose des formules analytiques simples et attrayantes. Désignons respectivement par :

S : le prix de l'actif support ;

c : le prix d'une option européenne d'achat ;

E : le prix d'exercice ;

r : le taux d'intêret sans risque ;

σ : la volatilité de l'actif support ;

t : la date d'échéance de l'option ;

N( ) : la fonction de répartition de la loi normale ;

c(S,t) : la fonction prix d'une option d'achat ;

La valeur d'une option d'achat à la date d'échéance est :

$$c(S,t) = Max[0, S-E]$$

Le prix d'une option d'achat présenté par Black et Scholes est :

$$\mathbf{c = S.\ N(d_1) - E.e^{-rt}.\ N(d_2)} \qquad (1)$$

Avec :

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{S}{E}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2})t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

En utilisant la condition suivante pour une option européenne de vente :

$$p(S,t)=Max[0, E-S]$$

Le prix d'une option de vente est :

$$p = -S.N(-d_1)+E.e^{-rt}.N(-d_2) \qquad (2)$$

Les formules du modèle Black et Scholes ont été aménagées pour être applicable dans plusieurs domaines de la finance, tels que la finance de marché et la finance internationale.

Le modèle de Galai et Masulis

Le modèle de Galai et Masulis est une transposition du modèle de Black et Scholes à l'évaluation **des fonds propres** et de **la dette**.

Lorsque la valeur de la société est indépendante de sa structure de capital, la formule utilisée pour l'évaluation d'une option d'achat sur les fonds propres d'une société est la suivante :

$$S = V.\ N(d_1) - E.e^{-rT}.N(d_2) \qquad (3)$$

Avec:

$$d_1 = \frac{Ln\left(\frac{V}{E}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Où :

S : la valeur actuelle des fonds propres ;

V: la valeur économique de l'actif ;

E: le prix de l'exercice de l'option ;

r : le taux d'intérêt sans risque ;

σ^2 : la variance instantanée des variations de la valeur de marché de l'établissement ;

T : la durée de vie de l'établissement.

La formule utilisée pour la détermination de la valeur actuelle de la dette aux taux d'intérêt sans risque s'écrit :

$$D = V - S$$

$$= V.\ N(-d_1) + E.e^{-rT}.N(-d_2) \qquad (4)$$

Démarche d'allocation des fonds propres

Ce modèle est une application directe du modèle de Galai et Masulis, Il consiste, dans une première étape, à Subdiviser l'établissement en centres de responsabilité ou de profit considérés ainsi des entités indépendantes. L'approche adoptée pour assurer cette allocation est une approche « Bottom-up » (allant du sommet jusqu'aux bases de la pyramide hiérarchique). Ensuite, il est nécessaire d'Adapter le modèle d'allocation au modèle de Galai et Masulis pour le rendre applicable au niveau des divisions et des directions.

En effet, l'évaluation du centre de profit en appliquant la relation (3) est la suivante:

$$S = V.\ N(d_1) - E.e^{-rT}.N(d_2)$$

V n'est autre que la valeur actuelle de ses investissements et E n'est autre que la valeur capitalisée des fonds propres reçus qui devraient être remboursés à l'échéance.

Les bénéfices rattachés aux différents investissements d'un centre de profit sont perçus, généralement, en fin de période, et doivent donc être actualisés pour pouvoir représenter la valeur de l'actif économique de ce même centre à l'instant initial. De ce point, l'évaluation de chacun des centres de profit est donnée à partir de la relation suivante :

$$VO_i = I_i.\ e^{-rt}.N(d_{1_i}) - FP_i.\ e^{-r'(T_i - t_i)}.\ e^{-rT_i}.N(d_{2_i}) \qquad (5)$$

Avec :

$$d_{1_i} = \frac{Ln\left(\frac{I_i.e^{-rT_i}}{FP_i.e^{-r'(T_i - t_i)}}\right) + (r + \frac{\sigma^2{}_i}{2})T_i}{\sigma_i\sqrt{T_i}}$$

$$d_{2_i} = d_{1_i} - \sigma_i\sqrt{T_i}$$

Où :

- VO_i : la valeur actuelle du centre de profit i;
- I_i : la valeur économique des investissements du centre de profit i ;
- FP_i : les fonds propres reçus par le centre de profit i (fixé) ;
- r : le taux d'intérêt sans risque ;
- r' : le taux d'intérêt appliqué sur les prêts internes ;
- $\sigma^2{}_i$: la variance instantannée des variations de la valeur du centre de profit i ;

T_i : la durée probable de l'engagement d'une centre de profit i dans ses investissements (la date séparant la date d'évaluation à celle de la fin des engagements du centre de profit i) ;

t_i : le temps séparant la date d'octroi de la dette et celle de l'évaluation du centre i.

En supposant que Les centres de profits ont la possibilité de se financer directement de l'extérieur, alors, et par les règles de la concurrence, les taux r et r' doivent être égaux ; que L'horizon unique est d'une année pour la mesure des divers risques reliés aux transactions effectuées par les différentes divisions, puisque l'allocation des fonds propres se fait généralement une fois par année et aussi que l'évaluation se réalise au début de l'année c'est-à-dire T=1 et t=0, la relation (5) devient :

$$VO_i = I_i\, e^{-r} N(d_{1_i}) - FP_i\, N(d_{2_i})$$

Avec : $$d_{1_i} = = \frac{\mathrm{Ln}\left(\frac{I_i . e^{-2r)}}{FP_i}\right) + (r + \frac{\sigma^2{}_i}{2})}{\sigma_i}$$

$$d_{2_i} = d_{1_i} - \sigma_i$$

Pour procéder à l'allocation des fonds propres selon la structure hiérarchique de l'établissement, deux possibilités se présentent :

- ❖ La première consiste à allouer les fonds propres de façon à satisfaire progressivement les demandes de fonds propres de centres selon les valeurs prises par leurs ratios α_i respectifs où α_i est l'indice de rentabilité relatif à chacun de ces centres i avec : $\alpha_i = \frac{VO_i}{FP_i}$. l'adoption de cette idée risque de diminuer la diversification des activités de la banque et peut mener, en conséquence, à une augmentation du niveau de risque assumé par le bilan de l'entreprise.
- ❖ La deuxième consiste à allouer les fonds propres selon le taux d'allocation :$\frac{\alpha_i}{\sum \alpha_i}$

A coté des avantages liés à ce modèle, plusieurs limites peuvent lui être adressées. En effet, cette approche d'allocation des fonds propres se traduit par une priorité accordée à la maximisation de la rentabilité aux dépens de la diversification. Par ailleurs, Les hypothèses faites simplifient le modèle mais limitent l'efficacité recherchée dans le processus de l'allocation ce qui nous pousse à chercher encore des modèle encore plus objectifs.

IV. Modèle d'optimisation :

Le but principal de l'allocation des fonds propres économiques est de maximiser le rendement global de la banque tout en limitant le risque.

Pour ce fait, il existe plusieurs modèles d'optimisation simple du type Markowitz. Celui-ci à un double objectif : minimisation du risque et maximisation du rendement. On peut traduire ce fait par le modèle suivant:

$$\begin{cases} \underset{X}{\text{Max}} \quad E\,\{\text{rendement}(X)\} \\ \text{S.t} \quad \text{Risque (Rendement}(X)) \leq V_{max} \\ \quad X^T 1 = 1 \\ \quad X \geq 0 \end{cases}$$

Il existe trois mesures de risque pour ce genre de modèle :

- Variance : mesure l'incertitude placée sur la variable aléatoire en occurrence notre rendement.
- VaR : mesure la perte qui ne devrait être dépassée qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné.
- CVaR : la moyenne des pertes qui peuvent se réaliser dans les α % pires cas.

❖ Le rendement espéré d'un portefeuille :

Le rendement espéré d'une classe d'actifs est le rendement attendu de cette classe après une période donnée (1jours, 1an…), ainsi le rendement espéré d'un portefeuille global est la moyenne pondérée des rendements espérés de toutes les classes composant ce portefeuille :

$$E\,(R_p) = E\,(\textstyle\sum_{i=1}^{C} X_i\, R_i) = \sum_{i=1}^{C} X_i\, E(R_i)$$

Tel que :

Ri : le rendement de chaque classe i

Rp : le rendement du portefeuille global

Xi : la part à investir dans chaque classe i

❖ **Risque encouru par le portefeuille :**

Le risque est dû à l'incertitude des marchés et aux changements imprévisibles des économies. Il mesure la dispersion ou variabilité de la rentabilité potentielle par rapport à la rentabilité espérée (rentabilité moyenne).

Le risque, dans notre cadre d'étude, représente les pertes inattendues que peut subir un portefeuille donné. Ce risque est quantifié par les fonds propres économiques et comme on a vu précédemment, la mesure adaptée à celui-ci est la Value at Risque.

La répartition des portefeuilles entre risques et rendements sera ainsi la question systématique qui devrait se poser. Ce qui nous amène à la notion de « frontière efficiente ».

❖ **La notion de sélection de portefeuille et de frontière efficiente :**

Chaque couple possible d'actifs peut être représenté par un graphique risque/rendement, ainsi nous pourrons construire une multitude de portefeuilles différents. Cet ensemble de portefeuilles formera graphiquement un nuage de point.

Pour chaque rendement, il existe un portefeuille qui minimise le risque. À l'inverse, pour chaque niveau de risque, on peut trouver un portefeuille maximisant le rendement attendu. L'ensemble de ces portefeuilles est appelé frontière efficiente ou frontière de Markowitz.

Cette frontière est croissante par construction.

Le modèle peut donc être représenté comme suit :

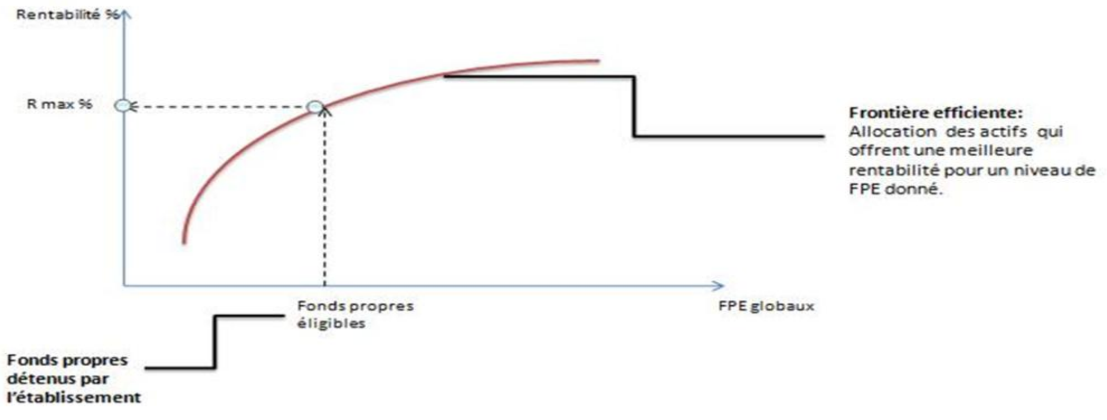


Figure 4:Courbe d'efficience liant "Rentabilité/Risques"

Ainsi pour compléter le modèle et avoir un seul couple rentabilité risque optimal, on doit déterminer des contraintes tout d'abord pour limiter le risque et ensuite pour affiner les résultats.

Le couple rentabilité-risque optimal définit la meilleure composition du portefeuille globale. Cependant, il alloue pour chaque classe une part à investir et puisque les fonds propres économiques sont fonction de l'exposition des classes d'actifs, le modèle permettra en même temps l'allocation de ces fonds entre les classes.

Le modèle de maximisation sous contraintes, comme on a pu le remarquer, représente l'approche la plus objective pour une allocation optimale des fonds propres économiques. Il ne nécessite aucun critère qui doit être préalablement définit et toutes les contraintes imposées sont soient réglementaires ou basiques.

Conclusion : Dans ce chapitre, nous avons proposé quatre modèles d'allocation du capital économique à savoir : le RAROC, l'approche multicritère, la théorie des options et la création de valeurs ainsi que le modèle d'optimisation. Comme nous avons pu le constater, les trois premiers modèles ne permettent pas une allocation objective et exacte contrairement au dernier qui fera l'objet de notre application dans la partie suivante.

Chapitre III:

Application du projet d'allocation des fonds propres au sein de la CDG Capital

Introduction : Le modèle d'optimisation comme nous l'avons vu dans la partie précédente permet une détermination des parts du capital économique à allouer à chacune des classes d'actifs. Ainsi pour appliquer ce modèle au sein de la CDG capital, nous avons procédé à déterminer dans un premier temps les différentes composantes de ces modèles à savoir les FPE-risque de crédit et risque de marché, les FPE globaux, les espérances de rendements ainsi que le ratio de solvabilité, afin de résoudre le modèle.

I. Aperçu général sur la réalisation du projet :

I.1 Définition du projet:

Le projet d'allocation des fonds propres économiques, qui nous a été confié lors de notre stage, consiste en une maximation du rendement global de la banque tout en limitant les risques quantifiés par les FPE de ses activités.

Le choix de ces fonds propres économiques contrairement à ceux réglementaires réside dans le fait que leur détermination se fait via des modèles qui prennent en compte les divers risques et leur interdépendance pour offrir une estimation plus fiable du risque réel assumé par la banque. Ces modèles permettent d'estimer les pertes maximales sur des portefeuilles de marché et de crédit, sur un horizon et à un seuil de confiance donnés.

On nous a confié pour mission ce projet pour une première réalisation afin de permettre une distribution optimale des fonds propres économiques aux activités majeures de la banque et donc à tout type d'investissement qui leur serait proposé.

De ce fait, ils assurent à la fois la durabilité et la consistance de l'allocation selon les contreparties traitées.

I.2 Modèle d'allocation:

Suite aux avantages et inconvénients des approches d'allocation présentées dans le chapitre précédent, le modèle d'optimisation se montre le plus adapté à la CDG Capital et le plus objectif d'entre elles.

Ce modèle d'allocation vise à maximiser le rendement global espéré en 2011 tout en restant dans les limites du risque encouru quantifié par les FPE globaux.

Il se traduit comme suite :

Max E (R) = ∑ Xi E (Ri)

Sous contrainte :

- **FPE globaux ≤ FP éligibles**
- **Total bilan cible = ∑ Xi**
- **Ratio de solvabilité**

Tel que :

Xi = exposition future de chaque classe d'actifs

E(R) = rendement espéré

FP éligibles = fonds propres prudentiels cible de la banque

Total bilan cible = passif cible de l'année concernée par l'allocation

Ratio de solvabilité <=> [FP éligibles / ∑ X(i) x pondération réglementaire[7](i)] ≥12%

<=> FP éligibles ≥ fonds propres réglementaires

[7] Pondérations réglementaires en annexe

❖ Justification des contraintes du modèle :

Les trois contraintes choisies pour le modèle d'optimisation sont des contraintes de base, réglementaires et indispensables :

1ère contrainte : FPE globaux $\leq$ fonds propres éligibles

Le capital économique correspond aux capitaux propres nécessaires pour couvrir les risques inattendus. C'est donc une mesure du risque et non des capitaux propres effectivement détenus.

Pratiquement, il est calculé sous une certaine probabilité pour représenter le montant de capitaux propres telle que la banque soit assurée de rester solvable sur une certaine période.

Ainsi les fonds propres qui serviront à couvrir ces risques quantifiés par le capital économique sont les fonds propres détenus par la banque. Ce qui justifie que ces derniers doivent toujours être supérieurs aux fonds propres économiques nécessaires pour faire face aux pertes exceptionnelles afin que la banque soit solvable.

2ème contrainte : Total bilan cible = $\sum$ Xi

Le total des expositions futures de toutes les classes d'actifs représente l'actif du bilan de la banque. Pour respecter l'équilibre actif-passif du bilan il faut que le total bilan cible, représenté dans ce cas par le total passif cible, soit égale à la somme des actifs.

3ème contrainte : Ratio de solvabilité :

Les banques se doivent d'être d'une grande solidité financière compte tenu des effets de l'insolvabilité éventuelle d'une banque sur la stabilité financière de tout le système.

Cette solidité financière sera essentiellement mesurée par le fait que la banque a des ressources propres pour pouvoir faire face aux risques éventuels liés à ses actifs.

Le ratio de solvabilité bancaire, fixe une limite à l'encours pondéré des prêts accordés par un établissement financier en fonction de ses capitaux propres. Le niveau d'engagement des banques est ainsi limité par leur propre solidité financière.

❖ **Condition de réalisation :**

La mise en place du modèle d'allocation des fonds propres nécessite :

- La définition de l'environnement d'investissement : stratifier les emplois du bilan en classes d'actifs auxquelles on va allouer les Fonds Propres Economique (FPE),
- La définition d'un modèle interne de notation des contreparties auxquelles est exposée la CDG Capital,
- La construction des modèles internes de fonds propres économiques :
  - ✓VaR – risque crédit
  - ✓VaR – risque marché
- La construction des modèles d'estimation des rendements espérés des classes d'actifs,
- L'adaptation du modèle d'optimisation à la CDG Capital

I.3 Environnement d'investissement:

L'environnement d'investissement de la CDG Capital choisi pour l'allocation regroupe les classes d'actifs suivantes :

I.3.1 Classes d'actifs :

- **Crédit long terme :**

Le crédit à long terme permet le financement de la construction immobilière, de la création ou de l'extension des entreprises industrielles. Ce genre de crédit est accordé généralement aux grandes entreprises, servi avec différents types de taux :

- Taux fixe
- Taux révisable
- Taux variable

- **Crédit court terme :**

Les crédits bancaires à court terme ont pour objet d'assurer l'équilibre de la trésorerie de l'entreprise. La durée de ces crédits est inférieure à l'exercice comptable, mais ils peuvent être reconduits chaque année après réexamen par la banque de la situation financière de l'entreprise. Contrairement au crédit long terme, celui-ci est souvent servi à taux fixe.

- **Obligataire transaction et placement public :**

Il s'agit d'un type d'obligations appelé aussi « bons de trésor ». Celles-ci sont des valeurs mobilières, plus précisément des titres de créance représentatifs d'emprunts. Les bons de trésor sont des obligations à coupons annuels émises par l'Etat. La valeur de cette créance est le montant nominal inscrit sur le titre. C'est ce montant, appelé encore « valeur faciale » ou « principal », que l'emprunteur devra rembourser au détenteur du titre.

L'intérêt payé par l'émetteur rémunère périodiquement le service rendu par le prêteur. Les sommes versées ou coupons sont calculés en multipliant le nominal du titre par le taux d'intérêt nominal, encore appelé « taux nominal » ou « taux facial ».
La maturité ou la durée de vie d'un titre obligataire est la période de temps qui sépare une date donnée (celle d'émission), et l'échéance finale.

- **Obligataire transaction et placement privée :**

Au contraire d'une obligation d'Etat, l'obligation privée, appelée aussi « dette privée », est émise par une société privée. Toutefois les obligations privées ont un risque plus élevé que les obligations d'Etat, car l'émetteur est par nature plus risqué. Ce risque se traduit par un taux d'intérêt plus élevé qu'un emprunt d'Etat.

- **Action transaction et placement :**

L'action est un titre sans maturité, généralement échangée sur des marchés. Elle confère à son détenteur la propriété d'une partie du capital, avec les droits qui y sont associés : intervenir dans la gestion de l'entreprise et en retirer un revenu appelé dividende.
Le prix auquel s'échangent les actions sur les bourses est appelé le cours de bourse et celui-ci varie selon l'offre et la demande.

- **Change :**

Comme toute opération de vente ou d'achat, les opérations de change nécessitent un prix. Les cotations fournissent un cours d'achat et un cours de vente permettant la réalisation de deux types d'opérations : la vente (Ask) de devise, et l'achat (Bid) de devises. Le Spread d'une cotation est la différence entre l'Ask et le Bid. Quand une banque cote un prix à un client, ou à une autre banque elle a comme profit le Spread.

Le change au comptant (spot) : Le marché au comptant consiste en l'achat ou la vente d'une devise contre une autre par un cambiste ou trader à un prix fixé aujourd'hui (j) et dont la livraison se fera dans deux jours (j+2).

Le change à terme: Un contrat de change à terme, est un accord d'échange à une date future, d'un montant dans une devise donnée contre un autre libellé dans une autre devise, à un cours de change fixé d'avance.

I.3.2 Risques encourus par classe d'actifs :

	Risque Marché	Risque Crédit/Risque spécifique
Activité crédit		
crédit long terme		×
crédit court terme hors(EC)		×
crédit court terme EC		×
Activité marché		
Obligataire Transaction et placement Etat + OB garantis par l'Etat	×	
Obligataire Transaction et placement Privé	×	×
Action Transaction et placement Privé	×	×
Desk change	×	

Tableau 2: Risques encourus pour chaque classe d'actifs

Les agrégats globaux qui vont être concernés par cette allocation sont :

Les crédits à court et long terme qui encourent un risque de crédit seulement ; ensuite l'obligataire-Etat et change qui encourent un risque de marché comme toute autre activité de marché sauf que pour les classes obligataire privé et action, il s'ajoute un risque spécifique lié à la défaillance de l'émetteur.

Par la suite et afin d'incrémenter le modèle et de résoudre le problème de maximisation, il parait opportun de mettre le point sur les différentes composantes de ce modèle à savoir dans un premier temps le calcul de fonds propres économiques, ensuite le calcul du ratio de solvabilité et enfin le calcul des rendement espérés des classes d'actifs présentés ci-dessous.

II. Calcul des FPE-globaux:

II.1 calcul des FPE-risque crédit

A partir de ce qui précède, le risque crédit est présent dans cinq principales classes d'actifs à noter : les crédits à court et long terme, les actions ainsi que les obligations privées.

Les FPE-risque crédit sont déterminés à partir de la VaR crédit. Celle-ci, comme on l'avait mentionné dans le premier chapitre, peut être estimée à partir du simple modèle de Vasicek retenu par le comité Bâle dans son approche avancée.

Afin de converger vers des fonds propres économiques, on a utilisé l'une des approches avancées de Bâle, celle de **l'IRB-Fondation** qui repose sur des évaluations internes des probabilités de défaillance seulement, les autres paramètres, à savoir la LGD, EAD et M, sont fournis par les autorités de régulation.

Cependant, l'étape majeure pour déterminer les FPE pour ce type de risque est d'estimer la probabilité de défaut de chacune des cinq classes d'actifs.

II.1.1 Probabilité de défaut :

L'estimation des probabilités de défaut des contreparties nécessite un historique bien fondé, dans le cas échéant des modèles doivent être développés à partir des notations internes, de ces contreparties, propres à la CDG Capital.

