



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC  
\*\_\*\_\*\_\*\_\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



**INSEA**

## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

### La mise en place d'un système de notation interne pour la mesure du risque de crédit

Préparé par : *Mme. AMOUSSA Manhirath*  
*M. RHOULAM Wassim*

Sous la direction de : *M. CHATER Mohamed (INSEA)*  
*M. BENFDIL Hamza (MAZARS)*  
*Mme. BENSEYED Zineb (MAZARS)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

## Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : Actuariat et Finance

*Devant le jury composé de :*

- *M. CHATER Mohamed (INSEA)*
- *M. EL QALLI Yassine (INSEA)*
- *M. BENFDIL Hamza (MAZARS)*
- *Mme. BENSEYED Zineb (MAZARS)*

**Juin 2019/ PFE N°7**



# *Résumé*

Les crises financières qui ont secoué le monde, notamment les défaillances successives des grandes banques internationales ont remis sur le devant de la scène la problématique des risques bancaires dont le risque crédit.

Sous l'impulsion de la réglementation prudentielle Bâle II, les banques sont amenées à développer des systèmes internes de notation en mesure de quantifier ce risque à travers le calcul de plusieurs paramètres et en particulier les probabilités de défaut.

La notation reste un outil d'aide à la décision qui cherche à qualifier le risque pour une contrepartie de faire défaut.

Pour les zones africaines, la notation est encore récente et constitue de ce fait une source de difficulté, étant donnée la problématique de données. Ainsi, certaines banques africaines cherchent toujours à construire un système de notation interne fiable et durable.

Dans ce contexte, nous sommes appelés tout au long de ce travail à élaborer un système de notation interne qui aura pour but de noter les contreparties d'une banque africaine.

**Mots clés** : Bâle II, risque de crédit, système de notation interne, probabilité de défaut, matrice de transition.

# *Remerciements*

Nous tenons avant tout à exprimer nos profonds remerciements à nos encadrants au sein de MAZARS, Monsieur BENFDIL Hamza, Madame BENSEYED Zineb qui nous ont fait bénéficier tout au long de ce projet de leur expérience. Ce stage ne serait sûrement pas aussi enrichissant sans la patience qu'ils ont eu à notre égard, l'expertise et l'encadrement accompli qu'ils nous ont accordé.

Nos remerciements s'adressent aussi à Monsieur Ibrahima SOW, pour ses précieux conseils et encouragements.

Nous exprimons également toute notre reconnaissance à notre professeur, Monsieur CHATER Mohamed, pour la disponibilité dont il a fait preuve et pour les efforts qu'il n'a cessé de fournir pour le progrès de notre projet.

Nous remercions également monsieur EL QALLI Yassine pour avoir accepté d'évaluer notre travail.

Enfin, un grand merci à tous les membres de l'équipe MAZARS, ainsi qu'à nos collègues de l'INSEA pour leur convivialité, leur bonne humeur et leur coopération dans l'aboutissement de notre mission.

# *Dédicaces*

- *À la mémoire de ma **maman**, décédée trop tôt. J'aurais aimé que tu sois là, mais hélas.*
- *À mon père, le meilleur, **mon papa poule**, ta positivité et tes mots d'encouragements ne font que me pousser à être là femme que j'aspire être.*
- *À mon frère bien aimé, merci de toujours être là pour moi.*
- *À tout ce qui ont de près et de loin contribué à mon évolution.*

Manhira.

*Je dédie ce travail, comme preuve de respect, de gratitude et de reconnaissance à :*

- *À mes chers **parents**, qui n'ont économisé aucun effort afin que je puisse être l'homme que je suis, qui m'ont toujours aimé et soutenu.*
- *À mon frère et à ma petite sœur pour leurs temps, leurs encouragements et leurs soutiens.*
- *À tout mes amis.*

Wassim.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>2</b>
<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Dédicaces</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE</b>	<b>13</b>
<b>I Présentation générale</b>	<b>15</b>
I.1 Accord de Bâle II . . . . .	15
I.1.1 Objectif de Bâle II . . . . .	16
I.1.2 Architecture générale de Bâle II . . . . .	17
I.1.3 Définition et mesure du risque crédit . . . . .	17
I.1.4 Bâle II à IFRS 9 : une nouvelle approche de mesure du risque de crédit . . . . .	18
I.2 Système de notation interne . . . . .	19
I.2.1 Les approches du système de notation interne . . . . .	19
I.2.2 Les étapes de conception d'un SNI . . . . .	21
I.2.3 Paramètres de risques et pondérations . . . . .	22
I.2.4 Les échelles de notation et leur signification . . . . .	23
<b>II Les approches de modélisation du SNI : partie théorique</b>	<b>25</b>
I.1 Les différentes techniques de discrimination et de prédiction appliquées au rating . . . . .	25
I.1.1 Les méthodes aboutissant à une fonction de score . . . . .	26
I.1.1.1 La régression logistique . . . . .	26
I.1.2 Les méthodes de décision et de classement directs . . . . .	30
I.1.2.1 Les réseaux de neurones . . . . .	30
I.1.2.2 Les arbres de décision . . . . .	33
I.2 Comparaison des différentes techniques de rating . . . . .	35
I.3 Les mesures de performance . . . . .	36
I.3.1 Le taux de bons classements . . . . .	36
I.3.2 La Courbe Receiver Operating Characteristic (ROC) . . . . .	37
I.3.3 L'indice de Gini . . . . .	38
I.3.4 AIC . . . . .	39
I.3.5 BIC . . . . .	39
I.3.6 Indicateurs de performance des modèles : Test de Hosmer et de Lemeshow . . . . .	40
<b>III Les approches de modélisation du SNI : partie pratique</b>	<b>41</b>

I.1	Présentation, traitement et statistiques des données . . . . .	41
I.1.1	Présentation des données . . . . .	41
I.1.2	Traitement des données . . . . .	44
I.1.2.1	Valeurs manquantes . . . . .	44
I.1.2.2	Observations redondantes . . . . .	44
I.1.2.3	Valeurs extrêmes . . . . .	45
I.1.2.4	Échantillonnage . . . . .	46
I.1.3	Statistiques descriptives des données . . . . .	47
I.2	Élaboration des modèles . . . . .	49
I.2.1	Régression logistique . . . . .	49
I.2.1.1	Sélection par la méthode forward . . . . .	49
I.2.1.2	Sélection par la méthode Backward . . . . .	52
I.2.1.3	Sélection par la méthode stepwise . . . . .	53
I.2.2	Arbre de décision . . . . .	55
I.2.3	Réseaux de neurones . . . . .	57
I.2.4	Comparaison et choix des modèles . . . . .	57
I.2.5	Détermination du seuil de défaut et du pouvoir prédictif du modèle . . . . .	57
I.2.6	Cross validation du modèle retenu . . . . .	59
I.3	Méthode de calibration et grille de notation . . . . .	63
I.3.1	Classes de risques et PD associées . . . . .	63
I.3.2	Construction de la matrice de transition . . . . .	66
I.3.2.1	Notions de base sur les matrices de transition . . . . .	66
I.3.2.2	Les matrices de transition : un élément clé dans la norme IFRS 9 . . . . .	68
I.3.2.3	Résultats empiriques . . . . .	68
I.3.2.4	Reconstitution de la matrice de transition . . . . .	70
I.3.3	Passage de la PD instantanée à la PD 1 an . . . . .	73
I.4	Automatisation du SNI . . . . .	75
I.4.1	Problématique . . . . .	75
I.4.2	Approche 1 : implémentation d'un système de notation individuel . . . . .	75
I.4.3	Approche 2 : implémentation d'un système de notation groupé . . . . .	76
<b>Annexe I</b>		<b>79</b>
I.1	Mazars à l'international . . . . .	79
I.1.1	Présentation . . . . .	79
I.2	Mazars au Maroc . . . . .	80
I.2.1	Présentation . . . . .	80
I.2.2	Organisation . . . . .	81

<b>Annexe II</b>	<b>82</b>
<b>Annexe III</b>	<b>83</b>
I.2.3 Vecteur des dérivées partielles premières de la log-vraisemblance . . . . .	83
I.2.4 Matrice des dérivées partielles secondes de la log-vraisemblance . . . . .	84

# Table des figures

I.1	Les différentes approches de la notation interne . . . . .	20
I.2	L'évolution de la qualité de gestion des risques et le niveau des exigences en fonds propres en fonction des différentes approches de notation . . . . .	20
I.3	Schéma de construction et de maintenance d'un modèle de notation . . . . .	21
II.1	Conception d'un réseau de neurones . . . . .	31
II.2	Application des réseaux de neurones au risque de crédit . . . . .	32
II.3	Présentation de la sensibilité et la spécificité . . . . .	37
II.4	Présentation de la sensibilité et la spécificité . . . . .	38
III.2	Test de nullité globale . . . . .	50
III.3	Courbe de roc du modèle avec sélection forward . . . . .	52
III.4	Courbe de roc du modèle avec sélection backward . . . . .	53
III.5	Courbe de roc du modèle avec sélection stepwise . . . . .	54
III.6	Courbe de ROC de l'arbre de décision . . . . .	55
III.7	Arbre de décision . . . . .	55
III.8	Segmentation des variables sous SAS . . . . .	56
III.9	Seuil de défaut . . . . .	58
III.10	Seuil de défaut appliqué à la l'échantillon de validation . . . . .	59
III.11	Graphique de l'effet de la variable Client_CA . . . . .	60
III.12	Graphique de l'effet de la variable dettesCT_CA . . . . .	61
III.13	Graphique de l'effet de la variable FI_EBE . . . . .	61
III.14	Graphique de l'effet de la variable EBE_CA . . . . .	62
III.15	Graphique de l'effet de la variable Tresorerie_Tbilan . . . . .	62
III.16	Les lois de probabilités . . . . .	65
III.17	Grille de notation . . . . .	65
III.18	Passage PD instantanée à PD 1an . . . . .	74
III.19	Paramètres du modèle de régression . . . . .	74
III.20	Application du SNI . . . . .	76
III.21	Application du SNI . . . . .	76
22	Mazars à l'international. En <b>bleu</b> : pays intégrés. En <b>gris</b> : Pays correspondants et Joint-Ventures	79
23	Organigramme de «Mazars » . . . . .	81
24	Arbre de décision . . . . .	82

# Liste des tableaux

I.1	Les piliers de Bâle II . . . . .	17
I.2	Symboles et définitions de notes utilisés par Standard&Poor's et Moody's . . . . .	24
II.1	Comparaison des différentes techniques de rating . . . . .	35
II.2	Le taux de bons classements . . . . .	36
III.1	Définition des ratios . . . . .	43
III.2	Tableau qui résume le nombre de valeurs manquantes pour les variables . . . . .	44
III.3	Statistiques uni-variées pour le traitement des valeurs extrêmes . . . . .	45
III.4	Statistiques uni-variées pour la base apprentissage . . . . .	46
III.5	Statistiques uni-variées pour la base validation . . . . .	47
III.6	Répartition des clients selon la variable qui représente le défaut. . . . .	47
III.7	Statistiques descriptives . . . . .	48
III.8	Modèle retenu par la méthode de sélection forward . . . . .	49
III.9	Les intervalles de confiance des coefficients . . . . .	50
III.10	Test de nullité globale . . . . .	51
III.11	Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow . . . . .	51
III.12	Modèle retenu par la méthode de sélection backward . . . . .	52
III.13	Test de nullité globale . . . . .	52
III.14	Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow . . . . .	53
III.15	Modèle retenu par la méthode de sélection stepwise . . . . .	53
III.16	Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow-stepwise . . . . .	54
III.17	Paramètres du modèle-arbre de décision . . . . .	56
III.18	Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow . . . . .	56
III.19	Le tableau des critères de comparaison . . . . .	57
III.20	Matrice de confusion-Apprentissage . . . . .	58
III.21	Matrice de confusion-Validation . . . . .	59
III.22	Les pourcentages des bonnes prédictions . . . . .	60
III.23	Symboles et définitions de notes utilisés . . . . .	64
III.24	Construction des classes et affectation des entreprises aux classes de risques . . . . .	66
III.25	Nombre de transitions de l'année t à t+1 . . . . .	68
III.26	Matrice de transition en pourcentage . . . . .	69
III.27	Matrice de transition moyenne de S&P (1981-2018) . . . . .	70

---

III.28 Matrice de transition moyenne de S&P (1981-2018) . . . . .	71
III.29 Matrice par les moyennes pondérées . . . . .	72
III.30 Matrice issue du modèle relationnel . . . . .	73

# LISTE DES ACRONYMES

<b>SNI</b>	:	Système de notation interne
<b>PD</b>	:	Probabilité de défaut
<b>S&amp;P</b>	:	Standard and Poor's
<b>LGD</b>	:	Loss Given Default
<b>EAD</b>	:	Exposition Au Défaut
<b>ECL</b>	:	Expected Credit Loss
<b>IRB</b>	:	Internal Rating Based
<b>AUC</b>	:	Area Under the Curve
<b>BIC</b>	:	Bayesian Information Criterion
<b>ROC</b>	:	Courbe Receiver Operating Characteristic
<b>IFRS</b>	:	International Financial Reporting Standards
<b>IASB</b>	:	International Accounting Standards Board
<b>TTC</b>	:	Through The Cycle
<b>CA</b>	:	Chiffre d'Affaire
<b>RN</b>	:	Résultat Net
<b>FP</b>	:	Fonds Propres
<b>EBE</b>	:	Excédent Brut d'Exploitation
<b>Rexpl</b>	:	Résultat d'Exploitation
<b>ENDglobal</b>	:	Endettement Global
<b>FI</b>	:	Frais d'Intermédiaires
<b>CAF</b>	:	Capacité d'Autofinancement
<b>CAP</b>	:	Capitaux Permanents
<b>BFDR</b>	:	Besoin en Fond De Roulement

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Plusieurs types de risques peuvent affecter la survie d'une banque. Parmi ces risques, on trouve notamment le risque de marché, de crédit, de liquidité, ainsi que le risque opérationnel.

Le risque de crédit, appelé également risque de contrepartie, est le risque le plus répandu. S'il existe plusieurs types de risques de crédit, celui de non remboursement est un risque majeur. La crise financière passée trouve son origine principale dans ce type de risque.

Afin de résoudre ce problème, la réglementation bâloise a incité les banques à développer des techniques avancées telles que la notation interne afin d'identifier les contreparties les plus risquées de celles solvables. Cette méthode repose sur l'appréciation du risque de crédit par les banques elles-mêmes. C'est une méthode évolutive qui se base sur trois éléments principaux :

- Les paramètres d'appréciation du risque : la probabilité de défaillance (PD), la perte en cas de défaillance (LGD), l'exposition au moment de la défaillance (EAD) et la maturité ;
- Une fonction de calcul des pondérations ;
- Des exigences minimales de qualité à remplir par les banques désireuses de voir leur systèmes validés.

La nouvelle norme IFRS 9 met en lumière une nouvelle approche pour cerner le risque de crédit à travers le classement des contreparties dans plusieurs buckets. On parle de dégradation du risque de crédit. Avec le système de notation interne, il sera possible de prendre en compte cette dégradation en actualisant la note de la contrepartie et comme cela voir si sa note a été upgradé ou dégradé. Donc sans un système de notation interne, il sera difficile de cerner la dégradation significative du risque de crédit.

La construction des modèles de notation interne reste encore difficile en Afrique, du fait de l'insuffisance ou le manque de fiabilité de données, pour construire des modèles adéquats. Leur utilisation reste pourtant d'une importance majeure étant donné la place centrale de la Banque dans la société capitaliste et les conséquences désastreuses d'une crise bancaire. Il est donc judicieux pour les établissements de crédit africains, en absence d'une notation externe, de constituer leur propre système de notation afin d'apprécier la qualité de leurs clients.

La problématique dans ce projet, est de pouvoir concevoir un système de notation interne avec des contraintes de données car normalement dans les standards à respecter pour les méthodes de notations internes, les bases de données fournies doivent être suffisamment complètes et robustes.

Pour y parvenir, nous allons nous imprégner tout d'abord de la réglementation prudentielle de gestion du risque de crédit ainsi que les étapes de la mise en œuvre d'un système de notation interne. Ensuite, nous allons passer à l'étape de la modélisation afin de réaliser le système de notation. Enfin nous passerons à l'automatisation dudit système pour faciliter l'utilisation aux gestionnaires.

# Chapitre I

## Présentation générale

Les coûts engendrés récemment par les faillites des grandes banques (Lehman Brothers entre autres) ont incité les autorités de régularisation à instaurer de nouvelles politiques de gestions des risques bancaires en particulier le risque de crédit.

Dans cette partie, nous allons :

- Préciser les standards réglementaires internationaux qui nous aiderons pour la compréhension de la gestion du risque de crédit ;
- Donner le cadre général de la conception d'un système de notation interne, l'élément central de notre travail.

### I.1 Accord de Bâle II

Les crises successives qui ont touché le système bancaire mondial, depuis la « grande dépression » de 1929 jusqu'à la crise des Subprimes, ont incité les autorités de régularisation à adopter certaines mesures afin de surveiller le fonctionnement du système bancaire et de s'assurer la solvabilité des banques.

En effet, une banque pour rester solvable, doit être en mesure de couvrir l'ensemble des pertes attendues et inattendues. Dans cet esprit, divers travaux de recherches ont eu lieu dans le but de fixer la meilleure adéquation des fonds propres.

Le comité réuni à Bâle en 1988, baptisé « comité Cook », a élaboré des recommandations et des directives devant assurer le bon fonctionnement du système bancaire et ce, dans un contexte d'internationalisation croissante.

Le comité a imposé aux banques de disposer d'un montant minimum de fonds propres proportionnel aux risques majeurs auxquels elles sont exposées et notamment le risque de crédit.

$$\text{Ratio de Cooke} = \frac{\text{Fonds Propres}}{\text{Risque de crédit} + \text{Risque de marché}}$$

Ce ratio a été vivement critiqué par les banques elles-mêmes et les autorités. L'approche est d'abord restrictive, elle ne prend en compte que deux classes de risque et les degrés de pondération du risque de crédit ne sont pas suffisamment calibrés pour déterminer et différencier adéquatement les emprunteurs.

Le taux de **8%** appliqué ne prend pas en compte le fait que, même dans une classe de risque, certains emprunteurs sont plus risqués que les autres.

En conséquence, la quantité de fonds propres que Bâle I exige pour un prêt à un client peut ne pas correspondre à son risque réel.

C'est sur les limites du ratio Cooke, et aussi pour assurer une meilleure stabilité au système bancaire que la réglementation devait évoluer vers une appréciation plus réaliste des risques et des fonds propres exigés par l'activité bancaire.

Le Comité de Bâle a décidé la refonte de cette réglementation. Un nouvel ensemble de recommandations a été proposé (Bâle II), au terme desquelles sera définie une mesure plus pertinente du risque de crédit, avec en particulier la prise en compte de la qualité de l'emprunteur. Un nouveau ratio de solvabilité a été conçu, appelé Mc Donough, qui n'a pas changé l'assiette de calcul qui reste fixée à **8%**.

$$\text{Ratio de Mc Donough} = \frac{\text{Fonds Propres}}{\text{Risque de crédit} + \text{Risque de marché} + \text{Risque Opérationnel}}$$

Ce dernier tente de corriger les faiblesses du premier ratio et de s'adapter aux pratiques des banques en matière de couverture de risque.

Ces mesures permettront selon le comité de Bâle de renforcer le rôle des contrôleurs bancaires et celui de la transparence financière et, par conséquent, de promouvoir la solidité du système financier international et l'égalité des conditions de concurrence.

### **I.1.1 Objectif de Bâle II**

Dans le but de l'amélioration de la gestion de risque, le comité Bâle II s'est fixé des objectifs à atteindre à travers les autorités de contrôles.

Parmi ces objectifs on cite :

- L'incitation des établissements financiers à adopter les méthodes les plus avancées dans la gestion du risque de crédit et du risque opérationnel, en les faisant bénéficier d'exigences en fonds propres moins importantes ;
- La définition des règles d'exigences minimales de fonds propres plus sensibles aux risques réels encourus par les banques ;

- Le rapprochement des notions de capital réglementaire et économique ;
- L'incitation des établissements à améliorer leurs gouvernances ainsi que leur dispositif internes de gestion de risques.

### I.1.2 Architecture générale de Bâle II

La réglementation de Bâle II s'appuie sur les trois piliers décrits par le tableau suivant :

Pilier 1	Pilier 2	Pilier 3
L'exigence de fonds propres	Le processus de surveillance prudentielle	La discipline de marché
Définition des modalités de calcul des exigences en fonds propres nécessaires pour couvrir chacune des catégories de risque : -Le risque de crédit ; -Le risque de marché ; -Le risque opérationnel.	Détermination des modalités de surveillance exercée par les autorités de contrôle sur les établissements de crédit : -Contrôler le respect des exigences minimales de fonds propres ; -Contrôler les méthodes d'évaluation et de gestion des risques.	Renforcement de la communication à publier en matière de : -Dotation en fonds propres ; -Risques de crédit ; -Risques de marché ; -Risques opérationnels ; -Opérations de titrisations ; -Méthodes d'évaluation et de gestion des risques.

*Source:* Dumontier et al. 2008

TABLE I.1 – Les piliers de Bâle II

### I.1.3 Définition et mesure du risque crédit

Le risque de crédit se définit comme la possibilité que l'entreprise emprunteuse n'honore pas totalement ou partiellement ses engagements ou obligations, la banque enregistre une perte en conséquence.

L'évaluation du risque de crédit revient en premier lieu à la question de la solvabilité de l'entreprise considérée. Cette solvabilité dépend à la fois des éléments purement internes à l'entreprise et des éléments contextuels comme la situation économique globale et les perspectives d'évolution sectorielle.

C'est dans ce sens qu'une banque doit pouvoir anticiper et quantifier le risque de la contrepartie, sur un horizon temporel donné.

### **I.1.4 Bâle II à IFRS 9 : une nouvelle approche de mesure du risque de crédit**

Si Bâle II apporte la nouveauté de la construction d'un système de notation interne pour la mesure du risque de crédit, la nouvelle norme IFRS 9 prévoit de nouvelles règles de calcul des « provisions » pour la mesure de ce dernier.

Entrée en application le 1er janvier 2018, elle oblige dorénavant les banques à provisionner leur risque de crédit avant même qu'il soit avéré, sans qu'aucun incident de paiement n'ait été constaté.

Elle prévoit la classification des instruments en trois « buckets », avec des règles de calcul spécifiques à chacun d'eux :

- Le bucket 1 ou encours sains : prise en compte du risque de crédit à hauteur de la perte attendue à 12 mois ;
- Le bucket 2 ou encours sensibles : prise en compte du risque de crédit à hauteur de la perte attendue à maturité ;
- Le bucket 3 ou encours non performants : prise en compte du risque de crédit conformément au calcul des dépréciations individuelles défini par IAS 39.

L'auditeur interne veillera donc à l'existence de tels dispositifs et à leur mise en œuvre effective. Il s'intéressera tout particulièrement au changement majeur introduit par la norme IFRS 9 comparativement aux recommandations du comité de Bâle.

En effet, un établissement bancaire est tenu de provisionner la perte attendue sur la durée restante du crédit dès lors qu'un événement défavorable est survenu avant même qu'il ne s'agisse d'un facteur de risque avéré. Il n'est donc plus question ici de se borner à un horizon de 12 mois comme c'est le cas pour le ratio de solvabilité. Cette différence ne sera pas sans conséquence financière pour les banques concernées.

Comptabiliser le risque de crédit sur base de la maturité des prêts concernés entraîne une hausse des provisions, donc une baisse du résultat net. L'enjeu est donc de taille pour les établissements bancaires. En conséquence, il est impératif pour les auditeurs internes de s'assurer que leur organisation est capable d'identifier correctement les crédits selon les catégories prévues par la norme IFRS 9 et d'en mesurer les risques associés. Ceci évitera que s'ajoutent aux obligations comptables les effets d'éventuelles erreurs.

