

ROYAUME DU MAROC

*_*_*_*_*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

*_*_*_*_*_*_*_*_*_*_*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

Projet de Fin d'Etudes

**Application des normes de la Solvabilité Basée sur
les Risques (SBR) sur des produits d'assurance-vie**

Préparé par : Mme SAGHIR Ihsane (AF)

Mme ALFASSI Sara (AF)

Sous la direction de : M. CHAOUBI Abdelaziz (INSEA)

Mme AMGHAR Fouzia (Royale Marocaine d'Assurance)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : ACTUARIAT-FINANCE

Devant le jury composé de :

- M. CHAOUBI Abdelaziz (INSEA)
- M. EL ORAIBY Amal (INSEA)
- Mme AMGHAR Fouzia (RMA)

Juin 2018, PFE N°3

Résumé

La notion de solvabilité est essentielle dans l'exercice de l'activité d'assurance. Pour protéger les intérêts des assurés, l'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) exerce une surveillance régulière de la solvabilité des assureurs.

Les normes en matière de solvabilité pour les compagnies d'assurance vont subir un changement significatif avec l'introduction du dispositif **Solvabilité Basée sur les Risques (SBR)** afin de s'aligner sur les normes internationales et notamment la directive européenne « Solvabilité II ».

Jusqu'à-là, l'approche en vigueur était relativement simple à appliquer, mais complètement inadaptée à la situation réelle d'une compagnie d'assurance vis-à-vis des différents risques. C'est dans ce cadre que vient le projet SBR, qui introduira un nouveau régime caractérisé par une prise en compte de tous les risques encourus par les assureurs. Des garanties pour ces risques devront être détenues sous forme de capital de solvabilité.

La version définitive du projet SBR n'existe pas encore. Les hypothèses et les techniques de calcul sont encore en train d'être testés, notamment par les compagnies d'assurances. Et c'est dans cette perspective que s'inscrit notre stage de fin d'étude.

En effet, pendant notre stage, nous avons abordé cette problématique sur des produits de l'assurance vie, notamment des produits de capitalisation et d'épargne. Nous avons pu voir les défis techniques que cette réforme imposait pour les actuaires au sein de la compagnie d'assurance, en l'occurrence dans notre cas, la Royale Marocaine d'Assurance (RMA). En effet, cette réforme imposait de nouvelles contraintes qui prennent en compte des risques qui n'était jusque-là pas pris en compte dans l'estimation du Capital de Solvabilité Requis (SCR). Outre le fait qu'elles renforcent la protection des assurés, ces contraintes ont pour but de tenir compte du profil risque particulier à chaque compagnie d'assurance, et ainsi renforcer la compétitivité de ces derniers. Cette réforme entend donc trouver un équilibre entre d'une part l'intérêt des assurés et de l'autre celui des assureurs. Dans le contexte particulier de l'assurance, ces intérêts ne sont pas aussi opposés qu'on pourrait le supposer. L'assureur ayant pris des engagements auprès d'assurés, ces derniers n'ont pas intérêt à ce que l'assuré soit confronté à des difficultés de solvabilité.

Dans ce mémoire nous présentons les théories et hypothèses sous-jacentes aux règles de la SBR dans le cadre de l'assurance vie. Les techniques de valorisation des provisions techniques prudentielles sont présentées et expliquées. Le calcul du SCR selon la formule standard est présenté en détail.

L'ensemble des résultats présentés dans ce rapport de stage ont été obtenus en utilisant l'outil SAS Guide.

Mots clés : *Assurance-vie, Solvabilité Basée sur les Risques, Valorisation du passif, Provisions techniques prudentielles, Best-Estimate, Capital de Solvabilité Requis (SCR).*

Abstract

The notion of solvency is a crucial one when it comes to insurance business. In order to protect the policyholders' interests and rights, the authorities pay a particular attention to the insurers' solvency.

Solvency rules for insurance companies in the European Union will undergo a significant change with the introduction of the new "**Solvency Based on Risks**" system, in order to align with the standards of the European directive named "**Solvency II**".

Up till now, the assessment of the required capital was quite simple, but it did not allow for the true reflection of risks incurred by the company. It is in this context that comes the SBR project, which will introduce a new regime characterized by taking into account all the risks incurred by insurers. Guarantees for these risks will have to be held in the form of Solvency Capital.

The final version of the SBR project does not exist yet. Assumptions and calculation techniques are still being tested, especially by insurance companies. This is the main subject of our internship.

Indeed, during our internship, we discussed this issue on life insurance products, including capitalization and savings products. We were able to see the technical challenges that this reform imposed on actuaries within the insurance company, in our case, RMA. Indeed, this reform imposed new constraints that take into account risks that were previously not taken into consideration in the assessment of the Solvency Capital Requirement (SCR). In addition to reinforcing the protection of policyholders, these constraints are intended to take into account the risk profile particular to each insurance company, and thus enhance the competitiveness of the latter. This reform therefore seeks to strike a balance between the interests of the insured and the insurers. In the particular context of insurance, these interests are not as opposed as might be supposed. Since the insurer has made commitments to insured persons, they do not have any interest in having the insured face solvency difficulties.

In this thesis, we present the theories and assumptions underlying the SBR rules in the context of life insurance. Valuation techniques for prudential technical provisions are presented and explained. The calculation of the SCR according to the standard formula is presented in detail. All the results presented in this internship report were obtained using the SAS Guide program.

Keys words: *Life insurance, Solvency Based on Risks, Valuation of Liabilities, Prudential Technical Provisions, Best Estimate, Solvency Capital Requirement.*

Dédicace :

Je dédie ce travail à mes parents qui m'ont toujours soutenu pendant mon cursus scolaire et universitaire, aucun aveu n'exprimera autant d'amour que j'ai pour vous. À mes professeurs qui n'ont épargné aucun effort pour m'enseigner, me former et m'orienter.

À mon cher petit frère Ilyass

À ma meilleure amie Imane HAMDIAOUI

À tous les membres de ma famille

À tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce rapport de stage qu'ils trouveront ici la traduction de mes sentiments respectueux pour le service qu'ils ont eu la grande bonté de me rendre.

Que cet humble travail puisse vous exprimer mon éternelle reconnaissance.

SAGHIR Ihsane

Dédicace :

Je dédie ce travail à mes chers parents,

Tous les mots du monde ne sauraient exprimer l'immense amour que je vous porte, ni la profonde gratitude que je vous témoigne pour tous les efforts et les sacrifices que vous n'avez jamais cessé de consentir pour mon instruction et mon bien-être. Aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer ce que vous méritez ; je vous dédie ce travail en témoignage de mon profond amour, puisse Dieu, le tout puissant vous préserver et vous accorder santé, longue vie et bonheur.

A la mémoire de mon grand-père maternel ; aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous

A mon cher petit frère Oussama

A mon très cher mari Ismail, sans ton aide, tes conseils et tes encouragements ce travail n'aurait vu le jour

A mes beaux-parents, Ahmed et Naima

A ma chère famille

A tous ceux qui, par un mot, m'ont donné la force de continuer....

Que cet humble travail puisse vous exprimer mon éternelle reconnaissance.

Sara ALFASSI

Remerciements :

Il nous est agréable de nous acquitter d'une dette de reconnaissance auprès de toutes les personnes dont l'intervention au cours de ce projet, a favorisé son aboutissement.

Ainsi, nous exprimons notre profonde gratitude et nous tenons à remercier :

- *Le corps professoral de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée, pour leur inestimable contribution à notre formation.*
- *Le corps administratif de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée pour les efforts qu'ils fournissent pour améliorer et mener à bien la mission de notre école.*
- *Monsieur Abdelaziz CHAOUBI, notre encadrant interne, professeur et chercheur à l'INSEA, pour ses directives précieuses et ses conseils pédagogiques durant toute la période de notre stage de fin d'études.*
- *Madame Fouzia AMGHAR, actuaire senior au sein de la direction technique à la Royale Marocaine d'Assurance (RMA), et responsable réserves, pour son encadrement, sa patience, son assistance fructueuse et sa disponibilité.*
- *Monsieur Adil, actuaire senior au sein de la direction technique à RMA, pour son apport technique, sa patience et son écoute.*
- *Monsieur Said JABIR, le chef du département d'actuariat à RMA pour sa confiance en nous confiant un sujet de telle ampleur.*
- *Tout le personnel de la direction technique de RMA pour leur soutien et leur gentillesse exemplaire.*

Cependant, nous ne pouvons citer tous les noms. Que tous ceux qui ont contribué au bon déroulement de ce travail, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Table des matières

Résumé	3
Abstract.....	4
Dédicace :	5
Remerciements :.....	7
Table des matières.....	8
Liste des abréviations	10
Liste des tableaux	11
Liste des figures	12
Introduction générale	14
Partie I : Introduction à la nouvelle réglementation de la solvabilité basée sur les risques	15
Chapitre 0 : Présentation de l'organisme d'accueil (RMA).....	16
I . Cadre général de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA):	17
1. Historique de la compagnie :	17
2. RMA en chiffre :	18
II . Organigramme :	19
Chapitre 1 : Généralités sur l'assurance vie et introduction à la SBR	20
I . Quelques notions clés :	21
1. Le contrat d'assurance-vie :	21
2. Notions et définitions de base :	22
II . Le marché de l'assurance-vie au Maroc :	23
III. La solvabilité d'une compagnie d'assurance :	24
IV. Le contexte de la SBR :	25
V. Piliers de la SBR :	26
VI. Zoom sur le premier pilier :	28
Partie II : Valorisation des provisions techniques prudentielles et calcul du SCR.....	33
Chapitre 1 : Traitement et description des données.....	34
I . Présentation du portefeuille d'étude :	34
II . Traitement et épurement des bases de données :	36
III. Analyse descriptive des données :	38
Chapitre 2 : Elaboration des lois de sortie.....	44
I . Dressement des tables :	44

II . Estimation des taux de sortie :.....	47
III. Calcul du taux moyen :.....	49
Chapitre 3 : Lissage des taux moyens de sortie	52
I . Correction des taux moyens bruts :.....	52
II . Ajustement et lissage des taux moyens corrigés :.....	53
III. Lissage par régression linéaire simple (RLS) :	54
IV. Lissage par GLM :	56
V .Evaluation de la qualité d’ajustement :	62
Chapitre 4 : Evaluation du Best-Estimate	68
I. Projections des flux de sortie et des réserves :.....	68
II. Calcul du Best-Estimate :.....	74
III. Calcul de la marge de risque :.....	76
IV. Analyse des résultats et interprétations :.....	76
Chapitre 5 : Calcul du SCR.....	78
I . Approches de calcul du SCR :.....	78
II . SCR de souscription-vie :.....	80
III. Application et analyse des résultats :	82
Conclusion et acquis du stage	83
Annexes.....	84
Annexe 1 : l’outil SAS Guide	85
Annexe 2 : Automatisation et fonctionnement pratique de l’application	87
I. Traitement des données :.....	88
II. Tables et lissage :.....	95
III. Projections :.....	98
Annexe 3 : Tableau des données	101
Annexe 4 : Tableau des projections des flux de sortie et des réserves	102
Annexe 5 : Valeur de rachat des contrats d’assurance-vie.....	104
Annexe 6 : La constitution de la marge de solvabilité en assurance-vie	104
Annexe 7 : La clé de répartition des frais de gestion	105
Annexe 8 : Test de Shapiro-Wilk.....	105
Annexe 9 : La famille exponentielle.....	106
Annexe 10 : Bilan simplifié d’une compagnie d’assurance.....	107
Bibliographie	108

Liste des abréviations

ACAPS : Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale.

BAM : Bank-Al-Maghrib.

BDF : Bénéfices Discrétionnaires Futurs.

BE: Best Estimate.

BEFG: Best Estimate des Frais de Gestion.

BEG : Best Estimate Garanti.

DAPS : Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale.

FMSAR : Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurance et de Réassurance.

FP: Fonds Propres.

GLM: Generalised Linear Model.

IAIS: International Association of Insurance Supervisors.

ICP : International Core Principles.

IR : Impôt sur le Revenu.

MR : Marge de Risque.

MS : Marge de Solvabilité.

PPB : Provision pour Participation aux Bénéfices.

PT : Provisions Techniques.

RLS : Régression Linéaire Simple.

RT : Résultat Technique.

SCR : Solvency Capital Requirement (Capital de Solvabilité Requis).

TMG : Taux Minimum Garanti.

TPB : Taux de Participation aux Bénéfices.

Liste des tableaux

Tableau 1: Classement et part de marché des compagnies marocaines d'assurance	18
Tableau 2: Principales différences entre les produits "épargne" et "capitalisation"	34
Tableau 3: Statistiques sur les valeurs manquantes et aberrantes de données	36
Tableau 4: Corrections effectuées sur les variables de la base de données	37
Tableau 5: Tableau descriptif des données en 2017	42
Tableau 6: Table de sortie en montant	45
Tableau 7: Table de sortie en nombre	46
Tableau 8: Table des réserves en montant	47
Tableau 9: Table des réserves en nombre	47
Tableau 10: Table des taux de sortie en montant/en nombre	49
Tableau 11: Table des taux moyens de sortie en montant/en nombre	50
Tableau 12: Critères du modèle d'ajustement des taux bruts	63
Tableau 13: Critères du modèle d'ajustement des taux corrigés	63
Tableau 14: Comparaison entre les valeurs de l'EAMR des taux corrigés et l'EAMR des taux bruts	64
Tableau 15: Réalité et estimation des réserves et des sorties en 2017	71

Liste des figures

Figure 1: Evolution du chiffre d'affaire de RMA en milliards MAD	19
Figure 2: Organigramme de la Royale Marocaine de l'Assurance	19
Figure 3: La répartition des émissions d'assurance par sous-catégories	23
Figure 4: Part de chaque branche de l'assurance-vie en termes de primes émises	24
Figure 5: Processus de mise en oeuvre de la SBR (Source: ACAPS)	26
Figure 6: Les trois piliers de la SBR.....	27
Figure 7: Les modifications dans le bilan d'une entreprise d'assurance et de réassurance dans le cadre de la SBR.....	28
Figure 8: Modules de risques retenus pour le calcul du SCR	31
Figure 9: Evolution des réserves en montant et en nombre pour le produit X	39
Figure 10: Evolution des réserves en montant et en nombre pour le produit Y.....	39
Figure 11: Pourcentage des sorties effectuées par les adhérents au produit X en 2017	40
Figure 12: Pourcentage des sorties effectuées par les adhérents au produit Y en 2017.....	41
Figure 13: Capture d'écran affichant la table des taux moyens bruts de rachat en montant pour le produit X.....	50
Figure 14: Capture d'écran affichant la table des taux moyens bruts de rachat en nombre pour le produit X.....	51
Figure 15: Comparaison entre la courbe des taux bruts et la courbe des taux lissés.....	53
Figure 16: Q-Q Plot des taux moyens de rachat en nombre pour le produit X.....	56
Figure 17: Modèles linéaires généralisés VS Modèles linéaires	57
Figure 18: Table des taux lissés de rachat en montant par âge et par ancienneté.....	65
Figure 19: Table des taux lissés de rachat en nombre par âge et par ancienneté	65
Figure 20: Lissage des taux moyens de rachat en nombre	66
Figure 21: Lissage des taux moyens de rachat en montant	66
Figure 22: Evolution des projections des sorties en montant pour le produit X	71
Figure 23: Evolution des projections des sorties en nombre pour le produit X.....	72
Figure 24: Evolution des projections des sorties en montant pour le produit Y.....	73
Figure 25: Evolution des projections des sorties en nombre pour le produit Y.....	73
Figure 26: Schéma de fonctionnement pour l'approche par scénario	79
Figure 27: Comparaison entre le bilan prudentiel avant et après choc	79
Figure 28: Sous modules de risque pour le risque de Souscription Vie.....	80
Figure 29: Guide d'utilisation de l'interface SAS Guide	86
Figure 30: Flux de processus d'étapes de l'application sous SAS Guide.....	87
Figure 31: Importation des données sous SAS Guide.....	88
Figure 32: Importation des données depuis leurs emplacements	89
Figure 33: Extrait de la base financière des produits	89
Figure 34: Extrait de la base de sortie.....	90
Figure 35: Extrait des taux zéro-coupons	90
Figure 36: Tâches sous SAS Guide	91

Figure 37: Boite de dialogue permettant de calculer l'ancienneté dans la base de données financière	92
Figure 38: Extrait du travail effectué sur la base de données financière	92
Figure 39: Fenêtre permettant de supprimer les anciennetés négatives	93
Figure 40: Boite de dialogue permettant de filtrer les années de calcul	93
Figure 41: Boite de dialogue permettant de calculer l'âge de sortie.....	94
Figure 42: Boite de dialogue permettant de calculer l'ancienneté	94
Figure 43: Extrait du travail effectué sur la base de sortie	95
Figure 44: Interface du flux de processus"Tables et lissage"	96
Figure 45: Interface des calculs	96
Figure 46: Interface des calculs	97
Figure 47: Table de taux moyen lissé de rachat en montant du produit X par âge et par ancienneté	98
Figure 48: Interface des hypothèses de projection	98
Figure 49:Interface des projections	99
Figure 50: Tableau récapitulatif des projections des réserves et des sorties en montant pour le produit X.....	99
Figure 51: Tableau affichant le best-estimate et la duration.....	100
Figure 52: Projections des réserves et des flux de sortie en montant (MAD) pour le produit X.....	102
Figure 53: Projections des réserves et des flux de sortie en nombre pour le produit X.....	103
Figure 54: Projections des réserves et des flux de sortie en montant (MAD) pour Y.....	103
Figure 55: Projections des réserves et des flux de sortie en nombre pour le produit Y.....	103
Figure 56: Diagramme Q-Q plot destiné à comparer une loi de distribution préalablement centrée réduite avec une loi normale centrée réduite	106

Introduction générale

Actuellement, les entreprises d'assurances exercent leurs activités dans un contexte concurrentiel marqué par la libéralisation, la déréglementation, l'innovation qui rendent la prise de risque un élément incontournable. Il en résulte que le contrôle prudentiel devient plus délicat. A l'intérieur de ce dilemme, il est appelé plus que jamais à concilier de manière optimale entre la performance des compagnies et la gestion des risques.

Dans cette perspective, ce souci d'instaurer un marché crédible, stable et fonctionnant sur des bases solides, se trouve concrétisé par la mise en place de la nouvelle réglementation nommée Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) dans le cadre du projet de convergence progressive vers le régime prudentiel. L'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) a communiqué le 14 Avril 2017 à la Fédération Marocaine des sociétés d'Assurances et de Réassurance (FMSAR) le projet de circulaire d'application des normes de cette nouvelle réforme.

Pendant notre stage, nous avons abordé cette problématique sur les produits de l'Assurance-Vie. Ce travail, fruit de notre projet de fin d'études au sein de la direction technique de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA), est consacré à relever les défis techniques et les nouvelles spécifications que cette nouvelle réforme impose. Le but étant, bien entendu, de protéger les intérêts des assurés, mais aussi des assureurs contre tous les risques d'insolvabilité et de défaillance, et ceci en instaurant de nouvelles règles d'évaluation des provisions techniques, des règles d'investissements, et des règles de détermination des éléments constitutifs de la marge de solvabilité permettant de procurer les ressources qui couvriront cette marge de solvabilité même en présence d'évènements défavorables.

L'objectif général de notre projet s'inscrit dans cette perspective qui consiste à évaluer les provisions techniques dans le cadre des nouvelles normes édictées par cette nouvelle réforme nommée la « SBR ».

Pour ce faire, nous adoptons un plan à 3 grandes parties :

Une partie préliminaire contenant trois chapitres consacrée à introduire le thème général de notre travail en soulignant les majeures généralités du secteur de l'assurance-vie au Maroc et à cerner la problématique traitée.

Une étude des provisions techniques prudentielles fera l'objet d'une deuxième partie, à travers laquelle nous essaierons d'abord de traiter notre portefeuille d'étude contenant des produits vie, et de faire une analyse descriptive sur les bases de données qui lui sont relatives et sur lesquelles nous allons appliquer tous nos calculs. Cette partie représente de cœur de notre projet puisqu'elle nous permettra d'élaborer les différentes lois de sortie et d'évaluer les composantes nécessaires au calcul du Capital de Solvabilité Requis (SCR).

La troisième partie sera dédiée à expliquer le fonctionnement de l'application sous SAS Guide, l'outil de programmation de nos calculs. Cette partie consiste en l'automatisation des différentes hypothèses et étapes nécessaires à l'évaluation du Best-Estimate (la meilleure estimation) et au calcul du Capital de Solvabilité Requis (SCR).

Partie I : Introduction à la
nouvelle réglementation de la
solvabilité basée sur les
risques

Chapitre 0 : Présentation de l'organisme d'accueil (RMA)

Chapitre 0 : Présentation de l'organisme d'accueil (RMA)

Introduction :

Afin de rendre compte de manière fidèle et analytique les 4 mois de stage effectué au sein de la Royale Marocaine d'Assurance(RMA), il apparaît logique de présenter à titre préalable cette compagnie et son rôle comme acteur important au niveau de l'économie nationale. Donc, ce premier chapitre sera consacré à une présentation globale de l'organisme d'accueil -RMA-, particulièrement son historique, sa part de marché et les modalités de son organisation et à la présentation de la Direction Technique au sein de laquelle nous avons effectué notre stage de fin d'études.

I . Cadre général de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA) :

La Royale Marocaine d'Assurance est une compagnie d'assurance et de réassurance marocaine filiale du groupe FinanceCom, groupe financier privé leader au Maroc et sur le continent africain.

Depuis plus de 70 ans d'existence, RMA s'est construit une réputation d'assureur global et d'acteur majeur du secteur au Maroc. En effet, elle a su se forger un destin exceptionnel pour devenir l'une des compagnies les plus représentatives du marché marocain de l'assurance. Elle est aujourd'hui l'une des compagnies leaders du marché des risques techniques et des assurances à la personne.

RMA focalise son activité en 4 fonctions principales, à savoir : l'assurance dommages, l'assurance vie / l'épargne / la retraite, l'assurance santé et la gestion d'actifs.

1. Historique de la compagnie :

- En **1949**, la compagnie fut créée par un groupe d'investisseurs marocains, dont Othmane Benjelloun le président du groupe FinanceCom. Elle a usé d'expertise et de professionnalisme pour devenir l'une des plus importantes compagnies d'assurances de la place.
- En **1995**, la compagnie a participé à la privatisation de la banque marocaine de commerce extérieure devenue BMCE Bank.
- En **1998**, le groupe RMA BMCE accompagné de Commerzbank et UBP procède au rachat des parts du groupe français le GAN d'Al Wataniya et l'Alliance Africaine d'Assurance.
- En **2005**, RMA et Al Wataniya, capitalisant ainsi deux expériences exclusives en la matière, elles donnent naissance au plus grand assureur au Maroc qu'est RMA Wataniya. Cette fusion s'inscrit dans la politique de concentration et de

rapprochement que connaît le secteur dans l'objectif d'avoir une structure solide et concurrente.

- En **2008**, RMA Wataniya s'accapare de la certification ISO 9001 version 2000.
- En **2014**, la compagnie élargit le champ géographique de son activité par l'acquisition de 4 compagnies d'assurance en Côte d'Ivoire, au Cameroun, et au Togo.
- En **2016**, RMA Wataniya devient RMA (Royale Marocaine d'Assurance).