- **PD – Portefeuille « obligataire privée» :**

La probabilité de défaut d'une entreprise peut être estimée à partir des obligations qu'elle a émises selon la relation suivante:[9]

$$PD = S / LGD$$

Où S est le spread entre l'obligation risquée et l'obligation sans risque équivalente et LGD est la perte en cas de défaut.

L'hypothèse, sur laquelle est basée cette estimation de PD, est que seule la possibilité du défaut explique la différence entre une obligation risquée et une obligation Etat.

- **PD – Portefeuille « Actions » et « Prêts »**

La banque, ne disposant pas d'un historique assez large des PD de chacune des contreparties, les probabilités de défaut de ces portefeuilles ne peuvent être estimées qu'à partir des notations internes de celles-ci.

Il existe plusieurs modèles d'estimation des PD, ceci nécessitera toutes les données historiques et spécifiques à chacune des contreparties.

Cependant, pour y remédier, nous avons proposé de faire une identification entre les notations internes de la CDG Capital et les PD de Standard & Poor's et ceci en translatant la Grille de notation de S&P au niveau de la notation de l'Etat Marocain (BBB-)[8].

II.1.2 Paramètres du modèle de calcul des FPE- risque crédit :

La méthode de calcul des probabilités de défaut étant déjà présentée, il nous reste à déterminer les autres paramètres fixés par les autorités de régulation[9] dans le cas de l'approche IRB-F.

[8] La méthode d'identification est propre à la CDG Capital, pour ceci les étapes ne seront pas présentées dans le rapport en raison de confidentialité.
[9] Les paramètres de l'approche IRB-F sont fixés par le Comité Bâle dans le « Dispositif du Comité Bâle sur le contrôle bancaire – convergence internationale de la mesure et de normes de fonds propres »

- <u>**Estimation des paramètres pour le calcul des FPE: Cas des obligations**</u>

EAD	Elle est égale à la valeur comptable du portefeuille
LGD	Par défaut, la LGD des obligations est fixée à 45% La LGD de la classe est la moyenne des LGD pondérée par les expositions des obligations.
M	Fixée à 2,5
PD	Les étapes de l'estimation des PD : - Calcul des spread des obligations à taux au-dessus de celui de l'Etat **Spread = Taux obligataire (Maturité initiale)- Taux Etat (Date d'émission obligataire; Maturité initiale)** - Calcul des PD à partir des spread : **PD= spread/LGD** - La PD moyenne de la classe d'actifs est la moyenne pondérée des PD de chaque obligation :

SI | =SOMMEPROD(C3:C17;D3:D17)/C18

	A	B	C	D
1	obligataire privé			
2	contreparties	spread	expositions	PD
3	A	0,63978%	50639045,36	1,42173%
4	B	0,59480%	46937759,55	1,32178%
5	C	0,52550%	98178497,40	1,16778%
6	D	0,32000%	100211571,72	0,71111%
7	E	1,19958%	51215697,95	2,66573%
8	F	0,49670%	30516547,71	1,10378%
9	G	0,45340%	81715357,05	1,00756%
10	H	0,49920%	71790298,81	1,10933%
11	I	0,70810%	31218818,54	1,57356%
12	J	1,01650%	40620869,40	2,25889%
13	K	1,37650%	105255644,98	3,05889%
14	L	1,10110%	61632435,04	2,44689%
15	M	1,10000%	45223322,87	2,44444%
16	N	0,70650%	53500849,17	1,57000%
17	O	1,28000%	101685729,65	2,84444%
18			970342445,20	=SOMMEPROD(C3:C17;D3:D17)/C18

Tableau 3: Calcul des FPE-Obligations

- **<u>Estimation des paramètres pour le calcul des FPE: Cas des actions</u>**

LGD	Par défaut, la LGD des obligations est fixée à 100% La LGD de la classe est la moyenne des LGD pondérée par les expositions des actions.
EAD	Elle est égale à la valeur comptable de portefeuille
M	Fixée à 2,5
PD	Les étapes de l'estimation des PD : - Identification des notations internes au PD de S&P - Affectation des PD aux types de contrepartie du portefeuille - Calcul de la PD moyenne pondérée :

actions placement et transaction			
contreparties	score	PD	expositions
banque	B	1,984%	405000
GE	B1	1,62%	220000
GE	B1	1,62%	113294
GE	B1	1,62%	620000
total			1358294
PD	=SOMMEPROD(H8:H11;I8:I11)/I12		

Tableau 4:Calcul des FPE- Actions

- **<u>Estimation des paramètres pour le calcul des FPE: cas des « prêts »</u>**

LGD	Par défaut, la LGD des prêts séniors est égale à 45% et celle des prêts juniors est égale à 75%. La LGD de la classe est la moyenne des LGD pondérée par les expositions des prêts.
PD	l'estimation des PD se fait de la même manière que pour la classe d'actif actions transaction et placement:

crédit court terme EC			
contreparties	score	PD	expositions
Etablissement de crédit	C2	7,22%	160 000 000,00

crédit court terme hors EC			
contreparties	score	PD	expositions
GE	B1	1,62%	60 000 000,00
Particuliers		11,47%	100 000 000,00
total			160 000 000,00
PD			7,78%

crédit long terme			
contreparties	score	PD	expositions
Grande entreprise	B1	1,62%	956500000

Tableau 5:Calcul des FPE-Prêts

En effectuant ces estimations, on obtient la pondération en fonds propres économiques du risque de crédit pour chacune des classes selon la relation suivante :

$$\%K = [LGD \times N[(1-R)^{-0,5} \times G(PD) + \left(\frac{R}{1-R}\right)^{0,5} \times G(0,999)] - PD \times LGD] \times (1-1,5\times b)^{-1} \times (1+(M-2,5)\times b)$$

Avec :

$$R = 0,12 \times \frac{1-e^{-50\times PD}}{1-e^{-50}} + 0,24 \times (1 - \frac{(1-e^{-50\times PD})}{1-e^{-50}})$$

Et,

$$b = (0,11852 - 0,05478 \times \ln(PD))^2$$

On introduit toutes les relations sur Excel en l'incrémentant avec les données nécessaires, ainsi les calculs sont donnés de la manière suivante :

SOMME | =(D6*LOI.NORMALE.STANDARD((1-E6)^-0,5*LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE(C6)+(E6/(1-E6))^0,5*

	A	C	D	E	F	G	H
1							
2		Calcul des FPE Crédit					
3	Classes	PD	LGD	R	b	%FPE	Coût FPE Crédit
4	crédit long terme hors (EC)	1,620%	45,00%	0,173382968	0,11858651	8,646%	82 695 044,13
5	crédit court terme hors (EC)	7,776%	63,75%	0,122458046	0,06678781	19,908%	31 851 845,52
6	crédit court terme EC	7,220%	45,00%	0,123246222	0,06890578	=(D6*LOI.NORMALE.STANDARD((1-E6)^-0,5*LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE(C6)+(E6/(1-E6))^0,5*LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE(0,999))-D6*C6)*(1-1,5*F6)^-1	
7	Obligataire Transaction et placement Etat + OB garantis par l'Etat	-	-	-	-		
8	Obligataire Transaction et placement Pr	1,803%	45,00%	0,168714187	0,11458208		
9	Action Transaction et placement Privé	1,729%	100,00%	0,170563256	0,11615254		
10	Desk change	-	-	-	-		
11						LOI.NORMALE.STANDARD(z)	
12			3 397 544 510,25	407 705 341,23			

Figure 5:Résultats obtenus pour le calcul des FPE-risque crédit

Ainsi sommairement, la pondération en capital économique pour chacun des portefeuilles concernés par le risque crédit est:

Portefeuilles	**% en capital économique**
Prêts long terme hors (EC)	8,64%
Prêts court terme hors (EC)	19,90%
Prêts court terme EC	13,66%
Obligataire privée	8,92%
Action	19,58%

Tableau 6:Aperçu général sur la pondération en capital économique de tous les portefeuilles

II.2 Calcul des PFE-risque marché :

II.2.1 Calcul de la VaR du portefeuille « action » :

Le portefeuille action est présenté dans le tableau suivant :

valeurs	Quantités	poids
A	550	0,16511558
B	250	0,07505254
C	1531	0,45962174
D	1000	0,30021015

Tableau 7: présentation du portefeuille «action »

Il est composé comme nous venons de voir de quatre actions. Les cours pris en compte sont ceux de la clôture téléchargés du site de la bourse de Casablanca. La principale source du risque pour ce portefeuille réside dans la fluctuation des prix de ces actions. On peut supposer dans ce cas que la variation des cours est le seul facteur de risque pour ce type d'actifs.

❖ **VaR historique :**

Avant de commencer les calculs, la vérification des hypothèses de stationnarité est une étape primordiale. Nous avons choisi l'action «A» pour illustrer ce résultat.

Vérification de l'hypothèse de stationnarité :

On vérifie la stationnarité des rendements sur les cours de l'action par le test de Dickey-fuller[10]

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-25.06904	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443228	
	5% level	-2.867112	
	10% level	-2.569800	

Tableau 8:Test sur la stationnarité du rendement de « A »

La valeur absolue de la statistique (|-25.06904|) est supérieure à la valeur critique correspondant à 1% (-3,443228). On en déduit que la série est stationnaire.

Le test donne des résultats identiques concernant les autres actions présentées dans l'annexe1.

[10] Tous les résultats des tests sont obtenus par le logiciel EVIEWS

L'application de cette VaR consiste dans un premier temps à calculer les scénarios des cours ainsi :

$$\text{Scénario i} = Cours_i \; \frac{Cours_i}{Cours_{i-1}}$$

Par la suite, on calcule la valeur du portefeuille à partir d'une somme pondérée des cours et des poids correspondants à chaque titre.

Le résultat obtenu est schématisé dans la figure suivante :

jour	date	B	A	C	D
jour0	02/01/2009	1500	198	110,95	560
jour1	05/01/2009	1500	200	104,3	550
jour2	06/01/2009	1410	198,95	98,06	540
jour3	07/01/2009	1494	188,7	98	530
jour4	08/01/2009	1479	193	98	538
jour5	09/01/2009	1450	195	99,1	550
jour6	12/01/2009	1420	191,1	99	540
jour7	13/01/2009	1400	190	96	548
jour8	14/01/2009	1400	195	98,9	540
jour9	15/01/2009	1480	199	98	549
jour10	16/01/2009	1480	204	96,5	530
jour11	19/01/2009	1392	201,95	100	540
jour12	20/01/2009	1392	197	98,3	531

le jour 500 correspond à la date du calcul de la Value at Risk. L'idée est maintenant de calculer les possibilités d'évolution du portefeuille

scénario	B	A	C	D
1	1620	403,535354	69,5646688	608,928571
2	1522,8	397,402625	69,5727709	608,727273
3	1716,510638	378,917567	73,9547216	608,518519
4	1603,73494	408,603604	74	629,358491
5	1588,235294	403,639896	74,8306122	633,828996
6	1586,482759	391,51	73,925328	608,727273
7	1597,183099	397,200419	71,7575758	629,185185
8	1620	410,013158	76,2354167	610,948905
9	1712,571429	407,694872	73,3265925	630,333333
10	1620	409,537688	72,8673469	598,542805
11	1523,675676	395,485417	76,6839378	631,698113
12	1620	389,707848	72,742	609,666667
13	1686,336207	397,472081	75,2797558	630,508475

l'Etape suivante est le calcul de la valeur du portefeuille à valeur du jour500, puis par la suite trier les p$ L selon un ordre

Valeur du portefeuille	P $ L	trie de P $ L
1342376,52	-27861,9	-64735,3203
1314514,63	44760,89	-58680,6251
1359275,52	9042,689	-58386,9361
1368318,21	-862,7773	-54622,9412
1367455,43	-33597,29	-52831,8405
1333858,14	22943,9	-52252,2232
1356802,04	1370,526	-47021,3978
1358172,56	36798,82	-43856,7009
1394971,38	-54622,94	-43688,2184

VaR	52263,8156

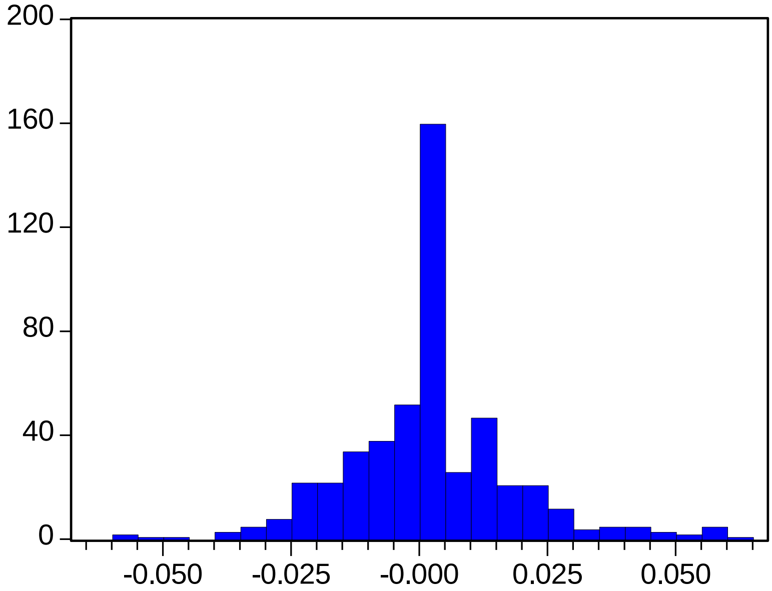
Figure 6:Etapes de calcul de la VaR historique

❖ VaR paramétrique

La stationnarité étant vérifiée dans ce qui précède ; l'hypothèse principale qui reste à prouver est celle de la normalité des rendements.

Vérification de l'hypothèse de la normalité :

Pour cela ; le test de Jarque-Bera par E-views pour les rendements de l'action A nous donne :



Series: A	
Sample 1 500	
Observations 500	
Mean	0.001543
Median	0.000000
Maximum	0.060000
Minimum	-0.060000
Std. Dev.	0.016675
Skewness	0.483107
Kurtosis	5.159564
Jarque-Bera	116.6101
Probability	0.000000

Figure 7:Test de Jarque Bera pour les rendements de « A »

Ce test montre l'invalidité de l'hypothèse de normalité pour cette action. Il donne des résultats identiques explicités dans l'annexe 2 concernant les autres actions.

D'après la figure ci-dessus représentant l'histogramme des rendements de l'action «A », nous remarquons que le skewness est supérieur à zéro (0,483107), ce qui veut dire que la densité de la distribution des rendements du portefeuille s'étale vers la droite. Ce constat est affirmé par l'allure de l'histogramme. Ainsi, on peut affirmer que la distribution des rendements de notre portefeuille fait l'objet d'une asymétrie positive.

En ce qui concerne le kurtosis, on constate qu'il est égal à 5,159564 ce qui est supérieur à 3. Nous sommes donc confrontés au cas d'une distribution nettement leptokurtique, c'est-à-dire qu'elle présente des queues épaisses, en comparaison avec la distribution normale.

On trouve aussi que la statistique de Jarque-Bera est égale à 116,6101 ce qui est donc fortement supérieure à 5.9915. La statistique de Jarque-Bera nous incite à penser alors à ce que la distribution des rendements de notre portefeuille dévie fortement de la normale.

Pour corriger la non normalité, l'alternative serait d'utiliser les quatre premiers moments pour estimer la distribution du rendement à l'aide du développement de Cornish-Fisher.

Hypothèse de La linéarité des facteurs de risques

La linéarité des facteurs de risque parait intuitive puisque la principale source du risque pour ce portefeuille reste la fluctuation des prix de ces actions.

Le résultat de l'application de la méthode **paramétrique** est illustré dans la figure suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	jour	date	B	A	C	D	rendement	B	A	C	D
2	jour0	02/01/2009	1500	198	110,95	560		0	0,01010101	-0,05993691	-0,01785714
3	jour1	05/01/2009	1500	200	104,3	550		-0,06	-0,00525	-0,05982742	-0,01818182
4	jour2	06/01/2009	1410	198,95	98,06	540		0,05957447	-0,05152048	-0,00061187	-0,01851852
5	jour3	07/01/2009	1494	188,7	98	530		-0,01004016	0,02278749	0	0,01509434
6	jour4	08/01/2009	1479	193	98	538		-0,01960784	0,01036269	0,01122449	0,02230483
7	jour5	09/01/2009	1450	195	99,1	550		-0,02068966	-0,02	-0,00100908	-0,01818182
8	jour6	12/01/2009	1420	191,1	99	540		-0,01408451	-0,00575615	-0,03030303	0,01481481
9	jour7	13/01/2009	1400	190	96	548		0	0,02631579	0,03020833	-0,01459854
10	jour8	14/01/2009	1400	195	98,9	540		0,05714286	0,02051282	-0,0091001	0,01666667
11	jour9	15/01/2009	1480	199	98	549		0	0,02512563	-0,01530612	-0,03460838
12	jour10	16/01/2009	1480	204	96,5	530		-0,05945946	-0,01004902	0,03626943	0,01886792
13	jour11	19/01/2009	1392	201,95	100	540		0	-0,02451102	-0,017	-0,01666667
14	jour12	20/01/2009	1392	197	98,3	531		0,04094828	-0,00507614	0,017294	0,01694915
15	jour13	21/01/2009	1449	196	100	540		0	0,0005102	0	0,01851852
16											
17	Corrélation	B	A	C	D			B	A	C	D
18	B	1	0,04763	0,0449971	-0,025878869		SKE(asymétrie)	0,170654	0,483107	0,297641	0,044822
19	A	0,04763028	1	0,04011512	0,045162481		Kurt(applatissement)	9,409342	5,159584	5,349198	4,064972
20	C	0,0449971	0,040115	1	0,031594634		w(à 1%)	-4,38969199	-3,08952476	-3,32472479	-3,24297406
21	D	-0,02587887	0,045162	0,03159463	1		σ	0,0142467	0,01667497	0,01780001	0,02241944
22							µ	0,00025512	0,00154276	-0,00065193	0,00045434
23							Pertes	-0,06228351	-0,04997498	-0,05983208	-0,07225131
24							Valeur du titre(10/05	405000	219725	113294	620000
25							VaR du titre	-25224,8201	-10980,7531	-6778,61585	-44795,8099
26							VaR du portefeuille	53501,0456			
27											

Figure 8: Etapes de calcul de la VaR paramétrique

Ainsi sommairement la perte maximale à atteindre pour le portefeuille action est:

Séance	**VaR à 1 jour**
31/12/2010	VaR historique=52263,8156 Dhs
31/12/2010	VaR paramétrique=53501,0456 Dhs

Tableau 9:VaR obtenues pour le portefeuille -Actions

La VaR historique est légèrement inférieure à celle paramétrique suite à la non normalité des rendements des actions d'une part et de la corrélation minime entre ces derniers d'autre part.

II.2.2 Calcul de la VaR du portefeuille obligataire:

II.2.2.1 Bons de trésor

Le portefeuille sujet d'étude dans cette partie est un portefeuille contenant 289 bons de trésor de valeur faciale 100 000 DHS au taux 3,8%, sur 5ans émis le 16/11/2009.

❖ **VaR historique**

Pour valoriser les bons de trésor, on travaillera avec les taux zéro-coupons[11] au lieu des taux in fine[12] pour faciliter les calculs. Ceci se fait de la manière suivante :

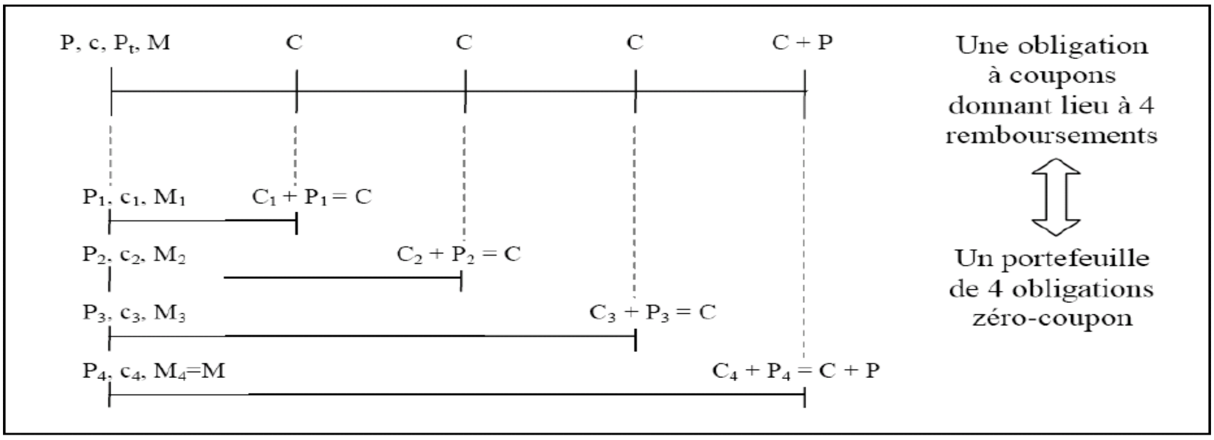


Figure 9:Transformation d'une obligation à coupons en obligations zéro-coupon[13]

---

[11] C'est le taux actuariel d'une obligation zéro-coupon. En effet, le taux zéro-coupon constitue le taux de rendement actuariel d'une obligation à coupon zéro.
[12] Un taux in fine est un taux d'intérêt où les intérêts sur l'emprunt sont versés en fin de période.
[13] Une obligation zéro-coupon est une obligation qui donne lieu à deux flux financiers seulement : un flux initial, et un flux final de remboursement. En d'autres termes, elle ne donne lieu à aucun détachement de coupon intermédiaire.

Les données nécessaires pour réaliser cette application correspondent au taux d'intérêt journalier, seul facteur de risque des obligations car la volatilité des taux influence le prix de l'obligation. Dans notre cas, la valorisation de notre portefeuille au 31/12/2010 revient à valoriser quatre obligations zéro-coupons (d'après la figure si dessus): 4 coupons restants à payer de l'obligation 5Y.

	date d'émission	Date d'échéance	Nominal	Taux facial	Nombre de coupons restants jusqu'à maturité
BTN 5Y	16/11/2009	16/11/2014	100000	3,8%	4

Dans ce cas les taux d'intérêt dont on doit prendre l'historique pour calculer cette VaR sont les taux zéro-coupons correspondant à chacune des maturités résiduelles (durée restante jusqu'au versement du coupon) des quatre coupons.