## I.2 Système de notation interne

Le système de notation interne constitue l'ensemble des méthodes, processus, contrôles et systèmes d'information qui permettent l'évaluation du risque de crédit, l'attribution des notations internes ainsi que la quantification de la probabilité de défaut et des estimations de pertes pour un type d'exposition donné.

Pratiquement, la notation interne est une technique qui s'efforce de synthétiser le risque de crédit au moyen d'une note en affectant à chaque information représentative de la solvabilité de l'emprunteur une pondération. Le total des pondérations comparé à une note limite préalablement établie permet de prendre immédiatement une décision d'accord ou de refus de la demande de crédit.

### I.2.1 Les approches du système de notation interne

À compter de 2007 les établissements de crédit ont commencé l'application des approches prudentielles de Bâle II, pour les trois catégories de risque du pilier 1.

La dite **approche standard** est basée sur la notation donnée par les agences externes homologuées telles que « Moody's », « Standard & Poor's » et « Fitch ».

Les pondérations sont liées à la qualité de l'emprunteur et exigent un montant des fonds propres réglementaires. Ces derniers loin d'être représentatifs de la qualité du processus interne de gestion de risque des établissements de crédit, et en vue de réaliser des économies en fonds propres en termes de fonds immobilisés, une nouvelle **approche avancée** est adoptée afin de rapprocher au maximum le capital réglementaire du capital économique estimé en interne.

Les approches avancées, s'appuient sur la détermination du risque de crédit par l'établissement lui-même à travers la mise en place d'un système de notation interne préalablement autorisé par l'autorité de supervision. Cependant, cette approche est réservée aux établissements disposant d'un savoir-faire reconnu par l'autorité de contrôle en matière de mesure et de gestion des risques.

Les approches peuvent être différenciées comme suit :

- L'approche Standard : la banque se base sur la notation des agences externes.
- L'approche NI fondation (simple) : la banque estime la probabilité de défaillance (PD) de ses débiteurs et utilise les valeurs fournies par l'autorité de contrôle pour les autres paramètres de calcul du risque.
- L'approche NI complexe (avancée) : La banque est supposée maîtriser toutes ses composantes en estimant tous les paramètres.

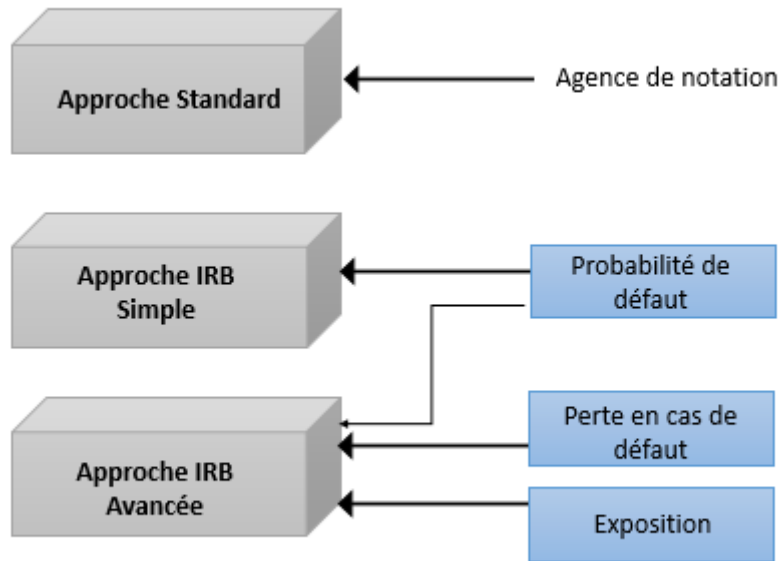


FIGURE I.1 – Les différentes approches de la notation interne

Le schéma suivant représente l'évolution de la qualité de gestion des risques et le niveau des exigences en fonds propres, en fonction des différentes approches de notation.

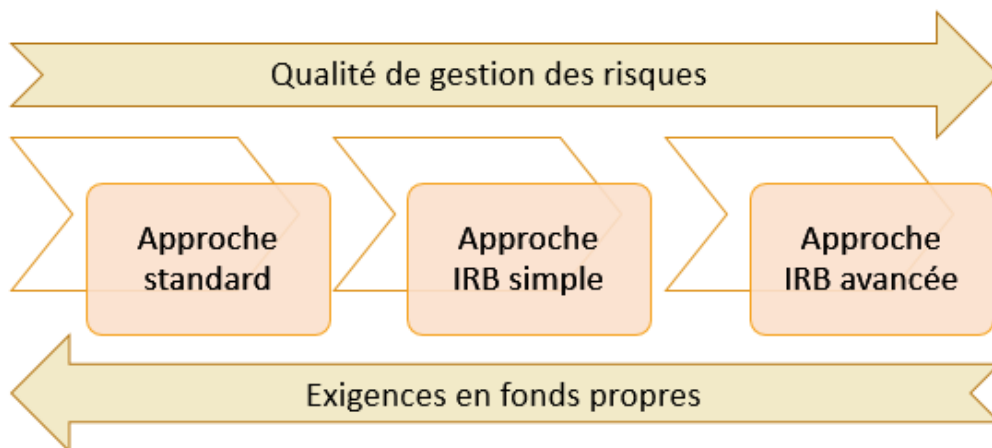


FIGURE I.2 – L'évolution de la qualité de gestion des risques et le niveau des exigences en fonds propres en fonction des différentes approches de notation

## I.2.2 Les étapes de conception d'un SNI

Le développement d'un modèle de notation interne passe par les six étapes suivantes :

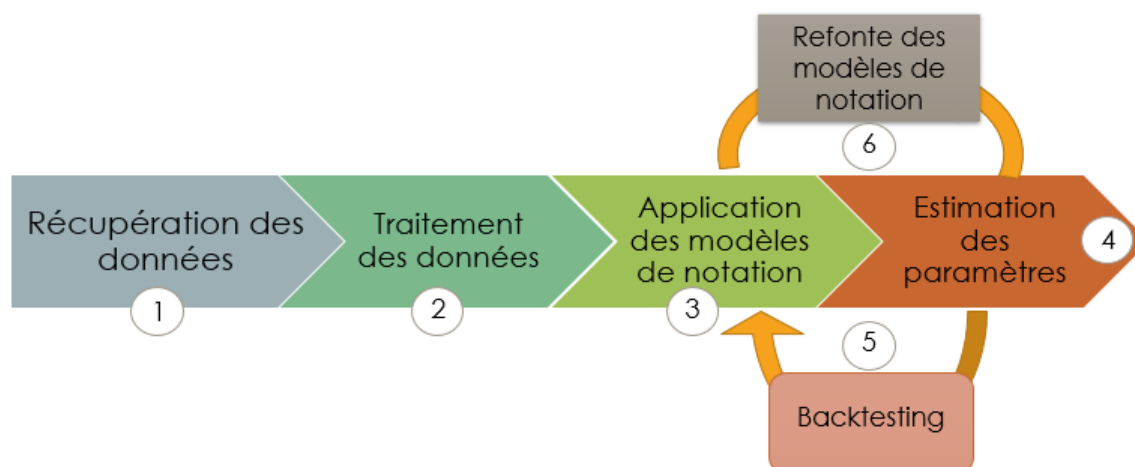


FIGURE I.3 – Schéma de construction et de maintenance d'un modèle de notation

1. **Récupération et nettoyage des données** : Définition des exigences en termes de données ; Collecte des données ; Évaluation de la qualité des données ; Nettoyage des données.
2. **Traitement des données** : Analyses uni-variées - bivariées ; Analyses des corrélations ; Création de nouvelles variables ; Transformation des variables.
3. **Modélisation** : Choix de la technique de modélisation.
4. **Estimation des paramètres du modèle**
5. **Backtesting** Évaluation du modèle et comparaison entre les probabilités prédites et les probabilités théoriques.
6. **Calibration et validation des modèles de notations internes** : Définition d'une échelle de référence ; Mapping des notes vers l'échelle de référence ; Validation quantitative ; Validation qualitative.

Les différentes approches utilisées pour la modélisation sont :

- L'approche statistique ou algorithmique ;
- L'approche d'expert ;
- L'approche hybride (statistique et expertise).

### I.2.3 Paramètres de risques et pondérations

Une fois qu'une notation est attribuée, la banque l'utilisera à plusieurs étapes du processus interne de crédit. Elle comprend la décision sur l'octroi du crédit, la fixation du prix et le suivi permanent des emprunteurs.

Pour appliquer l'approche NI avancée, la banque doit calculer pour chaque crédit, les quatre paramètres suivants :

- L'exposition en cas de défaut (**EAD**) : montant du par la contrepartie en cas de défaut sur un engagement donné. Les variables clés influençant l'estimation de l'EAD incluent les encours, les sommes engagées, la structure de l'engagement et la notation attribuée à l'emprunteur.

- La probabilité de défaut (**PD**) : probabilité qu'une contrepartie fasse défaut sur un horizon donné. L'estimation de la PD est fondée surtout sur une approche statistique qui permet de prédire les contreparties défaillantes.

- La perte en cas de défaut (**LGD**) : le rapport entre la perte subie sur une exposition en cas de défaut sur une contrepartie et le montant de l'exposition au moment du défaut. La perte est une perte économique, prenant en compte les effets significatifs d'actualisation, ainsi que les coûts directs ou indirects significatifs liés au recouvrement<sup>1</sup>.

- Maturité (**M**) : échéance effective de l'exposition, ou encore c'est la durée restant à couvrir pour la facilité considérée.

Les trois premiers paramètres permettent de mesurer le niveau de pertes attendues (EL) pour le crédit. En effet, la perte attendue est égale au produit de l'exposition de crédit lors du défaut de l'emprunteur, de la probabilité de défaut de l'emprunteur et de la perte en cas de défaut :

$$EL = PD * LGD * EAD$$

La perte inattendue représente la volatilité de la perte attendue.

Le montant qui lui correspond se calcule comme suit :

**Montant de pertes attendues \* Coefficient réglementaire = Montant de pertes inattendues**

Le système de notation interne dans sa totalité constitue un élément indispensable de la bonne gouvernance de l'établissement de crédit et répond parfaitement à la gestion optimale du risque de crédit dans le but d'une meilleure allocation des fonds propres.

---

1. Le recouvrement est la démarche que réalise un créancier afin d'obtenir de son débiteur qu'il s'acquitte de la dette d'argent qu'il a contractée envers lui.

## I.2.4 Les échelles de notation et leur signification

Pour donner leur opinion sur la qualité de signature d'un émetteur, les agences utilisent une grille de notation. Il existe également une échelle de notation spécifique, qui permet facilement une distinction entre les émetteurs des obligations les plus solvables.

Une échelle de notation se traduit par des lettres (notches<sup>2</sup>) de A assortis de + ou de - à D, chaque lettre détermine le degré de risque de défaut et la qualité de l'émetteur, ces symboles allient des ratings les moins risqués (AAA), donc l'assurance maximale d'être remboursée, aux plus risqués (C ou D) correspondant à un défaut partiel ou total. Lorsque l'on décline l'alphabet, la qualité de crédit se dégrade. Chaque échelle est subdivisée en deux catégories : **La catégorie d'investissement** (investment grades) regroupe les notes de meilleures qualités de crédit présentant moins de défaut de paiement et **la catégorie spéculative** (speculative grades) regroupe des notes de qualité de crédit mauvaise ou médiocre exposées au risque de défaillance.

Chaque catégorie est subdivisée en notation à long terme et notation à court terme, une forte corrélation existe entre les notes à court et à long terme. Les notes à long terme vont de (AAA) pour la meilleure, à (BBB-) dans la catégorie investissement, et de (BB+) à (D) pour la plus mauvaise, catégorie spéculative. Ainsi « la détérioration de la solvabilité correspondant à l'intervalle entre deux notes dans une portion de l'échelle Fitch Ratings, par exemple, AAA et AA+, ne correspond pas forcément à celle correspondant à l'intervalle entre deux notes dans une autre portion de l'échelle, CCC et CC+ ».

Donc, une note peut être définie comme étant « un avis informé » ou une « opinion autorisée » sur la qualité de « signature » d'un émetteur de crédit. Elle est exprimée de manière très laconique sous forme de codes (ou de symboles) standardisés, composés de lettres, complétés de chiffres ou de signes + ou - .

Elle permet un classement en fonction des caractéristiques particulières du titre miné et des garanties offertes par son émetteur ; chaque symbole correspond à une graduation sur « l'échelle de notes ».

D'où, l'échelle de notation, sert comme outil de classement et fait comprendre qu'un caractère alphanumérique ou un symbole n'est pas le choix du hasard.

Chaque note est la traduction d'une situation spécifique liée au risque de défaut d'un emprunteur, de ce fait, l'organisme qui délivre les notes doit toujours fournir une grille de lecture de la note de crédit.

Le tableau ci-dessous explique la signification des différentes notations utilisées par les deux agences de notation Moody's et Standard & Poor's, à noter que l'agence Fitch, utilise la même grille que S&P.

2. notches : un cran de l'échelle. Le notching est l'action de faire varier une note existante, servant de référence, à la hausse ou à la baisse en fonction de divers facteurs (www.vernimmen.net).

<b>S&amp;P</b>	<b>Moody's</b>	<b>Définition des symboles de notation des émetteurs</b>
AAA	Aaa	<b>S&amp;P</b> Capacité extrêmement forte à respecter ses engagements financiers. <b>Moody's</b> Sécurité financière exceptionnelle. Même en cas de changements de la situation financière, sa position restera fondamentalement forte.
AA	Aa	<b>S&amp;P</b> Capacité très forte à respecter ses engagements financiers. Il diffère faiblement de la précédente notation. <b>Moody's</b> Excellente Sécurité financière. Il est moins bien noté que Aaa car le risque à long terme apparaît supérieur. Ces deux notes constituent des émetteurs à haut grade.
A	A	<b>S&amp;P</b> Capacité forte à respecter ses engagements financiers. Plus susceptible d'être affecté par les changements de circonstances et des conditions économiques que les précédentes notes. <b>Moody's</b> Bonne sécurité financière. Des éléments actuels peuvent suggérer une possibilité de dégradation dans le futur.
BBB	Baa	<b>S&amp;P</b> Capacité adéquate à respecter ses engagements financiers. Des changements défavorables de circonstances ou de conditions économiques vont vraisemblablement affaiblir sa capacité à respecter ses engagements financiers. <b>Moody's</b> Sécurité financière adéquate. Mais certains éléments protecteurs peuvent manquer ou être incertains sur une longue période.
BB à C	Ba à C	Ces notes sont considérées « spéculatives ». Alors que les précédentes sont considérées « investissement ».
BB	Ba	<b>S&amp;P</b> De grandes incertitudes et risques face aux mauvaises conditions économiques et financières peuvent mener à une capacité inadéquate de respecter ses engagements financiers. Moins vulnérable sur le court terme que les notations plus basses. <b>Moody's</b> Sécurité financière incertaine. Souvent la capacité de cette émetteur à respecter ses engagements financiers est modérée et incertaine dans le futur.
B	B	<b>S&amp;P</b> Capacité de respecter ses engagements financiers sur le court terme. Des conditions d'activité, financière ou économique, défavorables vont vraisemblablement détériorer sa capacité ou sa volonté de respecter ses engagements financiers. <b>Moody's</b> Sécurité financière pauvre. L'assurance du respect de ses engagements financiers sur une longue période est faible.
CCC	Caa	<b>S&amp;P</b> Actuellement vulnérable. Sa capacité de respecter ses engagements financiers dépend de conditions d'activité, financière et économique, favorables. <b>Moody's</b> Sécurité financière très pauvre. Ils peuvent être en défaut ou des éléments de risques présents peuvent empêcher le respect des remboursements prévus.
CC	Ca	<b>S&amp;P</b> Actuellement hautement vulnérable. <b>Moody's</b> Sécurité financière extrêmement pauvre. Souvent en défaut ou des faiblesses importantes.
C	C	<b>S&amp;P</b> Hautement vulnérable à la cessation de paiement. <b>Moody's</b> Habituellement en défaut et le potentiel de recouvrement faible.
D	D	En défaut sur une ou plusieurs de ses obligations financières.

Source: A. Sardi, (2004). Bâle II. Paris. Edition Afges, p. 39.  
TABLE I.2 – Symboles et définitions de notes utilisés par Standard&Poor's et Moody's

## **Chapitre II**

# **Les approches de modélisation du SNI : partie théorique**

Après avoir cerné les contours du système de notation interne, nous allons désormais nous plonger dans la documentation afin de réaliser le notre.

Ce présent chapitre aura pour but de faire parler toute la théorie des méthodes les plus utilisées dans la littérature. À la fin, nous déploierons une comparaison de ces méthodes afin de mieux discerner leurs avantages et inconvénients.

### **I.1 Les différentes techniques de discrimination et de prédiction appliquées au rating**

Les méthodes de rating les plus utilisées par les banques, à cause de leur simplicité d'interprétation et leur grande fiabilité, sont généralement de type linéaire telles que la régression logistique. Il existe d'autres méthodes non linéaires et non paramétriques comme les réseaux de neurones et les arbres de décision qui sont également utilisées dans le domaine de notation.

On peut aussi citer les systèmes experts qui sont basés sur les règles de décision d'octroi de crédit déduites des caractéristiques du demandeur par les responsables du crédit. Ces règles vont permettre d'identifier et de mesurer le risque de défaut des emprunteurs et elles vont être intégrées dans le système opérationnel de décision.

On peut définir deux types de méthodes de rating, celles aboutissant à une fonction de score selon laquelle la décision sera prise ou encore les méthodes de décision et de classement directes.

## I.1.1 Les méthodes aboutissant à une fonction de score

### I.1.1.1 La régression logistique

La régression logistique se définit comme étant une technique permettant d'ajuster une surface de régression à des données lorsque la variable dépendante est dichotomique. Elle est utilisée pour des études ayant pour but de vérifier si des variables exogènes peuvent prédire une variable endogène dichotomique.

Cette technique n'exige pas une distribution normale des prédicteurs ni l'homogénéité des variances. Différents types de régression logistique existent, possédant chacune leur procédé statistique et conduisant à l'élaboration de différents modèles théoriques.

Le modèle de la régression logistique est un modèle **multivarié** qui permet d'exprimer sous forme de risque (ou de **probabilité**) la relation entre une variable Y **binaire** et une ou plusieurs variables, qui peuvent être quantitatives ou qualitatives :

- Y caractérise la variable étudiée (Sain/Défaillant) ;
- Les  $X_i$  caractérisent les facteurs de risque (ou facteurs pronostiques).

#### 1. Principe de la régression logistique

La régression logistique n'exige pas que les prédicteurs soient distribués normalement, linéaires ou qu'ils possèdent une variance égale entre chaque groupe. Les prédicteurs peuvent être des variables catégorielles ou continues.

La régression logistique permet aussi de détecter certains phénomènes non linéaires et de modéliser directement une probabilité.

Cependant elle présente certains inconvénients puisqu'elle :

- Suppose la non-colinéarité des variables explicatives ;
- Ne s'applique qu'aux données sans valeurs manquantes ;
- Reste sensible aux individus hors normes.

Le modèle logit se base sur un calcul itératif des coefficients de régression, et a pour objectifs :

- D'établir un score global identifiant les bons clients des mauvais du point de vue du remboursement des prêts ;
- De détecter les ratios et les variables les plus discriminants ;
- D'avoir la possibilité d'intégrer des facteurs qualitatifs.

## 2. Construction du modèle logit

Soit  $Y$  une variable binaire qui prend les valeurs :

$$\begin{cases} 1 : \text{Si le client est en défaillant} \\ 0 : \text{Si le client est sain} \end{cases}$$

La régression logistique est une méthode semi paramétrique qui se donne de modéliser pour un individu  $\ll i \gg$  l'espérance conditionnelle  $\mathbb{E}(Y_i|X = x)$ .

Pour une variable endogène ayant deux modalités (Sain  $\ll 0 \gg$ ; Défaillant  $\ll 1 \gg$ ), cette espérance n'est alors que la probabilité d'être défaillant étant donné les valeurs prises par les variables explicatives.

$$\mathbb{E}[Y_i|X = x] = 1 \times \mathcal{P}(y_i = 1|X = x) + 0 \times \mathcal{P}(y_i = 0|X = x) = \mathcal{P}(y_i = 1|X = x) = p_i$$

Afin de modéliser cette probabilité, on cherche une droite de la forme :

$$\text{logit}(\mathbb{E}[Y_i|X = x]) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_J X_J$$

C'est cette droite qui permet de retrouver le modèle logit :

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_J X_J$$

Le modèle de régression logistique peut s'écrire également sous une forme simplifiée :

$$p_i = \frac{\exp(\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i)} = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \sum_{i=1}^k \beta_i x_i)}$$

## 3. sélection des variables explicatives

Lorsqu'un modèle de régression contient un nombre important de variables explicatives fortement corrélées entre elles, il est intéressant d'examiner si un sous ensemble de ces variables permettrait d'obtenir un modèle meilleur que le modèle global.

- **Méthode ascendante** (*forward selection*)

La méthode de régression ascendante consiste à inclure une à une les variables explicatives du modèle global dans un nouveau modèle. Elle se décompose en plusieurs étapes.

La première étape consiste à sélectionner la variable explicative présentant la corrélation la plus élevée de toutes avec la variables à expliquer. Une fois la variable sélectionnée, il est nécessaire d'étudier la significativité de son coefficient. S'il s'avère qu'il n'est pas significativement différent de 0, la variable ne sera pas retenue pour faire partie du nouveau modèle. Il s'agit ensuite de réitérer ce processus sans omettre de tester la significativité du coefficient relatif à la variable étudiée.

Le problème est que l'on ne soucie pas de savoir si les variables incluses aux étapes précédentes sont toujours aussi pertinentes dans l'explication de  $y$  malgré l'ajout d'une nouvelle variable.

• **Méthode descendante** (*backward selection*)

La procédure démarre en estimant les paramètres du modèle complet incluant toutes les variables explicatives. À chaque étape, on choisit la variable dont le test de Student ( $H_0 : \alpha_j = 0$ ) est le moins significatif (p-value la plus grande), on la supprime et on ré-estime le modèle. Lors du passage du modèle complet  $M_p$  (non contraint) au modèle contraint  $M_q$ , on subit une perte. Il s'agit donc de tester si cette perte est significative ou pas. Pour cela on utilise la statistique de Fisher construite à partir des E.A.V associées à chaque modèle :

Modèle  $M_p$  :  $SCT = SCE_p + SCR_p$

Modèle  $M_q$  :  $SCT = SCE_q + SCR_q$

Le test associé :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : SCE_p - SCE_q = 0 \\ H_1 : SCE_p - SCE_q \neq 0 \end{array} \right.$$

On peut construire la statistique de test suivante :

$$F = \frac{SCE_p^2 - SCE_q^2}{(p - q)} \times \frac{(n - p - 1)}{(1 - SCE_p^2)}$$

avec :

SCT : Somme des carrés totale ;

SCE : Somme des carrés du modèle ;

SCR : Somme des carrés résiduelle ;

p : nombre de variables du modèle non contraint ;

q : nombre de variables du contraint ;

n : le nombre d'observations.

On rejette l'hypothèse  $H_0$  au risque  $\alpha$  si la statistique de test dépasse un certain seuil  $f_\alpha$ , tel que :

$$f_\alpha = F_{1-\alpha}[p - q, n - p - 1]$$

• **Méthode de régression pas à pas** (*stepwise regression*)

Il s'agit d'une amélioration de la méthode ascendante. A chaque étape de la procédure, on examine à la fois si une nouvelle variable doit être ajoutée selon un seuil d'entrée fixé, et si une des variables déjà incluses doit être éliminée selon un seuil de sortie fixé. Cette méthode permet de retirer du modèle d'éventuelles variables qui seraient devenues moins indispensables du fait de la présence de celles nouvellement introduites.

La procédure s'arrête lorsqu'aucune variable ne peut être rajoutée ou retirée du modèle selon les critères choisis.