2. RMA en chiffre¹ :

Inspirée de l'élan insufflé au secteur national de l'assurance, RMA s'impose aujourd'hui comme un acteur solide et ambitieux de l'économie marocaine.

En termes de part de marché, la Royale Marocaine d'Assurance détient 16% du volume total du secteur des assurances, occupant ainsi la deuxième place après Wafa Assurance, et enregistrant un bénéfice net en progression de 7%, comme le montre le tableau ci-après².

	<i>Compagnie d'assurance</i>	<i>Vie</i>	<i>Non Vie</i>	<i>Total</i>
1.	Wafa Assurance	26,1%	16,5%	20,7%
2.	RMA	18,5%	14,0%	16,0%
3.	Saham Assurance	6,0%	17,4%	12,4%
4.	Axa Assurance Maroc	8,4%	12,2%	10,6%
5.	Mutuelle Taamine Chaabi	22,9%		10,0%
6.	Atlanta	2,5%	8,4%	5,8%
7.	Sanad	2,2%	7,1%	4,9%
8.	Marocaine Vie	9,6%	0,5%	4,4%
9.	MCMA	3,7%	2,9%	3,3%
10.	Allianz Assurance Maroc	0,1%	5,6%	3,2%
11.	MAMDA		4,2%	2,4%
12.	CAT		3,0%	1,7%
13.	Saham Assistance		2,3%	1,3%
14.	Maroc Assistance Internationale		2,0%	1,2%
15.	MATU		1,5%	0,8%
16.	Wafa IMA Assistance		1,1%	0,6%
17.	Euler Hermès ACMAR		0,6%	0,3%
18.	Axa Assistance Maroc		0,5%	0,3%
19.	Coface Maroc		0,3%	0,1%

Tableau 1: Classement et part de marché des compagnies marocaines d'assurance

Le rapport d'activité publié par RMA affiche de bonnes performances en 2017. En effet, son chiffre d'affaires s'élève à **6,2** milliards MAD en hausse de **6%** par rapport aux 5,86 milliards MAD de 2016.

¹ Rapport d'activité de RMA, 2017.

² Source : Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurance et de Réassurance (FMSAR)

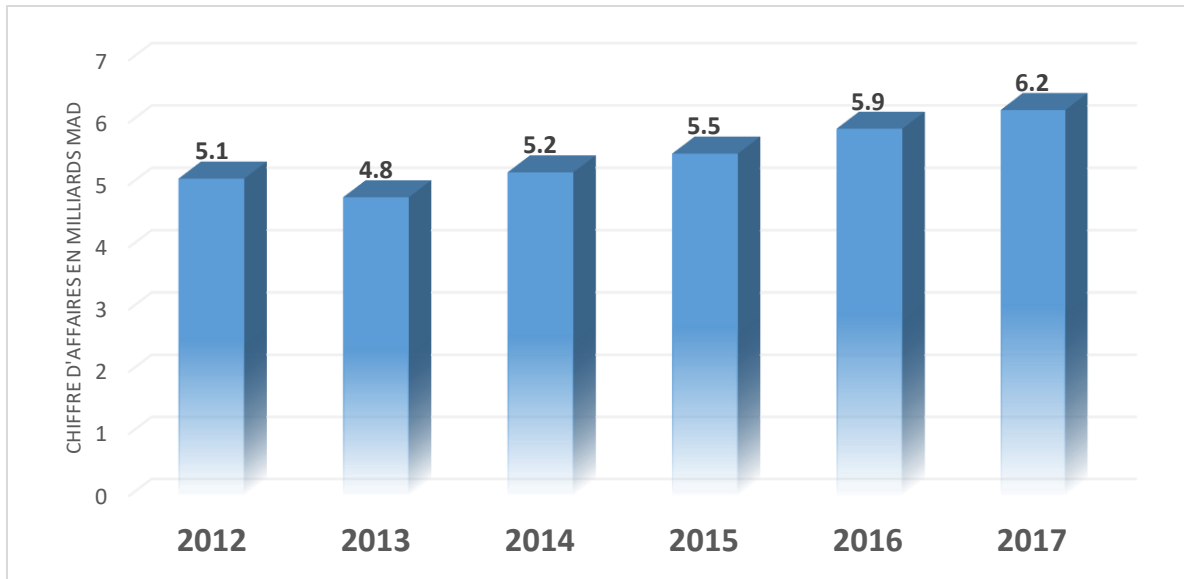


Figure 1: Evolution du chiffre d'affaire de RMA en milliards MAD

Quant aux souscriptions, elles se répartissent à part égale entre les branches vie et non vie. Le ratio combiné non vie s'alourdit, toutefois, de 1,6 point à 96,3%. La détérioration de cet indice est due à une hausse de 25% de la fréquence de la sinistralité automobile.

II . Organigramme :

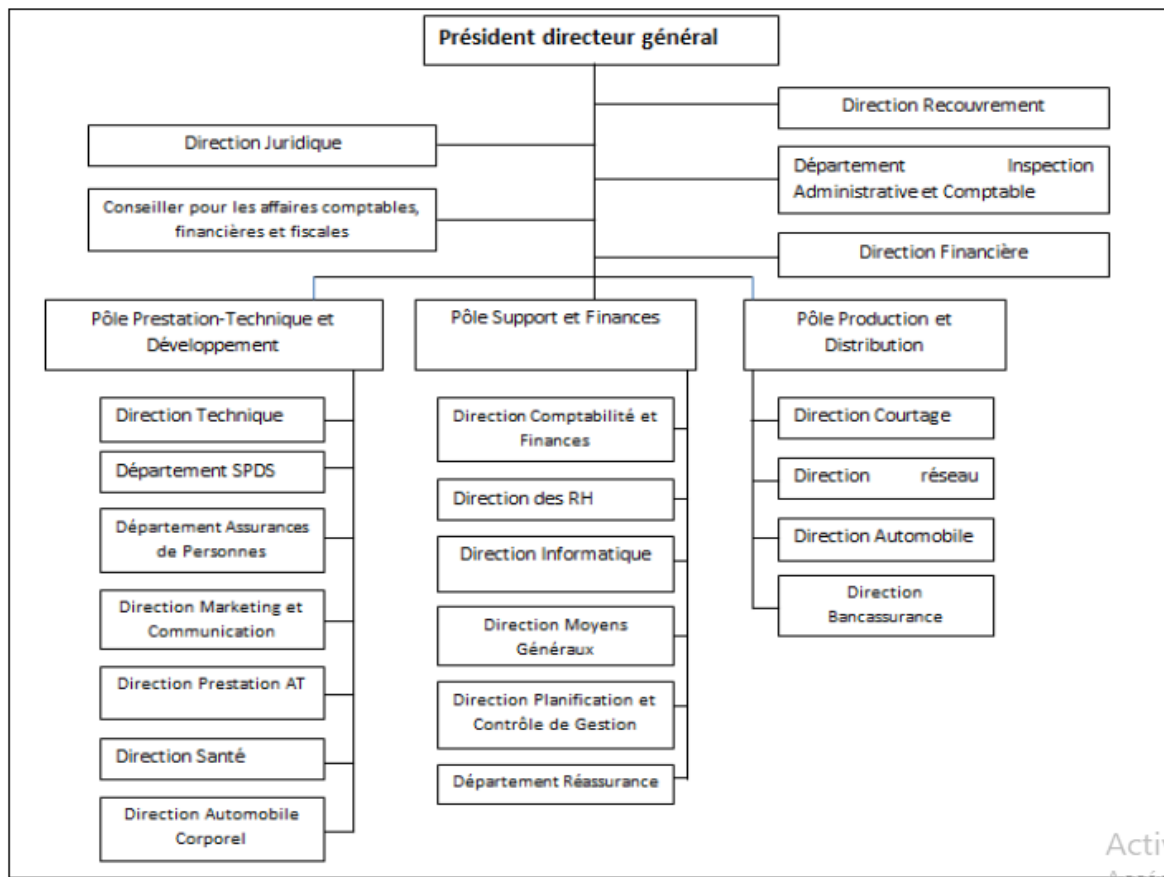


Figure 2: Organigramme de la Royale Marocaine de l'Assurance

Chapitre 1 : Généralités sur l'assurance vie et introduction à la SBR

Chapitre 1 : Généralités sur l'assurance vie et introduction à la SBR

Introduction

Le but de cette première partie est en premier lieu de présenter l'assurance-vie dans sa globalité. En effet, cela va nous permettre de nous immerger dans le sujet et posera les bases de la suite de ce rapport. C'est pourquoi, il nous semble primordial de réunir un condensé d'informations élémentaires destinées à éclaircir le cadre général de notre sujet. Ainsi, dans le présent chapitre nous allons commencer par donner des notions de bases relatives à notre sujet et un aperçu global sur le marché de l'assurance-vie au Maroc, pour enfin décrire le rôle essentiel de la solvabilité dans l'exercice de l'activité d'assurance.

En second lieu, nous allons présenter la nouvelle réglementation qu'est la Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) qui vient remplacer la réglementation prudentielle actuelle du secteur des assurances et de réassurance au Maroc. Cette dernière s'inscrit dans un cadre de contrôle prudentiel visant à réduire ou à mieux maîtriser les risques gérés par les différentes composantes du marché de l'Assurance³. Il se traduit en pratique par une surveillance financière basée sur la vérification, pour l'ensemble des entreprises d'assurance et de réassurance, de l'état de solvabilité, de la contribution des provisions techniques et de la représentation de celles-ci par des actifs et leurs conformités aux règles mises en place par le législateur, qui est l'ACAPS.

I . Quelques notions clés :

1. Le contrat d'assurance-vie :

De façon générale, et selon le Code des Assurances, un contrat d'assurance est « **une convention passée entre l'assureur et le souscripteur pour la couverture d'un risque et constatant leurs engagements réciproques** ».

Plus particulièrement, l'assurance-vie comporte deux types de contrats :

- **Un contrat d'assurance sur la vie ou de prévoyance** : contrat par lequel, en contrepartie de versements uniques ou périodiques, l'assureur garantit des prestations dont l'exécution dépend de la survie ou du décès de l'assuré.
- **Un contrat de capitalisation ou d'épargne** : contrat d'assurance où la probabilité de décès ou de survie n'intervient pas dans la détermination de la prestation en ce sens qu'en échange de primes uniques ou périodiques, le bénéficiaire perçoit le capital constitué par les versements effectués, augmentés des intérêts et des participations aux bénéfices.

³ Le marché de l'Assurance comporte les compagnies d'assurance et de réassurance et les intermédiaires d'assurances.

Notre sujet d'étude concerne les produits souscrits sous le second type de contrats, c'est-à-dire le contrat de capitalisation.

Les contrats de capitalisation peuvent répondre à différents besoins. La liste ci-après n'étant pas exhaustive :

- **La constitution d'un complément de retraite** : les fruits de placement seront récupérés à partir d'une date fixée à la signature du contrat, qui correspond le plus souvent au moment de l'arrêt de l'activité professionnelle. A dater du jour choisi, l'assuré percevra un capital ou une rente selon la périodicité désirée.
- **La réalisation d'un projet futur**, de moyen ou long terme, par exemple, un investissement immobilier.
- **La constitution d'une épargne de précaution**, notamment pour conserver une indépendance en cas de perte d'autonomie.
- **La constitution d'une épargne éducation** destinée à financer les études supérieures des enfants.

Deux éléments essentiels sur lesquels repose la performance de ces contrats :

- **Le taux minimum garanti** : En plus de la garantie du capital, l'assureur s'engage de ne jamais vous servir un taux de capitalisation inférieur à celui indiqué dans le contrat par « **TMG** » et ceci quel que soit le rendement du marché financier ;
- **La participation aux bénéfices** : C'est le pourcentage que s'engage à redistribuer la compagnie d'assurance sur les bénéfices financiers qu'elle réalise sur les placements effectués pour le compte de ses assurés. La plupart des compagnies pratiquent des taux compris entre 80% et 90%.

2. Notions et définitions de base⁴ :

Nous définissons ci-dessous quelques notions de base nécessaires à la compréhension de tout ce qui suit dans le rapport :

- **Engagement** : montant de la garantie accordée par l'assureur en vertu du contrat d'assurance.
- **Provisions techniques** : comptes d'épargne accumulés par l'entreprise d'assurances et de réassurance pour faire face à ses engagements envers les assurés et bénéficiaires de contrats d'assurance, dont la provision mathématique qui représente la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et les assurés.

$$PM_k = VAP(\text{engagementsfutursassureur})_k - VAP(\text{engagementsfutursassuré})_k$$

- **Rachat** : versement anticipé à l'assuré d'un pourcentage de l'épargne constituée (**rachat partiel**) au titre d'un contrat d'assurance sur la vie. Le rachat de la totalité de

⁴ Toutes les définitions sont tirées de la loi n° 17-99 portant **Code des Assurances**.

l'épargne (**rachat total**) met fin au contrat. Le montant payé par l'assureur à l'assuré est dit **valeur de rachat** (Surrender Value)⁵.

- **Prime** : somme due par le souscripteur d'un contrat d'assurance en contrepartie des garanties accordées par l'assureur.
- **Cotisation d'assurance** : somme, correspondant à la prime, due par l'assuré en contrepartie d'un contrat d'assurance souscrit auprès des sociétés d'assurances mutuelles.
- **Echéance du contrat** : date à laquelle est prévue l'expiration du contrat d'assurance.
- **Effet du contrat** : date à partir de laquelle le risque est pris en charge par l'assureur.
- **Capital assuré** : valeur déclarée au contrat et constituant la limite de l'engagement de l'assureur.

II . Le marché de l'assurance-vie au Maroc :

Au Maroc, l'assurance a connu un véritable décollage récemment. Avec un volume de 35,1 milliards MAD de primes émises en 2016 des 19 compagnies que compte le secteur, le Maroc ressort comme le deuxième plus grand marché africain de l'assurance derrière l'Afrique du Sud, et le 49ème à l'échelle mondiale. Un marché en constante évolution indépendamment de la conjoncture, avoisinant les 11 % pour le compte du dernier exercice.

Le marché de l'assurance vie est la locomotive de ce développement. En effet, en visualisant les chiffres de l'année 2017, nous remarquons que la branche « Assurance vie et Capitalisation » occupe une place prépondérante en termes de primes émises dont le montant passe de 14,3 millions MAD en 2016 à 17 millions MAD en 2017, enregistrant ainsi une évolution de 19,1%.

Le graphique suivant confirme ce qui précède et montre la répartition des primes émises d'assurances par sous catégories.

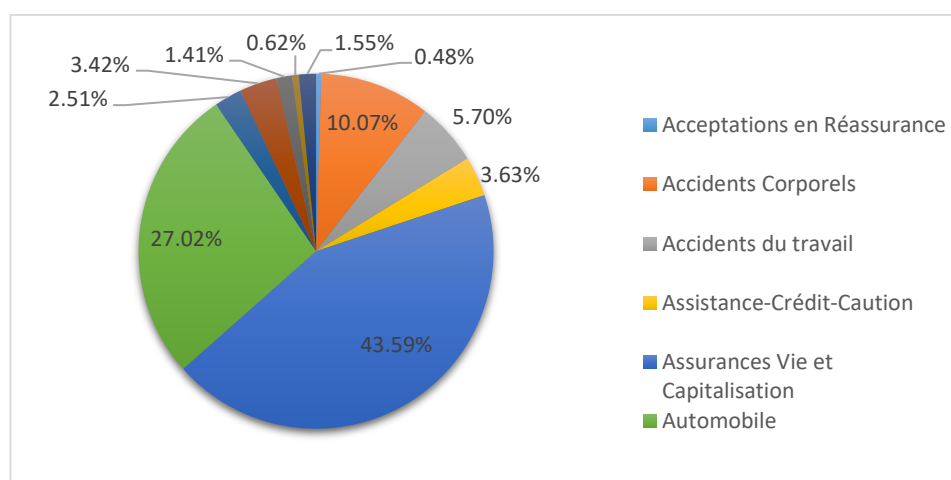


Figure 3: La répartition des émissions d'assurance par sous-catégories

⁵ Voir Annexe 1.

L'analyse des émissions par branche montre que la vie et capitalisation est dominée par les assurances individuelles qui représentent 50% du total de la branche, suivi de la capitalisation avec un pourcentage de 32%. C'est la catégorie de l'assurance individuelle qui a permis alors une telle évolution.

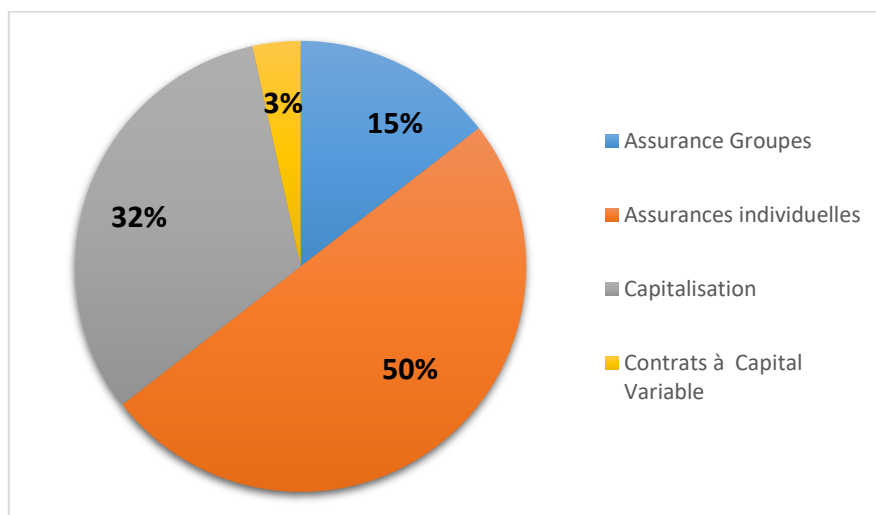


Figure 4: Part de chaque branche de l'assurance-vie en termes de primes émises

III. La solvabilité d'une compagnie d'assurance :

La notion de solvabilité est essentielle dans l'exercice de l'activité d'assurance. Pour protéger les intérêts des assurés, les autorités de contrôle exercent une surveillance régulière de la solvabilité des assureurs.

Par solvabilité, nous entendons la capacité d'une compagnie d'assurance à respecter à tout instant ses engagements envers ses assurés et ses créanciers. Elle est mesurée par la différence entre les actifs et les engagements pris par l'assureur. Le montant du capital disponible en plus des engagements réglementés, est appelé la « marge de solvabilité⁶ », dont le but est d'amortir les impacts d'éventuelles variations économiques défavorables (i.e. grâce à la marge de solvabilité, l'assureur est capable de supporter une perte plus importante).

En assurance-vie, la solvabilité n'est pas moins importante. Les primes placées dans un contrat d'assurance vie n'appartiennent plus à l'assuré. Elles deviennent la propriété de l'assureur qui, en contrepartie, s'engage à les restituer à terme à son client. Dès lors, la réglementation oblige chaque assureur vie à disposer de fonds spécifiques dans lesquels il pourra puiser, si les sommes qu'il gère pour le compte de ses assurés deviennent inférieures aux engagements pris à leur égard.

⁶ Voir Annexe 2.

IV. Le contexte de la SBR :

L'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale, créée en 2014 et venant remplacer la Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale (DAPS), a institué le contrôle comptable et financier afin de garantir la santé financière des compagnies d'assurances et de réassurance, et par la suite, garantir la solvabilité et protéger les droits des assurés et des bénéficiaires des contrats d'assurance. En effet, les sociétés d'assurance et de réassurance doivent rester en mesure d'honorer les engagements pris à l'égard des assurés et des bénéficiaires de contrats et ce en se basant sur 4 volets :

- **Règles d'évaluation** des provisions techniques et des placements afin d'évaluer prudemment les engagements.
- **Règles d'investissement** permettant d'avoir des actifs de bonne qualité en représentation de ces engagements.
- **Règles de calcul de la Marge de Solvabilité**⁷.
- Règles de détermination des éléments constitutifs de la marge de solvabilité permettant de procurer les ressources qui couvriront cette marge de solvabilité même en présence d'évènements défavorables ou imprévus.

L'objectif de ces règles prudentielles et des exigences règlementaires qui en découlent est d'assurer des provisions suffisantes et prudentes pour le règlement intégral des engagements en utilisant des taux prudents et des tables de mortalité prudentes surestimant la mortalité. Toutefois, le régime actuel de surveillance de la solvabilité des entreprises d'assurance présente des **insuffisances** et connaît un certain nombre de faiblesses comme :

- Cadre basé sur des éléments comptables et non économiques.
- Quasi-absence des normes en matière de gouvernance.
- Non prise en compte de la diversité des risques auxquelles est confrontée chaque entreprise d'assurance.
- Pas de prise en compte de la réalité de structure et du fonctionnement actuel auquel appartient l'entreprise d'assurance.
- Manque de transparence.
- Réglementation non cohérente avec la réglementation bancaire Bâle III
- Non-conformité par rapport aux principes de bases de l'assurance (ICP) dictés par l'IAIS⁸.

En plus de ces insuffisances, Le marché marocain, des assurances est confronté aujourd'hui à des mutations profondes qui affectent aussi bien sa structure que son fonctionnement et exposent ses acteurs à de nouveaux risques et enjeux, ce qui rend la prise en compte des risques un élément incontournable.

C'est dans cette perspective donc, et dans l'objectif de suivre les standards internationaux et franchir un grand pas vers la modernisation du secteur, que l'ACAPS prépare un projet

⁷ Voir Annexe 6.

⁸ International Association of Insurance Supervisors : Un organe normatif en assurance, fondé en 1994. Il a pour objectif de promouvoir une supervision des assurances efficace et cohérente dans le monde.

réglementaire qui est connu sous le nom de « Solvabilité Basée sur les Risques » ou SBR afin d'instaurer un marché crédible, stable et fonctionnant sur des bases solides dans l'intérêt des assurés mais aussi des assureurs pour les protéger contre tous les risques de solvabilité et de défaillance. Cette nouvelle réglementation est censée être mise en vigueur à partir de Janvier 2019, selon l'ACAPS.

Ce projet dont la dernière version est celle de Mars 2018, et dont l'équivalent en Europe est Solvabilité 2, est né d'une volonté de :

- Renforcer la résilience du secteur des assurances face aux risques encourus ;
- Renforcer les systèmes de gouvernance ;
- Renforcer la culture de gestion des risques ;
- Renforcer la protection des assurés dans un environnement instable et plus risqué.