BTN 5Y :

	Coupon1	Coupon2	Coupon3	Coupon4
Montant versé	3800	3800	3800	103800
Maturité résiduelle	0,876712329 (52,08 semaines)	1,877737226	2,877481177	3,87732749
Taux zéro-coupon	Taux 52s	Taux 52s et 2ans	Taux 2ans et 5ans	Taux 2ans et 5ans

Tableau 10:aperçu des valeurs obtenues pour le BTN 6Y

Les maturités résiduelles des trois derniers coupons, n'étant pas ceux des taux zéro-coupons donnés par Bank-Al-Maghrib, on fait comme si on dupliquait l'obligation de durée résiduelle t_k en des obligations zéro-coupons de maturités t_i et t_j, tel que $t_i<t_k<t_j$ et (t_i, t_j) correspondent aux maturités données par BAM. De ce fait, on obtient une quantité d'obligations w_i zéro-coupons de t_i et une autre w_j pour t_j, par la formule :

$$wi = \frac{j-k}{j-i} \qquad wj = \frac{k-i}{j-i}$$

Exemple :

Taux (1,87 ans) = ($\frac{2ans - 1{,}87}{2 - 0{,}87}$) x Taux (52 semaines) + ($\frac{1{,}87 - 0{,}87}{2 - 0{,}87}$) x Taux (2ans)

Ensuite, après avoir obtenu un historique de taux pour tous les coupons, on procède à la valorisation de chacun comme étant une obligation zéro-coupon. La valeur actuelle de celle-ci se calcule selon la formule suivante :

$$P= \frac{Ci}{(1+y_t^{ZC})^t}$$

Avec :

Ci : le coupon (ou coupon + nominal)

y_t^{ZC} : Le taux zéro-coupon de maturité t

P : le prix ou la valeur actuelle de l'obligation zéro-coupon

t : la durée restante jusqu'à échéance (jusqu'au versement du coupon)

Ainsi, on valorise les quatre coupons des deux obligations pour avoir enfin un historique de valeur pour chacun et revenir aux étapes de l'application précédente (VaR historique-action) sauf qu'au lieu des historiques des cours des trois actions, on a l'historique des valeurs des quatre coupons.

Nous procédons dans un premier temps par la vérification des hypothèses, ensuite les calculs obtenus.

Hypothèse de stationnarité :

On vérifie la stationnarité des rendements sur les valeurs de coupons calculées précédemment par le test de Dickey-fuller sur EVIEWS :

Pour le 1er coupon :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-20.65503	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.448889	
	5% level	-2.869605	
	10% level	-2.571135	

Tableau 11:Test sur la stationnarité du rendement

La valeur absolue de la statistique (|-20,65503|) est supérieure à la valeur critique correspondant à 1% (-3.448889). On en déduit que la série est stationnaire.

Le test donne des résultats identiques concernant les autres coupons présentés dans l'annexe 1.

Pour la suite du calcul de cette VaR, on effectue les scénarios de la même manière que pour la VaR action ; sauf que les scénarios dans ce cas sont faits sur l'historique des valeurs des quatre coupons.

Pour l'historique des valeurs finales du portefeuille, il est calculé comme suite :

Valeur portefeuille = [289 x ∑ valeurs de marché des coupons après scénario de BTN 5Y]

Les étapes et résultats de calcul sont présentés dans les figures suivantes :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		historique des taux de BTN 5Y par coupon				valeur de marché				
2	Date	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	
3	15/01/2010	0,03437033	0,03599804	0,0368994	0,037747599	3689,07019	3555,85103	3423,74778	89909,2588	
4	16/01/2010	0,03437033	0,03599804	0,0368994	0,037747599	3689,07019	3555,85103	3423,74778	89909,2588	
5	17/01/2010	0,03437033	0,03599804	0,0368994	0,037747599	3689,07019	3555,85103	3423,74778	89909,2588	
6	18/01/2010	0,03440707	0,03602319	0,03692708	0,037780612	3688,95533	3555,68889	3423,4848	89898,1699	
7	19/01/2010	0,0344369	0,0362861	0,03711619	0,037849081	3688,86204	3553,99522	3421,68879	89875,1765	
8	20/01/2010	0,0347525	0,03644259	0,03722232	0,037905215	3687,87565	3552,98764	3420,68148	89856,3312	
9	21/01/2010	0,0347525	0,03644259	0,03722232	0,037905215	3687,87565	3552,98764	3420,68148	89856,3312	
10	22/01/2010	0,03475234	0,03644259	0,03722232	0,037905215	3687,87615	3552,98764	3420,68148	89856,3312	
11	23/01/2010	0,03475234	0,03644259	0,03722232	0,037905215	3687,87615	3552,98764	3420,68148	89856,3312	
12	24/01/2010	0,03475234	0,03644259	0,03722232	0,037905215	3687,87615	3552,98764	3420,68148	89856,3312	
13	25/01/2010	0,0350167	0,03648243	0,03722232	0,037905215	3687,05031	3552,73121	3420,68148	89856,3312	
14	26/01/2010	0,0351196	0,03646846	0,0372076	0,037918154	3686,72896	3552,82114	3420,8212	89851,9879	
15	27/01/2010	0,03544637	0,03649923	0,0373014	0,03810061	3685,70892	3552,6231	3419,93114	89790,7712	
16	28/01/2010	0,03524278	0,03648058	0,0373014	0,03810061	3686,34438	3552,74315	3419,93114	89790,7712	
17										
18	scénarios				valeur portefeui	P&L	P&L trié			
19	C1	C2	C3	C4						
20										
21	3689,07019	3555,01747	3423,60678	89954,1092	29079701,25				VaR	50701,5106
22	3689,07019	3555,01747	3423,60678	89954,1092	29079701,25	0	-1232615,81			
23	3688,95533	3554,85538	3423,34382	89943,0147	29076338,92	-3362,33126	-98993,0063			
24	3688,9769	3553,32412	3421,8107	89931,1015	29072016,62	-4322,29948	-57877,9275			
25	3688,08374	3554,00961	3422,59892	89935,2473	29073382,53	1365,91439	-54197,2677			
26	3689,07019	3555,01747	3423,60678	89954,1092	29079701,25	6318,71636	-46914,4403			
27	3689,0707	3555,01747	3423,60678	89954,1092	29079701,39	0,14592024	-43554,463			
28	3689,07019	3555,01747	3423,60678	89954,1092	29079701,25	-0,14592024	-43316,6667			
29	3689,07019	3555,01747	3423,60678	89954,1092	29079701,25	0	-36177,4795			
30	3688,24408	3554,76089	3423,60678	89954,1092	29079388,35	-312,898097	-33666,026			
31	3688,74867	3555,10746	3423,74663	89949,7611	29078418,16	-970,192564	-32633,8695			
32	3688,0495	3554,81932	3422,716	89892,8229	29061379,83	-17038,3284	-31946,8297			

Figure 10:Etapes de calcul de la VaR historique

❖ **VaR paramétrique :**

Hypothèse de stationnarité :

Le test de stationnarité, pour cette approche, est effectué sur l'historique des rendements des valeurs des obligations BTN 5Y, et non pas sur les rendements des valeurs des coupons pris séparément.

Valeur BTN 5Y = 285 x ∑ des 4 coupons valorisés précédemment de BTN 5Y

Exemple BTN 6Y

		historique des taux de BTN 5Y par coupon				valeur de marché				valeur portefeuille
13										
14		historique des taux de BTN 5Y par coupon				valeur de marché				valeur portefeuille
15		C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4	
16	15/01/2010	3,44%	3,60%	3,69%	3,77%	3689,0702	3555,851	3423,7478	89909,259	29067021,14
17	16/01/2010	3,44%	3,60%	3,69%	3,77%	3689,0702	3555,851	3423,7478	89909,259	29067021,14
18	17/01/2010	3,44%	3,60%	3,69%	3,77%	3689,0702	3555,851	3423,7478	89909,259	29067021,14
19	18/01/2010	3,44%	3,60%	3,69%	3,78%	3688,9553	3555,6889	3423,4848	89898,17	29063660,39
20	19/01/2010	3,44%	3,63%	3,71%	3,78%	3688,862	3553,9952	3421,6888	89875,177	29055979,83
21	20/01/2010	3,48%	3,64%	3,72%	3,79%	3687,8756	3552,9876	3420,6815	89856,331	29049666,16
22	21/01/2010	3,48%	3,64%	3,72%	3,79%	3687,8756	3552,9876	3420,6815	89856,331	29049666,16
23	22/01/2010	3,48%	3,64%	3,72%	3,79%	3687,8762	3552,9876	3420,6815	89856,331	29049666,3
24	23/01/2010	3,48%	3,64%	3,72%	3,79%	3687,8762	3552,9876	3420,6815	89856,331	29049666,3

Figure 11:Illustration de calcul de la valeur d'un portefeuille Obligataire

Le test de stationnarité est dans ce cas vérifié contrairement à celui de la normalité. Pour ceci on fait appel au développement de Cornish-fisher pour corriger la non normalité des rendements sur la valeur du portefeuille globale et en suivant les mêmes étapes du calcul dans le portefeuille action, on obtient la VaR paramétrique- bon de trésor.

Ainsi sommairement la perte maximale à atteindre pour le portefeuille obligataire est:

Séance	**VaR à 1 jour**
31/12/2010	VaR historique= 50701,5101 Dhs
31/12/2010	VaR paramétrique=**65689,08 Dhs**

Tableau 12:VaR obtenues pour le portefeuille –BTN

La VaR paramétrique est supérieure à celle historique vu qu'il n'y a pas de corrélation qui pourrait la réduire en plus d'un coefficient de Kurtosis élevé qui agrandit à son tour le nouveau quantile de Cornish-Fisher.

II.2.2.2 Portefeuille obligataire privé :

Ce portefeuille, qu'on peut nommer aussi « Dettes privées », contient plusieurs obligations de caractéristiques différentes (maturité, date d'émission, taux facial,…) mais le principe reste le même que celui du portefeuille de bons de trésor.

Exemple :

Supposons qu'on possède deux obligation une de durée 2ans et l'autre de durée 3ans et qu'à la date d'évaluation il reste un coupon à payer pour la première et deux coupons pour la deuxième. Ceci nous amène à valoriser les trois coupons et les considérer comme étant trois obligations zéro-coupons.

La seule différence qui existe entre ce portefeuille et le précédent est que les données nécessaires pour le calcul de la VaR sont, en plus des taux zéro-coupons journaliers correspondant aux maturités de chaque coupon, les spread de chaque obligation aussi. Ceci veut dire que le facteur de risque ou le taux d'intérêt qui va être pris on compte dans l'historiques de chaque coupon est :

Taux d'intérêt = taux d'intérêt zéro-coupon + spread de l'obligation correspondante

Tel que :

Spread = Taux obligataire (Maturité initiale)- Taux Etat (Date d'émission obligataire; Maturité initiale)

Ainsi, la suite des étapes sera identique à celle qui a été déjà appliquée au portefeuille précédent :

	BSF MAGB		CD FEC			OBL SNI			...
Date	C1	C2	C1	C2	C3	C1	C2	C3	...
09/10/2009	0,038598615	0,04040132	0,040103504	0,04245609	0,04403517	0,04459455	0,04633242	0,04705885	...
12/10/2009	0,038598615	0,04040132	0,040103504	0,04245609	0,04403517	0,04458698	0,04633223	0,0470559	...
13/10/2009	0,038598615	0,04040132	0,040103504	0,04245609	0,04403517	0,04458778	0,04632189	0,04704847	...
14/10/2009	0,038598615	0,040027	0,040103504	0,041937	0,04395058	0,04458465	0,04633366	0,04705673	...
15/10/2009	0,038598615	0,04007214	0,040103504	0,04195318	0,04401204	0,04458627	0,04633088	0,04705449	...

Valeur du portef	P$L	Tri
11245077010	-1897,873156	-161856
11245075112	-955815,9699	-123715
11244119296	9779541,924	-110618
11253898838	-8825253,219	-88676
11245073585	-18599,46002	-88252

valeur de marché

C1	C2	C1	C2	C3	C1	C2	C3	...
4121,857888	3958,17537	4548,652269	4360,8384	95001,4412	4978,00795	4749,47966	91640,7834	...
4121,857888	3958,17537	4548,652269	4360,8384	95001,4412	4978,04404	4749,48138	91641,559	...
4121,857888	3958,17537	4548,652269	4360,8384	95001,4412	4978,04025	4749,5753	91643,5099	...
4121,857888	3960,30856	4548,652269	4363,51461	95018,6172	4978,05516	4749,46845	91641,3404	...
4121,857888	3960,05123	4548,652269	4363,43114	95006,1366	4978,04741	4749,49365	91641,9295	...

VaR	8 841 806,14

scénarios

C1	C2	C1	C2	C3	C1	C2	C3	...
4122,740854	3961,47251	4548,347202	4363,70307	95125,3124	4978,11575	4749,38178	91640,626	...
4122,740854	3961,47251	4548,347202	4363,70307	95125,3124	4978,07587	4749,47397	91641,8013	...
4122,740854	3963,60747	4548,347202	4366,38104	95142,5109	4978,09457	4749,27321	91637,681	...
4122,740854	3961,2151	4548,347202	4363,61959	95112,8178	4978,07191	4749,40526	91640,4395	...
4122,740854	3961,47251	4548,347202	4363,70307	95125,3124	4978,09143	4749,23022	91637,3834	...

Figure 12:étapes de calcul de la VaR historique

Date	BSF MAGB	rendement7	CD FEC	rendement9	OBL SNI	rendement10	...
09/10/2009	8119,23199	-8,0434E-07	105538,6242	-1,50068E-05	104233,164	8,10734E-06	...
12/10/2009	8119,22546	-1,127E-06	105537,0404	1,6623E-05	104234,009	2,03521E-05	...
13/10/2009	8119,21631	-3,0835E-06	105538,7948	-2,1854E-05	104236,131	-2,2551E-05	...
14/10/2009	8119,19127	-2,9063E-06	105536,4883	4,86582E-06	104233,78	6,05011E-06	...
15/10/2009	8119,16768	-7,4746E-06	105537,0018	-2,96438E-05	104234,411	-2,5976E-05	...

	BSF MAGB	BSF EQDOM	CD FEC	OBL SNI	...
w(à 1%)	-2,3021636	-2,3021636	-2,235400372	-2,205142706	...
σ	4,5625E-06	4,56252E-06	1,66411E-05	1,91238E-05	...
μ	-1,904E-08	-1,9042E-08	-1,08991E-07	-2,62345E-08	...
pertes	-1,052E-05	-1,0523E-05	-3,73085E-05	-4,21969E-05	...
valeur du portefeuille	6495340,67	5672520,193	31660333,05	41692865,83	...
VaR	-68,348564	-59,6902653	-1181,198366	-1759,310299	...
SKE(asymétrie)	0,029347	0,029347	0,14525	0,161045	...
Kurt(applatissement)	2,979448	2,979448	3,03045	2,944019	...
z	-2,3263479				

matrice de corrélation

	RENDEMENT	RENDEMENT	RENDEMENT	RENDEMENT	...
RENDEMENT	1	0,23124013	0,23124013	0,23317904	...
RENDEMENT	0,23124013	1	1	0,99561868	...
RENDEMENT	0,23124013	1	1	0,99561868	...
RENDEMENT	0,23317904	0,99561868	0,99561868	1	...
RENDEMENT	-0,0455248	-0,0756033	-0,0756033	-0,0817538	...
RENDEMENT	0,0685109	0,46747579	0,46747579	0,45490336	...
RENDEMENT	0,02819525	0,30470278	0,30470278	0,2853604	...
...	...	...	...	...	...

VaR du portefeuille	9 815 617,75

Figure 13:Calcul de la VaR paramétrique pour le portefeuille obligataire

Ainsi sommairement la perte maximale à atteindre pour le portefeuille obligataire est:

Séance	**VaR à 1 jour**
31/12/2010	VaR historique= **8841806,14 Dhs**
31/12/2010	VaR paramétrique=**9815617,75 Dhs**

Tableau 13:VaR obtenues pour le portefeuille -obligations privées

II.2.3 Calcul de la VaR du portefeuille « contrat à terme sur change »

Dans cette partie, nous allons mettre en pratique les différentes méthodes de calcul de la VaR au portefeuille des « contrats à terme change » qui permet d'acheter 1 M$EU dans 3 mois contre livraison de 11,115 Million de MAD.

La valeur f_t de ce contrat se calcule comme suit:

$$f_t = S_t \frac{1}{1+r_t^{Euro} * \tau} - K \frac{1}{1+r_t^{MAD} * \tau}$$

Avec :

S_t : le prix au comptant de l'Euro en MAD ;

K : le taux de change de l'Euro tel que spécifié dans le contrat ;

r_t^{EURO} : le taux d'intérêt sans risque européen ;

r_t^{MAD} : le taux d'intérêt sans risque marocain ;

τ : la durée du contrat, ici 3mois.

Pour effectuer les calculs, nous disposons d'une série de 500 jours sur les trois facteurs de risques : le taux MAD, le taux EURO et le taux de change de l'EURO.

Comme dans la partie précédente, la vérification des hypothèses est nécessaire avant de procéder au calcul de la VaR.

Vérification de l'hypothèse de stationnarité :

Pour vérifier la stationnarité, seul le taux de change EURO/MAD sera utilisé comme exemple les autres taux seront présentés dans l'annexe1.

Les résultats de ce test sont schématisés dans le tableau suivant :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-21.41056	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443228	
	5% level	-2.867112	
	10% level	-2.569800	

Tableau 14:Test sur la stationnarité du rendement d'EURO/MAD par EVIEWS

Il est clair à partir de ce tableau que cette série est stationnaire. Il est d'ailleurs le cas pour les autres séries.

Vérification de l'hypothèse de la normalité :

Le graphe ci-dessous présente le test de normalité :

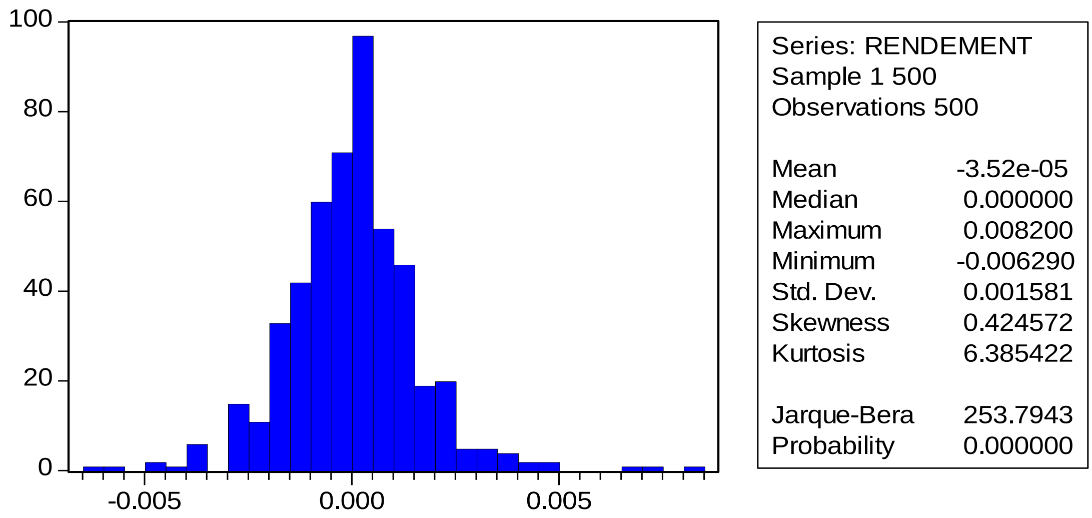


Figure 14:test de Jarque-Bera appliqué à la série de rendements

Ce test confirme la non normalité de la série des rendements puisque la valeur de la statistique est largement supérieure de la valeur du test khi-deux à un niveau de confiance de 99%.

Ainsi, de la même manière que les deux portefeuilles précédents, on calcul la VaR historique après avoir effectué les scénarios sur l'historique des trois facteurs de risque (taux MAD, EURO et EURO/MAD) et calculer ensuite l'historique de la valeur du portefeuille par la relation présentée au-dessus. Pour la VaR paramétrique, on procède de la même manière aussi que pour le portefeuille obligataire.

Ainsi sommairement la perte maximale à atteindre pour le portefeuille de change est:

Séance	**VaR à 1 jour**
31/12/2010	VaR historique= **67085,76 Dhs**
31/12/2010	VaR paramétrique=**65689,08 Dhs**

Tableau 15: VaR obtenues pour le portefeuille-Change

II.2.4 Back testing – VaR

Le back testing consiste à tester les performances des estimations de la VaR sur données passées quelle que soit la méthode de calcul de cette VaR. Il sert à vérifier le nombre de fois ou la perte journalière a effectivement dépassée la VaR.

Comme la VaR est elle-même calculée sous l'hypothèse de composition fixe du portefeuille, la méthode de back testing la plus logique serait celle qui consiste à comparer la VaR avec la variation hypothétique de la valeur du portefeuille, calculée sous l'hypothèse de composition fixe sur la période considérée.[9]

Considérons un horizon temporel d'un jour et un seuil de confiance de X%. Si le modèle de VaR est fiable, la probabilité que la VaR soit dépassée est $p = 1 - X$. Supposons maintenant que l'on dispose d'observations sur n jours et que la VaR ait été dépassée à m reprises, avec $m/n > p$. Doit-on rejeter ce modèle ? Pour répondre à cette question, considérons deux hypothèses alternatives :

1. La probabilité d'une exception est égale à p.
2. La probabilité d'une exception est supérieure à p.

A partir des propriétés de la loi binomiale, on peut écrire la probabilité que la VaR soit dépassée durant m jours ou plus :

$$\sum_{k=m}^{n} \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\, p^k (1-p)^{n-k}$$

On peut obtenir la valeur de cette probabilité en utilisant la commande LOI.BINOMIALE dans Excel. Un seuil de confiance couramment utilisé dans les tests statistiques est 5%. Si la probabilité de dépassement de la VaR à *m* reprises ou plus est inférieure à 5%, on rejette la première hypothèse ci-dessus.

<u>Exemple</u> : VaR du portefeuille « Action »

On souhaite tester le modèle de VaR historique en utilisant les données sur 500 jours. Le seuil de confiance de la VaR vaut 99% et l'on observe six exceptions (perte qui dépassent la VaR). Le nombre d'exceptions attendues est cinq (=500x1%). Doit-on rejeter ce modèle ? Pour répondre à cette question, on calcule la probabilité de six exceptions ou plus sur Excel :

1 – LOI.BINOMIALE (6 ; 500 ; 0,01 ; VRAI)

Qui vaut 0,237. Par conséquent, on ne peut rejeter ce modèle au seuil de 5%, puisque 0,237>0,05.

