



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC  
\*\_\*\*\_\*\*\_\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*\_\*\*\_\*\*\_\*\*\_\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



# INSEA

## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

**Optimisation des traités de réassurance dans le  
nouveau cadre de solvabilité II : branche incendie**

Préparé par :

- **Mlle. Houda BENHARBIT ALAMI**
- **M. Yacine LAARICH**

Sous la direction de :

- **Dr. Mohamed CHATER (INSEA)**
- **Mlle. Rajae SAMKAOUI (RMA WATANYA)**

**Soutenu publiquement le 02/07/2015 comme exigence partielle en vue de l'obtention  
du**

*Diplôme d'Ingénieur d'Etat*

**Option : Actuariat-finance**

*Devant le jury composé de :*

- **Dr. Mohamed CHATER (INSEA)**
- **Dr. Jelloul ELMABROUK (INSEA)**
- **Mlle. Rajae SAMKAOUI (RMA WATANYA)**



# Résumé

**Mots clés :** *Solvency Capital Requirement*, Réassurance non proportionnelle, Réassurance proportionnelle, QIS5, *Best Estimate*, Assurance non-vie, assurance d'incendie, Risque de souscription non-vie, Tarification de la réassurance, Solvabilité II, Méthode de *Monte-Carlo*.

La Solvabilité II exige de la part des assureurs d'avoir un capital (*Solvency Capital Required* : SCR) leur permettant d'être solvables en cas de survenance de sinistres inattendus.

Etant donné que l'assurance peut réduire ses risques en les transférant aux réassureurs, celle-ci se voit dans l'obligation de leurs céder une partie de ses primes émises. En outre, les fonds propres immobilisés par les actionnaires ont un coût qui doit rémunérer leurs investissements.

Pour le cas de l'assurance de la branche incendie, les raisons qui poussent l'assureur à recourir à un cessionnaire se résument en deux points : D'un côté, en tant que garant du risque, l'assureur est confronté à tout moment à un dédommagement exceptionnel surtout face aux gros montants assurés. D'un autre côté, les compagnies d'assurance doivent s'adapter en permanence à la réglementation en vigueur afin de préserver leur statut d'assureur; en particulier elles doivent être en mesure d'atteindre un niveau minimal de solvabilité.

**La finalité de ce mémoire se résume ainsi à l'optimisation des programmes de réassurance de RMA Watanya propres à sa branche incendie, en minimisant son coût de réassurance et en maintenant un niveau de SCR optimal selon les nouvelles normes de Solvabilité II.**

La formule standard présentée par le QIS 5 nous montre que la réassurance a un impact sur le SCR de la compagnie.

Sachant que notre étude se résume à l'activité propre à la branche incendie, toutes les notions utilisées seront relatives à cette dernière.

Par conséquent, nous proposons d'étudier la problématique en deux étapes principales:

- **La tarification de la réassurance de la branche incendie de RMA Watanya.**
- **La minimisation du couple : coût de réassurance - SCR de souscription non-vie relatif à cette branche.**

Cette étude doit permettre au pôle actuariat ainsi qu'au personnel chargé de réassurance dans RMA Watanya d'être plus critiques vis-à-vis des propositions du courtier et de justifier le choix des réassureurs.

# *Abstract*

Keywords: Capital Solvency Requirement, Non proportional Reinsurance, Proportional Reinsurance, QIS 5, Best Estimate, not-life Insurance, Fire Insurance, Risk of subscription not-life, Tariffing of reinsurance, Solvency II, Method of Monte Carlo.

Solvency II requires on behalf of the insurers to have a capital (Capital Solvency Required: SCR) allowing them to be solvent in the event of supervening of unexpected disasters. The fact that the insurance can reduce its risks by transferring them to the reinsurers, the insurance is seen in the obligation to yield part of its emitted bonuses. Moreover, the equities immobilized by the shareholders have a cost which must remunerate their investments.

In the case of the insurance of the branch sets fire, the reasons which push the insurer to be resorted to an assignee are summarized in two points: On one side, as a guarantor of the risk, the insurer is confronted constantly to an exceptional compensation especially what concerns the large assured amounts. On another side, the insurance companies must permanently adapt their activities to the regulations in force in order to preserve their statute of insurer. In particular, they must be able to reach a minimal level of solvency.

**The finality of this memory is summarized in the optimization of the programmes of reinsurance specific to the branch sets fire for RMA Watanya by minimizing its total load and by maintaining an optimal level of SCR according to the new standards of Solvency II.**

The standard formula presented by the QIS 5 shows us that reinsurance with an impact on the SCR of the company.

Knowing that our study is summarized with the activity specific to the branch sets fire to, all the concepts used will be relative to this context. Consequently, we propose to study the problematic in two principal stages:

- **The tariffication of the reinsurance of the branch sets fire to RMA Watanya.**
- **The minimization of the couple: cost of reinsurance - SCR of subscription not-life relative to this branch.**

This study must allow the pole actuary and the persons in charge of reinsurance in RMA Watanya to be more critical with the proposals of the broker and to justify the choice of the reinsurers.

## *Dédicace*

*C'est avec joie, plein d'émotions et de fierté que je dédie cet humble travail :*

*A mon père et mentor, duquel j'ai appris la persévérance et la rigueur, je te remercie pour ton amour et ton perpétuel soutien*

*A ma très chère mère, je te remercie pour ta patience, ton bon sens et ton amour infini.*

*A mon petit frère, mon confident et mon protégé SIMOHLAMED que ce travail soit pour toi un exemple à dépasser.*

*A tous mes oncles et tantes qui m'ont supporté et aidé dans mon chemin que ce soit de près ou de loin.*

*A tous mes cousins et cousines pour les moments de joie et de folie passés avec vous, merci.*

*A mes amis, Mimi, Chouchou, Mehdi, Sara, Taha, Zaid ...*

*Houda Benharbit*

## *Dédicace*

*A mes chers parents, qui par leur amour et leur soutien, leur présence et leur attention, leurs sacrifices, j'ai pu réaliser mes ambitions et être tout ce dont je suis fier aujourd'hui,*

*A mon petit frère bien aimé, à qui je souhaite toute la réussite dans ses études,*

*A toute ma famille et à tous mes amis,*

*A tous mes professeurs,*

*Je dédie ce travail et j'espère être à la hauteur de vos attentes envers moi.*

*LAARICH Yacine*

## *Remerciements*

Au terme de ce travail, Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à notre encadrante Mlle. Rajae SAMKAOUI, cadre actuariaire au Département actuariat de RMA Watanya, pour ses conseils précieux et son aide tout au long de notre stage.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre encadrant le Docteur Mohamed CHATER, Professeur chercheur à l'INSEA, pour ces précieux conseils, sa disponibilité et ses directives prodiguées tout au long de notre travail.

Nos remerciements s'adressent également à M. Said JABIR, responsable du Département actuariat de RMA Watanya, pour son parrainage et son encouragement qui ont fait de notre stage une expérience enrichissante.

Nos remerciements vont aussi à l'ensemble du personnel de RMA Watanya pour leur coopération et l'accueil chaleureux qu'ils nous ont réservés durant notre stage de fin d'études.

Enfin, nous n'oublions pas de remercier l'ensemble du corps professoral de l'INSEA, pour leurs efforts continus afin de nous offrir la meilleure formation.

## Sommaire

Partie 1.....	18
Contexte d'étude et tarification .....	18
<b>Chapitre 1 : Contexte d'étude</b> .....	<b>19</b>
I- Organisme d'accueil.....	19
I-1 Historique .....	19
I-2 Organigramme : .....	19
I-3 RMA WATANYA en chiffre .....	21
II- Présentation de l'activité de réassurance :.....	21
II-1 Introduction : .....	21
II-2 Définitions de base : .....	22
II-3 Utilité de la réassurance.....	23
II-4 Critères de classification de la réassurance : .....	24
II-4-1 Critère juridique : .....	24
II-4-2 Critère technique : .....	25
II-4-3 Quelques clauses des traités non proportionnels :.....	30
III- Solvabilité II.....	32
III-1 Présentation.....	32
III-2 Historique.....	32
III-3 Objectifs .....	33
III-4 Description des 3 piliers.....	34
III-5 Impacts de la réassurance.....	35
III-6 Impact de réassurance sur le SCR de souscription non-vie : .....	36
<b>Chapitre 2 : Présentation des données</b> .....	<b>37</b>
I- Présentation du portefeuille de la branche incendie de la compagnie RMA WATANYA : .....	37
I-1 La branche incendie : .....	37
I-2 Présentation de la base de données : .....	37
I-3 Traitement de la base de données .....	38
I-4 Analyse descriptive de la base de données : .....	39
I-4-1 Données relatives à l'activité d'assurance : .....	39
1) Analyse du volume d'activité.....	39
2) Analyse de la sinistralité : .....	42

I-4-2 –Analyse des traités de réassurance : .....	45
1) Caractéristiques de l'excédent de plein : .....	45
2) Caractéristiques de l'excédent de sinistre par risque : .....	46
3) Caractéristiques de l'excédent de sinistre par évènement : .....	46
4) Conclusion : .....	47
II- Analyse du besoin de réassurance .....	47
II-1 Cadre théorique .....	48
II-1-1 Calcul des fonds propres affectés au risque de hasard : .....	48
1) Marge de solvabilité : .....	48
2) Ecart type du hasard : .....	49
II-1-2 Le coefficient de sécurité T .....	50
1) Méthode de calcul .....	50
2) Critère de décision .....	51
II-2 Application numérique .....	52
II-2-1 Calcul du coefficient de sécurité .....	52
1) La marge de solvabilité .....	52
2) Les fonds propres .....	53
3) Adéquation à une loi .....	53
4) Le coefficient de sécurité .....	55
III- Analyse du profil du risque et du sinistre .....	56
III-1- Définition .....	56
III-2 Réalisation .....	56
III-3 Résultats et interprétations .....	57
<b>Chapitre 3 : Tarification des traités de réassurance incendie .....</b>	<b>60</b>
I- Modélisation de la sinistralité .....	60
I-1-Détermination du seuil des grands sinistres : .....	60
I-1-1-La méthode des valeurs record .....	60
I-1-2-La fonction moyenne des excès : .....	62
I-1-3-Méthode mixte de minimisation de la variance .....	64
I-1-4- Modélisation des sinistres : .....	68
1) Modélisation de la fréquence .....	68
2) Modélisation du coût des sinistres .....	68
I-1-5 Application numérique .....	69
II- Tarification des traités de réassurance : .....	71

II-1 Tarification du traité excédent de plein .....	71
1) Formulation théorique .....	71
2) Application numérique .....	72
II-2 Tarification du traité excédent de sinistres .....	72
II-2-1 Tarification basée sur l'expérience : Méthode BurningCost.....	72
1) Formulation théorique .....	72
2) Application numérique .....	74
II-2-2 Tarification probabiliste .....	76
1) Formulation théorique : .....	76
2) Mise en application : .....	77
II-2-3 Méthode de simulation .....	78
1) Formulation théorique : .....	78
2) Mise en application : .....	79
Partie 2 : .....	81
Optimisation des traités de réassurance incendie par minimisation du SCR de souscription non vie ..	81
<b>Chapitre 1 : SCR de souscription non vie .....</b>	<b>82</b>
Introduction .....	82
I- formules de calcul .....	82
I-1 Risque de rachat ou risque d'erreur .....	83
I-2 Risque de Catastrophe .....	83
I-3 Risque de prime et réserve.....	84
I-3-1 Mesure de volatilité .....	85
1) Volatilité du risque de prime .....	85
2) Volatilité du risque de réserve.....	87
3) Volatilité du risque de prime et réserve.....	87
I-3-2 mesure de volume.....	88
II- Provisions techniques best estimate .....	88
II-1. Définition de best estimate .....	89
II-2. Marge de risque .....	89
II-3 Provisions best estimate .....	90
II-3-1 Provisions brutes .....	90
II-3-2 Best estimate net de réassurance .....	91
II-4 Méthodes de provisionnements .....	93
II-4-1 Méthode déterministe : Chain-Ladder.....	93

1) Processus .....	93
2) Limites.....	94
II-4-2. Méthode Stochastique .....	95
1) Définition.....	95
2) Caractéristiques .....	95
3) Test de vérification.....	97
II-5Application numérique .....	98
II-5-1Calcul du best estimate.....	98
1) Calcul du best estimate brut de réassurance .....	98
2) Calcul du best estimate net de réassurance.....	101
II-5-2 Calcul du SCR de souscription non-vie .....	102
<b>Chapitre 2 : optimisation du couple SCR, Coût en réassurance :</b> .....	<b>103</b>
I- Principe de minimisation.....	103
II- Application numérique .....	103
<b>Conclusion :</b> .....	<b>106</b>

## *Liste des Abréviations*

XS	Excédent de sinistre
XP	Excédent de plein
UE	Union européenne
RBC	Riskbased capital
IAIS	International Association of Insurance Supervisors
MCR	Minimum Capital Requirement
SCR	Solvency Capital Requirement
ERM	Enterprise Risk Management
RMA	Royale Marocaine d'Assurance
VBA	Visual Basic for Application
QIS	Quality Insurance Services
EIOPA	European Insurance and Occupational Pensions Authority
CoC	Coût en capital

## *Liste des tableaux*

Tableau 1: Chiffres relatifs au volume d'activité de RMA WATANYA pour la branche incendie .....	40
Tableau 2: la sinistralité relative à la branche incendie pendant la période 2005/2014 .....	43
Tableau 3: Evolution du taux de prime de l'XS.....	46
Tableau 4 : Evolution de la marge de solvabilité pour la branche incendie.....	53
Tableau 5: Evolution des fonds propres affectés au hasard avant réassurance.....	53
Tableau 6 : valeurs d'épsilon .....	54
Tableau 7: Valeurs du résultat pur .....	55
Tableau 8 : Evolution du coefficient de sécurité avant réassurance.....	56
Tableau 9 : seuils obtenus par la méthode des valeurs records sans XP .....	61
Tableau 10 : Seuils obtenus par la méthode des valeurs record avec excédent de plein de 30M .....	61
Tableau 11: Seuils obtenus par la méthode des valeurs record avec excédent de plein de 60M .....	62
Tableau 12:Seuils obtenus par la méthode des valeurs record avec excédent de plein de 100M .....	62
Tableau 13:Seuils obtenus par la méthode moyenne des excès avec excédent de plein de 30 M .....	64
Tableau 14:Seuils obtenus par la méthode moyenne des excès sans excédent de plein.....	64
Tableau 15:Seuils obtenus par la méthode moyenne des excès avec excédent de plein de 60 M .....	64
Tableau 16:seuils obtenus par la méthode moyenne des excès avec excédent de plein de 100 M ....	64
Tableau 17: somme des capitaux assurés et des affaires par tranche de capital .....	72
Tableau 18 : Taux de prime cédée pour excédent de plein .....	72
Tableau 19: Taux d'inflations au 31/12/2014 .....	73
Tableau 20 : Données fournies par l'EIOPA pour le calcul du taux d'ajustement.....	92
Tableau 21 : Taux d'actualisation zéro-coupon.....	100
Tableau 22: répartition actuelle des réassureurs.....	101

## Liste des figures

Figure 1: Organigramme de la société .....	20
Figure 2: Schéma explicatif du mécanisme de réassurance.....	23
Figure 3 : Structure du portefeuille après Quote-part .....	26
Figure 4 : Portefeuille de l'assureur après achat d'une couverture en excédent de plein .....	27
Figure 5 : Zone protégée par l'excédent de sinistre.....	28
Figure 6: Part supporté par chacun de l'assureur et réassureur après couverture par l'XS .....	29
Figure 7: Evolution de l'assiette de prime pour la branche incendie durant la période 2005-2014 ....	40
Figure 8 : Evolution du nombre de polices souscrites pour la branche incendie durant la période 2005-2014 .....	41
Figure 9 : Evolution du capital assuré relatif a la branche incendie durant la période 2005-2014 .....	41
Figure 10 : Evolution du capital assuré moyen relatif à la branche incendie durant la période 2005-2014.....	42
Figure 11: Evolution de la charge totale des sinistres par exercice pendant la période 2005-2014 ....	43
Figure 12: Nombre de sinistres par exercice durant la période 2005-2014.....	44
Figure 13: Evolution du coût moyen des sinistres de la branche incendie pendant la période 2005/2014 .....	44
Figure 14 : Calcul de la marge de solvabilité .....	52
Figure 15:QQ-plot ajustant epsilon à la loi normale .....	54
Figure 16: Test d'ajustement d'epsilon par la loi normale .....	54
Figure 17 : Profil du risque pour l'ensemble des années d'évaluation .....	57
Figure 18 : Profil du risque pour l'année 2014 .....	58
Figure 19: Profil du sinistre pour l'ensemble des années .....	58
Figure 20 : Différents scenarios d'optimisation .....	59
Figure 21: Méthode moyenne des excès pour le calcul du seuil des grands sinistres.....	63
Figure 22 : Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité sans excédent de plein .....	66
Figure 23: Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité excédent de plein de 30M de rétention .....	66
Figure 24: Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité excédent de plein de 60M de rétention .....	67
Figure 25: Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité excédent de plein de 100M de rétention .....	67
Figure 26: Interface de calcul et résultats de la méthode burningcost .....	75
Figure 27: Interface de calcul et résultats de la méthode probabiliste .....	77
Figure 28: Interface de calcul et résultats de la méthode de simulation.....	80
Figure 29: Tableau du pourcentage d'ajustement de la volatilité du risque de prime .....	85
Figure 30: Pourcentages de la volatilité du risque de prime et de réserves.....	87
Figure 31: Résultats d'ajustement de la loi sous R.....	98
Figure 32 : Sortie SAS des paramètres de la méthode GLM (Année de survenance) .....	99
Figure 33: Sortie SAS des paramètres de la méthode GLM (Année d'évaluation).....	99
Figure 34: QQ-plot ajustant les résidus par la loi normale .....	101
Figure 35: Calcul du SCR de souscription non vie.....	102

Figure 36 : Calcul du cout de réassurance et du SCR .....	104
Figure 37:Graphique du coût de réassurance en fonction du SCR.....	105

# *Introduction*

L'utilité de la réassurance pour toute société d'assurance se manifeste principalement, à travers sa fonction de partage du risque, dans la protection procurée par l'engagement du réassureur. Cette protection a pour objet dans sa finalité de réduire le risque de ruine de la compagnie réassurée. Ainsi une liaison naturelle entre réassurance et solvabilité s'établit et pose par conséquent la question du choix du plan de cession qui permettra à la compagnie d'assurance à la fois d'assurer sa solvabilité et de minimiser son coût en réassurance. C'est dans ce cadre que nous allons optimiser les traités de réassurance de la branche incendie de la compagnie RMA WATANYA, nous chercherons ainsi un programme qui offre un niveau optimal de SCR (Capital de solvabilité requis) exigé par la nouvelle réglementation européenne Solvabilité II au coût le plus adapté relativement à la branche incendie.

De ce fait, la résolution de notre problématique nous mène naturellement à poser comme objectifs :

- La tarification du coût de réassurance suivant différents plans de cession.
- Le calcul du SCR nécessaire pour l'activité de la branche incendie selon les différents plans de cession.
- Sélectionner le couple minimal (Coût en réassurance, SCR) et ainsi fixer le plan de cession optimal.

Dans un premier temps, nous présenterons le portefeuille de RMA WATANYA relatif à la branche incendie. Nous étudierons ensuite les traités de réassurance de cette branche d'activité, ainsi que les principales clauses de réassurance concernées dans ces traités. Ensuite, nous présenterons les différentes méthodes de tarification que nous appliquerons et qui nécessitent de bien modéliser le risque de la branche incendie et ainsi de bien appréhender le comportement de la sinistralité relative à cette branche. Enfin, nous serons en mesure de donner le coût en réassurance relatif à chaque plan de cession possible.

Dans un deuxième temps, le calcul du SCR nécessite le respect des normes définies dans la Solvabilité II, nous étudierons ainsi la formule standard du QIS 5 concernant la partie du SCR de souscription non-vie relatif à la branche d'activité incendie. Des modèles économétriques en provisionnement seront abordés pour mener à bien le calcul des paramètres du SCR de souscription non-vie relatif à notre branche. En appliquant la formule standard, nous pouvons calculer le SCR de souscription relatif à notre ligne d'activité avec les

différentes structures des traités. Sachant que l'optimisation des programmes de réassurance consiste à minimiser le coût de réassurance et le SCR de souscription non-vie en même temps, la détermination du point optimal simple ou multiple sur la courbe en coordonnées du coût de réassurance et du SCR de souscription non-vie nous permettra d'identifier la structure adéquate.

Les outils utilisés pour mener à bien cette étude seront les logiciels SAS, R et Excel.

Avant de commencer cette étude, nous allons présenter les traités et les données historiques qui sont nécessaires à notre étude. Tous nos calculs abordés ultérieurement sont basés sur le portefeuille de RMA WATANYA propre à sa branche incendie et ses données historiques.

# Partie 1

## Contexte d'étude et tarification

- ❖ Cette partie a pour but de situer le contexte général du projet. Elle comporte trois chapitres. Le premier est le contexte d'étude, ce chapitre donne un bref aperçu sur l'organisme d'accueil, l'activité d'assurance et de réassurance et le nouveau cadre réglementaire européen de solvabilité II. le deuxième chapitre traite la présentation et l'analyse des données. Enfin le dernier chapitre traite la tarification.

## Chapitre 1 : Contexte d'étude

### I- Organisme d'accueil

#### I-1 Historique

RMA WATANYA est actuellement l'une des compagnies d'assurance leaders dans le marché marocain. Sa naissance étant le résultat de la fusion entre la Royale Marocaine d'Assurance et Al Watanya en 2005, RMA WATANYA a hérité des deux histoires de ces compagnies.

« En 1949, une élite de marocains nationalistes, visionnaires, fonda la première compagnie d'assurance marocaine, la Royale Marocaine d'Assurances, qui, à force de conviction et de ténacité a su se forger un destin exceptionnel pour devenir l'une des compagnies les plus représentatives du marché marocain de l'assurance.

Le premier véritable tournant pour la Royale Marocaine d'Assurances fut pris en 1988, avec l'arrivée de Monsieur Othman Benjelloun à la tête de la compagnie. Une nouvelle dynamique fut insufflée et les années suivantes virent la croissance de la Royale Marocaine d'Assurances fortifiée, sa rentabilité renforcée et sa notoriété améliorée.

Le second tournant fut, sans aucun doute, la participation de la Royale Marocaine d'Assurances à la privatisation de BMCE Bank dans le cadre d'un consortium de partenaires de renom. C'est ainsi qu'en décembre 1998, accompagnée des partenaires Commerzbank et UBP, la compagnie procéda au rachat des parts du GAN dans Al Watanya et l'Alliance Africaine d'Assurances. L'absorption par Al Watanya de l'Alliance Africaine fut décidée et prit effet opérationnellement le 1<sup>er</sup> janvier 2001.

Le 31 mars 2003, Monsieur Othman Benjelloun annonça le coup d'envoi du projet de fusion entre la Royale Marocaine d'Assurances et Al Watanya. Ce rapprochement donna naissance le 1<sup>er</sup> janvier 2005 à RMA WATANYA, une compagnie leader du secteur marocain des assurances. »<sup>1</sup>

#### I-2 Organigramme :

La gouvernance de RMA WATANYA s'appuie sur une organisation dissociant les pouvoirs de contrôle des pouvoirs de gestion.

---

<sup>1</sup><http://www.rmawatanya.com/qui-sommes-nous/notre-histoire>

On peut distinguer le conseil de surveillance présidé par M. Othman BENJELLOUN et le directoire qui est l'instance collégiale décisionnaire de la compagnie au sein de laquelle chaque membre a la responsabilité d'un domaine d'activités propre. Il est présidé par M. Zouheir BENSALD, accompagné par 4 autres directeurs généraux.<sup>2</sup>

En outre, RMA WATANYA « est construite autour de la Vision Client. C'est une organisation décentralisée à travers plusieurs Business Units et des entités fonctionnelles fortes et réactives. Elle encourage la responsabilisation et la délégation à divers niveaux ainsi qu'une coordination efficace à travers le Comité Exécutif »<sup>2</sup>.

Ci-dessous l'organigramme du comité exécutif<sup>2</sup> de la société :

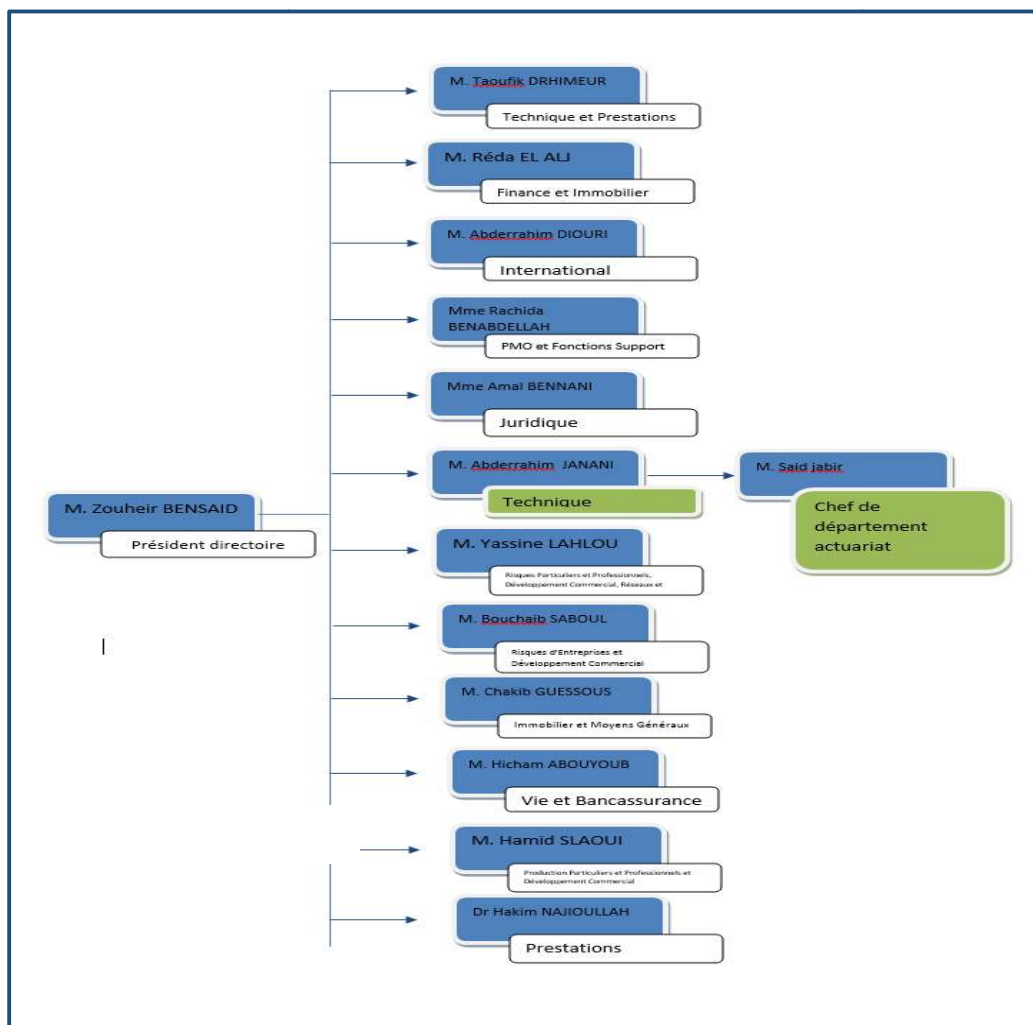


Figure 1: Organigramme du comité exécutif de RMA Watanya

<sup>2</sup><http://www.rmawatanya.com/qui-sommes-nous/notre-organisation>

### I-3 RMA WATANYA en chiffre

En 2010<sup>3</sup> :

- Effectif : 630 collaborateurs
- Agences : 129 agences, dont 10 Bureaux de Gestion Directe, réparties dans les principales

villes du Royaume

- Courtiers : 145 courtiers agréés
- Partenaires commerciaux : 250 établissements de santé et 100 garages conventionnés
- Chiffre d'Affaires (en millions de dirhams) : 4 448
- Résultat Net (en millions de dirhams) : 1 027
- Marge de Solvabilité : 824 %

## II- Présentation de l'activité de réassurance :

Dans la présente partie de ce chapitre, nous tâcherons de donner une présentation générale de l'activité de réassurance, décoder son utilité et définir ses principes. Nous expliquerons ensuite en détail ses différentes formes : Juridique et technique.