Cette nouvelle réglementation a été mise en place selon plusieurs étapes, qui sont détaillées dans l'illustration suivante :

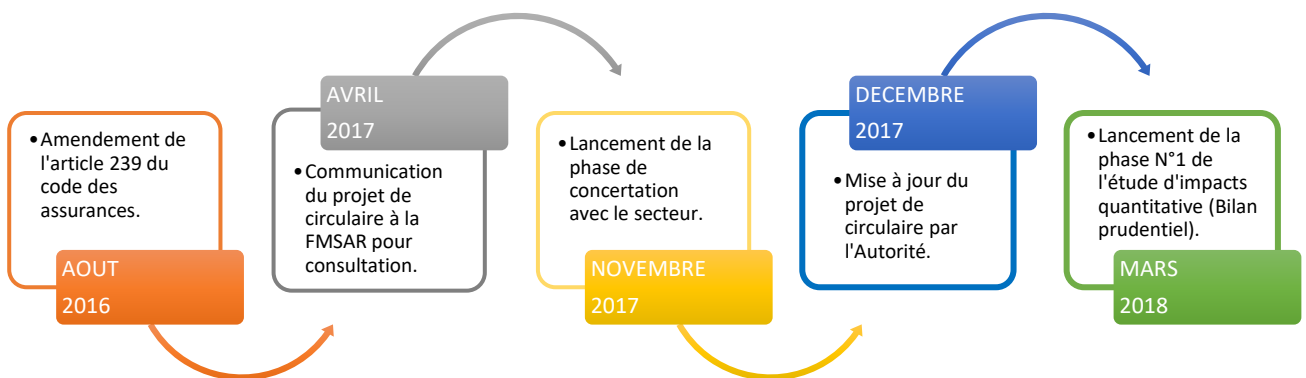


Figure 5: Processus de mise en œuvre de la SBR (Source: ACAPS)

V. Piliers de la SBR :

La réforme dite « Solvabilité Basée sur les Risques » comporte trois piliers regroupés dans la figure suivante :

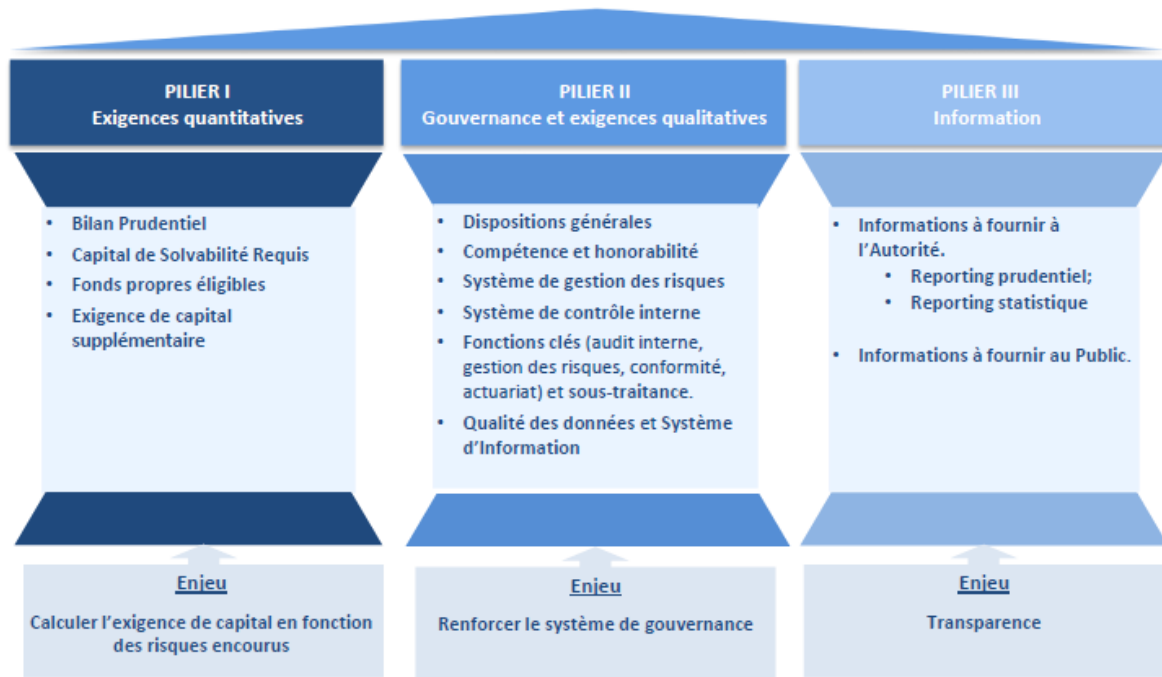


Figure 6: Les trois piliers de la SBR

1. Premier pilier : Exigences quantitatives

Ce pilier a pour objectif de revoir la manière avec laquelle les fonds propres minimums exigés d'une compagnie d'assurance sont calculés. Nous nous attarderons plus tard sur ce pilier qui nous intéresse dans ce rapport.

Ces exigences sont calculées selon trois étapes :

- Calcul du Bilan prudentiel.
- Calcul du Capital de Solvabilité Requis (SCR).
- Calcul du niveau de Fonds Propres Prudentiels (FPP).

Nous nous attarderons plus tard sur ce pilier qui nous intéresse dans ce rapport.

2. Deuxième pilier : Gouvernance et exigences qualitatives

Si le pilier I a pour vocation d'apprécier les niveaux de solvabilité des entreprises d'assurances et de réassurance par une approche quantitative en fonction des risques encourus, cela n'a de valeur que si celles-ci disposent en parallèle d'un système de gouvernance approprié.

Ce pilier étoffe le dispositif actuel concernant le contrôle de la gestion de risque et la partie audit interne dans l'objectif d'établir une gouvernance globale appropriée, des politiques clairement définies et de mettre en place des fonctions essentielles suffisamment indépendantes dont le rôle est clairement défini. Ces fonctions clés sont : l'actuariat, l'audit interne, la gestion de risques et la conformité.

3. Troisième pilier : Information

Le pilier III oblige les opérateurs à communiquer de façon transparente avec l'Autorité et avec le public à travers des états prudentiels et statistiques ainsi que des rapports narratifs.

Cette information doit impérativement respecter les principes de fiabilité, d'intégrité et de pertinence.

VI. Zoom sur le premier pilier :

Le changement majeur dans ce pilier touche le calcul de la marge de solvabilité – désignée par « Capital de Solvabilité Requis » ou « Fonds Propres », qui devra dorénavant tenir compte de la diversité des risques réels, que peut rencontrer une compagnie d'assurance et qui peuvent entraîner une perte ou un changement défavorable de la situation financière. Actuellement, seul le risque de souscription est pris en considération.

De plus, cette nouvelle directive ne s'appuiera plus sur les comptes sociaux, et imposera aux organismes de préparer un bilan distinct appelé **bilan prudentiel** qui est valorisé selon les valeurs économiques et non sur des valeurs comptables.

Ce bilan prudentiel sert à déterminer le Capital de Solvabilité Requis et à fixer les Fonds Propres.

La figure qui suit, montre la différence entre le bilan actuel et le bilan prudentiel selon la SBR :

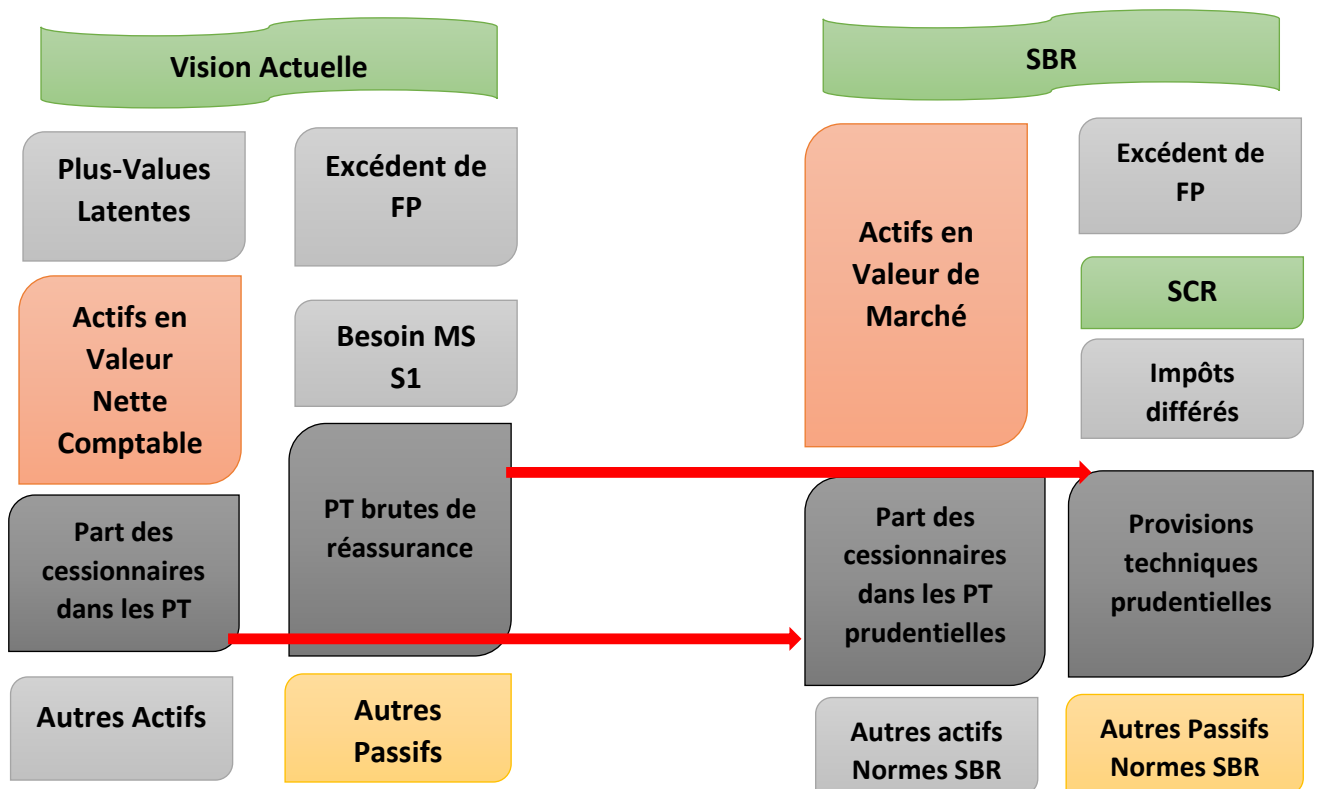


Figure 7: Les modifications dans le bilan d'une entreprise d'assurance et de réassurance dans le cadre de la SBR

On remarque que le format du bilan prudentiel est très proche de celui du bilan comptable. Il comprend, outre les rubriques « impôt différé actif », « impôt différé passif » et « Réserve de réconciliation », les mêmes rubriques du bilan comptable. Cependant, les rubriques « provisions techniques brutes » et « part des cessionnaires dans les provisions techniques » sont substituées respectivement par « provisions techniques prudentielles » et « part des cessionnaires dans les provisions techniques prudentielles ».

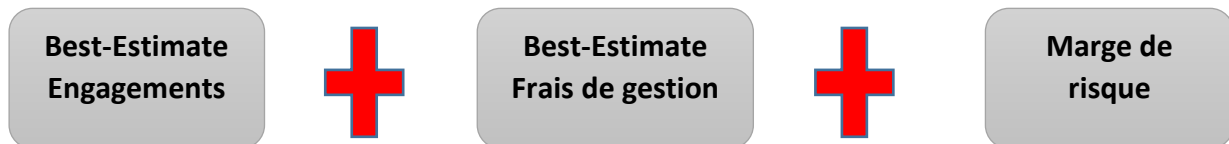
Ainsi ce pilier concerne :

- La valorisation de l'actif du bilan prudentiel.
- La valorisation du passif hors provisions techniques prudentielles.
- La valorisation des provisions techniques prudentielles.
- Le calcul du Capital de Solvabilité Requis ou SCR.
- La fixation des Fonds Propres (FP).

Nous allons nous focaliser dans tout ce qui suit sur la valorisation des PT prudentielles et sur le calcul du SCR, éléments constituant le sujet de ce présent rapport.

1. Valorisation des provisions techniques prudentielles :

La valorisation des PT prudentielles présente un alignement avec les règles prudentielles édictées par l'association internationale des superviseurs d'assurance « IAIS ». Elles sont évaluées en additionnant « **une meilleure estimation des engagements** », « **une meilleure estimation des frais de gestion** » et « **une marge de risque** ».

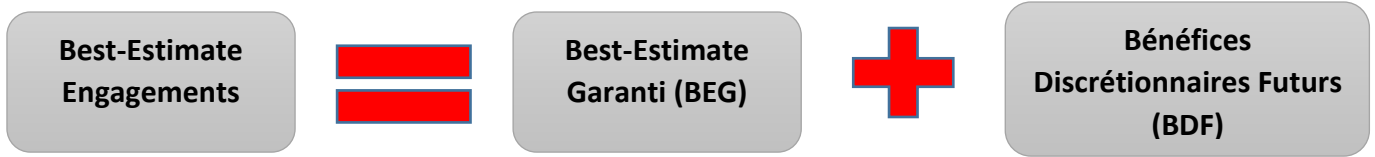


Remarque : Les provisions techniques sont évaluées **brutes de réassurance** et concernent tous les contrats.

1.1. Best Estimate des engagements :

Elle correspond à la valeur actualisée et probabilisée de flux de trésorerie futurs afférents aux engagements de l'entreprise d'assurance et de réassurance au titre des contrats souscrits et déterminée, selon la nature des opérations d'assurance.

Pour les opérations d'assurance vie, décès ou capitalisation, la meilleure estimation des engagements comprend la meilleure estimation des garanties probabilisées et les bénéfices discrétionnaires futurs.



Nous allons détailler ces deux composantes dans les chapitres qui suivent.

1.2. Best Estimate des frais de gestion⁹ :

Elle correspond à la valeur actualisée et probabilisée du montant relatif à la gestion des contrats en cours selon la nature des opérations d'assurance.

Pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation, la meilleure estimation des frais de gestion est déterminée en actualisant la somme des frais de gestion futurs probabilisés liés aux contrats.

Les frais de gestions futurs sont estimés sur la base d'une projection effectuée sur une période suffisante compte tenu des engagements contractuels. Ils sont déterminés pour chaque année de projection comme suit :

$$\text{Frais de gestion} = \text{nombre de contrats} \times \text{frais de gestion unitaire moyen}$$

Le montant de frais de gestion unitaire moyen est déterminé en considérant la moyenne sur les trois derniers exercices clos des montants de frais de gestion unitaire.

Pour la détermination du montant de frais de gestion, l'entreprise d'assurance ou de réassurance applique la clé de répartition¹⁰ à la somme des montants issus de son compte de produits et charges correspondant aux comptes ci-après :

- Achats consommés de matières et fournitures ;
- Autres charges externes ;
- Charges du personnel ;
- Autres charges d'exploitation ;
- Frais de gestion des placements.

1.3. La marge de risque :

C'est le coût que génère l'immobilisation du capital de solvabilité requis afférent aux engagements garantis, elle est calculée en appliquant à la meilleure estimation des engagements un coefficient selon la nature des opérations d'assurance.

⁹ D'après l'article 21 du projet de circulaire de l'ACAPS sur la SBR, version 12/2017.

¹⁰ Voir Annexe 7.

2. Capital de Solvabilité Requis (SCR) :

Le Capital de Solvabilité Requis (CSR) représente le niveau minimum à couvrir pour continuer son intervention directe du superviseur. En effet, il capture la perte inattendue à supporter dans le cas d'un scénario catastrophe avec une probabilité d'occurrence très faible. Il doit fournir d'une part, le niveau du capital qui permet à l'assureur d'absorber des pertes imprévues importantes et d'autre part, limiter le risque (sur une période donnée) que le niveau du capital disponible se dégrade.

Bien entendu, le SCR doit être supérieur au niveau de fonds propres (les FP doivent représenter au minimum 70% du SCR, le cas échéant, par l'exigence de capital supplémentaire).

Le SCR reflète le niveau de capital nécessaire pour que l'assureur puisse tenir de tous ses engagements, **il doit ainsi tenir compte de tous les risques**, et c'est dans ce cadre que vient la SBR pour remplacer le cadre actuel qui ne prend en considération que le risque de souscription. Toutefois, si au cours de la période prédéfinie le SCR vient à s'user, grâce à la marge de risque l'assureur pourra céder son portefeuille à un autre assureur.

La figure ci-après montre les différentes composantes du SCR.

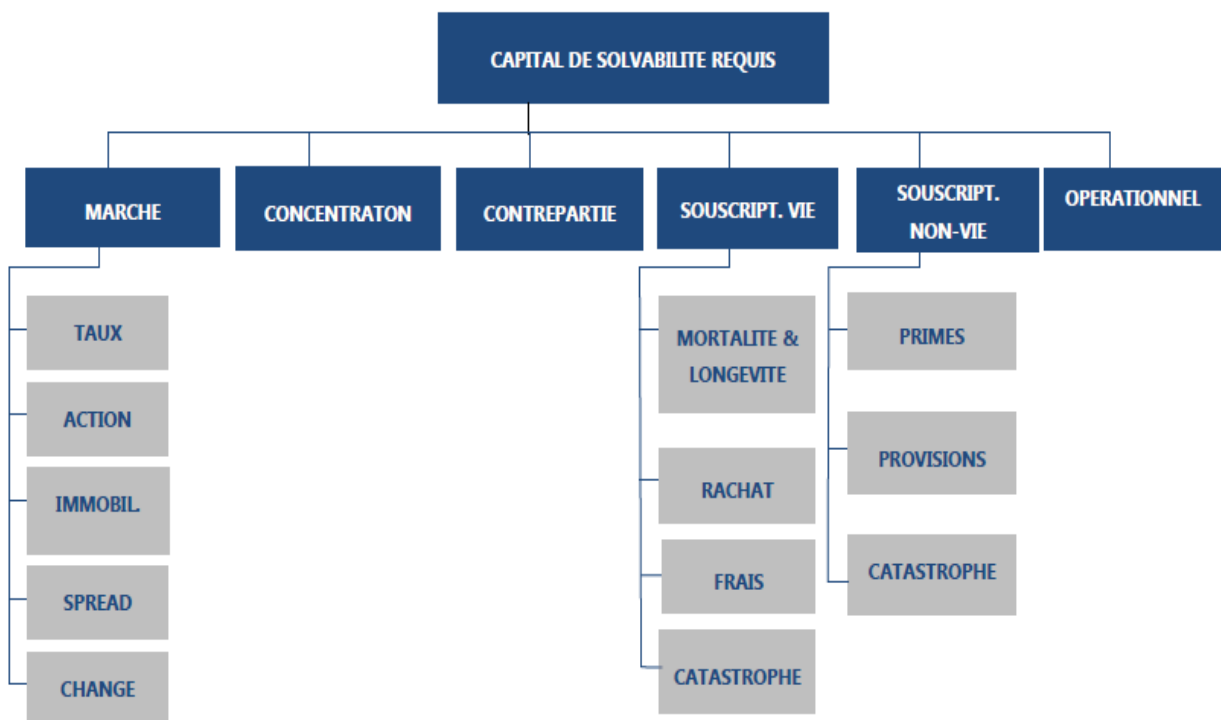


Figure 8: Modules de risques retenus pour le calcul du SCR

On remarque que les composantes du SCR présentent les différents risques qui peuvent être encourus par une compagnie d'assurance ou de réassurance. Ainsi, le SCR est constitué de la somme de :

- **L'exigence de capital relative au risque de marché** : qui se traduit par la perte ou de changement défavorable de la situation financière suite à une fluctuation affectant le niveau de la valeur des actifs ou des passifs.
- **L'exigence de capital relative au risque de contrepartie** : provenant d'un défaut de paiement d'une contrepartie ou d'une dégradation de sa qualité de crédit.
- **L'exigence de capital relative au risque de concentration** : correspond à la perte des fonds propres qui résulteraient de la baisse des actifs associés à un ensemble d'émetteurs appartenant au même groupe, par application d'un coefficient en fonction de seuils de concentration.
- **L'exigence de capital relative aux risques de souscription en vie** : correspond au risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière en raison d'hypothèses inadéquates en matière de sinistralité, de tarifications et de provisionnement. Cette exigence est déterminée en fonction des exigences de capital relatives au risque de mortalité et de longévité, risque de rachat, risque de frais de gestion et risque de catastrophe.
- **L'exigence de capital relative aux risques de souscription en non-vie** : déterminée en fonction des exigences de capital relatives au risque de primes, au risque de provisions et au risque catastrophe.
- **L'exigence de capital relative au risque opérationnel** : résultant de procédures internes, de membres du personnel, de systèmes inadéquats ou défaillants. Cette exigence correspond à un pourcentage des primes émises au titre de l'exercice inventorié.

Ainsi, le modèle retenu dans le projet SBR pour le calcul du SCR est additif ; il est la somme de chaque module de risque, car les facteurs de risque n'ont pas encore été quantifiés par l'Autorité.

Dans le présent rapport, nous allons nous intéresser seulement au risque de souscription en vie, puisque les produits de notre étude sont des produits d'assurance-vie et de capitalisation, ainsi que l'étude ne concerne que la valorisation du passif.

Partie II : Valorisation des
provisions techniques
prudentielles et calcul du SCR

Chapitre 1 : Traitement et description des données

Introduction

L'objectif de cette partie consiste à bien connaître le portefeuille sur lequel porte notre étude, et les bases de données qui y sont relatives. Il nous paraît donc nécessaire, avant d'aborder l'application en elle-même, de présenter les données nécessaires à son fonctionnement et d'examiner la composition du portefeuille.

I . Présentation du portefeuille d'étude :

1. Présentation des produits :

Notre portefeuille d'étude est constitué de 6 produits d'assurance-vie, répartis en deux catégories :

- Produits de **capitalisation**.
- Produits **d'épargne**.

Comme signalé auparavant¹¹, un contrat de capitalisation ou d'épargne est un contrat d'assurance où la probabilité de décès ou de survie n'intervient pas dans la détermination de la prestation en ce sens qu'en échange de primes uniques ou périodiques, le bénéficiaire perçoit le capital constitué par les versements effectués, augmentés des intérêts et des participations aux bénéfices.

Cependant, ces deux classes de produits présentent bien quelques différences au niveau fiscal, qu'on résumera dans le tableau suivant :

Produit EPARGNE	Produit CAPITALISATION
<ul style="list-style-type: none"> - Cotisations exonérées de l'IR. - Au terme du contrat, c'est-à-dire à l'échéance, le capital C ainsi constitué subira un abattement de 40% qui sera exonéré de l'IR. En ce qui concerne les 60% restants, on applique un taux IR sur le montant désigné par le calcul suivant : $X = \frac{60\% \cdot C}{\max(i, 4)}$ <p><i>Avec i = nbre d'années de cotisations</i></p> <p>Ainsi le montant à payer serait donc : $t_{IR} \times X$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - IR prélevé à la source. - les plus-values reçues par l'assuré à l'échéance du contrat sont exonérées de l'IR lorsque l'ancienneté¹² dépasse 8ans.

Tableau 2: Principales différences entre les produits "épargne" et "capitalisation"

¹¹ Dans la deuxième section « Notions et définitions de bases » du 1^{er} chapitre du présent rapport.

¹² Ancienneté = Date d'échéance – Date d'effet.

Nous remarquons donc que les produits de la catégorie « épargne » sont plus favorisés que les produits de capitalisation, puisqu'ils représentent des avantages fiscaux à la source et au moment de la récupération du capital constitué.

2. Caractéristiques des produits :

Dans tout ce qui suit, et par souci de confidentialité, on va désigner par un produit X, un produit de capitalisation et par un produit Y, un produit d'épargne.