Ainsi, en appliquant le back testing aux trois portefeuilles ci-dessus, on constate que les deux méthodes de VaR calculées peuvent être retenues.

Cependant, en comparant les avantages et inconvénients des deux approches, la CDG Capital retient la méthode historique de calcul de la VaR vu la souplesse des calculs et des formules auxquels elle fait appel.

Ainsi sommairement, le capital économique pour chacun des portefeuilles concernés par le risque marché est:

Séance	Portefeuilles	Capital économique
31/12/2010	Actions	52263,81 dhs
31/12/2010	Obligataire Etat	50701,51 dhs
31/12/2010	Obligataire privé	8841806,14 dhs
31/12/2010	change	67085,76 dhs

Tableau 16:aperçu général sur les FPE-risque marché obtenus pour chaque portefeuille traité

Finalement, on obtient la pondération du capital économique dans chacun de ces portefeuilles en rapportant la VaR à la valeur du portefeuille :

Portefeuilles	**Capital économique**
Actions	3,848%
Obligataire Etat	0,174%
Obligataire privé	0,911%
Change	0,333%

Tableau 17:pondérations du capital économique obtenues pour chaque portefeuille

II.3 Calcul des FPE-Globaux:

Les fonds propres économiques globaux résultent d'une agrégation des capitaux économiques calculés pour toutes les classes d'actifs et par type de risque.

L'approche d'agrégation[14] la plus simple consiste à admettre que le capital économique total pour un ensemble de *n* risques différents correspond à la somme des montants de capital économique pour chacun de ces risques. Il s'agit de l'approche préconisée par le Comité de Bâle.

Cette approche repose sur une hypothèse forte de corrélation parfaite. Sous cette hypothèse, dans le calcul du scénario le plus pessimiste avec un seuil de confiance de 99,97%, une banque à la même probabilité de supporter une perte due aux risque de marché, de crédit et opérationnel. Cependant, d'après les résultats de Rosenberg et Schuermann, la corrélation entre les risques de marché et de crédit est de 50% environ, et la corrélation entre ces risques et le risque opérationnel est de 20% environ. Ces auteurs ont également montré que l'utilisation de l'approche de Bâle pour agréger les risques fournissait des estimations du capital total requis surévaluées de près de 40%.

Dans notre cadre d'étude, nous avons calculé le Capital économique lié au risque de crédit comme étant la somme des capitaux propres de toutes les classes d'actifs liées à ce risque et de même pour le risque de marché.

[14] L'approche d'agrégation d'après John Hull – Gestion des risques et institutions financières- Edition 2007

Ainsi pour agréger ces deux risques, on a pris en considération les résultats de Rosenberg et Schuermann en considérant la matrice de corrélation suivante :

	Risque de marché	Risque de crédit
Risque de marché	**100%**	**50%**
Risque de crédit	**50%**	**100%**

Figure 15:Matrice de corrélation entre le risque crédit et le risque marché

- FPE–risque de crédit = ∑ exposition de la classe (i) x % en FPE- crédit de la classe (i)

- FPE–risque de marché = ∑ exposition de la classe (i) x % en FPE-marché de la classe (i)

- FPE globaux = $\sqrt{(\mathbf{V^t}\,.\,\mathbf{Matrice\ de\ corrélation}.\,\mathbf{V})}$

Tel que :

V= vecteur (FPE-risque de marché, FPE-risque de crédit)

III. Calcul du ratio de solvabilité :

Le ratio de solvabilité s'applique à tous les établissements de crédit.

Ce coefficient est défini par BAM comme étant un rapport minimum, fixé à 8% (la CDG capital se fixe comme limite 12%), devant être respecté, en permanence, par les établissements de crédit entre d'une part, le total de leurs fonds propres et d'autre part, les éléments de leur actif et leurs engagements par signature, affectées d'un taux de pondération en fonction de leur degré de risque (risques pondérés). Sa formule est donc établie comme suit :[8]

$$\text{Ratio de solvabilité} = \frac{\text{Fonds Propres}}{\text{Risques Pondérés}}$$

La CDG Capital calcule son ratio de solvabilité avec la formule de Mac Donough et selon l'approche standard de Bâle.

Ce ratio englobe l'ensemble des risques auxquels les établissements de crédit sont exposés. Les actifs pondérés de ces risques sont en effet calculés de manière plus en plus fine selon l'approche adoptée pour chaque type de risque (risque de crédit, de marché et opérationnel).

$$\frac{\textbf{Fonds propres}}{\textbf{Risque de Crédit+ Risque de Marché+ Risque Opérationnels}} \geq \mathbf{12\%}$$

Le ratio de solvabilité qui sera pris en considération dans la 3ème contrainte du modèle d'optimisation est comme suit :

$$\frac{\textbf{Fonds propres éligibles}}{\textbf{Risque de Crédit pondéré+ Risque de Marché pondéré}} \geq \mathbf{12\%}$$

- ❖ **<u>Fonds propres éligibles :</u>**

Les fonds propres éligibles sont les fonds propres comptables cibles de la banque correspondant aux classes d'actifs prises en considération diminués des fonds propres mobilisés par le risque opérationnel.

- ❖ **<u>Risque de crédit pondéré :</u>**

La pondération en risque de crédit est calculée selon l'approche standard présentée dans le premier chapitre, comme suit:

$$\text{RWA risque crédit} = \sum \text{exposition(i) x pondération(i)}$$

Tel que :

Portefeuilles	Pondérations
Crédit long terme hors EC	100%
Crédit court terme hors EC	100%
Crédit court terme EC	50%

Tableau 18: Pondération de chaque classe de crédit

- **Risque de marché pondéré :**

La pondération en risque de marché est calculée selon l'approche standard présentée dans le premier chapitre, pour les portefeuilles action, obligation et change :

Action :

RWA = 12,5 x (8%+8%) x ∑ expositions en action

= 200%x ∑ expositions en action

Change :

RWA = 12,5 x 8% x ∑ expositions en change

= 100% x ∑ expositions en change

Obligataire :

RWA = 12,5 x pondération moyenne x ∑ expositions en change

= 100% x ∑ expositions en change

Telle que la pondération moyenne est la moyenne des pondérations par maturité[15] de toutes les obligations constituant le portefeuille.

Ainsi on obtient les fonds propres règlementaires :

Fonds propres réglementaires = 12% x ∑ RWA risque marché + RWA risque crédit

La 3ème contrainte peut donc être écrite d'une autre manière :

- ✓ **Fonds propres réglementaires ≤ fonds propres éligibles**

[15] Les pondérations par maturité des obligations sont présentées dans l'annexe 7.

IV. Calcul des rendements espérés :

IV.1 Rendement espéré du « portefeuille actions » :

Afin d'estimer les rendements prévisionnels, le modèle le plus adéquat est celui de Black and Scholes présenté ainsi:

$$\begin{cases} S_0 = x, \\ dS_t = S_t(\mu dt + \sigma dB_t) \quad pour \quad t \leq T. \end{cases}$$

Où :

$B=\{B_t , t\geq 0\}$: un mouvement Brownien standard ;

$S=\{S_t, \mathbf{t} \geq 0\}$:un processus stochastique à valeurs dans R^+ représentant le prix d'un actif financier ; On dit qu'il suit un mouvement Brownien géométrique où μ et σ sont des paramètres réels modulant le comportement de l'actif concerné.

Ce modèle peut être réécrit sous la forme explicite adaptée à notre projet comme suit :

$$S_{t_{i+1}} = S_{t_i} \exp\,[\sigma \Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}} + \frac{\mu - \frac{\sigma^2}{2}}{n}] \quad , \quad S_{t_{i+1}}: cours\ de\ l'action$$

On aboutit à cette formule à travers la démonstration suivante :

Soit une subdivision régulière $\pi = (t_i)_i$ où $t_i = i/n$

On a $(dS_t/S_t) = \mu dt + \sigma dB_t$

Or $\ln(S_t) = \ln(S_0) + \int_0^t \frac{1}{S_u} dS_u - \frac{1}{2} \int_0^t \frac{1}{S_u^2} d < S,S >_u$ avec $d < S,S >_u = S_u^2 \sigma^2 du$

$$\ln(S_t) = \ln x + \int_0^t \mu du + \int_0^t \sigma dB_u - \frac{1}{2} \int_0^t \sigma^2 du$$

$$S_t = x \exp\,[\sigma dB_t + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})dt]$$

Aussi, nous avons à l'instant t_{i+1}: $dB_{t_{i+1}} = B_{t_{i+1}} - B_{t_i} = \Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}}$ et $dt_{i+1} = t_{i+1} - t_i = 1/n$

$$Ainsi \qquad S_{t_{i+1}} = S_{t_i} \exp\,[\sigma \Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}} + \frac{\mu - \frac{\sigma^2}{2}}{n}]$$

Afin de réaliser cette approche, il est nécessaire dans un premier temps **d'estimer les paramètres μ et σ²** à partir des formules ci –dessous :

$$\widehat{m} = \widehat{\boldsymbol{\mu}} - \frac{1}{2}\,\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i$$

$$\widehat{\boldsymbol{\sigma}}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \widehat{m})^2$$

Où :

n : nombre d'observations ;

r_t : rendement de l'actif considéré à un instant t.

Ensuite, réaliser des simulations d'une suite de variables aléatoires gaussiennes centrées réduites pour appliquer par la suite le modèle de Black and Scholes.

Application du modèle au portefeuille « action » :

Le portefeuille action pris en compte est celui présenté dans la partie précédente concernant le calcul de la VaR et qui est résumé dans le tableau suivant :

valeurs	quantités	poids
A	550	0,16511558
B	250	0,07505254
C	1531	0,45962174
D	1000	0,30021015

Tableau 19: Composition du portefeuille «actions »

Dans notre cas, nous avons choisi T=1.

On a: $\Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}} \sim N(0,\frac{T}{n})$

Donc $\frac{\Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}}}{\sqrt{\frac{1}{n}}} \sim N(0{,}1)$, d'où $S_{t_{i+1}} = S_{t_i} \exp\left[\sigma\sqrt{\frac{1}{n}}F_{i+1} + \frac{\mu - \frac{\sigma^2}{2}}{n}\right]$ avec $F_i = \frac{\Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}}}{\sqrt{\frac{1}{n}}}$

Etant donné qu'un mouvement Brownien vaut 0 à l'instant t=0 se référant au 31/12/2010, nous prendrons $F_0 = 0$ et S_0=1358019 (nous appliquerons cela pour toutes les simulations).

Estimation des paramètres du modèle :

Le tableau suivant donne un aperçu général sur les calculs réalisés pour l'estimation de μ et σ²: [2]

Séance	A	B	C	D	rendement	A	B	C	D	Rendement du portefeuille
04/01/2010	316	1375	82,02	637		0	0	0,01755669	-0,054945055	-0,008425625
05/01/2010	316	1375	83,46	602		0	0,03927273	0,0301941	0,006644518	0,018820137
06/01/2010	316	1429	85,98	606		0,01756329	-0,01329601	0,02930914	0	0,015373192
07/01/2010	321,55	1410	88,5	606		0,01383922	0,0212766	-0,01694915	0,047854785	0,010458226
08/01/2010	326	1440	87	635		0	0	-0,02068966	0	-0,009509415
12/01/2010	326	1440	85,2	635		-0,01165644	0	0,00938967	0	0,002391037
13/01/2010	322,2	1440	86	635		-0,00201738	0,00972222	0,02767442	-0,053543307	-0,002957903
14/01/2010	321,55	1454	88,38	601		0,02627896	0	0,0002263	0,051580699	0,019928125
15/01/2010	330	1454	88,4	632		-0,02212121	0	-0,00452489	-0,034810127	-0,016182646
18/01/2010	322,7	1454	88	610		0,02262163	0,01444292	0,00886364	-0,013114754	0,004955899
19/01/2010	330	1475	88,78	602		0	0	-0,01554404	0	-0,007144379
20/01/2010	330	1475	87,4	602		0,00287879	0	0,00114416	0	0,001001216
21/01/2010	330,95	1475	87,5	602		0,04547515	0	0,00914286	0,043189369	0,024676798

n	252

valeurs	quantités	poids
A	550	0,16511558
B	250	0,07505254
C	1531	0,45962174
D	1000	0,30021015

σ^2	0,000104348
σ	0,010215075
μ	0,000174991

Figure 16: Estimation des paramètres

<u>Simulation d'une suite de variables aléatoires gaussiennes centrées réduites :</u>

On a effectué la simulation des variables aléatoires suivant une loi normale centrée réduite N (0 ; 1) selon deux méthodes :

- **En utilisant l'approximation numérique d'Odel et Evans(1974) :**

Puisque la fonction de répartition d'une loi normale n'a pas une expression analytique simple, Odel et Evans ont recommandé l'approximation suivante de $X=F^{-1}(U)$ pour une loi normal standard :

$$X = Y + \frac{P_0+P_1\,Y+P_2\,Y^2+P_3\,Y^3+P_4\,Y^4}{q_0+q_1\,Y+q_2\,Y^2+q_3\,Y^3+q_4\,Y^4}$$

Où : $Y=\sqrt{-\log{(1-U)^2}}$ $\quad U \sim U(0,1)$

Et

P0=	-0,322232431	**q0=**	0,09934846
P1=	-1	**q1=**	0,58858157
P2=	-0,342242089	**q2=**	0,53110346
P3=	-0,020423121	**q3=**	0,10353775
P4=	-4,53642E-05	**q4=**	0,00385607

La précision relative de cette approximation est de six décimales, elle n'est valable que pour 0,5<U<1. Mais la loi normale étant symétrique, on peut étendre cette approximation au cas de 0<U<0,5 en utilisant la transformation U=1-U et X=-X.

La simulation obtenue est la suivante :

O28

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	U	Y	X					
2	0,93050486	0,25012539	1,86083894		P0=	-0,32223243	q0=	0,09934846
3	0,754020019	0,49521132	1,19781135		P1=	-1	q1=	0,58858157
4	0,528732995	0,74399407	0,70059866		P2=	-0,34224209	q2=	0,53110346
5	0,62749329	0,63622467	0,90303536		P3=	-0,02042312	q3=	0,10353775
6	0,904000716	0,29607845	1,71341074		P4=	-4,5364E-05	q4=	0,00385607
7	0,638827797	0,62388492	0,92731295					
8	0,422894253	0,86460189	0,49056661					
9	0,403309859	0,8881004	0,45128619					
10	0,017895038	1,86936748	-0,93750489					
11	0,087109109	1,45597832	-0,3948472					
12	0,97381124	0,15182369	2,24250809					
13	0,66305083	0,5974164	0,98026387					
14	0,33006225	0,98122795	0,30000802					
15	0,062540394	1,55166967	-0,5242854					
16	0,826387462	0,4069798	1,40726208					
17	0,921575316	0,26634251	1,80706452					
18	0,636520945	0,62639812	0,92234796					
19	0,340786483	0,96697222	0,32274251					
20	0,920848821	0,26762535	1,8028965					
21	0,132783174	1,32427864	-0,21190994					
22	0,781190051	0,46312697	1,2712544					
23	0,745885038	0,50463473	1,17676045					
24	0,086549573	1,45789922	-0,39747253					
25	0,562314726	0,70713583	0,76804488					
26	0,936389569	0,23892858	1,89920846					
27	0,318146523	0,99736936	0,27443728					

$$X = Y + \frac{p_0 + p_1 Y + p_2 Y^2 + p_3 Y^3 + p_4 Y^4}{q_0 + q_1 Y + q_2 Y^2 + q_3 Y^3 + q_4 Y^4}$$

Feuil1 Feuil2 Feuil3 Feuil4 Feuil5

Figure 17: simulation sur Excel du mouvement Brownien standard

- **En utilisant le logiciel R :**

Le code utilisé est :

```
R= rnorm(1,0,1)
```

Ci-dessous, nous avons les 26 premières valeurs obtenues :

	A	B	C
1	Ordre de simulation	Variable simulée	
2	1	0,041551757	
3	2	1,574907534	
4	3	0,818463338	
5	4	-0,91449705	
6	5	-0,685695116	
7	6	-0,016275699	
8	7	0,046044819	
9	8	1,061535179	
10	9	1,523366559	
11	10	0,311340905	
12	11	0,752581111	
13	12	-0,143022646	
14	13	-0,097568398	
15	14	-0,657422391	
16	15	-0,608791057	
17	16	1,441774722	
18	17	0,21791178	
19	18	-0,135139615	
20	19	-1,270195275	
21	20	1,418397064	
22	21	0,253689297	
23	22	-0,753507194	
24	23	0,311279647	
25	24	-0,604319549	
26	25	-1,078406452	
27	26	1,948936662	

loinormal / Feuil1 / Feuil2

Figure 18: La simulation d'un mouvement Brownien standard sous le logiciel R

<u>Déduction de la réalisation du modèle de Black and Scholes :</u>

A partir de la formule explicite :

$$S_{t_{i+1}} = S_{t_i} \exp\left[\sigma\sqrt{\frac{1}{n}}F_{i+1} + \frac{\mu - \frac{\sigma^2}{2}}{n}\right]$$

On peut aboutir aux rendements prévisionnels par la relation suivante :

$$\mathrm{E}(\mathrm{R}_{t_{i+1}}) = \mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{D}_{t_{i+1}} + (\mathrm{S}_{t_{i+1}} - \mathrm{S}_{t_i})}{\mathrm{S}_{t_i}}\right] = \mathrm{D}_{t_{i+1}} E\left(\frac{1}{\mathrm{S}_{t_i}}\right) + E\left(\frac{\mathrm{S}_{t_{i+1}} - \mathrm{S}_{t_i}}{\mathrm{S}_{t_i}}\right)$$

Avec $\mathrm{D}_{t_{i+1}}$: les dividendes versées à t_{i+1}

Les dividendes étant versées une fois en 2011, on peut conclure la valeur du rendement espéré à partir de la sommation des deux espérances composantes de ce dernier.

Dans un premier temps nous simulons la variation du cours représentant les plus values, ensuite grâce au théorème d'Îto présenté en annexe 3 on simulera la formule explicite obtenue ci-dessous :

$$\frac{1}{S_{t_{i+1}}} = \frac{1}{S_{t_i}} \exp\left[-\sigma\sqrt{\frac{1}{n}}F_{i+1} + \frac{-\mu + \frac{3\sigma^2}{2}}{n}\right]$$

Pour réaliser cela, on a utilisé le logiciel R afin de simuler 1000 fois ces valeurs selon la méthode de Monte Carlo sur un horizon de 365 jours à partir du 31/12/2010 aboutissant ainsi à plusieurs trajectoires qui convergent par la suite vers une moyenne vérifiant la loi des grands nombres.

Ces trajectoires ainsi que la moyenne obtenues pour les plus values sont schématisées dans le graphe suivant dont le code est présenté dans l'Annexe 6:

<u>Convergence des simulations vers la moyenne</u>

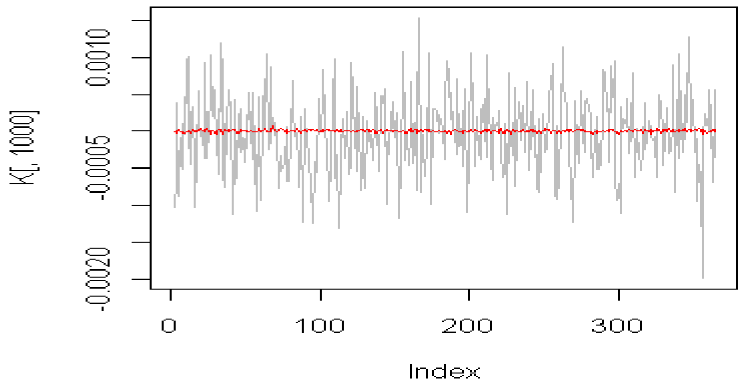


Figure 19:graphe représentative des trajectoires simulées et de la moyenne obtenue sous R

<u>La validité du modèle est démontrée comme suit :</u>

La construction d'un n- échantillon, une fois ordonné nous donne, une approximation de la fonction de répartition de la loi retenue par les tests d'adéquation.

En effet :

Nous allons donc chercher une fonction F_{Ln} telle que

$$F_{Ln}\ (\mathrm{x}) \rightarrow F_{S'}\ (\mathrm{x}) \text{ quand } n \rightarrow +\infty,\ \forall\ \mathrm{x}$$

Pour ce faire :

Soit (S'_i i=1..n) une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées comme S'. On définit F_{Ln} de la façon suivante :

$F_{Ln}\ \ (x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} I(S'_i \leq x)$ avec $I(S'_i \leq x)$ la variable aléatoire indicatrice de l'événement {S'i ≤ x}

Les (S'_i i=1..n) étant indépendants (par hypothèse), les $I(S'_i \leq x$ i=1..n) le sont aussi.

On peut vérifier queF_{Ln} répond bien à notre problème, c'est-à-dire trouver F_{Ln} telle que :

$$F_{Ln}\ (\mathrm{x}) \rightarrow F_{S'}\ (\mathrm{x}) \text{ quand } n \rightarrow +\infty, \text{ (convergence presque sûre)}$$

D'après la loi forte des grands nombres, on a

$$F_{Ln}\ (\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{E}\ (I(S'_i \leq x)) = \mathrm{E}\ (I(S' \leq x))\ \text{ (convergence presque sûre)}$$

$$= \mathrm{P}(s' \leq x) = F_{s'}(x)$$

Donc on a bien F_{Ln} (x) → $F_{S'}$ (x) quand n →+∞, (convergence presque sûre).