**Il est important de noter que ces méthodes peuvent ne pas conduire au même choix de variables explicatives à retenir dans le modèle final.**

#### 4. Estimation des paramètres du modèle

L'estimation des paramètres de la fonction logistique se fait, généralement par maximum de vraisemblance où la vraisemblance est définie par :

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^N p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1-y_i} = \prod_{i=1}^N \left( \frac{p_i}{1 - p_i} \right)^{y_i} (1 - p_i)$$

Les coefficients de régression déduits de la maximisation de la vraisemblance du modèle logit sont interprétés selon leur signe :

- si  $\beta > 0$ , alors toute augmentation de la variable  $X_i$  a un effet positif sur  $p_i$  ;
- si  $\beta < 0$ , alors la probabilité de faire défaut est réduite par toute augmentation de  $X_i$ .

Pour des raisons de facilité de calcul, on maximise le logarithme de la vraisemblance par des méthodes numériques telles que l'algorithme de Newton-Raphson (voir annexe III).

#### 5. Vérification de la validité du modèle (significativité du modèle)

Dans la régression logistique où les variables de réponse (variable à expliquer  $Y_i$ ) ont une distribution de Bernoulli, plusieurs statistiques de tests peuvent être utilisées, permettant de vérifier les résultats obtenus par le modèle et d'évaluer sa robustesse, dont les plus connus à cet effet sont la statistique du rapport de vraisemblance logarithmique et la statistique de Wald.

##### • Test de Wald

C'est un test analogue au test de Student dans le cas des régressions usuelles, la statistique de Wald est le carré de la statistique de Student. Il est utilisé pour tester la significativité des coefficients estimés.

Nous pouvons tester l'hypothèse :

$$\begin{cases} H_0 : \hat{\beta}_j = 0 \\ H_1 : \hat{\beta}_j \neq 0, \end{cases}$$

Sous l'hypothèse  $H_0$ , la statistique de Wald ( $\omega^2$ ) suit approximativement une loi de khi-deux à un degré de liberté ( $\chi^2_{(1)}$ ), et s'écrit comme suit :

$$\omega^2 = \frac{\hat{\beta}_j^2}{\hat{\sigma}^2(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j^2}{\hat{V}(\hat{\beta}_j)} \sim \chi^2_{(1)}$$

Avec :

$\hat{V}$  : Estimateur de la variance de  $\hat{\beta}_j$  L'hypothèse  $H_0$  est rejetée pour tout  $\omega^2 \geq \chi^2_{(1)}(1 - \alpha)$ , tel que  $\alpha$  représente le seuil critique.

La statistique de Wald est facile à calculer et est donnée automatiquement dans la sortie de la plupart des logiciels statistiques.

• **Test du rapport de vraisemblance**

La statistique de vraisemblance est supérieure à la statistique de Wald parce qu'elle donne des résultats plus fiables, grâce au ratio de vraisemblance (likelihood ratio) exprimé par :

$$LR = -2 \times \ln \frac{\text{vraisemblance du modèle sans variable}}{\text{vraisemblance du modèle avec variable}}$$

Le test du rapport des vraisemblances « likelihood ratio test » est effectué afin de tester si une ou plusieurs variables peuvent être exclues du modèle (si les variables du modèle ont une possibilité explicative significative).

Soit le test :

$$\begin{cases} H_0 : \hat{\beta}_j = 0 \\ H_1 : \hat{\beta}_j \neq 0, \end{cases}$$

Selon ces hypothèses, les variables à retenir doivent augmenter significativement le rapport des vraisemblances. Sous l'hypothèse H0, LRT suit asymptotiquement une loi du khi-deux à p degré de liberté, ce test est donné par la statistique suivante :

$$LRT = 2 * [\log(l(\hat{\beta}_j, Y_i))|_{H_1} - \log(l(\hat{\beta}_j, Y_i))|_{H_0}] \sim \chi_p^2$$

Avec :

$-\log(l(\hat{\beta}_j, Y_i))|_{H_1}$  :Vraisemblance du modèle sans contrainte sous  $H_1$  (avec variable).

$-\log(l(\hat{\beta}_j, Y_i))|_{H_0}$  :Vraisemblance du modèle estimé

-p : nombre de paramètre selon le test.

Le test est défini par la région critique  $\omega = LRT \geq \chi_p^2(1 - \alpha)$  , l'hypothèse est rejetée si on a  $LRT \geq \chi_p^2(1 - \alpha)$ .

## I.1.2 Les méthodes de décision et de classement directs

### I.1.2.1 Les réseaux de neurones

Ce sont les travaux de Mc Culloch et al. (1943) qui ont montré, pour la première fois, que les réseaux de neurones pouvaient être appliqués dans la résolution des fonctions logiques, arithmétiques et symboliques complexes.

Les réseaux de neurones sont formés d'une couche d'entrées (variables input), d'une couche de sortie (variables output) et d'une ou plusieurs couches cachées de traitements qui forment l'ensemble des nœuds cachés connectés entre eux. Chaque couche prend ses entrées sur les sorties de la précédente.

À ce titre, si une couche (i) est composée de N(i) neurones, celles-ci prennent leurs entrées sur les neurones de la couche précédente de rang (i-1).

Chaque neurone (ou processus élémentaire) reçoit un nombre variable d'entrée  $X_i$  en provenance de neurones en amont. Le processus de traitement se présente comme suit :

• **Phase 1 : Les inputs**

À chacune des entrées est associé un poids  $w_i$  (qu'on appelle poids synaptique) représentatif de la force de connexion (figure n°II.1). Le neurone ne traite pas chaque information reçue unilatéralement, mais effectue une somme pondérée de toutes les entrées.

Cette somme représente la fonction de combinaison suivante :

$$a = \sum_{i=1}^R w_i \cdot X_i - b$$

avec :

b : le biais de neurone ou seuil d'activation du neurone.

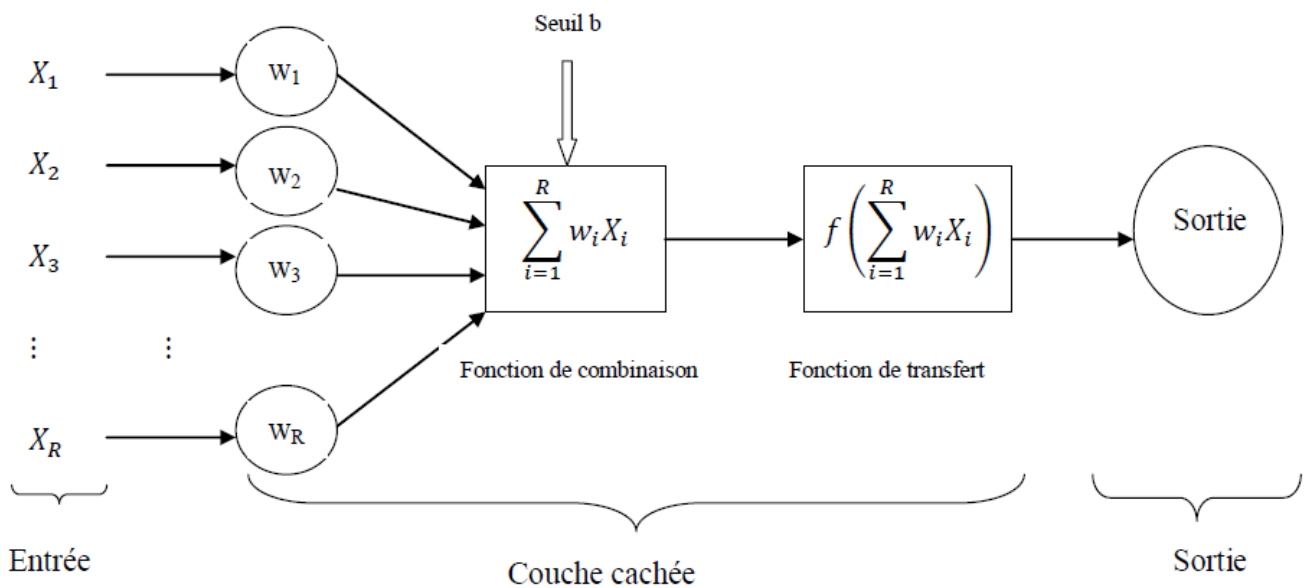
X : l'information qui parvient aux neurones de rang i de la couche d'entrée

R : le nombre d'informations

$w_i$  : la pondération du signal émis par le neurone de la couche d'entrée vers la neurone de la couche cachée.

a : le niveau d'activation du neurone, qui est le signal total reçu par le neurone de la couche cachée.

Un réseau de neurone peut être schématisé par la figure n°II.1 :



Source: Adapté de Tufféry, 2012

FIGURE II.1 – Conception d'un reseau de neurones

- **Phase 2 : Les fonctions de transfert**

Afin de déterminer une valeur de sortie, une seconde fonction, appelée fonction de transfert ou d'activation, est appliquée à la valeur  $a$ .

$$Y = f(w^f \cdot x - b)$$

$$Y = f\left(\sum_{i=1}^R w_i \cdot X_i - b\right)$$

La fonction de transfert la plus utilisée est la fonction sigmoïde qui est définie par la formule suivante :

$$Y = \frac{1}{1 + \exp(-a)}$$

Avec  $Y$  comprise entre 0 et 1 dans ce cas.

- **Phase 3 : L'apprentissage**

L'apprentissage est l'une des propriétés les plus importantes des réseaux de neurones. Elle consiste à développer le réseau de neurones jusqu'à atteindre le comportement désiré. Cette phase s'effectue à partir d'un échantillon de la population étudiée, les entrées  $X_i$  de l'échantillon lui permettent d'ajuster le poids  $w_i$  des connexions entre les noeuds de façon à améliorer la prédiction par un processus itératif, car il est souvent impossible de fixer à priori la valeur des poids des connexions d'un réseau pour une application donnée.

Une fois les poids fixés, la phase d'apprentissage s'achève et commence alors la phase d'utilisation du réseau de neurones.

Les réseaux de neurones, dans le cadre du credit rating, permettent de mettre en relation les inputs (la base de données qui est composée des dossiers de crédits) et les outputs (le résultat du crédit : défaut ou non) sans supposer que cette relation est linéaire.

La figure n°II.2 illustre le traitement des dossiers de crédit par les réseaux de neurones pour étudier la présence ou non du risque de crédit :

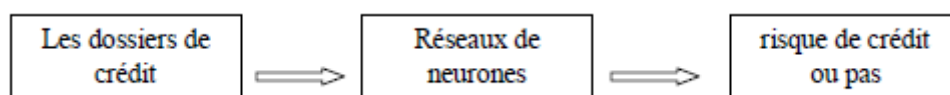


FIGURE II.2 – Application des réseaux de neurones au risque de crédit

### I.1.2.2 Les arbres de décision

Les arbres de décision ont été développés dans les années 1960 (AID<sup>1</sup> de Morgan et Sonquist) et sont très utilisées en marketing. Au départ, ces méthodes n'étaient pas utilisées par les statisticiens, ce n'est qu'à partir de 1984, qu'ils connaissent un grand essor avec les travaux de Breiman .

À partir de là, les arbres de décision sont devenus un des outils les plus importants du Data Mining et ceci à cause de la lisibilité des résultats et de la simplicité des interprétations.

Le principe des arbres de décision est de prédire une variable Y quantitative (arbre de régression) ou qualitative, dans notre cas défaut ou non ( arbre de décision, de classification, de segmentation) à l'aide de variables explicatives quantitatives ou qualitatives.

C'est le principe de l'arbre de décision binaire qui commence par construire l'arbre maximal, puis, à partir de la phase d'élagage, détermine l'arbre optimal qui sera testé à l'aide d'un échantillon test.

#### i . La construction de l'arbre

Cette phase consiste à répartir les individus d'une population (échantillon d'apprentissage) en n classes prédéfinies. Pour ce faire, il faut choisir la variable explicative qui sépare le mieux les individus de chaque classe.

La règle de division d'un noeud (segment) dépend de la nature statistique de la variable explicative :

- Si la variable est binaire "B" prenant pou valeurs 0 ou 1 : une seule division est possible contenu
- Si la variable est nominale "N" à "k" modalités :  $(2^k - 1)$  divisions sont possibles
- Si la variable est ordinale "O" à "k" modalités :  $(k-1)$  divisions sont possibles
- Si la variable est quantitatives "Q" ("q" valeurs distinctes) :  $(q-1)$  divisions sont possibles

Une fois la règle de division déterminée, elle va être appliquée à l'échantillon d'apprentissage pour une première division en plusieurs segments (noeuds).

Cette opération est répétée sur chaque noeud pour augmenter la discrimination, jusqu'à atteindre l'arbre maximal.

L'arbre maximal est atteint si :

- la division n'est plus possible.
- il ne reste plus qu'un seul individu dans chaque noeud.
- les individus sont identiques et ne peuvent plus être subdivisés.
- un critère d'arrêt de division de l'arbre est satisfait.

Pour choisir la meilleure séparation d'un noeud, on dispose de plusieurs critères tels que :

---

1. Automatic Interaction Detection

- Le critère du Chi-deux, lorsque les variables explicatives sont qualitatives ou discrètes.
- Le critère de Gini, pour tout type de variables explicatives.
- Le critère Twoing, pour tout type de variables explicatives avec une variable dépendante à plusieurs modalités.
- L'entropie ou information, pour tout type de variables explicatives.

### ii . La phase d'élagage

Une fois l'arbre maximale obtenu, on procède à une phase d'élagage. Cette phase consiste à tester chaque sous arbre de l'arbre maximal en utilisant un échantillon test distinct de l'échantillon d'apprentissage. On considère comme meilleur élagage, le sous arbre dit "optimal" qui minimise le taux d'erreur déterminé en utilisant l'échantillon test.

Grâce à cette phase, les segments les moins informatifs seront supprimés pour ne garder que les "purs" et qui contiennent des observations toutes identiques. Pour sélectionner l'arbre dit "optimal", on détermine l'ensemble optimal de sous arbres emboîtés  $\{A_{max} - 1, \dots, A_h, \dots, A_1\}$  pour  $1 \leq h < max$ .

Cet ensemble vérifie l'hypothèse :

$$TEA(A_h) = \min_{A \in S_h} \{TEA(A)\}$$

Avec  $TEA(A_h)$  est le taux d'erreur d'apprentissage du sous arbre  $(A_h)$  et  $S_h$  est l'ensemble des sous arbres de  $A_{max}$  ayant "h" segments terminaux.

### iii . La phase de test

Elle consiste à sélectionner le meilleur sous arbre  $A^*$  tel que l'erreur de classement associé à  $A^*$  (ETC) sur l'échantillon test soit la plus petite possible parmi tous les sous arbres et donc vérifie l'hypothèse suivante :

$$ETC(A^*) = \min_{1 \leq h < max} \{ETC(A_h)\}$$

## I.2 Comparaison des différentes techniques de rating

Nous présentons dans le tableau suivant les avantages et les inconvénients de chaque technique de rating :

	Avantages	Inconvénients	Règle de classification
Régression logistique	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Variables explicatives discrètes, qualitatives ou continues.</li> <li>-Variables à expliquer ordinale ou nominale.</li> <li>-Pas d'hypothèses de normalité, ni d'homoscédasticité pour les variables explicatives.</li> <li>-Possibilité de prise en compte les interactions entre variables.</li> <li>-Résultats faciles à interpréter.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Les variables explicatives doivent être non colinéaires.</li> <li>-La régression logistique ne converge pas toujours vers une solution optimale.</li> <li>-Ne traite pas les valeurs manquantes.</li> <li>-Sensible aux valeurs hors norme.</li> </ul>	Probabilité que l'événement de défaut se produise
Arbres de décision	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Les résultats sont exprimés sous forme de condition explicites sur les variables d'origine.</li> <li>-Compréhensibilité des résultats pour les utilisateurs.</li> <li>-Les variables explicatives peuvent ne pas suivre des lois probabilistes particulières.</li> <li>-Les arbres ne sont pas affectés par les individus hors norme.</li> <li>-Traite les données manquantes.</li> <li>-Tous types de variables : continues, discrètes et qualitatives.</li> <li>-Simple à utiliser.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-La détermination des noeuds du niveau (n+1) dépend fortement du noeud précédent (n).</li> <li>-L'apprentissage d'un arbre de décision nécessite un nombre assez grand d'individus.</li> <li>-Le score d'un individu dépend de la feuille à laquelle le conduisent les valeurs de ses prédicteurs.</li> </ul>	Associer une observation à l'attribut attaché à la feuille à laquelle il appartient.
Réseaux de neurones	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Modéliser des relations non linéaires entre les données.</li> <li>-Modéliser des problèmes de différents types.</li> <li>-Résiste aux données défectueuses.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Les résultats ne sont pas explicites et sont difficile à comprendre par les utilisateurs.</li> <li>-Le risque de sur-apprentissage.</li> <li>-La convergence vers la meilleure solution globale n'est pas toujours garantie.</li> <li>-Ne traite pas un grand nombre de variables.</li> </ul>	Affecter l'appartenance des individus aux classes définies.

Source: Auteurs

TABLE II.1 – Comparaison des différentes techniques de rating

## I.3 Les mesures de performance

La performance d'un modèle est mesurée par son pouvoir discriminant et sa capacité d'estimer la probabilité de défaut.

Plusieurs mesures sont proposées dans la littérature. Nous allons explorer celles les plus utilisées.

### I.3.1 Le taux de bons classements

La validation via le taux de bon classement consiste à évaluer la qualité de discrimination pour chaque catégorie. Plus le taux de bon classements est élevé pour un groupe, mieux sera le pouvoir discriminant de la fonction de score.

Le calcul du taux de bon classement se base sur le tableau suivant :

		Catégorie Prédite	
		Défaillante	Saine
Catégorie Réelle	Défaillante	$N_1$	$N_2$
	Saine	$N_3$	$N_4$

TABLE II.2 – Le taux de bons classements

Ainsi on peut définir :

Le taux de bon classement réel estimé pour les firmes défaillantes :

$$t_D = \frac{N_1}{N_1 + N_2}$$

Le taux de bon classement réel estimé pour les firmes non défaillantes :

$$t_{ND} = \frac{N_4}{N_3 + N_4}$$

Le taux de bon classement réel général estimé sur l'échantillon :

$$t_D = \frac{N_1 + N_4}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}$$

Il est toujours préférable d'examiner simultanément les taux de bon classement dans chaque groupe plutôt que le taux de classement général.

En effet, ce dernier est influencé par le groupe numériquement le plus nombreux et peut masquer l'insuffisance du taux de bon classement de la population de la population la moins nombreuse.

### I.3.2 La Courbe Receiver Operating Characteristic (ROC)

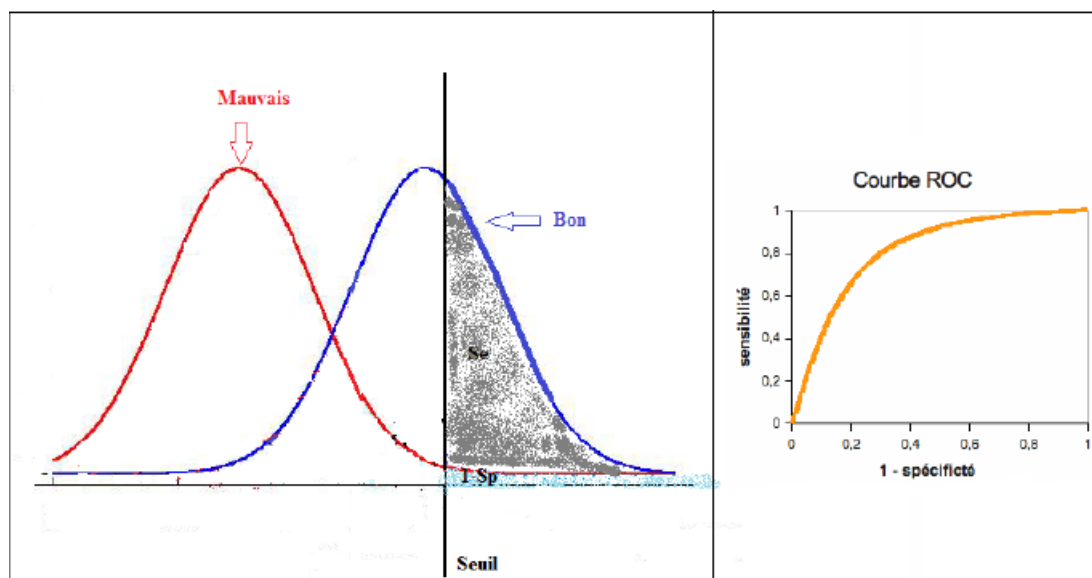
La courbe ROC est une représentation graphique des performances des **classificateurs à deux classes**. Elle a longtemps été utilisée dans différents domaines (la médecine, l'analyse du comportement du système de diagnostic...). Parmi les pionniers qui l'ont utilisé dans le domaine du "machine learning" on peut citer Spackman en 1989 et ce pour l'évaluation et la comparaison des différents algorithmes dans ce domaine. L'utilisation des courbes ROC est toujours d'actualité.

En matière de crédit bancaire, cette courbe relie la proportion de vrais positifs (bon dossier classés comme tels) à la proportion de faux positifs (mauvais dossiers classés comme bons) lorsqu'on fait varier le seuil du score d'acceptation du dossier.

La proportion de vrais positifs, appelée aussi sensibilité et notée  $S_e$  est définie comme étant le pourcentage des cas positifs correctement identifiés alors que la proportion des vrais négatifs appelée aussi spécificité et notée  $S_p$  est définie comme les cas négatifs correctement identifiés. Compte tenu de ces définitions les expressions de  $S_e$  et  $S_p$  se présentent comme suit :

$$S_p = \frac{TVN}{TFP + TVN} \text{ et } S_e = \frac{TVP}{TFP + TVN}$$

La figure n°II.3 montre les parties correspondantes à la sensibilité et la spécificité :



Source: Adapté de Saporta, 2009

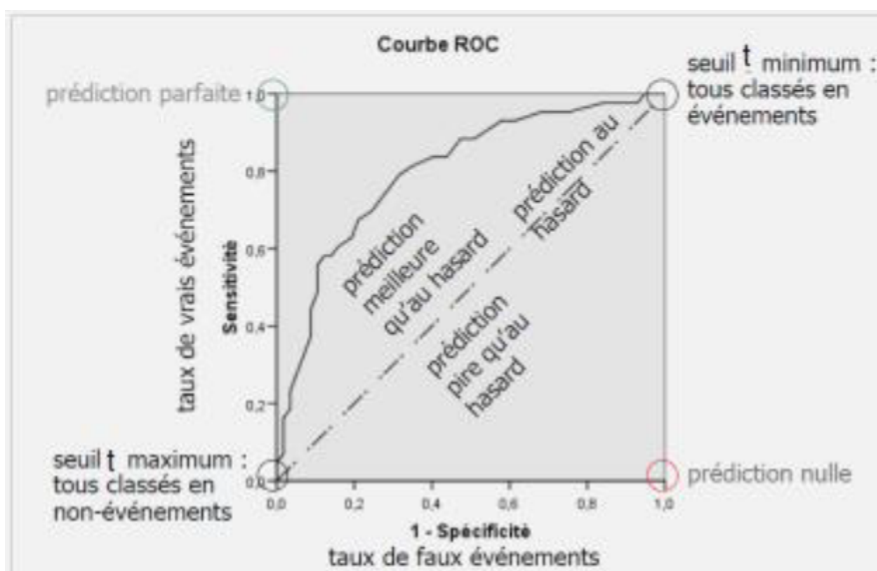
FIGURE II.3 – Présentation de la sensibilité et la spécificité

La règle de classification consiste à affecter, pour un seuil de classification donné  $t$ , un individu avec un score  $s > t$ , à la classe 1, et à la classe 0 si  $s < t$ .

La courbe ROC permet de définir la valeur seuil en représentant la sensibilité  $S_e$  en ordonné en fonction de  $(1 - S_p)$  en abscisse.

Si on note par classe 0 les vrais positifs et par classe 1 les faux positifs, la courbe ROC est alors représentée dans un plan dont l'axe vertical noté  $F_0(t)$  correspond à la proportion des individus de la classe 0 qui sont bien classés. L'axe horizontal noté  $F_1(t)$  correspond à la proportion des individus de la classe 1 qui sont mal classés.