### II-1 Introduction :

La réassurance étant en elle-même une activité d'assurance particulière, il serait judicieux avant d'en parler, de revoir quelques principes relatifs à l'activité de l'assurance.

Par définition : « L'assurance est une opération par laquelle une personne, (l'assuré), se fait promettre, moyennant une rémunération, (la prime), pour lui ou pour un tiers, en cas de réalisation d'un risque, une prestation par une autre partie, (l'assureur) qui, prenant en charge un ensemble de risques, les compense conformément aux lois de la statistique . »<sup>4</sup>

L'assurance utilise le principe de mutualisation des risques pour faire face à la nature aléatoire de son engagement. En effet, la prime est calculée sur la base de l'espérance de survenance du sinistre. L'assureur cherche donc à souscrire le plus grand nombre de contrats possibles de façon à ce qu'il parvienne à indemniser les risques sinistrés.

---

<sup>3</sup>Source : <http://www.rmawatanya.com/qui-sommes-nous/nos-chiffres-cles>, (N.B : il s'agit des dernières données présentés officiellement sur le site de la dite compagnie).

<sup>4</sup>.(1924).Joseph ,HEMARDThéorie et pratique des assurances terrestres. Ed. impr. Contant-Laguerre

Cependant, le problème d'écart de sinistralité peut toujours constituer une menace sur la solvabilité de l'assureur. Cette situation impose à l'assureur de prendre certaines mesures de sécurité qui pourraient être par exemple l'inclusion d'un chargement supplémentaire au niveau de sa prime pure, l'augmentation de ses fonds propres, ou encore la limitation de ses souscriptions. Cependant, ces trois solutions ne semblent pas être très avantageuses car la première risquera sûrement de nuire à la compétitivité de l'assureur alors que la deuxième ne serait pas du tout appréciée par les actionnaires qui espèrent une rémunération maximale de leur investissement, et enfin la troisième empêcherait l'assureur de bien se développer en limitant le volume de ses souscriptions.

C'est à ce niveau que l'intérêt de la réassurance fait son apparition : la possibilité de se réassurer propose à l'assureur une solution lui permettant son développement tout en maintenant un niveau de solvabilité acceptable car elle lui permet le partage du risque pris à travers la cession d'une part de ce risque en contrepartie d'un prix donné au réassureur.

## II-2 Définitions de base :

Réassurer c'est *assurer une compagnie d'assurance pour tout ou partie de la somme qu'elle aurait à verser en cas de sinistre*<sup>5</sup>.

Ainsi, la réassurance qui est *l'opération consistant pour un assureur à se réassurer*<sup>6</sup>, est une relation établie entre l'assureur et le réassureur définissant l'engagement de ce dernier à contribuer à l'assurance du risque pris par l'assureur. Ce partage de risque, se matérialise dans la réalisation d'un contrat entre ces deux entités.

De manière générale, l'assurance et la réassurance sont fondées sur le même principe à savoir la mutualisation<sup>7</sup>. Toutefois, la réassurance se distingue par son caractère international qui fait que celle-ci gagne en termes d'expertise et parvienne à disposer de techniques d'analyse avancées pour participer à de grandes variétés de risques.

Comme dans le cas de la relation assuré-assureur, il existe un troisième intervenant qui joue le rôle d'intermédiaire, il s'agit du courtier de réassurance.

Le courtier de réassurance est considéré comme étant le mandataire de l'assureur. En effet, le courtier apporte son assistance à l'assureur en le conseillant sur son plan de réassurance.

---

<sup>5</sup>Source : <http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/r%C3%A9assurer/66863>

<sup>6</sup>Source : <http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/r%C3%A9assurance/66862>

<sup>7</sup> CHARPENTIER, A. DENUIT, M. (2004). Mathématiques de l'assurance non-vie - Tome 1 : Principes fondamentaux de théorie du risque. Paris, ECONOMICA.

D'un autre côté, son rôle d'intermédiation intervient dans le sens où il regroupe et propose un ensemble de réassureurs pour participer à la couverture du risque, où chaque réassureur en assume une partie. Enfin le courtier est chargé de négocier les conditions de souscription des contrats de réassurance.

Il existe par ailleurs une autre notion propre à l'activité de Réassurance : la rétrocession.

La notion de rétrocession signifie tout simplement la réassurance d'une affaire réassurée. En effet, le réassureur peut jouer le rôle de rétrocedant en ayant recours à la rétrocession qui lui permettra de protéger son exposition et réduire ses engagements.

Le schéma suivant synthétise ces différents éléments :<sup>8</sup>

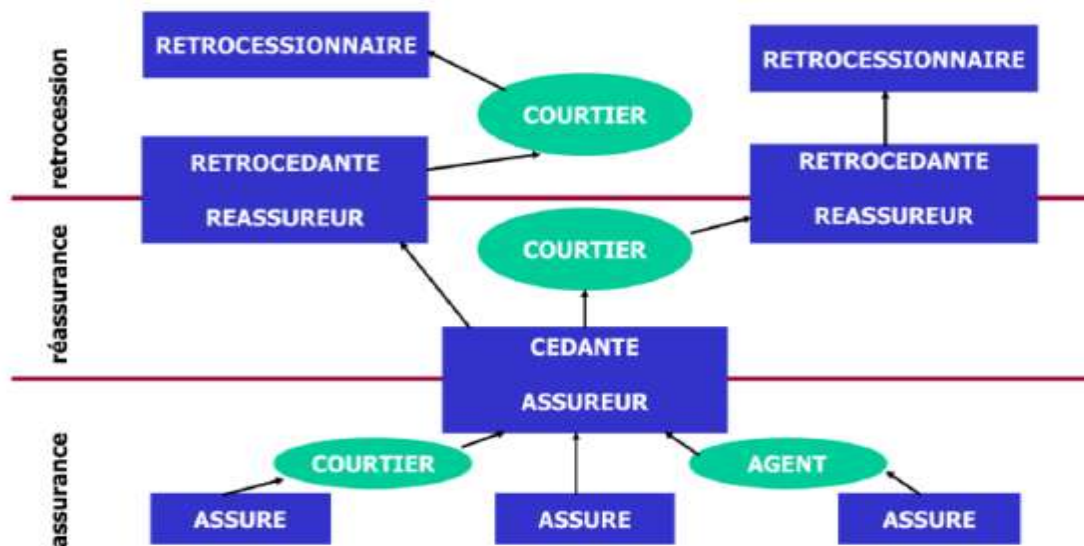


Figure 2: Schéma explicatif du mécanisme de réassurance

### II-3 Utilité de la réassurance

Compte tenu du transfert de risque que permet l'opération de réassurance, celle-ci constitue pour l'assureur un support financier puisqu'elle lui offre la possibilité de :

- Lisser les résultats : La réassurance couvre l'assureur au-delà d'un certain plafond, ce qui lui permet de conserver des risques plus homogènes et le protège contre un dérapage éventuel de la sinistralité que ce soit en montant ou en nombre.

<sup>8</sup> AJI, A. Cours : Réassurance et échanges de risques. [Document électronique]. Rabat, INSEA, 2014/2015.

- Augmenter sa capacité de souscription : En se réassurant, l'assureur est protégé. Par conséquent, il peut envisager la possibilité de souscrire des polices portant sur des risques plus nombreux voire plus importants sans pour autant augmenter leur besoin en fond propre.
- Maintenir sa liquidité à un niveau suffisant surtout en cas de sinistralité exceptionnelle.

De par le support financier, la réassurance apporte à l'assureur un support technique en :

- Apportant son expertise dans certains domaines comme la tarification des risques complexes ;
- Aidant à définir son besoin en réassurance et à construire le plan de réassurance le plus efficace ;
- Aidant à accéder à de nouvelles branches ou à des risques mal connus ;
- Offrant une gamme variée d'assistance, en matière de formation technique, de gestion ou encore d'organisation.

#### II-4 Critères de classification de la réassurance<sup>9</sup> :

La réassurance peut être classée selon deux critères : un premier critère juridique décrivant la forme du contrat et un deuxième technique définissant les paramètres liés à la rétention.

##### II-4-1 Critère juridique :

D'un point de vue juridique, la réassurance prend principalement deux formes: une facultative et une autre obligatoire.

**La réassurance facultative** est considérée comme la plus ancienne forme de réassurance. Se faisant par police, l'assureur est libre de céder une partie ou la totalité d'un risque au réassureur, tandis que ce dernier se réserve le droit d'accepter ou de refuser.

Cette forme de réassurance couvre généralement :

- des risques exclus du traité ;
- des risques exceptionnellement acceptés par la compagnie à titre commercial ;
- un portefeuille petit ne pouvant pas faire l'objet d'un véritable traité ;

---

<sup>9</sup> AJI, A. Cours : Réassurance et échanges de risques. [Document électronique]. Rabat, INSEA, 2014/2015.

- de grands risques dépassant même la capacité de souscription de la compagnie ;

S'appliquant risque par risque, la réassurance facultative présente toutefois l'inconvénient d'engendrer des coûts élevés en matière de gestion.

**La cession obligatoire** quant à elle, engendre des obligations des deux côtés. D'une part l'assureur s'engage, durant une période donnée, à céder des risques dans une branche clairement définie, d'autre part le réassureur s'oblige à les accepter et ce dans des conditions déterminées.

Le contrat régissant la réassurance obligatoire est appelé traité, celui-ci peut prendre la forme de proportionnel ou non proportionnel.

Enfin, en guise de remarque, il existe une autre forme de réassurance : facultative/obligatoire (FACOB) dans laquelle l'assureur est libre de céder une partie des risques alors que le réassureur est obligé de les accepter, selon des conditions bien définies.

#### II-4-2 Critère technique :

Lorsqu' on est en réassurance obligatoire, le traité conclu peut prendre deux formes : proportionnelle ou non proportionnelle.

##### **Traité proportionnel :**

Comme son nom l'indique, le traité proportionnel s'inscrit dans une logique où tous les éléments du risque (capital, prime, sinistre) sont partagés proportionnellement entre assureur et réassureur. En effet, l'assureur cède une fraction des primes au réassureur, en contrepartie ce dernier prendra en charge la même fraction du montant des sinistres.

Il existe deux formes de réassurance proportionnelle : la « quote-part » et l'excédent de plein.

##### ➤ La « Quot- Part » :

Dans ce type de traité, l'assureur cède un pourcentage constant des risques souscrits (appelé taux de cession), le réassureur indemnise le même pourcentage des sinistres survenus

et reçoit en échange la même portion de prime. A titre d'exemple : pour un taux de cession de 40%, le portefeuille de l'assureur conservé se présente comme suit<sup>10</sup> :

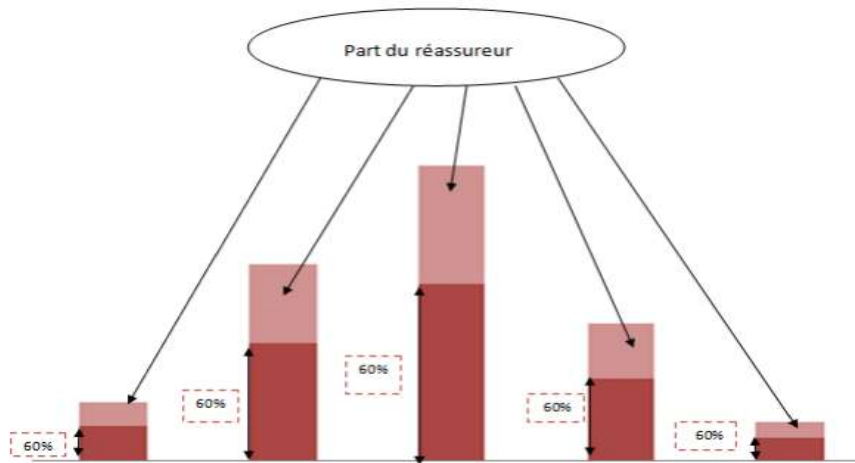


Figure 3 : structure du portefeuille après Quote-part

Comme la cession est fixe quel que soit le risque, l'assureur cède de la même façon sur les risques importants que sur les risques faibles, alors qu'il pouvait lui-même s'en charger. Le profil du portefeuille de l'assureur après cession quant à lui ne change pas, mais c'est plutôt le niveau des engagements qui se modifie. Dans ce cas, le portefeuille après réassurance en quote-part n'est pas plus homogène qu'avant car le recours à cette forme ne permet aucun nivellement de risque, d'autant plus qu'il n'améliore pas le résultat.<sup>11</sup>

➤ L'excédent de plein :

La réassurance en excédent de plein consiste à calculer un taux de cession sinistre par sinistre. Pour chaque risque, l'assureur conserve un montant fixe appelé plein de rétention, au-delà de ce capital, le réassureur intervient pour indemniser le reste dans la limite d'un montant généralement déterminé en fonction du nombre de pleins. La formule du taux de cession est la suivante :

$$\theta = \min \{ \max (0, 1 - P/k) ; NP/K \}$$

Avec :

- $P$  : Plein de rétentions
- $K$  : Capitaux assurés

<sup>10</sup> LAARICH, Yacine. (2014). Rapport stage d'application : Tarification des traités non proportionnels en réassurance conventionnelle: Cas Compagnie d'assurance marocaine- Branche incendie. Rabat, INSEA

<sup>11</sup> AJI, A. Cours : Réassurance et échanges de risques. [Document électronique]. Rabat, INSEA, 2014/2015.

- $N$  : Nombre de pleins

Prenons comme exemple un traité avec un plein de rétention de cinq et une capacité de deux pleins.

Le portefeuille de l'assureur devient <sup>12</sup>:

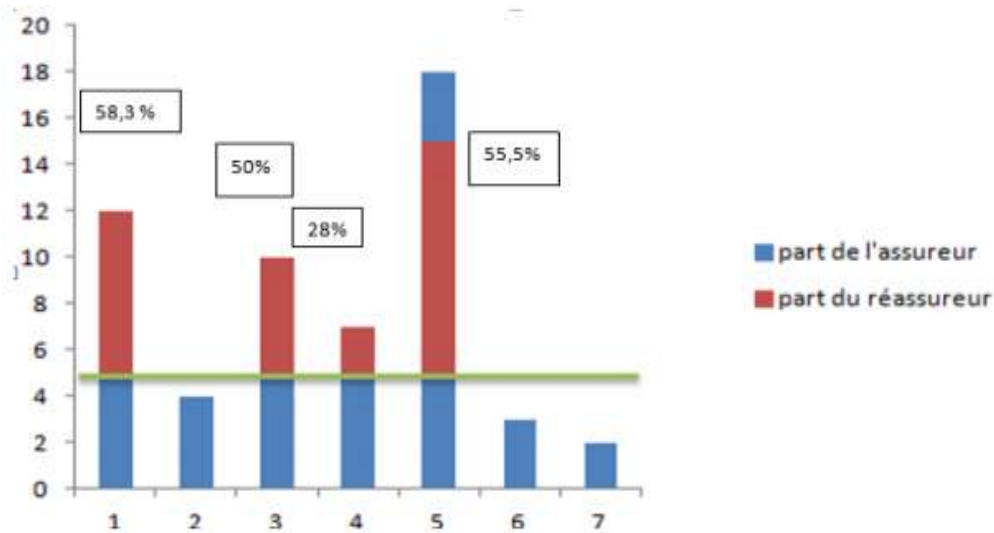


Figure 4 : Portefeuille de l'assureur après achat d'une couverture en excédent de plein

A la différence de la quote-part, l'excédent de plein permet d'écrêter les grands sinistres ce qui mène l'assureur à garder un portefeuille plus homogène. De même pour les primes, ce type de traité entraîne une moindre cession comparé à la Quote- Part.

Cependant, il est à noter que le taux de cession est calculé sur la base du capital assuré initial, rarement atteint en cas de sinistralité, chose qui mène le réassureur à intervenir sur des petits sinistres que l'assureur aurait pu conserver pour son propre compte.

C'est pourquoi, dans une vision générale, nous pouvons conclure que dans les deux cas de figure de la réassurance proportionnelle, l'assureur se trouve en situation de céder une part de ses primes dépassant le seuil qui est en mesure de lui garantir l'équilibre technique espéré.

### Traités non proportionnels :

Dans cette forme de réassurance, le traité est défini par une franchise (appelée aussi priorité) et une portée délimitant l'engagement du réassureur. A vrai dire, celui-ci

<sup>12</sup>LAARICH, Yacine. (2014). Rapport stage d'application : Tarification des traités non proportionnels en réassurance conventionnelle: Cas Compagnie d'assurance marocaine- Branche incendie. Rabat, INSEA

intervient lorsque le montant du sinistre dépasse la franchise dans la limite de la valeur de la portée. En revanche, le réassureur encaisse une prime pour faire face au risque qu'il prend en charge.

En effet, contrairement à la réassurance proportionnelle où la prime de réassurance est facilement déterminée vu le lien de proportionnalité entre cession et indemnisation, en réassurance non proportionnelle le réassureur est amené à anticiper la sinistralité et mettre en œuvre des techniques avancées aptes à apprécier ses engagements futurs, et par conséquent parvenir à fixer la juste valeur de la prime.

Par ailleurs, en réassurance non proportionnelle, on distingue entre deux types de couverture: Les traités en excédents de sinistres (en anglais Excess of Loss) que l'on note XS et les traités en excédent de perte (Aggregate Excess of Loss).

➤ L'Excédent de sinistre :

Appelé aussi « XS par sinistre », il s'agit du type de protection le plus répandu en réassurance non proportionnelle. Dans ce type de traité, le réassureur s'engage à rembourser la cédante pour les montants dépassant la franchise à hauteur d'une certaine portée.

Le schéma ci-dessous illustre la zone protégée et non protégée pour un XS de priorité F et de portée C.<sup>13</sup>

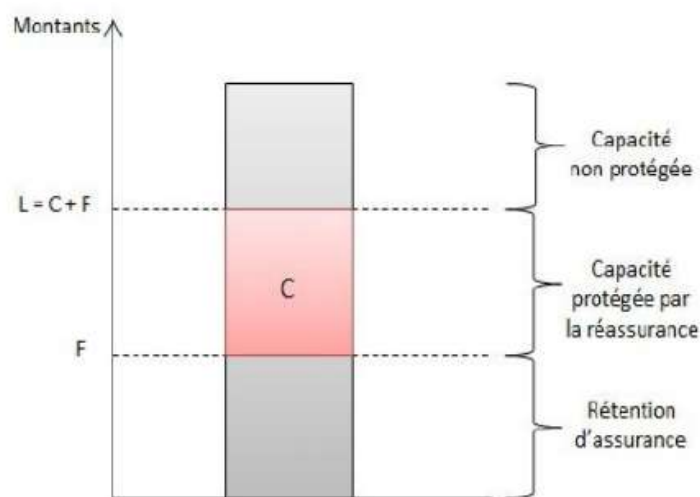


Figure 5 : Zone protégée par l'excédent de sinistre

<sup>13</sup>LAARICH, Yacine. (2014). Rapport stage d'application : Tarification des traités non proportionnels en réassurance conventionnelle: Cas Compagnie d'assurance marocaine- Branche incendie. Rabat, INSEA

Par convention, on note l'XS par Portée XS Priorité.

Si on considère un XS de franchise  $F$  et de portée  $P$ , l'intervention du réassureur dans le sinistre ayant comme montant  $X_i$  est à hauteur de :

$$X_i^{Reass} = \min(\max(X_i - F, 0), P)$$

A titre illustratif, le schéma suivant illustre la part supportée par chacun d'entre l'assureur et le réassureur pour un 20000 XS 30000:

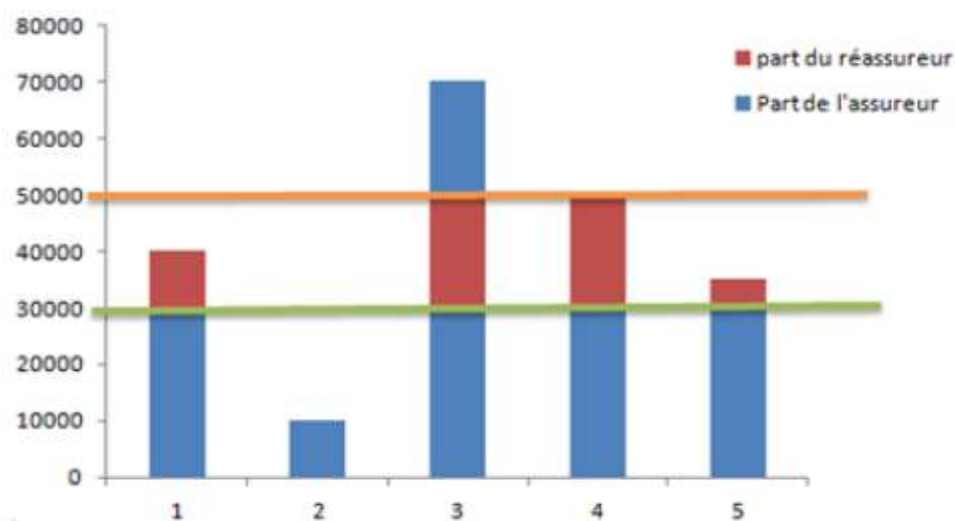


Figure 6: Part supportée par chacun de l'assureur et réassureur après couverture par l'XS

Nous remarquons que ce type de traité est particulièrement efficace pour l'écrêtement des sinistres de pointes. En effet, une fois les paramètres du traité définis, l'assureur est sûr de ne pas indemniser des sinistres dépassant la franchise. Ainsi, l'assureur pourrait homogénéiser son portefeuille et parvenir à des résultats équilibrés et moins volatils. D'un autre côté, le réassureur ne serait pas concerné par l'indemnisation des petits sinistres, ce qui n'est pas le cas pour les traités proportionnels.

Cependant, selon la nature de la couverture définie dans le traité, on distingue entre deux types d'XS : L'XS par risque et l'XS par événement :

• **L'XS par risque :**

Dans le cas de l'XS par risque, il est impératif de définir clairement ce qui constitue un risque, car la couverture s'applique à chaque fois qu'une police est sinistrée, c'est-à-dire

l'intervention du réassureur se fait séparément pour chaque sinistre issu de chacun des risques d'assurance.

**•L'XS par événement :**

Pour ce type d'XS, l'événement qui constitue le sinistre peut toucher non seulement une unique police mais un ensemble de polices sinistrées du fait d'une même cause, limitée dans l'espace et dans le temps.

De manière générale, c'est un traité de nature catastrophe qui est utilisé en complément d'un traité en XS, afin que l'assureur ne soit pas confronté en cas de cumul à payer plus d'une fois la franchise pour des polices sinistrées et issues d'un même événement.

➤ L'Excédent de perte :

Appelé aussi STOP LOSS, l'assureur a recours à ce type de traité lorsqu'il cherche à se prémunir contre les mauvais résultats en optant pour une couverture qui concerne l'ensemble des sinistres survenus au cours de l'exercice. Autrement, la priorité d'un STOP LOSS est définie comme la sinistralité annuelle que l'assureur conserve à sa charge tandis que le réassureur conserve la charge qui est au-delà de ce seuil ainsi fixé. Les bornes du traité sont généralement exprimées sous forme de pourcentage du ratio Sinistres/ Primes.

Si on considère un traité en STOP LOSS de franchise  $f$  et de portée  $p$  exprimé en pourcentage,  $S$  le cumul des sinistres enregistrés au cours de l'exercice et en notant  $C$  le montant des primes encaissées, l'intervention du réassureur  $R$  s'exprime comme suit :

$$R = \min \left( \max \left( \frac{S}{C} - f; 0 \right); p \right)$$

**II-4-3 Quelques clauses des traités non proportionnels :**

Les traités en XS sont généralement assortis de clauses supplémentaires visant la limitation des engagements ou la réduction du coût du traité, les plus courantes sont les suivantes<sup>14</sup>:

---

<sup>14</sup> AJI, A. Cours : Réassurance et échanges de risques. [Document électronique]. Rabat, INSEA, 2014/2015.

- La clause de limite annuelle notée AAL (Annual Aggregate Limit) : cette clause signifie que dans l'année, le réassureur ne paiera jamais plus que ce montant.
- Des clauses de reconstitution de capacité, gratuites ou payantes : lorsque la portée C est consommée, le réassureur mettra à disposition une autre portée C (gratuite ou payante selon des conditions prédéfinies au traité) et ainsi de suite selon le nombre de reconstitutions définies aux traités. Il peut arriver que le nombre de reconstitutions soit illimité.
- La clause de franchise annuelle notée AAD (Annual Aggregate Deductible) : le réassureur ne commencera à prendre en charge les sinistres que lorsque la charge annuelle à la tranche dépassera ce montant.
- La clause de participation aux bénéfices: Cette clause prévoit de ristourner à la cédante une partie du bénéfice du réassureur au cas où ce dernier enregistre au cours de la période un solde positif.
- La clause «Claim Bonus », grâce à cette clause, l'assureur peut bénéficier d'une baisse de sa prime si enfin d'année aucun sinistre ne touche la tranche de l'XS.
- La clause de stabilisation : Cette clause est particulièrement utile pour le cas des branches à développement long, c'est-à-dire les branches où le règlement des sinistres peut être échelonné dans le temps et par conséquent engendrer des coûts élevés à cause de l'érosion monétaire. Dans ce sens, cette clause a pour objectif de garantir un partage égalitaire entre la cédante et le réassureur des coûts supplémentaires engendrés par l'inflation.