- Le produit X : C'est un produit qui a pour objet de garantir les prestations suivantes :
 - **En cas de vie de l'assuré au terme du contrat** : le versement du capital constitué et/ou d'une rente certaine.
 - **En cas de décès ou d'invalidité¹³ avant le terme du contrat** : le versement au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) sur le contrat, du capital constitué à la date du décès, auquel s'ajoute un capital complémentaire égal à **50%** du versement initial ; sans toutefois que le capital complémentaire puisse dépasser **500.000 DH**.
- Le produit Y : C'est un produit de retraite qui a pour objet de garantir les prestations suivantes :
 - **A la liquidation de la retraite** : le versement d'une rente viagère ou d'une rente certaine dont le montant résulte d'un capital constitutif.
 - **En cas de décès ou d'invalidité avant la liquidation de la retraite** : le versement au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) sur le contrat, du capital épargné majoré du capital complémentaire équivalent à l'épargne constituée avec limitation de **200.000 DH**

3. Présentation des données :

Les données utilisées sont tirées de deux fichiers fournis par la compagnie d'accueil (RMA), le 1^{er} fichier contient des bases de données financières relatives aux souscripteurs tête par tête des produits de notre étude. Et le second fichier est un fichier regroupant les différentes informations relatives à tous les types de sorties effectuées par les mêmes assurés figurant dans le 1^{er} fichier.

Nos deux fichiers couvrent les exercices allant de **2008 jusqu'à 2017**. Du coup l'historique de notre étude s'étale sur une période de 10ans, conformément aux dispositions imposées par la nouvelle réglementation SBR¹⁴.

Le nombre d'observations sur ces dix exercices s'élève à **1 047 117** enregistrements dans la base financière et à **236 993** enregistrements dans le fichier de sorties.

¹³ Invalidité : L'assuré est considéré en état d'invalidité lorsque, à la suite d'une maladie ou d'un accident survenant avant l'âge de 65 ans, il se trouve dans l'impossibilité d'exercer une activité rémunérée quelconque et.

On détaillera dans le tableau présenté en annexe¹⁵ les différentes variables que contiennent nos deux fichiers.

II . Traitement et épurement des bases de données :

Dans cette partie, on va procéder seulement au traitement des variables qui nous concernent et dont on a besoin pour les prochains calculs, et ce pour les deux fichiers respectifs. Ces dites variables sont les suivantes :

- Pour le fichier de la base financière : Année Calcul, Num Adhérent, Age Assuré, Date Effet, Rachat partiel Exercice, Réserve, Libellé.
- Pour le fichier de sortie : Produit, Num Contrat, Type Prestation, Montant Prestation, Année Règlement, Date naissance, Date Effet, Date terme.

1. **Problèmes rencontrés :**

Deux types de problèmes sont mis en évidence : les valeurs manquantes et les valeurs aberrantes. Les valeurs manquantes sont des informations non déclarées par l'assuré ou non saisies par les gestionnaires de sinistres. Quant aux valeurs aberrantes, elles sont le résultat d'une erreur de saisie (exemple : âge assuré = -1 ou date effet > date terme). Le tableau ci-dessous résume le nombre de valeurs manquantes et de valeurs aberrantes sur chaque variable et le pourcentage de ces valeurs par rapport à la totalité de la base de données.

Variable	Nombre de valeurs manquantes		Nombre de valeurs aberrantes	
	Nombre	Pourcentage	Nombre	Pourcentage
Année Calcul	0	0%	0	0%
Age Assuré	0	0%	601	0,06%
Date Effet	0	0%	23	0%
Rachat partiel	0	0%	0	0%
Réserve	0	0%	0	0%
Type Prestation	0	0%	633	30%
Montant Prestation	0	0%	0	0%
Année Règlement	430	0,2%		30%
Date naissance	0	0%	0	0%
Date terme	0	0%	0	0%

Tableau 3: Statistiques sur les valeurs manquantes et aberrantes de données

On remarque que les variables affectées dans le fichier des données financières sont l'âge assuré et la Date effet dont les valeurs aberrantes représentent respectivement 0,06% et 0,005%.

¹⁵ Annexe 3.

Concernant le fichier Sortie, les variables « Type Prestation » et « Année Réglementé » sont les deux variables affectées par les problèmes de l’aberration et des valeurs manquantes comme le montre le tableau ci-dessus.

2. Traitements effectués :

Afin de remédier à ces problèmes, et puisque toutes les valeurs manquantes ou aberrantes concernent des variables quantitatives, à l’exception de la variable « Type Prestation », nous avons opté pour la méthode de correction par **imputation simple**¹⁶ quoique le pourcentage de ces aberrations ne dépasse pas 5%.

Ci-après, le tableau résumant le détail des corrections effectuées sur ces variables :

Variable affectée	Correction effectuée
Age Assuré	On remarque que 601 sur 1 047 117 des adhérents ont un âge=-1 . On a corrigé ces anomalies en les remplaçant par l’âge moyen de tous les adhérents qui est de 40ans .
Ancienneté=Année de règlement – Date d’effet	On remarque que pour la totalité de la base, moins de 5% des assurés ont une ancienneté négative, ceci est dû à la non fiabilité de l’information relative à la date d’effet. Puisque le pourcentage n’est pas significatif et il n’y a pas moyen de se renseigner sur la date d’effet, on a décidé de les supprimer de la base.
Année Règlement	Certaines années ne sont pas renseignées dans le fichier source de sorties. En remarquant que Année Validation=Année Règlement pour toutes les observations, on a donc remplacé les années de règlement manquantes par les années de validation correspondantes.

Tableau 4: Corrections effectuées sur les variables de la base de données

Concernant la variable « Type Prestation » qui prend les cinq modalités suivantes :

- Rachat partiel¹⁷ : rachat partiel du capital détenu.

¹⁶ En statistique, l'imputation est le processus de remplacement des données manquantes avec des valeurs substituées.

¹⁷ Voir la définition dans le chapitre sur les généralités sur l’assurance vie.

- Rachat Total : rachat total de l'épargne détenue avant la date terme.
- Décès naturel : sortie due à un décès naturel.
- Décès accidentel : sortie due à un décès accidentel.
- Liquidation en capital : liquidation du capital détenu car le contrat arrive à terme.

On remarque que 30% des contrats ayant effectué une liquidation en capital n'ont pas franchis la date terme, donc pour plus de précision on a remplacé le type de prestation par « Rachat Total » au lieu de « Liquidation en Capital ».

A ce stade, la base de données est exploitable, et on peut donc entamer notre étude.

III. Analyse descriptive des données :

Cette partie est dédiée à l'étude descriptive de nos données. Le but consiste à bien connaître le portefeuille sur lequel porte notre étude, avant qu'on l'aborde.

En premier lieu, on doit connaître l'évolution des montants de réserves et des nombres de contrats sur l'historique de notre étude, qui, suivant la directive de la SBR, s'étale sur 10ans, en l'occurrence ici, de 2008 à 2017. La meilleure façon d'illustrer ceci est d'élaborer des graphiques par produit regroupant la courbe d'évolution des réserves et des bâtons illustrant l'évolution des nombres de contrats par année sur l'historique de notre étude. En second lieu, on va étudier la part de chaque sortie (Rachat, Décès, Liquidation) en montant pour chaque produit donné, à travers des graphes en camembert.

Dans tout ce qui suit, nous allons adopter un produit de chaque catégorie, c'est-à-dire un produit de capitalisation X, et un produit d'épargne Y. Le choix de ces deux produits est relatif à la part des réserves qu'occupe chacun d'eux dans sa catégorie. En effet, on choisit pour chaque catégorie, le produit qui représente la plus grande part des réserves.

1. Analyse descriptive des réserves en montant et en nombre :

Le but de cette partie, est de connaître l'évolution des réserves relatives à nos deux produits X et Y sur les dix années de notre historique d'étude, afin d'observer la tendance du produit concerné.

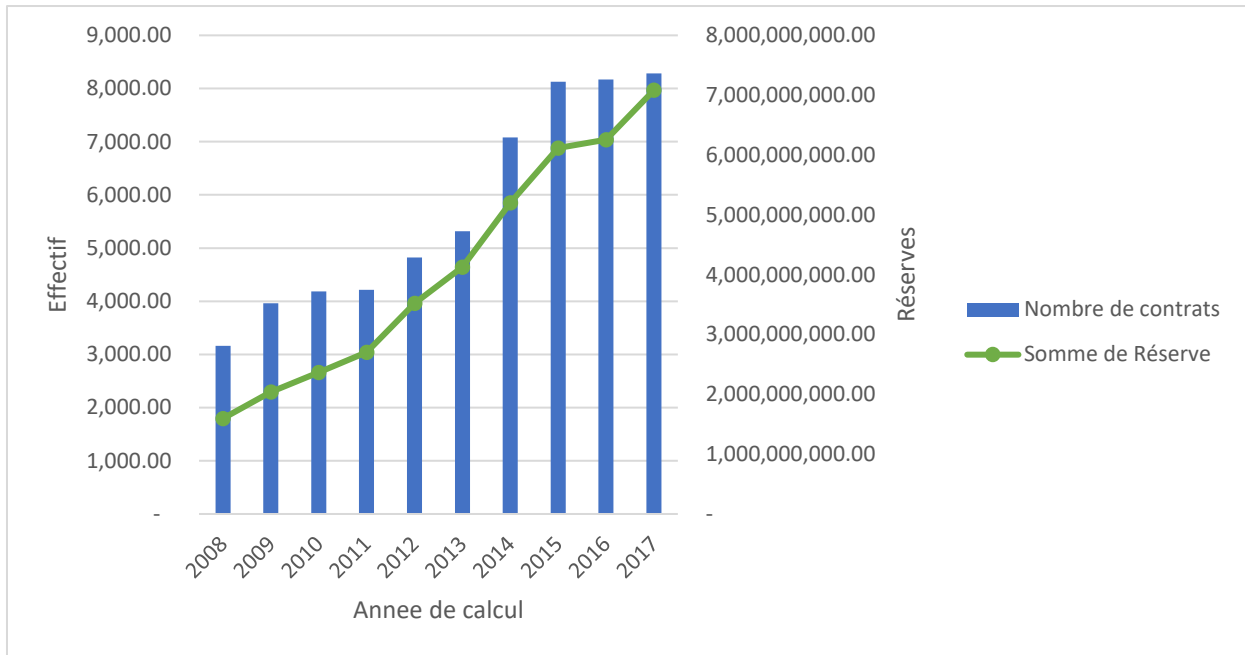


Figure 9: Evolution des réserves en montant et en nombre pour le produit X

Le graphique ci-dessus montre que le montant des réserves est en augmentation continue. Il s'est élevé de 1,5 Milliards MAD en 2008 à 7 Milliards MAD en 2017 soit une évolution annuelle en moyenne de 36%. Toutefois, le nombre de contrats dans les 3 dernières années a presque stagné, quoique le montant des réserves augmente pendant la même période. Ceci montre que bien qu'il n'y ait pas de nouveaux souscripteurs, les anciens assurés cotisent plus qu'avant.

Le graphique qui suit décrit également l'évolution des réserves en montant et en nombre pour le produit Y, qui est un produit de retraite.

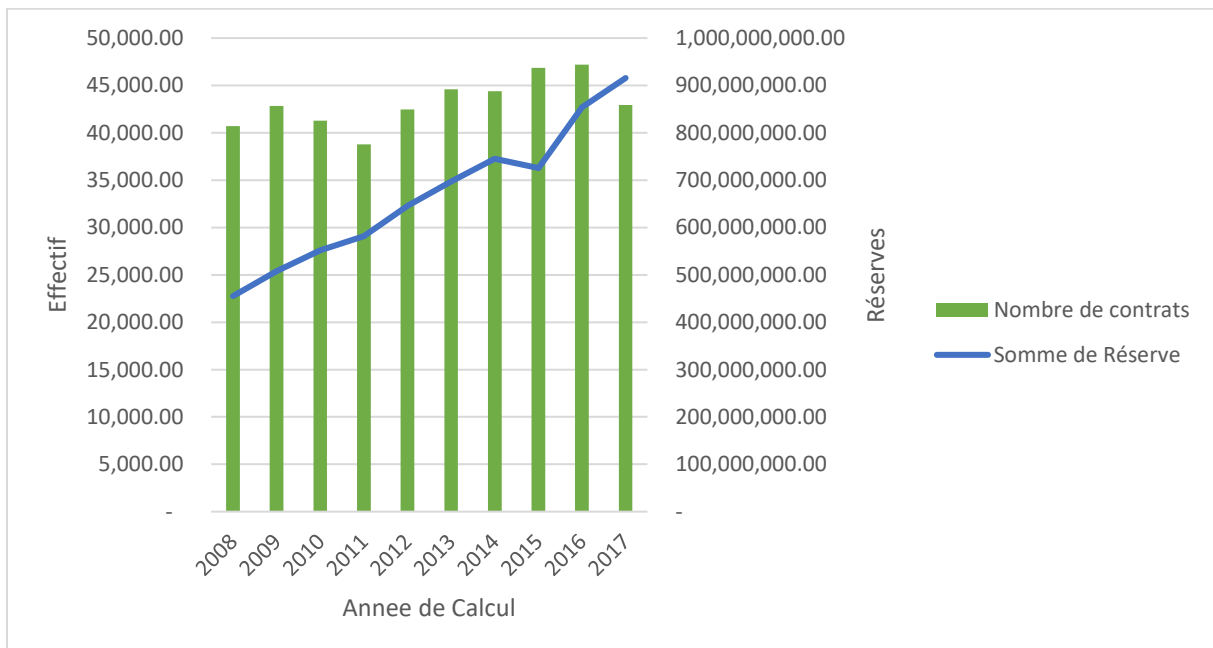


Figure 10: Evolution des réserves en montant et en nombre pour le produit Y

On remarque depuis le graphique ci-dessus que les réserves augmentent depuis 2008 sauf une année exceptionnelle qui est 2015 où les réserves ont une tendance baissière légère. Par contre l'effectif des assurés change d'une année à une autre sans avoir une tendance monotone, ceci peut être dû aux transferts effectués par les assurés d'un produit à un autre.

2. Analyse descriptive des différentes sorties des assurés :

Les camemberts ci-après permettent de suivre les différentes sorties effectuées par les assurés qu'on a sur le portefeuille en 2017 pour déterminer le pourcentage qu'occupe chaque sortie, et par la suite voir qui est le type de sortie le plus dominant, et ce pour chaque produit.

Le choix de l'année 2017 est justifié par le fait que c'est l'année à base de laquelle on fait les projections des réserves et des sorties. Nous allons détailler ceci dans les chapitres qui suivent.

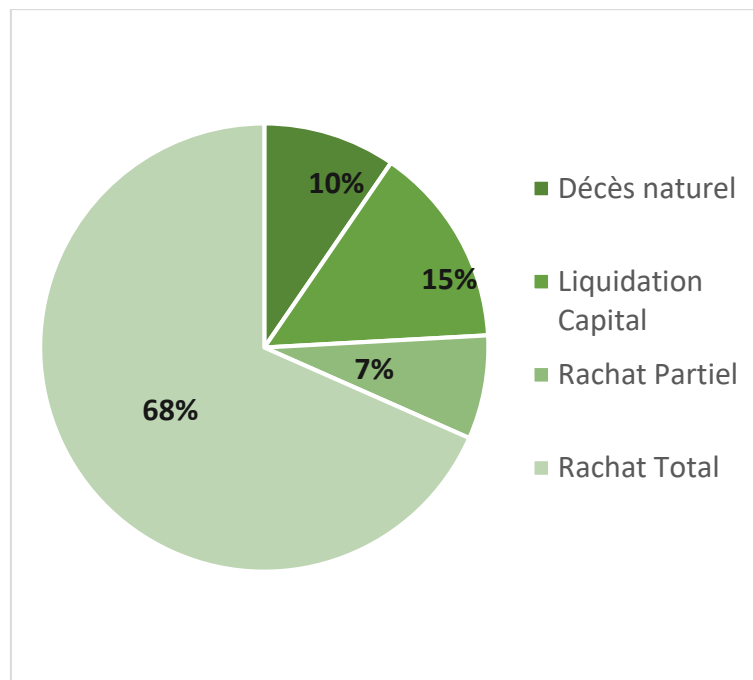


Figure 11: Pourcentage des sorties effectuées par les adhérents au produit X en 2017

On remarque que la plupart des souscripteurs du produit X qui ont effectué des sorties en 2017, ont opté pour le rachat total avec un pourcentage de 68% suivi de la liquidation en capital avec un pourcentage de 15%, c'est-à-dire 15% des contrats arrivent à échéance.

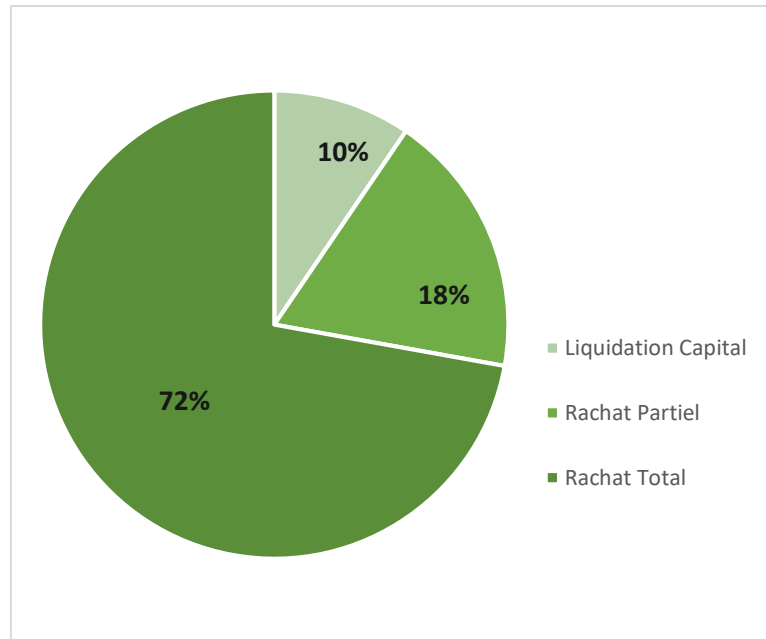


Figure 12: Pourcentage des sorties effectuées par les adhérents au produit Y en 2017

En remarquant le camembert ci-dessus, le décès ne figure pas parmi les sorties des assurés en 2017. Pourtant, le rachat total reste semblablement avec le produit X le type de sortie le plus dominant avec un pourcentage de **72%**.

3. Tableau descriptif des produits :

Vu la nouvelle directive de la Solvabilité Basée sur les risques qui impose la construction des tables de sortie en montant et en nombre par âge et par ancienneté¹⁸, il nous a paru nécessaire de calculer ces deux variables pour chaque observation appartenant aux deux fichiers qu'on dispose, à savoir le fichier de sortie et le fichier des bases financières.

- On désigne par âge, l'âge de l'assuré au moment de la sortie. Sa formule est la suivante : ***Age Sortie = Année règlement – date de naissance***
- On désigne par ancienneté, l'ancienneté de chaque assuré au moment de sa sortie, c'est-à-dire la durée de son contrat avant qu'il effectue un quelconque type de sortie. On exprime sa formule comme suit :

$$\text{Ancienneté} = \text{Année règlement} - \text{date d'effet}$$

Après avoir calculé ces deux variables pour chaque observation donnée, on peut maintenant dresser un tableau descriptif résumant les caractéristiques de certaines variables relatives à chacun de nos produits X et Y, et ce en filtrant sur l'année 2017 qui est notre année de base pour les projections futures.

¹⁸ Sous-section « Opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation », section 4 « Valorisation des provisions techniques prudentielles », Projet de circulaire de l'ACAPS, version 12/2017.

- ✓ On désigne par **âge moyen pondéré**, l'âge moyen pondéré par réserve des assurés adhérents à un produit donné durant l'année 2017.

$$\text{Age moyen pondéré}(X, 2017) = \frac{\sum_{i=1}^{n_X} x_i(2017) \cdot \text{Res}_i(2017)}{\sum_{i=1}^{n_X} \text{Res}_i(2017)}$$

Avec n_X = le nombre des assurés adhérents au produit X pendant 2017.

$x_i(2017)$ = l'âge de l'individu i à l'année 2017

$\text{Res}_i(2017)$ = la réserve de l'individu i à l'année 2017.

- ✓ On désigne par **ancienneté moyenne pondérée**, l'ancienneté moyenne pondérée par réserve des assurés adhérents à un produit donnée durant l'année 2017.

$$\text{Ancienneté moyenne pondérée}(X, 2017) = \frac{\sum_{i=1}^{n_X} a_i(2017) \cdot \text{Res}_i(2017)}{\sum_{i=1}^{n_X} \text{Res}_i(2017)}$$

Avec $a_i(2017)$ = l'ancienneté de l'individu i à l'année 2017.

- ✓ On désigne par **Somme Réserves** la somme globale des réserves relatives à chaque assuré durant l'année 2017.
- ✓ **Sortie rachat, décès, liquidation** sont les types de sortie effectuée par les assurés et réglées à l'année 2017. Ces sorties sont exprimées en terme de montant en Millions de dirhams.
- ✓ **Sortie Totale** = *Sortie Rachat* + *Sortie Décès* + *Sortie Liquidation*.

Le tableau ci-contre regroupe les différentes variables citées auparavant pour le produit X de capitalisation et le produit Y d'épargne.

Produit	Age moyen pondéré	Ancienneté moyenne pondérée	Nombre de contrats	Somme Réserves (en Millions MAD)	Sortie Rachat (en Millions MAD)	Sortie Décès (en Millions MAD)	Sortie Liquidation (en Millions MAD)	Sortie totale (en Millions MAD)
X	58	4	8 286	7,1	704	89	135	928
Y	50	8	44 234	7,5	93	1,2	22,5	117

Tableau 5: Tableau descriptif des données en 2017

Pour le produit X, on remarque que la plus grande part des réserves est disposée par les assurés qui ont en moyenne l'âge de 58ans et une ancienneté moyenne de 4ans. En comparant avec le produit Y, qui est un produit de retraite, on remarque que la plus grande part des réserves correspond aux assurés qui ont en moyenne l'âge de 50ans, et qui ont passé en moyenne 8ans avant d'effectuer une sortie quelle conque. On peut donc conclure que les assurés restent plus longtemps avant de sortir pour le produit Y qu'ils le font pour le produit X.

De plus, si on calcule le taux de sortie en montant durant l'année 2017, on trouve que pour le produit X que 13% des assurés sortent en terme de montant pendant l'année 2017, contre 1,5% pour le produit Y durant la même année. Cela veut dire que le comportement des adhérents du produit X pose plus de risque que le produit Y.

Conclusion

Après cette analyse descriptive détaillée sur notre portefeuille et nos données d'étude, il est temps maintenant de passer au noyau du rapport qui est l'application des normes de la nouvelle directive de la SBR sur nos produits afin de valoriser les provisions techniques et calculer le capital de solvabilité requis, qui est l'objectif ultime de cette étude. Pour ce faire, nous passerons par un processus d'étapes que nous détaillerons plus tard étape par étape.

Le premier pas vers notre objectif est d'élaborer d'abord les lois de sortie, c'est-à-dire les lois de rachat, de décès et de liquidation pour chacun de nos produits X et Y.