La courbe passe par le point (0,0) au point (1,1) quand  $t$  décroît, la courbe ROC peut être présentée par la figure n°2.9 :



Source: Tufféry, 2012

FIGURE II.4 – Présentation de la sensibilité et la spécificité

### I.3.3 L'indice de Gini

L'indice de Gini, mesure classique de l'inégalité, est une simple transformation de l'AUC donnée par la relation :

$$Gini = 2 \times AUC - 1$$

Cet indice représente le double de la surface entre la courbe ROC et la diagonale, donc plus cet indice est élevé, meilleur est le modèle.

Bien que l'indice AUC soit considéré comme un outil très intéressant pour la comparaison entre différentes règles de classification et l'étude de la performance des classificateurs, il présente un problème majeur faisant partie intégrante de sa définition.

Ce problème a été explicité par Hand (Hand, 2009) qui a supposé que pour les deux types d'erreur de classification (classer des objets de classe 0 en classe 1, ou bien classer des objets de classe 1 en classe 0) il existe deux types de coûts de mauvais classement. Pour une paire de coûts d'erreur de classement donnée, on cherche à choisir, le seuil de classement  $t$ , de façon à minimiser la perte globale.

Hand a démontré que l'indice AUC est équivalent à l'espérance de la perte due à l'erreur de classement. Cette perte est calculée sur la base d'une distribution des coûts d'erreurs de classement qui dépendent des distributions empiriques des scores.

Ces distributions dépendent du classifieur utilisé (régression logistique, réseau de neurones...). Donc pour évaluer la performance d'un classifieur, l'indice AUC utilise différentes métriques qui dépendent du classifieur qu'on est en train d'évaluer.

### I.3.4 AIC

Le critère AIC s'applique aux modèles estimés par une méthode du maximum de vraisemblance. Il est défini par :

$$AIC = -2 \times \log(\tilde{L}) + 2 \times k$$

où  $\tilde{L}$  est la vraisemblance maximisée et  $k$  le nombre de paramètres dans le modèle.

Avec ce critère, la déviance du modèle  $-2 \log(\tilde{L})$  est pénalisée par 2 fois le nombre de paramètres.

L'AIC représente donc un compromis entre le biais, diminuant avec le nombre de paramètres et décrivant les données avec le plus petit nombre de paramètres possibles.

- La rigueur voudrait que tous les modèles comparés dérivent tous d'un même « complet » inclus dans la liste des modèles comparés.
- Il est nécessaire de vérifier que les conditions d'utilisation du modèle complet et de celui sélectionné sont remplies.
- Le meilleur modèle est celui possédant l'AIC le plus faible.

### I.3.5 BIC

Le Bayesian information criterion BIC est défini par :

$$BIC = -2 \times \log(\tilde{L}) + k \times \log(n)$$

Il est plus parcimonieux que le critère AIC puisqu'il pénalise plus le nombre de variables présentes de le modèle.

Dans la pratique l'AIC est utilisé pour retenir des variables pertinentes lors de prévisions, et le critère BIC vise la sélection de variables statistiquement significative dans le modèle.

### I.3.6 Indicateurs de performance des modèles : Test de Hosmer et de Lemeshow

Le test d'adéquation de l'ajustement de Hosmer-Lemeshow compare les effectifs attendus des événements et non événements aux effectifs observés afin d'évaluer l'ajustement du modèle aux données.

Les hypothèses du test :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{les probabilités théoriques sont proches de celles observées (modèle calibré)} \\ H_1 : \text{les probabilités théoriques sont proches de celles observées (modèle non calibré)} \end{array} \right.$$

Le principe du test :

Partitionner les n données en groupes selon les valeurs des probabilités prédites et tester ajustement des effectifs des groupes.

- Partitionner les n valeurs prédites  $\hat{p}_i$  en  $g < n$  groupes  $j = 1, 2, \dots, g$ .
- Déterminer pour chaque groupe j le nombre de cas observés et le nombre de cas prédits avec la caractéristique voulue ( $y_i = 1$ )
- Tester globalement la significativité de l'écart entre ces effectifs avec la statistique HL du khi-2 de Hosmer-Lemeshow.

$$X_{HL} = \sum_{i=1}^g \frac{(O_i - N_i q_i)^2}{N_i q_i (1 - q_i)} \sim \chi_{(g-2; 1-\alpha)}^2 \quad (\text{II.1})$$

Où :

$g$  : le nombre de classes d'effectifs marginaux égaux basés sur les percentiles de la probabilité estimée.

$O_i$  : le nombre d'événements dans le groupe i.

$N_i$  : le nombre d'individus dans le groupe i.

$q_i$  : la probabilité moyenne estimée d'événement dans le groupe i.

- **Le modèle est correct si on ne rejette pas  $H_0$ .**

## Chapitre III

# Les approches de modélisation du SNI : partie pratique

La mise en place d'un système de notation interne conforme aux normes bâloises, requiert une maîtrise éprouvée des techniques de la modélisation, et met en preuve plusieurs étapes intermédiaires, qui diffèrent selon les objectifs fixés au départ, les normes de l'environnement où il sera implémenté et surtout selon la pertinence de l'information collectée.

Ce présent chapitre a pour finalité le traçage de l'ossature complète du dit système de notation interne vis-à-vis de l'établissement envisageant son utilisation future.

### I.1 Présentation, traitement et statistiques des données

La phase de construction de la base de données constitue l'étape essentielle du projet, vue qu'elle conditionne non seulement sa réussite mais également ses performances quant à la réalisation du SNI.

Dans un contexte de contrainte de données, notre étude portera sur le segment corporate, particulièrement celui des Grandes Entreprises et nous allons travailler avec des contreparties observées sur deux ans.

Pour ce segment, les variables les plus utilisées sont celles qui représentent les états financiers des clients : Total bilan, Chiffre d'affaire, excédent brut d'exploitation...

#### I.1.1 Présentation des données

Pour la modélisation de **la probabilité de défaut**, nous avons créé, à partir de ces variables collectées, des ratios financiers classés en plusieurs catégories. Chaque catégorie reflète une information sur la solvabilité de l'entreprise notamment : la liquidité, la rentabilité, la structure et l'endettement.

Le tableau suivant décrit chaque ratio, et le signe attendu de son coefficient dans la modélisation en fonction de son influence sur la probabilité de défaut.

Catégorie	Ratio	Définition	signe
Rentabilité	$\frac{RN}{CA}$	Permet de mesurer le profit de l'entreprise uniquement grâce à son activité.	-
	$\frac{RN}{FP}$	Appelé Return Of Equity (ROE) , il traduit la rentabilité annuelle des capitaux propres par rapport aux bénéfices réalisés. Dit plus simplement, il permet de mesurer l'aptitude de l'entreprise à rentabiliser les capitaux engagés par les actionnaires.	-
	$\frac{EBE}{CA}$	La marge d'exploitation souligne l'excédent que génère réellement votre activité, indépendamment du cycle financier ou exceptionnel.	-
	$\frac{Rexpl}{FP}$	Ce ratio est un indicateur pertinent de la rentabilité mesurée en termes de l'argent investit.	-
Endettement	$\frac{END_{global}}{FP}$	Appelé <b>Gearing</b> , il met en exergue le poids de la dette d'une entreprise par rapport à ses fonds propres.	+
	$\frac{Frais\ finan}{EBE}$	Représente la capacité à payer les frais financiers via les revenus du cycle d'exploitation.	-
	$\frac{dettesCT}{EBE}$	Mesure la capacité à rembourser les dettes via les revenus du cycle d'exploitation.	+
	$\frac{dettesCT}{CA} \times 360$	Mesure la capacité à rembourser les dettes via le niveau de chiffre d'affaire exprimé en jours	+
	$\frac{dettesbanc}{FP}$	Ce ratio souligne dans quel mesure l'entreprise est dépendante des capitaux extérieurs pour financer son activité bancaire.	+
	$\frac{dettesCT}{FP}$	Mesure la capacité à rembourser les dettes via les fonds propres.	+
	$\frac{FI}{CA}$	Ce ratio nous permet de voir la part des frais d'intermédiaires dans le chiffre d'affaire de l'entreprise.	-
$\frac{FI}{EBE}$	Mesure la capacité de l'entreprise à payer ses intermédiaires via son résultat d'exploitation.	-	

Structure	$\frac{CAF}{FP}$	Ce ratio complète la rentabilité financière car il rapproche le flux financier dégagé par un exercice aux investissements de l'actionnariat.	-
	$\frac{FP}{CAP\ PERMANENTS}$	Appelé ratio ratio d'indépendance financière, il met en avant l'état de l'endettement financier de l'entreprise par rapport à ses fonds propres.	+/-
	$\frac{FP}{TOTAL\ BILAN}$	Ce ratio mesure la part des investissements qui sont financés par les fonds propres.	+/-
Liquidité	$\frac{Client}{CA} \times 360$	Le délai moyen de paiement des clients est un indicateur capital à suivre au sein d'une entreprise, il a un impact sur la trésorerie. Ainsi, calculer le délai moyen de paiement des clients permet de connaître le besoin en fonds de roulement, de savoir si les clients payent dans les temps et d'alerter s'ils payent en retard.	+
	$\frac{FDR}{CA} \times 360$	Il représente la part des ressources que l'entreprise alloue pour le moyen et long terme dans son chiffre d'affaire pour financer son cycle d'exploitation.	+/-
	$\frac{Four}{achats}$	Le délai moyen de paiement des fournisseurs est un indicateur à suivre au même titre que le délai moyen de paiement des clients.	+/-
	$\frac{Actif\ circulant}{Passif\ circulant}$	Le ratio de liquidité générale est un indicateur de la liquidité d'une entreprise ou d'un particulier et de sa capacité à rembourser ses dettes à court terme	-
	$\frac{Stock}{CA} \times 360$	La rotation des stocks indique le nombre de fois par an qu'une entreprise convertit ses stocks en ventes.	+/-
	$\frac{Trésorerie}{BFDR}$	Il indique la capacité d'une entreprise à gérer son besoin en fond de roulement à court terme sans recourir à ses actifs à court terme non liquides (dont les stocks).	-
	$\frac{Trésorerie}{TOTAL\ BILAN}$	Il indique la capacité d'une entreprise à faire face à ses engagements à court terme sans recourir à ses actifs à court terme non liquides (dont les stocks).	-

Source: Auteurs

TABLE III.1 – Définition des ratios

## I.1.2 Traitement des données

Avant de procéder à la modélisation de la probabilité de défaut, des analyses préliminaires sont primordiales afin de bien connaître la base de données et effectuer des retraitements.

### I.1.2.1 Valeurs manquantes

Les valeurs manquantes peuvent faire partie d'une tendance, être liées à d'autres caractéristiques ou indiquer une mauvaise performance. On recense dans notre base de données 30 observations avec une ou plusieurs valeurs manquantes dont 26 provenait du ratio trésorerie/Besoin en fonds de roulement.

TABLE III.2 – Tableau qui résume le nombre de valeurs manquantes pour les variables

Variable	Nombre d'valeurs manquantes
CAF_CA	4
Client_CA	4
Trs_bfdr_tr	26
Fraisfin_CA	4
FP_Tbilan	4

Dans le but de garder le maximum d'observations, et puisque toutes celles présentant des valeurs manquantes correspondent à des clients qui sont sains, nous avons décidé de supprimer le ratio en premier lieu. Nous avons ensuite supprimé les 4 observations avec des valeurs manquantes pour le reste des ratios.

### I.1.2.2 Observations redondantes

Lors de la modélisation, nous avons rencontré un problème statistique de données : **la séparation quasi-absolue**. Nous avons donc remarqué la présence des observations redondantes dans la base.

Nous entendons par observation redondante une ligne qui duplique les mêmes valeurs des variables sauf pour l'année d'observation. La présence de ces types de lignes dans la base nous a posé un problème lors de la modélisation parce qu'on viole l'hypothèse d'indépendance entre les observations or celui-ci doit être respecté afin de maximiser la vraisemblance.

Dans notre base de données **80** observations ont été recensé dont : **65** correspondaient aux contreparties n'étant pas en défaut durant les deux années. Elles ont été supprimé.

les autres **15** sont des contreparties qui étaient en défaut au moins durant une année. Afin de conserver le maximum d'information pouvant influencer la probabilité de faire défaut nous avons supprimé les observations durant les années où les clients étaient sains.

### I.1.2.3 Valeurs extrêmes

Quant aux valeurs extrêmes, elles peuvent avoir un effet négatif sur nos estimations. Nous avons donc décidé de les supprimer suivant les règles suivantes :

- Les observations dont la valeur pour une variable donnée est supérieure à 10 fois la valeur du 99e centile. Par exemple, l'observation pour laquelle la variable  $\frac{\text{Endettement Globale}}{\text{EBE}}$  prend la valeur maximale 17180 a été supprimée ;
- Les observations dont la valeur pour une variable donnée est inférieure à  $\frac{1}{10}$  fois la valeur du 1er centile.

Variable	Libellé	N	Minimum	1er centile	Maximum	99e centile
actifcircul_passif_circul	actifcircul_passif_circul	1733	0.0000	0.2803	114.1727	6.6593
FP_capitperm	FP_capitperm	1733	-2.1358	-1.0000	1.0000	1.0000
Four_Achats	Four_Achats	1733	-27.4788	2.3593	1235340.0000	2561.5753
Client_CA	Client_CA	1733	0.0000	1.0320	1845.8944	454.4599
dettesCT_CA_tr		1733	0.0000	0.0000	2154.3821	323.2462
stock_CA_tr		1733	0.0000	0.0000	1977.3207	550.2940
RN_CA		1733	-2.8940	-0.3006	1.5390	0.3766
FDR_CA_tr		1733	-3411.9570	-294.4599	5196.1743	693.6155
FI_CA		1733	0.0000	0.0000	0.7641	0.1908
EBE_CA		1733	-1.1720	-0.1410	0.9814	0.5815
Fraisfinan_CA		1733	0.0000	0.0000	2.7210	0.2830
DettesCT_FP		1733	-5.6125	0.0000	1693.0189	10.3311
RN_FP		1733	-141.3485	-1.8594	327.8235	4.7278
CAF_FP		1733	-142.1061	-1.3746	295.8503	8.1618
Rexp_FP		1733	-144.0606	-1.0481	467.6471	10.5708
Endglob_FP		1733	-139.5598	-2.5277	2863.3171	40.5615
dettesbanc_FP		1733	-5.6125	0.0000	1693.0189	12.3427
dettesCT_EBE		1733	-334.0615	-13.6040	1228.0000	45.5616
FI_EBE		1733	-169.9361	-1.7170	84.0000	3.9822
Endglob_EBE		1733	-5038.0663	-83.5755	17180.0000	148.4182
tresorerie_Tbil		1733	-0.9341	-0.6149	0.6986	0.2886
FP_Tbil		1733	-4.0662	-0.0886	0.9780	0.7889

TABLE III.3 – Statistiques uni-variées pour le traitement des valeurs extrêmes

Après avoir traité toutes les variables une à une, **20** observations avec des valeurs extrêmes ont été supprimé.

Notre base de données **finale** est constituée de **1713** clients dont :

- 703 sont observées durant deux années (1406 lignes de la base)
- 119 ont été observé l'année t uniquement.
- 188 ont été observé l'année t+1 uniquement.

### I.1.2.4 Échantillonnage

Dans le but d'appliquer la technique de validation croisée pour notre modélisation un échantillonnage de la base de données est nécessaire.

La validation croisée (« cross-validation ») est une méthode d'estimation de fiabilité d'un modèle fondé sur une technique d'échantillonnage. En fait, il y a au moins trois techniques de validation croisée : « tests et validation » ou « hold-out-method », « k-fold cross-validation » et « leave-one-out cross-validation » (LOOCV).

Dans notre analyse, on se basera sur la première méthode dont le principe est très simple mais donnant des résultats assez intéressants. Il suffit de diviser l'échantillon de taille  $n$  en deux sous échantillons, le premier d'apprentissage, communément supérieur à 60 % de l'échantillon, et le second de validation.

Nous avons fait un échantillonnage aléatoire simple, avec **70% pour la base apprentissage** en tenant en considération la nécessité que les moyennes de chaque variable soient approximativement égales entre les deux échantillons et les observations restantes ont été affectées à l'échantillon de validation.

Si le modèle s'exécute aussi bien sur l'échantillon validation que sur l'échantillon d'apprentissage, nous pouvons dire que la validation croisée est bonne.

Les tableaux ci-dessous résumant les statistiques uni-variées des deux bases.

Variable	Libellé	N	Moyenne	Minimum	1er centile	Médiane	Maximum	99e centile
actifcircul_passif_circul	actifcircul_passif_circul	1200	1.4005	0.0486	0.3012	1.0996	17.7898	6.5201
FP_capitperm	FP_capitperm	1200	0.8262	-2.1358	-0.8720	0.9849	1.0000	1.0000
Four_Achats	Four_Achats	1200	214.5326	0.0000	2.5095	120.9937	19975.2880	2050.6017
Client_CA	Client_CA	1200	123.6818	0.0000	1.6083	100.1843	1620.2354	434.6305
dettesCT_CA_tr	dettesCT_CA_tr	1200	61.0063	0.0000	0.0000	37.0829	2154.3821	318.9322
stock_CA_tr	stock_CA_tr	1200	71.6096	0.0000	0.0000	50.5877	1633.7613	572.1568
RN_CA	RN_CA	1200	0.0311	-2.8940	-0.2536	0.0194	1.5390	0.3610
FDR_CA_tr	FDR_CA_tr	1200	62.4693	-2998.5751	-306.7992	34.9954	4811.4318	693.9622
FI_CA	FI_CA	1200	0.0209	0.0000	0.0000	0.0094	0.7641	0.2019
EBE_CA	EBE_CA	1200	0.0909	-0.8565	-0.1081	0.0622	0.8588	0.5614
Fraisfinan_CA	Fraisfinan_CA	1200	0.0280	0.0000	0.0000	0.0135	2.7210	0.2769
DettesCT_FP	DettesCT_FP	1200	1.1335	-2.6285	0.0000	0.4583	24.5843	8.3773
RN_FP	RN_FP	1200	0.2071	-28.0442	-1.6129	0.1072	31.4291	3.7466
CAF_FP	CAF_FP	1200	0.4126	-7.1529	-0.9906	0.1870	42.3293	6.3929
Rexp_FP	Rexp_FP	1200	0.4658	-8.4725	-0.5458	0.2249	43.8600	8.6549
Endglob_FP	Endglob_FP	1200	4.2766	-89.6524	-0.0472	2.1929	349.8445	36.2666
dettesbanc_FP	dettesbanc_FP	1200	1.4622	-2.6285	0.0000	0.6671	108.2933	10.0391
dettesCT_EBE	dettesCT_EBE	1200	3.1785	-103.6225	-13.9056	1.1302	202.4387	44.1637
FI_EBE	FI_EBE	1200	0.2356	-22.9967	-1.7460	0.1345	33.7323	2.7813
Endglob_EBE	Endglob_EBE	1200	7.9640	-463.2814	-82.4194	6.2087	673.9566	122.0213
tresorerie_Tbil	tresorerie_Tbil	1200	-0.1193	-0.9341	-0.6360	-0.0858	0.6986	0.2806
FP_Tbil	FP_Tbil	1200	0.2778	-4.0662	-0.0158	0.2440	0.9496	0.7823

TABLE III.4 – Statistiques uni-variées pour la base apprentissage

Variable	Libellé	N	Moyenne	Minimum	1er centile	Médiane	Maximum	99e centile
actifcircul_passif_circul	actifcircul_passif_circul	513	1.3180	0.2010	0.2708	1.1088	10.7133	5.1567
FP_capitperm	FP_capitperm	513	0.7984	-1.4101	-1.0000	0.9495	1.0000	1.0000
Four_Achats	Four_Achats	513	265.8434	0.0000	3.8293	118.9448	25267.3302	2463.1121
Client_CA	Client_CA	513	123.1799	0.0000	0.6712	107.7086	699.9602	418.3962
dettesCT_CA_tr	dettesCT_CA_tr	513	63.1740	0.0000	0.0000	41.2407	712.2929	290.0861
stock_CA_tr	stock_CA_tr	513	75.0467	0.0000	0.0000	53.6984	1977.3207	445.9254
RN_CA	RN_CA	513	0.0270	-0.8819	-0.5097	0.0196	0.5606	0.3449
FDR_CA_tr	FDR_CA_tr	513	53.8254	-908.8548	-225.8825	34.4686	1318.9791	525.7771
FI_CA	FI_CA	513	0.0203	0.0000	0.0000	0.0111	0.6666	0.1339
EBE_CA	EBE_CA	513	0.0874	-1.1720	-0.3322	0.0638	0.8463	0.5683
Fraisfinan_CA	Fraisfinan_CA	513	0.0267	0.0000	0.0000	0.0150	1.3728	0.1557
DettesCT_FP	DettesCT_FP	513	1.2706	-5.6125	0.0000	0.5753	89.2088	10.3311
RN_FP	RN_FP	513	0.1408	-22.4459	-1.2619	0.1023	20.5091	2.1260
CAF_FP	CAF_FP	513	0.3243	-5.3457	-1.2275	0.1988	27.9529	2.8921
Rexp_FP	Rexp_FP	513	0.4329	-6.2032	-1.0481	0.2284	28.1436	3.3656
Endglob_FP	Endglob_FP	513	3.5640	-58.7998	-7.4979	2.1467	219.3921	26.3569
dettesbanc_FP	dettesbanc_FP	513	1.5978	-5.6125	0.0000	0.7759	103.8817	13.1403
dettesCT_EBE	dettesCT_EBE	513	3.6403	-55.8309	-12.7710	1.3826	234.2572	34.0290
FI_EBE	FI_EBE	513	0.3102	-4.6738	-0.9885	0.1469	15.8612	4.0992
Endglob_EBE	Endglob_EBE	513	10.7748	-236.1911	-62.8127	6.0522	948.7143	128.8108
tresorerie_Tbil	tresorerie_Tbil	513	-0.1244	-0.7087	-0.5571	-0.0953	0.5658	0.2713
FP_Tbil	FP_Tbil	513	0.2718	-0.7802	-0.0886	0.2369	0.8677	0.7896

TABLE III.5 – Statistiques uni-variées pour la base validation

Les tableaux montrent que les moyennes des variables sur les deux échantillons sont presque égales donc l'échantillonnage a été bien fait.

### I.1.3 Statistiques descriptives des données

Notre base de données présente un effectif de défaut qui est faible. Ceci est normal puisqu'on travail sur le portefeuille des grandes entreprises où le défaut est un événement rare.