Cependant l'activité d'assurance nécessite une réglementation qui lui impose des normes à suivre afin d'assurer son bon fonctionnement mais aussi d'être apte à répondre à l'engagement entrepris. C'est à ce niveau que nous proposerons dans la section suivante la nouvelle réglementation européenne solvabilité II qui offre une optique originale s'ouvrant à l'impact de la réassurance sur la solvabilité de la compagnie et qui prend en considération l'ensemble des risques que court la compagnie d'assurance.

Nous notons également que les nouvelles approches de solvabilité II n'ont pas été prises en compte jusqu'à présent par les études actuarielles de la RMA WATANYA. Notre travail constituera donc un élément précurseur en ce domaine pour notre organisme d'accueil, dans la mesure où nous intégrerons une vision nouvelle sur la solvabilité de la compagnie par l'étude de la branche incendie et l'introduction du SCR propre à cette branche d'activité.

### III- Solvabilité II

#### III-1 Présentation

Le 22 avril 2009 a été votée par le Parlement Européen la directive Solvabilité II<sup>15</sup>, dans le but d'améliorer l'efficacité économique et sociale des sociétés d'assurance, qui se substitue le 1er janvier 2014 au dispositif Solvabilité I. Solvabilité II est une réglementation de l'Union Européenne (UE) qui s'adresse aux assureurs et réassureurs européens. Elle définit de nouvelles exigences en fonds propres afin de mieux couvrir l'ensemble des risques encourus par les acteurs du marché assurantiel. Elle les encourage surtout à adopter une démarche globale de gestion des risques, à travers la mise en place de chantiers couvrant l'ensemble de l'entreprise. Le secteur d'assurance au Maroc étant objectivement lié au marché d'assurance européen est appelé à s'adapter aux normes définies par la solvabilité II d'autant plus que ces nouvelles normes permettent aux sociétés d'assurance de mieux appréhender la gestion de leurs activités.

#### III-2 Historique<sup>16</sup>

À l'échelle européenne, les premières exigences de marge de solvabilité remontent aux directives de 1973 pour l'assurance non-vie et de 1979 pour l'assurance vie.

Dès 1997, le rapport Müller préconise une révision des règles de solvabilité

- modifications des règles de marge de solvabilité des directives existantes : c'est le projet Solvabilité I entré en application en 2002
- réflexion plus large sur le régime réglementaire visant à garantir la solvabilité des entreprises d'assurances : c'est le projet Solvabilité II

Solvabilité I portait essentiellement sur :

- l'augmentation du montant absolu du capital minimal exigé,
- des seuils de cotisations et de sinistres permettant de mesurer l'activité de l'organisme d'assurance,
- le renforcement des pouvoirs d'intervention des autorités de surveillance.

Bien que l'objectif fût de mieux adapter l'exigence de fonds propres réglementaires au profil de risque réel de l'entreprise, des limites ont été identifiées très tôt dont notamment :

---

<sup>15</sup> [http://www.ffsa.fr/sites/jcms/p1\\_956275/fr/solvabilite-2-les-faits-marquants?cc=fp\\_7190](http://www.ffsa.fr/sites/jcms/p1_956275/fr/solvabilite-2-les-faits-marquants?cc=fp_7190)

<sup>16</sup> [https://www.ffsa.fr/webffsa/risques.nsf/html/Risques\\_066\\_0019.htm](https://www.ffsa.fr/webffsa/risques.nsf/html/Risques_066_0019.htm)

- manque d'harmonisation des bases de calcul des provisions mathématiques,
- comptabilisation des actifs soit au coût historique soit en valeur de marché,
- non prise en compte des réassureurs,

Le projet Solvabilité II a été lancé dans l'UE en 1999 avec une présentation des travaux envisagés dès 2001, avant même l'entrée en application de Solvabilité I (2002). La réglementation des assurances se fonde alors sur des règles plus complexes intégrant mieux le risque propre à chaque entité. Le capital de solvabilité requis peut alors être déterminé de plusieurs manières :

- par la formule standard, qui définit pour chaque classe d'activité des facteurs de risques spécifiques et une méthode standard d'évaluation. Elle s'inspire du système de type Risk Based Capital (RBC) américain. En effet, Le principe du RBC est de traduire chacun des risques de l'assureur par une exigence de capital dont la somme aboutit à une exigence unique d'un capital minimum.
- par un modèle interne partiel. C'est-à-dire une combinaison entre un modèle interne pour certains risques ou certaines entités et la formule standard pour d'autres.
- Par un modèle interne total, qui doit satisfaire aux trois tests de l'autorité de tutelle (adéquation statistique, calibration, utilisation effective) et qui permet de mieux cerner ses propres risques afin de les quantifier.

### III-3 Objectifs

La réforme Solvabilité II vise à atteindre un système de solvabilité davantage adapté aux véritables risques d'une entreprise d'assurance. Selon les termes du document de 1999 de la Commission Européenne, les objectifs principaux sont de :

- protéger les preneurs d'assurance
- assurer la comparabilité, la transparence et la cohérence des systèmes au niveau européen
- fixer une marge de solvabilité mieux adaptée aux risques réellement encourus
- éviter une complexité inutile : le test de solvabilité doit servir à repérer les problèmes à un stade suffisamment précoce et non à fournir une garantie infaillible contre la faillite
- prendre en compte les évolutions du marché

- fixer des principes tout en veillant à ne pas être prescriptif
- fonder le système sur des approches comptables communes
- éviter que les coûts en fonds propres ne soient inutilement élevés, au risque de menacer la compétitivité globale de l'assurance européenne.

Ce projet, à la portée ambitieuse, s'inscrit dès l'origine dans un contexte plus large que celui de l'assurance. En effet, un cadre de travail a été défini par la Commission en août 2004. Amendée plusieurs fois, la dernière version de juin 2006 prévoit notamment de :

- reposer sur une approche prospective qui reflète les risques, qui soit à la fois quantitative et qualitative, qui incite à un véritable contrôle des risques, enfin qui soit en phase avec les recommandations de l'IAIS (International Association of Insurance Supervisors).
- harmoniser les standards et les modes de contrôle au sein de l'UE et ainsi éviter aux États membres de définir des normes renforcées
- prendre en compte les groupes d'assurances
- assurer une cohérence au sein du secteur financier (un produit d'assurance devrait être sujet aux mêmes exigences de capital, de solvabilité et de contrôle qu'un produit bancaire qui contiendrait des risques de même nature)
- présenter un coût de mise en place raisonnable pour les plus petites sociétés
- s'inspirer de la structure à trois piliers du secteur bancaire (Bâle II) : règles quantitatives, processus de contrôle prudentiel et discipline de marché

#### III-4 Description des 3 piliers

Solvabilité II repose sur une structure à 3 piliers.

Le premier pilier a pour objectif de définir les normes quantitatives pour l'évaluation des actifs, des passifs, des besoins de marge de solvabilité, du calcul des provisions techniques et des fonds propres.

Deux niveaux réglementaires sont définis pour les fonds propres dans ce premier pilier, le MCR et le SCR :

- Le MCR (Minimum Capital Requirement) représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique

- le SCR (Solvency Capital Requirement) représente le montant de fonds propres nécessaire afin de couvrir ses engagements à l'horizon d'un an avec un niveau de confiance de 99,5 %.

Le deuxième pilier a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne et de définir les pouvoirs de l'autorité de contrôle. L'identification des sociétés "les plus risquées" est un objectif et les autorités de contrôle auront en leur pouvoir la possibilité de réclamer à ces sociétés de détenir un capital plus élevé que le montant suggéré par le calcul du SCR (capital add-on) et/ou de réduire leur exposition aux risques. De plus, ce pilier renforce l'harmonisation des standards et méthodes de contrôle et encourage le partage des meilleures pratiques entre organismes de contrôle.

Le troisième pilier a pour objectif de définir l'ensemble des informations détaillées accessibles au public mais également aux autorités de contrôle afin notamment que ces dernières puissent exercer leur pouvoir de surveillance.

### III-5 Impacts de la réassurance

Comme nous l'avons dit précédemment, la mise en place de Solvabilité II est en train de transformer l'organisation et la stratégie de l'ensemble des acteurs de l'assurance.<sup>17</sup> En priorité, si l'attention est portée sur le respect des exigences de capital de solvabilité, les autres volets de la réforme, comme la gouvernance, devront être anticipés pour intégrer Solvabilité II dans la stratégie globale de l'entreprise. L'impact de Solvabilité II se décline donc dans plusieurs domaines clés de l'entreprise, dont les chantiers doivent avancer en parallèle.

En vue de l'application de la réglementation, les besoins actuels de l'entreprise qui nous préoccupent ici sont de trois types :

- Conception du modèle de calcul. L'entreprise a le choix entre adopter le modèle standard, préparer son modèle interne pour calculer le SCR ou se concentrer sur certains risques et utiliser alors une combinaison entre un modèle interne partiel et la formule standard.
- Identification et quantification des risques de l'entreprise. Ces risques peuvent être financiers, opérationnels, stratégique et de modèle.

---

<sup>17</sup>JEMINET, Janick. (2012). Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail. Lyon, Université Claude Bernard, ISFA.

- Adoption des stratégies organisationnelles et financières visant à limiter l'impact des risques de l'étape précédente.

Les deux derniers besoins sont les piliers d'une bonne démarche de gestion du risque d'entreprise ou "Enterprise Risk Management". On rappelle que l'ERM est une technique de gestion intégrée des risques de l'entreprise permettant d'appréhender de façon globale, formelle et dynamique la complexité de l'univers de risques<sup>18</sup>. L'ERM permet aussi d'apporter des réponses opérationnelles aux exigences des parties prenantes, et d'améliorer la performance en sécurisant les processus clés et en renforçant le dispositif de gouvernance.

De plus, nous pouvons noter l'importance du dernier point puisque certaines entreprises, comme celles déjà en difficulté pour couvrir leur besoin de marge sous Solvabilité I, sont amenées à envisager des politiques de rapprochement, de restructuration ou à définir de nouvelles stratégies de réassurance pour continuer à exercer leurs activités après l'entrée en vigueur de Solvabilité II.

### III-6 Impact de réassurance sur le SCR de souscription non-vie :

L'optimisation des programmes de réassurance consistera à minimiser le coût de réassurance et le coût des fonds propres tout en respectant l'exigence de capital de Solvabilité II.

L'idée d'optimiser les programmes de réassurance par rapport au SCR global semble ambitieuse. Notre étude se limitera au SCR de souscription non-vie propre à la branche incendie de RMA Watanya. En effet, en partant du schéma développé par le QIS 5 de la solvabilité II, nous constatons que la réassurance affecte directement le SCR de souscription non-vie et le SCR de contrepartie. Cependant, le calcul du SCR de contrepartie dépend d'un certain nombre de données non disponibles chez notre compagnie. Toutefois, malgré cette limite, le SCR de souscription non vie calculé représentera un indicateur significatif dans la résolution de notre problématique.

---

<sup>18</sup> JEMINET, Janick. (2012). Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail. Lyon, Université Claude Bernard, ISFA.

## Chapitre 2 : Présentation des données

### I- Présentation du portefeuille de la branche incendie de la compagnie RMA WATANYA :

#### I-1 La branche incendie :

L'assureur contre l'incendie répond de tous dommages causés par conflagration, embrasement ou simple combustion. Cependant, il ne répond pas de ceux occasionnés par la seule action de la chaleur ou par le contact direct et immédiat du feu ou d'une substance incandescente s'il n'y a eu ni incendie, ni commencement d'incendie susceptible de dégénérer en incendie véritable.

Les professionnels de l'assurance utilisent couramment une autre définition : il s'agit d'un phénomène de combustion par flamme qui se produit accidentellement hors d'un foyer normal et causant à l'assuré des dommages par l'embrasement de la matière qui n'était pas, à ce moment-là, destinée à la combustion.

En revanche, ne sont pas garantis :

- Les simples brûlures occasionnées par le contact du feu ou la trop grande proximité d'un foyer, les brûlures de cigarette ou occasionnées par un fer à repasser laissé brancher par mégarde. Ces dommages peuvent être néanmoins pris en charge au titre d'une garantie « risques ménagers ».
- Les bris de glace dus à un excès de chaleur sans qu'il y ait eu embrasement voisin.
- Les objets accidentellement tombés dans une cheminée.
- Les dommages causés par la fumée dégagée par l'incendie (cette garantie est cependant optionnelle).

#### I-2 Présentation de la base de données :

Nous avons obtenu du pôle Actuariat de la « RMA Watanya » une base de données relative à son portefeuille de polices incendie qui se compose en deux fichiers Excel :

- « Totalincendiemrsansfac » : un tableau Excel regroupant l'ensemble des polices souscrites sans facultatives pour la branche incendie durant la période s'étalant de 2005 à 2014 en spécifiant les variables suivantes :

- ✓ PLCCODPLCE : c'est l'identifiant de la police (numéro en chiffres unique pour chaque police)
  - ✓ Exercice de garantie : l'année de l'exercice de la police.
  - ✓ nbresin : le nombre de sinistres qui ont eu lieu et qui sont garantis par la police.
  - ✓ montsin : donne le montant du sinistre en cas de survenance relativement à la police.
  - ✓ PrimeProrataqp: Primes retenues par la compagnie RMA après coassurance relativement à la police.
  - ✓ CommProrataqp: commissions à la charge de la compagnie après coassurance relativement à la police.
  - ✓ Capitalqp: Le capital assuré par la société relativement à la police.
- « Totalincendiemragsansfac » : C'est un tableau similaire au premier fichier sauf que les données sont « agrégées », c'est-à-dire que les montants individuels des sinistres sont groupés par police. Il contient entre autres les mêmes noms des variables que la table précédente.

### I-3 Traitement de la base de données

Dans un premier lieu il nous a été nécessaire de fiabiliser notre base de données. Nous avons donc commencé par détecter les anomalies susceptibles de fausser nos calculs futurs. En effet, le volume des données considérées (plusieurs millions de lignes pour les prestations) implique indéniablement la présence de certaines erreurs, de saisie notamment.

A travers l'observation des données obtenues nous avons constaté la présence de deux anomalies :

- La présence de lignes de police où la variable « PrimeProrataqp » est supérieur strictement à 0 alors que le capital assuré correspondant est nulle ce qui constitue une incohérence dans la mesure où la compagnie ne peut recevoir de primes sans s'engager à assurer un certain capital.

- La présence de lignes de police où les deux variables « PrimeProrataqp » et « Capitalqp » sont manquantes.

Afin de remédier au premier problème nous avons choisi de corriger cette erreur par l'estimation du capital correspondant à la prime obtenue en triant les polices par montant de prime et estimer le capital manquant par la moyenne des deux capitaux relatifs aux deux polices qui enveloppent la police où ce dernier est manquant.

Cependant, en ce qui concerne le deuxième problème, nous ne pouvons dégager la valeur du capital et de la prime en même temps et donc nous avons choisi de supprimer ces lignes.

Par ailleurs, nous avons établi une procédure VBA pour automatiser le traitement décrit dessus.

Cela dit, il est nécessaire de faire une analyse descriptive de la base de données afin de dégager une première idée sur l'ensemble des données obtenues. C'est l'objet de la partie suivante.

#### I-4Analyse descriptive de la base de données :

##### I-4-1Données relatives à l'activité d'assurance :

###### 1) Analyse du volume d'activité

Dans ce qui suit, nous utiliserons les données de la base agrégée car c'est elle qui nous permettra d'établir une vision « prime » du portefeuille incendie.

Le tableau suivant nous donne les chiffres clés pour évaluer la dimension du portefeuille d'assurance pour la branche incendie :

Tableau 1: Chiffres relatifs au volume d'activité de RMA WATANYA pour la branche incendie

Année	Nombre de polices	Assiette de primes	Capital assuré	Capital assuré moyen
2005	2186	106393811,70	80114658683	36648974,69
2006	2582	102 536013,00	82 192 125103	31 832736,29
2007	2500	66791556,56	59587803052	23835121,22
2008	2678	74774671,28	63 630 995852	23 760640,72
2009	2997	83 138731,08	73645311381	24573010,14
2010	3063	89515850,00	77 402 872884	25 270281,71
2011	3150	94 240182,91	80651954873	25603795,20
2012	3208	95175906,77	81 360 489002	25 361748,44
2013	3196	92 511533,74	80782620740	25276164,19
2014	3200	92207677,24	85 413 648284	26 691765,09

L'assiette de prime nous permet de dégager une idée sur le chiffre d'affaire de la compagnie puisqu'elle représente la recette principale dans l'activité d'assurance. D'autre part, le nombre de souscriptions nous donne la dimension du portefeuille de la société pour la branche incendie.

Les deux graphiques ci-dessous présentent l'évolution de ces deux indicateurs :

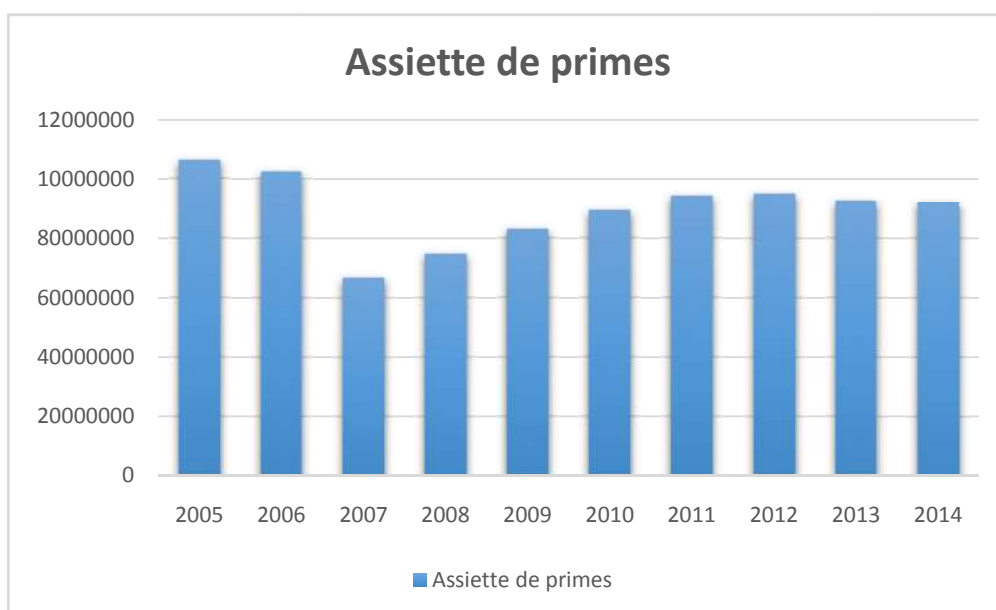


Figure 7: Evolution de l'assiette de prime pour la branche incendie durant la période 2005-2014

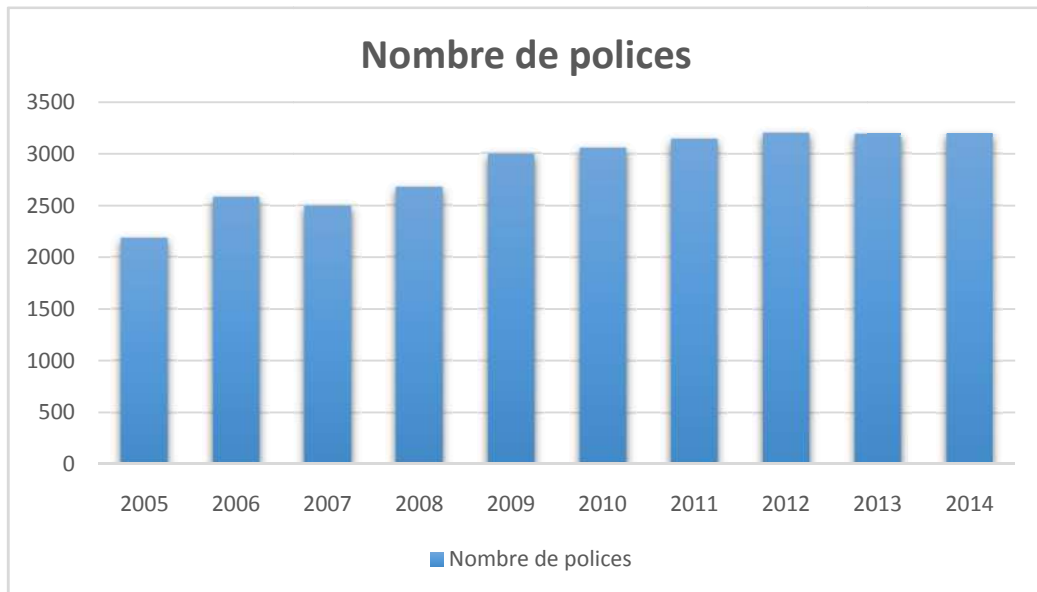


Figure 8 : Evolution du nombre de polices souscrites pour la branche incendie durant la période 2005-2014

Nous remarquons que le nombre de polices a une tendance croissante durant la période de 2005 à 2014, cette tendance s'affirme aussi en ce qui concerne l'évolution des assiettes de prime mais seulement de 2007 à 2014. En effet nous observons que les années 2005 et 2006 représentent des assiettes de primes trop importantes pour le reste de la période, cette distinction peut être expliquée par le fait que la compagnie RMA Watanya est le fruit d'une fusion faite en 2005 entre deux assurances et a ainsi baissé la prime demandée pour être plus concurrentielle dans le marché marocain.

L'évolution du capital assuré ainsi que le capital assuré moyen est présentée dans les deux graphiques suivants :

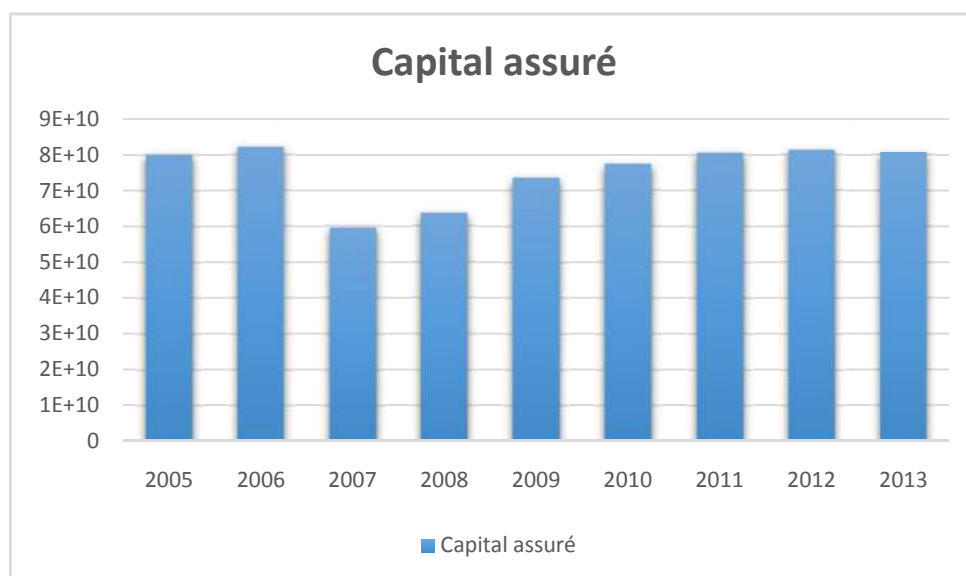


Figure 9 : Evolution du capital assuré relatif a la branche incendie durant la période 2005-2014

Nous remarquons qu'il a exactement la même tendance que celle exprimé par l'évolution de l'assiette de prime.

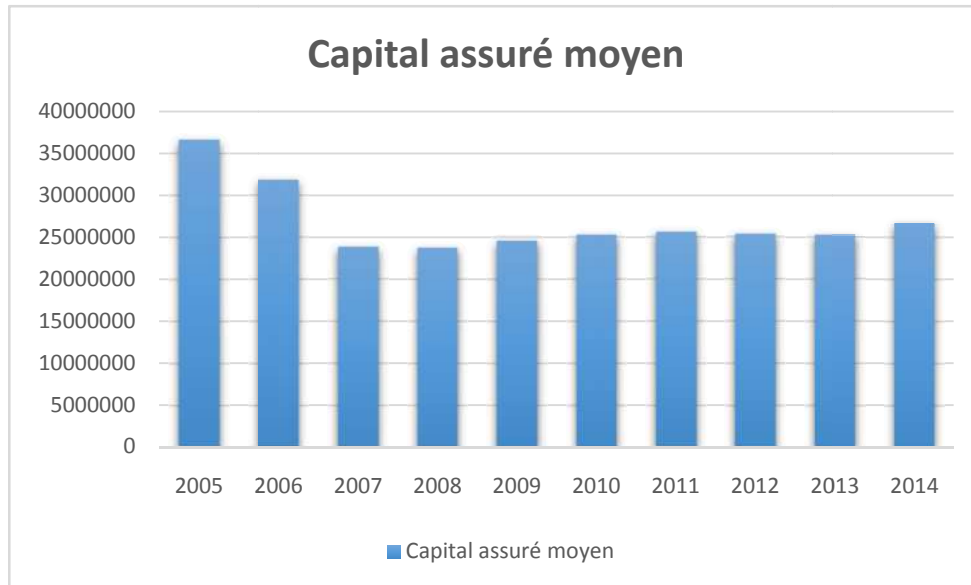


Figure 10 : Evolution du capital assuré moyen relatif à la branche incendie durant la période 2005-2014

Ainsi, nous observons que le capital assuré moyen a aussi une tendance croissante à partir de 2007 mais moins prononcée car le nombre de souscription augmente chaque année.

## 2) Analyse de la sinistralité :

Nous proposons dans cette partie de voir à travers les données non agrégées obtenues une description de l'évolution de la sinistralité pendant la période d'étude 2005 - 2014 à travers :

- L'Evolution du nombre de sinistres relative à la branche incendie.
- L'évolution de la charge totale des sinistres par année.
- L'évolution du cout moyen des sinistres.