Le code de ce processus sous R qui affiche la moyenne des trajectoires simulées pour les plus values est ainsi:

```
K=matrix(nrow=365,ncol=1001)
F=matrix(nrow=365,ncol=1000)
sigma=0.010215075
sig=0.00010434775496
mu=0.000174991
S=c(0)
S[1]= 1358019
R=c(0)
for ( j in 1:1000)
{
for ( i in 2:365)
S[i]=S[i-1]*exp((sigma*sqrt(1/365)*rnorm(1,0,1))+((mu-sig/2)/365))
for ( i in 2:365)
{
R[i]=(S[i]-S[i-1])/S[i-1]
K[i,j]=R[i]
F[i,j]=K[i,j]
}

}
for( i in 2:365)
K[i,1001]=mean(F[i,])
write.table(K,"D:/rendement.csv",sep=";")
```

Le tableau ci-dessous présente un aperçu sur les résultats obtenus :

ALJ	ALK	ALL	ALM	ALN
V998	V999	V1000	V1001	mean(Plus values)
0,00088847	4,70E-05	-0,00013014	-0,0000663974	0,00003122
0,00012692	-0,00070737	-0,00023367	-0,0008721261	0,00000408
-0,00021367	5,87E-05	-0,00014049	-0,0007275347	0,00001558
0,00060383	-0,00051951	0,00045181	-0,0002346685	-0,00002253
0,00073203	-0,00084859	-0,00029156	0,0008287991	0,00003642
-8,05E-05	0,00039277	-0,00036031	0,0002212022	-0,00002796
-0,00026529	0,00038763	2,59E-05	-0,0005111818	0,00000763
-0,00016901	0,00022792	-0,00046791	0,0002507623	0,00002140
0,0005748	0,00011439	0,00037146	0,0002425317	-0,00002011
-0,00044074	-5,74E-05	2,49E-05	-0,0009845851	-0,00000527
0,00028749	-0,00074512	-0,00015567	0,0009450149	-0,00001384
0,00075209	3,10E-05	-0,00066683	0,0001914075	-0,00003636
0,00031522	-0,00036211	0,0004244	-0,0004629180	-0,00000204
0,00094417	-0,00057007	0,00071881	-0,0004922078	0,00003066
4,60E-06	-0,00015982	1,91E-06	0,0003870188	0,00000165
0,00064579	0,00074314	0,00084005	0,0003396499	0,00001727
-0,00020917	-0,00074453	-8,61E-05	-0,0004713394	0,00000941
-0,00025589	-0,0001834	-0,00019835	0,0011082093	-0,00001134
-0,00073459	-0,00020335	0,00049251	-0,0003998551	-0,00002131
-6,50E-05	0,00031064	3,31E-05	-0,0001236364	0,00000793
-0,0003936	-6,35E-05	0,00056494	-0,0010106206	0,00000626
0,000781	-0,00126139	0,00024927	-0,0005445122	0,00000838
8,52E-05	0,00021025	-2,99E-05	0,0003678048	0,00004834
-8,29E-05	-2,20E-05	-0,00017255	0,0010081519	0,00000303
0,00051513	-0,00061894	0,00020055	-0,0006841932	0,00002601
0,00011914	0,00043417	-6,02E-05	-0,0002938490	0,00001203

Figure 20:simulation des plus values

L'estimation de l'espérance des plus values pour le portefeuille « action » pour l'année 2011 est comme suit :

	A	B	C
1	Date	variation	E (variation)
2	01/01/2011	0,00003122	0,000001595
3	02/01/2011	0,00000408	
4	03/01/2011	0,00001558	
5	04/01/2011	-0,00002253	
6	05/01/2011	0,00003642	
7	06/01/2011	-0,00002796	
8	07/01/2011	0,00000763	
9	08/01/2011	0,00002140	
10	09/01/2011	-0,00002011	
11	10/01/2011	-0,00000527	
12	11/01/2011	-0,00001384	
13	12/01/2011	-0,00003636	
14	13/01/2011	-0,00000204	
15	14/01/2011	0,00003066	
16	15/01/2011	0,00000165	
17	16/01/2011	0,00001727	
18	17/01/2011	0,00000941	
19	18/01/2011	-0,00001134	
20	19/01/2011	-0,00002131	
21	20/01/2011	0,00000793	
22	21/01/2011	0,00000626	
23	22/01/2011	0,00000838	
24	23/01/2011	0,00004834	
25	24/01/2011	0,00000303	
26	25/01/2011	0,00002601	
27	26/01/2011	0,00001203	

Figure 21: Estimation de l'espérance des plus values

Pour ce qui est de la part des dividendes par rapport au cours de l'action, la simulation faite sous R a pour code le suivant :

```
K=matrix(nrow=365,ncol=1001)
F=matrix(nrow=365,ncol=1000)
sigma=0.010215075
sig=0.00010434775496
mu=0.000174991
Y=c(0)
Y[1]=0.0000007363667
for ( j in 1:1000)
{
for ( i in 2:365)
Y[i]=Y[i-1]*exp((-sigma*sqrt(1/365)*rnorm(1,0,1))+((-mu+(3*sig/2))/365))
for ( i in 2:365)
K[i,j]=Y[i]
F[i,j]=K[i,j]
}
for( i in 2:365)
K[i,1001]=mean(F[i,])
write.table(K,"D:/rendement.csv",sep=";")
```

On obtient par la suite le tableau ci-dessous :

ALJ	ALK	ALL	ALM	ALN	ALO
V998	V999	V1000	V1001	mean(1/S)	date
7,37E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	01/01/2011
7,37E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	7,36E-07	02/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	03/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	04/01/2011
7,37E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	05/01/2011
7,37E-07	7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	06/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	07/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	08/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	09/01/2011
7,37E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	10/01/2011
7,37E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	11/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	12/01/2011
7,35E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,38E-07	7,36E-07	13/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,37E-07	7,37E-07	7,36E-07	14/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,37E-07	7,37E-07	7,36E-07	15/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	16/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	17/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	18/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	19/01/2011
7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,37E-07	7,36E-07	20/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	21/01/2011
7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	22/01/2011
7,37E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	7,36E-07	23/01/2011
7,37E-07	7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	24/01/2011
7,38E-07	7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	25/01/2011
7,38E-07	7,36E-07	7,35E-07	7,36E-07	7,36E-07	26/01/2011

Figure 22: simulation de l'inverse du prix

L'espérance du rendement du portefeuille action pour l'année 2011 est la suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Date	mean(1/S)	E(1/S)	Dividendes		valeurs	quantités	poids
2	01/01/2011	7,36E-07	7,36173E-07	70968		A	550	0,16511558
3	02/01/2011	7,36E-07				B	250	0,07505254
4	03/01/2011	7,36E-07				C	1531	0,45962174
5	04/01/2011	7,36E-07				D	1000	0,30021015
6	05/01/2011	7,36E-07						
7	06/01/2011	7,36E-07						
8	07/01/2011	7,36E-07			E(R)	0,052246346		
9	08/01/2011	7,36E-07						
10	09/01/2011	7,36E-07						
11	10/01/2011	7,36E-07						
12	11/01/2011	7,36E-07						
13	12/01/2011	7,36E-07						
14	13/01/2011	7,36E-07						
15	14/01/2011	7,36E-07						
16	15/01/2011	7,36E-07						
17	16/01/2011	7,36E-07						
18	17/01/2011	7,36E-07						
19	18/01/2011	7,36E-07						

Figure 23: Esperance de rendements pour le portefeuille "action"

IV.2 Rendement espéré du « portefeuille obligataire » :

Pour un portefeuille obligataire, la détermination des rendements se fait à partir des coupons nécessitant la connaissance des taux d'intérêt futurs.

Le modèle le plus adéquat pour générer des taux d'intérêt courts prévisionnels est celui dit de Vasicek (1977).

Ce modèle est fondé sur l'idée que le taux court est le seul paramètre qui régit les prix des titres obligataires et qui est censé suivre un processus d'Ornstein - Uhlenbeck dont l'évolution stochastique obéit à l'équation différentielle de type :

$$dr(t)=a\,[b-r(t)]\,dt+\sigma\,dW(t)$$

Où

- r(t): taux court en t ;
- b: moyenne sur long terme du taux court ;
- a: désigne la vitesse d'ajustement du taux court actuel vers sa moyenne de long terme b ;
- W(t): mouvement brownien standard.

Comme le modèle de Black and Scholes, le modèle de Vasicek admet une solution explicite discrétisée qui permet de modéliser le taux d'intérêt instantané et qui est comme suit :

$$r_{t+1}=r_t\, e^{-a}+b(1-e^{-a})+\sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2a}}{2a}}\,\varepsilon$$

Où : ε est une variable aléatoire de loi normale centrée réduite.

La première étape consiste à **estimer** les paramètres du processus d'Ornstein – Uhlenbeck **a, b** et **σ** qui peut s'effectuer en recourant soit à la méthode des moindres carrés ordinaires, soit à celle du maximum de vraisemblance qui nécessitent la normalité de la distribution des taux. A quelques différences près, les deux méthodes d'estimation aboutissent aux mêmes résultats. Ici, nous avons eu recours à la méthode des moindres carrés ordinaires. Le point de départ de cette méthode consiste à régresser la série des taux courts à l'aide de la formule suivante :

$$r_t-r_{t-1}=b\,(1-e^{-a})+(e^{-a}-1)r_{t-1}+\varepsilon_t$$

$$r_t=b\,(1-e^{-a})+e^{-a}r_{t-1}+\varepsilon_t$$

Avec : $\varepsilon_t \sim N(0,\frac{\sigma^2}{2a}(1-e^{-2a}))$ et correspond au résidu de la régression

Cette équation indique que les taux courts s'ajustent suivant un processus auto régressif d'ordre1, hypothèse qu'on vérifiera pour les données utilisées dans l'estimation et qui sont les taux zéro-coupons à différentes maturités (1, 8, 13, 26 et 52semaines, 2, 5, 10, 15, 20 et 30 ans) .

Théorème : Soit X un processus autorégressif et b sa fonction d'auto-corrélation partielle. Il est d'ordre p si et seulement si b(q) = 0 pour tout q > p.

Désignons par PAC, le coefficient d'auto corrélation partielle d'ordre i et testons l'hypothèse: H_0: $PAC_i=0 \quad VS \quad H_1$: $PAC_i \neq 0 \; pour \; tout \; i=1..20$

Pour un échantillon de grande taille (T>30) le coefficient PAC_i tend de manière asymptotique vers une loi normale de moyenne 0 et d'écart type $\frac{1}{\sqrt{T}}$. Le test de Student est fondé sur la comparaison d'un t empirique et théorique.

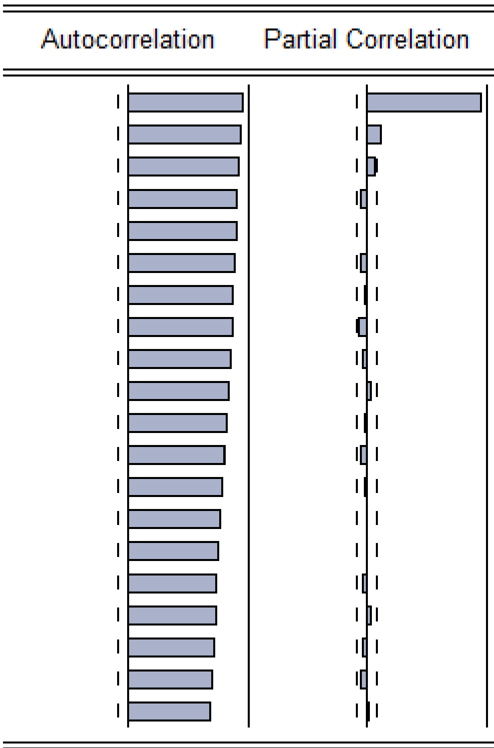
L'intervalle de confiance du coefficient PAC_i est donné par :

$$PAC_i \;\in\; 0 \pm t_{\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{T}} = [-0{,}0474\,;\,0{,}0474]$$

Si le coefficient calculé est à l'intérieur de cet intervalle de confiance, on accepte l'hypothèse H_0 au seuil α (pour α=5%, $t_{\alpha/2}=1{,}96$).

Nous avons choisi pour illustrer les différents résultats d'estimation des valeurs a, b et σ pour les différentes maturités ; la série des taux zéro-coupons à maturité 26semaines sur un historique de 2 ans (2009-2010). Les résultats obtenus pour les autres taux seront affichés dans les deux annexes 4 et 5.

La figure suivante représente le corrélogramme de cette série illustrative:



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.984	0.984	540.94	0.000
2	0.972	0.130	1069.9	0.000
3	0.961	0.058	1588.6	0.000
4	0.949	-0.045	2095.1	0.000
5	0.938	0.005	2590.5	0.000
6	0.925	-0.044	3073.4	0.000
7	0.913	-0.015	3544.1	0.000
8	0.898	-0.067	4001.0	0.000
9	0.883	-0.040	4443.5	0.000
10	0.870	0.025	4873.4	0.000
11	0.855	-0.024	5289.9	0.000
12	0.840	-0.050	5691.8	0.000
13	0.824	-0.014	6079.8	0.000
14	0.808	-0.008	6453.9	0.000
15	0.793	-0.003	6814.4	0.000
16	0.777	-0.031	7160.9	0.000
17	0.762	0.031	7494.9	0.000
18	0.746	-0.026	7815.9	0.000
19	0.729	-0.050	8122.7	0.000
20	0.713	0.013	8416.9	0.000

Figure 24: Corrélogramme de la série des taux zéro-coupons à maturité 26semaines

Il est clair que nos processus se rapprochent du processus auto régressif d'ordre 1. Nous retenons alors le modèle suivant pour tous les taux pris en compte :[14]

$$r_t = b\,(1-e^{-a}) + e^{-a} r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Les résultats de la régression des taux zéro-coupons à maturité 26 semaines sont:

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000542	0.000196	2.760307	0.0060
C(2)	0.983904	0.005757	170.8971	0.0000

R-squared	0.981417	Mean dependent var	0.034085
Adjusted R-squared	0.981384	S.D. dependent var	0.001183
S.E. of regression	0.000161	Akaike info criterion	-14.62139
Sum squared resid	1.44E-05	Schwarz criterion	-14.60582
Log likelihood	4059.435	Durbin-Watson stat	2.483576

Tableau 20: Résultats de la régression du processus d'Ornstein-Uhlenbeck

Ainsi : $r_t = 0.000542 + 0.983904\, r_{t-1} + \varepsilon_t$

Donc par identification on obtient pour l'ensemble des taux les valeurs suivantes des estimateurs :

	c(1)	c(2)	a	b	σ
13 sem	0,019351	0,423869	0,858330834	0,03358785	0,001665
26 sem	0,000542	0,983904	0,016226948	0,03367296	0,000161
52 sem	0,000543	0,984285	0,01583979	0,03455297	0,000176
2ans	0,000717	0,980176	0,020023132	0,03616828	0,000215
5ans	0,001078	0,97188	0,028522939	0,0383357	0,000254
10ans	0,000648	0,984231	0,015894653	0,04109328	0,000142
15ans	0,001633	0,96261	0,038106934	0,04367478	0,000277
20ans	0,001163	0,973847	0,026501072	0,04446909	0,000111
30ans	0,00135	0,970144	0,030310765	0,04521704	4,86E-05
1s	0,016635	0,494969	0,703260145	0,03293857	0,000573
8s	0,004702	0,885942	0,121103793	0,04122464	0,000241

Tableau 21: Estimation des paramètres du modèle de Vasicek

Avec **σ** : l'estimateur de l'écart type de l'échantillon

Après avoir estimé les paramètres, la simulation des taux d'après la formule explicite du modèle de Vasicek qui est ainsi $r_{t+1} = r_t\ e^{-a} + b(1 - e^{-a}) + \sigma\sqrt{\frac{1-e^{-2a}}{2a}}\,\varepsilon$ pour l'année 2011 en découle. Nous avons choisi de réaliser 1000 simulations à partir du 31/12/2010.

Le code utilisé sous R pour chaque série de taux est le suivant : (le taux à maturité 26semaines est pris comme illustration)

```
K=matrix(nrow=365,ncol=1001)
F=matrix(nrow=365,ncol=1000)
sigma=0.000161
beta=0.99194112
a=0.983904
b=0.03367296
R=c(0)
R[1]=0.0337
for ( j in 1:1000)
{
for ( i in 2:365)
R[i]=R[i-1]*a+b*(1-a)+sigma*beta*rnorm(1,0,1)
for(i in 2:365)
{
K[i,j]=R[i]
F[i,j]=K[i,j]
}
}
for(i in 2:365)
K[i,1001]=mean(F[i,])
write.table(K,"C:/rendement.csv",sep=";")
```

Les résultats obtenus pour l'ensemble des taux sont résumés ainsi :

1	Date	1s	8s	13s	26s	52s	2ans	5ans	10ans	15ans
2	01/01/2011	0,032971625	0,03624396	0,03307203	0,03370061	0,03456209	0,03616742	0,03834671	0,04109934	0,04365633
3	02/01/2011	0,032974732	0,04061459	0,03317324	0,03370191	0,0345529	0,03616723	0,03833823	0,0410928	0,04366992
4	03/01/2011	0,032962638	0,04114664	0,03325931	0,03370585	0,03455313	0,03615689	0,03833663	0,04109318	0,04367854
5	04/01/2011	0,032957234	0,04120467	0,0332782	0,03370564	0,03454947	0,03616866	0,03833788	0,04109283	0,04367399
6	05/01/2011	0,032955719	0,04122163	0,03332859	0,03371295	0,03455006	0,03616588	0,0383367	0,04109341	0,04367223
7	06/01/2011	0,032950848	0,04122116	0,03339625	0,03371695	0,03454642	0,03618238	0,03833189	0,04109264	0,04368849
8	07/01/2011	0,032941013	0,04122679	0,03340723	0,03371556	0,03455567	0,0361664	0,03833536	0,04108936	0,04366829
9	08/01/2011	0,032958099	0,04122432	0,03338551	0,03371187	0,03455024	0,0361617	0,03835053	0,04109862	0,04368555
10	09/01/2011	0,032948583	0,04120698	0,03340654	0,03371695	0,03455993	0,03617766	0,03833529	0,04108595	0,04368024
11	10/01/2011	0,032933332	0,04122147	0,03342837	0,03371993	0,0345549	0,03616481	0,03833394	0,04108949	0,04367512
12	11/01/2011	0,032914023	0,04122282	0,03343545	0,03371382	0,03455115	0,03616208	0,03832713	0,04109365	0,04366868
13	12/01/2011	0,032923762	0,04122638	0,03342251	0,03370842	0,03454965	0,03616453	0,0383317	0,04109745	0,04366906
14	13/01/2011	0,032931491	0,04121685	0,03347429	0,0337009	0,03456333	0,0361698	0,03831833	0,04109563	0,04367947
15	14/01/2011	0,032912344	0,04122177	0,03350642	0,03369121	0,03455234	0,03615797	0,03834975	0,04108728	0,04367973
16	15/01/2011	0,032950027	0,04122412	0,03351876	0,03369482	0,03455051	0,03617054	0,03834145	0,04109554	0,04367444
17	16/01/2011	0,032964897	0,04121804	0,03353346	0,03368511	0,03455596	0,03616141	0,03834776	0,04109066	0,04366197
18	17/01/2011	0,032972113	0,04121653	0,03356481	0,03367861	0,03454617	0,03616614	0,0383281	0,0410891	0,04367943
19	18/01/2011	0,032973076	0,04122177	0,03361802	0,03368329	0,03454851	0,03617551	0,03833179	0,04109529	0,04368229
20	19/01/2011	0,03295653	0,041218	0,03360019	0,03368499	0,03454914	0,03616881	0,03834971	0,04109951	0,04367847
21	20/01/2011	0,032925605	0,04122007	0,0336105	0,03368675	0,03456144	0,03617604	0,03833879	0,04109189	0,04368206
22	21/01/2011	0,032913274	0,04123079	0,03364137	0,03368622	0,0345464	0,03617829	0,03834557	0,04109212	0,0436775
23	22/01/2011	0,032907357	0,04123538	0,03363163	0,03368873	0,03455554	0,03617149	0,03833318	0,04108969	0,04367472
24	23/01/2011	0,032916725	0,04121864	0,03360947	0,03368873	0,03455789	0,036164	0,03831559	0,04109832	0,04366265
25	24/01/2011	0,032902438	0,04122181	0,03361447	0,03368568	0,03455466	0,03615819	0,0383285	0,04109376	0,04366565
26	25/01/2011	0,032908851	0,04123284	0,03363191	0,03368725	0,03456048	0,03616874	0,03832256	0,04109888	0,04367531
27	26/01/2011	0,032928903	0,04122978	0,03368508	0,03367668	0,03454979	0,03617353	0,03834575	0,04109023	0,04367088

Figure 25: simulation des taux courts prévisionnels

❖ ***<u>Application du modèle au portefeuille obligataire(BTN) :</u>***

Le portefeuille traité à la date 31/12/2010 est celui présenté dans la partie du Calcul de la VaR qu'on rappellera ci-dessous :

	date d'émission	Date d'échéance	Nominal	Taux facial	Nombre de coupon restant jusqu'à maturité
BTN 5Y	16/11/2009	16/11/2014	100000	3,8%	4

Ces coupons ont pour maturité résiduelle :

	C1	C2	C3	C4
Maturité Résiduelle	0,876712329	1,877737226	2,87748118	3,87732749

Les taux correspondants à chacune de ces maturités ainsi que l'espérance de rendements de ce portefeuille supposée être une somme de deux espérances, la première représente l'espérance du 1er coupon de l'obligation et la seconde l'espérance des plus values de ce portefeuille ; sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

	taux				valeur de marché				valeur portefeuille	plus value			
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4			E(Plus value)	-2,68377E-08	
01/01/2011	0,03423348	0,03595331	0,03680485	0,03753117	3913,81142	4060,58331	4216,4939	119739,947	131930,8352	-1,86789E-05			
02/01/2011	0,03422829	0,03595192	0,03680224	0,03752579	3913,79421	4060,57308	4216,4633	119737,54	131928,3709	-1,76759E-05	E(1er coupon)	0,034213009	
03/01/2011	0,03422993	0,03594299	0,03679445	0,03752092	3913,79965	4060,50735	4216,3722	119735,36	131926,0389	1,88461E-05			
04/01/2011	0,03422759	0,03595269	0,03680314	0,0375261	3913,79187	4060,57879	4216,47389	119737,681	131928,5252	-6,28185E-06			
05/01/2011	0,03423074	0,03595037	0,03680083	0,03752433	3913,80235	4060,56167	4216,44688	119736,886	131927,6965	1,2386E-05		E(R)	0,034212983
06/01/2011	0,03423001	0,03596418	0,0368111	0,03752749	3913,79992	4060,66332	4216,56699	119738,3	131929,3305	-1,44054E-05			
07/01/2011	0,03423521	0,03595156	0,03680081	0,03752368	3913,81717	4060,57049	4216,44657	119736,596	131927,43	2,59637E-05			
08/01/2011	0,03423044	0,03594677	0,03680192	0,03753142	3913,80135	4060,53522	4216,45964	119740,059	131930,8554	-1,04365E-05			
09/01/2011	0,03423837	0,03596189	0,03680876	0,03752786	3913,82765	4060,64651	4216,53961	119738,465	131929,4785	-2,07398E-05			
10/01/2011	0,0342364	0,03595008	0,03679927	0,0375222	3913,8211	4060,5596	4216,42857	119735,933	131926,7423	-1,85455E-05			
11/01/2011	0,03423175	0,03594722	0,03679534	0,03751691	3913,80567	4060,53851	4216,38266	119733,569	131924,2956	1,31067E-05			
12/01/2011	0,03422876	0,03594914	0,03679841	0,03752069	3913,79577	4060,55265	4216,41856	119735,258	131926,0247	-2,11876E-05			
13/01/2011	0,03423436	0,03595553	0,03679823	0,0375143	3913,81433	4060,5997	4216,41646	119732,399	131923,2295	5,08205E-05			
14/01/2011	0,03422386	0,03594381	0,03679905	0,03752953	3913,77951	4060,51345	4216,42604	119739,215	131929,9339	-4,92135E-07			
15/01/2011	0,0342241	0,03595446	0,03680552	0,03752904	3913,78032	4060,59182	4216,5017	119738,995	131929,869	9,74557E-07			
16/01/2011	0,03422377	0,03594728	0,0368009	0,03752957	3913,77921	4060,53892	4216,44767	119739,232	131929,9976	-3,59762E-05			
17/01/2011	0,03421524	0,03595007	0,0367985	0,03751904	3913,7509	4060,5595	4216,41959	119734,521	131925,2512	2,09612E-05			
18/01/2011	0,03421847	0,03595851	0,03680621	0,03752486	3913,76162	4060,62159	4216,50982	119737,124	131928,0166	2,92684E-05			
19/01/2011	0,03421951	0,03595278	0,03680671	0,03753356	3913,76507	4060,57944	4216,51563	119741,018	131931,8779	-1,3173E-05			