CESWL				
CESWL	Fréquence	Pourcentage	Fréquence cumulée	Pctage cumulé
0	1665	97.20	1665	97.20
1	48	2.80	1713	100.00

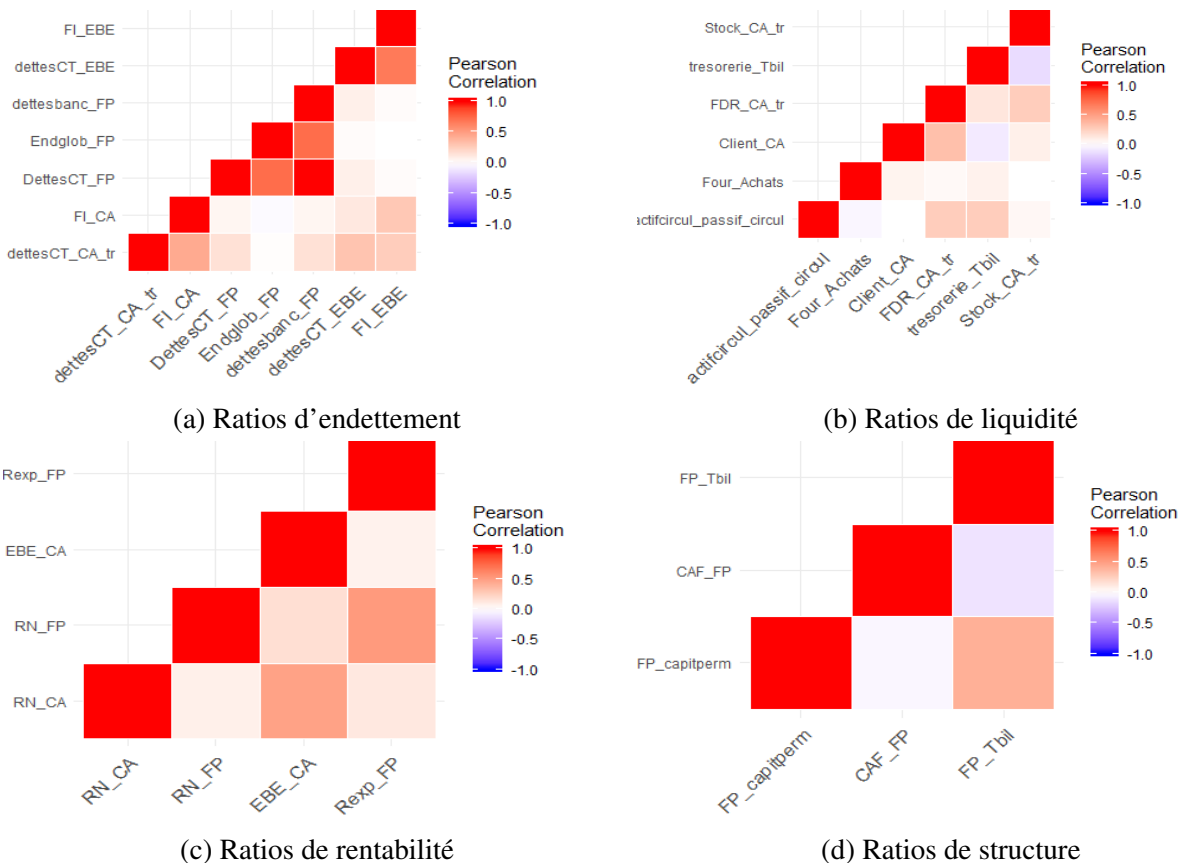
TABLE III.6 – Répartition des clients selon la variable qui représente le défaut.

En ce qui concerne les statistiques univariées, la tableau ci-dessous résume les statistiques telles que la moyenne, la médiane et la plage de valeurs et ce pour chaque ratio.

Variable	Libellé	N	Moyenne	Minimum	Maximum	Médiane
actifcircul_passif_circul	actifcircul_passif_circul	1713	1.3757959	0.0486492	17.7897881	1.1044053
FP_capitperm	FP_capitperm	1713	0.8178940	-2.1358290	1.0000000	0.9746142
Four_Achats	Four_Achats	1713	229.8988435	0	25267.33	120.6551717
Client_CA	Client_CA	1713	123.5314928	0	1620.24	102.6861021
dettesCT_CA_tr	dettesCT_CA_tr	1713	61.6554823	0	2154.38	38.0051423
stock_CA_tr	stock_CA_tr	1713	72.6389022	0	1977.32	51.3168202
RN_CA	RN_CA	1713	0.0298380	-2.8940141	1.5389656	0.0195275
FDR_CA_tr	FDR_CA_tr	1713	59.8807205	-2998.58	4811.43	34.8727317
FI_CA	FI_CA	1713	0.0207643	0	0.7640597	0.0101133
EBE_CA	EBE_CA	1713	0.0898766	-1.1720148	0.8588350	0.0625557
Fraisfinan_CA	Fraisfinan_CA	1713	0.0275777	0	2.7209647	0.0137926
DettesCT_FP	DettesCT_FP	1713	1.1745496	-5.6125141	89.2088167	0.4958108
RN_FP	RN_FP	1713	0.1872642	-28.0441919	31.4290909	0.1058244
CAF_FP	CAF_FP	1713	0.3861457	-7.1528926	42.3292978	0.1898217
Rexp_FP	Rexp_FP	1713	0.4559271	-8.4725069	43.8600000	0.2269429
Endglob_FP	Endglob_FP	1713	4.0631817	-89.6524039	349.8445230	2.1869170
dettesbanc_FP	dettesbanc_FP	1713	1.5028038	-5.6125141	108.2932862	0.7051885
dettesCT_EBE	dettesCT_EBE	1713	3.3167893	-103.6224726	234.2572464	1.2124274
FI_EBE	FI_EBE	1713	0.2579165	-22.9966644	33.7322721	0.1375487
Endglob_EBE	Endglob_EBE	1713	8.8057652	-463.2813559	948.7142857	6.1805245
tresorerie_Tbil	tresorerie_Tbil	1713	-0.1208169	-0.9341161	0.6985870	-0.0907572
FP_Tbil	FP_Tbil	1713	0.2760172	-4.0661685	0.9496004	0.2419556

TABLE III.7 – Statistiques descriptives

Avant de commencer la modélisation, nous avons essayé de réduire la dimension de nos ratios, et ce, en réalisant une Analyse en Composantes Principales (ACP) sur chacune des catégories. Cette dernière n'a pas abouti vu la faible corrélation entre les variables d'une même catégorie. Notre étude sera faite sur tous les 22 ratios.



## I.2 Élaboration des modèles

La construction du modèle sera faite sur l'échantillon d'apprentissage qu'on a retenu. Dans cette partie nous allons donner un aperçu sur les différentes méthodes de modélisation utilisées.

### I.2.1 Régression logistique

Nous avons construit notre modèle en utilisant la méthode de régression logistique, qui donne le plus souvent le meilleur taux de bon classement et qui choisit les variables les plus pertinentes dont les coefficients qui leurs sont associés sont les plus significatifs.

Pour la sélection des variables explicatives, nous utiliserons les procédures **forward**, **backward** et **stepwise**.

#### I.2.1.1 Sélection par la méthode forward

Pour cette partie nous allons détailler le processus de modélisation en expliquant les sorties extraites du logiciel SAS.

Le modèle retenu par la méthode de sélection forward est le suivant :

Estimations par l'analyse du maximum de vraisemblance					
Paramètre	DDL	Estimation	Erreur type	Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept	1	-5.0342	0.4182	144.9179	<.0001
Client_CA	1	0.00403	0.00110	13.4711	0.0002
dettesCT_CA_tr	1	0.00228	0.000993	5.2819	0.0215
EBE_CA	1	-4.3789	1.8410	5.6573	0.0174
FI_EBE	1	-0.1298	0.0564	5.3047	0.0213
tresorerie_Tbil	1	-4.1762	0.9496	19.3391	<.0001

TABLE III.8 – Modèle retenu par la méthode de sélection forward

Toutes les variables sont significatifs au seuil de 5%.

Ceci est aussi confirmé par les intervalles de confiance, de maximum de vraisemblance et de Wald qui ne sont pas centrés autour de 0.

Valeurs estimées du paramètre et intervalle de confiance de vraisemblance de profil			
Paramètre	Estimation	90% Intervalle de confiance	
Intercept	-5.0342	-5.7677	-4.3857
Client_CA	0.00403	0.00206	0.00581
dettesCT_CA_tr	0.00228	0.000310	0.00394
EBE_CA	-4.3789	-7.2657	-0.9937
FI_EBE	-0.1298	-0.2220	-0.0326
tresorerie_Tbil	-4.1762	-5.7612	-2.6256

Valeurs estimées du paramètres et intervalles de confiance de Wald			
Paramètre	Estimation	90% Intervalle de confiance	
Intercept	-5.0342	-5.7220	-4.3463
Client_CA	0.00403	0.00222	0.00583
dettesCT_CA_tr	0.00228	0.000649	0.00392
EBE_CA	-4.3789	-7.4072	-1.3507
FI_EBE	-0.1298	-0.2226	-0.0371
tresorerie_Tbil	-4.1762	-5.7382	-2.6142

TABLE III.9 – Les intervalles de confiance des coefficients

On peut aussi voir à partir de la matrice de corrélation que les coefficients de corrélation de Pearson sont plus ou moins faibles.

Coefficients de corrélation de Pearson, N = 1200 Proba >  r  sous H0: Rho=0					
	Client_CA	dettesCT_CA_tr	EBE_CA	FI_EBE	tresorerie_Tbil
<b>Client_CA</b>	1.00000	0.23572	0.01595	0.24800	-0.05547
Client_CA		<.0001	0.5810	<.0001	0.0547
<b>dettesCT_CA_tr</b>	0.23572	1.00000	-0.10561	0.29709	-0.51373
dettesCT_CA_tr	<.0001		0.0002	<.0001	<.0001
<b>EBE_CA</b>	0.01595	-0.10561	1.00000	-0.00236	0.26042
EBE_CA	0.5810	0.0002		0.9350	<.0001
<b>FI_EBE</b>	0.24800	0.29709	-0.00236	1.00000	-0.09323
FI_EBE	<.0001	<.0001	0.9350		0.0012
<b>tresorerie_Tbil</b>	-0.05547	-0.51373	0.26042	-0.09323	1.00000
tresorerie_Tbil	0.0547	<.0001	<.0001	0.0012	

FIGURE III.2 – Test de nullité globale

Le test global  $BETA=0$  présente une p-value inférieure à 0.05, ce qui signifie qu'au moins un des ratios étudiés exerce une influence significative sur la probabilité de faire défaut.

Test de l'hypothèse nulle globale : BETA=0			
Test	Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
Rapport de vrais	50.0775	5	<.0001
Score	60.0023	5	<.0001
Wald	41.4438	5	<.0001

TABLE III.10 – Test de nullité globale

La statistique de Hosmer-Lemeshow (HL) est calculée de la manière suivante. A partir du modèle estimé, les probabilités prédites sont générées pour toutes les observations. Elle sont triées par ordre croissant et ensuite elles ont été regroupées en 10 intervalles.

Partition pour les tests de Hosmer et de Lemeshow					
Groupe	Total	CESWL = 1		CESWL = 0	
		Observé	Attendu	Observé	Attendu
1	120	0	0.19	120	119.81
2	120	1	0.47	119	119.53
3	120	0	0.69	120	119.31
4	120	1	0.95	119	119.05
5	120	2	1.30	118	118.70
6	120	1	1.82	119	118.18
7	120	0	2.54	120	117.46
8	120	4	3.64	116	116.36
9	120	6	5.44	114	114.56
10	120	17	14.96	103	105.04

Test d'adéquation de Hosmer et de Lemeshow		
Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
5.2612	8	0.7293

TABLE III.11 – Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow

Pour chaque intervalle, le nombre des événements attendu est obtenu en faisant la somme des probabilités prédites. Pour obtenir le nombre attendu des non-événements, on soustrait le nombre attendu des réalisations de l'événement du nombre de cas dans l'intervalle. Ce sont ces fréquences attendues qui sont comparées avec les fréquences observées de la statistique de chi-deux de Pearson. Le degré de liberté est le nombre d'intervalle moins 2.

Une p-value élevée, comme dans notre cas, indique que le modèle ajusté ne peut pas être rejeté et nous mène à conclure que le modèle ajuste bien les données.

L'aire sous la courbe de ROC est de 84,07%, le modèle présente un bon pouvoir prédictif.

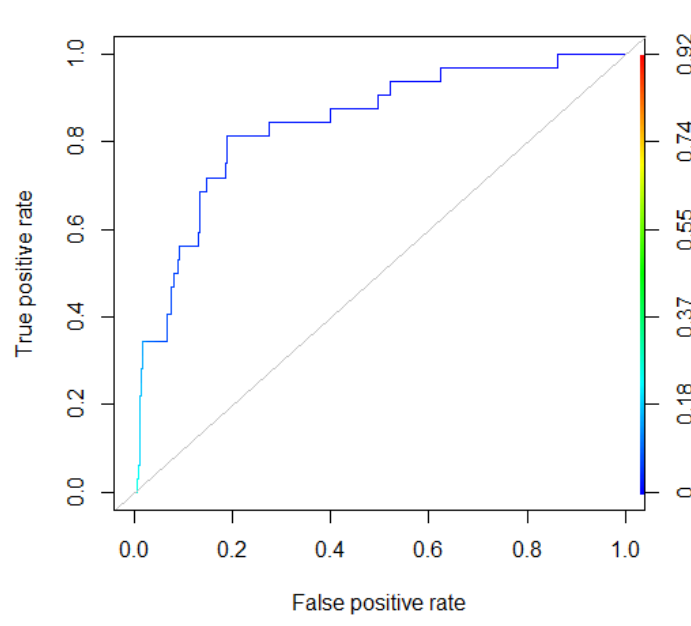


FIGURE III.3 – Courbe de roc du modèle avec sélection forward

### I.2.1.2 Sélection par la méthode Backward

Estimations par l'analyse du maximum de vraisemblance					
Paramètre	DDL	Estimation	Erreur type	Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept	1	-5.0474	0.3866	170.4709	<.0001
Client_CA	1	0.00317	0.000922	11.7919	0.0006
CAF_FP	1	-0.6678	0.2229	8.9779	0.0027
tresorerie_Tbil	1	-4.9815	0.8739	32.4968	<.0001

TABLE III.12 – Modèle retenu par la méthode de sélection backward

Le test global de nullité présente une p-value inférieure à 0.05, donc au moins une des variables étudiées exerce une influence significative sur la probabilité de faire défaut.

Test de l'hypothèse nulle globale : BETA=0			
Test	Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
Rapport de vrais	45.7569	3	<.0001
Score	45.5252	3	<.0001
Wald	42.2368	3	<.0001

TABLE III.13 – Test de nullité globale

La figure ci-dessus montre les résultats de la régression logistique avec la sélection type Backward.

D'après ce résultat, nous remarquons que, la statistique de Wald est significative pour toutes les variables à un seuil inférieur à 5%, et donc les coefficients des variables retenues sont significatifs et contribuent à l'amélioration du modèle.

De plus le test de Hosmer-Lemeshow confirme l'adéquation du modèle

Test d'adéquation de Hosmer et de Lemeshow		
Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
7.9183	8	0.4415

TABLE III.14 – Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow

La courbe ROC viendra confirmer notre résultat à travers le graphique suivant :

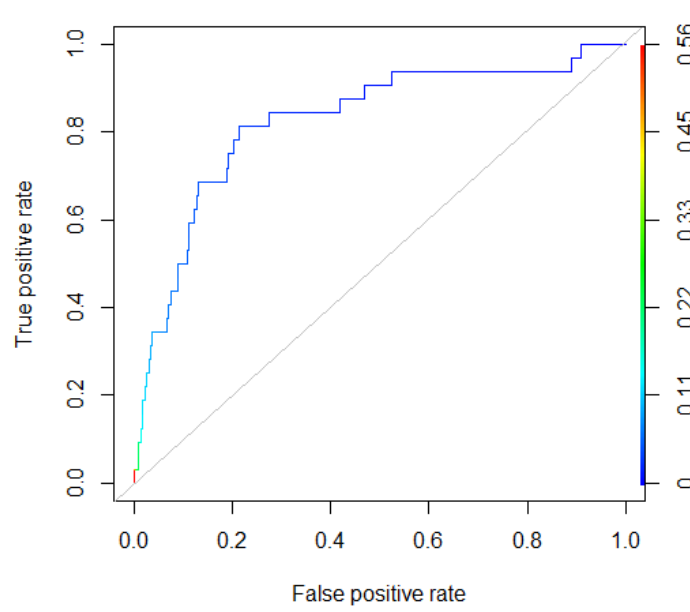


FIGURE III.4 – Courbe de roc du modèle avec sélection backward

### I.2.1.3 Sélection par la méthode stepwise

Le modèle retenu par la méthode de sélection stepwise est le suivant :

Estimations par l'analyse du maximum de vraisemblance					
Paramètre	DDL	Estimation	Erreur type	Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept	1	-4.7955	0.3904	150.9051	<.0001
Client_CA	1	0.00330	0.000968	11.6021	0.0007
EBE_CA	1	-4.2277	1.8334	5.3174	0.0211
tresorerie_Tbil	1	-4.5394	0.8948	25.7354	<.0001

TABLE III.15 – Modèle retenu par la méthode de sélection stepwise

Au risque de 5% le modèle est valide et compatible avec nos données.

Test d'adéquation de Hosmer et de Lemeshow		
Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
5.8372	8	0.6655

TABLE III.16 – Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow-stepwise

La courbe ROC étant assez éloigné de la première bissectrice, on conclut que le modèle ajuste bien nos données.

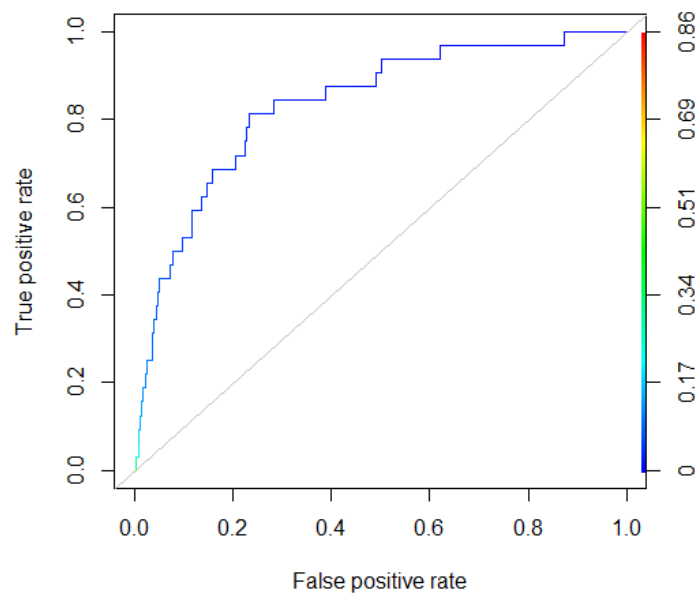


FIGURE III.5 – Courbe de roc du modèle avec sélection stepwise

Il est important de noter que nous avons fait la modélisation de la variable de défaut binaire par d'autres modèles, à savoir :

- Le modèle **probit** : la fonction de lien est l'inverse la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite :  $\Phi^{-1}(p_i)$ .
- Le modèle logarithmique double complémentaire **log-log** : la fonction de lien est :  $\log[-\log(1 - p_i)]$

En appliquant les différentes méthodes de sélection des variables (stepwise, forward et backward) nous avons obtenu les mêmes modèles de la régression logistique avec le lien **logit** ( $\log(\frac{p_i}{1-p_i})$ ).

Nous avons préféré de continuer le travail avec le lien Logit parce qu'il est plus pratique à utilisée.

## I.2.2 Arbre de décision

L'arbre de décision évalue les règles de découpe potentielles entre les groupes de risque par plusieurs critères : **gini**, **entropie** et **ProbChisq**.

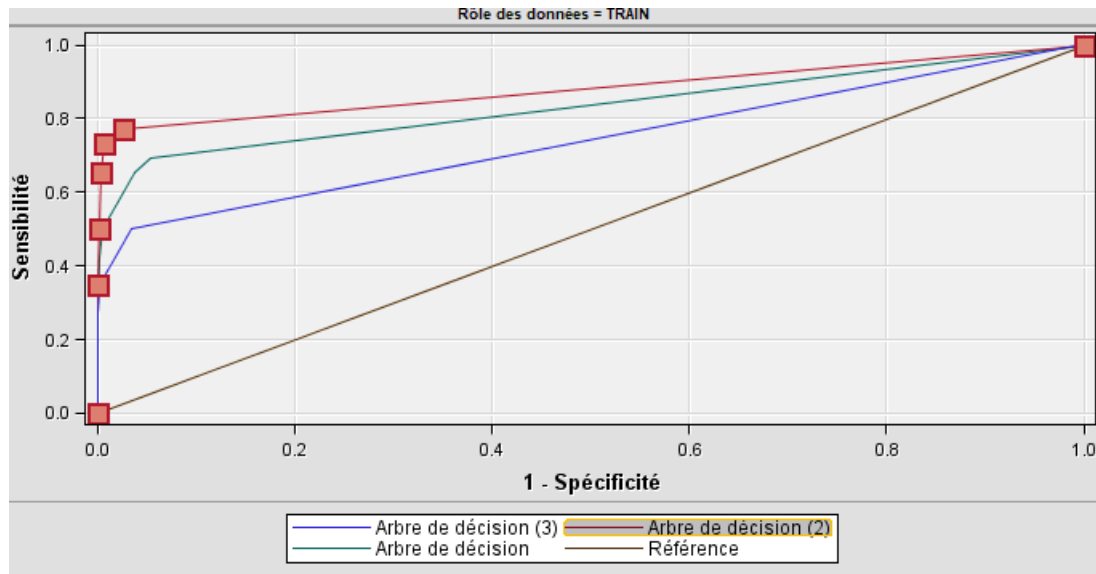


FIGURE III.6 – Courbe de ROC de l'arbre de décision

Après avoir comparé entre les modèles par la courbe de ROC, on va garder l'arbre qui correspond au critère **entropie** (cf. annexe II) .

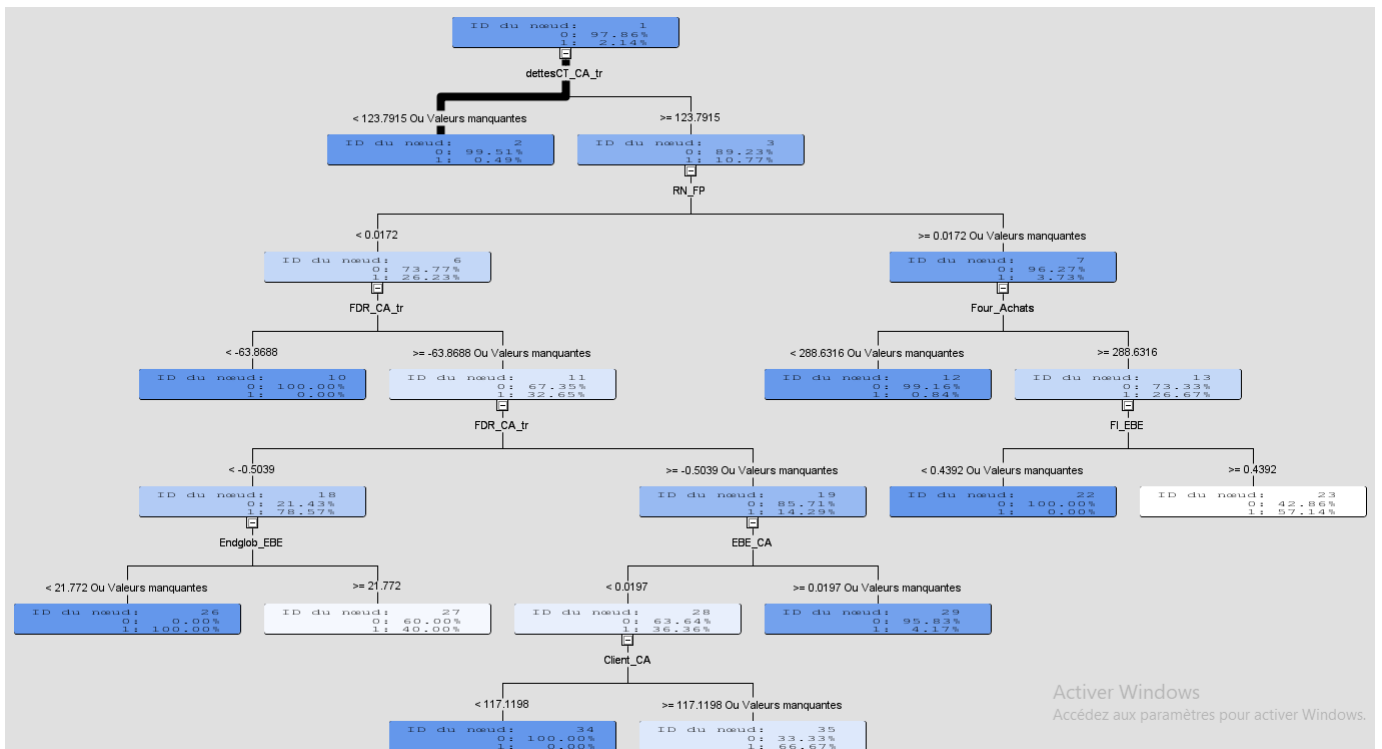


FIGURE III.7 – Arbre de décision

La modélisation sera faite à partir des segments qui ont été pris des nœuds discriminants de l'arbre de décision pour chaque variable pouvant exercer une influence significative sur le défaut.