Le tableau suivant résume ces données :

Tableau 2: la sinistralité relative à la branche incendie pendant la période 2005/2014

Année	Nombre de sinistres	Charge totale des sinistres	Coût Moyen des sinistres
2005	282	29167400,90	103430,5
2006	214	29 246167,60	136664,334
2007	291	6400606,83	21995,2125
2008	337	62 451210,30	185315,164
2009	408	20709293,80	50758,0729
2010	662	52 838514,10	79816,4865
2011	424	83921565,40	197928,22
2012	432	53 261555,60	123290,638
2013	448	51460216,50	114866,555
2014	448	51 051639,00	113954,551

On en dégage l'évolution de la sinistralité exprimée dans les graphiques suivants :

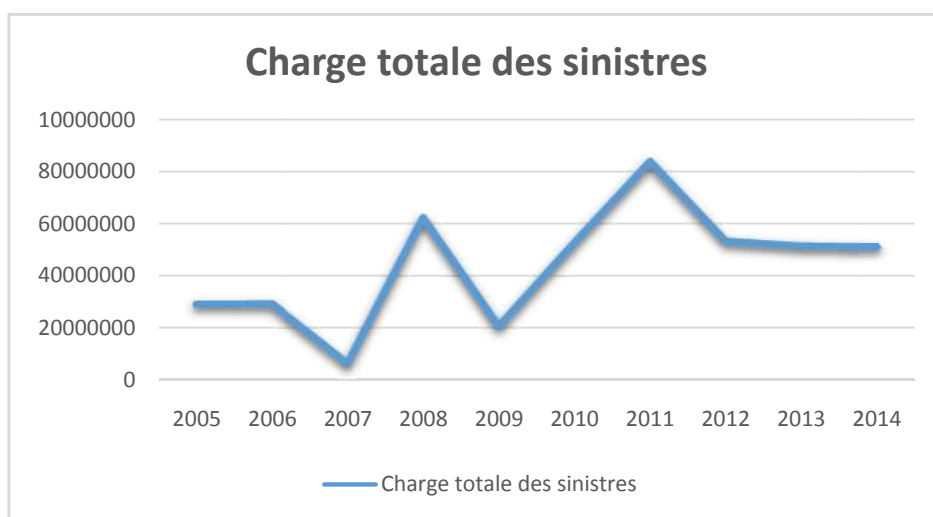


Figure 11: Evolution de la charge totale des sinistres par exercice pendant la période 2005-2014

Nous remarquons que l'évolution de la sinistralité a un caractère relativement volatil durant les sept premières années qui se stabilise durant les trois derniers.



Figure 12: Nombre de sinistres par exercice durant la période 2005-2014

On remarque donc que le nombre de sinistres a une tendance légèrement haussière qui affiche une valeur extrême en 2010.

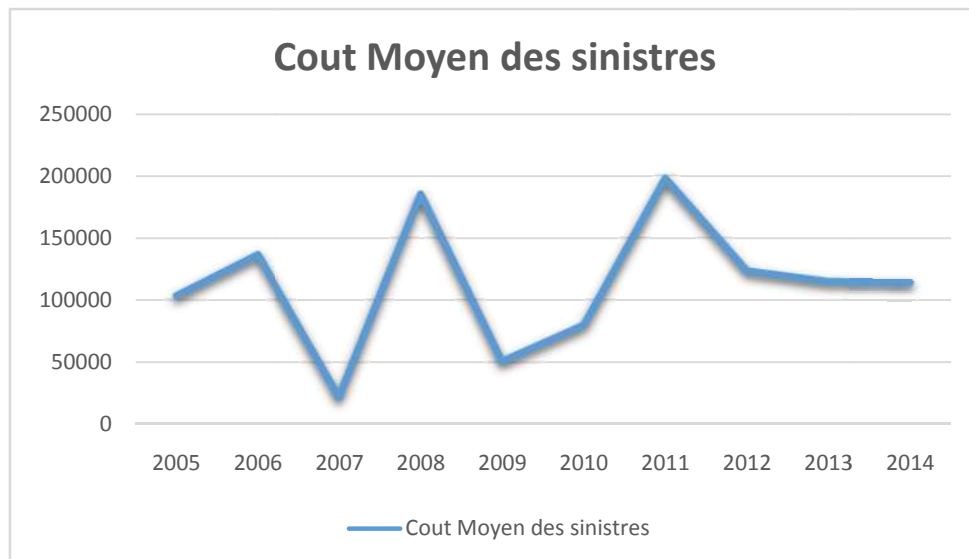


Figure 13: Evolution du coût moyen des sinistres de la branche incendie pendant la période 2005/2014

Nous observons ainsi dans ces trois graphiques une sinistralité qui évolue d'une manière hétérogène partant de charges importantes pour certaines années et des charges relativement faibles pour d'autres, on remarque aussi une certaine stabilisation qui s'installe durant les trois dernières années pour les trois indicateurs mais qui ne permet en rien de la supposer pour le futur.

#### I-4-2 –Analyse des traités de réassurance :

Le programme de réassurance de la compagnie RMA WATANYA relatif à la branche incendie est basé sur un traité en excédent de plein avec l'utilisation d'un excédent de sinistre par risque et par événement protégeant la rétention de la cédante sur l'excédent de plein.

Ce programme s'applique à tous les risques incendie- explosions et risques annexés et exclue les grèves, émeutes, tremblements de terre, inondations, cyclones et typhons.

Pour cerner les caractéristiques du programme de réassurance appliqué à la branche incendie, nous allons dans un premier temps décrire les éléments techniques des traités utilisés et leurs évolutions sur la période 2005-2014.

##### 1) Caractéristiques de l'excédent de plein :

Le plein de rétention ainsi que le plein de souscription sont restés figés depuis 2005 avec un plein de rétention de 30 millions de Dhs et un plein de souscription de 300 millions de Dhs.

Tableau 3 : Evolution du taux de commission pour la période 2005-2014

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Taux de commission	35%	35%	35%	35.5%	35.5%	36%	36%	30%	25%	30%

Le taux de commission a connu de légers changements durant la période 2005-2011. Cependant pour l'année 2012, des conditions relatives au S/P furent imposés sur le taux de commission :

- Si  $40\% < S/P < 60\%$  le taux de commission est de 30% seulement,
- Si  $S/P < 40\%$ , le taux est de 40%, sinon ( $S/P > 60\%$ ), le taux de commission est de 0%

## 2) Caractéristiques de l'excédent de sinistre par risque :

Ce traité protège le plein de rétention fixé par la cédante sur l'excédent de plein. Il concerne tout dommage causé à un même risque par un seul événement quel que soit le nombre de polices atteintes.

La priorité de l'XS est restée figée à 2 millions et la portée à 28 millions pendant toute la période d'étude.

D'un autre côté, les taux de prime ont connus les fluctuations suivantes :

Tableau 3: Evolution du taux de prime de l'XS

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Taux de prime	17.45%	18%	16.35%	15.25%	9.79%	8.85%	7.5%	7.6%	8.2%	11.45%

Comme nous pouvons le remarquer sur ce tableau, le taux de prime diminue durant la période 2005-2012 pour augmenter à partir de 2013.

## 3) Caractéristiques de l'excédent de sinistre par évènement :

Ce traité protège le plein de rétention fixé par la cédante sur l'excédent de plein. Il concerne tout sinistre ou série de sinistres provenant d'un seul et même évènement quel que soit le nombre de polices et risque atteints, sachant que la partie évènement fonctionne après épuisement de la couverture par risque.

Malgré qu'il n'y ait pas eu d'évènements majeurs au Maroc les dix dernières années, la compagnie maintient quand même ce traité pour mieux se couvrir contre des évènements inattendus.

Cette cession se fait comme suit :

### ✓ Première tranche :

La priorité est passée de 3 millions de dirhams les années 2005-2006 et 2007, à 4 millions en 2008 pour atteindre les 8 millions les années 2009-2012-2013 et 2014.

La portée quant à elle, est passée de 172.2 millions de dirhams les années 2005-2007 pour chuter à 85 millions en 2008, 81.5 en 2009-2010 et 76 millions en 2011-2012-2013 et 2014.

L'engagement maximum par année pour un seul et même évènement a connu une chute également pour passer de 345 millions en 2005 à 152 millions pour 2014.

Le taux de prime à lui aussi connu une chute de 7.5% en 2005 à 2.85% en 2014.

✓ Deuxième tranche :

On constate que la priorité coïncide avec celle de la première tranche alors que l'engagement maximal diminue en passant de 690 millions entre 2005 et 2007 à 422 millions entre 2008 et 2012 pour augmenter légèrement 448 millions entre 2011 et 2014.

La portée également manifesté le même comportement qui passe de 345 millions entre 2005 et 2007 à 211 millions les trois années qui suivent pour se stabiliser à 224 millions entre 2011 et 2014.

Le taux de prime quant à lui à une tendance baissière de (3.6% en 2005 à 2.26% pour 2014).

#### 4) Conclusion :

D'après tous ces éléments, nous pouvons avancer que la compagnie RMA WATANYA a pris conscience, progressivement, du fait que la branche incendie présente des bénéfices importants avec une faible survenance de sinistres. Ceci s'illustre bien par la baisse du taux de prime selon les différents traités.

## II- Analyse du besoin de réassurance

La réassurance protège la compagnie d'assurance contre les fluctuations de la sinistralité par rapport aux primes encaissées, permettant ainsi la stabilisation du compte de résultat de la compagnie d'assurance contre les aléas du Hasard. Ceci a pour conséquence de diminuer la probabilité de ruine de la compagnie d'assurance et d'obtenir une solvabilité suffisante.

Dans cette partie, nous allons mettre en évidence l'impact de la réassurance sur la stabilité du résultat de l'assureur en s'appuyant sur le calcul, avant et après réassurance, d'un

indicateur appelé **coefficient de sécurité**<sup>19</sup>. De plus, le dit coefficient de sécurité va nous permettre de détecter le besoin en réassurance relatif à la compagnie RMA WATANYA pour la période d'activité qui s'étale de l'année 2005 à 2014.

## II-1 Cadre théorique

Tout assureur désire avoir très peu de chances, disons moins de 1% de consommer ses fonds propres. En d'autres termes, il veut que la probabilité de se ruiner soit inférieure à 1%. Sachant que la probabilité de se ruiner est la probabilité que le résultat net soit négatif, ceci se traduit par la relation suivante:

$$P(U + L + F + R_p < 0) < 1\%$$

Avec :

**U** : Les fonds propres affectés au risque de Hasard.

**L** : Le résultat de liquidation sur sinistres antérieurs.

**R<sub>p</sub>**: Le résultat de l'exercice pur.

**F** : Le résultat financier.

### II-1-1 Calcul des fonds propres affectés au risque de hasard :

Les fonds propres sont destinés à absorber les pertes éventuelles engendrées par les aléas combinés du hasard, de la gestion et du marché. Il est donc logique que l'assureur affecte une part de ses fonds propres à ce risque spécifique qu'est « le hasard ». Le rapport écart type « hasard » à l'écart global du résultat est utilisé à cette fin. Par conséquent, les fonds propres destinés au hasard sont calculés comme suit :

$$U = \min \left( \text{Marge de solvabilité}; \frac{\text{Ecart type hasard}}{\text{Ecart type global}} * \text{Marge de solvabilité} \right)^{20}$$

#### 1) Marge de solvabilité :

Le calcul de cette marge de solvabilité est tiré à partir de l'instruction N° 18 du 29 mars 1996 relative aux indicateurs de solvabilité et aux règles de fonctionnement des entreprises d'assurance, élaborée par la Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale. Ce calcul est détaillé dans l'annexe 1.

<sup>19</sup> PATRIC, Youssef. BARRY, Thierno Abdoullaye. (2013). Optimisation des traités de réassurance proportionnels et non proportionnels pour la branche incendie. Marrakech, FST.

<sup>20</sup> WETZEL Jacques. (1976). Comment se réassurer au moindre coût. Paris, Dunod.

## 2) Ecart type du hasard :

L'assureur cherche toujours à cerner l'élément aléatoire dû aux sinistres dans le taux de résultat  $A$  qui est égal au rapport du résultat technique de l'exercice  $R$  aux primes acquises de l'exercice.

La loi de probabilité de  $A$  (variable aléatoire dont «  $a$  » est une réalisation) est très difficile à appréhender. Mais, on sait que la connaissance de sa moyenne et de sa variance suffisent dans la plupart des cas pratiques. On se propose donc de les calculer comme suit :

On sait que la variable aléatoire  $R$  est égale à :

$$R = Q - S^{21(*)}$$

Où :

$Q$  = Primes acquises – Commissions-Frais généraux affectés à l'exercice + Produits financiers affectés à l'exercice.

$S$  : Variable aléatoire représentant le total des sinistres survenus dans l'exercice.

Donc, d'après la définition du taux de résultat présentée ci-dessus, on aura :

$$A = \frac{\text{Resultat technique de l'exercice}}{\text{primes acquises}} = \frac{R}{P} \quad (**)$$

De (\*) et (\*\*):

$$\text{On aura : } A = \frac{Q-S}{P}$$

$$E(A) = E\left(\frac{Q}{P}\right) - E\left(\frac{S}{P}\right) = \frac{Q}{P} - \frac{E(S)}{P}$$

$$V(A) = V\left(\frac{S}{P}\right) = \frac{V(S)}{P^2}$$

### ✓ Estimation de la moyenne du taux résultat

L'estimateur de  $E(A)$  est le suivant :

$$\hat{E}(A) = \frac{Q}{P} - \frac{\hat{E}(S)}{P} = \frac{Q}{P} - \frac{s}{P} = a$$

Où :  $s$  représente la moyenne de la sinistralité survenue dans l'exercice.

---

<sup>21</sup>WETZEL Jacques. (1976). Comment se réassurer au moindre coût. Paris, Dunod.

✓ **Estimation de la variance du taux résultat**

L'estimateur de  $V(A)$  est :

$$\widehat{V}(A) = \frac{\widehat{V}(S)}{P^2}$$

Cependant, pour calculer  $\widehat{V}(S)$ , il est nécessaire de connaître le montant des sinistres survenus un par un, de les grouper par sous-catégories de risques homogènes et de trouver des modèles mathématiques convenables pour la survenance et la distribution des sinistres dans chaque sous-catégorie.

Les sinistres des sous-catégories sont en principe indépendants en probabilité, donc :

$$\widehat{V}(S) = V(S_1) + V(S_2) + \dots + V(S_n)$$

Où:

$S_i$  Représente la variable aléatoire « montant des sinistres survenus dans la sous-catégorie  $i$  ».

Dans son livre «*Comment se réassurer au moindre coût*», Jacques WETZEL a présenté toutes les catégories « Vie », « Non Vie » et les catégories spéciales à sinistres cumulatifs (les catégories où les risques ne sont pas indépendants comme la tempête, la grêle et le volcan).

a. Ecart type global

Le résultat global de l'assureur est souvent très volatile. Par conséquent, pour comparer les résultats d'exercices successifs ou entre compagnies, on utilisera le ratio « taux de résultat » défini précédemment et noté «  $A$  ». Ainsi, l'écart type de ce taux résultat dans le temps forme ce qu'on appelle l'écart type global du taux de résultat qu'on notera par suite  $\sigma$ . Nous parvenons donc au calcul des fonds propres.

## II-1-2 Le coefficient de sécurité T

### 1) Méthode de calcul

On sait que la probabilité de se ruiner est :

$$P(U + L + F + R_p < 0) < 1\%$$

$R_p$  est une variable aléatoire de moyenne  $aP$  et d'écart type  $\sigma P$ .

On note  $\varepsilon$  la variable aléatoire centrée et réduite de  $R_p$  définie comme suit :

$$\varepsilon = \frac{R_p - aP}{\sigma P}$$

Rappelons que  $a$  : est l'estimateur de la moyenne du taux de résultat.

$\sigma$  est l'écart type global du taux de résultat.

Ainsi la probabilité de ruine devient :

$$P(U + L + F + \varepsilon \sigma P + a.P < 0) < 1\%$$

$$\Leftrightarrow P\left(\varepsilon < -\frac{U + L + F + a.P}{\sigma P}\right) < 1\% \quad (*)$$

Posons :  $U' = U + L + F$

Et :  $\mu = \frac{U'}{P} = (\text{fonds propres} + \text{bénéfice non aléatoire})$  exprimés en % des primes.

Ainsi :  $T = \frac{\mu + a}{\sigma}$

Enfin : l'inégalité (\*) devient :

$$P(\varepsilon < -T) < 1\%.$$

Alors, si  $T$  est suffisamment grand, l'inégalité est vérifiée d'où l'appellation **coefficient de sécurité**.

## 2) Critère de décision

Afin de décider du besoin de réassurance,  $T$  devrait être comparée à une valeur précise

Trois cas se posent :

- a) **1<sup>er</sup> cas** : Si  $\varepsilon$  suit une loi normale, il suffit que  $T$  dépasse 2,4 pour que  $P(\varepsilon < -T) < 1\%$ .
- b) **2<sup>ème</sup> cas** : Si  $R'$  s'ajuste à une loi log-normale, le coefficient  $T$  doit être au moins égal à 4.
- c) **3<sup>ème</sup> cas** : Dans l'ignorance totale de la loi, l'inégalité de Tchebycheff majore  $T$  par la valeur **10**. En effet,  $P(|\varepsilon| > 10) < \frac{1}{10^2} = 1\%$  et  $P(\varepsilon < -10) < P(|\varepsilon| > 10)$ .

Sinon, il n'y a que deux moyens pour améliorer la situation :

- ✓ 1<sup>ère</sup> solution : On doit avoir recours à l'augmentation des fonds propres  $U$  grâce à un appel aux actionnaires, ce qui n'est pas toujours possible.
- ✓ 2<sup>ème</sup> solution : On doit diminuer  $\sigma$  en se déchargeant d'une partie des risques sur des tiers autrement dit : se réassurer.

## II-2 Application numérique

Au niveau de cette partie, nous appliquerons la base théorique décrite précédemment pour le calcul du coefficient de sécurité pour la branche « Incendie », et ceci pour la période 2005-2014.

### II-2-1 Calcul du coefficient de sécurité

#### 1) La marge de solvabilité

A partir du fichier comptables « ETAT D08 » et « ETAT D02 » communiqués par notre encadrante nous avons pu tirer toutes les informations nécessaires pour le calcul de la marge de solvabilité des années observées pour la branche INCENDIE

<b>3 - TABLEAU 3 - MONTANT MINIMUM DE LA MARGE DE SOLVABILITE DES OPERATIONS NON VIE (BRANCHE INCENDIE)</b>	
<b>Calcul par rapport aux primes</b>	
<b>III- Autres opérations non vie</b>	
a" - Primes ou cotisations, hors taxes, émises et acceptées au cours du dernier exercice, nettes d'annulations	70 720 755,92
b" - Charge de sinistres des trois derniers exercices brute de cessions en réassurance (2)	269 578 027
c" - Charge de sinistres des trois derniers exercices nette de cessions en réassurance (2)	63 787 046
d" - taux de rétention c"/b" (minimum 50%)	23,66%
<b>A - 1<sup>er</sup> Résultat : [(a") + (d")] * 20%</b>	<b>14 144 151</b>
<b>Calcul par rapport aux sinistres</b>	
<b>III- Autres opérations non vie</b>	
e" - Sinistres payés pendant la période de référence, nets de recours encaissés	70 511 456
f" - Provision pour sinistres à payer constituée à la fin de la période de référence	166 373 264
g" - Provision pour sinistres à payer constituée au début de la période de référence	193 834 840
h" - Charge de sinistres pour la période de référence (e") + (f") - (g")	43 049 880
i" - Moyenne annuelle : h"/3 (ou h"/7 pour les assurances crédit)	14 349 960
<b>B - 2<sup>ème</sup> résultat : [(i) + (d) + (i') + (d')] * 40,5% + [(i") + (d")] * 27%</b>	<b>554 385</b>
<b>Calcul par rapport aux PSAP et PPNA</b>	
<b>III- Autres opérations non vie</b>	
j" - Provision pour primes non acquises	522 422
<b>C - 3<sup>ème</sup> résultat : [(j) + (j') + (j'')] * 10% + [(f) + (d) + (f') + (d')] * 7,5% + [(f") + (d")] * 5%</b>	<b>2 020 589</b>
<b>MONTANT MINIMUM DE LA MARGE INCENDIE : MAX (A ; B ; C)</b>	<b>14 144 151</b>

Figure 14 : Calcul de la marge de solvabilité

Rappelons que la marge de solvabilité représente le seuil de sécurité contre l'aléa dans la réalisation des divers risques qui peuvent affecter le passif ou l'actif d'une société d'assurance.

Ainsi, le tableau suivant nous donne les valeurs de cette marge, sur la période d'étude.

Tableau 4 : Evolution de la marge de solvabilité pour la branche incendie

Année	2 005	2 006	2 007	2 008	2 009	2 010	2 011	2 012	2 013	2 014
Marge de solvabilité	14 437 114	14 578 879	15 075 511	13 656 952	15 004 174	16 565 405	17 962 386	18 747 446	17 671 179	14 144 151

On constate que la marge de solvabilité varie, au fil de la période retenue tout en restant élevée. On peut conclure qu'au niveau de l'incendie la compagnie reste solvable.

## 2) Les fonds propres

Les fonds propres sont destinés à absorber les pertes provoquées par l'aléa du hasard, de la gestion et du marché.

La part des fonds propres affectée au hasard des sinistres est estimée, comme a été indiqué dans la partie théorique, par le rapport écart type « hasard » à l'écart type global.

Nous présenterons, ci-dessous, les résultats obtenus pour la période s'étalant de 2005 à 2014.

Tableau 5: Evolution des fonds propres affectés au hasard avant réassurance

Année	2 005	2 006	2 007	2 008	2 009	2 010	2 011	2 012	2 013	2 014
Marge de solvabilité	14 437 114	14 578 879	15 075 511	13 656 952	15 004 174	16 565 405	17 962 386	18 747 446	17 671 179	14 144 151
Ecart type hasard	0,093415	0,084728	0,020761	0,468976	0,121442	0,111508	0,529222	0,161593	0,345919	0,106968
Ecart type global	0,177827	0,177827	0,177827	0,177827	0,177827	0,177827	0,177827	0,177827	0,168148	0,168148
FP affectés au risque du hasard	2323229	2273805	622017	13656952	10246688	10387469	17962386	17035966	17671178	8997860

On remarque que les fonds propres affectés au hasard ont connu d'énormes fluctuations entre 2005 et 2014.

## 3) Adéquation à une loi

Pour déterminer le seuil du coefficient de sécurité T à partir duquel on jugera que la sécurité est satisfaisante, on va d'abord tester si  $\epsilon$  suit une loi normale (1er cas cité dans la partie théorique relative au coefficient de sécurité).

Tableau 6 : valeurs d'epsilon

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
epsilon	-0,84	-0,80	-3,81	-0,16	-0,59	-0,64	-0,13	-0,43	-0,20	-0,66

✓ Ajustement de  $\epsilon$

Pour tester si  $\epsilon$  suit une loi normale. Nous avons commencé par tracer le Q-Q plot, Nous constatons donc que notre variable est loin d'être ajustée par la loi normale.

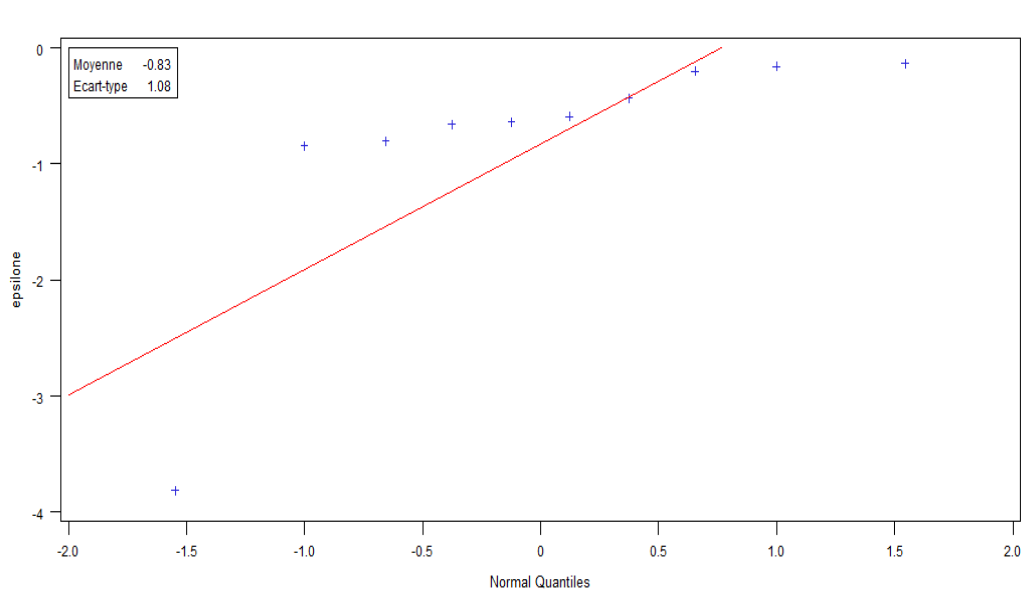


Figure 15:QQ-plot ajustant epsilon à la loi normale

Posons les hypothèses suivantes:

H0 : L'échantillon suit une loi Normale

H1 : L'échantillon ne suit pas une loi Normale

Goodness-of-Fit Tests for Normal Distribution				
Test	Statistique		p-Value	
Kolmogorov-Smirnov	D	0.39482917	Pr > D	<0.010
Cramer-von Mises	W-Sq	0.31582268	Pr > W-Sq	<0.005
Anderson-Darling	A-Sq	1.71514298	Pr > A-Sq	<0.005

Figure 16: test d'ajustement d'epsilon par la loi normale

Tous les tests convergent vers le rejet de l'hypothèse nulle H0, car la p-value calculée est inférieure au niveau de signification  $\alpha=0,05$ . Par conséquent,  $\varepsilon$  ne suit pas une loi normale.

Nous concluons donc que, pour la sous branche « incendie », le seuil de T n'est pas de 2,4. Nous allons, donc, tester si le 2ème cas (cité dans la partie théorique relative au coefficient de sécurité T) est vérifié, à savoir, si le résultat net R' suit une loi log-normale.

✓ Ajustement de R'

Tableau 7: Valeurs du résultat pur

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
a - primes acquises	106 393 812	102 536 013	66 791 557	74 774 671	83 138 731	89 515 850	94 240 183	95 175 907	92 511 534	92 207 677
b - commissions	11 672 544	12 528 425	10 475 325	11 863 864	13 223 575	14 651 133	15 584 274	16 207 358	15 544 181	15 858 388
c - frais généraux	27 236 816	26 249 219	17 098 638	19 142 316	21 283 515	22 916 058	24 125 487	24 365 032	23 682 953	23 605 165
d - sinistres survenus dans l'exercice	29 167 401	29 246 168	6 400 607	62 451 210	20 709 294	52 838 514	83 921 565	53 261 556	51 460 217	40 432 598
<b>A - ResultatPur : (a) - (b) - (c) - (d)</b>	<b>38 317 051</b>	<b>34 512 201</b>	<b>32 816 986</b>	<b>-18 682 719</b>	<b>27 922 347</b>	<b>-889 855</b>	<b>-29 391</b>	<b>1 341 961</b>	<b>1 824 183</b>	<b>12 311 526</b>

Comme nous pouvons le remarquer le résultat affiche des valeurs négatives pour les années 2008, 2010 et 2011, celui-ci ne peut donc être ajusté par une loi log normale.