Chapitre 2 : Élaboration des lois de sortie

Introduction

Afin de s'aligner aux normes de la « Solvabilité Basée sur les Risques », la valorisation des provisions techniques prudentielles nécessite de faire des projections des différentes sorties effectuées par un ensemble homogène¹⁹ d'assurés. Ces projections font appel aux taux moyens de sortie ressortis des taux de sortie. Ces derniers seront estimés à partir des tables de sortie par âge et par ancienneté, en montant et en nombre, et ce pour chaque produit donné. Dans ce qui suit, nous allons aborder en détail les étapes précitées, du dressement des tables jusqu'au le calcul des taux moyens de sortie, sur lesquels se feront nos projections.

I . Dressement des tables :

Selon les normes de la nouvelle directive de la « Solvabilité Basée sur les Risques », la valorisation des provisions techniques prudentielles nécessite impérativement de construire des tables de sortie par groupe homogène, c'est-à-dire tout groupe d'assurés **adhérents au même produit** et ayant le même âge et la même ancienneté au moment de la sortie, et ce en montant et en nombre. Il est à noter également que la compagnie d'assurance ou de réassurance doit établir ces tables de sortie sur la base d'un historique de données de sortie en montant et en nombre propre à son propre portefeuille de contrats et **supérieur ou égal à 10ans**.

Dans notre cas, en l'occurrence ici, pour les opérations d'assurance vie ou de capitalisation, on entend par tables de sortie :

- La table de rachat²⁰ en montant et en nombre.
- La table de décès²¹ en montant et en nombre.
- La table de liquidation en montant en nombre.

En suivant le même principe que celui des tables précitées, on construit la table des réserves en montant et en nombre, mais en se basant cette fois-ci sur la base de données financières relatives au produit. On note que, quoique la table de réserve ne soit pas imposée par la SBR, elle nous servira à construire la table des taux de sortie, qui sont le rapport entre la sortie et la réserve.

Pour illustrer les calculs et formules sur lesquelles ces tables se basent, nous posons :

- N est le nombre total de souscripteurs d'un produit X donné.
- $i \in [1, N]$ est un indice.
- n est l'année de calcul, avec $n \in [19, 100]$.

¹⁹ Adhérents au même produit.

²⁰ Le rachat regroupe le rachat partiel et le rachat total.

²¹ Le décès regroupe le décès naturel et le décès accidentel.

- $S \in \{\text{Rachat, Décès, Liquidation}\}$

Nous posons alors pour chaque assuré i , et pour chaque année de calcul fixée n :

- $x_i =$ âge de l'assuré i .
- $a_i =$ ancienneté de l'assuré i .
- $S_i(n) =$ Montant de sortie (rachat, décès ou liquidation) effectuée par l'assuré i durant l'année n .
- $Res_i(n) =$ Montant de réserve relative à l'assuré i à l'année n .

1. Table de sortie en montant et en nombre :

Soit enfin un âge x , une ancienneté a et une année n fixés, nous obtenons alors :

- ✚ La sortie en montant pour le triplet (x, a, n) est :

$$SM(x, a, n) = \sum_{i=1}^N \varphi_i \times S_i(n)$$

- ✚ La sortie en nombre pour le triplet (x, a, n) est :

$$SN(x, a, n) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(n)$$

Où la fonction φ_i est définie comme suit :

$$\varphi_i(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } (x_i, a_i) = (x, a) \text{ et si } S_i(n) \neq 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi, en parcourant tous les âges de 19 à 100 ans, toutes les anciennetés de 0 à A, et toutes les années de p à n , où $p = 2008$ dans notre cas, nous obtenons les deux tables de sortie en montant et en nombre sous la forme ci-après :

	Année								
	p				...	n			
	Ancienneté				...	Ancienneté			
Age	0	1	...	A	...	0	1	...	A
19									
...									
x	SM								
...									
100									

Tableau 6: Table de sortie en montant

Ainsi, SM désigne le montant de sortie (rachat, décès ou liquidation) réglé par l'ensemble des assurés qui ont un âge x et une ancienneté 0 pendant l'année p .

	Année								
	p				...	n			
	Ancienneté				...	Ancienneté			
Age	0	1	...	A	...	0	1	...	A
19									
...									
x	SN								
...									
100									

Tableau 7: Table de sortie en nombre

Par contre, SN est l'effectif des assurés sortants soit en rachat, décès ou liquidation pendant l'année p, et qui ont l'âge= x et une ancienneté 0.

2. Table de réserves en montant et en nombre :

De la même façon, pour un âge x, une ancienneté a et une année n fixés, nous obtenons :

✚ La réserve en montant pour le triplet (x, a, n) est :

$$RM(x, a, n) = \sum_{i=1}^N \theta_i \times Res_i(n)$$

✚ La réserve en nombre pour le triplet (x, a, n) est :

$$RN(x, a, n) = \sum_{i=1}^N \theta_i(n)$$

Où la fonction θ_i est définie comme suit :

$$\theta_i(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } (x_i, a_i) = (x, a) \text{ et si } Res_i(n) \neq 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi, les tables de réserves en montant et en nombre prennent la même forme que celle des tables de sortie en montant et en nombre.

	Année								
	<i>p</i>				...	<i>n</i>			
	Ancienneté				...	Ancienneté			
Age	0	1	...	A	...	0	1	...	A
19									
...									
<i>x</i>	RM								
...									
100									

Tableau 8: Table des réserves en montant

RM désigne le montant des réserves disposées par l'ensemble des assurés qui ont un âge *x* et une ancienneté 0 pendant l'année *p*.

	Année								
	<i>p</i>				...	<i>n</i>			
	Ancienneté				...	Ancienneté			
Age	0	1	...	A	...	0	1	...	A
19									
...									
<i>x</i>	RN								
...									
100									

Tableau 9: Table des réserves en nombre

RN désigne le nombre des assurés qui ont un âge *x* et une ancienneté 0 pendant l'année *p*, figurant dans la base des données financières.

Les tables de sortie et de réserves en montant ainsi qu'en nombre étant construites, on peut, à ce stade estimer les taux de sortie. C'est le but de la partie suivante.

II . Estimation des taux de sortie :

Cette partie consiste à faire ressortir, à partir des tables de sortie et de réserves, par âge et par ancienneté de l'assuré, les taux de rachat, de décès et de liquidation, par rapport aux réserves, et ce en montant et en nombre.

Soient les paramètres suivants :

- n = l'année de calcul, $n \in [2008,2017]$.

- $S \in \{\text{Rachat}, \text{Décès}, \text{Liquidation}\}$.
- $S(x, a, n)$ = la sortie pour le groupe homogène d'âge x d'ancienneté a , pendant l'année n en montant/en nombre.
- $Res(x, a, n)$ = les réserves pour le groupe homogène d'âge x d'ancienneté a , pendant l'année n en montant/en nombre.
- $q_x(a, n)$ = la probabilité qu'un assuré d'ancienneté a décède entre les âges x et $x + 1$, pendant l'année n .
- $s_x(a, n)$ = la probabilité qu'il y ait une forme de sortie autre que S entre les âges x et $x + 1$, pour un assuré d'ancienneté a pendant l'année n .
- ${}_1t_x(a, n)$ = la probabilité d'avoir une sortie S entre les âges x et $x + 1$, pour un assuré d'ancienneté a pendant l'année n .

On a alors l'estimation exacte de la sortie S effectuée par un groupe homogène d'assurés d'âge $x + 1$, et d'ancienneté $a + 1$ à l'année $n + 1$, est :

$$S(x + 1, a + 1, n + 1) = Res(x, a, n) \times (1 - q_x(a + 1, n + 1)) \times (1 - s_x(a + 1, n + 1)) \times t_x(a + 1, n + 1)$$

Toutefois, on émet l'hypothèse qui stipule que les probabilités $s_x(a, n)$ et $q_x(a, n)$ sont négligeables, ce qui nous permettra de poser pour tout triplet (x, a, n) :

$$(1 - q_x(a, n)) \times (1 - s_x(a, n)) = 1$$

Ainsi, on trouvera bien la formule du taux de sortie qu'on adoptera dans les calculs qui viennent. On exprime cette formule comme suit :

$${}_1t_x(a + 1, n + 1) = \frac{S(x+1, a+1, n+1)}{Res(x, a, n)}$$

Concernant les groupes d'âge x et d'ancienneté 0 pendant n'importe quelle année n , on adopte la formule suivante :

$${}_1t_x(0, n) = \frac{S(x, 0, n)}{Res(x, 0, n)}$$

Ainsi, en parcourant tous les âges de 19 à 100 ans, toutes les anciennetés de 0 à A, et toutes les années de $p=2008$ à $n=2017$, nous obtenons les tables des taux de sortie en montant ainsi qu'en nombre :

	Année								
	p				...	n			
	Ancienneté				...	Ancienneté			
Age	0	1	...	A	...	0	1	...	A
19									
...									
x	${}_1t_x$								
...									
100									

Tableau 10: Table des taux de sortie en montant/en nombre

${}_1t_x$ est le taux de sortie soit en rachat, en décès ou en liquidation en montant/en nombre pour le groupe homogène d'assurés qui ont un âge x et une ancienneté 0 pendant l'année p .

III. Calcul du taux moyen :

Après avoir élaboré les tables des taux de sorties, nous passons maintenant au calcul des taux moyens sur la base desquelles se feront les projections pour l'évaluation du Best-Estimate.

Soient les paramètres suivants :

- $[i, j]$ = L'intervalle d'années à prendre en compte pour le calcul du taux moyen de sortie en montant et en nombre.
- ${}_1t_x(a, n)$ = le taux de sortie pour le groupe homogène d'assurés d'âge x et d'ancienneté 0 pour l'année n , en montant/en nombre.
- ${}_1tm_x(a)$ = le taux moyen de sortie pour le groupe homogène d'assurés d'âge x et d'ancienneté 0, en montant/en nombre.

La formule du taux moyen de sortie est exprimée comme suit :

$${}_1tm_x(a) = \frac{\sum_{k=i}^j t_k(a, k)}{j-i+1}$$

En effet, le taux moyen de sortie sur une période $[i, j]$ est le rapport entre la somme des taux de sortie sur cette période sur le nombre d'années sur cette même période.

Dans notre étude, on a fixé la période du taux moyen de sortie afin de pouvoir effectuer nos projections futures et valoriser nos provisions techniques prudentielles. En effet, **on a calculé le taux moyen de sortie sur la base des trois dernières années, c'est-à-dire entre 2015 et 2017**, vu la suffisance et la fiabilité des informations durant ces années.

Ainsi et en parcourant tous les âges de 19 à 100ans, toutes les anciennetés de 0 à A et toutes les années de $p= 2008$ à $n=2017$, nous obtenons un tableau des taux moyens de sortie sous la forme suivante :

Age	Ancienneté				...	Ancienneté			
	0	1	...	A	...	0	1	...	A
19									
...									
x	$1tm_x$								
...									
100									

Tableau 11: Table des taux moyens de sortie en montant/en nombre

Sous SAS Guide, on affiche une capture de la table des taux moyens bruts de rachat pour le produit X par exemple, en montant ainsi qu'en nombre :

AgeAssure		Ancienneté												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum
19	tauxmoyen MT	0%												
20	tauxmoyen MT	1%	0%	0%		0%								
21	tauxmoyen MT	2%	5%	0%	0%		0%							
22	tauxmoyen MT	1%	1%	0%	177%	1%		0%						
23	tauxmoyen MT	8%	41%	10%	199%	65%		0%		0%				
24	tauxmoyen MT	14%	123%	101%	68%	14%	286%		0%					
25	tauxmoyen MT	4%	27%	128%	39%	155%	101%			0%				
26	tauxmoyen MT	13%	9%	55%	108%	42%	10%	26%		0%				
27	tauxmoyen MT	12%	72%	7%	86%	23%	50%	20%		0%				
28	tauxmoyen MT	0%	32%	21%	52%	2%	68%	28%		0%	0%			
29	tauxmoyen MT	1%	15%	48%	123%	14%	1.326%	32%		0%	43%	1.857%		
30	tauxmoyen MT	7%	14%	34%	85%	11%	10%	0%		0%	0%			
31	tauxmoyen MT	2%	12%	10%	82%	60%	104%	29%		0%	0%	0%		
32	tauxmoyen MT	1%	25%	19%	66%	22%	41%	1%		0%	0%	0%		
33	tauxmoyen MT	3%	15%	33%	63%	16%	175%	1%		0%	0%	0%		
34	tauxmoyen MT	7%	12%	13%	80%	29%	138%	0%		4%	0%	0%		
35	tauxmoyen MT	2%	10%	17%	44%	48%	47%	0%		17%	0%	0%	0%	
36	tauxmoyen MT	1%	9%	11%	37%	43%	11%	3%		0%	16%	0%	4%	0%
37	tauxmoyen MT	2%	10%	9%	47%	72%	34%	28%		40%	5%	0%	0%	0%
38	tauxmoyen MT	1%	10%	9%	26%	25%	25%	37%		23%	0%	9%	366%	0%
39	tauxmoyen MT	1%	6%	24%	32%	5%	12%	4%		100%	1%	20%	0%	0%
40	tauxmoyen MT	2%	6%	17%	30%	29%	6%	52%		0%	533%	0%	0%	0%
41	tauxmoyen MT	2%	6%	10%	31%	119%	31%	18%		26%	0%	938%	0%	0%
42	tauxmoyen MT	2%	13%	7%	44%	51%	11%	2%		7%	1%	0%		0%
43	tauxmoyen MT	1%	8%	3%	95%	23%	12%	6%		3%	19%	4,121%	0%	
44	tauxmoyen MT	1%	7%	6%	42%	42%	65%	0%		0%	57%	0%	0%	

Figure 13: Capture d'écran affichant la table des taux moyens bruts de rachat en montant pour le produit X

		Ancienneté												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum
AgeAssure														
19	tauxmoyen_NB	0%
20	tauxmoyen_NB	13%	0%	0%	.	0%
21	tauxmoyen_NB	23%	16%	6%	0%	.	0%
22	tauxmoyen_NB	10%	8%	13%	117%	50%	.	0%
23	tauxmoyen_NB	14%	37%	26%	37%	50%	0%	.	0%
24	tauxmoyen_NB	7%	44%	47%	56%	63%	100%	0%	.	0%
25	tauxmoyen_NB	12%	31%	44%	47%	29%	39%	.	0%
26	tauxmoyen_NB	9%	31%	28%	116%	36%	8%	33%	.	0%
27	tauxmoyen_NB	13%	39%	19%	62%	36%	80%	25%	0%
28	tauxmoyen_NB	6%	28%	26%	61%	9%	58%	50%	0%	0%
29	tauxmoyen_NB	4%	23%	29%	50%	38%	43%	38%	0%	33%	100%	.	.	.
30	tauxmoyen_NB	10%	22%	19%	92%	15%	26%	0%	0%	0%	0%	.	.	.
31	tauxmoyen_NB	8%	22%	14%	51%	54%	79%	7%	0%	0%	0%	0%	.	.
32	tauxmoyen_NB	4%	26%	27%	48%	29%	32%	7%	0%	0%	0%	.	.	.
33	tauxmoyen_NB	6%	20%	21%	81%	31%	65%	17%	0%	0%	0%	.	.	.
34	tauxmoyen_NB	6%	23%	12%	60%	60%	62%	0%	17%	0%	0%	0%	.	.
35	tauxmoyen_NB	4%	18%	21%	48%	59%	32%	6%	25%	0%	0%	0%	0%	.
36	tauxmoyen_NB	2%	14%	15%	32%	53%	44%	8%	7%	17%	0%	100%	0%	0%
37	tauxmoyen_NB	3%	13%	13%	46%	38%	31%	18%	35%	6%	0%	0%	0%	0%
38	tauxmoyen_NB	4%	17%	16%	46%	43%	29%	69%	10%	0%	8%	50%	0%	0%
39	tauxmoyen_NB	5%	14%	19%	39%	21%	32%	5%	50%	17%	33%	0%	.	0%
40	tauxmoyen_NB	3%	17%	17%	50%	47%	13%	34%	3%	133%	0%	0%	0%	.
41	tauxmoyen_NB	2%	11%	15%	45%	41%	47%	31%	51%	0%	100%	0%	0%	0%
42	tauxmoyen_NB	3%	15%	12%	45%	56%	22%	6%	25%	20%	0%	.	.	0%
43	tauxmoyen_NB	2%	14%	8%	43%	33%	19%	25%	6%	10%	25%	0%	.	.
44	tauxmoyen_NB	3%	11%	11%	45%	41%	48%	0%	3%	17%	0%	0%	0%	0%
45	tauxmoyen_NB	3%	12%	9%	46%	45%	21%	34%	46%	0%	17%	50%	0%	0%

Figure 14: Capture d'écran affichant la table des taux moyens bruts de rachat en nombre pour le produit X

Une fois le calcul du taux moyen effectué, l'utilisateur pourra observer des valeurs aberrantes, c'est-à-dire des taux supérieurs à 1, comme le montre les deux figures ci-dessus. D'où un besoin de lissage ou d'ajustement paramétrique afin d'obtenir des résultats logiques et acceptables. C'est ce que nous allons aborder dans le chapitre suivant.

Chapitre 3 : Lissage des taux moyens de sortie

Introduction

Une fois le calcul du taux moyen effectué, les valeurs ainsi obtenues présentent une certaine irrégularité résultant de l'imperfection des conditions de l'expérience, qui peuvent être dus au décalage entre l'année de sortie des assurés et la date de calcul des taux de sortie. Souvent, les données d'origine sont discrètes (les taux de sortie), et comme l'erreur existe lors de la mesure et du calcul des données, les courbes et les surfaces ajustées par ces mesures vont alors fluctuer. Dès lors, il est nécessaire d'effectuer des opérations de carénage sur les courbes et surfaces obtenues par ces données afin d'obtenir des courbes et surfaces esthétiques.

De façon plus explicite, les calculs fait précédemment par âge et par ancienneté des taux moyens en montant et en nombre forment des courbes par ancienneté, qui se révèlent assez irrégulières²², ces aspérités ne sont pas représentatives de la réalité, car les taux de sortie doivent toujours être inférieurs à 100%, en d'autres termes, un adhérent qui rachète, liquide ou décède, ne va jamais dépasser en aucun cas sa réserve. Pour remédier à cela et améliorer les estimations brutes, l'idée est de trouver un modèle statistique qui permet d'ajuster les taux bruts expliqués par âge pour chaque ancienneté donnée dans la perspective de se rapprocher encore plus des taux de sortie. Dans cette perspective, on fait appel aux méthodes de lissage qui capturent les caractéristiques fondamentales et pertinentes des taux de sortie et conduisent, dès lors, à un ajustement assez fidèle des données d'expérience.

On notera ici que l'objectif n'est pas seulement de lisser ou d'ajuster des valeurs irrégulières mais aussi de compléter les valeurs manquantes pour parvenir à faire des projections exactes qui feront sujet de notre prochaine partie.

Ce lissage passe par deux phases, la phase de correction des taux moyens bruts suivie par la phase d'ajustement paramétrique de taux moyens corrigés.

I . Correction des taux moyens bruts :

Avant de procéder à la partie du lissage, une correction des taux moyens bruts s'avère nécessaire afin d'avoir une qualité d'ajustement plus pertinente.

La correction des taux moyens de sortie bruts se fait sur deux étapes :

- ✓ La première correction consiste à ne retenir que les taux supérieurs à 100%, et les plafonner à 100% afin de supprimer les pics que représentent les courbes des taux moyens expliqués par l'âge, pour chaque ancienneté, qui perturbent nos calculs.
- ✓ Dans la deuxième correction, on a remplacé les taux plafonnés précédemment à 100% par la moyenne arithmétique des taux calculée pour chaque ancienneté donnée.

²² Ces courbes seront illustrées dans la partie pratique du rapport.

Cette méthode de correction va mieux ajuster notre modèle et adapter au mieux les valeurs aberrantes des taux dans la perspective d’avoir une courbe plus régulière. Ce constat est confirmé par un critère numérique de performance, dans la partie qui suit sur l’évaluation de la qualité d’ajustement.

II . Ajustement et lissage des taux moyens corrigés :

1. Définition du lissage :

Le lissage est une technique statistique qui consiste à réduire les irrégularités et singularités d'une courbe en mathématiques, c’est une méthode de régression permettant l’ajustement d’une courbe à partir de fonctions mathématiques et d’adapter ses paramètres de telle sorte qu’elle se rapproche de la courbe mesurée.

En effet, lisser un ensemble de données consiste à créer une fonction d’approximation qui tente de capturer les motifs importants dans les données tout en omettant les autres phénomènes imprévus et bruits rapides qui peuvent nuire à notre étude. En lissage, les points de données sont modifiés de sorte que les pics reflétant les valeurs aberrantes sont réduits et les points qui sont inférieurs aux points adjacents sont augmentés conduisant à une courbe plus lisse.

Les différentes méthodes du lissage présentent une certaine souplesse intéressante plus le portefeuille d’expérience est volumineux. Le choix de la méthode de lissage doit faire intervenir deux types de contraintes qui devront être prises en considération de manière conjointe :

- ✓ La précision : L’estimation doit aboutir à des taux corrigés, plus lisses et proches des taux initiaux.
- ✓ La régularité : La suite des taux ajustés sera recherchée aussi régulière que possible.

La figure ci-après montre la différence entre la courbe des taux bruts et celle des taux lissés :

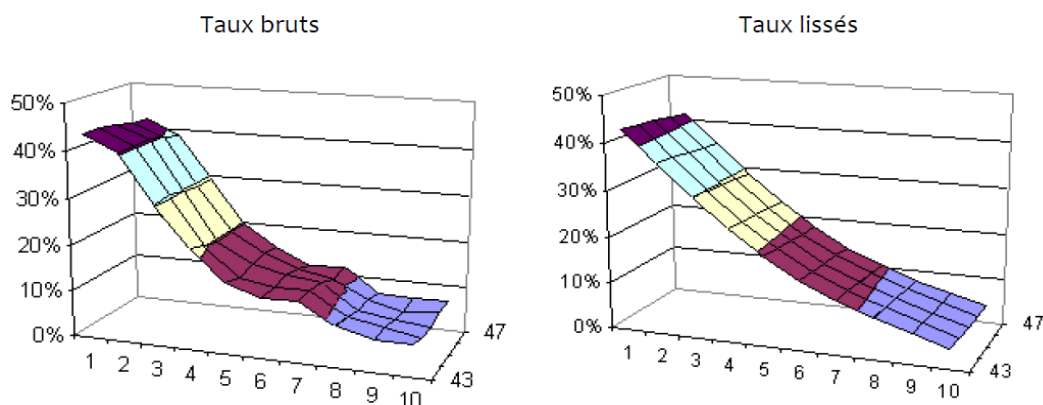


Figure 15²³: Comparaison entre la courbe des taux bruts et la courbe des taux lissés

²³ Figure extraite du support de cours de « Méthodes de lissage et d’ajustements » par F.Planchet, ISFA, 2017-2018.

2. Types de lissage :

Le processus de lissage peut être conduit de deux manières :

- Lissage paramétrique.
- Lissage non paramétrique.