Avant de faire la régression, on fait la segmentation des classes sous SAS.

```

*/Arbre de décision;
data wassim.arbre_apprentissage;
set wassim.apprentissage;

if dettesCT_CA_tr < 123.7915 then dettesCT_CA_tr='1';
if dettesCT_CA_tr >= 123.7915 then dettesCT_CA_tr='2';

if RN_FP < 0.01719 then RN_FP='1';
if RN_FP >= 0.01719 then RN_FP='2';

if Four_Achats < 288.632 then Four_Achats='1';
if Four_Achats >= 288.632 then Four_Achats='2';

if FI_EBE < 0.43917 then FI_EBE='1';
if FI_EBE >= 0.43917 then FI_EBE='2';

if Endglob_EBE < 21.772 then Endglob_EBE='1';
if Endglob_EBE >= 21.772 then Endglob_EBE='2';

if FDR_CA_tr < -63.869 then FDR_CA_tr='1';
if -0.5039 > FDR_CA_tr >=-63.869 then FDR_CA_tr='2';
if FDR_CA_tr >= -0.5039 then FDR_CA_tr='3';

if EBE_CA < 0.01971 then EBE_CA='1';
if EBE_CA >= 0.01971 then EBE_CA='2';

if Client_CA < 117.1198 then Client_CA='1';
if Client_CA >= 117.1198 then Client_CA='2';

run;

```

FIGURE III.8 – Segmentation des variables sous SAS

Les résultats de la régression sont les suivants :

Estimations par l'analyse du maximum de vraisemblance						
Paramètre		DDL	Estimation	Erreur type	Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept		1	-3.0238	0.3222	88.0711	<.0001
dettesCT_CA_tr	1	1	-1.6072	0.2651	36.7611	<.0001
Four_Achats	1.000000000	1	-0.6272	0.2580	5.9109	0.0150
Endglob_EBE	1	1	-0.4235	0.2467	2.9461	0.0861
Client_CA	1.0000000000000	1	0.2162	0.2291	0.8906	0.3453

TABLE III.17 – Paramètres du modèle-arbre de décision

Le modèle est adéquat selon le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow.

Test d'adéquation de Hosmer et de Lemeshow		
Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
2.1742	3	0.5370

TABLE III.18 – Le test d'adéquation de Hosmer-Lemeshow

Même si le modèle retenu de l'arbre de décision est correcte sur l'échantillon d'apprentissage, son pouvoir prédictif sur la base de validation a été faible en comparaison avec les autres modèles.

Ce modèle ne sera pas utilisé dans la suite de notre étude.

### I.2.3 Réseaux de neurones

Le réseau de neurones est une méthode de classification non linéaire. Les résultats obtenus sont donc une simple prédiction de la probabilité de faire défaut ou pas. Étant très complexe, nous avons juste fait un réseau à une couche à l'aide du package nnet sous R. Nous n'allons pas présenter les résultats de cette partie vu que nous n'avons pas pu obtenir des résultats satisfaisants.

### I.2.4 Comparaison et choix des modèles

TABLE III.19 – Le tableau des critères de comparaison

	BIC	AIC	Aire-courbe ROC	Nb var
stepwise	264,38	259,44	0,8325	4
forward	264,42	257,02	0,8407	6
backward	262,34	257,34	0,8249	4

Nous allons garder le modèle obtenu grâce à la procédure forward parcequ'il présente l'AIC le plus petit soit 257,02 et l'aire sous la courbe ROC est la plus grande 84,07 %.

L'équation du modèle retenu est la suivante :

$$Score = -5.03 + 0.004 * \frac{Client}{CA} + 0,002 * \frac{dettes\ court\ terme}{CA} - 4,32 * \frac{EBE}{CA} - 0,13 * \frac{FI}{EBE} - 4,18 * \frac{trésorerie}{Total\ bilan}$$

Les ratios retenus dans le modèle prend en compte les catégories reflétant une information sur la solvabilité suivantes : liquidité, endettement, rentabilité.

### I.2.5 Détermination du seuil de défaut et du pouvoir prédictif du modèle

Le seuil de défaut est déterminé d'une manière à maximiser les taux de bon classements réels pour les firmes (défaillantes ou non défaillantes).

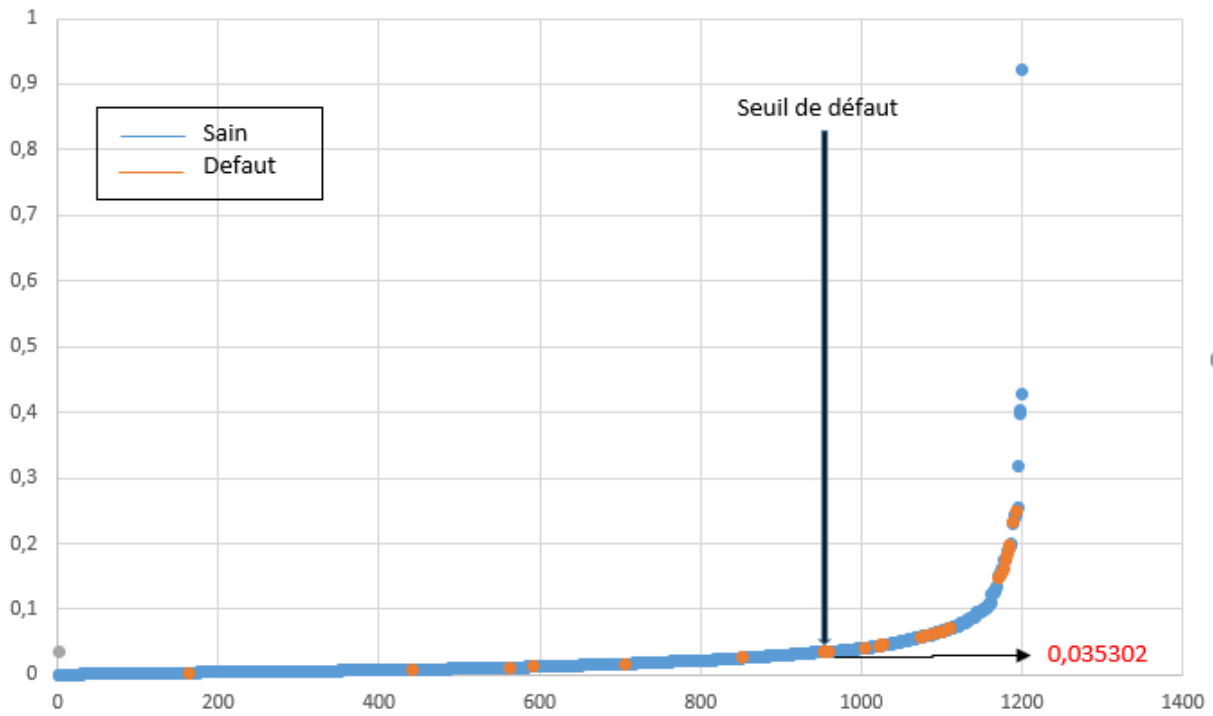


FIGURE III.9 – Seuil de défaut

Le graphique ci-dessus a été construit de la manière suivante :

- La probabilité de défaut instantanée estimée par le modèle est calculée pour chaque observation.
- Les probabilités sont ensuite triées et numérotées par ordre croissant.
- Les observations sont séparées en deux groupes : celles qui prennent la valeur 1 pour la variable de défaut et le reste de la base.
- Les probabilités prédites pour les deux sous-groupes sont tracées conjointement dans le même graphique : Les points en **bleu** représentent les clients sains et ceux en **orange** représentent les clients en défaut.
- Le seuil de défaut est fixé de manière à répartir d’une manière optimale le nombre de points en bleu sur la partie à gauche du seuil et ceux en orange sur sa droite. En faisant ceci, on se rassure du fait d’avoir un bon taux de bon classement réel pour toutes les firmes : défaillantes ou pas.

Ce seuil de défaut appliqué à notre modèle, nous a permis de classer 947 entreprises parmi 1168 dans leurs classes d’origine; donc, il nous a procuré un taux de bon classement globale égal à  $81,079\% = \frac{947+26}{947+26+221+6}$ , présenté dans le tableau suivant :

	0	1
0	947	221
1	6	26

TABLE III.20 – Matrice de confusion-Apprentissage

### I.2.6 Cross validation du modèle retenu

L'équation du modèle retenu est la suivante :

$$Score = -5.03 + 0.004 * \frac{Client}{CA} + 0,002 * \frac{dettes\ court\ terme}{CA} - 4,32 * \frac{EBE}{CA} - 0,13 * \frac{FI}{EBE} - 4,18 * \frac{trésorerie}{Total\ bilan}$$

Afin d'appliquer la validation croisée à notre modèle, nous allons le tester sur l'échantillon de validation.

Pour ce faire, nous allons répéter les mêmes étapes de la construction de la courbe ci-dessus (III.10) en gardant le seuil de défaut retenu à partir de l'échantillon d'apprentissage.

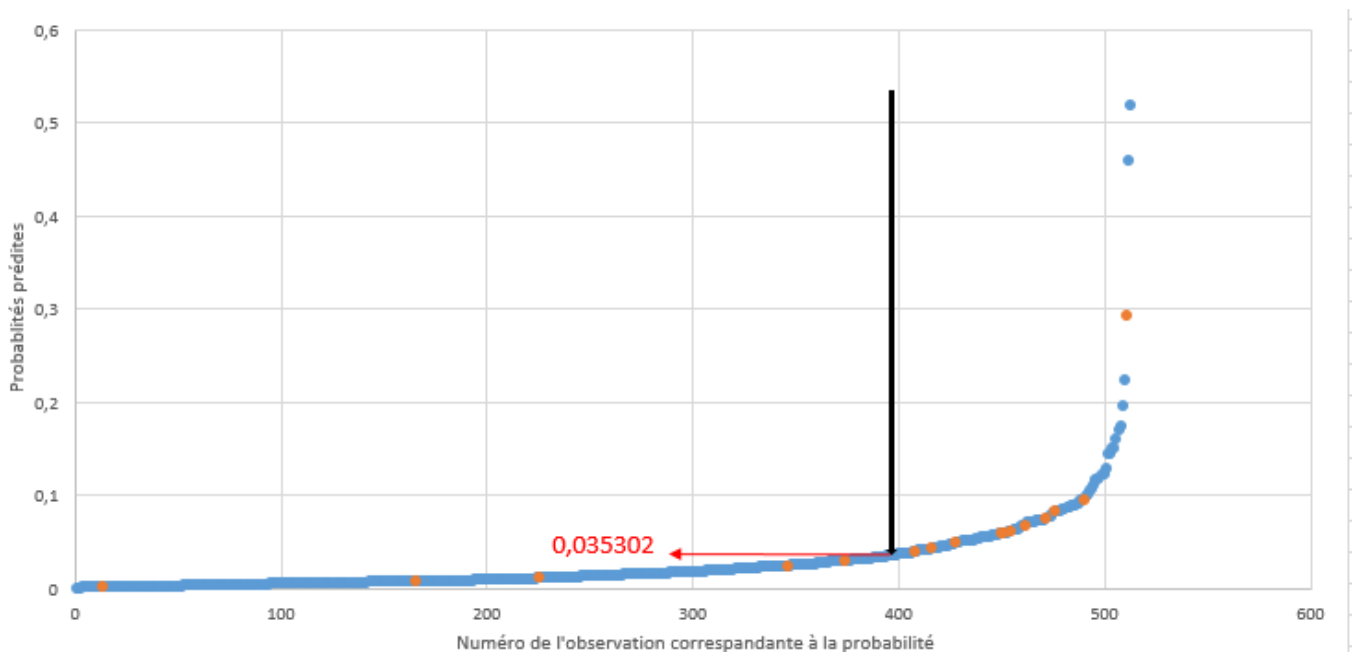


FIGURE III.10 – Seuil de défaut appliqué à la l'échatillon de validation

Le taux de bon classement global de 78,75%.

	0	1
0	393	104
1	5	11

TABLE III.21 – Matrice de confusion-Validation

Le tableau ci-dessous présente les pourcentages de bonnes prédictions des deux échantillons.

	bp-sain	bp-défaut
Apprentissage	81,08%	81,25%
Validation	79,07%	68,75%

TABLE III.22 – Les pourcentages des bonnes prédictions

Au vu de ce tableau, le modèle retenu a un bon pouvoir prédictif du défaut : **81,25%** de bonnes prédictions des défauts sur l'échantillon d'apprentissage et **68,75%** sur l'échantillon de validation.

- **Validation économique du modèle**

Toutes les coefficients des variables estimés par le modèle sont cohérents avec les résultats attendus et existants dans la littérature.

Le délai moyen de paiement des clients et le ratio des dettes à court termes sur le chiffre d'affaire sont des facteurs qui augmentent la probabilité de défaut (toute chose égale par ailleurs).

Le graphique des effets représente les probabilité prédite comme fonction des variables du modèle retenu et ce en maintenant les autres variables à leur valeur moyenne.

Si on avait des variables qualitatives dans notre modèle, celles-ci auraient été fixées à leur niveau de référence.

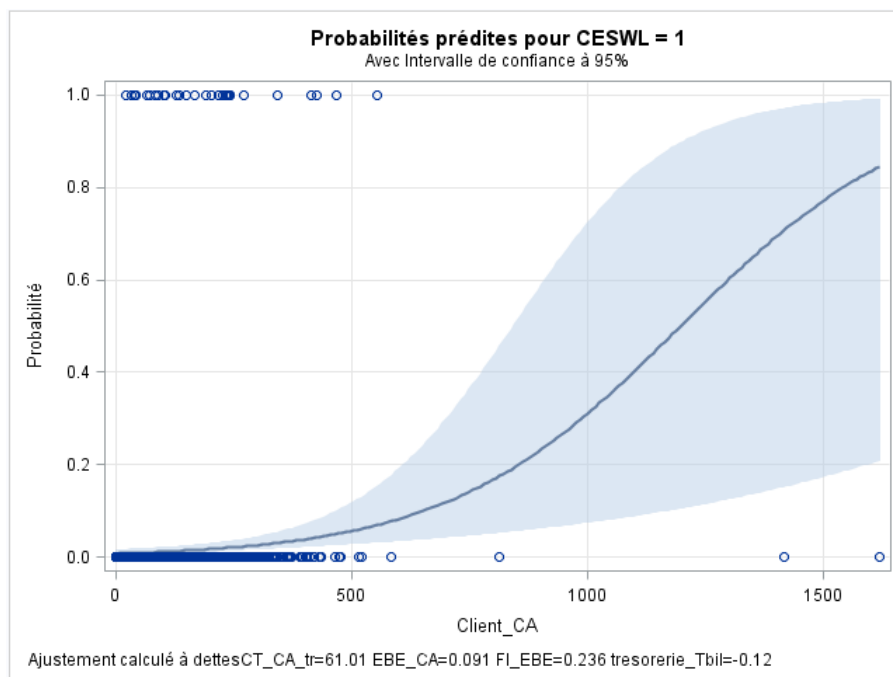


FIGURE III.11 – Graphique de l'effet de la variable Client\_CA

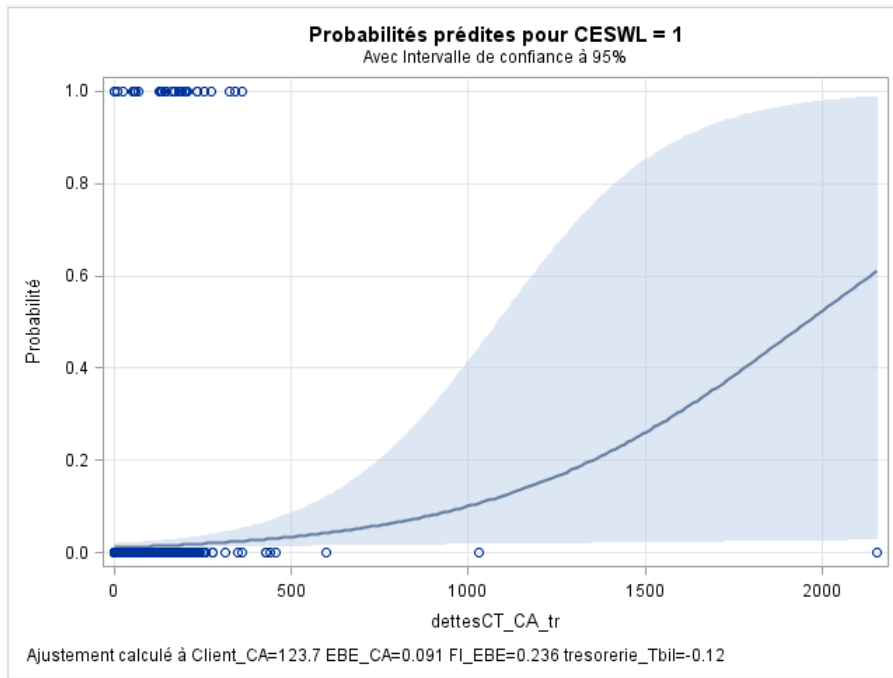


FIGURE III.12 – Graphique de l'effet de la variable dettesCT\_CA

Par contre, les variables FI/EBE, EBE/CA et Trésorerie/Total bilan sont des facteurs qui réduisent la probabilité de défaut de la contrepartie, leurs signes étant négatifs dans le score.

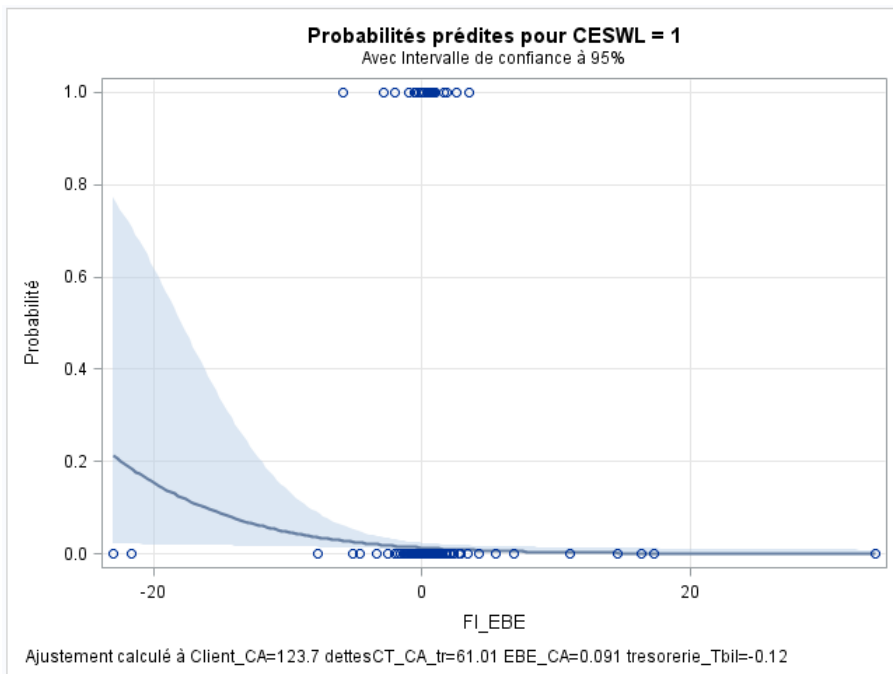


FIGURE III.13 – Graphique de l'effet de la variable FI\_EBE

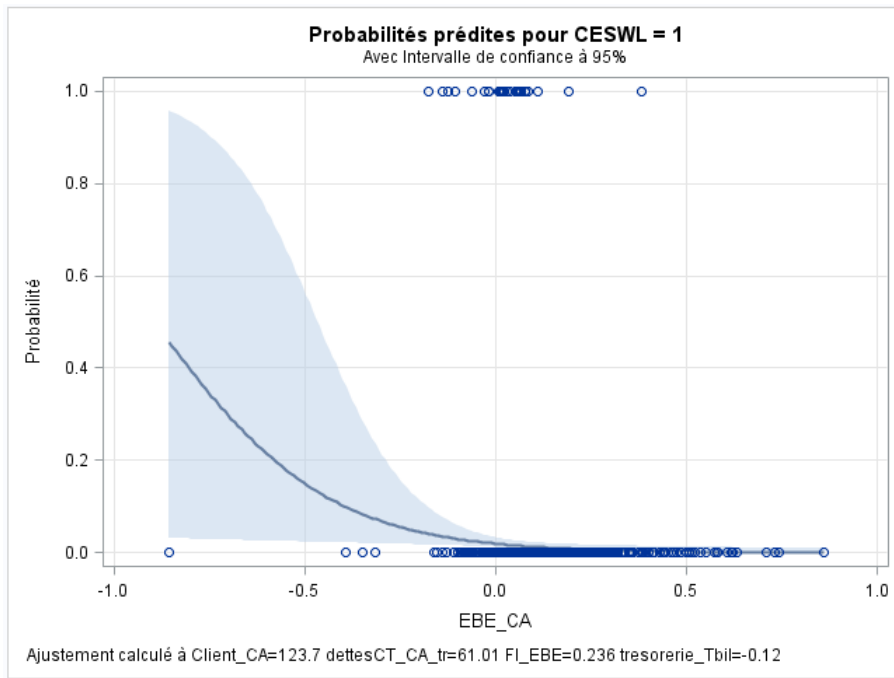


FIGURE III.14 – Graphique de l'effet de la variable EBE\_CA

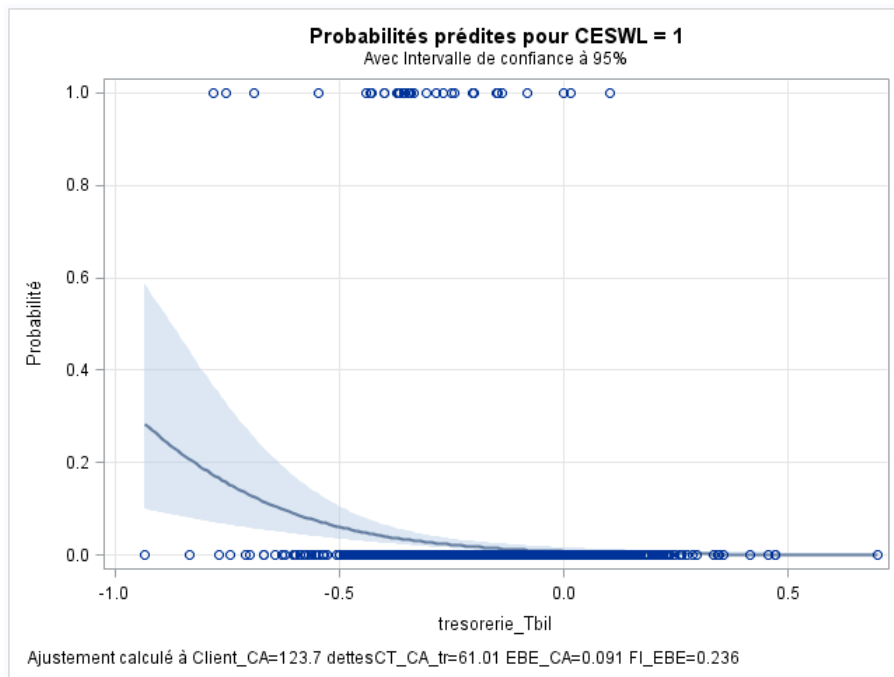


FIGURE III.15 – Graphique de l'effet de la variable Tresorerie\_Tbilan

### I.3 Méthode de calibration et grille de notation

Le modèle retenu issu de la régression logistique est :

$$Score = -5.03 + 0.004 * \frac{Client}{CA} + 0,002 * \frac{dettes\ court\ termes}{CA} - 4,32 * \frac{EBE}{CA} - 0,13 * \frac{FI}{EBE} - 4,18 * \frac{trésorerie}{Total\ bilan}$$

$$PD = \frac{1}{1 + \exp(-SCORE)}$$

Nous allons ensuite prédire les probabilités de défaut pour chaque entreprise à l'aide de ce modèle. Il est à noter que ce seront des probabilités instantanées c'est à dire des probabilités obtenues grâce aux états financiers actuels des clients. Elles peuvent être assimilées à un score.

Or le but de notre système de notation est de prédire la probabilité pour qu'un nouvel client fasse défaut dans 1 an.