✓ Conclusion

Les lois d'épsilon et du résultat sont totalement ignorées, l'inégalité de Tchebycheff majeure T par la valeur 10.

En effet,

$$P(|\varepsilon| > 10) < \frac{1}{102} = 1\%$$

$$P(\varepsilon < -10) < P(|\varepsilon| > 10).$$

#### 4) Le coefficient de sécurité

Le tableau suivant résume les coefficients de sécurité pour l'ensemble des années d'activité.

Tableau 8 : Evolution du coefficient de sécurité avant réassurance

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
le coefficient de sécurité T	8,28	8,38	10,41	11,31	9,43	12,28	10,70	6,72	7,26	6,69

La sécurité est satisfaisante sans réassurance pour les années 2007, 2008, 2010,2011. En effet, le coefficient de sécurité T est strictement supérieur à 10 pour ces exercices.

### III- Analyse du profil du risque et du sinistre

#### III-1- Définition

Le profil de risque d'une branche d'assurance quelconque décrit les principaux risques auxquels l'assureur est confronté vis-à-vis de cette branche précise et ce en terme de produits. Le risque en assurance se définit comme « l'effet de l'incertitude de la réalisation d'un évènement »<sup>22</sup>.

Le risque exprime la probabilité et l'incidence d'un événement dont on craint les conséquences financières, mais il se peut également que ce soit un événement positif. Produit du processus d'évaluation du risque, le profil de risque d'une branche conforte l'analyse et la prise de décision en ce qui concerne l'affectation des ressources notamment la couverture de l'assureur à travers le choix d'un traité de réassurance optimal. Le profil de risque offre donc un « instantané » clair des principaux risques et permet, une fois qu'il est mis en œuvre, de choisir une stratégie de couverture favorisant ainsi l'établissement des priorités et l'allocation des ressources, la prise de décisions éclairées et l'amélioration des résultats.

Le profil de sinistre quant à lui diffère du profil du risque en offrant une analyse en termes de charges.

#### III-2 Réalisation

Pour dresser le profil de risque, Nous avons commencé par ajouter une variable « tranche de capital », en fonction du capital assuré cette variable prend la valeur d'une tranche précise, ces tranches nous ont été communiquées par le service « REASSURANCE».

---

<sup>22</sup>CHARPENTIER, A. DENUIT, M. (2004). Mathématiques de l'assurance non-vie - Tome 1 : Principes fondamentaux de théorie du risque. Paris, ECONOMICA.

Nous utilisons ensuite la procédure « SQL » sur SAS afin de déterminer les profils du risques des années à partir de 2005 jusqu'à 2014.

Après exportation des données vers Excel, Nous Avons regroupés l'ensemble de ces données sur le même fichier « Profil du risque ».

Nous avons refait le même processus afin de dresser le fichier « Profil de sinistre ».

### III-3 Résultats et interprétations

Le tableau suivant représente le profil du risque de l'ensemble des années.

		Année Toutes					
tranche de capital	Somme des capitaux assurés	Nombre de polices	charge cumulée	prime cumulée	poids cumulé en nombre de polices	Poids cumulé en chiffre d'affaires	S/P cumulé
1 A 1.000.000	732 433 565,38	1 126	2 425 778,75	6 634 687,81	4%	1%	37%
1.000.001 A 1.500.000	1 046 617 664,52	798	2 647 398,36	11 214 781,28	7%	1%	24%
1.500.001 A 2.000.000	2 080 278 906,63	1 157	4 560 465,58	19 403 611,69	11%	2%	24%
2.000.001 A 4.000.000	15 579 587 388,27	5 068	9 768 794,50	51 461 571,18	28%	6%	19%
4.000.001 A 10.000.000	53 841 879 733,32	8 211	38 265 526,70	134 283 336,50	57%	15%	28%
10.000.001 A 30.000.000	118 874 132 702,26	6 909	135 520 291,20	310 304 598,86	81%	35%	44%
30.000.001 A 60.000.000	113 226 938 134,91	2 689	194 304 465,96	449 035 227,39	90%	50%	43%
60.000.001 A 100.000.000	96 851 328 742,54	1 268	226 564 032,10	555 310 342,36	95%	62%	41%
100.000.001 A 200.000.000	127 518 038 958,02	908	277 175 401,80	679 177 724,25	98%	76%	41%
200.000.001 A 300.000.000	112 705 832 171,26	465	391 451 911,47	778 693 342,64	99%	87%	50%
300.000.001 A 600.000.000	39 884 086 869,52	104	399 905 413,86	815 891 256,69	100%	91%	49%
600.000.001 A 900.000.000	15 185 400 361,90	22	403 058 697,04	826 829 379,24	100%	92%	49%
900.000.001 A 9.999.999.999	67 255 924 654,70	35	429 889 128,82	897 285 934,35	100%	100%	48%
Total général	764 782 479 853,23	28 760,00					

Figure 17 : Profil du risque pour l'ensemble des années d'évaluation

Nous remarquons qu'à partir de 300.000.000 le pourcentage du poids cumulé en nombre de police atteint les 100%, la totalité des affaires environ se situe donc en deçà du seuil des 300.000.000.

Le plein de rétention fixé par la compagnie est de 30.000.000 or ce scenario est très prudent, en effet la compagnie ne détient que 50% du poids du chiffre d'affaires, un pourcentage qui reste faible vu que le S/P cumulé ne dépasse pas le seuil des 50%.

La compagnie pourrait donc envisager l'un des scenarios suivants :

- 1- vision moins prudente : Garder un engagement de 300.000.000 de dirhams et augmenter son plein de conservation a 60.000.000 de dirhams, son chiffre d'affaires connaîtra une augmentation de 12%, avec une différence non significative au niveau du S/P cumulé, le pourcentage du nombre d'affaires qu'elle détiendra dans son portefeuille augmentera aussi

- 2- Vision moyenne : Augmenter son plein de conservation encore plus pour atteindre 100.000.000, le chiffre d'affaires augmentera de 26%, le pourcentage du nombre d'affaires augmentera et la différence au niveau du S/P cumulé restera insignifiante.
- 3- Vision optimiste : annuler les traités excédent de plein et se réassurer avec un traité excédent de sinistre par risque ou par évènement seulement.

Sur les profils du risque de 2013 et 2014, nous ne pouvons que confirmer ces conclusions.

Année 2014

tranche de capital	Somme des capitaux assurés	Nombre de polices	Nombre de sinistres	charge cumulée	prime cumulée	poinds cumulé en nombre de polices	Poids cumulé en chiffre d'affaires	S/P cumulé
1 A 1.000.000	57 121 829,41	87	4	157 075,00	555 817,35	2,72%	0,60%	28%
1.000.001 A 1.500.000	82 241 946,57	63	-	157 075,00	1 006 934,52	4,69%	1,09%	0%
1.500.001 A 2.000.000	168 049 374,46	92	-	157 075,00	1 560 812,97	7,56%	1,69%	0%
2.000.001 A 4.000.000	1 535 021 469,73	497	7	217 871,35	4 451 856,58	23,09%	4,83%	2%
4.000.001 A 10.000.000	6 630 675 868,43	1 007	23	6 844 967,31	13 496 110,75	54,56%	14,64%	73%
10.000.001 A 30.000.000	14 020 115 208,25	825	38	19 026 234,10	30 579 160,77	80,34%	33,16%	71%
30.000.001 A 60.000.000	12 097 076 288,50	290	23	26 422 043,45	19 403 611,69	89,41%	47,85%	55%
60.000.001 A 100.000.000	11 692 403 057,22	151	58	28 073 345,12	31 746 771,69	94,13%	61,24%	13%
100.000.001 A 200.000.000	17 126 458 852,19	121	71	36 110 333,75	47 832 118,65	97,91%	78,68%	50%
200.000.001 A 300.000.000	11 842 206 625,76	49	55	38 768 658,51	58 871 692,10	99,44%	90,66%	24%
300.000.001 A 600.000.000	5 113 341 347,40	13	17	39 261 699,69	64 389 600,36	99,84%	96,64%	9%
600.000.001 A 900.000.000	1 334 252 138,90	2	5	39 288 613,36	65 114 075,71	99,91%	97,43%	4%
900.000.001 A 9.999.999.999	3 714 684 276,90	3	53	40 432 597,92	67 487 545,34	100,00%	100,00%	48%
Total général	85 413 648 283,72	3 200,00	354,00					

Figure 18 : Profil du risque pour l'année 2014

Année tous  
Total des primes 897 285 934

tranche de sinistre	charge de sinistres	Nombre de sinistres	capitaux assurés	nombre de capitaux assurés	charge cumulée	poinds de la charge	S/P cumulé
1 A 5.000	4 102 268,60	1 947,00	299 425 193 449,12	1 947,00	4 102 268,60	1%	0,46%
5.001 A 10.000	4 318 240,20	585,00	92 836 211 261,45	585,00	8 420 508,80	2%	0,94%
10.001 A 100.000	32 296 642,50	1 016,00	174 735 293 448,72	1 016,00	40 717 151,30	9%	4,5%
100.001 A 500.000	42 924 578,64	193,00	26 760 852 472,34	193,00	83 641 729,94	19%	9,32%
500.001 A 1.000.000	34 244 372,89	48,00	6 319 008 376,38	48,00	117 886 102,83	27%	13,14%
1.000.001 A 2.000.000	33 549 746,45	25,00	9 316 451 305,30	25,00	151 435 849,28	35%	16,88%
2.000.001 A 3.000.000	25 296 027,12	10,00	1 080 357 421,40	10,00	176 731 876,40	41%	19,70%
3.000.001 A 4.000.000	27 708 883,00	8,00	409 431 829,80	8,00	204 440 759,40	48%	22,78%
4.000.001 A 5.000.000	27 133 515,07	6,00	281 333 250,65	6,00	231 574 274,47	54%	25,81%
5.000.001 A 10.000.000	71 612 297,02	10,00	11 266 593 048,32	10,00	303 186 571,49	71%	33,79%
10.000.001 A 50.000.000	126 702 557,33	4,00	601 718 490,38	4,00	429 889 128,82	100%	47,91%
Total général	429 889 128,82	3 852,00	623 032 444 353,86	3 852,00			

Figure 19: Profil du sinistre pour l'ensemble des années

En ce qui concerne le profil de sinistre, nous avons calculé le poids de la charge cumulée en divisant la charge cumulée par le total des primes.

Comme nous pouvons le remarquer sur la figure 19 ,le poids de la charge cumulée connait une augmentation de 17%, pour les sinistres entre 4.000.000 et 5.000.000, cette tranche nécessite donc une prudence de la part de l'assureur, il doit donc de préférence céder cette partie au réassureur

Cette analyse qualitative de ces profils nous amène à déterminer les scénarios d'optimisation suivants :

Scenario	Plein de retention	Plein de souscription	priorité	portée
scenario 1	30 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000
scenario 2	30 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000
scenario 3	30 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000
scenario 4	30 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000
scenario 5	30 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000
scenario 6	60 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000
scenario 7	60 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000
scenario 8	60 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000
scenario 9	60 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000
scenario 10	60 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000
scenario 11	100 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000
scenario 12	100 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000
scenario 13	100 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000
scenario 14	100 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000
scenario 15	100 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000
scenario 16	-	-	1 500 000	28 000 000
scenario 17	-	-	2 000 000	28 000 000
scenario 18	-	-	3 000 000	28 000 000
scenario 19	-	-	4 000 000	28 000 000
scenario 20	-	-	5 000 000	28 000 000

Figure 20 : Différents scénarios d'optimisation

Comme nous pouvons le remarquer sur ces différents scénarios, nous avons choisi de fixer les pleins de rétention ainsi que la portée, car leur niveau semble optimal est stable.

## Chapitre 3 : Tarification des traités de réassurance incendie

### I- Modélisation de la sinistralité

Afin de mieux appréhender le profil de sinistralité pour la branche incendie, nous pensons qu'il est intéressant de distinguer entre sinistres attritionnels<sup>23</sup> et grands sinistres vue la divergence de leur comportement aléatoire. En effet, Nous savons que la nature relativement moins fréquente mais plus importante en terme de charge des grands sinistres est différente de celle des sinistres attritionnels qui sont moins importants en terme de charge mais d'une fréquence plus intense.

#### I-1-Détermination du seuil des grands sinistres :

La théorie<sup>24</sup> des valeurs extrêmes est particulièrement intéressante dans le cadre de l'assurance et la réassurance. Car elle permet d'étudier le comportement des données sur la queue de distribution, qui est très utile pour connaître le risque potentiel du portefeuille souscrit par l'assureur et ainsi constituer des fonds propres suffisants afin d'assurer la solvabilité de l'entreprise.

Elle propose différentes méthodes pour estimer un seuil au-delà duquel une observation sera considérée comme valeur extrême On peut distinguer les valeurs record, la fonction moyenne des excès et l'approximation GPD (par la distribution de Pareto généralisée).

#### I-1-1-La méthode des valeurs record

##### ✓ Formulation théorique :

La méthode consiste en une comparaison entre les valeurs record et les valeurs anticipées de ces records issus d'une suite de variables aléatoires réelles i.i.d.

Soit  $X_i$  une suite de variables aléatoires réelles i.i.d, un record  $X_n$  est atteint si  $X_n > M_{n-1}$  avec

$$M_{n-1} = \max(X_1, X_2, X_3 \dots \dots X_{n-1})$$

---

<sup>23</sup> Sinistres classés ni graves ni d'origine d'une catastrophe naturelle, ce sont des sinistres courants, peu coûteux mais très fréquent.

<sup>24</sup> BENLAGHA, Noureddine. GRUN-REHOMME, Michel. VASECHKO, Olga. Les sinistres graves en assurance automobile : Une nouvelle approche par la théorie des valeurs extrêmes. In : MODULAD, n°39.

Le processus de comptage est défini comme suit :

$$\begin{cases} N_1 = 1 \\ N_n = 1 + \sum_{k=2}^n I_{X_k}, n \geq 2 \end{cases}$$

Où la fonction indicatrice  $I_{X_k > M_{k-1}}$  est définie par :

$$I_{X_k > M_{k-1}} = \begin{cases} 1 & \text{Si } X_k > M_{k-1} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Avec la méthode des valeurs record, le seuil correspond à une valeur de la distribution.

✓ Mise en Application :

Il suffit de trier les sinistres par ordre croissant et choisir la  $N_n$  plus grande valeur comme seuil.

Nous répétons ainsi cette technique pour trouver un seuil pour chaque année.

Sur Excel on applique cette méthode, et on obtient les valeurs suivantes selon les différents scénarios choisis :

Tableau 9 : seuils obtenus par la méthode des valeurs record sans XP

Année	$N_n$	Seuil
2 005	1	9 738 851,62
2 006	2	5 835 700,83
2 007	5	332 881,07
2 008	14	314 135,38
2 009	5	648 849,32
2 010	12	1 059 240,34
2 011	9	914 013,64
2 012	8	1 239 534,71
2 013	7	693 819,55
2 014	5	2 545 000,00

Tableau 10 : Seuils obtenus par la méthode des valeurs record avec excédent de plein de 30M

Année	$N_n$	Seuil
2 005	3	1 641 536,83
2 006	6	709 966,59
2 007	5	928 930,84
2 008	14	170 001,60
2 009	5	928 930,84
2 010	13	248 131,41
2 011	9	459 388,64
2 012	12	234 878,79
2 013	8	530 461,69
2 014	5	928 930,84

Tableau 11: Seuils obtenus par la méthode des valeurs record avec excédent de plein de 60M

Année	$N_n$	Seuil
2 005	3	2 036 022,97
2 006	5	1 857 861,69
2 007	5	1 857 861,69
2 008	15	234 878,79
2 009	5	1 857 861,69
2 010	5	1 857 861,69
2 011	9	496 262,81
2 012	8	530 461,69
2 013	8	530 461,69
2 014	6	826 043,75

Tableau 12:Seuils obtenus par la méthode des valeurs record avec excédent de plein de 100M

Année	$N_n$	Seuil
2 005	2	3 246 283,87
2 006	4	2 110 916,50
2 007	5	2 036 022,97
2 008	14	283 563,35
2 009	5	2 036 022,97
2 010	12	418 212,40
2 011	9	709 966,59
2 012	8	718 991,52
2 013	8	718 991,52
2 014	6	826 043,75

Ainsi les seuils des grands sinistres choisis sont la moyenne des seuils trouvés pour les différentes années et selon les différents scénarios.

I-1-2-La fonction moyenne des excès :

✓ Formulation théorique :

La fonction moyenne des excès, qui permet de décrire la prédiction du dépassement du seuil  $u$  lorsqu'un excès se produit, est définie par :

$$e_n(u) = E[X - u / X > u]$$

Cette fonction est estimée par la somme des excès dépassant un certain seuil élevé  $u$ , divisé par le nombre d'observations qui dépassent ce seuil.

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u)^+}{\sum_{i=1}^n I_{X_i > u}}$$

Cette approche consiste à tracer l'estimateur empirique de l'espérance résiduelle de  $X$  et à choisir  $u$  de manière à ce que  $e_n(u)$  soit approximativement linéaire pour tout  $x \geq u$ .

En effet, comme la fonction d'espérance résiduelle d'une loi GPD (Pareto généralisé) de paramètre  $\zeta$  est affine, on cherchera un seuil  $u$  aussi petit que possible sous contrainte que l'estimateur empirique de l'espérance résiduelle des excès au-delà de  $u$  soit approximativement linéaire. Le seuil  $u$  est donc déterminé à partir du moment où le graphe de la fonction présente une partie affine stable.

Trois cas peuvent se présenter :

- Si à un certain seuil, la fonction moyenne des excès empiriques est marquée par une pente positive, dans ce cas les données suivent une distribution Pareto généralisée avec un paramètre  $\zeta$  positif.
- Lorsque la fonction moyenne des excès empirique présente une pente horizontale, les données suivent une distribution exponentielle
- Lorsque la fonction moyenne des excès empirique est décroissante la distribution est bornée à droite. Les données suivent alors une distribution à queue légère.

Dans la pratique, on représentera le graphe de la fonction moyenne  $\hat{e}_n$  en fonction de différents seuils et choisirons celui à partir duquel le graphe devient stable (proche d'une droite). On répète cette même technique afin d'obtenir le seuil pour chaque année.

Ci-dessous, nous trouvons un exemple de la feuille de calcul d'un seuil avec la méthode moyenne des excès :

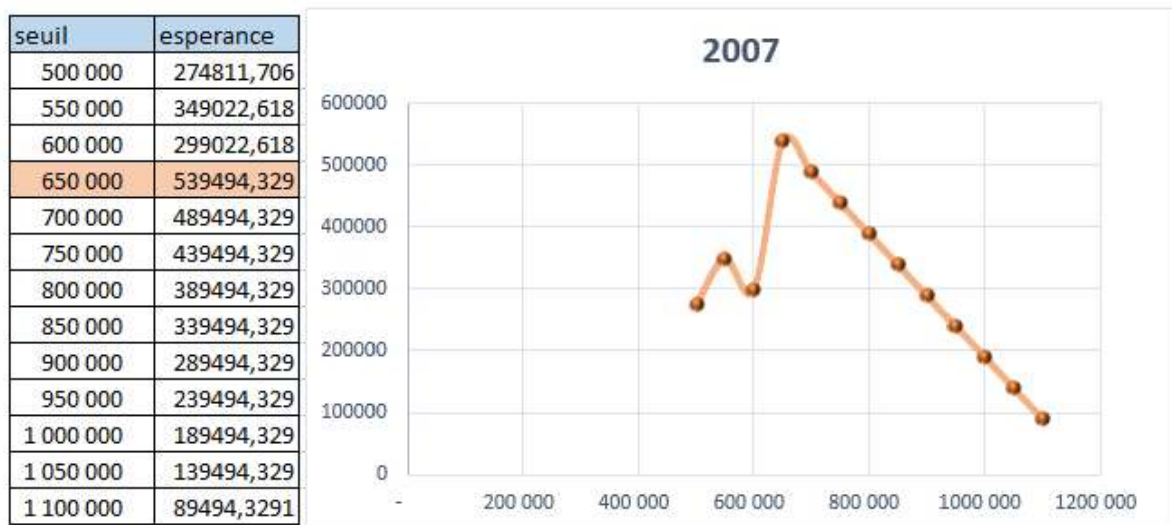


Figure 21: Méthode moyenne des excès pour le calcul du seuil des grands sinistres

✓ Mise en application :

Après application de la méthode moyenne des excès, et ce pour les différents scenarios et les différentes années. Nous obtenons les résultats suivants :

Tableau 14:Seuils obtenus par la méthode moyenne des excès sans excédent de plein

Année	Seuil
2 005	2 400 000,00
2 006	3 600 000,00
2 007	650 000,00
2 008	4 200 000,00
2 009	1 800 000,00
2 010	4 800 000,00
2 011	3 200 000,00
2 012	4 200 000,00
2 013	5 000 000,00
2 014	4 800 000,00

Tableau 13:Seuils obtenus par la méthode moyenne des excès avec excédent de plein de 30 M

Année	Seuil
2 005	2 200 000,00
2 006	2 000 000,00
2 007	2 400 000,00
2 008	2 200 000,00
2 009	600 000,00
2 010	3 000 000,00
2 011	3 600 000,00
2 012	3 800 000,00
2 013	2 800 000,00
2 014	4 400 000,00

Tableau 15:Seuils obtenus par la méthode moyenne des excès avec excédent de plein de 60 M

Année	Seuil
2 005	2 200 000,00
2 006	3 600 000,00
2 007	700 000,00
2 008	3 200 000,00
2 009	1 000 000,00
2 010	1 000 000,00
2 011	3 400 000,00
2 012	4 400 000,00
2 013	5 000 000,00
2 014	4 600 000,00

Tableau 16:seuils obtenus par la méthode moyenne des excès avec excédent de plein de 100 M

Année	Seuil
2 005	3 400 000,00
2 006	3 400 000,00
2 007	700 000,00
2 008	2 200 000,00
2 009	1 600 000,00
2 010	4 000 000,00
2 011	3 400 000,00
2 012	4 400 000,00
2 013	5 000 000,00
2 014	4 600 000,00

### I-1-3-Méthode mixte de minimisation de la variance

#### ✓ Formulation théorique :

Les différentes méthodes précédentes proposent un seuil, souvent différent d'une méthode à l'autre. Le problème des valeurs atypiques ou aberrantes est bien connu en statistique pratique, et il garde toujours une part d'indétermination qui empêche une formalisation complètement rationnelle.

Afin de concilier qualité et cout, cette méthode repose sur la minimisation de la variance, qui est un critère de qualité, d'une combinaison convexe des seuils obtenus par les méthodes issues de la théorie des valeurs extrêmes.

**Théorème :**

Soit  $U_i$  des variables aléatoires réelles ( $i = 1, \dots, p$ ) et  $Z$  une variable aléatoire définie comme combinaison convexe des  $U_i$  avec :

$$Z = \sum_{i=1}^p \alpha_i * U_i$$

$$\text{ou } \alpha_i > 0 \text{ et } \sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$$

On note  $V_i$  la variance de  $U_i$ ,  $V$  est la matrice de variance-covariance des  $U_i$  et  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ .

On suppose que les variables de  $Z$  est alors minimale pour  $\alpha = \frac{V^{-1}}{\sum_{i,j=1}^p v_{i,j}^{-1}} * A$  ou  $V^{-1}$  est l'inverse de la matrice  $V$ , et  $v_{i,j}^{-1}$  est le terme général de  $V^{-1}$  et  $A$  est la matrice uni-colonne d'ordre p dont tous les coefficients sont égaux à 1.

Pour la mise en pratique de cette méthode on calcule la valeur du seuil comme suit :

Soit  $X = \alpha U_1 + (1 - \alpha) U_2$  où :

- $X$  est le seuil résultant de la combinaison convexe des seuils.
- $U_1$  est la moyenne des seuils obtenus pour les différentes années par la méthode des écarts moyens.
- $U_2$  est la moyenne des seuils obtenus pour les différentes années par la méthode de la fonction moyenne des excès
- $\alpha$  est le coefficient qui minimise la variance de  $X$ .

Le coefficient  $\alpha$  optimal est calculé par la formule :

$$\alpha = \frac{V_2 - COV(v_1, v_2)}{V_1 + V_2 - 2 * COV(v_1, v_2)}$$

Avec

- $V_1$  et  $V_2$  sont respectivement la variance des seuils obtenus pour les différentes années par la méthode des écarts moyens et la fonction moyenne des excès.

$v_1$  et  $v_2$  sont respectivement le vecteur des seuils obtenus pour les différentes années par la méthode des écarts moyens et de la fonction moyenne des excès.