Dans le présent rapport, nous allons nous intéresser au lissage paramétrique. En effet, avec un modèle paramétrique, une hypothèse est posée a priori sur la forme de la courbe des taux. Elle doit permettre de capturer les caractéristiques fondamentales et persistantes des courbes de taux, ce qui conduit à privilégier les fonctions contenant peu de paramètres. Cette particularité conduit à un certain manque de souplesse dans la fidélité aux données, en contrepartie, elle permet théoriquement d'étendre l'estimation des taux de sortie à des âges et à des anciennetés où il n'y a pas encore d'observations.

L'estimation des taux de sortie peut se faire selon deux grandes classes de méthodes statistiques, à savoir :

- L'estimation par régression linéaire simple (RLS).
- L'estimation par les modèles linéaires généralisés, connus sous GLM.

Le choix de la méthode sera guidé par la vérification des hypothèses, par les besoins d'application et par la quantité d'observation disponible comme nous allons voir après.

III. Lissage par régression linéaire simple (RLS) :

Intuitivement, le modèle statistique le plus simple à adopter pour ajuster les taux bruts par ancienneté est le modèle de régression linéaire.

1. Le modèle RLS :

Soit le modèle linéaire simple pour chaque ancienneté donnée :

$$Y_i = \beta_1 + \beta_0 * X_i + \varepsilon_i$$

Où Y_i est la variable dépendante, c'est-à-dire le taux de sortie et X_i est la variable explicative, en l'occurrence ici, l'âge de l'assuré.

Sous la forme matricielle, le modèle s'écrit :

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Avec :

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & | & X_1 \\ \cdot & | & \cdot \\ \cdot & | & \cdot \\ 1 & | & X_n \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

2. Estimateurs du modèle RLS :

Sous les hypothèses de Gauss et Markov, le modèle peut être estimé par la méthode des moindres carrés ordinaires. L'estimateur des moindres carrés ordinaires peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

3. Hypothèses du modèle RLS :

Le modèle de régression linéaire s'appuie sur les hypothèses suivantes :

H1. Non colinéarité des variables explicatives :

Cette hypothèse suppose qu'aucune des variables explicatives du modèle ne peut s'écrire comme une combinaison linéaire des autres variables. Ce qui revient à dire que la matrice $\mathbf{E}(\mathbf{X}\mathbf{X}')$ est inversible, avec X' la transposée de la matrice X en notation matricielle. Cette condition est souvent exprimée par le fait que la matrice X est de rang maximum.

H2. Indépendance des erreurs :

Les $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ sont indépendants. Les termes d'erreur ne sont donc pas corrélés entre eux. Formellement, quel que soit $i \neq j$ $\mathbf{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \mathbf{0}$.

H3. Exogénéité :

On dit que les variables explicatives sont exogènes si elles ne sont pas corrélées au terme d'erreur. Ce qu'on note, pour le cas où la variable explicative est aléatoire $\mathbf{E}(\varepsilon/X) = \mathbf{0}$. Ceci implique que les erreurs sont centrées, c'est-à-dire $\mathbf{E}(\varepsilon) = \mathbf{0}$.

H4. Homoscédasticité :

Les termes d'erreurs sont supposés de variance constante, ce qui se traduit, si l'hypothèse précédente est vérifiée, par $\mathbf{E}(\varepsilon) = \sigma^2$.

H5. Normalité des termes d'erreurs :

Une hypothèse plus forte que les premières est celle consistant à dire que les termes d'erreurs suivent une loi normale, centrées, de variance σ^2 , soit : $\varepsilon/X \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$.

Ainsi, avant d'appliquer le modèle de régression linéaire simple sur nos données d'études, il faut vérifier ces hypothèses pour chaque produit donné et chaque ancienneté donnée relative à ce produit. D'une façon explicite, on vérifie les hypothèses de la RLS sur chaque colonne de la table du taux moyen corrigé, et pour chaque sortie donnée, et ce pour chaque produit donné.

L'hypothèse la plus forte et la plus importante est celle de la normalité. En pratique, on effectue sous SAS Guide le test de Shapiro-Wilk²⁴, qui est un test parmi d'autres. Ce test est effectué sur une ancienneté donnée et une sortie choisie, en l'occurrence ici la sortie en rachat total :

²⁴ Voir Annexe 8.

Tests de normalité				
Test	Statistique	P-value		
Shapiro-Wilk	W	0.653554	Pr < W	<0.0001
Kolmogorov-Smirnov	D	0.261	Pr > D	<0.0100

Si l'on se situe à l'habituel niveau de confiance de 95%, le test de Shapiro-Wilk conduit à rejeter l'hypothèse de normalité. En effet, la p-value est <5% donc l'hypothèse nulle H_0 selon laquelle la population est normalement distribuée est rejetée.

Ceci est confirmé par le graphe du Q-Q plot ci-dessus qui montre que les taux moyens corrigés de rachat total pour une ancienneté donnée ne sont pas alignés sur la première bissectrice, ce qui permet de conclure que la distribution ne suit pas une loi gaussienne.

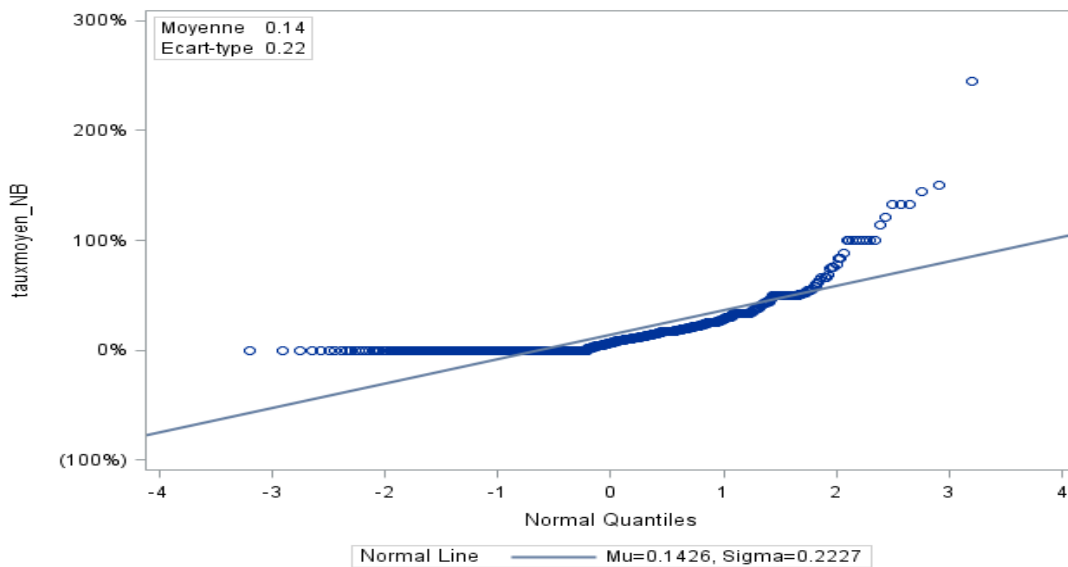


Figure 16: Q-Q Plot des taux moyens de rachat en nombre pour le produit X

On déduit alors que l'hypothèse de normalité est violée. De ce fait, on ne peut pas appliquer la régression linéaire sur nos taux moyens corrigés, d'où le besoin de recours à une méthode statistique plus générale qui est GLM.

IV. Lissage par GLM :

Après avoir effectué le test de normalité sur toutes les colonnes de la table des taux moyens corrigés de toutes les sorties, et pour les deux produits qu'on dispose dans notre portefeuille, nous avons conclu que la régression linéaire n'est pas adaptable à notre portefeuille et nos données d'études, d'où le recours au modèle linéaire généralisé.

En statistique, le modèle linéaire généralisé (GLM) est une généralisation souple de la régression linéaire. Le GLM généralise la régression linéaire en permettant au modèle linéaire d'être relié à la variable réponse via une **fonction de lien** et en autorisant l'amplitude de la variance de chaque mesure d'être une fonction de sa valeur prévue.

On a généralement recours au GLM lorsque les deux hypothèses clés du modèle de régression linéaire ne sont pas vérifiées :

H1 : Y distribuée normalement (μ, σ^2), ou bien les résidus de la régression linéaire distribués normalement et centrés ($0, \sigma^2$).

H2 : la variance de Y constante ou bien homoscedasticité des résidus de la RLS.

1. Comparaison entre la RLS et le GLM :

Contrairement au modèle de régression linéaire simple (RLS), la normalité et la constance de la variance ne sont plus nécessaires, comme le montre le tableau ci-dessous, les hypothèses de GLM sont donc moins restrictives. Néanmoins, une caractéristique importante est qu'il suppose des observations indépendantes (ou au moins non corrélés), issue d'un échantillon de taille grande (>30). Cette hypothèse d'indépendance est une caractéristique du modèle linéaire de régression classique, et est portée sans modification aux modèles linéaires généralisés. Une autre hypothèse sur la structure de l'erreur est l'existence d'un terme d'erreur unique dans le modèle. Tout cela est détaillé dans le tableau suivant :

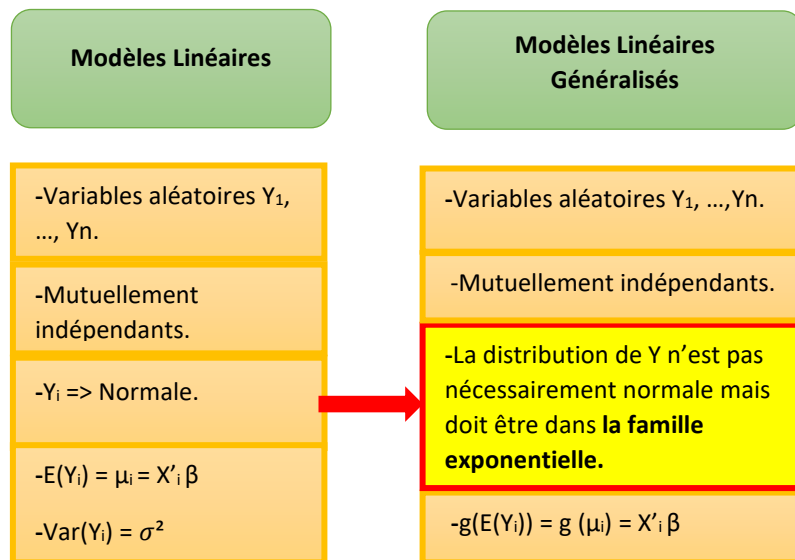


Figure 17: Modèles linéaires généralisés VS Modèles linéaires

Les modèles linéaires généralisés possèdent trois propriétés importantes :

- La structure des erreurs est connue a priori et appartient à une famille exponentielle²⁵.
- La droite de l'équation du modèle est constituée d'un prédicteur linéaire ($\eta = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$).
- La gauche de l'équation du modèle est constituée d'une fonction g de lien (par exemple : identité, log, logit...).

Six distributions statistiques sont généralement utilisées dans les ajustements paramétriques. Il s'agit des distributions suivantes :

- Loi Normale $N(\mu_i, \sigma^2)$.
- Loi Binomiale $\frac{1}{m_i}(m_i, \mu_i)$.

²⁵ Voir Annexe 9.

- Loi de Poisson (μ_i).
- Loi Gamma (μ_i, α).
- Loi Log-Normale $\Gamma(\mu, \nu)$.
- Loi Inverse Gaussienne (μ_i, σ^2).

Chacune de ses distributions possède des caractéristiques²⁶ que les autres n'ont pas et donc mieux adaptée dans certaines circonstances.

De plus, Le choix de la fonction de lien est important car cette fonction permet de s'assurer que les valeurs prédites par le modèle vont respecter la nature des valeurs d'origine de la variable Y.

Ci-après le tableau des fonctions de lien relatives à chacune des lois de probabilités appartenant à la famille exponentielle :

Loi de probabilité	Fonction de lien canonique
Normale	$g(\mu) = \mu$
Poisson	$g(\mu) = \ln(\mu)$
Gamma	$g(\mu) = \frac{1}{\mu}$
Inverse Gaussienne	$g(\mu) = \frac{1}{\mu^2}$
Binomiale	$g(\mu) = \ln(\mu) - \ln(1-\mu) = \text{logit}(\mu)$

Dans notre cas, pour décrire la distribution des taux moyens corrigés de sortie par âge et par ancienneté, on a opté pour la loi log-Normale vu qu'elle est la plus générale (le support de variation de sa variable réponse est le domaine des valeurs réelles \mathbb{R}), et elle s'adapte le mieux à notre modèle.

Dans le paragraphe qui suit, nous revenons sur les principales caractéristiques de la loi log-Normale et l'estimation de ses paramètres.

2. La distribution log-normale :

C'est l'une des distributions les plus utilisées en statistique pour modéliser la distribution des taux. Sa densité s'ajuste mieux que les autres lois lorsqu'on est loin des queues de la distribution de la variable étudiée. Sur le plan statistique, cette loi est directement déduite d'une loi normale.

Formellement, une variable aléatoire Y est une log-Normale à deux paramètres (μ, σ^2) si la variable $X = \ln(Y)$ est distribuée selon une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$. De toute évidence, La variable doit être strictement positive et sa fonction de densité est définie par :

²⁶ Voir Annexe 9.

$$f(y, \mu, \sigma) = \frac{1}{y \times \sigma \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\ln(y-\mu)^2 / 2 \times \sigma^2\right), y > 0$$

Alors que sa fonction de répartition est donnée par :

$$F(y, \mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{\ln y - \mu}{\sigma}\right)$$

Φ étant la fonction de répartition de la loi Normale centrée réduite $N(0,1)$.

En statistique, on peut utiliser plusieurs méthodes pour l'estimation des paramètres des distributions citées auparavant, selon le type de données disponible. Cependant, l'objectif n'est pas l'évaluation ou la justification du choix de la méthode d'estimation des paramètres. Pour la plupart des modèles linéaires généralisés, les équations qui déterminent les paramètres au sens du maximum de vraisemblance sont non linéaires et les estimateurs n'ont pas d'autres expressions formulables que comme solutions de ces équations. Les logiciels calculent les estimations en utilisant un algorithme itératif pour la résolution d'équations non linéaires.

Les estimateurs $\hat{\mu}$ et $\hat{\sigma}^2$ des deux paramètres de cette distribution peuvent être facilement déduits à partir de ceux des paramètres μ et σ^2 de la distribution normale X .

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n \ln(Y_i)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n [\ln(Y_i) - \hat{\mu}]^2$$

Avec n est la taille de l'échantillon.

Ci-après, la capture sous SAS Guide de l'utilisation du modèle log-normal qui fournit des informations sur le modèle appliqué aux taux moyens corrigés en montant et en nombre, notés respectivement « *tauxmoyen_MT* » et « *tauxmoyen_NB* ». Ces informations sont la distribution par laquelle on ajuste notre variable dépendante, la fonction de lien g , et la variable à expliquer, en l'occurrence ici, le taux moyen corrigé de sortie en montant et en nombre.

Informations sur le modèle	
Data Set	WORK.SORTTEMPABLESORTED_0000
Distribution	Normal
Link Function	Log
Dependent Variable	tauxmoyen_MT

Informations sur le modèle	
Data Set	WORK.SORTTEMPTABLESORTED_0000
Distribution	Normal
Link Function	Log
Dependent Variable	tauxmoyen NB

Le tableau qui suit fournit des informations sur les paramètres de notre modèle :

Informations sur le paramètre	
Paramètre	Effet
Prm1	Intercept
Prm2	AgeAssure

4. Le test d'adéquation du modèle :

Deux statistiques sont utiles pour juger de l'adéquation du modèle aux données :

4.1. La déviance normalisée (Scaled Deviance) :

La déviance permet de comparer la vraisemblance du modèle à celle d'un modèle parfait en termes d'adéquation aux données : le modèle saturé.

En effet, plus la vraisemblance est proche de 1, plus le modèle est proche des données, or la valeur d'une vraisemblance est difficile à interpréter (elle dépend notamment de nombre de données).

En termes d'ajustement, on ne peut pas faire mieux que le modèle saturé. Néanmoins, ce modèle n'est généralement pas bon : il est sur-paramétré (il contient autant de paramètres que de points d'observations), d'où son nom.

Plus la déviance est faible meilleur est le modèle en termes d'ajustement.

On pose :

H₀ : « *le modèle est adéquat* » (les données sont bien générées selon la loi log-Normale.

H₁ : « *Le modèle n'est pas adéquat* ».

Ce procédé de minimisation de la déviance entre les prédictions issues d'un modèle dit « focal » et celles issues d'un modèle dit « saturé » qui reproduit exactement les valeurs de Y, revient à minimiser l'écart entre la vraisemblance du modèle focal et la vraisemblance du modèle saturé qui n'est autre que la vraisemblance de l'échantillon observé.

Pour mesurer l'adéquation du modèle étudié aux données, on construit tout d'abord un modèle saturé :

$$\begin{aligned}
 D^* &= -2 [\ln (L_{\text{modèle focal}}) - \ln (L_{\text{modèle saturé}})] \\
 &= 2 [l_{\text{saturé}}(\mathbf{y}, \mathbf{y}) - l(\hat{\mu}, \mathbf{y})] \\
 &= 2 \log \frac{L(\mathbf{y}, \mathbf{y})}{L(\hat{\mu}, \mathbf{y})}
 \end{aligned}$$

Avec : - $L_{\text{modèle focal}}$: la vraisemblance²⁷ du modèle focal.

- $L_{\text{modèle saturé}}$: la vraisemblance du modèle saturé (parfait).

L'objectif, lors de l'ajustement d'un GLM, sera de minimiser D^* .

La déviance normalisée D^* suit approximativement une loi Khi-deux à $n-p$ degrés de liberté, avec : - n : la taille de l'échantillon.

- p : le nombre de paramètres dans le modèle.

On rejette alors H_0 si D^* est plus grande que le quantile d'ordre $1-\alpha$ de la loi χ^2_{n-p}

Dans le cas pratique, l'interface des résultats sous SAS Guide nous fournit un tableau dit tableau des « critères d'évaluation de l'adéquation ». Il nous aide à rejeter ou à accepter le modèle choisi, en l'occurrence ici le modèle log-normal.

Critères d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	75	1.1551	0.0154
Scaled Deviance	75	77.0000	1.0267

```

> qchisq(0.95,75)
[1] 96.21667
> |

```

On remarque que $D^*=77 < \chi^2(0.95,75) = 96.21$, donc d'après le test de déviance, on accepte l'hypothèse H_0 qui stipule que notre modèle est adéquat et par conséquent, la loi log-Normale ajuste bien nos données.

4.2. La statistique de Khi-Deux de Pearson:

Le test d'adéquation de Pearson permet de tester les mêmes hypothèses que précédemment. La statistique du Khi-Deux de Pearson est définie par :

$$X^2 = \sum_{i=0}^n \frac{(Y_i - \hat{\mu}_i)^2}{V(\hat{\mu}_i)}$$

Avec : $\hat{\mu}_i$ l'estimateur de maximum de vraisemblance de μ , et $V(\hat{\mu}_i)$ est la variance de $\hat{\mu}_i$.

Le X^2 normalisé est égal à : $\frac{X^2}{\Phi}$, avec Φ est le paramètre de dispersion.

²⁷ La vraisemblance L est la probabilité que l'échantillon observé se réalise.

Comme la déviance normalisée, cette statistique est distribuée approximativement selon une loi du Khi-Deux à n-p degrés de liberté.

On rejette alors H_0 si $X^2_{\text{observée}}$ est plus grande que le quantile d'ordre $1-\alpha$ de la loi X^2_{n-p} .

Les deux tests d'adéquation sont asymptotiques et utilisables uniquement dans le cas de données répétées. Il faut par conséquent avoir suffisamment d'observations en chaque point pour pouvoir les appliquer.

Dans le cas pratique, et toujours sous SAS Guide, le même tableau de « critères d'évaluation de l'adéquation » fournit des informations sur la statistique du Khi-deux de Pearson.

Critères d'évaluation de l'adéquation			
Critère	DDL	Valeur	Valeur/DDL
Deviance	75	1.1551	0.0154
Scaled Deviance	75	77.0000	1.0267
Pearson Chi-Square	75	1.1551	0.0154
Scaled Pearson X2	75	77.0000	1.0267

On remarque que $\chi^2=77 < \chi^2(0.95, 75) = 96.21$ on accepte alors l'hypothèse H_0 et par conséquent notre modèle est bien ajusté selon la loi log-Normale.

Remarque : ce tableau est produit pour chaque ancienneté donnée, et pour chaque sortie correspondante à nos deux produits.

V. Evaluation de la qualité d'ajustement :

Cette partie a pour objectif de justifier le choix du lissage des taux moyens bruts après correction, et de confirmer l'hypothèse qu'on a émis dans le 1^{er} paragraphe de ce présent chapitre qui stipule que la qualité d'ajustement des taux moyens corrigés est meilleure que celle des taux moyens bruts. De ce fait, il s'agit dans ce paragraphe de comparer deux modèles d'ajustements, le 1^{er} est le modèle d'ajustement des taux moyens bruts par la loi log-normale, et le second est le modèle d'ajustement des taux moyens corrigés par la même loi.

Généralement, lorsque l'on dispose de plusieurs modèles candidats ajustés à partir des mêmes données, on peut recourir à l'**AIC** (respectivement **BIC**) pour classer l'ensemble de ces modèles du plus performant (modèle dont l'**AIC** (respectivement **BIC**) est la plus faible) au moins performant (modèle dont l'**AIC** (respectivement **BIC**) est la plus élevée).

Le critère EAMR, qu'on va détailler dans la partie qui suit s'avère aussi un critère important pour l'évaluation de la qualité d'ajustement.

1. Critère AIC et BIC :

Soit $\hat{\mu}$ l'estimateur du maximum de vraisemblance du modèle, l'**AIC** (Akaike Information Criterion) du modèle est défini par :

$$AIC = - 2 \times \ln(\hat{\mu}) + 2 \times p$$

Ce critère est une mesure de la qualité d'un modèle statistique. Lorsque l'on estime un modèle statistique, il est possible d'augmenter la vraisemblance du modèle en ajoutant un paramètre. Le critère d'information **AIC**, tout comme le critère d'information bayésien **BIC** permet de pénaliser les modèles en fonction du nombre de paramètres, on choisit alors le modèle avec le critère d'information d'AKAIKE le plus faible. De même, le critère **BIC** (**B**ayesian **I**nformation **C**riterion) du modèle est défini par :

$$\text{BIC} = -2 \times \ln(\hat{\mu}) + p \times \log(n)$$

Avec: **n** est la taille de l'échantillon, et **p** est le nombre de paramètres dans le modèle.

Dans la pratique, on applique le lissage sur les données brutes, puis sur les données corrigées et on compare les deux modèles. L'outil SAS Guide nous fournit un tableau par modèle contenant les valeurs de l'AIC et le BIC, comme le montre les deux figures suivantes :

AIC (smaller is better)	33.2748
AICC (smaller is better)	33.5992
BIC (smaller is better)	40.3450

Tableau 12: Critères du modèle d'ajustement des taux bruts

AIC (smaller is better)	-51.1334
AICC (smaller is better)	-50.7463
BIC (smaller is better)	-44.5644

Tableau 13: Critères du modèle d'ajustement des taux corrigés

On remarque que le critère **AIC** (respectivement **BIC**) de la deuxième approche de lissage des taux moyens de sortie après correction, qui consiste à plafonner pour chaque ancienneté les taux à 100% puis les remplacer par la moyenne, est très inférieur à celui de la première approche de lissage des taux moyens bruts de sortie. Ce constat confirme que la qualité d'ajustement des taux moyens corrigés est plus pertinente que lorsqu'on fait l'ajustement des taux bruts.