Figure 26:Etape de calcul de l'espérance de rendement du portefeuille

❖ ***Application du modèle au portefeuille obligataire (bons privés) :***

Le portefeuille pris en compte dans cette partie est résumé ainsi:

obligations	Date d'émission	Date d'échéance	Nominal	Taux facial	Nombre de coupons restant jusqu'à maturité
F	14/09/2010	14/03/2011	100000	0,0405	1
G	02/12/2009	02/06/2011	100000	0,0405	1
H	02/03/2010	02/06/2011	100000	0,0425	1
I	13/11/2010	13/06/2011	100000	0,0365	1
J	11/10/2010	11/10/2015	100000	0,0501	5
K	18/06/2010	18/06/2012	100000	0,0418	2
L	29/06/2009	29/06/2012	100000	0,042	2
M	30/06/2010	30/06/2012	100000	0,0418	2
N	25/03/2010	25/03/2013	100000	0,0459	3
O	31/12/2008	31/12/2013	100000	0,052	3
P	05/03/2010	05/03/2015	100000	0,054	5
Q	12/12/2008	12/12/2015	100000	0,0549	5
R	31/12/2010	31/12/2015	100000	0,0494	5
S	25/01/2010	25/01/2025	100000	5,12	15
T	14/07/2010	14/07/2025	100000	0,0562	15

Tableau 22:composition du portefeuille obligataire «bons privés"

Un aperçu des maturités résiduelles de ces coupons comme pour l'application précédente est :

	Maturités résiduelles														
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15
F	0,2														
G	0,4191781														
H	0,4191781														
I	0,3643836														
J	0,7780822	1,7791971	2,7789185	3,778751	4,77864										
K	0,4630137	1,4644161													
L	0,4958904	1,4972628													
M	0,4958904	1,4972628													
N	0,230137	1,2317518	2,2313484												
O	1	2,0009124	3,0006845												
P	0,1753425	1,1770073	2,1765914	3,176342	4,176175										
Q	0,9479452	1,9489051	2,9486653	3,948521	4,948425										
R	1	2,0009124	3,0006845	4,000548	5,000456										
S	0,0684932	1,0675182	2,0698152	3,069551	4,069375	5,0672663	6,0698152	7,069668	8,069551	9,0671976	10,069815	11,06971	12,069626	13,06717	14,069815
T	0,5342466	1,5355839	2,5352498	3,535049	4,534916	5,535393	6,5352498	7,535138	8,535049	9,535341	10,53525	11,53517	12,535107	13,53532	14,53525

Figure 27:maturité résiduelle de chaque coupon

La détermination de l'espérance de rendements pour le portefeuille obligataire privé se réalise selon la même démarche que pour les espérances du portefeuille BTN est qui est ainsi :

1. Calcul des taux correspondant à chacun des coupons:

	Taux								
	F	G	H	I	J				
Date	C1	C1	C1	C1	C1	C2	C3	C4	C5
01/01/2011	0,03522894	0,0334163	0,0334163	0,033289132	0,034076681	0,035780683	0,036733129	0,037459558	0,038185837
02/01/2011	0,038233359	0,03346279	0,03346279	0,033355837	0,034073402	0,035778325	0,036730787	0,037454453	0,038177969
03/01/2011	0,038622695	0,033503876	0,03350388	0,033413539	0,034075718	0,03577053	0,036722714	0,037449293	0,03817572
04/01/2011	0,038668199	0,033512306	0,03351231	0,033425832	0,034074004	0,035778578	0,03673175	0,037454825	0,03817775
05/01/2011	0,038695856	0,033539105	0,0335391	0,033461346	0,034078383	0,035776615	0,036729389	0,037452996	0,038176452
06/01/2011	0,038717189	0,033571897	0,0335719	0,033507018	0,034079044	0,03578826	0,036740355	0,037456858	0,038173212
07/01/2011	0,038724534	0,033576101	0,0335761	0,033513723	0,034082304	0,035778361	0,036729424	0,03745241	0,038175244
08/01/2011	0,038715898	0,033564253	0,03356425	0,033498227	0,034077852	0,035773489	0,036729888	0,037459496	0,038188953
09/01/2011	0,038710836	0,03357655	0,03357655	0,033513751	0,034084942	0,035787935	0,036737748	0,037456958	0,038176019
10/01/2011	0,03872768	0,033588052	0,03358805	0,033529067	0,034084424	0,035776969	0,03672788	0,037450923	0,038173815
11/01/2011	0,038730863	0,033587912	0,03358791	0,033531594	0,034079347	0,035773993	0,036724091	0,037445773	0,038167305
12/01/2011	0,038729144	0,033579099	0,0335791	0,033521258	0,034075648	0,035775491	0,03672709	0,037449478	0,038171716

Figure 28:taux zéro-coupon calculés selon la maturité de chaque coupon

2. Détermination de la valeur de chaque obligation :

L'évaluation de chaque obligation se fait à travers la formule détaillée dans ce qui précède à une petite différence près c'est qu'on rajoute aux taux zéro-coupons le spread correspondant à chaque obligation.

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	Valeurs du marché												
	F	G	H	I	J						H		
Date	C1	C1	C1	C1	C1	C2	C3	C4	C5	valeur de l'obligation	C1	C2	valeur de l'obligation
01/01/2011	103204,7439	102379,59	102605,06	102305,214	4837,4563	4610,794955	4389,512021	4174,650266	105010	123022,4135	4107,549	3945,5931	8053,14237
02/01/2011	103145,3109	102377,67	102603,14	102302,815	4837,4681	4610,813411	4389,53926	4174,727005	105010	123022,5478	4107,494	3945,6234	8053,11705
03/01/2011	103137,6241	102375,98	102601,44	102300,74	4837,4598	4610,874443	4389,633157	4174,804574	105010	123022,7719	4107,443	3945,6465	8053,08925
04/01/2011	103136,726	102375,63	102601,09	102300,297	4837,4659	4610,81143	4389,528058	4174,721413	105010	123022,5268	4107,433	3945,6312	8053,06418
05/01/2011	103136,1801	102374,52	102599,98	102299,02	4837,4502	4610,826805	4389,555517	4174,74891	105010	123022,5814	4107,397	3945,6357	8053,03234
06/01/2011	103135,759	102373,17	102598,62	102297,378	4837,4478	4610,735629	4389,427973	4174,69086	105010	123022,3023	4107,355	3945,6094	8052,96486
07/01/2011	103135,6141	102372,99	102598,45	102297,137	4837,4361	4610,813131	4389,55511	4174,757725	105010	123022,562	4107,351	3945,6163	8052,96766
08/01/2011	103135,7845	102373,48	102598,94	102297,694	4837,4521	4610,851278	4389,549721	4174,651196	105010	123022,5043	4107,368	3945,6448	8053,01249
09/01/2011	103135,8844	102372,98	102598,43	102297,136	4837,4266	4610,738173	4389,458296	4174,689349	105010	123022,3124	4107,35	3945,5765	8052,92642
10/01/2011	103135,552	102372,5	102597,95	102296,585	4837,4284	4610,824032	4389,573067	4174,780075	105010	123022,6056	4107,334	3945,6225	8052,95692
11/01/2011	103135,4891	102372,51	102597,96	102296,495	4837,4467	4610,847334	4389,617138	4174,857484	105010	123022,7687	4107,339	3945,641	8052,97956
12/01/2011	103135,5231	102372,87	102598,32	102296,866	4837,46	4610,835603	4389,582266	4174,801791	105010	123022,6797	4107,353	3945,6401	8052,99267

Figure 29:détermination de la valeur de chaque obligation

3. Calcul de l'espérance des taux des 1ers coupons du portefeuille :

Ces taux englobe à la fois le spread de chaque obligation ainsi que les taux zéro-coupons présentés ci haut .

DATE	O	P	Q	R	S	T	Valeur des 1ers coupons du portefeuille	E(R)
	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	0,05337796
01/01/2011	0,05475955	0,049755202	0,0453577	0,0454296	0,04110247	0,0464832	0,049131687	
02/01/2011	0,04458698	0,053784282	0,0453512	0,045422	0,04252814	0,0464873	0,052836118	
03/01/2011	0,04458778	0,054280653	0,0453523	0,0454228	0,04269328	0,0464935	0,053298552	
04/01/2011	0,04458465	0,054335551	0,0453495	0,0454196	0,04270854	0,0464938	0,05334978	
05/01/2011	0,04458627	0,054355183	0,0453518	0,0454213	0,04271304	0,0465023	0,053369187	
06/01/2011	0,04458381	0,054360166	0,04535	0,0454188	0,04270961	0,0465081	0,053375113	
07/01/2011	0,04459143	0,054366229	0,0453566	0,0454264	0,04270481	0,046507	0,053380974	
08/01/2011	0,04458626	0,054362213	0,0453516	0,0454213	0,04271552	0,0465028	0,053376701	
09/01/2011	0,04459524	0,05434794	0,0453602	0,0454302	0,04270346	0,0465084	0,053364115	
10/01/2011	0,04459144	0,054363026	0,0453572	0,0454264	0,0426979	0,0465119	0,05337851	
11/01/2011	0,04458733	0,054364834	0,0453528	0,0454223	0,04268532	0,0465061	0,053379975	
12/01/2011	0,04458523	0,054367074	0,0453503	0,0454202	0,04269304	0,0465005	0,05338163	
13/01/2011	0,04459565	0,054362443	0,0453587	0,0454307	0,04269515	0,0464946	0,053378175	

obligations	quantités	Poids
F	500	0,004612
G	450	0,00415
H	947	0,008734
I	1000	0,009223
J	506	0,004667
K	298	0,002748
L	800	0,007379
M	702	0,006475
N	300	0,002767
O	400	0,003689
P	99971	0,922046
Q	600	0,005534
R	452	0,004169
S	509	0,004695
T	988	0,009112

Figure 30: espérance des taux 1er coupons

4. Calcul de l'espérance des plus-values et des rendements du portefeuille :

DATE	O	P	Q	R	S	T	Valeur du portefeuille	plus values	E (Plus values)		
01/01/2011	101320,297	105385,8003	102746,42	100086,31	106585,338	103571,1	11244638143	-1,42817E-05	-7,28091E-08		
02/01/2011	101369,084	105384,4126	102749,86	100089,8	106579,043	103564,43	11244477551	8,70869E-06			
03/01/2011	101371,125	105385,5297	102750,82	100090,68	106573,933	103559,11	11244575475	-1,47726E-05		E (R)	0,053377888
04/01/2011	101368,864	105383,8688	102749,97	100089,92	106576,474	103561,76	11244409364	5,18197E-06			
05/01/2011	101369,471	105384,456	102750,51	100090,46	106577,56	103562,93	11244467633	-7,21304E-06			
06/01/2011	101366,865	105383,8409	102751,94	100092,07	106567,794	103552,54	11244386526	9,49213E-06			
07/01/2011	101369,468	105384,6986	102751,01	100090,97	106581,18	103566,43	11244493259	-3,14369E-05			
08/01/2011	101369,029	105381,4268	102745,1	100084,91	106566,84	103552,03	11244139767	1,92186E-05			
09/01/2011	101367,381	105383,4498	102750,67	100090,73	106574,478	103559,09	11244355864	1,64398E-05			
10/01/2011	101369,885	105385,2405	102751,62	100091,58	106577,091	103562,11	11244540719	1,89786E-05			
11/01/2011	101371,003	105387,2814	102754,46	100094,44	106580,577	103566,12	11244754124	-1,29786E-05			
12/01/2011	101370,163	105385,8612	102752,57	100092,53	106578,864	103564,62	11244608183	2,36941E-05			
13/01/2011	101370,312	105388,5763	102757,71	100097,82	106573,888	103559,26	11244874613	-5,95665E-05			

Figure 31:Espérance des plus value et du rendement final du portefeuille

IV.3 Rendement espéré du « portefeuille prêts » :

L'estimation du rendement espéré d'un portefeuille « prêt » revient à estimer le taux d'intérêt espéré en 2011.

Comme on a vu précédemment, les prêts peuvent être servis sous plusieurs types de taux : fixe, variable ou révisable.

Le portefeuille de la CDG capital est constitué ainsi :

	Type de contrepartie	Taux d'intérêt avec spread	Spread
Direction Corporate - crédit long terme	**GE**	6,07%	2,50%
		5,14%	2%
		5,5%	1,85%
		Taux variable indexé à BDT 15 ans	2,25%
		5,43%	2,12%
		Taux variable indexé à BDT 5 ans	2,50%

Direction Services Financiers - crédit cout terme	**EC**	6,45%
	GE	5,10%
	Particuliers	6%

Tableau 23: Composantes du portefeuille «prêt"

IV.3.1 Crédits courts termes :

Pour ce qui est du crédit court terme (EC), le rendement espéré est le taux fixe qui est de **6,45%.**

Toutefois, pour les autres crédits courts terme (Hors EC), les taux étant aussi fixes on obtient :

$$\mathbf{E(R)} = \sum(exposition * taux\ de\ réference\ )/\sum exposition$$
$$= \mathbf{6\%}$$

IV.3.2 Crédits longs termes :

Pour ce type de crédits, au sein de la CDG capital, on trouve des prêts à taux fixes et d'autres à taux variables.

Pour ce qui est des taux variables, on estime les taux zéro-coupons auxquels sont indexés ces derniers par la méthode de Vasicek présentée précédemment, puis on calcule le rendement espéré selon la même démarche que celle appliquée au portefeuille obligataire privé en rajoutant le spread.

Les résultats sont présentés comme suit:

Date	5ans	15ans
01/01/2011	0,03834671	0,04365633
02/01/2011	0,03833823	0,04366992
03/01/2011	0,03833663	0,04367854
04/01/2011	0,03833788	0,04367399
05/01/2011	0,0383367	0,04367223
06/01/2011	0,03833189	0,04368849
07/01/2011	0,03833536	0,04366829
08/01/2011	0,03835053	0,04368555
09/01/2011	0,03833529	0,04368024
10/01/2011	0,03833394	0,04367512
11/01/2011	0,03832713	0,04366868
12/01/2011	0,0383317	0,04366906

taux5ans	E (5ans)	Taux 15ans	E(15ans)
0,06334671	**0,06333528**	0,066156327	**0,06617433**
0,06333823		0,066169915	
0,06333663		0,066178545	
0,06333788		0,066173995	
0,0633367		0,066172226	
0,06333189		0,066188489	
0,06333536		0,066168288	
0,06335053		0,066185551	
0,06333529		0,066180237	
0,06333394		0,06617512	
0,06332713		0,066168684	
0,0633317		0,066169059	

Tableau 24: Estimation des rendements espérés pour les taux variables longs termes

Ainsi le rendement espéré total de toute la classe est la moyenne pondérée de ces deux taux et ceux de références fixes par leurs encours.

Encours en milliers	Taux de référence	E(R)
92 780,00	0,06	0,059725183
100 000,00	0,05	=SOMMEPROD(E18:E23;D18:D23)/SOMME(D18:D23)
200 000,00	0,06	
375 000,00	0,06617433	
154 763,73	0,0543	
30 000,00	0,063335279	

Tableau 25: Espérance de rendements des crédits longs termes

IV.4 Rendement espéré du « portefeuille Change » :

La détermination de cette espérance de rendement suivant les méthodes stochastiques est compliquée et nécessite un historique de données assez large à savoir les taux de rendement de chaque devise ainsi que les cours de change y correspondant, dont ne dispose pas la CDG capital.

Pour cela, nous avons approximé la valeur du rendement en ayant recours au PNB des trois dernières années de la CDG capital .Ce rendement est déterminé à partir de la formule suivante:

$$\widetilde{R_i} = \left(\frac{\widehat{PNB_i}}{PNB_{i-1}} - 1\right)$$

Les PNB pour le portefeuille change sont comme suit :

	2008	2009	2010
PNB change	3 400,00	4 583,687	3 500,00

Tableau 26: PNB prévisionnels des années 2008-2009 et 2010

Dans un premier temps, nous calculerons les deux rendements et on considère par la suite l'espérance comme étant la moyenne arithmétique de ces deux derniers.

On aboutit aux résultats suivants :

	2008	2009	2010
PNB change	3400	4583,687	3500
rendements	0,34814324	-0,23642256	
E(R)	**0,05586034**		

Tableau 27: E(R) du portefeuille Change

V. Résolution du modèle d'optimisation :

Après avoir calculé l'ensemble des composantes de notre modèle à rappeler : les FPE-globaux, les espérances de rendements ainsi que le ratio de solvabilité, la prochaine étape consiste à les implémenter dans Excel afin de résoudre le problème de maximisation

L'ensemble de ces inputs sont programmés étape par étape comme suit:

- **Premièrement : les FPE-risque de crédit**

La relation présentée en deuxième partie qui permet le calcul de la pondération en ces fonds propres dans chaque classe d'actifs, dépend spécialement de la probabilité de défaut et la LGD. Cependant, pour automatiser le calcul de celle-ci sur Excel, nous avons introduit, par classe d'actifs, la valeur de la probabilité de défaut *PD*, la valeur de la *LDG*, la relation du coefficient de corrélation *R* et celui de l'ajustement *b* et enfin la relation qui permet le calcul de la pondération en fonds propres (%FPE-risque de crédit).

Ensuite, nous avons programmé le coût en FPE-risque de crédit comme suit:

Coût en FPE-risque de crédit pour chaque classe = **X(i)** x % FPE-risque de crédit

Tel que :

X(i) : la variable qui représente l'exposition future à investir dans la classe (i) en 2011

- **Deuxièmement : les FPE-risque de marché**

La Valeur de la VaR étant déjà calculée pour chaque classe d'actifs, il nous suffit de l'introduire et de la rapporter aux expositions initiales de l'année 2010 pour obtenir la pondération en FPE – risque de marché pour chacune des classes.

Ensuite, nous avons programmé le coût en FPE-risque de marché comme suit :

Coût en FPE-risque de marché pour chaque classe = **X(i)** x % FPE-risque de marché

- **Troisièmement : les Fond propres réglementaires**

Dans la troisième partie qui concernait le ratio de solvabilité, nous avions calculé la pondération réglementaire de risque de chaque classe d'actifs. Ainsi, la pondération en fonds propres pour chaque classe ne sera que :

%FPR = 12% x pondération réglementaire

Ensuite, nous avons programmé le coût en FPR comme suit :

Coût en FPR pour chaque classe = **X(i)** x % FPR

- **Quatrièmement : les Fond propres réglementaires et économique globaux**

Nous calculons ainsi les fonds propres réglementaires, les FPE-risque de crédit, les FPE-risque de marché et les FPE globaux pour l'ensemble des classes, chacun selon les relations présentées précédemment.

- **Cinquièmement : le rendement global**

Les valeurs des rendements espérés de toutes les classes d'actifs étant déjà calculées dans la partie précédente, il suffit de les introduire dans Excel et programmer la relation du rendement global :

$$E(R) = \sum \mathbf{X(i)} \times E(Ri)$$

- **finalement: la résolution du modèle d'optimisation sous SOLVEUR**

Le SOLVEUR permet la résolution des problèmes de programmation linéaire, non linéaire et d'autre complexe.

Notre modèle d'optimisation est un problème non linéaire vu que la première contrainte sur les FPE est non linéaire.

La résolution du problème se fait facilement sur Solveur en définissant l'objectif à définir qui est le rendement global et aussi les cellules variables qui sont les expositions futures à investir en 2011.