✓ Mise en Application :

Les Figures suivantes nous montrent les résultats de la méthode mixte de minimisation de la variance :

➤ Scénario sans excédent de plein:

	methode des ecarts moyens	methode de la fonction moyenne des excès	seuil optimal pour chaque année
2005	9 738 851,62	2 400 000,00	1 017 342,10
2006	5 835 700,83	3 600 000,00	1 164 444,27
2007	332 881,07	650 000,00	392 638,80
2008	314 135,38	4 200 000,00	1 564 385,55
2009	648 849,32	1 800 000,00	487 568,98
2010	1 059 240,34	4 800 000,00	2 237 340,07
2011	914 013,64	3 200 000,00	1 364 508,38
2012	1 239 534,71	4 200 000,00	3 028 488,51
2013	693 819,55	5 000 000,00	1 279 454,69
2014	2 545 000,00	4 800 000,00	2 044 216,58
alpha		0,21	
seuil optimal		3 229 382,23	

Figure 22 : Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité sans excédent de plein

➤ Scénario avec excédent de plein de 30M :

	methode des ecarts moyens	methode de la fonction moyenne des excès	seuil optimal pour chaque année
2005	1 641 536,83	2 200 000,00	1 100 264,98
2006	709 966,59	2 000 000,00	742 063,70
2007	928 930,84	700 000,00	186 176,62
2008	170 001,60	2 200 000,00	1 328 163,86
2009	928 930,84	600 000,00	225 077,34
2010	248 131,41	3 000 000,00	770 510,93
2011	459 388,64	3 600 000,00	587 304,89
2012	234 878,79	3 800 000,00	700 537,00
2013	530 461,69	2 800 000,00	713 244,81
2014	928 930,84	4 400 000,00	1 630 851,02
alpha		0,82	
seuil optimal		1 014 493,83	

Figure 23: Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité excédent de plein de 30M de rétention

➤ Scénario avec excédent de plein de 60M :

	methode des ecarts moyens	methode de la fonction moyenne des exces	seuil optimal pour chaque année
2005	2 036 022,97	2 200 000,00	1 100 264,98
2006	1 857 861,69	3 600 000,00	742 063,70
2007	1 857 861,69	700 000,00	186 176,62
2008	234 878,79	3 200 000,00	1 328 163,86
2009	1 857 861,69	1 000 000,00	225 077,34
2010	1 857 861,69	1 000 000,00	770 510,93
2011	496 262,81	3 400 000,00	587 304,89
2012	530 461,69	4 400 000,00	700 537,00
2013	530 461,69	5 000 000,00	713 244,81
2014	826 043,75	4 600 000,00	1 630 851,02
alpha		0,71	
seuil optimal		1 705 254,38	

Figure 24: Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité excédent de plein de 60M de rétention

➤ Scénario avec excédent de plein de 100M :

	methode des ecarts moyens	methode de la fonction moyenne des exces	seuil optimal pour chaque année
2005	3 246 283,87	3 400 000,00	1 100 264,98
2006	2 110 916,50	3 400 000,00	742 063,70
2007	2 036 022,97	700 000,00	186 176,62
2008	283 563,35	2 200 000,00	1 328 163,86
2009	2 036 022,97	1 600 000,00	225 077,34
2010	418 212,40	4 000 000,00	770 510,93
2011	709 966,59	3 400 000,00	587 304,89
2012	718 991,52	4 400 000,00	700 537,00
2013	718 991,52	5 000 000,00	713 244,81
2014	826 043,75	4 600 000,00	1 630 851,02
alpha		0,62	
seuil optimal		2 051 061,35	

Figure 25: Détermination du seuil optimal par la méthode de minimisation de la variance pour un traité excédent de plein de 100M de rétention

#### I-1-4- Modélisation des sinistres :

##### 1) Modélisation de la fréquence

La fréquence des sinistres, étant une variable aléatoire discrète, peut être modélisée généralement par la loi Binomiale, la loi de Poisson ou la loi Binomiale négative. A cet effet, nous procédons à un test khi-deux d'adéquation pour savoir quelle loi suit cette variable aléatoire.

Le **test du  $\chi^2$** , est un test statistique qui permet de tester l'adéquation d'une variable aléatoire à une famille de lois de probabilités.

Le principe de ce test repose sur le calcul de la distance entre les données observées et les données théoriques attendues, afin de tester l'hypothèse nulle. Dans le cas où cette distance est supérieure à la distance critique, nous pouvons conclure que l'hypothèse nulle  $H_0$  doit donc être rejetée.

En général, la loi de Poisson est une loi particulièrement adaptée aux problèmes de réassurance car elle permet de décrire la survenance d'évènements peu probables ou rares dans un portefeuille constitué de nombreuses polices. Elle est souvent introduite comme la loi limite de la loi Binomiale

La probabilité de la loi de poisson  $P(\lambda)$  est donnée par :

$$P(N = k) = e^{-\lambda} * \frac{\lambda^k}{k!}$$

Le paramètre  $\lambda$  est estimé par le nombre moyen de grands sinistres des exercices. Cette valeur est à la fois l'estimateur des moments et celui du maximum de vraisemblance.

##### 2) Modélisation du coût des sinistres:

Il s'agit dans cette partie de modéliser la loi de sévérité des grands sinistres, des sinistres attritionnels ainsi que de la sinistralité en général propre à la branche incendie de la compagnie RMA-Watanya.

Nous savons que le test d'ajustement de Kolmogorov-Smirnov nous permet de tester l'ajustement d'une loi de probabilité continue à la distribution que nous possédons. C'est à travers ce test qu'on va déterminer la loi selon laquelle le coût des grands sinistres est distribué.

En outre, l'idée du test est de comparer la fonction de distribution expérimentale à la fonction de répartition théorique et mesure la divergence maximale entre ces deux fonctions (en valeur absolue).

Nous avons utilisé le logiciel SAS pour estimer les paramètres, afficher les QQ-plot ainsi que réaliser le test de kolmogorov-smrinov pour ces différentes lois.

A partir des résultats, nous avons pu conclure que la loi log normale est la mieux adaptée pour modéliser notre distribution.

### I-1-5 Application numérique

Après la modélisation des lois de fréquence et de sévérité pour les différents scenarios retenus, nous obtenons les résultats suivants :

- scénario sans excédant de plein :

Grands sinistres :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 2,9
- Coût : log normal (mean : 10976897, Std deviation : 26695703)

Sinistres attritionnels :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 363.6
- Coût : log normal (mean : 32179.16, St déviation : 147994.1)

Charge totale :

- Fréquence : loi poisson de moyenne 385.2
- Coût : Pareto (alpha = -1.269, seuil = 5540.26)

- Scenario avec un traité excédent de plein de 30 millions de rétention

Grands sinistres :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 3,7
- Coût : log normal (mean : 4129167, Std deviation : 5249598)

Sinistres attritionnels :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 381,5
- Coût : loi log normale (mean : 19357.63, Std deviation:126185.9)

Charge totale :

- Fréquence : loi poisson de moyenne 381.5
- Cout : Pareto (alpha = -1.46, seuil = 406.43)

- Scenario avec un traité excédent de plein de 60 millions de rétention

Grands sinistres :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 3
- Coût : log normal (mean : 53606296, Std deviation : 3607316)

Sinistres attritionnels :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 356.8
- Cout : loi log normale (mean : 23176.21, Std deviation:126093.5)

Charge totale :

- Fréquence : loi poisson de moyenne 381.5
- Cout : loi Pareto (alpha = -1.39, seuil = 4166.17)

- Scenario avec un traité excédent de plein de 100 millions de rétention

Grands sinistres :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 3.5
- Coût : log normal (mean : 6687236, Std deviation : 11274616)

Sinistres attritionnels :

- Fréquence : loi de poisson de moyenne 381.7
- Cout : loi log normale (mean : 25591.58, Std deviation:124534.3)

Charge totale :

- Fréquence : loi poisson de moyenne 381.5
- Cout : Pareto (alpha = -1.30, seuil = 4632.14)

## II- Tarification des traités de réassurance :

Dans le cadre de notre étude, les traités de réassurance sont de forme proportionnelle et non proportionnelle XS par Risque ou XS par Evénement. Nous présenterons le cadre général des méthodes de tarification pour les traités non proportionnelle.

### II-1 Tarification du traité excédent de plein

#### 1) Formulation théorique

La prime cédée en excédent de plein est déterminée en fonction du capital assurée, il nous est donc difficile voire impossible de déterminer un taux exact de prime, cependant, et pour l'intérêt de notre étude, nous nous trouvons dans la nécessité d'estimer ce taux. Pour ce faire nous avons procédé de la manière suivante :

$$Taux_p = \frac{\text{sommedescapitauxdetenus}_p - (p * \text{nombre d'affairesdetenus}_p)}{\text{Sommedescapitauxduportefeuille}}$$

Où :

- $p$  est le plein de rétention du traité excédent de plein
- $Taux_p$  : est le taux de prime cédée relatif au plein de rétention  $p$
- $\text{sommedescapitauxdetenus}_p$  : est égale à la somme des capitaux assurés avec :

$$\begin{aligned} \text{sommedescapitauxdetenus}_p &= \text{sommedescapitauxduportefeuilletotal} \\ &\quad - \text{sommedecapitauxinferieursaupleinderetentionp} \end{aligned}$$

- $\text{nombre d'affairesdetenus}_p$  : est égale à la somme des affaires assurées avec

$$\begin{aligned} \text{nombre d'affairesdetenus}_p &= \text{nombre d'affairesduportefeuille} \\ &\quad - \text{nombre desaffairesinferieursaupleinderetentionp} \end{aligned}$$

## 2) Application numérique

A partir du tableau suivant ; représentant les sommes des capitaux assurés par tranche de capital ainsi que les nombres d'affaires pour l'ensemble des années ; Nous appliquons la formule précédente afin d'obtenir le taux estimé de prime cédée par plein de rétention.

Tableau 17: somme des capitaux assurés et des affaires par tranche de capital

tranche de capital	Somme des capitaux assurés	Nombre de polices
1 A 1.000.000	732 433 565,38	1 126
1.000.001 A 1.500.000	1 046 617 664,52	798
1.500.001 A 2.000.000	2 080 278 906,63	1 157
2.000.001 A 4.000.000	15 579 587 388,27	5 068
4.000.001 A 10.000.000	53 841 879 733,32	8 211
10.000.001 A 30.000.000	118 874 132 702,26	6 909
30.000.001 A 60.000.000	113 226 938 134,91	2 689
60.000.001 A 100.000.000	96 851 328 742,54	1 268
100.000.001 A 200.000.000	127 518 038 958,02	908
200.000.001 A 300.000.000	112 705 832 171,26	465
300.000.001 A 600.000.000	39 884 086 869,52	104
600.000.001 A 900.000.000	15 185 400 361,90	22
900.000.001 A 9.999.999.999	67 255 924 654,70	35
<b>Total général</b>	<b>764 782 479 853,23</b>	<b>28 760,00</b>

Tableau 18 : Taux de prime cédée pour excédent de plein

plein de rétention	taux de prime
30 000 000	53,34%
60 000 000	38,09%
100 000 000	27,35%

## II-2 Tarification du traité excédent de sinistres

### II-2-1 Tarification basée sur l'expérience : Méthode BurningCost

#### 1) Formulation théorique

Cette méthode est basée sur la sinistralité observée dans le passé comme reflet du comportement du portefeuille. Elle consiste à calculer, pour chaque année passée, la charge sinistre annuelle de réassurance tout en se basant sur les sinistres indiqués par la cédante pour chacune des années d'étude. Et une fois le rapport « charge annuelle des sinistres dépassant la priorité / primes d'assurance » est calculé pour chacune des années d'étude, le taux de prime de réassurance ne serait autre que la moyenne de ces rapports.

Cette technique est appliquée en trois phases:

- **1ère phase:** Mise en place d'une statistique «As if» :

L'objectif principal de la cotation est d'analyser la situation pour l'année à venir. Ainsi, chaque élément statistique est actualisé pour qu'il soit utilisé comme élément «As if» de l'exercice au cours duquel l'Excess couvrira le risque. Pour cela nous utilisons les taux d'inflations communiquées par Bank al-Maghreb

Tableau 19: Taux d'inflations au 31/12/2014 communiqués par BANK ALMAGHRIB

Année	taux d'inflation
2005	2,50%
2006	2,80%
2007	2%
2008	3,90%
2009	1%
2010	2,50%
2011	2,40%
2012	1,40%
2013	2%
2014	1,80%

- **2ème phase:** Cotation de taux de prime pure

Le taux du traité excédent de plein est représenté par la moyenne des ratios Sinistres revalorisés à la charge de l'excédent de plein sur assiette de primes revalorisées.

Considérons l'excédent de sinistre (portée) XS (priorité), et notons :

$s_i^j$  : Le montant «as if» de l'ième sinistre, et qui correspond à la jème année.

$n^j$  : Le nombre des sinistres observés en l'année j.

$B_{as\ if}^j$ : Montant as if à la charge du traité XS de l'année j.

$p$  : La portée du traité

$f$  : La priorité du traité

Il peut être formulé comme suit:

$$B_{as\ if}^j = \sum_{i=1}^{n^j} \min [\max (s_i^j - f; 0); P ]$$

Ensuite, le calcul du taux pur utilisé pour la cotation de l'Excess, noté  $BC_{pur}$  et appelé aussi «Burning Cost », se fait grâce à la formule suivante:

$$BC_{pur} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n \frac{B_{asif}^j}{AP^j}$$

Avec :

$AP^j$ : L'assiette de prime relative à l'année j.

$m$  : Le nombre d'années de données statistiques utilisées.

- **3ème phase** : calcul de la prime pure

Nous pouvons donc dire, à partir de la formule ci-dessus, que le  $BC_{pur}$  est la moyenne des ratios S/P :

$S$  Désigne les sinistres à la charge du réassureur.

$P$  Désigne les primes perçues à la source par la cédante.

Enfin, la prime pure est calculée par la formule suivante :

$$P_{pure} = BC_{pur} * AP_{estimé}$$

Avec :

$AP_{estimé}$  : L'assiette de prime estimée pour l'année à venir, c'est-à-dire l'année de la cotation (2015 dans notre cas).

- **4ème phase**: calcul du taux de prime chargé

Pour couvrir le risque de fluctuation, les charges administratives et la marge bénéficiaire, nous ajoutons un chargement de sécurité d'environ 20% du coefficient de la variation des taux.

$$\text{taux chargé} = \text{taux de prime pure} * \frac{1}{(1 - \text{taux de chargement})}$$

## 2) Application numérique

L'objectif de notre étude est d'optimiser les programmes de la réassurance tout en minimisant le cout .Pour tarifier les programmes de la réassurance, nous devons disposer de l'historique de sinistralité jusqu'en 2014.

Sur VBA nous avons développé une application permettant de calculer les taux de primes pures par méthode BurningCost, et d'en déduire les taux chargés ainsi que la prime cédée.

Après la définition du taux de chargement, de l'assiette des primes et des paramètres (priorité, portée, rétention et engagement), Nous choisissons une option dans le menu déroulant, le clic sur le bouton calculer affiche les taux pour les différents paramètres choisis.

Nous avons donc appliqué cette procédure pour les différents scenarios définis précédemment, Nous avons obtenus les résultats suivants :


Taux de chargement		20%					Choisir une option
Assiète de prime		100 000 000,00					Calculer
							
Plein de conservation	Engagement	Priorité	Portée	Taux de prime pure	Taux de prime chargé	Prime cédée	
30 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	10,54%	13,17%	13 172 338,30	
30 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	9,13%	11,41%	11 411 149,90	
30 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	6,88%	8,60%	8 604 395,15	
30 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	5,59%	6,99%	6 992 115,52	
30 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	5,00%	6,25%	6 245 553,34	
60 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	13,67%	17,08%	17 081 678,78	
60 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	11,93%	14,92%	14 917 575,41	
60 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	9,23%	11,54%	11 541 651,17	
60 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	7,46%	9,33%	9 328 501,78	
60 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	6,34%	7,92%	7 920 282,48	
100 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	17,21%	21,52%	21 516 019,20	
100 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	15,24%	19,05%	19 046 447,44	
100 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	12,23%	15,29%	15 293 629,38	
100 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	10,14%	12,67%	12 673 223,79	
100 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	8,74%	10,92%	10 919 119,15	
		1 500 000	28 000 000	24,52%	30,65%	30 651 360,47	
		2 000 000	28 000 000	22,27%	27,83%	27 832 067,17	
		3 000 000	28 000 000	18,72%	23,39%	23 394 686,15	
		4 000 000	28 000 000	16,18%	20,23%	20 226 135,27	
		5 000 000	28 000 000	14,46%	18,07%	18 074 466,89	

Figure 26: Interface de calcul et résultats de la méthode burningcost

Comme nous pouvons le remarquer les taux de primes sans traité excédent de pleins sont les plus élevés, l'augmentation du plein de conservation augmente le taux du traité non proportionnel.

## II-2-2 Tarification probabiliste

Il s'agit d'une méthode basée sur la modélisation de la fréquence de sinistre et leur sévérité.

### 1) Formulation théorique :

Nous nous intéresserons dans cette partie à la cotation annuelle de l'excédent de sinistre (XS) « Portée XS Franchise » en supposant l'absence de toute clause particulière.

Notations :

- $X$  : variable aléatoire représentant le montant du sinistre individuel.
- $Y$  : variable aléatoire représentant le montant du sinistre individuel à la charge du réassureur.
- $N$  : variable aléatoire représentant le nombre des sinistres durant une année donnée.
- $\sum Y_i$  : variable aléatoire représentant du montant total annuel à la charge du réassureur.

Nous supposons que les variables  $(X_i)$  sont iid, et que les  $(X_i)$  Variables et  $N$  sont mutuellement indépendantes. Dans le cas d'un traité Portée XS Priorité, le montant de sinistre individuel à la charge du réassureur est telle que :

$$Y = Portée * 1_{(X > Priorité + Portée)} + (X - Priorité) * 1_{(Priorité < X < Portée)}$$

Ce processus peut être synthétisé en trois étapes :

- étape 1 : Création d'une statistique as if

L'étape de la création d'une statistique as if reste identique à celle de la tarification par méthode burning cost.

- étape 2 : Modélisation de la loi de fréquence et de la loi de sévérité

Cette étape consiste en la modélisation de la variable représentant le montant du sinistre individuel  $X$ .

- étape 3 : Cotation de la prime de réassurance.

L'espérance des montants individuels à la charge du réassureur est donnée par la formule suivante :

$$E(Y) = \begin{cases} \frac{seuil^\alpha}{\alpha - 1} * (priorité^{\alpha-1} - portée^{\alpha-1}) & si \alpha \neq 1 \\ seuil * \ln\left(\frac{priorité + portée}{portée}\right) & si \alpha = 1 \end{cases}$$

Sous l'hypothèse d'indépendance entre la variable montant du sinistre à la charge du réassureur et la variable aléatoire fréquence des sinistres, nous pouvons dire que la prime pure de réassurance est :

$$PP = E(Y) * E(N)$$

## 2) Mise en application :

Après avoir modélisé notre sinistralité (voir chapitre 2, I-modélisation), Nous avons établi à travers le logiciel Excel le calcul nécessaire pour l'application de la méthode probabiliste en vue de déterminer le taux de prime pure relatif aux différents scénarios étudiés.

Nous avons automatisé le calcul de ce taux suivant les différents scénarios à travers une procédure VBA :

Nous obtenons les résultats suivants :


Taux de chargement		20%				
Assiète de prime		100 000 000,00		Choisir une option		
						
calculer						
Plein de conservation	Engagement	Priorité	Portée	Taux de prime pure	Taux de prime chargé	Prime cédée
30 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	9,64%	12,04%	12 044 145,44
30 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	8,29%	10,36%	10 359 471,16
30 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	6,16%	7,69%	7 694 299,52
30 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	4,98%	6,23%	6 230 726,08
30 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	4,41%	5,51%	5 512 261,17
60 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	12,66%	15,83%	15 827 603,12
60 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	11,01%	13,76%	13 761 876,01
60 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	8,45%	10,56%	10 558 575,51
60 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	6,73%	8,41%	8 414 590,98
60 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	5,60%	7,00%	7 001 965,41
100 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	15,79%	19,74%	19 737 780,12
100 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	13,91%	17,38%	17 384 421,36
100 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	11,04%	13,80%	13 801 882,46
100 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	9,05%	11,31%	11 308 302,34
100 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	7,68%	9,60%	9 601 412,48
		1 500 000	28 000 000	21,94%	27,42%	27 419 090,49
		2 000 000	28 000 000	19,84%	24,80%	24 795 381,49
		3 000 000	28 000 000	16,56%	20,70%	20 696 137,77
		4 000 000	28 000 000	14,23%	17,79%	17 793 058,56
		5 000 000	28 000 000	12,65%	15,81%	15 814 355,70

Figure 27: Interface de calcul et résultats de la méthode probabiliste

On remarque que le taux de prime est une fonction décroissante de la priorité dans la mesure où l'assureur cède moins quand l'engagement du réassureur diminue pour une priorité plus élevée.

Cependant, la prime cédée au réassureur augmente à chaque fois que la rétention de l'assureur augmente impliquant un engagement plus grand de la part de ce dernier.

## II-2-3 Méthode de simulation

### 1) Formulation théorique :

La méthode de Monte-Carlo<sup>25</sup>, désigne une famille de méthodes algorithmiques visant à calculer une valeur numérique approchée en utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes.

Les méthodes de Monte-Carlo sont particulièrement utilisées pour calculer des intégrales en dimensions plus grandes que 1 (en particulier, pour calculer les surfaces des volumes). Elles sont également couramment utilisées en physique des particules, où des simulations probabilistes permettent d'estimer la forme d'un signal ou la sensibilité d'un détecteur.

Dans la suite de notre étude, nous allons utiliser cette méthode de simulation pour calculer une estimation du taux de prime pure, du résultat brut et du résultat net.

Le coefficient de variation du résultat sera utilisé par la suite comme critère d'optimisation des traités de réassurance.

Ce processus consiste en 3 étapes :

- étape 1 : Création d'une statistique as if

L'étape de la création d'une statistique as if reste identique à celle décrite avant.

- étape 2 : Modélisation des lois de fréquence et de sévérité

La modélisation des lois de la fréquence et de la sévérité repose sur un test d'adéquation, qui consiste à choisir une distribution probabiliste, à estimer les paramètres de la loi choisie (ex : la méthode du maximum de vraisemblance ou de l'estimateur des

---

<sup>25</sup> [https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode\\_de\\_Monte-Carlo](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_Monte-Carlo)

moments), à tester si la série statistique peut être considérée comme une réalisation de cette loi en utilisant un test d'adéquation.

- étape 3 : simulation des scénarios

A partir des modèles de lois statistiques ajustant la charge, la fréquence des grands sinistres ainsi que ceux des sinistres attritionnels, nous pouvons simuler un nombre  $N$  assez grand d'années et enfin obtenir la charge des grands sinistres, la charge des petits sinistres, la charge de réassureur, et par la suite la charge totale simulée ainsi que la charge d'assureur. Le taux de prime est déduit en divisant la charge du réassureur sur l'assiette de prime actualisée.

- étape 4 : Cotation du taux de prime de réassurance et calcul du résultat net

Le taux de prime de réassurance par la méthode de simulation est égal à la moyenne des taux de primes calculés pour les années simulés.

Le résultat net de réassurance est calculé de la manière suivante :

$$R_{net} = P_a - C - P_a * \text{taux de frais de gestion} - P_{reass} - S + C_{reass}$$

Où

- $P_a$  est l'assiette de prime actualisée
- $C$  : commissions
- $P_{reass}$  prime de réassurance
- $S$  charge totale des sinistres
- $C_{reass}$  charge des réassureurs

En ce qui concerne le *taux de frais de gestion*, RMA WATANYA utilise un taux de 10 % y compris les frais administratifs et les frais de courtage.

## 2) Mise en application :

Sur sas nous avons simulé 100.000 années pour les différents scénarios d'excédent de plein, les lois de fréquence et sévérité étant défini dans la partie modélisation.

Nous avons exportés les tables ensuite vers Excel, afin de créer une application VBA permettant le calcul du taux de prime pure, du taux de prime chargé et des résultats bruts et nets suivants les scénarios définis auparavant.


Taux de chargement	20%							Choisir une option <input type="button" value="v"/>	
Assiète de prime	100 000 000,00							<input type="button" value="calculer"/>	
Plein de conservation	Engagement	Priorité	Portée	Taux de prime pure	Taux de prime chargé	Resultat brut	Resultat net		
30 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	5,98%	7,48%	57 967 609,83	56 471 540,34		
30 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	5,18%	6,48%	58 031 657,05	56 735 816,44		
30 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	4,05%	5,07%	58 013 156,20	56 999 900,29		
30 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	3,27%	4,08%	57 996 222,38	57 179 303,73		
30 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	2,69%	3,36%	57 977 848,13	57 305 624,31		
60 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	5,97%	7,47%	57 583 903,14	56 090 600,76		
60 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	5,32%	6,66%	57 542 191,98	56 211 112,75		
60 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	4,34%	5,43%	57 534 248,17	56 448 862,05		
60 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	3,58%	4,48%	57 618 334,19	56 723 128,89		
60 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	3,10%	3,88%	57 567 186,04	56 791 451,45		
100 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	8,39%	10,49%	52 152 382,76	50 053 772,82		
100 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	7,65%	9,56%	52 147 785,64	50 235 921,73		
100 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	6,41%	8,01%	52 254 280,62	50 651 700,70		
100 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	5,59%	6,99%	52 195 687,74	50 797 567,09		
100 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	4,98%	6,23%	52 098 080,37	50 852 526,93		
		1 500 000	28 000 000	11,23%	14,04%	26 155 935,36	23 348 064,65		
		2 000 000	28 000 000	10,18%	12,73%	26 388 835,63	23 842 672,53		
		3 000 000	28 000 000	8,89%	11,11%	26 243 778,61	24 021 393,75		
		4 000 000	28 000 000	7,87%	9,83%	26 107 564,24	24 140 597,41		
		5 000 000	28 000 000	7,14%	8,93%	26 274 027,27	24 487 852,84		

Figure 28: Interface de calcul et résultats de la méthode de simulation

## Partie 2 :

# Optimisation des traités de réassurance incendie par minimisation du SCR de souscription non vie

- ❖ Cette partie a pour but de définir et calculer le SCR de souscription non vie en appliquant la formule standard du QIS 5, et d'utiliser ce dernier pour l'optimisation des traités de réassurance incendie.

## Chapitre 1 : SCR de souscription non vie

### Introduction

La Directive Solvabilité II impose une exigence de capital aux assureurs afin de les renforcer contre la répétition des risques exceptionnels, cette exigence est appelée Capital de Solvabilité Requis (Solvency Capital Requirement : SCR): « *Le capital de solvabilité requis est calibré de manière à garantir que tous les risques quantifiables auxquels l'entreprise d'assurance ou de réassurance est exposée soient pris en considération. Il doit couvrir le portefeuille en cours, ainsi que le nouveau portefeuille dont la souscription est attendue dans les douze mois à venir...* » (Article 101 de la directive solvabilité II)

Le SCR correspond au niveau de fonds propres nécessaires pour que la probabilité de ruine de la compagnie d'assurance soit inférieure à 0,5% à un an. Celui-ci peut être calculé soit par une formule Standard prenant en compte de nombreux risques exceptionnels et la corrélation de ces risques. Mais aussi par des modèles internes choisis par la société.

Dans notre étude, nous allons utiliser la Formule Standard pour calculer le SCR non vie, et ce pour sa relative simplicité.

#### I- formules de calcul

Le risque de souscription non-vie est un risque provenant de la souscription du contrat, il représente un module central pour les assureurs compte tenu de son importance en termes de contribution aux besoins de fonds propres. Il se détache en trois sous modules :

- sous module du risque de prime et réserve ;
- sous module du risque de rachat ;
- sous module du risque de catastrophe.