2. Le critère EAMR :

Toujours pour évaluer la qualité de l'ajustement d'une distribution à des observations de façon numérique, on peut utiliser des critères fondés sur l'erreur absolue moyenne réduite, comme celui utilisé par Castillo et Hadi (1997)²⁸, qui est l'EAMR.

Ce critère est défini par :

$$\text{EAMR} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{y_{(n)} - y_{(1)}}$$

²⁸ Touhami Abdelkhalek, Abdelaziz Chaoubi : « Distributions des dépenses de consommation des ménages au Maroc : une analyse paramétrique », *Revue d'économie du développement* 2004/2.

Où $y_i, \hat{y}_i, y_{(n)} - y_{(1)}$ et n sont respectivement les valeurs observées, ajustées, et l'étendue de l'échantillon observé et la taille de l'échantillon.

Notons que l'on divise par $(y_{(n)} - y_{(1)})$ pour tenir compte du changement de la valeur de l'étendue de l'échantillon avec les paramètres du modèle postulé.

Plus ce critère est faible, plus la qualité de l'ajustement est meilleure.

Dans la pratique, SAS Guide nous fournit un tableau de comparaison entre l'EAMR des taux corrigés « EAMR_CORR » et l'EAMR des taux bruts « EAMR_BRUT », pour toutes les anciennetés d'une sortie donnée et d'un produit donné.

Ci-contre, un tableau de comparaison parmi d'autres entre l'EAMR des taux bruts de rachat et celui des taux corrigés de la même sortie, relatif au produit X :

	Ancienneté	EAMR_CORR	EAMR_BRUT
1	0	0.0324506018	0.1199413671
2	1	0.0897370906	0.1090292431
3	2	0.0844824745	0.1274340892
4	3	0.0518339364	0.1340629668
5	4	0.0615994889	0.1575546361
6	5	0.0356072985	0.1680271414
7	6	0.0347781919	0.1367077746
8	7	0.0504975616	0.1088106598
9	8	0.0425965689	0.2003228764
10	9	0.0477624622	0.1140773478
11	10	0.0743056712	0.1119520163
12	11	0.0585241739	0.0585241739
13	12	0.0635486215	0.1062575815
14	13	0.0646909531	0.07748477

Tableau 14: Comparaison entre les valeurs de l'EAMR des taux corrigés et l'EAMR des taux bruts

L'examen des résultats du tableau ci-dessus montre que la deuxième approche d'ajustement des taux moyens de sortie après correction est celle qui donne les plus petites valeurs de l'EAMR. Ceci valide l'information apportée par la 1^{ère} étape stipulant que la qualité d'ajustement est meilleure lorsqu'on lisse les taux moyens de sortie après les avoir corrigé.

Conclusion :

Cette partie du rapport nous montre que l'ajustement statistique des taux moyens corrigés et observés a d'une importance incontournable. En effet, il nous permet d'avoir des résultats assez fidèles à la réalité, mais aussi de prédire la valeur de notre variable dépendante en fonction de n'importe quelle valeur donnée de la variable explicative.

Afin d'illustrer ceci, nous avons fait ressortir sous SAS Guide la table des taux moyens de sortie lissés sous la base desquels on fait nos projections de sorties ainsi que des réserves, pour enfin évaluer nos provisions techniques prudentielles sous la nouvelle directive de la SBR.

Ci-dessus, la table des taux de rachat lissés en montant et en nombre, sous-titre illustratif :

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	S	
		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	S
AgeAssure																			
19	Taux_R	5%	10%	13%	20%	26%	30%	12%	9%	11%	5%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
20	Taux_R	5%	10%	13%	20%	25%	30%	12%	9%	11%	5%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
21	Taux_R	4%	10%	13%	20%	25%	30%	12%	9%	11%	5%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
22	Taux_R	4%	10%	13%	20%	24%	30%	12%	9%	11%	5%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
23	Taux_R	4%	10%	13%	19%	24%	29%	12%	9%	11%	5%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
24	Taux_R	4%	10%	13%	19%	24%	29%	12%	9%	11%	5%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
25	Taux_R	4%	10%	12%	19%	23%	29%	12%	9%	11%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
26	Taux_R	4%	10%	12%	19%	23%	29%	12%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
27	Taux_R	4%	10%	12%	19%	23%	29%	12%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
28	Taux_R	4%	10%	12%	18%	22%	29%	12%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
29	Taux_R	4%	10%	12%	18%	22%	28%	12%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
30	Taux_R	4%	10%	12%	18%	22%	28%	11%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
31	Taux_R	4%	10%	12%	18%	21%	28%	11%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
32	Taux_R	3%	10%	12%	18%	21%	28%	11%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
33	Taux_R	3%	10%	12%	18%	21%	28%	11%	8%	10%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
34	Taux_R	3%	10%	11%	17%	20%	27%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
35	Taux_R	3%	10%	11%	17%	20%	27%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
36	Taux_R	3%	10%	11%	17%	20%	27%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
37	Taux_R	3%	10%	11%	17%	19%	27%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
38	Taux_R	3%	10%	11%	17%	19%	27%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
39	Taux_R	3%	10%	11%	17%	19%	27%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
40	Taux_R	3%	10%	11%	16%	19%	26%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
41	Taux_R	3%	10%	11%	16%	18%	26%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
42	Taux_R	3%	10%	11%	16%	18%	26%	11%	8%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
43	Taux_R	3%	10%	10%	16%	18%	26%	11%	7%	9%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
44	Taux_R	3%	10%	10%	16%	17%	26%	11%	7%	8%	6%	4%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	
45	Taux_R	3%	10%	10%	16%	17%	25%	11%	7%	8%	6%	4%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	
46	Taux_R	2%	10%	10%	15%	17%	25%	11%	7%	8%	6%	4%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	

Figure 18: Table des taux lissés de rachat en montant par âge et par ancienneté

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
AgeAssure																							
19	Taux_R	Sum	30%	24%	25%	31%	25%	44%	13%	13%	9%	8%	8%	0%	5%	2%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
20	Taux_R	Sum	28%	23%	25%	30%	24%	44%	13%	13%	9%	8%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
21	Taux_R	Sum	26%	23%	25%	30%	24%	43%	13%	13%	9%	8%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
22	Taux_R	Sum	25%	23%	24%	29%	24%	43%	13%	13%	9%	8%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
23	Taux_R	Sum	23%	22%	24%	29%	23%	43%	13%	13%	9%	8%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
24	Taux_R	Sum	22%	22%	23%	29%	23%	43%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
25	Taux_R	Sum	20%	22%	23%	28%	23%	42%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
26	Taux_R	Sum	19%	22%	23%	28%	22%	42%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
27	Taux_R	Sum	18%	21%	22%	28%	22%	42%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
28	Taux_R	Sum	17%	21%	22%	27%	22%	42%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
29	Taux_R	Sum	16%	21%	21%	27%	21%	41%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
30	Taux_R	Sum	15%	21%	21%	27%	21%	41%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
31	Taux_R	Sum	14%	20%	21%	26%	21%	41%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
32	Taux_R	Sum	13%	20%	20%	26%	20%	41%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
33	Taux_R	Sum	12%	20%	20%	26%	20%	40%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
34	Taux_R	Sum	12%	20%	20%	25%	20%	40%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
35	Taux_R	Sum	11%	19%	19%	25%	19%	40%	13%	13%	9%	7%	8%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
36	Taux_R	Sum	10%	19%	19%	25%	19%	40%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
37	Taux_R	Sum	10%	19%	19%	24%	19%	39%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
38	Taux_R	Sum	9%	19%	18%	24%	19%	39%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
39	Taux_R	Sum	8%	19%	18%	24%	18%	39%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
40	Taux_R	Sum	8%	18%	18%	24%	18%	39%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
41	Taux_R	Sum	7%	18%	18%	23%	18%	38%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
42	Taux_R	Sum	7%	18%	17%	23%	17%	38%	13%	13%	9%	7%	9%	0%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
43	Taux_R	Sum	7%	18%	17%	23%	17%	38%	13%	12%	9%	7%	9%	1%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
44	Taux_R	Sum	6%	17%	17%	22%	17%	38%	13%	12%	9%	7%	9%	1%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
45	Taux_R	Sum	6%	17%	16%	22%	17%	37%	13%	12%	9%	7%	9%	1%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
46	Taux_R	Sum	5%	17%	16%	22%	16%	37%	13%	12%	9%	7%	9%	1%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
47	Taux_R	Sum	5%	17%	16%	22%	16%	37%	13%	12%	9%	7%	9%	1%	5%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Figure 19: Table des taux lissés de rachat en nombre par âge et par ancienneté

On remarque d’après les deux figures précédentes que les taux moyens après lissage sont plus signifiants ; ils ne sont plus supérieurs à 100% ce qui rend les résultats plus logiques et la qualité de la projection plus pertinente.

Ceci est illustré également par les graphes de superposition des courbes des taux bruts avec celle des taux estimés pour une ancienneté choisie. Toujours à titre illustratif, les deux graphes ci-dessus correspondent à la superposition des courbes relatives à l'ancienneté 2, c'est-à-dire la courbe relative la 3^{ème} colonne de la table des taux moyens de rachat observés et la courbe présentant la même colonne de la table des taux moyens de rachat lissés, et ce en montant et nombre.

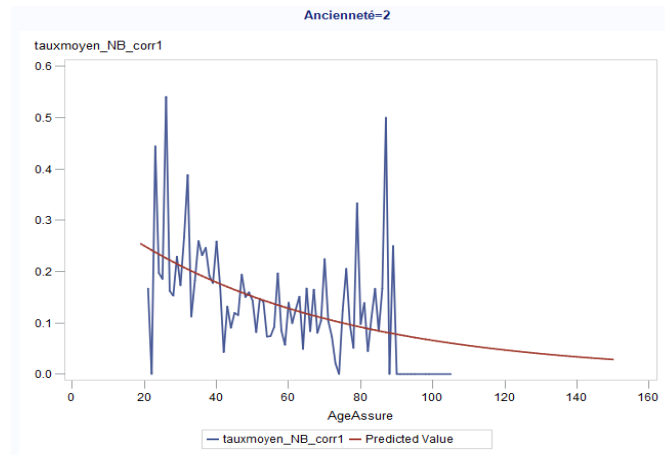


Figure 20: Lissage des taux moyens de rachat en nombre

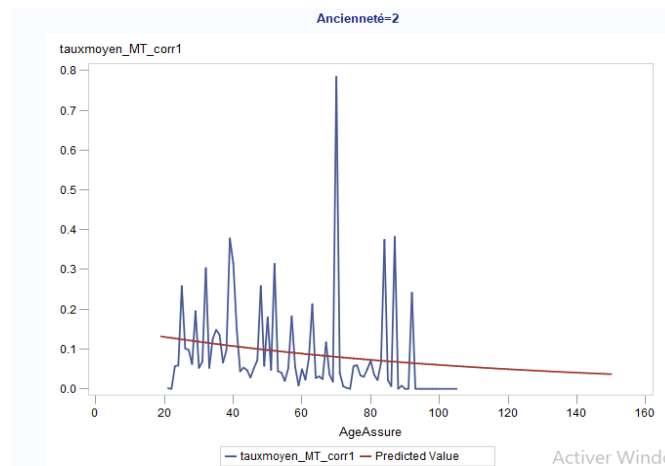


Figure 21: Lissage des taux moyens de rachat en montant

Nous rappelons que ces deux graphes ne sont qu'à titre illustratif. En effet, notre étude nous a permis de ressortir pour les deux produits étudiés (X et Y), et pour chaque sortie (rachat, décès ou liquidation) des tables de taux moyens lissés par âge et ancienneté, et ce en montant et en nombre, ce qui donne au total 12 tables de taux moyens lissés. Concernant les courbes de lissage, et puisque ce dernier se fait par ancienneté, c'est-à-dire pour chaque colonne de la table des taux moyens, si on a par exemple 15 colonnes (15 anciennetés) dans la table des taux moyens d'une sortie donnée relative à un produit donné, l'outil SAS Guide nous donne alors 15 courbes par sortie et par produit en montant, et 15 autres courbes par sortie et par produit en nombre.

Après avoir lissé nos taux moyens de sortie, nous passons maintenant au noyau du rapport qui est la valorisation des provisions techniques prudentielles à travers l'évaluation des différentes composantes du Best-Estimate. C'est le sujet du chapitre suivant.

Chapitre 4 : Evaluation du Best-Estimate

Introduction

L'entreprise d'assurance doit prouver au régulateur qu'elle est en mesure d'intégrer les contraintes réglementaires associées aux objectifs du plan stratégique, elle doit en particulier le convaincre :

- De sa capacité à couvrir l'exigence minimale de marge avec une probabilité suffisante.
- De sa capacité à augmenter ses fonds propres le cas échéant.

Pour répondre donc à ces exigences du régulateur, il convient donc de projeter le bilan sur l'horizon du plan stratégique, il s'agit non seulement de calculer les provisions et le SCR mais de fournir une information sur la distribution de ces valeurs dans le futur.

Ainsi, une fois avoir calculé et lissé les taux moyens, on peut à présent passer à la projection des flux de trésorerie futurs afférents aux engagements de l'entreprise. Etape préliminaire et indispensable à la détermination du SCR, le calcul du Best-Estimate des engagements futurs de l'assureur doit respecter des principes généraux propres à la SBR. En effet, ce calcul est basé sur des projections de cashflows en utilisant des hypothèses et des techniques actuarielles et financières complexes pour un portefeuille de produits variés.

Par ailleurs, la projection des cash-flows des différents contrats d'assurance-vie nécessite la prise en compte de :

- Nombre de contrats.
- Le montant des actifs financiers en contrepartie des provisions mathématiques qui viendront déterminer la participation aux bénéficiaires.
- La structure par terme des taux sans risque pour actualiser les différents flux à la date d'évaluation.
- La courbe d'inflation future pour faire évoluer le montant des frais généraux.

Dans ce présent chapitre, nous allons présenter un processus d'étapes dictées par la directive de la SBR afin d'évaluer le Best-Estimate qui consiste à calculer les projections des flux de sortie et les projections des réserves de notre portefeuille d'étude qui se compose de deux produits d'assurance-vie commercialisés par RMA. Ensuite, et après l'évaluation du Best-Estimate sous ses deux composantes, à savoir le Best-Estimate des engagements et le Best-Estimate en frais de gestion, nous passons au calcul de la marge de risque qui correspond au coût d'immobilisation du capital de solvabilité requis afférent aux engagements garantis.

I. Projections des flux de sortie et des réserves :

Les projections que nous allons mener dans ce paragraphe concernent la projection des flux de sortie, c'est-à-dire des sorties en rachat, en décès ou en liquidation et ce en montant et en nombre, ainsi que la projection des réserves en montant et en nombre pour l'ensemble des assurés de notre portefeuille d'étude.

Contrairement aux calculs des taux moyens qui se faisaient par groupes homogènes, c'est-à-dire par âge et par ancienneté, les projections se feront cette fois-ci tête par tête.

1. Hypothèses de projection :

Pour chaque produit donné du portefeuille, nous avons appliqué certaines hypothèses sur les taux moyens de sortie par ancienneté et par âge, selon ses caractéristiques. En effet, on définit une ancienneté/âge maximal(e) à partir duquel le taux moyen de sortie est plafonné.

➤ Pour le produit X de capitalisation :

On impose que le taux de liquidation soit égal à 100% à partir de l'ancienneté 14ans, qui est l'ancienneté de maturité du produit, et du coup par principe de complémentarité le taux de rachat et le taux de décès sont égaux à 0% à partir de cette même ancienneté. En effet, ce choix s'explique par le fait que 14 est l'ancienneté maximale de ce produit de capitalisation, et à partir de cette ancienneté les taux de liquidation s'approchent de 1, dès lors, par prudence, on surestime les sorties en liquidation, cependant, on ne peut pas contrôler les sorties en rachat ou en décès des adhérents.

➤ Pour le produit Y d'épargne retraite :

Contrairement au 1^{er} produit X, l'ancienneté n'est plus une variable contrôlant les taux de sortie pour le produit Y ; c'est plutôt l'âge qui prime pour ce produit, on impose alors un taux de liquidation=100% à partir de l'âge 70 ans qui est l'âge maximal de retraite, et donc par complémentarité, on impose que le taux de rachat= 0% et le taux de décès= 0% à partir de ce même âge.

2. Formules de projections :

Nous expliciterons les calculs pour une police d'âge x et d'ancienneté a . Les projections se feront sur la base de l'année en cours, en l'occurrence ici **2017**, et pour les h années prochaines avec $h \geq 10$.

Ainsi, pour :

- N = l'année de base des calculs.
- i = valeur entière qui varie de 1 jusqu'à l'horizon de projection.
- $Res(x + i, a + i, n + i)$ = la réserve projetée en montant du groupe homogène d'âge $x + i$, d'ancienneté $a + i$, en l'année $n + i$.
- TRM = le taux moyen de rachat en montant.
- TLM = le taux moyen de liquidation en montant.
- TDM = le taux moyen de décès en montant.
- $N(x + i, a + i, n + i)$ = le nombre de contrats projeté du groupe homogène d'âge $x + i$, d'ancienneté $a + i$, en l'année $n + i$.
- TRN = le taux moyen de rachat en nombre.
- TDN = le taux moyen de décès en nombre.
- TLN = le taux moyen de liquidation en nombre.

- $SM(x + i, a + i, n + i)$ = la sortie (Rachat, Décès, Liquidation) en montant de la police d'âge $x + i$, ayant l'ancienneté $a + i$ en l'année $n + i$.
- $TMM_{x+i}(n + i)$ = le taux moyen de la sortie en montant SM correspondant à un groupe homogène d'âge $x + i$ en l'année $n + i$.
- $SN(x + i, a + i, n + i)$ = la sortie (Rachat, Décès, Liquidation) en nombre de la police d'âge $x + i$, ayant l'ancienneté $a + i$ en l'année $n + i$.
- $TMN_{x+i}(n + i)$ = le taux moyen de la sortie en nombre SN correspondant à un groupe homogène d'âge $x + i$ en l'année $n + i$.

2.1. Projections des réserves :

L'estimation de la réserve en montant projetée à l'année $n + i$ est exprimée comme suit :

$$Res(x + i, a + i, n + i) = Res(x + i - 1, a + i - 1, n + i - 1) \times (1 - TRM_{x+i}(n + i) - TLM_{x+i}(n + i) - TDM_{x+i}(n + i))$$

De même, on obtient l'estimation du nombre de contrats (effectif des assurés) projeté à l'année $n + i$, en remplaçant le taux moyen en montant par celui en nombre dans la formule précédente :

$$N(x + i, a + i, n + i) = N(x + i - 1, a + i - 1, n + i - 1) \times (1 - TRN_{x+i}(n + i) - TLN_{x+i}(n + i) - TDN_{x+i}(n + i))$$

2.2. Projections des flux de sortie :

Nous avons l'estimation de la sortie en montant projetée à l'année $n + i$ comme suit :

$$SM(x + i, a + i, n + i) = TMM_{x+i}(n + i) \times Res(x + i - 1, a + i - 1, n + i - 1)$$

De même, la projection de la sortie en nombre s'obtient en remplaçant dans la formule précédente le taux moyen en montant par celui en nombre pour obtenir :

$$SN(x + i, a + i, n + i) = TMN_{x+i}(n + i) \times N(x + i - 1, a + i - 1, n + i - 1)$$

Ainsi, et en parcourant toutes les polices existantes, nous obtenons un tableau résumant toutes projections sous la forme présentée en annexe²⁹.

²⁹ Annexe 4.

3. Critère de validation des projections :

Pour valider nos résultats de projections, on s'est basé en premier temps sur l'année 2016 afin d'obtenir les flux de sortie et les réserves estimées de l'année 2017, puis les comparer avec la réalité du portefeuille en 2017. Le tableau suivant regroupe la réalité et l'estimation des réserves et des sorties en 2017, notre année de référence :

Produit	Somme Réserves en 2016	Somme Sortie en montant	Somme Sortie estimée en montant	Somme sortie en nombre	Somme sortie estimée en nombre
X	1 564 065 471	243 227 195	234 116 480	419	400
Y	213 475 976	38 564 270	38 456 581	2949	2928

Tableau 15: Réalité et estimation des réserves et des sorties en 2017

On remarque d'après le tableau ci-dessus que les estimations des sorties en montant et en nombre en 2017, calculées à l'aide des formules explicitées auparavant, en prenant comme année de base l'année 2016 sont très proches de la réalité de l'année 2017. En effet, le coefficient de variation en valeur absolue défini par $\left| \frac{\text{Estimation} - \text{Réalité}}{\text{Réalité}} \right|$ est de **3,75%** pour les sorties en montant correspondantes au produit X, de **4,75%** pour les sorties en nombre du même produit. Concernant le produit Y, ce coefficient de variation est de **0,28%** pour les sorties en montant et de **0,72%** pour les sorties en nombre. La faiblesse de ces coefficients montre que nos projections sont ainsi valides, et les lois de sortie sur lesquelles se basent ces projections sont pertinentes.

4. Récapitulatif des projections :

4.1. Le produit X :

Le tableau présenté en annexe³⁰ montre le récapitulatif des projections effectuées en termes de flux de sortie et de réserve pour **le produit X** en montant, en prenant comme année de base, l'exercice clos **2017**.

Pour mieux illustrer l'évolution de ces projections en montant sur un historique commençant à partir de notre année de base 2017 jusqu'à l'horizon où le stock des réserves se vide, nous présentons l'histogramme en bâtons suivant :

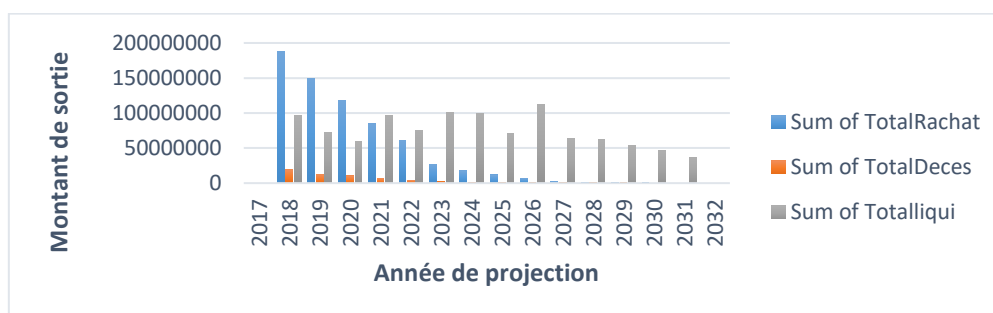


Figure 22: Evolution des projections des sorties en montant pour le produit X

³⁰ Annexe 4.