La programmation se présente comme suit :

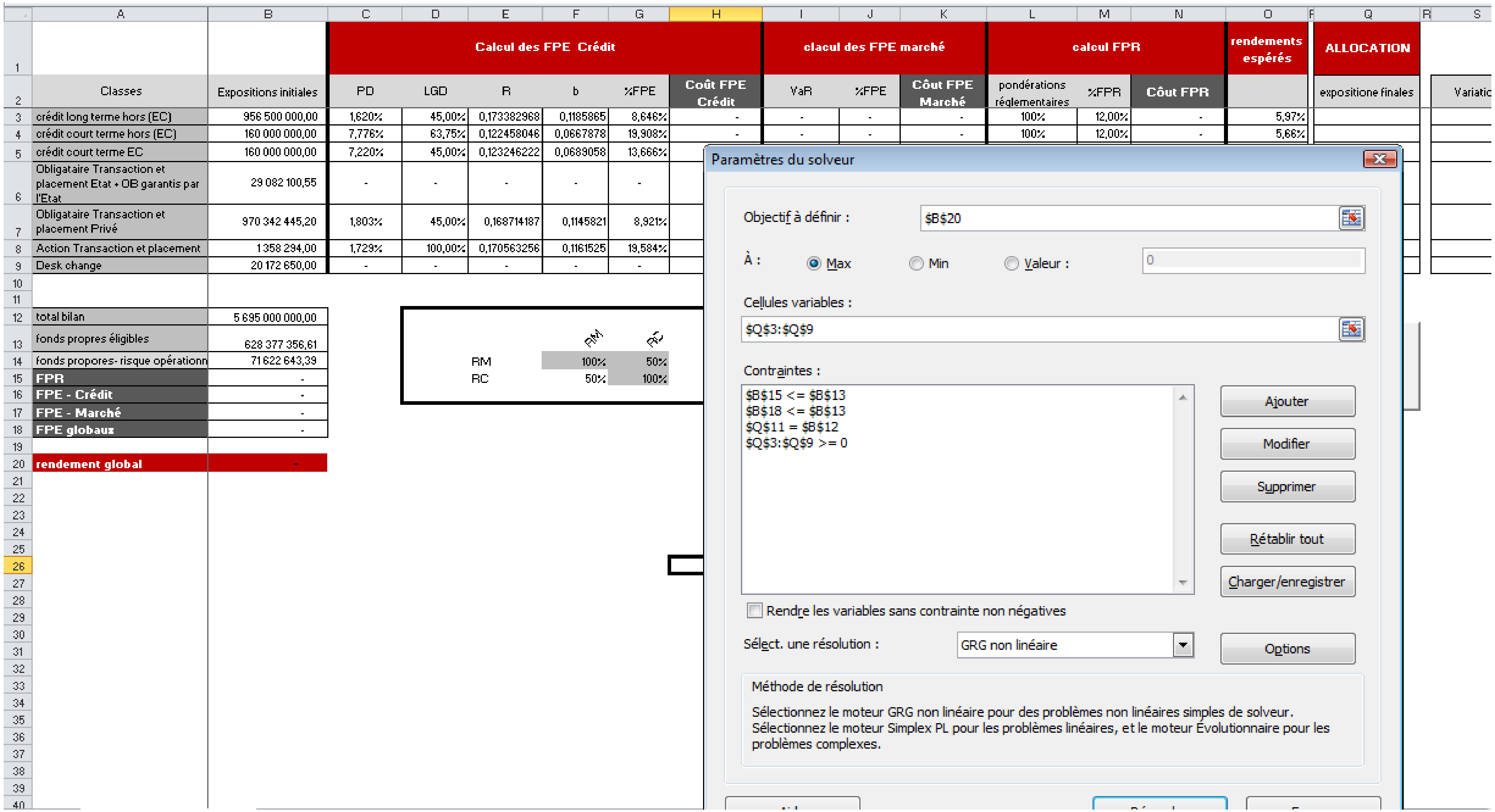


Figure 32: Aperçu sur la résolution de la maximisation sous Solveur

Le résultat donné par solveur se présente comme suit :

	ALLOCATION	
Classes	expositione finales	Variation
crédit long terme hors (EC)	2 983 262 635,77	211,894%
crédit court terme hors (EC)	0,00	-100,000%
crédit court terme EC	2 710 638 506,13	1594,149%
Obligataire Transaction et placement Etat + OB garantis par l'Etat	0,00	-100,000%
Obligataire Transaction et placement Privé	0,00	-100,000%
Action Transaction et placement	0,00	-100,000%
Desk change	1 098 858,10	-94,553%

Tableau 28: Résultats obtenus en résolvant le problème de maximisation

Les résultats obtenus paraissent totalement logiques, si on compare les couples rendement/risque classe par classe. On remarque qu'il y a eu un investissement de 211% par rapport à 2010 en crédit long terme et 1594% en crédit court terme EC, ceci s'explique par le fait que ces deux classes sont les plus rentables avec un risque plus ou moins faible par rapport aux autres classes d'actifs.

Les activités de marché ont toutes subis un désinvestissement presque total vu qu'il existe des classes d'actifs qui ont un rendement faible, ce qui est le cas de l'obligataire public, et d'autre qui ont un risque important comme le cas des actions.

En dépit de la justesse de ce résultat, ceci ne peut être adapté à la réalité d'une banque d'investissement dont l'activité principale est celle de marché et non pas l'activité de crédit.

Ce constat nous a amené à définir une autre contrainte, qu'on pourrait qualifier de subjective mais en même temps nécessaire pour adapter un modèle d'optimisation, qui peut être appliqué dans tous les domaines, à la réalité de marché et des activités de la banque.

Le modèle, comme nous avons pu le remarquer, affecte tout le total bilan aux activités de crédit. Cependant, nous avons songé à limiter la variation de l'investissement en crédit et laisser le modèle répartir ce qui reste entre les activités de marché.

La limite de l'investissement en portefeuille de crédit reste un choix, nous avons pris comme exemple 20%[16] pour illustrer les résultats

[16] 20% représente la variation entre l'exposition initiale en 2010 et celle obtenue en 2011.

Ainsi les contraintes du modèle deviennent comme suit :

	Calcul des FPE Crédit							clacul des FPE marché			calcul FPR			rendements espérés	ALLOCATION	
Classes	Expositions initiales	PD	LGD	R	b	%FPE	Coût FPE Crédit	VaR	%FPE	Côut FPE Marché	pondérations réglementaires	%FPR	Côut FPR		expositione finales	Variatio
crédit long terme hors (EC)	956 500 000,00	1,620%	45,00%	0,173382968	0,1185865	8,646%	-	-	-	-	100%	12,00%	-	5,97%		
crédit court terme hors (EC)	160 000 000,00	7,776%	63,75%	0,122458046	0,0667878	19,908%	-	-	-	-	100%	12,00%	-	5,66%		
crédit court terme EC	160 000 000,00	7,220%	45,00%	0,123246222	0,0689058	13,666%	-	-	-	-	50%	6,00%	-	6,45%		
Obligataire Transaction et placement Etat + OB garantis par l'Etat	29 082 100,55	-	-	-	-	-										
Obligataire Transaction et placement Privé	970 342 445,20	1,803%	45,00%	0,168714187	0,1145821	8,921%										

Figure 33: Aperçu des résultats du modèle après intégration de nouvelles contraintes

	ALLOCATION	
Classes	exposition finales	Variation
crédit long terme hors (EC)	1 147 829 595,74	20,003%
crédit court terme hors (EC)	192 003 626,36	20,002%
crédit court terme EC	192 000 000,00	20,000%
Obligataire Transaction et placement Etat + OB garantis par l'Etat	1 228 532 563,65	4124,360%
Obligataire Transaction et placement Privé	1 183 139 086,17	21,930%
Action Transaction et placement	133 096 192,50	9698,776%
Desk change	1 618 398 935,58	7922,738%

Tableau 29: Résultats obtenus en résolvant le problème de maximisation tout en intégrant de nouvelles contraintes

A partir de ces résultats, nous avons pu déceler la fiabilité de ce modèle vu qu'il donne des résultats significatifs vérifiant toutes les contraintes du modèle. Aussi, nous obtenons une allocation automatique des fonds propres économiques par type de risque vu que ces derniers sont en fonction des expositions finales.

Les résultats sont ainsi programmés sous VBA pour automatiser le modèle.

		Calcul des FPE Crédit						clacul des FPE marché			calcul FPR			rendements espérés	ALLOCATION	
Classes	Expositions initiales	PD	LGD	R	b	%FPE	Coût FPE Crédit	VaR	%FPE	Côut FPE Marché	pondérations réglementaires	%FPR	Côut FPR		expositione finales	Variation
crédit long terme hors (EC)	956 500 000,00	1,620%	45,00%	0,173382968	0,1185865	8,646%	99 241 911,88	-	-	-	100%	12,00%	137 739 551,49	5,97%	1 147 829 595,74	20,0
crédit court terme hors (EC)	160 000 000,00	7,776%	63,75%	0,122458046	0,0667878	19,908%	38 224 802,99	-	-	-	100%	12,00%	23 040 435,16	5,66%	192 003 626,36	20,0
crédit court terme EC	160 000 000,00	7,220%	45,00%	0,123246222	0,0689058	13,666%	26 239 096,48	-	-	-	50%	6,00%	11 520 000,00	6,45%	192 000 000,00	20,0
Obligataire Transaction et placement Etat + OB garantis par l'Etat	29 082 100,55	-	-	-	-	-	-	50 701,51	0,174%	2 141 814,20	42,59%	5,11%	62 786 051,13	3,42%	1 228 532 563,65	4124,3
Obligataire Transaction et placement Privé	970 342 445,20	1,803%	45,00%	0,168714187	0,1145821	8,921%	105 553 097,20	8 841 806,14	0,911%	10 780 819,17	113,34%	13,60%	160 917 671,53	5,34%	1 183 139 086,17	21,9
Action Transaction et placement	1 358 294,00	1,729%	100,00%	0,170563256	0,1161525	19,584%	26 065 954,01	52 263,81	3,848%	5 121 213,90	200%	24,00%	31 943 086,20	5,30%	133 096 192,50	9698,7
Desk change	20 172 650,00	-	-	-	-	-	-	67 085,76	0,333%	5 382 115,02	100%	12,00%	194 207 872,27	5,58%	1 618 398 935,58	7922,7
															0	
														TOTAL	5 695 000 000,00	

total bilan	5 695 000 000,00
fonds propres éligibles	628 377 356,61
fonds propores- risque opérationn	71 622 643,39
FPR	622 154 668
FPE - Crédit	295 324 863
FPE - Marché	23 425 962
FPE globaux	307 707 360
rendement global	**294 311 669,89**

	RM	RC
RM	100%	50%
RC	50%	100%

Allocation

Figure 34: Résultats après automatisation du modèle sous VBA

Finalement, nous avons pu aboutir à l'objectif principal de notre projet en maximisant le rendement global à un niveau de **294 311 669,89** Dhs tout en limitant le risque quantifié avec des fonds propres économiques globaux de **307 707 360** Dhs qui ne dépassent pas les fonds propres éligibles de la banque.

<u>Conclusion</u> : un modèle d'allocation est avant tout un modèle d'aide à la décision, un outil qui oriente les niveaux d'investissement de la banque et donne une idée sommaire sur nos expositions et nos capacités de couvrir nos risques. Lors de cette partie, nous avons pu appliquer un modèle d'optimisation qui aboutit à une allocation optimale de fonds propres économiques. Les résultats de celui-ci recommandent l'investissement en grande partie dans des portefeuilles d'actions et de change.

Conclusion

Suite aux travaux du comité de Bâle et de la banque des règlements internationaux, en matière d'adéquation des fonds propres, les banques ont pris conscience de la nécessité de mesurer les risques afférents à leurs activités et d'y allouer des fonds propres capables d'absorber les pertes éventuelles tout en permettant la continuité de l'exploitation. Dans cette perspective, les banques ont développé des modèles internes de gestion des risques et de mesure des performances qui, contrairement aux ratios prudentiels, évaluent les fonds propres de façon non forfaitaire. Ces fonds propres sont des fonds propres économiques : adéquats aux risques réels encourus par ces établissements.

Dans la première partie de ce travail, nous avons donné un aperçu général sur l'organisme qui nous a accueilli, nous avons présenté aussi l'évolution de la réglementation relative à l'adéquation des fonds propres tout en précisant les différents risques encourus par tout établissement bancaire.

Dans le deuxième chapitre, nous avons procédé à une évaluation critique de trois techniques de mesure et d'allocation des fonds propres, à savoir : la technique RAROC, multicritère ainsi que la technique basée sur l'évaluation des options et la création de valeur.

Ces trois techniques ne permettent pas de déterminer les parts de fonds propres économiques à allouer à chaque classe d'actifs et font part d'une subjectivité irréductible. C'est la raison qui nous a poussé à intégrer dans ce projet une autre méthode qui est celle de l'optimisation, qui permet de réaliser une allocation objective avec des critères qui sont réglementaires et basics. L'implémentation des différentes composantes de ce modèle à savoir les FPE-risque crédit et marché, le ratio de solvabilité ainsi que les espérances de rendements a fait l'objet de la dernière partie qui présente d'une manière détaillée cette approche prise en compte.

En effet, Les techniques d'allocation des fonds propres sont indispensables à une gestion active des risques. Elles sont indispensables également pour éclairer les choix d'affectation des crédits, d'optimisation du couple rentabilité-risque et de gestion active du portefeuille des engagements de la banque. Toutefois, elles ne doivent pas devenir la seule référence décisionnelle mais seulement un outil d'aide à la décision.

Il reste cependant que, pour un système bancaire marocain caractérisé par une faible rentabilité d'exploitation et par un fonctionnement fondé sur des bases plutôt relationnelles que transactionnelles, la mise en place des techniques d'allocation des fonds propres devrait être encouragée.

Aussi modeste soit-il, nous souhaitons que ce travail puisse contribuer à une meilleure sensibilisation aux avantages associés à l'application des techniques d'allocation des fonds propres. Pour cela, nous avons particulièrement mis l'accent sur l'importance des fonds propres économiques, capables d'absorber les pertes éventuelles et de mettre les banques à l'abri d'un risque de faillite et, renforçant ainsi leurs dispositifs de management des risques.

Bibliographie et Webographie

http://www.casablanca-bourse.com/bourseweb/Negociation-Historique.aspx?Cat=24&IdLink=302

http://www.bkam.ma

http://www.actuaries.org/AFIR/colloquia/Nuernberg/Janssen_Saib_Taous.pdf

www.bis.org

www.Finmarkets.com

[1] **H.JACOB & A.SARDI** : Management des risques bancaires. Ed AFGES. Paris. (2001). P19.

[2] **John Y. Campbell, Andrew W. Lo &. A. Craig MacKinlay:** The Econometrics of Financial Markets.

[3] **Notes de cours rédigées par Charlotte Melki et Adrien Abergel : «** allocation des fonds propres en fonction du risque des actifs et impacxt sur le coût du capital » ;(2000)

[4] **DALLAGI Anes** : « Optimisation du portefeuille clients d'EDF suivant des modèles de type Markowitz »(2004)

[5] **Olivier Brossard**: «Evaluation du prix des actifs financiers et de la valeur des entreprises. Influence de la conjoncture sur cette évaluation **» ;** IEP Toulouse et LEREPS

[6] **Guillaume Naulin, Yahin Salhi et Serge Werlé** «Optimisation de portefeuille selon le critère de la Value at Risk »

[7] **John Hull (5e édition)** :« Options, futures et autres actifs dérivés »

[8] **BERRADA Mohamed Azzedine (5ème édition 2007)** : « Les techniques de Banque de Crédit et de Commerce Extérieur au Maroc »

[9] **John Hull (édition 2007**): « Gestion des risques et institutions financières »

[10] Rapport annuel de la CDG capital (2009)

[11] Banque de règlement internationaux : Convergence internationale de la mesure et des normes de fonds propres ;(2006)

[12] Barnes L. : « Measuring the full effects of risk financing alternatives » ;Risk Management ;(2002)

[13] Souviron P.: Le système RAROC de Bankers Trust. Banque n°564 ; 1995

Mémoires

[14] ***Khadija AMRATI*** **(juin 2010)**: « Quantification et calibration des mouvements de la courbe des taux MAD, EUR et USD», Mémoire INSEA.

[15] **ELAIDI Asmâa &. ESSADIK Amine (juin 2010)**: « Mise en place de modèle de calcul de VaR pour la gestion de portefeuille», Mémoire INSEA.

[16] **Cédric BARBIER (Novembre 2002)**: «L'allocation stratégique en matière de gestion active de portefeuille Actions- le cas des pays émergents- », Mémoire UNIVERSITE RENE DESCARTE (PARIS V) ; Faculté de droit.

[17] **Malek SAÏHI** : « Les techniques d'allocation des fonds propres : applications, apports et limites » ; Thèse Université Paris Dauphine (UFR sciences des organisations)

[18] **Fouzia Chbel(Juin 2007) :** « Gestion du risque crédit et allocation des fonds propres dans le cadre de la réglementation BâleII :approche standard, approche IRB-Fondation et approche IRB-avancée

ANNEXES

Test de stationnarité appliqué aux rendements

L'action B

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-20.50224	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443254	
	5% level	-2.867124	
	10% level	-2.569806	

L'action C

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-23.54820	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443228	
	5% level	-2.867112	
	10% level	-2.569800	

L'action D :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-17.24093	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443281	
	5% level	-2.867136	
	10% level	-2.569812	

Le taux EURO :

		t-Statistic	**Prob.***
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-22.21907	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443254	
	5% level	-2.867124	
	10% level	-2.569806	

Le taux MAD :

		t-Statistic	**Prob.***
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-22.55744	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443228	
	5% level	-2.867112	
	10% level	-2.569800	

La BTN 5Y :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-22.38547	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.452066	
	5% level	-2.870996	
	10% level	-2.571880	

Le rendement du 2ème coupon :

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-23.03915	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.448889	
	5% level	-2.869605	
	10% level	-2.571135	

Le rendement du 3ème coupon :

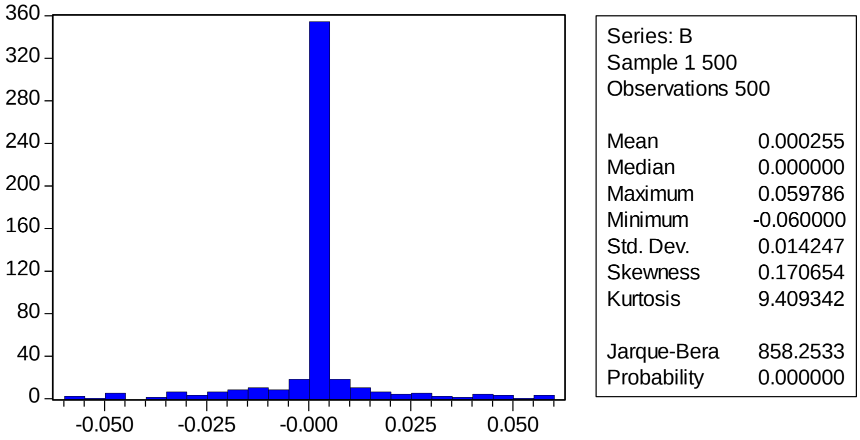
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-15.84313	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.448998	
	5% level	-2.869653	
	10% level	-2.571161	

Le rendement du 4ème coupon :

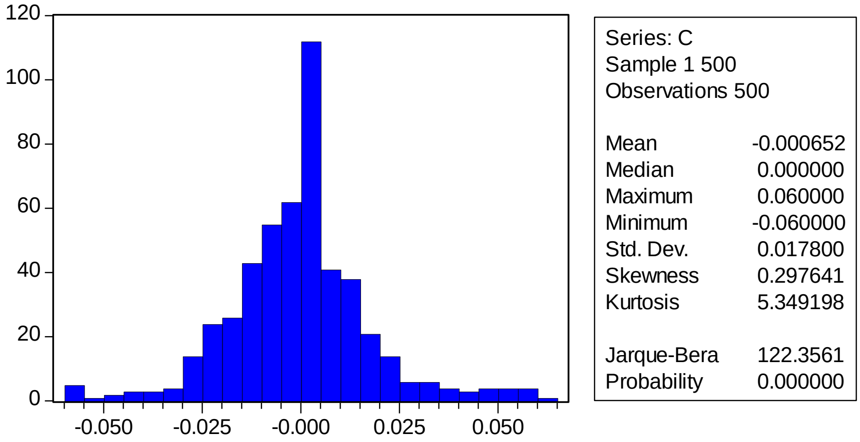
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-13.53407	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.449108	
	5% level	-2.869701	
	10% level	-2.571187	

Test de normalité appliqué aux rendements

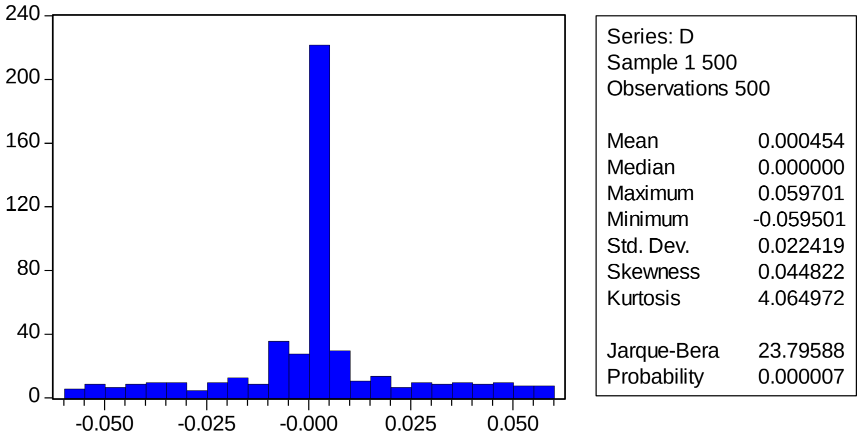
L'action B:



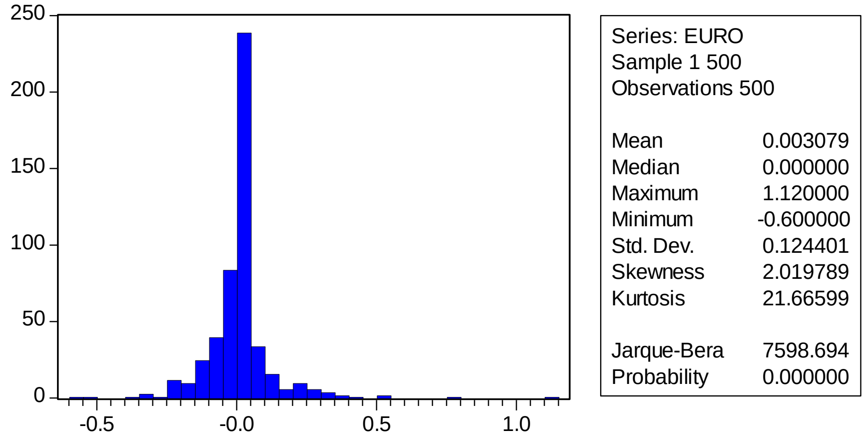
L'action C:



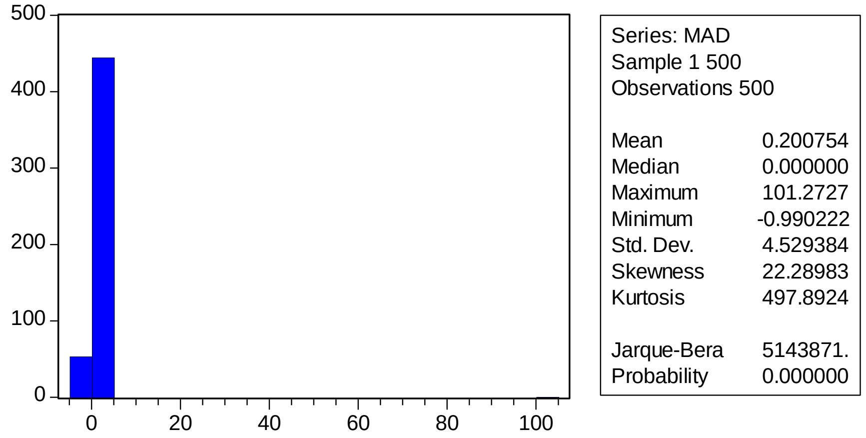
L'action D :