Nous allons dans toute cette section construire la méthodologie qui nous permettra d'obtenir des probabilités de défaut annuelles.

#### I.3.1 Classes de risques et PD associées

Avant de procéder à la construction des classes de risque il est nécessaire tout d'abord de déterminer le nombre de classes ainsi que les notes associées à chacune d'elles. En effet, il n'existe pas une règle précise (exigeant un nombre spécifique) permettant la détermination de ce nombre de classe.

Dans ce travail, nous nous sommes référés à la classification appliquée par l'agence de notation Standard & Poor's qui est faite sur 10 classes déterminées par leurs probabilités de défaillances. Ces classes sont notées successivement de la plus performante AAA à la classe de défaut D (la classe des entreprises défaillantes) comme suit : AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, CC, C,SD et D.

Notation	Définition des symboles de notation des émetteurs
AAA	Qualité de crédit la meilleure : la capacité à respecter les engagements financiers est exceptionnellement élevée. Il est hautement improbable que cette capacité soit affectée négativement par des événements prévisibles.
AA	Qualité de crédit très élevée : la capacité à respecter les engagements financiers est très élevée. Cette capacité n'est pas significativement vulnérable à des événements prévisibles.
A	Qualité de crédit élevée : la capacité à respecter les engagements financiers est jugée forte. Cette capacité peut néanmoins être plus vulnérable à des conditions commerciales ou économiques défavorables que dans le cas de notations plus élevées.
BBB	Bonne qualité de crédit : les possibilités de défaut de crédit sont actuellement basses. La capacité à respecter les engagements financiers est considérée comme satisfaisante mais des conditions commerciales ou économiques défavorables sont davantage susceptibles de porter atteinte à cette capacité.
BB	Spéculatif : une vulnérabilité élevée au risque de défaut, notamment en cas d'évolutions défavorables des conditions commerciales ou économiques. Cependant, des marges de manœuvre commerciales ou financières existent et permettent de soutenir le service des engagements financiers.
B	Hautement spéculatif : le risque de défaut concret est présent, mais une étroite marge de sécurité subsiste.
CCC	Risque de crédit substantiel : le défaut de paiement est une possibilité réelle.
SD	Défaut de paiement restreint : le défaut de paiement est imminent ou inévitable, ou l'émetteur est en suspension de paiement
D	Défaut de paiement : en défaut sur une ou plusieurs de ses obligations financières

*Source:* Source : Auteurs

TABLE III.23 – Symboles et définitions de notes utilisés

Pour déterminer le niveau de probabilité correspondant à chaque classe nous avons suivi le cheminement suivant :

- La modélisation de la colonne de probabilité prédite par une loi continue usuelle : exponentielle, log-normal et gamma.

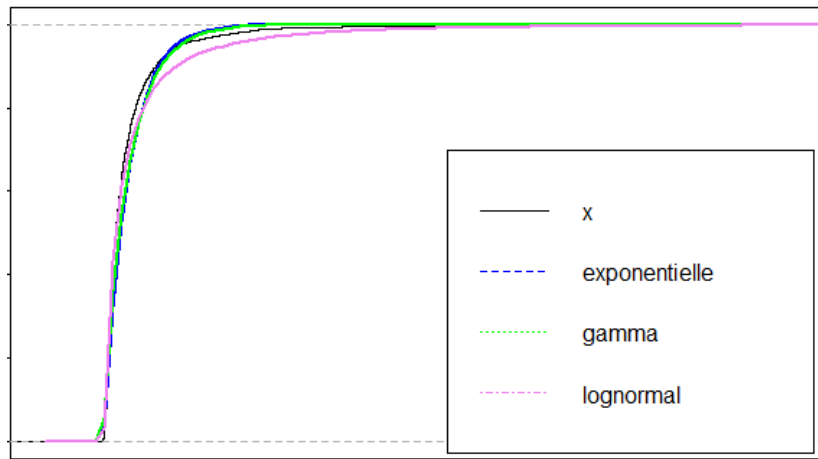


FIGURE III.16 – Les lois de probabilités

- Dans notre cas, la loi qui modélise mieux les probabilités prédites est la loi **exponentielle** ;
- Nous avons donc transformé nos probabilités par la fonction log pour passer à l'**échelle logarithmique**.
- Les intervalles sur l'échelle logarithmique sont déterminés de manière à ce que les effectifs appartenant à chacun soient répartis selon une loi normale : la majorité des clients sont classés de BBB à CCC.
- La distribution des entreprises sur les différentes classes de risque construite à partir d'une échelle logarithmique est représentée par la figure suivante :



FIGURE III.17 – Grille de notation

- Les intervalles de probabilités sont obtenus en transformant ceux de l'échelle logarithmique par la fonction **exponentielle**.

Les classes de risques correspondent aux intervalles probabilités suivants :

Notes	Intervalle de probabilité	Entreprises saines	Entreprises en défaut
AAA	$[0 - 5,8 * 10^{-4}]$	20	0
AA	$]5,8 * 10^{-4} - 0,0015]$	64	0
A	$]0,0015 - 0,0024]$	69	0
BBB	$]0,0024 - 0,0051]$	202	0
BB	$]0,0051 - 0,011]$	425	0
B	$]0,011 - 0,021]$	325	0
CCC	$]0,021 - 0,035 ]$	246	0
SD	$]0,035 - 0,082]$	0	255
D	$]0,082 - 1]$	0	107

TABLE III.24 – Construction des classes et affectation des entreprises aux classes de risques

Pour rappel, un système de notation interne sur base sur la probabilité de passer en défaut dans l’horizon d’une année. Ces probabilités ont été calculées à l’aide des matrices de transitions.

### I.3.2 Construction de la matrice de transition

La stabilité des notes est traditionnellement mesurée par les matrices de transition qui, pour une période donnée et un secteur d’activité spécifique, montrent les changements de notes intervenus en l’espace d’un an, deux ans, etc.

#### I.3.2.1 Notions de base sur les matrices de transition

La matrice de transition des notations à un an permet en fonction de la notation d’une contrepartie lors de l’année  $t$  de déterminer la distribution des notations de cette même contrepartie à l’année  $t+1$ .

Posons  $M_{i,j}$  la probabilité qu’un émetteur noté **i l’année t** passe à la note **j l’année t+1**. Cette probabilité peut se calculer comme suit :

$$M_{i,j} = \frac{Nb_{i,j}}{\sum_{j=Note_{min}}^{Note_{max}} Nb_{i,j}}$$

Avec :

- $Nb_{i,j}$  : Le nombre d’observations où une entreprise notée  $i$  l’année  $t$  passe à la notation  $j$  l’année  $t+1$ .
- $(i, j) \in [Note_{min}, Note_{max}] \times [Note_{min}, Note_{max}]$
- $Note_{min}$  : la note minimale que peut atteindre une entreprise (le défaut)

- $Note_{max}$  : la note maximale que peut atteindre une entreprise

Les propriétés peuvent alors se déduire facilement :

$$\forall i \in [Note_{min}, Note_{max}], \sum_{j=Note_{min}}^{Note_{max}} M_{i,j} = 100\%$$

$$\forall (i, j) \in [Note_{min}, Note_{max}] \times [Note_{min}, Note_{max}], M_{i,j} \geq 0$$

Il est alors possible de définir la matrice de transition des notations comme suit, en prenant notre grille de notes pour se fixer les idées :

$$\begin{bmatrix} t/t+1 & \mathbf{AAA} & \mathbf{AA} & \dots & \mathbf{BB} & \dots & \mathbf{D} \\ \mathbf{AAA} & M_{AAA,AAA} & M_{AAA,AA} & \dots & M_{AAA,BB} & \dots & M_{AAA,D} \\ \mathbf{AA} & M_{AA,AAA} & M_{AA,AA} & \dots & M_{AA,BB} & \dots & M_{AA,D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{BB} & M_{BB,AAA} & M_{BB,AA} & \dots & M_{BB,BB} & \dots & M_{BB,D} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{D} & M_{D,AAA} & M_{D,AA} & \dots & M_{D,BB} & \dots & M_{D,D} \end{bmatrix}$$

$M_{BB,AA}$  représente la probabilité de transiter de l'état BB à AA dans un an.

Dans le domaine du risque de crédit, elles doivent en plus vérifier les critères suivants :

- Critère de monotonie ligne/colonne : les probabilités de migration (hors défaut) sont décroissantes au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la diagonale,
- Monotonie de la probabilité de défaut : les probabilités de défaut sont croissantes en fonction de la notation (ces probabilités sont situées sur la colonne D),
- Critère de Jarrow : Une notation de moins bonne qualité devra présenter un risque de crédit plus important. Ce critère peut se formuler mathématiquement comme :

$$\sum_{j \geq k} p_{ij} \text{ est une fonction non décroissante de } i \text{ pour tout } k \text{ fixé}$$

### I.3.2.2 Les matrices de transition : un élément clé dans la norme IFRS 9

Une des difficultés majeures du modèle de provision du risque de crédit sous IFRS 9 est l'estimation des pertes attendues à maturité. Pour ce faire les **PDs Lifetime** sont sollicitées.

Une probabilité de défaut modélisée sous IFRS 9 doit incorporer les informations provenant de l'historique, des conditions actuelles ainsi que d'une vision future du gestionnaire sur la qualité du risque. Ceci implique la mise en œuvre d'une méthode permettant l'extrapolation des probabilités de défaut sur différents horizons futurs. Les matrices de transitions seront utilisées à cet effet.

Les probabilités de défaut projetées sont extraites de la matrice de transition projetée au même horizon.

La projection de matrice de transition s'effectue sur un échéancier de périodicité  $\tau$ .

Il est nécessaire de choisir l'horizon minimal  $\tau$  et calibrer la matrice de transition unitaire  $TM(\tau)$  à horizon  $\tau$ .

La projection n'est possible qu'à un horizon  $T = n \times \tau$  multiple de l'horizon minimal :

$$MT(n \times \tau) = [MT(\tau)]^n$$

où  $n$  est supposé être un nombre entier positif.

### I.3.2.3 Résultats empiriques

En ne gardant que les entreprises observées sur deux années (703), la mise en place de la méthode exposée dans le début de la section avec les résultats issus de notre modèle permet d'obtenir la matrice de transition des notations suivante :

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	<b>6</b>	2	0	0	0	0	0	0
AA	0	<b>15</b>	8	3	1	0	0	1
A	0	5	<b>8</b>	7	0	1	0	0
BBB	1	1	7	<b>39</b>	26	2	1	0
BB	0	3	2	24	<b>109</b>	45	4	4
B	0	0	1	9	21	<b>63</b>	32	10
CCC	0	0	0	0	5	22	<b>40</b>	30
D	0	1	0	1	5	10	24	<b>104</b>

TABLE III.25 – Nombre de transitions de l'année  $t$  à  $t+1$

On peut remarquer que :

- Toutes les transitions possibles ne sont pas observées dans la matrice.
- Certains effectifs sont très faibles pour capter la vraie transition entre les ratings.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	<b>75%</b>	25%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
AA	0%	<b>54%</b>	29%	11%	4%	0%	0%	4%
A	0%	24%	<b>38%</b>	33%	0%	5%	0%	0%
BBB	1%	1%	9%	<b>51%</b>	34%	3%	1%	0%
BB	0%	2%	1%	13%	<b>57%</b>	24%	2%	2%
B	0%	0%	1%	7%	15%	<b>46%</b>	24%	7%
CCC	0%	0%	0%	0%	5%	23%	<b>41%</b>	31%
D	0%	1%	0%	1%	3%	7%	17%	<b>72%</b>

TABLE III.26 – Matrice de transition en pourcentage

Les pourcentages en rouge sur la diagonale représentent les notes qui sont restées inchangées au cours d'une année.

Les pourcentages à gauche de la diagonale traduisent les augmentations de notes, tandis que les pourcentages à droite de la diagonale traduisent les dégradations de notes survenues au cours d'une année.

Si on prend par exemple une entreprise notée « AA » en début d'année, elle reste, en moyenne à ce niveau en fin d'année à 54% du temps. À cette même date, elle passe en moyenne à « A » pour 29%, à « BBB » pour 11%, à « BB » pour 4% et en défaut pour 4%.

Cette matrice présente plusieurs incohérences causées par le manque d'effectif dans notre base :

- le critère de monotonie de la probabilité de défaut n'est pas respecté.
- Le critère de monotonie ligne/colonne n'est pas respecté.
- Le critère de Jarrow n'est pas respecté.
- Le défaut n'est pas absorbant.

Ces incohérences sont dues à l'effectif limité des clients de notre base de données.

### I.3.2.4 Reconstitution de la matrice de transition

Pour pallier au manque de données, nous avons recouru à quelques méthodes afin de lisser notre matrice.

Pour cela nous nous sommes inspirés des techniques utilisées dans l'assurance pour construire les tables de mortalité.

En effet, pour construire ces tables, un actuairien rencontre le même problème d'insuffisance des données qu'il résout en utilisant des tables de mortalité de référence. Il s'agit de rapprocher les taux de mortalité bruts à ceux issus d'une table connue, construite à partir d'une population ayant des caractéristiques similaires et de transformer cette table de référence pour aboutir à celle du groupe visé.

De la même manière nous allons utiliser une matrice de référence S&P. C'est une matrice de transition *monde* conçue pour les corporates pour la période **1981-2018**.

Cette matrice est clairement à probabilité de défaut «Through-the-Cycle» (TTC) car elle est obtenue en déterminant la matrice moyenne sur les 37 années. Nous avons opté pour cette matrice parce qu'elle respecte le critère de monotonie des matrices et le critère de Jarrow.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	NR	D
AAA	<b>86,99%</b>	9,12%	0,53%	0,05%	0,08%	0,03%	0,05%	3,15%	0%
AA	0,5%	<b>87,06%</b>	7,85%	0,49%	0,05%	0,06%	0,02%	3,94	0,02%
A	0,03%	1,69%	<b>88,17%</b>	5,16%	0,29%	0,12%	0,02%	4,48%	0,06%
BBB	0,01%	0,09%	3,42%	<b>86,04%</b>	3,62%	0,46%	0,11%	6,1%	0,17%
BB	0,01%	0,03%	0,11%	4,83%	<b>77,5%</b>	6,65%	0,55%	9,67%	0,65%
B	0%	0,02%	0,08%	0,17%	4,83%	<b>74,53%</b>	4,42%	12,41%	3,44%
CCC	0%	0%	0,11%	0,2%	0,59%	13,21%	<b>43,51%</b>	15,5%	26,89%

Source: 2018 Annual Global Corporate Default And Rating Transition Study, p.53  
TABLE III.27 – Matrice de transition moyenne de S&P (1981-2018)

Vu que dans une durée de 37 ans plusieurs entreprises ne sont plus notées par S&P, cette matrice contient dans l'ensemble de ces états en 2018, un rating **NR** (Non Ranked) pour préciser le pourcentage des clients sortis du champ d'observation.

Puisque notre étude se fait sur une durée courte de deux ans, nous avons décidé d'utiliser cette matrice sans l'état **NR**, parce qu'il nécessite une durée d'observation plus importante pour le capter correctement.

Pour ce faire, nous avons recalculés les probabilités de transition de S&P en supprimant l'état NR en utilisant utilisons la formule suivantes :

$$P'_{i,j} = \frac{P_{i,j} \times \sum_j P_{i,j}}{1 - P_{i,NR}}$$

Avec :

P' : les nouvelles probabilités S&P.

P : Les anciennes probabilités S&P.

$(i, j) \in [AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, NR, D] \times [AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, NR, D]$

$P_{i,NR}$  : La probabilité qu'un client noté *i* en 1981 ne soit plus noté en 2018.

La matrice obtenue après retrait de NR est la suivante :

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	<b>89,82%</b>	9,42%	0,55%	0,05%	0,08%	0,03%	0,05%	0%
AA	0,52%	<b>90,62%</b>	8,17%	0,51%	0,05%	0,06%	0,02%	0,02%
A	0,03%	1,77%	<b>92,30%</b>	5,40%	0,30%	0,13%	0,02%	0,06%
BBB	0,01%	0,09%	3,64%	<b>91,63%</b>	3,86%	0,49%	0,12%	0,18%
BB	0,011%	0,03%	0,12%	5,35%	<b>85,80%</b>	7,36%	0,61%	0,72%
B	0%	0,02%	0,09%	0,19%	5,63%	<b>85,09%</b>	5,05%	3,93%
CCC	0%	0%	0,13%	0,24%	0,70%	15,63%	<b>51,49%</b>	31,82%

TABLE III.28 – Matrice de transition moyenne de S&P (1981-2018)

Nous allons à présent lisser notre matrice par la matrice de S&P modifiée à travers les méthodes suivantes :

### 1. Méthode des moyennes pondérées

Il s'agira ici de pondérer les probabilités de transition de la matrice de transition construite et celle de Standard & Poor's par les effectifs de notre matrice.

Cette méthode viendra faire confiance à notre modèle lorsqu'on les effectifs des migrations de notre matrice sont importants et à celui de Standard & Poor's dans le cas contraire.

La formule des probabilités pondérées est la suivante :

**Formule :**

$$Proba_{new} = Proba_{modele} * \frac{effectif_{i,j}}{effectif_{maximale}} + Proba_{S\&P} * \left(1 - \frac{effectif_{i,j}}{effectif_{maximale}}\right)$$

Avec :

- l'effectif maximal d'entreprises dans la matrice de transition = **109** ;

- *effectif<sub>i,j</sub>* : le nombre d'entreprises ayant migré de la classe i de l'année n à la classe j de l'année n+1 ;

La nouvelle matrice de transition obtenue grâce a cette méthode est représentée ci-dessous :

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	<b>89%</b>	9,70%	0,54%	0,05%	0,08%	0,03%	0,05%	0%
AA	0,52%	<b>85,53%</b>	9,67%	0,79%	0,08%	0,06%	0,02%	0,05%
A	0,03%	2,78%	<b>88,33%</b>	7,20%	0,31%	0,17%	0,02%	0,06%
BBB	0,02%	0,11%	3,99%	<b>76,96%</b>	10,99%	0,53%	0,13%	0,18%
BB	0,011%	0,08%	0,14%	6,94%	<b>57,07%</b>	14,05%	0,66%	0,77%
B	0%	0,02%	0,10%	0,72%	7,52%	<b>62,68%</b>	10,47%	4,24%
CCC	0%	0%	0,13%	0,24%	0,90%	17,05%	<b>47,73%</b>	31,58%

TABLE III.29 – Matrice par les moyennes pondérées

## 2. Méthode des modèles relationnels :

Pour rappel, les modèles relationnels constituent une solution acceptable lorsque le portefeuille de données est relativement insuffisant.

Depuis leur introduction par E.F.Codd, plusieurs versions de ces modèles ont été élaborées. Les modèles de Cox (1972), de Brass (1971) et de Hannerz (2001) constituent les modèles de référence. Ils peuvent être utilisés séparément ou combinés dans le cadre de modèles additifs généralisés.

Dans notre étude nous avons opté pour **le modèle de Brass**. Il permet d'améliorer la connaissance de la probabilité de défaut d'un rating d'une population en s'appuyant sur une table générique réalisée sur une population dont on suppose qu'elle a des caractéristiques semblables.

Il s'agit d'une régression linéaire des logits des probabilités de la matrice construite sur les logits des probabilités de la table de référence S&P (cf.tableau III.28)

Modèle :

$$\text{logit}(\text{proba}_{\text{modèle}}) = \alpha * \text{logit}(\text{proba}_{\text{S\&P}}) + \beta + \varepsilon \quad \text{avec} \quad \text{logit}(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

Lorsque les probabilités sont nulles, plusieurs simulations ont été faites pour les remplacer puisque le logit n'est pas défini en 0.

La simulation qui a été retenue est de remplacer les **0** par **0.00001**.

On obtient ainsi les nouvelles probabilités de défaut :

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	<b>89,32%</b>	9,40%	0,81%	0,11%	0,16%	0,07%	0,11%	0,03%
AA	0,77%	<b>90,63%</b>	8,31%	0,76%	0,11%	0,13%	0,05%	0,05%
A	0,07%	2,25%	<b>93,44%</b>	5,81%	0,49%	0,23%	0,05%	0,13%
BBB	0,03%	0,18%	4,14%	<b>92,24%</b>	4,35%	0,74%	0,22%	0,31%
BB	0,028%	0,073%	0,22%	5,76%	<b>83,23%</b>	7,59%	0,89%	1,03%
B	0,026%	0,053%	0,17%	0,33%	6,02%	<b>82,22%</b>	5,48%	4,42%
CCC	0,026%	0,026%	0,24%	0,39%	1,00%	14,66%	<b>45,00%</b>	27,96%

TABLE III.30 – Matrice issue du modèle relationnel

Suite à cette analyse, Nous allons conserver la matrice de probabilités lissées à partir du modèle de Brass parce qu'elle est statistiquement plus robuste.

La méthode des moyennes pondérées ne semble pas s'adapter aux données car dans le cas où l'effectif de transition est nul elle prend directement les probabilités de la matrice de S&P.

### I.3.3 Passage de la PD instantanée à la PD 1 an

Le modèle obtenu par la régression logistique, comme mentionné ci-dessus, nous sort en réalité une PD instantanée. Il s'agit en réalité d'un score obtenu à partir des informations disponibles présentement.

La matrice de transition retenue (voire figure III.18), quant à elle, nous sort des PDs d'un an qui devrait être utilisé car un système de notation se base sur des matrices de transitions d'un an. De plus, nous avons des données annuelles. La réflexion menée ici est d'essayer d'allier les PDs instantanées estimées par notre modèle et les PDs d'1an retenues de notre matrice de transition corrigée.

Pour ce faire, nous avons décidé d'effectuer une régression des PDs 1 an sur les PDs instantanée par une fonction polynomiale d'ordre 3 afin d'avoir une courbe continue. Nous avons tout d'abord essayé de construire le modèle par classe de risque, mais on aurait eu une fonction discontinue ce qui ne nous serait pas facile à interpréter.

Ci-dessous la figure illustrant la régression effectuée :

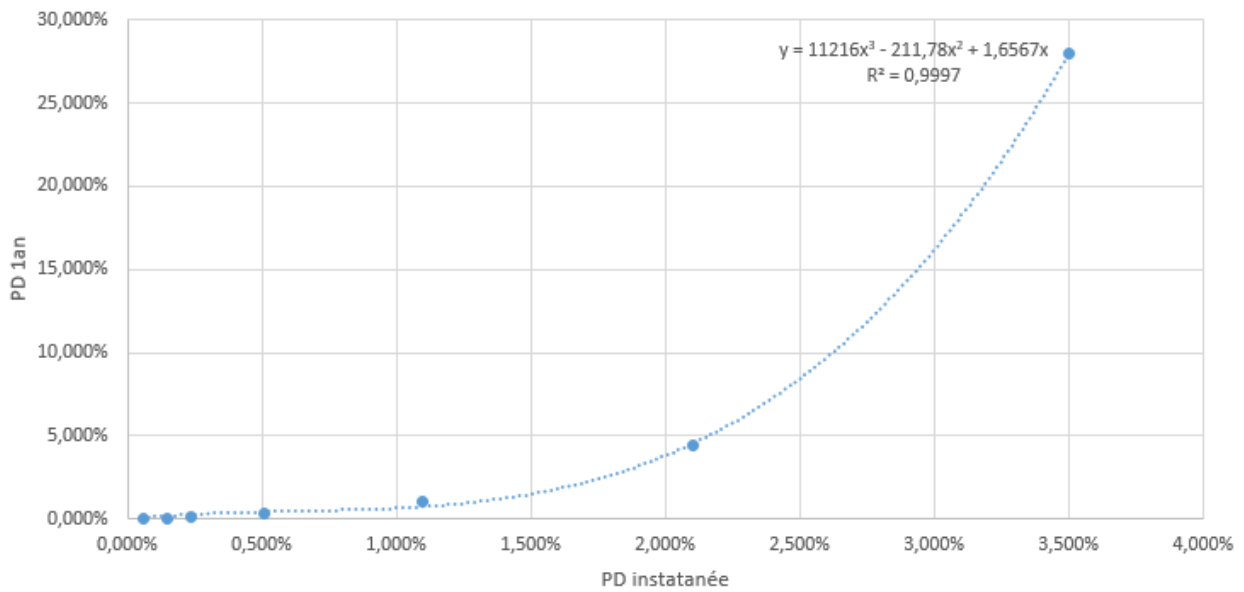


FIGURE III.18 – Passage PD instantanée à PD 1an

Résultats estimés des paramètres					
Variable	DDL	Valeur estimée des paramètres	Erreur type	Valeur du test t	Pr >  t
pd_inst	1	1.65668	0.39277	4.22	0.0135
pd_2	1	-211.78481	35.52170	-5.96	0.0040
pd_3	1	11216	722.24260	15.53	0.0001

FIGURE III.19 – Paramètres du modèle de régression

Le modèle retenu est :

$$PD_{1an} = 11216 \times PD_t^3 - 211,78 \times PD_t^2 + 1,6567 \times PD_t$$

Il est significatif à 99%.