Les spécificités du QIS 5 ont pris en compte une corrélation de 0,25 entre le risque de prime et de réserve et le risque de catastrophe. Le capital requis du risque de souscription est donc égal à :

$$SCR_{nl} = \sqrt{\sum corr NL_{r,c} * NL_r * NL_c}$$

$$= \sqrt{\begin{pmatrix} NL_{pr} & NL_{lapse} & NL_{CAT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.25 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.25 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} NL_{pr} \\ NL_{lapse} \\ NL_{CAT} \end{pmatrix}}$$

$$= \sqrt{NL_{pr}^2 + NL_{lapse}^2 + NL_{CAT}^2 + 0.5 * NL_{pr} * NL_{CAT}}$$

Ou  $NL_{pr}$ ,  $NL_{lapse}$  et  $NL_{CAT}$  désignent respectivement les capitaux requis pour le risque de prime et réserve, le risque d'erreurs et le risque de catastrophe.

### I-1 Risque de rachat ou risque d'erreur

Le risque de rachat, désigne tout risque lié aux options de contrat d'assurance on peut citer les risques de résiliation avant son terme, le risque de renouvellement avec des conditions prédéterminées ou bien d'autres risques.

Ces derniers peuvent influencer significativement les engagements contractuels, et influencer par la suite le SCR de souscription non vie.

Les produits de RMA WATANYA sont des produits d'assurance simples, selon les spécifications du QIS 5 ce risque pourrait être considéré comme nul

La formule pour calculer le  $SCR_{nl}$  devient :

$$SCR_{nl} = \sqrt{NL_{pr}^2 + NL_{CAT}^2 + 0.5 * NL_{pr} * NL_{CAT}}$$

### I-2 Risque de Catastrophe

Le risque de catastrophe est défini comme suit dans la Directive Solvabilité II :

« *The risk of loss or of adverse change in the value of insurance liabilities, resulting from significant uncertainty of pricing and provisioning assumptions related to extreme or exceptional events.* » (Article 138 de la directive solvabilité II).

C'est le risque résultant d'événements extrêmes ou irréguliers non captés par les risques de tarification et de provisionnement.

Dans la formule standard du QIS 5, il est calibré à la VaR à 99,5% à un an et deux méthodes de calcul sont proposées :

- Méthode 1 : méthode de scénarios standardisés ;
- Méthode 2 : méthode par facteur.

Le produit « INCENDIE » de RMA WATANYA ne prend pas en charge les sinistres survenus à cause des catastrophes naturelles, ceux-ci font l'objet d'une autre garantie. Les traités de réassurances étudiées excluent donc toutes les catastrophes naturelles.

Ce risque donc ne fait pas l'objet de notre étude.

La formule pour calculer le  $SCR_{nl}$  devient :

$$SCR_{nl} = \sqrt{NL_{pr}^2} = NL_{pr}$$

### I-3 Risque de prime et réserve

Le risque de prime et de réserve combine le risque lié aux primes et le risque lié au provisionnement. Ils sont définis comme suit :

- Risque de prime (Premium risk): risque que le coût des futurs sinistres soit supérieur aux primes perçues et risque résultant de la volatilité du paiement (Expense risk).
- Risque de réserve (Reserve risk) : risque lié à la nature aléatoire de l'évaluation des sinistres et à leur mauvaise estimation.

Le besoin de capital requis pour couvrir le risque de prime et de réserve est déterminé par la formule suivante sous :

$$NL_{pr} = \rho(\sigma) * V$$

Où :

- $V$  désigne la mesure de volume d'activité non-vie,
- $\sigma$  est le coefficient de variation reflétant une volatilité globale liée au risque de prime et de réserve
- $\rho(\sigma)$  est la fonction d'un coefficient de variation  $\sigma$

$\rho(\sigma)$  Est défini de la manière à produire un chargement en capital conforme au VaR 99.5% d'une distribution log normale :

$$\rho(\sigma) = \frac{\exp(N_{0,995} \cdot \sqrt{\log(\sigma^2 + 1)})}{\sqrt{(\sigma^2 + 1)}} - 1$$

Avec  $N_{0,995}$  représente du quantile a 99.5% de la loi gaussienne.

Pour la fonction  $\rho(\sigma)$ , une approximation est donnée dans QIS5 :  $\rho(\sigma) \approx 3. \sigma$

Afin d'évaluer le capital requis du risque de prime et de réserve  $NL_{pr}$  relatif à la branche incendie, nous mesurerons le volume et la volatilité de cette ligne d'activité.

## I-3-1 Mesure de volatilité

Nous mesurerons séparément la volatilité du risque de tarification et la volatilité du provisionnement. Puis une agrégation sera appliquée entre ces volatilités.

## 1) Volatilité du risque de prime

La volatilité du risque de prime correspond à un certain pourcentage du facteur d'ajustement de  $NP_{lob}$ , qui permet de prendre en compte l'effet du risque d'atténuation de la réassurance.

<i>LoB</i>	<i>standard deviation for premium risk (net of reinsurance)</i>
<i>Motor vehicle liability</i>	$10\% \cdot NP_{lob}$
<i>Other motor</i>	$7\% \cdot NP_{lob}$
<i>MAT</i>	$17\% \cdot NP_{lob}$
<i>Fire</i>	$10\% \cdot NP_{lob}$
<i>3rd-party liability</i>	$15\% \cdot NP_{lob}$
<i>Credit</i>	$21.5\% \cdot NP_{lob}$
<i>Legal expenses</i>	$6.5\% \cdot NP_{lob}$

Figure 29: tableau du pourcentage d'ajustement de la volatilité du risque de prime

Pour mieux estimer l'effet atténuateur de la réassurance non proportionnelle sur le risque de prime, un « net-gross » ratio a été introduit dans l'annexe N du QIS 5 :

$$NP_{lob} = \sqrt{\frac{1 + (\Omega_{lob}^{net} / M_{lob}^{net})^2}{1 + (\Omega_{lob}^{gross} / M_{lob}^{gross})^2}}$$

Avec :

- $M_{lob}^{gross}$  et  $M_{lob}^{net}$  représentent la moyenne de la sinistralité brute et nette de la réassurance.
- $\Omega_{lob}^{gross}$  et  $\Omega_{lob}^{net}$  représentent l'écart-type de la sinistralité brute et nette de la réassurance.

Les données historiques de coût moyen brut de la réassurance  $\tilde{M}_{lob}^{gross}$  et son écart-type  $\tilde{\Omega}_{lob}^{gross}$  permettent de calculer le  $\Omega_{lob}^{gross}$  et le  $M_{lob}^{gross}$ , alors que celui de  $\Omega_{lob}^{net}$  et le  $M_{lob}^{net}$  est basé sur une simulation d'une loi tronquée pour la sinistralité nette dans l'hypothèse que la sinistralité brute suit une distribution log normale.

Les paramètres bruts de la réassurance sont déterminés par les formules suivantes :

$$M_{lob}^{gross} = \begin{cases} \tilde{M}_{lob}^{gross} & \text{si } S \geq 1 \\ S * \tilde{M}_{lob}^{gross} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\Omega_{lob}^{gross} = \begin{cases} \tilde{\Omega}_{lob}^{gross} & \text{si } S \geq 1 \\ S * \tilde{\Omega}_{lob}^{gross} & \text{sinon} \end{cases}$$

Où S est un facteur d'ajustement calculé comme suite :

$$S = \sqrt{\frac{n * \sigma^2_{(prem,gross,lob)} * V^2_{(prem,gross,lob)}}{N * ((\tilde{\Omega}_{lob}^{gross})^2 + (\tilde{M}_{lob}^{gross})^2)}}$$

Avec :

- $n$  = nombre d'années d'observation utilisées pour estimer les paramètres
- $N$  le nombre de sinistres pendant ces dernières  $n$  années

Les paramètres nets de la réassurance sont évalués à partir des formules suivantes :

$$M_{lob}^{net} = M_{lob}^{gross} * [1 - F_{m+\sigma^2,\sigma}(a+b) + F_{m+\sigma^2,\sigma}(a)] + a * [F_{m,\sigma}(a+b) - F_{m,\sigma}(a)] - b * [1 - F_{m,\sigma}(a+b)]$$

$$\Omega_{lob}^{net} = ((\Omega_{lob}^{gross})^2 + (M_{lob}^{gross})^2) * [1 - F_{m+2\sigma^2,\sigma}(a+b) + F_{m+2\sigma^2,\sigma}(a)] + a^2 * [F_{m,\sigma}(a+b) - F_{m,\sigma}(a)] - 2b * M_{lob}^{gross} * [1 - F_{m+\sigma^2,\sigma}(a+b)] + b^2 * [1 - F_{m,\sigma}(a+b)] - (M_{lob}^{net})^2)^{\frac{1}{2}}$$

Avec :

- $\sigma = \sqrt{\ln \left( 1 + \left( \frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}} \right)^2 \right)}$
- $m = \ln(M_{lob}^{gross}) - \frac{\sigma^2}{2}$
- $a$  = priorité du traité réassurance non proportionnel
- $b$  = portée du traité de réassurance non proportionnel

- $F_{m,\sigma}$ ,  $F_{m+\sigma^2,\sigma}$ , et  $F_{m+2\sigma^2,\sigma}$  = fonction de la distribution lognormale avec des paramètres  $(m, \sigma^2)$ ,  $(m + \sigma^2, \sigma)$  et  $(m + 2\sigma^2, \sigma)$

L'impact de la réassurance non proportionnelle est croissant avec la volatilité du portefeuille et décroissant avec la priorité du traité<sup>26</sup>. En effet, plus le portefeuille est volatil, plus la probabilité d'avoir des sinistres graves est grande pour la cédante. Une majorité de ces sinistres graves font l'objet d'un transfert de sinistres aux réassureurs. De même, plus la rétention est basse, plus les sinistres sont cédés aux réassureurs.

Nous concluons que le facteur d'ajustement S est sensible à la volatilité du portefeuille et à la priorité de la réassurance.

## 2) Volatilité du risque de réserve

Contrairement à la volatilité du risque de prime, celle du risque de réserve est donnée directement dans QIS 5.

LoB <sub>i</sub>	standard deviation for reserve risk (net of reinsurance)
Motor vehicle liability	9.5%
Other motor	10%
MAT	14%
Fire	11%
3rd-party liability	11%
Credit	19%
Legal expenses	9%
Assistance	11%
Miscellaneous	15%
Np reins (prop)	20%
Np reins (cas)	20%
Np reins (MAT)	20%

Figure 30: pourcentages de la volatilité du risque de prime et de réserves

## 3) Volatilité du risque de prime et réserve

Pour chaque ligne d'activité, QIS 5 a intégré une corrélation de  $\alpha = 0.5$  entre la volatilité du risque de prime et celle du risque de réserve :

$$\sigma_{(lob)} = \frac{\sqrt{(\sigma_{(prem,lob)}V_{(prem,lob)})^2 + 2\alpha\sigma_{(prem,lob)}\sigma_{(res,lob)}V_{(prem,lob)}V_{(res,lob)} + (\sigma_{(res,lob)}V_{(res,lob)})^2}}{V_{(prem,lob)} + V_{(res,lob)}}$$

<sup>26</sup> LANG, Yi. (2010). Evaluation des programmes de réassurance dans le référentiel Solvabilité II.

### I-3-2 mesure de volume

Pour chaque ligne d'activité, les besoins de capital au titre du sous module de risque de prime et de réserve sont donnés par les fonctions suivantes :

- Prime :  $V_{(prem,lob)} = \max(P_{lob}^{t,written}; P_{lob}^{t,earned}; P_{lob}^{t-1,written}) + P_{lob}^{PP}$
- Réserve :  $V_{(res,lob)} = PCO_{lob}$

Où :

- $P_{lob}^{t,written}$  = primes émises nettes estimées pour l'année suivant celle de l'évaluation
- $P_{lob}^{t,earned}$  = primes acquises estimée pour l'année suivant celle de l'évaluation
- $P_{lob}^{t-1,written}$  = primes émises nettes pour l'année de l'évaluation
- $P_{lob}^{PP}$  = valeur actuelle des primes nettes de réassurance au titre des contrats en portefeuille à la date d'évaluation (31/12/t-1) et supposé acquises au cours des années t+1, t+2, etc.
- $PCO_{lob}$  = provision pour sinistres *best estimate* nette de la réassurance

La diversification géographique a été introduite dans le QIS 5 pour l'évaluation du volume de risque de souscription.

$$V_{lob} = (V_{lob}^{prem} + V_{lob}^{res})(0.75 + 0.25 * DIV_{lob})$$

$$DIV_{lob} = \frac{\sum_j (V_{(prem,j,lob)} + V_{(res,j,lob)})^2}{(\sum_j (V_{(prem,j,lob)} + V_{(res,j,lob)}))^2}$$

En revanche, RMA WATANYA ne possède qu'un portefeuille localisé au Maroc. Le facteur de  $DIV_{lob}$  vaut 1 dans notre étude. Nous déduisons la formule suivante :

$$V_{lob} = V_{lob}^{prem} + V_{lob}^{res}$$

### II- Provisions techniques best estimate

« La valeur des provisions techniques est égale à la somme de la meilleure estimation et de la marge de risque » (Article 77 de la directive solvabilité II).

Le best estimate est donc la mesure du niveau des provisions techniques sans marge de risque qu'une compagnie doit tenir. Dès lors, pour calculer les BE, les hypothèses utilisées ne doivent pas contenir de prudence implicite ou de marge de sécurité.

## II-1. Définition de best estimate

Le best estimate de provisions est un élément principal du risque de prime et de réserve, très sensible aux caractéristiques de la réassurance. Dans l'évaluation du best estimate, le portefeuille est en « run-off ».

La notion de Best Estimate est définie par l'extrait suivant :

*« La meilleure estimation est égale à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux de trésorerie futurs), déterminée à partir de la courbe des taux sans risque pertinente. Le calcul de la meilleure estimation est fondé sur des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes et il fait appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates »* (Article 77 de la directive solvabilité II).

Le best estimate est donc égal à l'espérance des flux futurs actualisés aux taux sans risque. Tous les flux futurs susceptibles d'être encourus pour honorer les engagements faits aux assurés doivent être évalués.

## II-2. Marge de risque

La marge de risque correspond à la rémunération aux actionnaires de l'organisme ou aux personnes qui apportent des fonds propres à l'assureur. Dans le QIS5, elle est calculée par la méthode dite du « Coût du capital » (CoC). Le coût du capital est en fonction du capital requis, EIOPA a donc fixé le CoC à 6%.

Les fonds propres permettent à l'assureur d'absorber les risques imprévus. Dans le calcul de la marge de risque, nous ne tenons compte que les risques appartenant au portefeuille actuel de l'assureur, le risque opérationnel et le risque de défaut de contrepartie liées aux provisions cédées.

La marge de risque dépend de la valeur du SCR, qui est très sensible à la modification des caractéristiques de la réassurance. Plus l'assureur est réassuré, moins son SCR sera élevé et moins sa marge de risque sera importante.

Dans notre étude d'impact de la réassurance sur le SCR non-vie, nous ne cherchons pas à évaluer la marge de risque.

### II-3 Provisions best estimate

Afin de déterminer les capitaux de solvabilité à la fois de la cédante mais aussi du réassureur, il est essentiel d'évaluer la valeur actuelle probable des engagements de chaque partie. De plus, cette évaluation constitue la meilleure estimation de la dépense nécessaire à l'extinction de l'engagement. On parle alors de provisions en Best Estimate

#### II-3-1 Provisions brutes

Les méthodes de calculs des provisions brutes en Best estimate, ne seront pas détaillées dans ce rapport, car cela pourrait faire l'objet d'une autre étude. Nous présenterons, en revanche, dans la partie suivante deux méthodes classiques du marché de l'assurance.

Les données nécessaires sont regroupés dans un triangle appelé triangle de liquidation. Ce dernier est composé des différents montants réglés par la compagnie d'assurance afin d'indemniser ses sinistrés. Ces montants sont répertoriés par année de survenance et par année de développement.

L'année de survenance correspond l'année durant laquelle le sinistre a eu lieu et l'année de développement correspond à l'année de règlement du sinistre.

De façon générale, considérons un triangle de liquidation composé de  $n$  années de survenance. Les années de survenance des sinistres sont notées  $i$ , avec  $i = 1, \dots, n$ , et les années de développement  $j$  avec  $j = 1, \dots, n$ .

Pour l'année de survenance  $i$ ,  $C_{i,j}$  représente le montant cumulé jusqu'au délai de règlement  $j$ .

	1	2	...	$j$	...	$n$
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,j}$	...	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,j}$	...	
⋮	...	...	...	...	...	
$i$	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	...	$C_{i,j}$	...	
⋮	...	...	...			
$n$	$C_{n,1}$					

$C_{n,1}$  Représente les règlements pour les sinistres survenus la seconde année et réglés les deux premières années de développement.

Après avoir estimé la partie basse du triangle de liquidation ( $i + j > n + 1$ ) par diverses méthodes décrites dans les sections suivantes, la provision par année de survenance est donnée par la formule suivante :

La provision totale n'est autre que la somme des provisions par année de survenance

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - \hat{C}_{i,n-i+1} \quad \forall i = 1, \dots, n$$

### II-3-2 Best estimate net de réassurance

Les principes pour calculer le BE de provisions cédées à la réassurance sont les mêmes que ceux du BE brut de réassurance. Ils consistent aussi à estimer le cash flow futur avec le réassureur et actualiser avec la courbe de taux zéro coupon.

Une grande différence est que le BE de provisions cédées doit être ajusté par la probabilité de défaut des réassureurs. La méthode simplifiée proposée par l'EIOPA dans les spécifications techniques QIS 5:

$$Adj_{CD} = -\max \left( (1 - RR) * BE_{REC} * Dur_{mod} * \frac{PD}{1 - PD}; 0 \right)$$

Où  $Adj_{CD}$  est l'ajustement du défaut des contreparties.

Il est calculé en fonction du rating des contreparties. Cette approche se base sur les éléments suivants :

- $RR$  : Taux de recouvrement de la contrepartie par rating
- $BE_{REC}$  : Le BE des provisions cédées ne tenant pas compte du défaut de la contrepartie (ces créances devront être classées par rating)
- $Dur_{mod}$  : La duration modifiée du BE des provisions cédées
- $PD$  : La probabilité de défaut de la contrepartie à horizon 1 an par rating

Or, dans notre étude, nous ne connaissons pas la répartition de la réassurance entre les réassureurs dans l'évaluation du SCR de souscription de non-vie. Nous supposons donc que le BE net sera ajusté par une probabilité de défaut moyenne des réassureurs actuels. Afin

que les paramètres RR et PD soit à la fois harmonisés et comparable, un tableau de taux d'ajustement  $(1 - RR) * BE_{REC} * Dur_{mod} * \frac{PD}{1-PD}$  qui est en fonction de la qualité du réassureur et de la durée de l'engagement est fournie par QIS 5.

Lorsque le taux d'ajustement est inférieur à 5%, la règle de simplification du calcul de l'ajustement est la suivante :

	Recovery rate	Probability of default(1)	Adjustment of best estimate of reinsurance recoverables and SPVs, according to the duration of expected cash flows. Expressed as a percentage of the best estimate. $((1-RR) * PD / (1 - PD) * Dur)$				
			1 year	2 year	3 year	4 year	5 year
			AAA	50%	0,05%	0,03%	0,05%
AA	45%	0,10%	0,06%	0,11%	0,17%	0,22%	0,28%
A	40%	0,20%	0,12%	0,24%	0,36%	0,48%	0,60%
BBB	35%	0,50%	0,33%	0,65%	0,98%	1,31%	1,63%
BB	20%	2,00%	1,63%	3,27%	4,90%	Non applicable	

Tableau 20 : Données fournies par l'EIOPA pour le calcul du taux d'ajustement

$$BE_{cédé}^{ajusté} = BE_{cédé} * (1 - \text{taux ajustement})$$

Puisque la réassurance n'est appliquée que sur les sinistres graves, les triangles que nous utiliserons par la suite sont ceux des sinistres graves.

Le best estimate cédé de réassurance correspond aux provisions cédées aux réassureurs actualisés par la courbe des taux zérocoupon.

De plus, comme nous travaillons sur les traités excédent de sinistre par risque et/ou par évènement, il est nécessaire de faire une projection de charge de sinistres, sinistre par sinistre, pour déterminer la charge cédée. Pour ce faire, nous réaliserons une simulation des lois par la méthode de Monte Carlo.

Et nous supposons l'hypothèse suivante : A partir du triangle de règlements des réassureurs, nous définissons un coefficient de règlement des réassureurs à l'année de survenance par rapport à la charge Ultime.

$$\text{coefficient de règlement}_{i,j} = \frac{R_{i,j}}{C_{i,j}}$$

Où

- $R_{i,j}$  représente le règlement décumulé du réassureur des sinistres survenus à l'année  $i$  et réglés à l'année  $j$ .
- $C_{i,j}$  représente la charge décumulé des sinistres survenus à l'année  $i$  et réglés à l'année  $j$

Nous estimons par la suite un triangle de règlement des réassureurs à partir des charges simulées.

Les provisions best estimate cédées est ensuite calculée par un des méthodes décrites dans la partie suivante de ce chapitre.

## II-4 Méthodes de provisionnements

### II-4-1 Méthode déterministe : Chain-Ladder

La méthode de Chain-Ladder est un modèle de développement par cadence, basé sur le triangle des montants cumulés. Elle a pour objectif de compléter le triangle inférieur à partir des données du triangle supérieur.

Hypothèse : le modèle est stationnaire, c'est-à-dire les taux moyens d'augmentation du cumul des sinistres sont stable dans le temps, la liquidation future sera similaire à la liquidation passée.

Les facteurs de développement sont indépendants de l'année de survenance des sinistres

#### 1) Processus

Les valeurs de la partie inférieure du triangle sont obtenues par la formule suivante :

$$C_{i,j+1} = a_j C_{i,j} \quad \text{pour } 2 \leq i \leq n, i + j > n$$

Avec 
$$a_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}} \quad \text{pour } j \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$$

	1	2	...	j	...	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,j}$	...	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,1}$	...	$C_{2,j}$	...	$\hat{C}_{2,n}$
⋮	...	...	...	...	...	...
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	...	$C_{i,j}$	...	...
...	...	...	...	...	...	...
n	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	...	...	...	$\hat{C}_{n,n}$

$* a_1$      $* a_2$                        $* a_{n-1}$

Nous avons donc :  $\hat{C}_{i,j} = C_{i,n+1-i} * a_{n+1-i} * \dots * a_{j-1}$

Et les différentes provisions par année de survenance sont égales à :

$$R_i = C_{i,n+1-i} * (a_{n+1-i} * \dots * a_{n-1} - 1)$$

Le montant de la provision est donc la somme de toutes ces différentes provisions :

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

## 2) Limites

La méthode de Chain-Ladder est simple à appliquer, mais possède plusieurs inconvénients:

- Elle ne fonctionne que sur des triangles stables et réguliers.
- La progression de la charge cumulée est supposée la même pour toutes les années de survenance.
- Les provisions dépendent fortement du dernier montant de la charge connue (la diagonale). Si la dernière valeur est nulle, la charge finale estimée l'est aussi. Une faible variation de la diagonale peut avoir un impact important sur les provisions.

D'autres méthodes déterministes existent: London-Chain, London-pivot, Bornhuetter-Ferguson. Ici, nous ne rentrons pas dans le détail de ces méthodes. Le choix de méthode de provisionnement dépend des triangles de liquidation disponibles. Mais les méthodes déterministes ne détectent pas les irrégularités potentielles du triangle et elles ne prennent pas en compte l'évolution jurisprudentielle, réglementaire et économique (ex : inflation non constante). De plus, nous ne pouvons pas obtenir une estimation de la loi probabiliste de la provision totale.

#### II-4-2. Méthode Stochastique

Les méthodes GLM (Generalized linear models) sont des méthodes stochastiques pures puisque chaque élément du triangle de liquidation est considéré comme une variable aléatoire, qui est décrite par une loi de probabilité.

L'objectif des méthodes GLM est d'expliquer une variable quantitative  $Y$  par un ensemble de variables explicatives  $X_1, \dots, X_p$ . Ces variables explicatives peuvent être qualitatives ou quantitatives.

##### 1) Définition

Le modèle linéaire généralisé a été développé initialement en 1972 par Nelder et Wedderburn.

Il a été largement repris par la suite par Mc Cullagh et Nelder (1983), Aitkin et Al (1990) et Lindset(1989).

##### 2) Caractéristiques

Les modèles linéaires généralisés sont caractérisés par trois composantes :

- la composante aléatoire

On suppose que les variables aléatoires indépendantes, c'est-à-dire les montants de recouvrement non cumulés  $\{C_{i,j}; i, j = 0, \dots, n\}$ , admettent une distribution issue d'une structure exponentielle. La densité de  $C_{i,j}$  s'écrit donc sous la forme :

$$f(C_{ij}, \theta_{ij}, \phi) = \exp \left\{ \frac{C_{ij}\theta_{ij} - b(\theta_{ij})}{\phi} + d(C_{ij}, \phi) \right\}$$

Où :

$\theta_{ij}$  Est appelé paramètres naturel de la famille exponentielle

$\phi$  Est appelée paramètre de dispersion. il est indépendant de  $i$  et  $j$ . il est égal à 1 pour les lois à un paramètre (Poisson, Binomiale)

$b$  et  $d$  sont des fonctions régulières spécifiques à la distribution.

On en déduit les relations sur l'espérance  $\mu_{ij}$  et la variance des montants suivantes.

$$\mu_{ij} = E(C_{i,j}) = b'(\theta_{ij})$$

$$V(C_{i,j}) = \phi b''(\theta_{ij}) = \phi V(\mu_{ij})$$

La fonction  $V$  est la fonction variance de la distribution.

Cette fonction peut prendre différentes formes selon la distribution considérée.

- La composante systématique

La composante systématique est une composante déterministe du modèle. La plupart des modèles de provisionnement sont basés sur un prédicateur linéaire  $\eta$  de la forme :

$$\eta_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j ; i, j = 0, \dots, n$$

$$\text{Avec } \alpha_0 = \beta_0 = 0$$

Où

- $\mu$  : représente l'inflation, supposée constante. Dans certains modèles ce paramètre est nul.
- $\alpha_i$  : paramètre dépendant du semestre de survenance
- $\beta_j$  : paramètre relatif au délai de règlement

Pour chaque montant de recouvrement (non cumulé), les variables  $\alpha_i$  et  $\beta_j$  sont créées comme des variables dichotomiques valant 1 si le taux de recouvrement est celui respectivement du semestre de survenance  $i$  et du délai de règlement  $j$ .

- La fonction de lien

Il existe une relation fonctionnelle entre les composantes aléatoires et la composante systématique :

$$\eta_{ij} = g(\mu_{ij}) \quad i, j = 0, \dots, n$$

Où  $g$  est appelé fonction de lien et est supposée monotone et différentiable.