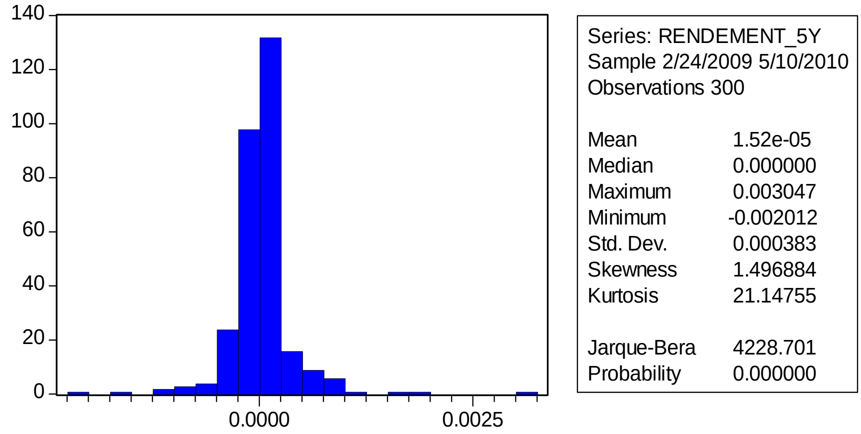
Le taux EURO :



Le taux MAD :



La BTN 5Y :



Théorème d'Îto et son application au modèle traité

Soit X_t un processus d'Îto défini par :

$$X_t = X_0 + \int_0^t U(s,w)ds + \int_0^t V(s,w)dB_s$$

Avec :

- X_0 F_0-mesurable ;
- $\int_0^t V(s,w)^2 ds < +\infty$ *presque sûrement*;
- $\int_0^t |U(s,w)| ds < +\infty$ *presque sûrement*;
- U(t) et V(t) sont F_t- adaptés

Soient g ∈ $C^2(R^+ \times R)$ et $Y_t = g(t,X_t)$. Alors Yt est également un processus de Îto et :

$$\boxed{dY_t = \frac{\partial g}{\partial t}(t,X_t)dt + \frac{\partial g}{\partial x}(t,X_t)dX_t + \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(t,X_t)(dX_t)^2}$$

$(dX_t)^2$ est calculé avec les règles suivantes :

$$dtdt = dtdB_t = dB_tdt = 0 \text{ et } dB_tdB_t = dt$$

Afin de trouver une formule explicite de $\frac{1}{S_{t_i}}$ comme celle obtenue pour le modèle de Black and Scholes, on a appliqué le théorème d'Îto comme suit :

Soit $Y_t = g(t,S_t) = 1/S_t$

On a $dY_t = 0 - \frac{1}{S_t^2}dS_t + \frac{2}{S_t^3}(\sigma S_t)^2 dt$

$$= -\frac{1}{S_t^2}(\mu S_t dt + \sigma S_t dBt) + \frac{2}{S_t}\sigma^2 dt$$

$$= -\frac{1}{S_t}(\mu dt + \sigma dBt) + \frac{2}{S_t}\sigma^2 dt$$

$$= \frac{1}{S_t}((2\sigma^2 - \mu) dt - \sigma dBt)$$

$$\frac{d\frac{1}{S_t}}{\frac{1}{S_t}} = (2\sigma^2 - \mu) dt - \sigma dBt$$

Or:

$$\text{Ln } Y_t = \ln Y_0 + \int_0^t \frac{dY_u}{Y_u} - \frac{1}{2}\int_0^t \frac{1}{{Y_u}^2}\, d\langle Y, Y\rangle$$

$$= \ln Y_0 + \int_0^t ((2\,\sigma^2 - \mu)\, du - \sigma\, dBu) - \frac{1}{2}\int_0^t \sigma^2 du$$

Ainsi : $\frac{1}{S_t} = \frac{1}{S_0} \exp\,[-\sigma dB_t + (\frac{3\,\sigma^2}{2} - \mu\,)dt]$

Aussi, nous avons à l'instant t_{i+1}: $dB_{t_{i+1}} = B_{t_{i+1}} - B_{t_i} = \Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}}$ et $dt_{i+1} = t_{i+1} - t_i = 1/n$

$$\frac{1}{S_{t_{i+1}}} = \frac{1}{S_{t_i}} \exp\,[-\sigma \Delta^{\Pi} B_{t_{i+1}} + \frac{-\mu + \frac{3\sigma^2}{2}}{n}]$$

Corrélogrammes des séries des taux courts pris en compte dans le modèle :

Taux 1semaine :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.495	0.495	90.160	0.000
		2	0.419	0.230	154.89	0.000
		3	0.353	0.111	201.04	0.000
		4	0.310	0.072	236.75	0.000
		5	0.273	0.046	264.54	0.000
		6	0.232	0.016	284.62	0.000
		7	0.207	0.019	300.66	0.000
		8	0.179	0.008	312.70	0.000
		9	0.166	0.019	323.10	0.000
		10	0.152	0.016	331.84	0.000
		11	0.146	0.022	339.92	0.000
		12	0.135	0.014	346.85	0.000
		13	0.124	0.009	352.74	0.000
		14	0.108	-0.002	357.23	0.000
		15	0.090	-0.011	360.35	0.000
		16	0.070	-0.019	362.22	0.000
		17	0.047	-0.026	363.06	0.000
		18	0.036	-0.012	363.57	0.000
		19	0.038	0.008	364.12	0.000
		20	0.056	0.037	365.34	0.000

Taux 8 semaines :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.857	0.857	270.23	0.000
		2	0.817	0.312	516.71	0.000
		3	0.791	0.173	748.12	0.000
		4	0.773	0.126	969.73	0.000
		5	0.751	0.063	1179.5	0.000
		6	0.745	0.103	1386.5	0.000
		7	0.722	0.012	1581.6	0.000
		8	0.696	-0.020	1763.5	0.000
		9	0.681	0.021	1938.2	0.000
		10	0.668	0.022	2106.6	0.000
		11	0.640	-0.045	2261.5	0.000
		12	0.633	0.041	2413.5	0.000
		13	0.619	0.014	2559.4	0.000
		14	0.602	-0.002	2697.9	0.000
		15	0.593	0.026	2832.4	0.000
		16	0.584	0.022	2963.4	0.000
		17	0.575	0.027	3090.7	0.000
		18	0.567	0.021	3214.8	0.000
		19	0.562	0.024	3337.1	0.000
		20	0.558	0.033	3457.8	0.000

Taux 13 semaines :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.424	0.424	100.39	0.000
		2	0.417	0.290	197.94	0.000
		3	0.412	0.218	293.29	0.000
		4	0.407	0.172	386.59	0.000
		5	0.401	0.139	477.30	0.000
		6	0.396	0.115	565.77	0.000
		7	0.391	0.096	652.05	0.000
		8	0.386	0.081	736.19	0.000
		9	0.381	0.069	818.32	0.000
		10	0.375	0.059	898.39	0.000
		11	0.378	0.063	979.87	0.000
		12	0.368	0.045	1057.3	0.000
		13	0.364	0.039	1132.9	0.000
		14	0.359	0.034	1206.8	0.000
		15	0.355	0.029	1278.8	0.000
		16	0.348	0.022	1348.4	0.000
		17	0.341	0.016	1415.3	0.000
		18	0.334	0.011	1479.8	0.000
		19	0.327	0.006	1541.6	0.000
		20	0.320	0.002	1600.9	0.000

Taux 52semaines :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.984	0.984	541.50	0.000
		2	0.971	0.078	1069.6	0.000
		3	0.960	0.052	1586.3	0.000
		4	0.947	-0.020	2090.7	0.000
		5	0.937	0.058	2585.2	0.000
		6	0.925	-0.053	3068.1	0.000
		7	0.914	0.004	3539.7	0.000
		8	0.902	0.003	4000.7	0.000
		9	0.889	-0.065	4449.2	0.000
		10	0.877	0.016	4886.3	0.000
		11	0.863	-0.061	5310.7	0.000
		12	0.849	-0.043	5721.4	0.000
		13	0.834	-0.027	6118.8	0.000
		14	0.818	-0.059	6501.5	0.000
		15	0.801	-0.032	6869.5	0.000
		16	0.787	0.052	7225.0	0.000
		17	0.773	0.045	7569.4	0.000
		18	0.760	-0.010	7902.4	0.000
		19	0.745	-0.055	8222.6	0.000
		20	0.728	-0.046	8529.5	0.000

Taux 2 ans :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.980	0.980	537.03	0.000
		2	0.966	0.136	1059.6	0.000
		3	0.955	0.082	1570.8	0.000
		4	0.942	-0.006	2069.6	0.000
		5	0.930	0.014	2557.0	0.000
		6	0.918	-0.026	3032.2	0.000
		7	0.904	-0.030	3494.4	0.000
		8	0.889	-0.065	3942.1	0.000
		9	0.874	-0.016	4375.8	0.000
		10	0.861	0.017	4797.0	0.000
		11	0.847	-0.015	5205.2	0.000
		12	0.833	-0.009	5600.4	0.000
		13	0.818	-0.024	5982.4	0.000
		14	0.802	-0.020	6350.9	0.000
		15	0.789	0.039	6708.1	0.000
		16	0.777	0.025	7054.6	0.000
		17	0.762	-0.041	7389.1	0.000
		18	0.750	0.042	7713.7	0.000
		19	0.736	-0.039	8027.0	0.000
		20	0.721	-0.048	8328.0	0.000

Taux 5 ans :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.972	0.972	527.98	0.000
		2	0.955	0.183	1038.4	0.000
		3	0.943	0.135	1537.4	0.000
		4	0.930	0.020	2023.8	0.000
		5	0.914	-0.060	2493.8	0.000
		6	0.898	-0.021	2948.7	0.000
		7	0.884	0.016	3390.6	0.000
		8	0.868	-0.040	3817.2	0.000
		9	0.851	-0.040	4227.6	0.000
		10	0.837	0.041	4625.6	0.000
		11	0.824	0.019	5011.8	0.000
		12	0.811	0.025	5386.6	0.000
		13	0.797	-0.002	5749.7	0.000
		14	0.784	-0.003	6101.8	0.000
		15	0.768	-0.073	6439.9	0.000
		16	0.754	0.010	6766.4	0.000
		17	0.738	-0.042	7080.1	0.000
		18	0.723	-0.018	7381.2	0.000
		19	0.709	0.020	7671.3	0.000
		20	0.693	-0.024	7949.2	0.000

Taux 10 ans :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.984	0.984	541.51	0.000
		2	0.969	0.017	1067.6	0.000
		3	0.954	-0.004	1578.5	0.000
		4	0.939	-0.025	2073.9	0.000
		5	0.922	-0.040	2553.0	0.000
		6	0.908	0.049	3017.9	0.000
		7	0.895	0.042	3470.3	0.000
		8	0.881	-0.035	3909.4	0.000
		9	0.867	0.005	4335.8	0.000
		10	0.854	-0.002	4749.8	0.000
		11	0.840	-0.010	5151.7	0.000
		12	0.823	-0.107	5538.4	0.000
		13	0.805	-0.062	5908.8	0.000
		14	0.786	-0.036	6262.8	0.000
		15	0.767	-0.025	6600.1	0.000
		16	0.746	-0.061	6919.6	0.000
		17	0.726	0.011	7222.8	0.000
		18	0.705	-0.040	7509.6	0.000
		19	0.684	-0.025	7780.1	0.000
		20	0.663	-0.025	8034.6	0.000

Taux 15 ans

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.962	0.962	517.11	0.000
		2	0.948	0.310	1020.7	0.000
		3	0.924	-0.058	1499.2	0.000
		4	0.902	-0.032	1956.5	0.000
		5	0.879	-0.013	2391.8	0.000
		6	0.858	-0.001	2806.8	0.000
		7	0.839	0.043	3204.7	0.000
		8	0.821	0.026	3586.5	0.000
		9	0.805	0.015	3953.8	0.000
		10	0.790	0.020	4307.9	0.000
		11	0.773	-0.019	4648.0	0.000
		12	0.756	-0.030	4973.9	0.000
		13	0.737	-0.034	5284.5	0.000
		14	0.718	-0.036	5579.2	0.000
		15	0.697	-0.031	5857.8	0.000
		16	0.678	0.016	6122.1	0.000
		17	0.660	0.022	6373.2	0.000
		18	0.643	-0.006	6611.2	0.000
		19	0.623	-0.036	6835.8	0.000
		20	0.606	-0.009	7048.3	0.000

Taux 20 ans :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.974	0.974	529.79	0.000
		2	0.951	0.068	1036.6	0.000
		3	0.931	0.037	1523.1	0.000
		4	0.911	-0.011	1989.3	0.000
		5	0.890	-0.012	2435.6	0.000
		6	0.868	-0.039	2860.9	0.000
		7	0.847	-0.002	3266.3	0.000
		8	0.825	-0.029	3651.6	0.000
		9	0.803	-0.003	4017.7	0.000
		10	0.782	-0.007	4365.2	0.000
		11	0.761	-0.009	4694.7	0.000
		12	0.739	-0.022	5006.2	0.000
		13	0.718	-0.002	5300.6	0.000
		14	0.694	-0.058	5576.4	0.000
		15	0.670	-0.026	5834.2	0.000
		16	0.647	-0.017	6074.4	0.000
		17	0.623	-0.024	6297.5	0.000
		18	0.598	-0.022	6503.8	0.000
		19	0.574	-0.009	6694.2	0.000
		20	0.550	-0.019	6869.1	0.000

Taux 30 ans :

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.968	0.968	521.91	0.000
		2	0.939	0.039	1014.4	0.000
		3	0.919	0.115	1486.4	0.000
		4	0.899	0.019	1939.3	0.000
		5	0.877	-0.038	2370.6	0.000
		6	0.853	-0.030	2779.7	0.000
		7	0.831	-0.004	3168.2	0.000
		8	0.810	0.006	3537.9	0.000
		9	0.791	0.033	3891.4	0.000
		10	0.772	-0.001	4228.8	0.000
		11	0.753	-0.010	4550.1	0.000
		12	0.733	-0.010	4855.6	0.000
		13	0.714	-0.010	5146.0	0.000
		14	0.695	-0.019	5421.4	0.000
		15	0.675	-0.011	5682.0	0.000
		16	0.655	-0.023	5927.7	0.000
		17	0.633	-0.050	6157.3	0.000
		18	0.616	0.082	6375.7	0.000
		19	0.602	0.015	6584.1	0.000
		20	0.583	-0.039	6780.5	0.000

Les résultats de la régression du processus d'Ornstein-Uhlenbeck

Les taux 13 semaines :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.019351	0.001293	14.97060	0.0000
C(2)	0.423869	0.038414	11.03419	0.0000

R-squared	0.180441	Mean dependent var	0.033592
Adjusted R-squared	0.178959	S.D. dependent var	0.001837
S.E. of regression	0.001665	Akaike info criterion	-9.954766
Sum squared resid	0.001532	Schwarz criterion	-9.939202
Log likelihood	2764.447	Durbin-Watson stat	2.251526

Les taux 52 semaines :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000543	0.000201	2.693272	0.0073
C(2)	0.984285	0.005760	170.8912	0.0000

R-squared	0.981416	Mean dependent var	0.034949
Adjusted R-squared	0.981382	S.D. dependent var	0.001291
S.E. of regression	0.000176	Akaike info criterion	-14.44699
Sum squared resid	1.72E-05	Schwarz criterion	-14.43143
Log likelihood	4011.039	Durbin-Watson stat	2.287523

Les taux 2 ans :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000717	0.000257	2.786284	0.0055
C(2)	0.980176	0.007049	139.0526	0.0000

R-squared	0.972195	Mean dependent var	0.036463
Adjusted R-squared	0.972145	S.D. dependent var	0.001286
S.E. of regression	0.000215	Akaike info criterion	-14.05155
Sum squared resid	2.55E-05	Schwarz criterion	-14.03598
Log likelihood	3901.304	Durbin-Watson stat	2.398804

Les taux 5 ans :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001078	0.000339	3.183599	0.0015
C(2)	0.971880	0.008778	110.7174	0.0000

R-squared	0.956835	Mean dependent var	0.038544
Adjusted R-squared	0.956757	S.D. dependent var	0.001223
S.E. of regression	0.000254	Akaike info criterion	-13.71180
Sum squared resid	3.58E-05	Schwarz criterion	-13.69624
Log likelihood	3807.026	Durbin-Watson stat	2.482017

Les taux 10 ans :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000648	0.000228	2.844324	0.0046
C(2)	0.984231	0.005494	179.1605	0.0000

R-squared	0.983064	Mean dependent var	0.041465
Adjusted R-squared	0.983033	S.D. dependent var	0.001088
S.E. of regression	0.000142	Akaike info criterion	-14.88170
Sum squared resid	1.11E-05	Schwarz criterion	-14.86614
Log likelihood	4131.673	Durbin-Watson stat	2.092827

Les taux 15 ans :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001633	0.000433	3.776085	0.0002
C(2)	0.962610	0.009846	97.77045	0.0000

R-squared	0.945313	Mean dependent var	0.043904
Adjusted R-squared	0.945214	S.D. dependent var	0.001182
S.E. of regression	0.000277	Akaike info criterion	-13.54384
Sum squared resid	4.23E-05	Schwarz criterion	-13.52828
Log likelihood	3760.417	Durbin-Watson stat	2.864996

Les taux 20 ans :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001163	0.000258	4.508390	0.0000
C(2)	0.973847	0.005766	168.9076	0.0000

R-squared	0.980985	Mean dependent var	0.044744
Adjusted R-squared	0.980951	S.D. dependent var	0.000801
S.E. of regression	0.000111	Akaike info criterion	-15.37906
Sum squared resid	6.76E-06	Schwarz criterion	-15.36350
Log likelihood	4269.689	Durbin-Watson stat	2.479577

Les taux 30 ans :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001350	0.000414	3.265326	0.0012
C(2)	0.970144	0.009154	105.9847	0.0000

R-squared	0.953322	Mean dependent var	0.045181
Adjusted R-squared	0.953237	S.D. dependent var	0.000225
S.E. of regression	4.86E-05	Akaike info criterion	-17.02036
Sum squared resid	1.30E-06	Schwarz criterion	-17.00474
Log likelihood	4699.621	Durbin-Watson stat	2.131420

Les taux 1 semaine :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.016635	0.001488	11.18150	0.0000
C(2)	0.494969	0.045145	10.96395	0.0000

R-squared	0.249287	Mean dependent var	0.032943
Adjusted R-squared	0.247213	S.D. dependent var	0.000660
S.E. of regression	0.000573	Akaike info criterion	-12.08724
Sum squared resid	0.000119	Schwarz criterion	-12.06582
Log likelihood	2201.877	Durbin-Watson stat	2.250930

Les taux 8 semaines :

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.004702	0.000903	5.209476	0.0000
C(2)	0.859420	0.026971	31.86493	0.0000

R-squared	0.737181	Mean dependent var	0.033463
Adjusted R-squared	0.736455	S.D. dependent var	0.000469
S.E. of regression	0.000241	Akaike info criterion	-13.81923
Sum squared resid	2.10E-05	Schwarz criterion	-13.79781
Log likelihood	2517.099	Durbin-Watson stat	2.543577

Code sous R traçant le graphe de la convergence des simulations vers la moyenne

```
K=matrix(nrow=365,ncol=1001)
F=matrix(nrow=365,ncol=1000)
sigma=0.010215075
sig=0.00010434775496
mu=0.000174991
S=c(0)
S[1]= 1358019
R=c(0)
for ( j in 1:1000)
{
for ( i in 2:365)
S[i]=S[i-1]*exp((sigma*sqrt(1/365)*rnorm(1,0,1))+((mu-sig/2)/365))
for ( i in 2:365)
{
R[i]=(S[i]-S[i-1])/S[i-1]
K[i,j]=R[i]
F[i,j]=K[i,j]
}


}
for( i in 2:365)
K[i,1001]=mean(F[i,])
for ( j in 2:1000)
plot(K[,j],col="grey",add=TRUE,typ="l")

lines(K[,1001],col="red")

write.table(K,"C:/rendement.csv",sep=";")
```

Pondérations par maturité des obligations

	1 - 2 ans	2 - 3 ans	3 - 4 ans	4 - 5 ans	5 - 7 ans	7- 10 ans
BDT		400 000,00	600 000,00	600 000,00	300 000,00	100 000,00
Dette privée	600 000,00	450 000,00	150 000,00	150 000,00	150 000,00	
Garantie par l'Etat	270 000,00	202 500,00	67 500,00	67 500,00	67 500,00	-
EC	60 000,00	45 000,00	15 000,00	15 000,00	15 000,00	-
Autres	270 000,00	202 500,00	67 500,00	67 500,00	67 500,00	-

BDT+ Dette privée garantie par l'Etat	**≤ 1 mois**	0,00%
	1-3 mois	0,20%
	3-6 mois	0,40%
	6-12 mois	0,70%
	1-2 ans	1,45%
	2-3 ans	2,15%
	3-4 ans	2,95%
	4-5 ans	4,20%
	5-7 ans	5,40%
	7-10 ans	6,70%
	10-15 ans	8,70%
	15-20 ans	10,65%
	> 20 ans	12,70%
		16,70%
		23,15%

EC	≤ à 6 mois	**≤ 1 mois**	0,25%
		1-3 mois	0,45%
		3-6 mois	0,65%
	entre 6 et 24 mois	**6-12 mois**	14,40%
		1-2 ans	1,00%
	> à 24 mois	**2-3 ans**	3,35%
		3-4 ans	3,85%
		4-5 ans	4,35%
		5-7 ans	4,85%
		7-10 ans	5,35%
		10-15 ans	6,10%
		15-20 ans	6,85%
		> 20 ans	7,60%
			9,60%
			14,10%

Autres	**≤ 1 mois**	8,00%
	1-3 mois	8,20%
	3-6 mois	8,40%
	6-12 mois	8,70%
	1-2 ans	9,45%
	2-3 ans	10,15%
	3-4 ans	10,95%
	4-5 ans	12,20%
	5-7 ans	13,40%
	7-10 ans	14,70%
	10-15 ans	16,70%
	15-20 ans	18,65%
	> 20 ans	20,70%
		24,70%
		31,15%