Donc, après avoir sorti notre probabilité de défaut du modèle, il nous suffit d'appliquer ces coefficients multiplicatif pour avoir une probabilité annuelle.

Cette équivalence n'est valable que pour les classes saines. Si l'entreprise est en défaut et sous l'hypothèse que le défaut est absorbant il n'est pas nécessaire de convertir la probabilité instantanée en probabilité annuelle : le client sera directement affecté à la classe de défaut.

## I.4 Automatisation du SNI

### I.4.1 Problématique

Pour automatiser le processus de notation, nous avons créé une application sous VBA Excel qui se chargera de nous donner la probabilité pour qu'un nouvel client fasse défaut dans 1 an ainsi que son rating.

Il est à noter que cette application est propre au modèle de régression logistique retenu. Il est donc modifiable au besoin pour des éventuels nouveaux modèles.

Le but d'automatiser nos résultats est de permettre aux gestionnaires de pouvoir facilement prédire la probabilité pour un client de faire défaut.

Deux approches ont été menées :

- Une première est d'avoir une simple interface qui permettra de noter individuellement les clients
- La seconde permettra de noter les clients en groupe c'est à dire dès l'acquisition d'une base de données de clients, à l'aide d'un simple bouton **rating**, on pourra affecter à chacun, la probabilité de faire défaut et sa note.

### I.4.2 Approche 1 : implémentation d'un système de notation individuel

Comme mentionné plus haut, cette méthode viendra noter individuellement un client . On devra donc disposer des informations financières de celui-ci et utiliser ceux qui caractérisent le défaut selon notre modèle pour sortir la note.

Notre système se chargera en interne de calculer les ratios financiers de notre modèle, calculer ensuite la probabilité de défaut instantanée, ensuite la convertir en probabilité de défaut annuelle et attribuer la note correspondante.

Ce système affiche la probabilité de défaut et la note pour une entreprise saine, et uniquement la note pour une entreprise en défaut.

Ci-joint l'interface de l'application :

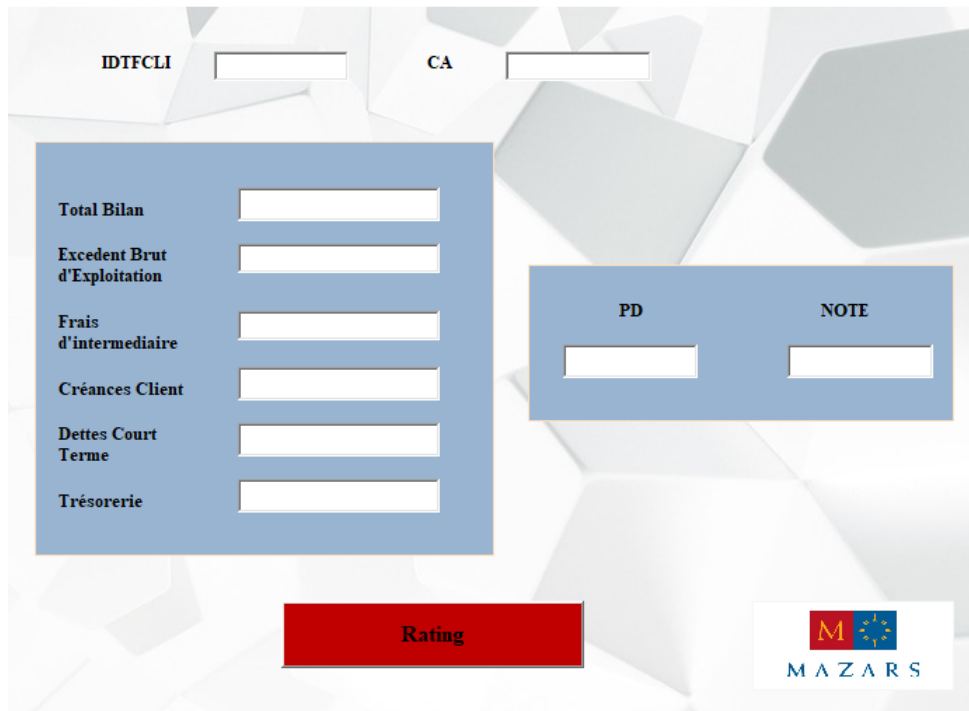


FIGURE III.20 – Application du SNI

### I.4.3 Approche 2 : implémentation d'un système de notation groupé

L'image ci-dessous donne un aperçu de l'automatisation du système de notation pour un groupe de clients. En effet, lorsque nous introduisons une nouvelle base de données constituée des informations financières des clients, notre programme aura pour but de pointer directement sur les variables financières adéquates conformément à notre modèle et sortira le score, la PD instantanée, la PD annuelle et la note de chaque client.

Nous voyons en bleu ici les variables issues du modèle et en jaune nos sorties.

CESWL	IDTFCL	CA	ToL_bilan	EBE	dettesCT	fi	tresorerie	creance client	score	pd_instantané	pd lan	Note
0	19	2237953	1838673	178776	114216	3501	-1770	140551920	-5,087534931	0,006135344	0,005067431	BB
0	19	2370682	1847947	218847	0	4709	81558	130620240	-5,40349485	0,004480657	0,004701612	BB
0	124	4097154	2919373	299075	36237	8662	68433	184736520	-5,26652677	0,005135002	0,00488986	BB
0	124	4118872	2977760	327990	96935	5571	-2137	181184400	-5,18551897	0,005565918	0,004979143	BB
0	183	228812	197568	2331	3573	145	-3231	56933280,01	-4,00302018	0,017932943	0,024166502	B
0	183	191412	190992	2574	6238	45	-5986	51498360	-3,853466289	0,020765742	0,042050496	B
0	442	347866	363186	70131	1889	413	6268	50693759,99	-5,398100003	0,004504786	0,004709896	BB
0	442	417780	425105	77503	27837	306	-18316	50645520	-5,123885195	0,005917623	0,005036867	BB
0	663	971987	674199	176530	95664	7767	-56428	113260680	-4,935284463	0,007137111	0,005182688	BB
0	663	997691	724534	161723	188602	10570	-158522	115667640	-4,216391405	0,01453733	0,011882557	B
0	1465	721849	518965	-4892	66102	3623	-60286	95895719,96	-3,812724761	0,02161058	0,049021573	CCC
0	1465	618289	521051	-13728	0	2675	11345	83788920,02	-4,45647642	0,011470087	0,00691095	BB
0	1953	106924	90662	15128	1728	183	2977	22069800	-4,947360921	0,007052043	0,005173342	BB
0	1996	777218	763756	8966	0	72	39629	163012680	-4,457200956	0,011461874	0,006903265	BB
0	1996	794964	958322	15376	4443	41	-1874	220570200	-3,98832656	0,018193559	0,025489046	B
0	2089	1397999	778686	129518	71190	3552	-57618	92255400	-4,826689584	0,007949306	0,00528541	BB
0	2097	100658	123130	5471	43759	3248	-42546	14939640	-2,951272316	0,049676413	1,051359451	D
0	2216	1424519	1080488	209867	7160	2	82977	46313280	-5,864889742	0,002829308	0,003805321	BB
0	2216	1451299	1326177	185947	7160	383	209524	70838999,99	-6,054557	0,002341646	0,0038642	BB
0	2259	217968	66479	15540	0	795	3032	15890040	-5,249713003	0,005221616	0,004909723	BB
0	2259	283278	115311	16212	0	802	22487	22746240	-5,782038657	0,003072953	0,003984927	BB
0	2623	233578	1056642	42208	204133	18507	-202221	111283920	-2,445796424	0,079746493	5,159452487	D
0	2623	322268	1527560	72702	213780	21933	-211320	129209400	-3,323221843	0,034783079	0,296471846	CCC

FIGURE III.21 – Application du SNI

# CONCLUSION

Ce projet avait comme but de réaliser un système de notation interne pour une institution de la place africaine. Quand on parle de place africaine, on se situe bien évidemment dans un contexte de données incomplète. Il a donc fallu trouver une base plus ou moins exhaustive nous permettant de réaliser un système assez performant.

Cette étape a été complètement nouvelle, et assez laborieuse pour nous, puisque dans les cours académiques les bonnes bases de données nous sont généralement procurées. Nous avons donc été amené à réfléchir à la construction d'une base de données solide. Après obtention de la base, il nous a fallu d'innombrables étapes pour sortir un modèle satisfaisant : problème de traitement des données, problème de colinéarité qui affectait le résultat du modèle, élaboration du modèle, détermination du seuil de défaut, validation du modèle et construction de la grille des notes.

Nous avons élaboré au final, notre système de notation sous VBA Excel, et créé un programme qui sort automatiquement les notes et les probabilités de défauts pour un groupe de clients. Ce système construit avec nos contraintes de données est la preuve qu'il est possible d'élaborer des systèmes de notation interne pour des banques africaines et ne pas prendre directement les notations fournies par les agences externes.

Le système de notation interne est subjective à chaque banque et est encore à ce jour un sujet de d'actualité. C'est un outil de décision assez important puisqu'il est utilisé pour une gestion monétaire. Il est donc nécessaire pour une meilleure appréciation du risque, de bien la construire c'est à dire tenir compte du jugement d'expert, prendre en compte les variables qualitatives des entreprises et aussi prendre en compte la nouvelle réglementation de gestion du risque de crédit spécifiée dans la norme IFRS 9.

# BIBLIOGRAPHIE

- [1] S&P Global Rating, (2019), *2018 Annual Global Corporate Default And Rating Transition Study*.
- [2] The Credit Research Initiative (CRI) National University of Singapore, (2018), *Probability of Default implied Rating*.
- [3] Mohamed Chater,(2018), *Cours économie monétaire*, INSEA MAROC.
- [4] Olga Stepanovna Rudakova<sup>1</sup> & Konstantin Ipatyev<sup>1</sup>(2015), *Some Approaches to the Calibration of Internal Rating Models*.
- [5] C. GOURIEROUX,(2008), *Migration de Rating*, CREST and University of Toronto.
- [6] Dr Michael Prinz,(2004), *The Basel II IRB Approach and Internal Credit Risk Models*, University of Oxford.
- [7] Frédéric Bertrand et Myriam Maumy,(2008), *Choix du modèle*, IRMA, Université Louis Pasteur Strasbourg, France.
- [8] Dirk Tasche,(2013), *The art of probability-of-default curve calibration*.
- [9] Rapport DEXIA,(2011), *Credit Risk Modelling - Internal Rating System Banks PD Model*.
- [10] Cécile KHAROUBI et Philippe Thomas, (1968), “*Analyse du risque de crédit : banques et marché*”.
- [11] Linda Ismaïel,(2008), *Are Bank Ratings (S&P and Moody’s) Coherent with Bank Default Probabilities in Emerging Market Economies ?*, DEFI, Université de la Méditerranée.
- [12] Frédéric PLANCHET & Vincent LELIEUR , (2006), *Utilisation des méthodes de Lee-Carter et Log-Poisson pour l’ajustement de tables de mortalité dans le cas de petits échantillons* .
- [13] Norbert Gaillard, *Les agences de notation*, Collection Repères.
- [14] CHAOUBI,(2019), *Cours GLM*, INSEA MAROC.



Fort de sa dimension internationale, Mazars s'affirme comme une alternative crédible, capable de proposer des solutions fluides et sur mesure aux grandes sociétés, quelle que soit leur origine. Tous les collaborateurs de Mazars sont unis par une exigence identique de qualité et une détermination commune à aller au-delà des normes techniques et éthiques en vigueur.

Mazars a une forte présence au niveau des instances européennes et internationales relative à ses métiers notamment *IASB* (International Accounting Standards Board), l'*IFRC* (International Financial Reporting Committee), etc.

## I.2 Mazars au Maroc

### I.2.1 Présentation

**L**E cabinet «Mazars Audit et Conseil », membre intégré du partnership *MAZARS*, fait partie des cinq plus importants cabinets d'audit et de conseil du Royaume.

Fort d'une expérience de plus de **quarante ans**, et porté par une équipe de plus d'une **centaine** de professionnels, le cabinet poursuit son ambition de rester l'un des acteurs les plus en vue pour accompagner le secteur public dans ses stratégies de modernisation et le secteur privé dans ses projets de développement au Maroc et dans la région de l'Afrique du nord et de l'Afrique subsaharienne.

Mazars accompagne l'entreprise, de grande ou de petite taille, privée ou publique, opérant dans tous les secteurs d'activité dans toutes les étapes de son développement. Elle offre des services à haute valeur ajoutée dans divers domaines :

- [ACCOMPAGNEMENT COMPTABLE ET FINANCIER :] consolidation et reporting, expertise comptable, conseil comptable et réglementaire, externalisation, process outsourcing (BPO), payroll/HR Admin, financement et trésorerie d'entreprise, centre de services partagés (CSP).
- [ACTUARIAT :] modélisation et évaluation actuarielle, mesure de capital et gestion des risques financiers, valorisation d'instruments financiers, rémunération, retraite et avantages sociaux, modélisation statistique et analyse des données.
- [AUDIT :] commissariat aux comptes, audit contractuel, audit de projets, audit des marchés publics, audit IT, Forensic.
- [CONSULTING :] accompagnement des politiques publiques, stratégie-gouvernance-organisation, veille et intelligence économique, management des risques et contrôle interne, AMOA des projets IT, IFRS, Bâle 2/3.
- [FINANCIAL ADVISORY SERVICES :] transactions services, due-diligence acquéreur/vendeur, modélisation et évaluation, litiges et fraudes, retournement et restructuration, conseil en fusions et acquisitions, accompagnement juridique.

- [FISCALITE :] fiscalité des entreprises, contrôle et contentieux fiscal, fiscalité indirecte, fiscalité immobilière, fusions-acquisitions, mobilité internationale-fiscalité patrimoniale, restructuration.

## I.2.2 Organisation

Le cabinet est géré par un *Comité Exécutif*. Sous la supervision d'un *Comité de Surveillance*, il est composé de *Management Units métiers* et de **trois** direction *Support*.

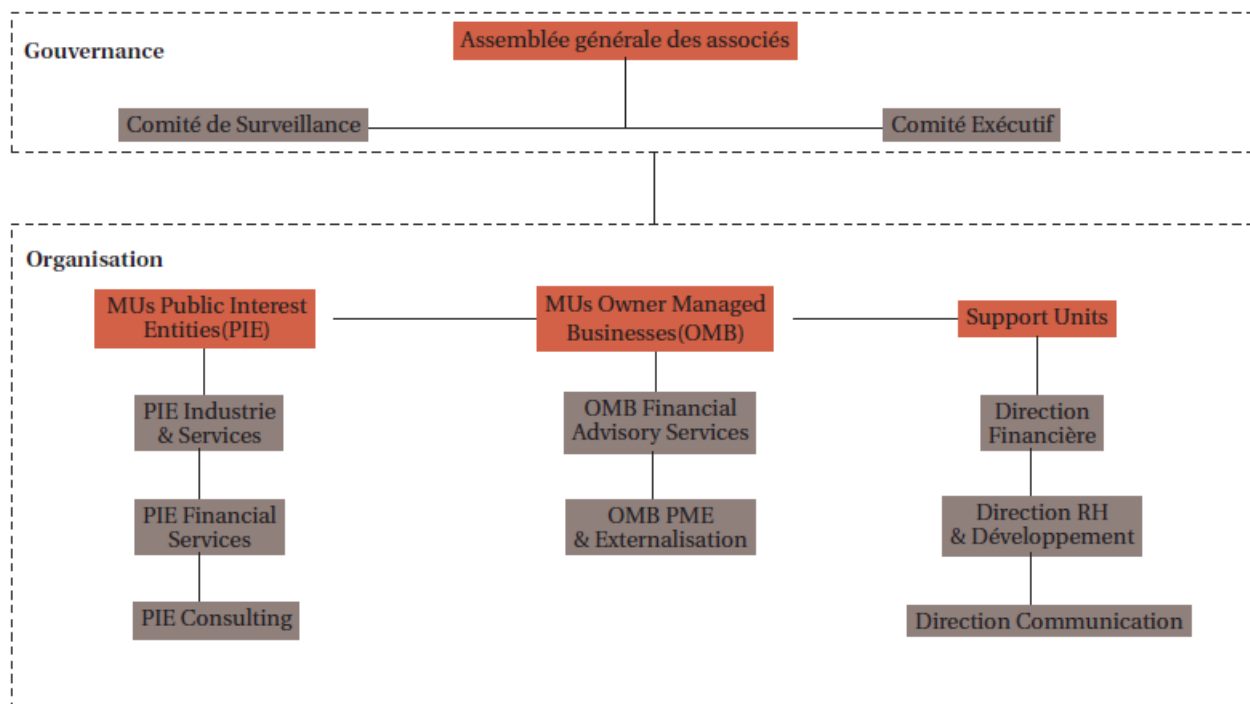


FIGURE 23 – Organigramme de «Mazars »

# Annexe II : Arbre de décision

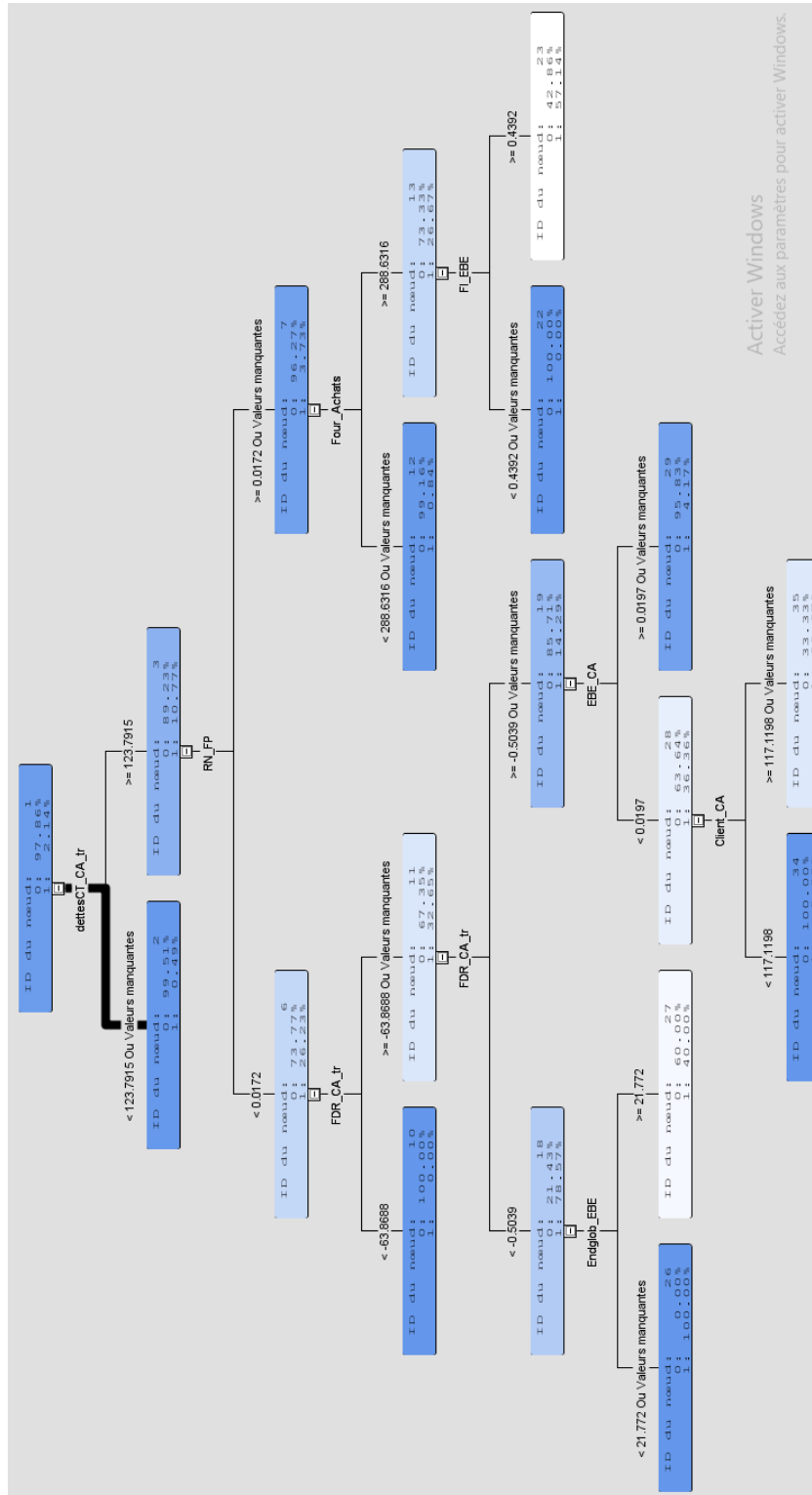


FIGURE 24 – Arbre de décision

# Annexe III : Algorithme de Newton-Raphson

L'algorithme de Newton-Raphson est une des méthodes numériques les plus utilisées pour optimiser la log-vraisemblance.

Il démarre avec une initialisation quelconque du vecteur de paramètre  $\mathbf{v}$ ; pour passer de l'étape (i) à l'étape (i + 1), il se rapproche de la solution finale  $\hat{v}$  en utilisant la formule suivante :

$$v^{i+1} = v^i - \left( \frac{\partial^2 L}{\partial v \cdot \partial v'} \right)^{-1} \times \frac{\partial L}{\partial v}$$

Avec  $L$  : la log-vraisemblance. et  $\hat{v}$  l'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) qui vérifie les critères de qualité des estimateurs :

- Asymptotiquement sans biais;
- Variance minimale;
- Asymptotiquement normal.

## I.2.3 Vecteur des dérivées partielles premières de la log-vraisemblance

Dans l'équation précédente le vecteur  $\nabla(v) = \frac{\partial L}{\partial v}$  de dimension  $(J + 1 \times 1)$  correspondant aux dérivées partielles premières de la log-vraisemblance représente le vecteur score ou de vecteur gradient.

Pour la variable  $X_j$  :

$$\nabla(v_j) = \sum_w |y(w) - \pi(w)| \times x_j(w)$$

L'algorithme s'arrête lorsqu'il atteint le nombre d'itérations maximal, ou lorsque  $L$  décroît d'une manière très faible, ou lorsque l'écart entre deux estimations successives de  $\hat{v}$  est faible.

Lorsque l'algorithme converge vers  $\hat{v}$ , toutes les composantes du vecteur gradient sont égales à 0.

Ceci est prévisible vu que l'optimisation s'est faite sur un espace convexe.

## I.2.4 Matrice des dérivées partielles secondes de la log-vraisemblance

La matrice des dérivées partielles seconde  $H(v) = \frac{\partial^2 L}{\partial v \partial v'}$ , est dite **matrice hessienne**.

Elle est très importante car son inverse correspond à la matrice des variances covariances des coefficients qui est fréquemment utilisée lors de l'inférence statistique.

$H(v)$  est de dimension  $(J + 1 \times J + 1)$  d'expression générale :

$$H(j_1, j_2) = \sum_w x_{j_1} \times x_{j_2} \times \pi_w \times |1 - \pi_w|$$

Il est parfois plus pratique de passer par une notation matricielle, nous pouvons écrire

$$H(a) = -X' V X$$

où  $V$  est une matrice diagonale de taille  $(n \times n)$  composée de  $\pi(w) \times (1 - \pi(w))$ .