Les fonctions de lien standards sont :

- lien identité :  $\eta_{ij} = \mu_{ij}$

- lien logarithmique :  $\ln(\eta_{ij}) = \mu_{ij}$  soit  $e^{\mu_{ij}} = \eta_{ij}$  Le lien logarithmique présente l'avantage d'introduire une relation multiplicative entre les différents paramètres.

### 3) Test de vérification

Avant l'application de tout modèle statistique, il est indispensable de tester les différentes hypothèses. Pour ce faire, nous procédons à l'analyse des résidus.

Propriétés des résidus :

L'analyse des résidus est réalisée sur les résidus de déviance définis de la manière suivante :

$$r_{i,j} = \text{signe}(C_{i,j} - \hat{\mu}_{ij}) * \sqrt{\left| C_{i,j} * \left( \ln \left| \frac{C_{i,j}}{\hat{\mu}_{ij}} \right| - (C_{i,j} - \hat{\mu}_{ij}) \right) \right|}, \text{ pour } i + j \leq n$$

Les résidus normalisés sont :

$$r_{i,j}^s = \frac{r_{i,j}}{\sqrt{\phi}}$$

Les résidus normalisés d'un modèle GLM doivent satisfaire les propriétés suivantes :

- Leurs valeurs absolues sont inférieures à 2
- Ils sont indépendants et identiquement distribués
- Ils sont distribués selon une loi normale  $N(0, \sigma^2)$  de paramètres inconnus

Afin de tester la normalité des résidus, nous traçons le Q-Q Plot des résidus.

Q-Q Plot : Le Q-Q Plot (Quantile-Quantile Plot) est un graphique permettant, entre autres, de tester la distribution d'un échantillon. Dans le cadre de l'étude, la normalité des résidus sera testée. Pour cela, les quantiles de la loi empirique des résidus sont comparés aux quantiles théoriques de la loi normale.

Implémentation du Q-Q Plot :

1. Trier les résidus de déviance par ordre croissant. Ceux-ci sont au nombre de

$$N = \frac{(n+1)(n+2)}{2}. \text{ Soit } r_{(i)} \text{ le } i\text{ème résidu tiré, } i \in \{1, \dots, N\}$$

2. Calculer le vecteur des quantiles théoriques de la loi normale :  $(\Phi^{-1}(\frac{i}{N+1})) \quad i = 1, \dots, N$
3. Tracer le Q-Q Plot  $[(\Phi^{-1}(\frac{i}{N+1})) ; r_{(i)}]_{i=1, \dots, N}$

Pour valider l'hypothèse de normalité des résidus, les points doivent être alignés.

Pour faciliter la visualisation de l'alignement des points, il est courant d'ajouter au nuage de points, la droite passant par le 1er et 3ème quartiles.

Deux méthodes de calcul de provisions stochastiques ont été présentées. Ces dernières donnent des résultats semblables. Cependant la méthode des modèles linéaires généralisés est préférée dans la suite du mémoire dans la mesure où en plus de fournir une distribution de la provision pour sinistres, elle fournit également une loi de probabilité à chaque cellule du triangle.

## II-5 Application numérique

### II-5-1 Calcul du best estimate

#### 1) Calcul du best estimate brut de réassurance

Nous avons opté pour les modèles linéaires généralisés afin de calculer les provisions best estimate.

Cette méthode impose le choix d'une loi pour la variable à expliquer (le montant des règlements) et une fonction de lien.

Sur R nous réalisons le test d'adéquation de Kolmogorov Smirnov afin d'ajuster le montant de règlement a une loi .Nous obtenons les résultats suivants :

```
> fitgamma<-fitdistr(x,"gamma",list(shape = 1, rate =  
> ks.test(sp,fitgamma[1],fitgamma[2])
```

Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: sp and fitgamma[1]  
D = 0.69091, p-value = 0.6429  
alternative hypothesis: two-sided
```

```
> fitexpon<-fitdistr(x,"exponential")$estimate  
> ks.test(x,fitexpon[1])
```

Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: x and fitexpon[1]  
D = 1, p-value = 0.03571  
alternative hypothesis: two-sided
```

Figure 31: résultats d'ajustement de la loi sous R

Ces résultats nous conduisent à retenir une loi Gamma comme variable à expliquer et une fonction de lien logarithme. Les années de survenance et de développement représentent les variables explicatives.

A noter que lors d'une modélisation GLM, les règlements incrémentaux  $Z_{i,j}$  pour  $i = 1, \dots, n$  et  $j = 1, \dots, n$  sont supposés indépendants.

Après application de la procédure genmod sur SAS, nous obtenons les résultats suivants

Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance								
Paramètre		DDL	Valeur estimée	Erreur type	Intervalle de confiance de Wald à 95 %		Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept		1	10.7377	1.1633	8.4578	13.0177	85.20	<.0001
annee_de_survenance	2005	1	-0.6843	0.8644	-2.3786	1.0099	0.63	0.4285
annee_de_survenance	2006	1	-0.9529	0.8622	-2.6428	0.7370	1.22	0.2691
annee_de_survenance	2007	1	-1.1152	0.8745	-2.8292	0.5987	1.63	0.2022
annee_de_survenance	2008	1	-0.3696	0.8793	-2.0930	1.3538	0.18	0.6743
annee_de_survenance	2009	1	-1.4016	0.8679	-3.1026	0.2993	2.61	0.1063
annee_de_survenance	2010	1	-0.1981	0.8999	-1.9618	1.5656	0.05	0.8257
annee_de_survenance	2011	1	1.4407	0.9833	-0.4866	3.3680	2.15	0.1429
annee_de_survenance	2012	1	0.4015	0.9384	-1.4378	2.2408	0.18	0.6688
annee_de_survenance	2013	1	-0.7505	0.9729	-2.6573	1.1563	0.60	0.4404
annee_de_survenance	2014	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		

Figure 32 : sortie SAS des paramètres de la méthode GLM (Année de survenance)

annee_devaluation	N+0	1	5.5792	0.8644	3.8850	7.2734	41.66	<.0001
annee_devaluation	N+1	1	6.7398	0.8793	5.0165	8.4631	58.76	<.0001
annee_devaluation	N+2	1	5.6049	0.8812	3.8777	7.3321	40.45	<.0001
annee_devaluation	N+3	1	4.9498	0.9185	3.1496	6.7500	29.04	<.0001
annee_devaluation	N+4	1	5.4591	0.8845	3.7254	7.1928	38.09	<.0001
annee_devaluation	N+5	1	2.6884	0.9145	0.8960	4.4807	8.64	0.0033
annee_devaluation	N+6	1	1.9436	0.8951	0.1893	3.6979	4.72	0.0299
annee_devaluation	N+7	1	-0.2821	0.9508	-2.1457	1.5814	0.09	0.7667
annee_devaluation	N+8	1	1.0462	0.9542	-0.8239	2.9164	1.20	0.2729
annee_devaluation	N+9	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		

Figure 33: sortie SAS des paramètres de la méthode GLM (Année d'évaluation)

La partie basse du triangle de liquidation des règlements incrémentaux est construite à partir de la formule suivante :

$$\hat{\mu}_{i,j} = g^{-1}(\text{intercept} + s_i + d_j) \quad \text{pour } i + j > n + 1$$

Où  $s_i$  correspond à l'année de survenance

Et  $d_j$  correspond à l'année d'évaluation

Puisque le lien de la fonction est un lien logarithmique, la formule devient donc :

$$\hat{\mu}_{i,j} = e^{\text{intercept} + s_i + d_j}$$

La provision totale correspond à la somme de tous les règlements futurs. Pour obtenir la provision best estimate, il suffit de sommer chaque diagonale  $i$  et de l'actualiser au taux réel de maturité  $i$ .

Nous actualisons les flux futurs déflatés à partir de la courbe des taux zéro coupon communiqué par BANK AL MAGH

A la date du 31 décembre 2014, les taux d'actualisation étaient les suivants :

Tableau 21 : Taux d'actualisation zéro-coupon communiqué par RMA Watanya

Année	Taux
2015	2,63%
2016	2,75%
2017	2,88%
2018	3,07%
2019	3,25%
2020	3,29%
2021	3,34%
2022	3,38%
2023	3,43%
2024	3,47%
2025	3,59%
2026	3,77%
2027	3,96%
2028	4,15%
2029	4,31%
2030	4,45%

La provision best estimate inflatée est donc égale à 169 264 573,21 Dirhams.

- Analyse des résidus

Une des hypothèses du modèle linéaire généralisé concerne les résidus. Ces derniers sont supposés être indépendants et suivre une loi normale. Nous avons tracé le QQ-plot des résidus, Afin de justifier visuellement la normalité des résidus.

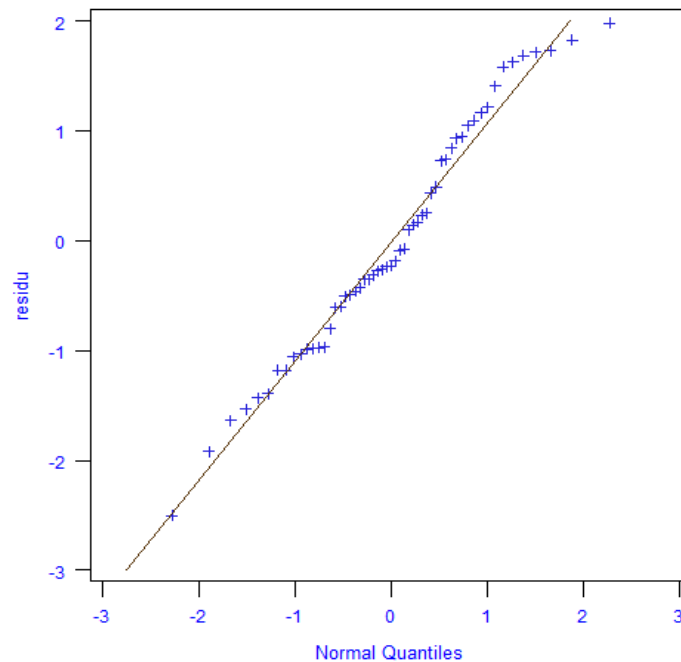


Figure 34:QQ-plot ajustant les résidus par la loi normale

Comme nous pouvons le remarquer, les points semblent s'aligner et passent par le point (0,0), ce qui tend à valider l'hypothèse de normalité et le caractère centré des résidus.

2) Calcul du best estimate net de réassurance

Avant de commencer le calcul des provisions, nous devrions déterminer le taux d'ajustement. Pour cela nous avons besoin de la répartition des assureurs actuels et leurs notations.

Tableau 22: répartition actuelle des réassureurs

SCOR	S.C.R	AFRICA RE	CCR	Swiss Re	Odyssey	HANNOVER
A+	BBB	A-	AA	AA-	A-	AA-

Le taux d'ajustement est donc de 4.23% qui est inférieur à 5%, l'hypothèse de simplification est vérifiée.

Le best estimate ajusté devient donc :

$$BE_{cédé}^{ajusté} = BE_{cédé} * (1 - \text{taux ajustement})$$

Pour le calcul du best estimate cédé nous avons utilisé les tables simulés dans le 2eme chapitre de la partie 1, nous avons estimé par la suite le triangle des règlements des réassureurs suivant les scenarios choisis. Et nous avons utilisés ensuite la méthode chain-leader pour calculer les provisions.

#### II-5-2 Calcul du SCR de souscription non-vie

Une fois que les BE nécessaires au calcul du SCR de souscription non-vie sont disponibles, nous calculons le SCR de souscription non-vie de la branche incendie :

Nous trouverons les SCR de souscription non-vie dans le tableau suivant et ce pour différents scenarios déterminés auparavant :



The screenshot shows the RMA WATANYA logo and a 'Calculer' button. Below is a table with 5 columns: Plein de conservation, Engagement, Priorité, Portée, and SCR. The table contains 25 rows of data representing different scenarios.

Plein de conservation	Engagement	Priorité	Portée	SCR
30 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	68 338 351,42
30 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	67 510 753,77
30 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	66 628 765,37
30 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	66 309 366,00
30 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	65 996 604,89
60 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	68 067 939,12
60 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	67 402 641,71
60 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	67 049 141,78
60 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	66 881 905,36
60 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	65 839 942,00
100 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	67 723 651,32
100 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	67 135 841,33
100 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	66 991 444,79
100 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	66 955 150,64
100 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	66 923 452,97
		1 500 000	28 000 000	67 751 523,38
		2 000 000	28 000 000	67 272 201,37
		3 000 000	28 000 000	67 135 324,94
		4 000 000	28 000 000	67 280 968,00
		5 000 000	28 000 000	67 433 872,84

Figure 35: Calcul du SCR de souscription non vie

## Chapitre 2 : optimisation du couple SCR, Coût en réassurance :

### I- Principe de minimisation

Le but est de trouver un programme de réassurance telle qu'il minimisera le coût de réassurance ainsi que le SCR de souscription non-vie propre à la branche incendie.

Cependant, il est impossible d'effectuer cette minimisation sans se limiter sur quelques valeurs des caractéristiques du traité. En effet, avec un seul coût de réassurance donné, l'évaluation du SCR de souscription non-vie est cruciale. C'est aussi pourquoi nous avons proposé des options sur les niveaux de priorité et de portée dans la partie de la tarification de réassurance.

Nous allons calculer les SCR de souscription non-vie avec ces niveaux. Une fois les coûts de réassurance et les SCR de souscription incendie correspondants calculés, nous pouvons déterminer le couple optimal en utilisant la courbe de coordonnées coût de réassurance et le SCR de souscription incendie.

La comparaison des résultats obtenus du couple (coût de réassurance, SCR de souscription) nous fournira un argument quantitatif afin de décider le programme optimal parmi les programmes de réassurance proposés.

### II- Application numérique

Une fois que les SCR de souscription non-vie soient calculés, Nous avons développé une macro sous VBA nous permettant de choisir une méthode de tarification afin de calculer le cout de réassurance et de lui associé le SCR de souscription non-vie de la branche incendie.

Les résultats sont synthétisés dans la figure suivante :


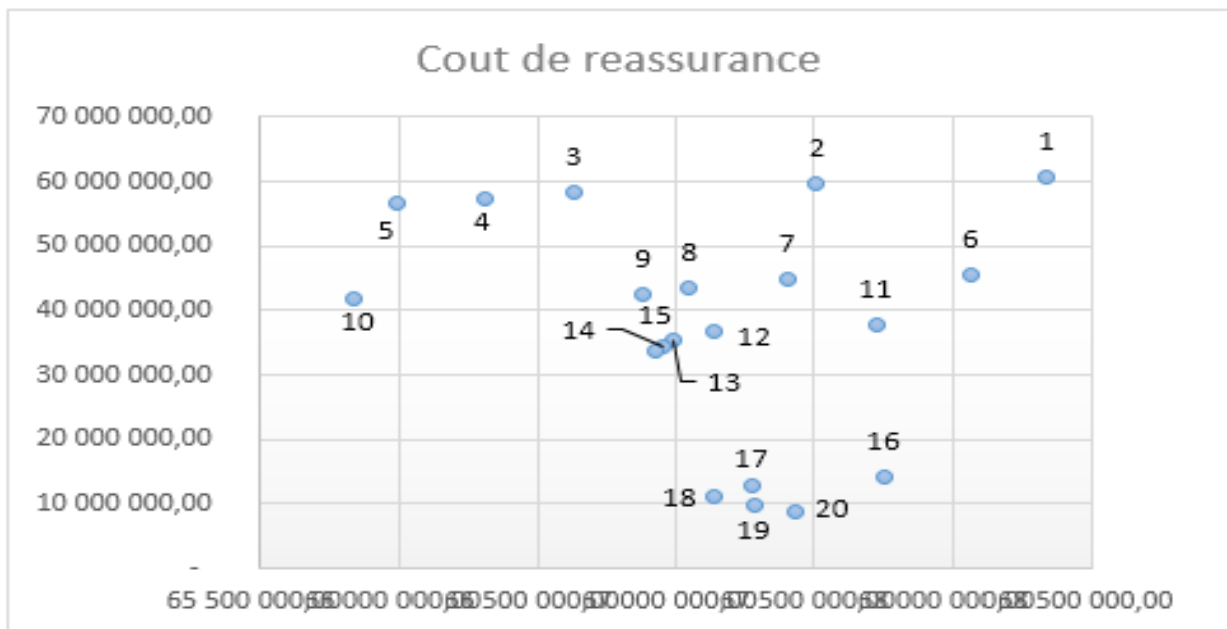
Taux de chargement		20%					
Assiète de prime		100 000 000,00					
				Choisir une methode de tarification ▾		Calculer	
Plein de conservation	Engagement	Priorité	Portée	SCR	Cout de réassurance XS	Cout de réassurance XP	Cout de réassurance
30 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	68 338 351,42	7 480 347,46	53 335 106,47	60 815 453,93
30 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	67 510 753,77	6 479 203,03	53 335 106,47	59 814 309,50
30 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	66 628 765,37	5 066 279,54	53 335 106,47	58 401 386,01
30 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	66 309 366,00	4 084 593,22	53 335 106,47	57 419 699,69
30 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	65 996 604,89	3 361 119,12	53 335 106,47	56 696 225,59
60 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	68 067 939,12	7 466 511,93	38 086 726,54	45 553 238,48
60 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	67 402 641,71	6 655 396,14	38 086 726,54	44 742 122,68
60 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	67 049 141,78	5 426 930,55	38 086 726,54	43 513 657,10
60 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	66 881 905,36	4 476 026,52	38 086 726,54	42 562 753,06
60 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	65 839 942,00	3 878 672,98	38 086 726,54	41 965 399,52
100 000 000	300 000 000	1 500 000	28 000 000	67 723 651,32	10 493 049,72	27 347 551,56	37 840 601,28
100 000 000	300 000 000	2 000 000	28 000 000	67 135 841,33	9 559 319,57	27 347 551,56	36 906 871,13
100 000 000	300 000 000	3 000 000	28 000 000	66 991 444,79	8 012 899,59	27 347 551,56	35 360 451,15
100 000 000	300 000 000	4 000 000	28 000 000	66 955 150,64	6 990 603,24	27 347 551,56	34 338 154,80
100 000 000	300 000 000	5 000 000	28 000 000	66 923 452,97	6 227 767,16	27 347 551,56	33 575 318,72
		1 500 000	28 000 000	67 751 523,38	14 039 353,55	-	14 039 353,55
		2 000 000	28 000 000	67 272 201,37	12 730 815,49	-	12 730 815,49
		3 000 000	28 000 000	67 135 324,94	11 111 924,29	-	11 111 924,29
		4 000 000	28 000 000	67 280 968,00	9 834 834,15	-	9 834 834,15
		5 000 000	28 000 000	67 433 872,84	8 930 872,15	-	8 930 872,15

Figure 36 : Calcul du cout de réassurance et du SCR

Nous pouvons remarquer sur la figure précédente que le coût de réassurance du traité excédent de sinistre diminue si le plein de rétention augmente, tandis que le coût du traité excédent de plein augmente.

Afin de décider du scénario optimal nous avons tracé le graphique coût de réassurance en fonction du SCR.



Sur ce graphique, nous pouvons remarquer :

- Les options sans excédent de plein ont le coût de réassurance le plus bas, mais leur SCR est élevé. Ce sont des options à envisager si la compagnie détient suffisamment de fonds propres pour faire face à ses engagements.
- L'option 1 ; ou le plein de rétention est de 30 millions de dirhams et la priorité est de 1 500 000 Dhs ; est le point dont le coût de réassurance et le SCR sont les plus élevés.
- RMA WATANYA applique des traités avec un excédent de plein de 30 millions de Dhs et une priorité de 2 000 000 Dhs, nous remarquons que le SCR ainsi que le coût de cette option sont élevés. La réassurance de cette compagnie est donc non optimale.

*Figure 37: graphique du coût de réassurance en fonction du SCR*

- L'option 10 est l'option la plus optimale car elle minimise le couple (coût de réassurance, SCR), suivie par l'option 5.

**Ainsi nous pouvons dire que le traité optimal selon l'optique solvabilité II pour la branche incendie est défini par une cession en excédent de plein de 60 Millions de Dhs avec un traité excédent de sinistre par risque d'une portée de 28 Millions de Dhs et d'une priorité de 5 Millions de Dhs.**

## Conclusion :

A travers ce présent rapport, nous avons entrepris une analyse d'un ensemble de critères pouvant guider RMA Watanya à bien choisir sa structure de réassurance pour la branche incendie.

Pour ce faire, nous avons commencé par diagnostiquer le schéma actuel de la réassurance adopté par la dite compagnie. Comme premier constat, l'impact pesant des grands sinistres sur la charge globale relative à cette branche justifie le choix d'une couverture en XS qui permet un écrêtement des grands sinistres.

En deuxième lieu, le travail a porté sur la tarification des traités en XS et XP à travers trois méthodes : une déterministe « *Burnig-cost* » basée sur l'expérience ; une autre probabiliste qui se base sur la modélisation de la sinistralité ; et en fin, une méthode de simulation qui permet de tarifier la prime de réassurance par une simulation sur 10.000 années. A l'issue des résultats obtenus, nous avons pu dégager la part de la prime selon les différents scénarios de portée-priorité et d'excédent de plein choisis pour les traités de RMA Watanya relativement à sa branche incendie.

Ensuite, l'étude du SCR de la ligne d'activité incendie nous a permis de calculer le capital de solvabilité requis de souscription non vie relatif à cette branche selon les différents scénarios. Ce travail a nécessité l'utilisation des méthodes de provisionnement (chain leader déterministe et stochastique) pour dégager les provisions *Best Estimate* ainsi que l'application de la formule standard définie par le QIS 5. Nous avons ainsi abouti au résultat suivant : La cession actuelle adoptée par RMA Watanya n'est pas optimale ; le traité XP doit avoir un plein de 60 millions de Dhs au lieu de 30 millions avec une protection d'un XS d'une priorité de 5 millions de Dhs au lieu de 2 millions.

Ce résultat nous permet de dire qu'actuellement RMA Watanya adopte une politique averse au risque relatif à sa branche incendie car elle cède une part du risque plus importante que ce qu'elle doit à la réassurance en manifestant une surprotection pour cette branche.

Enfin, étant donné que notre étude se résume à l'étude du plan de cession optimal pour la branche incendie, nous tenons à dire qu'il serait très intéressant de compléter ce travail en étudiant l'impact du nouveau cadre prudentiel de solvabilité II sur l'ensemble des risques

pris par RMA Watanya pour les différentes branches d'activités et ainsi établir un modèle interne qui prendra mieux en compte les spécificités de la compagnie.

## Bibliographie

- ACAM. (2007). Rapport du groupe de travail sur le calcul du *best estimate* en assurance dommages.
- AJI, A. Cours : Réassurance et échanges de risques. [Document électronique]. Rabat, INSEA, 2014/2015.
- BENFIELD, Aon. (2010). Documents de la formation à la réassurance.
- BENLAGHA, Noureddine. GRUN-REHOMME, Michel. VASECHKO, Olga. Les sinistres graves en assurance automobile : Une nouvelle approche par la théorie des valeurs extrêmes. In : MODULAD, n°39.
- BLONDEAU, Jacques. PARTRAT, Christian. (2006). La réassurance approche technique. ECONOMICA.
- CEOIPS. Technical specification and annexes from QIS 5
- CHARPENTIER, Arthur. (2009). Les modèles en réassurance.
- CHARPENTIER, A. DENUIT, M. (2004). Mathématiques de l'assurance non-vie - Tome 1 : Principes fondamentaux de théorie du risque. Paris, ECONOMICA.
- CHEN, Yan. (2012). Détermination des programmes de réassurance optimaux d'une société d'assurance non-vie dans le cadre de Solvabilité II. Paris, Université Paris Dauphine.
- COURMONT, Benoit. IZART, Christophe. (2003). Détermination d'un plan de réassurance optimal pour une société d'assurance non-vie.
- (1924). Joseph HEMARD Théorie et pratique des assurances terrestres. Ed. impr. Contant-Laguerre
- JEMINET, Janick. (2012). Optimisation de la réassurance non proportionnelle en arrêt de travail. Lyon, Université Claude Bernard, ISFA.
- LAARICH, Yacine. (2014). Rapport stage d'application : Tarification des traités non proportionnels en réassurance conventionnelle: Cas Compagnie d'assurance marocaine- Branche incendie. Rabat, INSEA
- PATRIC, Youssef. BARRY, Thierno Abdoulaye. (2013). Optimisation des traités de réassurance proportionnels et non proportionnels pour la branche incendie. Marrakech, FST.
- SELECTIS CONSULTING. (2002). Analyse du traité de réassurance de la branche incendie AL WATANIYA. Casablanca.
- WETZEL Jacques. (1976). Comment se réassurer au moindre coût. Paris, Dunod.
- <http://www.rmawatanya.com>
- <http://www.sibilleau.com/download/reass.pdf>
- <http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais>

# *Annexe I*

## **Méthode de calcul de la marge de solvabilité**

Pour le calcul de la marge de solvabilité, l'instruction Numéro 18 du 29 mars 1996 relative aux indicateurs de solvabilité et aux règles de fonctionnement des entreprises d'assurance, élaborée par la Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale (DAPS) nous donne, en détail, la manière de calculer cette marge.

Le calcul de la marge de solvabilité passe par trois méthodes, la marge qu'on va retenir est le maximum des valeurs données par les trois méthodes :

- Calcul par rapport aux primes :

Pour trouver le premier résultat, on aura besoin de connaître les éléments suivants :

A- Primes ou cotisations, hors taxes, émises et acceptées au cours du dernier exercice, nettes d'annulations

B- Charge de sinistres des trois derniers exercices brute de cessions en réassurance

C- Charge de sinistres des trois derniers exercices nette de cessions en réassurance

D- Taux de rétention (C)/(B) (minimum 50)

Le premier résultat est :  $A : (A) * (D) * 20\%$

- Calcul par rapport aux sinistres :

Pour le deuxième résultat, on aura besoin de connaître les éléments suivants :

E- Sinistres payés pendant la période de référence, nets de recours encaissés

F- Provision pour sinistres à payer constituées la n de la période de référence

G- Provision pour sinistres à payer constituée au début de la période de référence

H- Charge de sinistres pour la période de référence (E) + (F) - (G)

I- Moyenne annuelle : (H)/3 (ou (H)/7 pour les assurances Crédit)

Le deuxième résultat est :  $A0 : (I) * (D) * 27\%$

- Calcul par rapport aux PSAP et PPNA :

Pour le troisième résultat, on aura besoin de connaître le montant :

J - Provision pour primes non acquises

Le troisième résultat sera donc :  $A'' : (J) * 10\% + (F) * (D) * 5\%$

La marge de solvabilité correspond donc au :  $\max (A ; A' ; A'')$