On remarque d’après le tableau récapitulatif des projections et la courbe d’évolution de ces projections que l’horizon où le stock des réserves de RMA devient vide est 2032, c’est-dire si on se pose dans une situation fermée où il n’y a plus d’assurés entrants depuis 2017, les assurés adhérents au produit X, vont sortir tous en liquidation en 2032. En effet, ceci paraît logique puisque la maturité du produit de capitalisation X est de 14ans correspondant aussi à la 1^{ère} année de projection et l’horizon des projections. On constate aussi, que à partir de l’année 2021, les sorties en liquidation dépassent les sorties en rachat et en décès, ceci revient à l’hypothèse qu’on a imposé sur le taux de liquidation afin de surestimer les projections de sortie par critère de prudence.

On passe maintenant au récapitulatif des projections effectuées en termes de flux de sortie et de réserve pour **le produit X** en nombre, en prenant comme année de base toujours l’exercice clos **2017**.

Pour mieux illustrer également l’évolution de ces projections en nombre sur un historique commençant à partir de notre année de base 2017 jusqu’à l’horizon où le stock des réserves se vide, nous présentons l’histogramme en bâtons suivant :

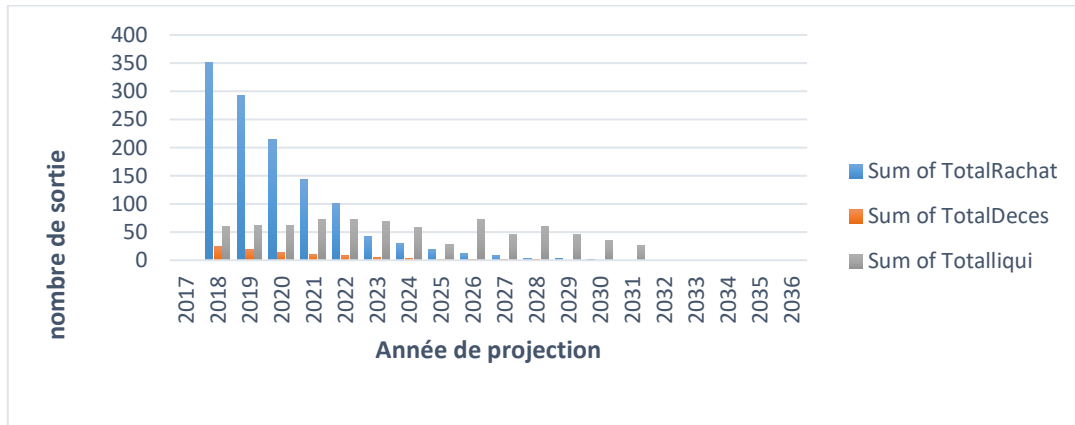


Figure 23: Evolution des projections des sorties en nombre pour le produit X

De façon compatible avec les sorties en montant, le stock des contrats se vide dans la même année de projection qui est 2032. Ce constat est logique puisque on effectue les projections sur la même base des assurés du produit X en 2017. De ce fait, les deux courbes ont la même interprétation.

4.2. Le produit Y :

Le tableau présenté en annexe le récapitulatif des projections effectuées en termes de flux de sortie et de réserve pour **le produit Y** en montant, en prenant comme année de base, l’exercice clos **2017**.

Pour mieux illustrer l’évolution de ces projections en montant sur un historique commençant à partir de notre année de base 2017 jusqu’à l’horizon où le stock des réserves se vide, nous présentons l’histogramme en bâtons suivant :

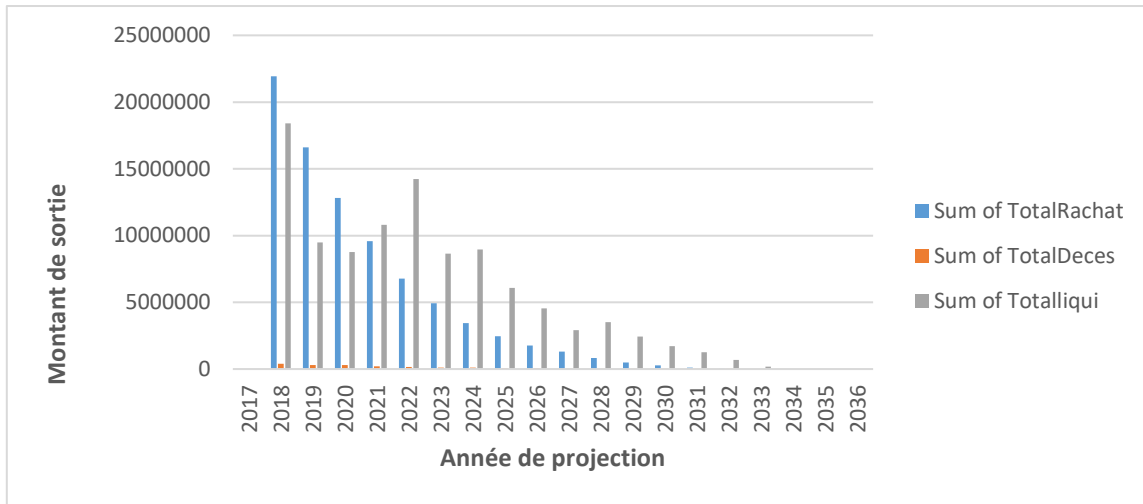


Figure 24: Evolution des projections des sorties en montant pour le produit Y

Concernant le produit d'épargne retraite Y, le tableau récapitulatif montre que la réserve de base est de **187 690 030,15 MAD** en 2017, il lui a fallu donc 16ans (2034-2018) pour que le stock des réserves se vide avec un montant de **175 061,39 MAD** en total sortie en 2033, toujours dans le cas d'une population fermée (aucun assuré entrant depuis 2017).

Le graphe quant à lui, trace en bâtons les différentes sorties du récapitulatif précédent et ceci depuis 2017 jusqu'à 2033. En l'analysant, il en ressort que pour les premières années les adhérents optent pour un rachat plus qu'une liquidation comme forme de sortie, une fois dépassé 2021, tout le monde sort en liquidation car la date terme du contrat s'approche, et vu l'hypothèse qui stipule que à partir de l'âge de retraite on pose le taux de liquidation =1 contre un taux de rachat et de décès nul.

On passe maintenant au récapitulatif des projections effectuées en termes de flux de sortie et de réserve pour **le produit Y** en nombre, en prenant comme année de base toujours l'exercice clos **2017**.

Pour mieux illustrer l'évolution de ces projections en nombre sur un historique commençant à partir de notre année de base 2017 jusqu'à l'horizon où le stock des réserves se vide, nous présentons l'histogramme en bâtons suivant :

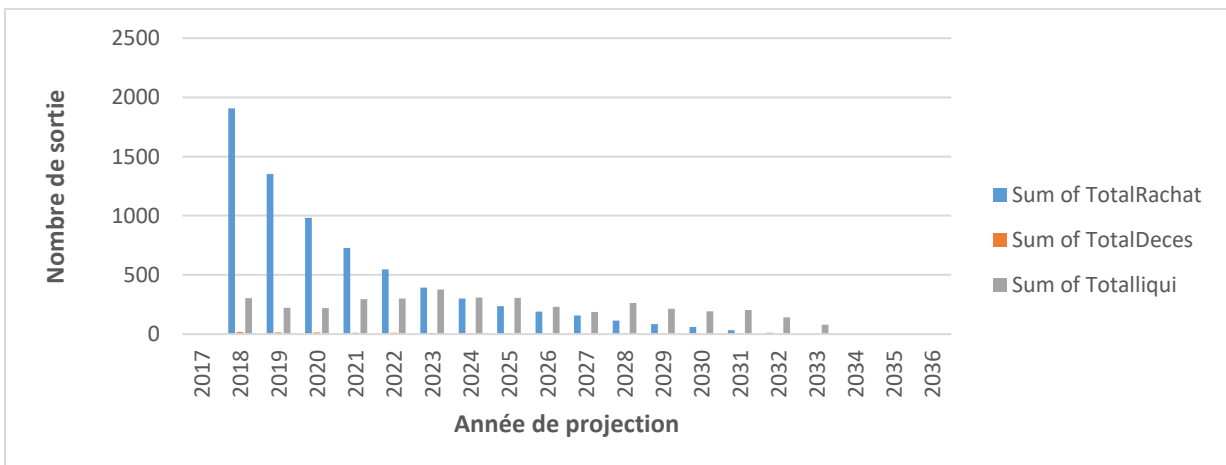


Figure 25: Evolution des projections des sorties en nombre pour le produit Y

De façon compatible avec les sorties en montant, le stock des contrats se vide dans la même année de projection qui est 2033. Ce constat est logique puisque on effectue les projections sur la même base des assurés du produit Y en 2017. De ce fait, les deux courbes ont la même interprétation.

II. Calcul du Best-Estimate :

Les provisions techniques prudentielles sont évaluées en se basant sur le principe du Best-Estimate, ce dernier a deux composantes principales :

- **Le Best-Estimate des engagements** : c'est la meilleure estimation des engagements de l'entreprise d'assurance et correspond à la valeur probabilisée et actualisée de flux de trésorerie futurs afférents à ces engagements au titre des contrats souscrits.
- **Le Best-Estimate des frais de gestion** : c'est la meilleure estimation des frais de gestion et correspond à la valeur probabilisée et actualisée du montant relatif à la gestion des contrats.

Avant d'entamer les calculs, on note :

- N = l'année de base des calculs.
- i = valeur entière qui varie de 1 jusqu'à l'horizon de projection.
- h = horizon de projection.
- $Taux_{OC}$ = le taux zéro coupon³¹.
- BE = Best-Estimate des engagements.
- BEG = Best-Estimate Garanti des engagements en montant.
- BDF = Bénéfices Discrétionnaires Futurs.
- $BEFG$ = Best-Estimate des frais de gestion.
- $FG_{unitaire}$ = Les frais de gestion relatifs à chaque produit.
- BE_{global} = le Best-Estimate global correspondant à la somme de BEG et BEFG.
- TS = Total de sorties en montant.
- PPB_n = le montant pour participations aux bénéfices évalué à la valeur comptable pour l'année N.
- RT_n = Le résultat technique pour l'année N.
- TPB_{moyen} = le taux de participation aux bénéfices moyen servi aux assurés.
- x = un pourcentage de l'actif relatif au produit.

1. Best-Estimate des engagements :

Selon la SBR, « pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation, la meilleure estimation des engagements comprend la meilleure estimation des garanties probabilisées et les bénéfices discrétionnaires futurs »³²

³¹ Le taux zéro coupon fourni par Bank-Al-Maghrib

³² Article 14, Section « Valorisation des provisions techniques prudentielles », Projet de circulaire de l'ACAPS, version Décembre 2017.

- La meilleure estimation des garanties probabilisées est calculée garantie par garantie et tête par tête comme suit :

$$BEG_{N+1} = \frac{\sum_{j=1}^h TS_{N+j}}{(1+Taux0C)^j}$$

- Les bénéfices discrétionnaires futurs correspondent à la valeur actuelle des prestations futures servies au titre de la participation aux bénéfices. Ils sont évalués à l'année N comme suit :

$$BDF_N = PPB_N + TPB_{moyen} \times (x\% \times Valeur\ de\ l'actif - BEG_N - BEFG_N - PPB_N)$$

Avec :

$$TPB_{moyen} = \frac{PPB_N + PPB_{N-1} + PPB_{N-2}}{RT_N + RT_{N-1} + RT_{N-2}}$$

Remarque : la provision pour participation aux bénéfices PPB relative aux trois dernières années, et le résultat technique RT des trois dernières années ne sont pas calculables, mais plutôt fournis par le service ALM de RMA.

2. Best-Estimate des frais de gestion :

Selon la SBR, « pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation, la meilleure estimation des frais de gestion est déterminée en actualisant la somme des frais de gestion futurs probabilisés liés aux contrats »³³. Elle est calculée comme suit :

$$BEFG_{N+1} = \frac{\sum_{j=1}^h \text{Nombre de contrats restants}_{N+j} \times FG_{unitaire}}{(1+Taux0C)^j}$$

Avec le montant de frais de gestion unitaire $FG_{unitaire}$ est estimé en considérant la moyenne sur les trois derniers exercices clos de montants de frais de gestion unitaire.

3. Bonus-Malus :

On entend par Bonus-Malus, la différence entre la réserve réglementaire de l'année de base et le Best-Estimate global qui représente la somme entre la meilleure estimation des engagements et la meilleure estimation des frais de gestion. On le notera BM :

$$BM(\text{Produit}) = RR(\text{Produit}) - BE(\text{Produit}) - BEFG(\text{Produit})$$

Le Bonus-Malus en pourcentage est :

³³ Article 21, Section « Valorisation des provisions techniques prudentielles », Projet de circulaire de l'ACAPS, version Décembre 2017.

$$BM(\text{Produit}) \% = \frac{RR(\text{Produit}) - BE_{\text{Global}}(\text{Produit})}{BE_{\text{Global}}(\text{Produit})}$$

Avec $BE_{\text{Global}} = BE + BEFG$

III. Calcul de la marge de risque :

La marge de risque correspond au coût d'immobilisation du capital de solvabilité requis afférent aux engagements garantis. Elle est déterminée en appliquant à la meilleure estimation des engagements et la duration, selon la nature des opérations d'assurance, un coefficient donné. Pour les opérations d'assurance vie, décès ou capitalisation on applique un coefficient de **6%**, dicté par la nouvelle directive de la SBR.

La formule mathématique de la marge de risque est :

$$Marge\ de\ risque = 6\% \times Duration \times BE_{\text{global}}$$

Notons que la duration reflète la durée moyenne permettant de liquider le produit. Sa formule mathématique est :

$$Duration = \frac{\sum_{j=1}^h (TS \times j) / (1 + TauxOC)^j}{\sum_{j=1}^h TS / (1 + TauxOC)^j}$$

IV. Analyse des résultats et interprétations :

Le but derrière cette partie est d'interpréter les applications numériques des formules citées auparavant appliqué sur les produits X et Y de notre portefeuille d'étude.

Le tableau ci-dessus regroupe tous les résultats que nous avons calculés à l'aide d'une application développée sous SAS Guide. Toutes les valeurs sont exprimées en **MAD**.

	Réserve réglementaire	BE	BEFG	BE_{global}	Duration	Marge de risque
Produit X	1 770 710 351	1 519 128 369	619 712	1 519 748 082	4,77	435 181 964
Produit Y	187 690 030	165 568 563	3 984 512	169 553 076	4,07	41 606 637

Si l'on veut réaliser un Bonus, les réserves réglementaires doivent toujours être supérieurs au BE_{global} , puisque dans ce cas la compagnie d'assurance aura majoré son capital de solvabilité

requis et assure ainsi sa solvabilité, chose qu'on retrouve bien dans le cas de notre portefeuille étudié, car le Bonus-Malus réalisé par le produit X est de **250 962 269**, et celui réalisé par le produit Y est de **18 136 954**, qui sont donc bien des valeurs positives.

Néanmoins cette majoration ne doit pas être excessive, puisque les compagnies d'assurances ne gagnent rien en réservant beaucoup plus qu'il n'en faut. Dans l'exemple que nous traitons ici, nous retrouvons un bonus-malus en pourcentage de **17%** pour le produit X et de **11%** pour le produit Y ce qui signifie bien que les réserves réglementaires ne dépassent pas largement le best-estimate. Ce qui valide bien la bonne qualité de nos projections.

Chapitre 5 : Calcul du SCR

Introduction

Comme initié dans le 2^{ème} chapitre du présent rapport sur la nouvelle réglementation de la SBR, le Capital de Solvabilité Requis ou SCR (Solvency Capital Requirement), est un indicateur basé sur l'exposition aux risques des compagnies d'assurance. De prime à bord, le modèle retenu dans le projet SBR pour le calcul du SCR est additif ; il est la somme de chaque module de risque. Toutefois, l'Autorité (ACAPS) peut exiger un capital supplémentaire au capital de solvabilité lorsqu'elle constate que les hypothèses de détermination du capital de solvabilité requis définies précédemment s'écartent du profil de risque de l'entreprise d'assurances et de réassurance ou lorsque son système de gouvernance ne répond pas aux exigences prévues.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux différentes approches de calcul du SCR, pour enfin retenir une seule approche et l'appliquer sur le calcul du SCR de souscription en vie, le module de risque qui nous intéresse dans notre étude vu la nature des produits que contient notre portefeuille.

I . Approches de calcul du SCR :

Pour le calcul du capital de solvabilité requis (CSR), on adopte deux approches de calcul différentes :

1. Approche par facteurs :

L'idée est de mesurer les risques inhérents à l'activité d'assurance, et ce en utilisant des indicateurs de types comptables, économiques, démographiques etc. Typiquement, cette approche définit une exigence de capital pour un risque spécifique en utilisant des opérations élémentaires sur les facteurs en question, en d'autres termes, la charge du capital est calculée à partir d'une formule mathématique (par application d'un facteur à une assiette).

2. Approche par scénario :

Cette approche consiste à simuler des chocs sur le passif de l'assureur afin de savoir quels en seraient les impacts. Ces chocs sont des variations brutales sur des taux de sortie dans la perspective de mesurer les risques relatifs au portefeuille. Les scénarios de choc reflétant la perte maximale sont construits à partir du scénario central, et ce en appliquant des coefficients à la **hausse/baisse** aux tables de sortie en montant et en nombre utilisées pour le calcul des provisions techniques prudentielles.³⁴

Nous résumons par un schéma la méthodologie appliquée :

³⁴ Mémoire d'actuariat : « **Solvency 2 QIS2 assurance vie** », Université Paris Dauphine 2005-2006

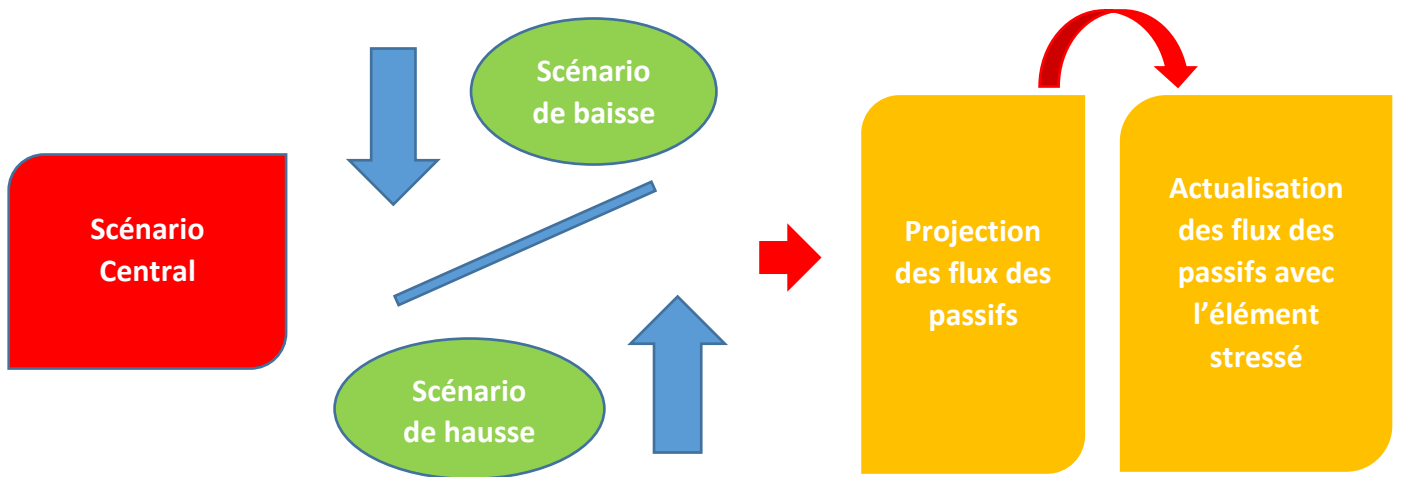


Figure 26: Schéma de fonctionnement pour l'approche par scénario

En effet, le SCR représente le capital nécessaire pour absorber le choc provoqué par un risque majeur. Il est le seul à être fondé sur l'exposition aux risques, en incorporant tous les risques liés à l'activité de la compagnie. De là découle la notion de solvabilité, la compagnie d'assurance doit être en mesure de démontrer que son niveau de fonds propres est suffisant pour couvrir ses risques. Dès lors, les assureurs et réassureurs seraient contraints de mesurer leurs risques et s'assurer qu'ils ont suffisamment de fonds propres pour les couvrir.

Le graphe suivant montre la différence entre le bilan prudentiel avant choc et après choc :

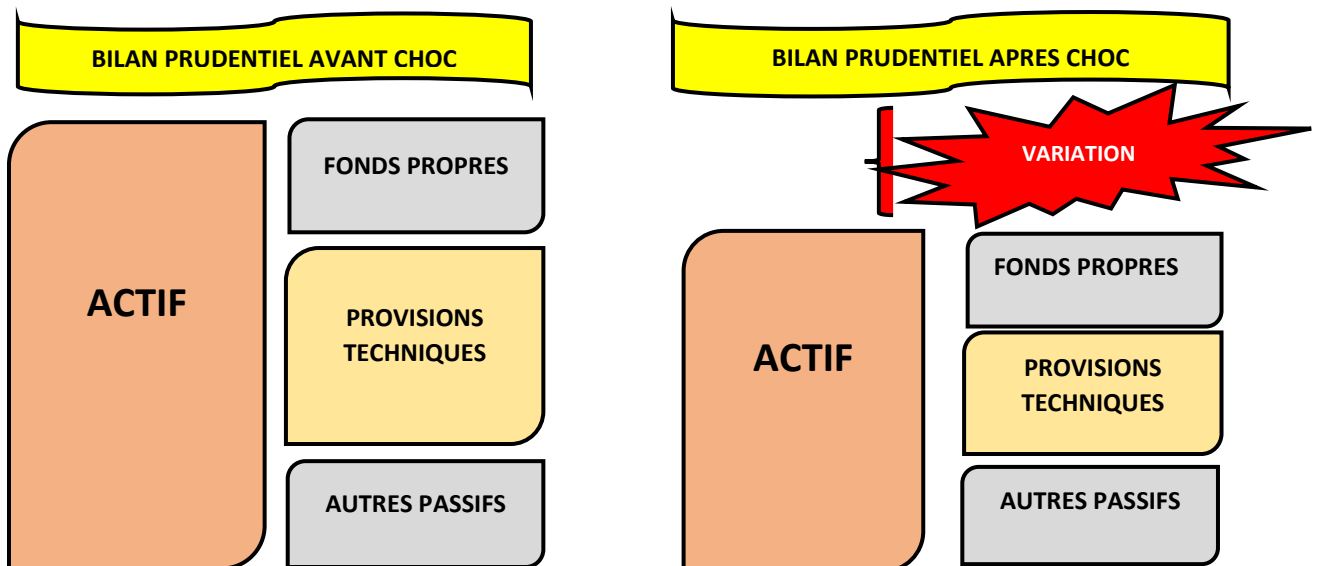


Figure 27: Comparaison entre le bilan prudentiel avant et après choc

II . SCR de souscription-vie :

On entend par risque de souscription, le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière en raison d'hypothèses inadéquates en matière de sinistralité, de tarification et de provisionnement.

Dans notre rapport, nous allons nous intéresser principalement à l'étude de l'exigence de capital relative au risque de souscription en vie ; qui tient compte de plusieurs sous-modules de risque, à savoir :

- Le risque de rachat.
- Le risque de catastrophe.
- Le risque de dépenses en frais de gestion.

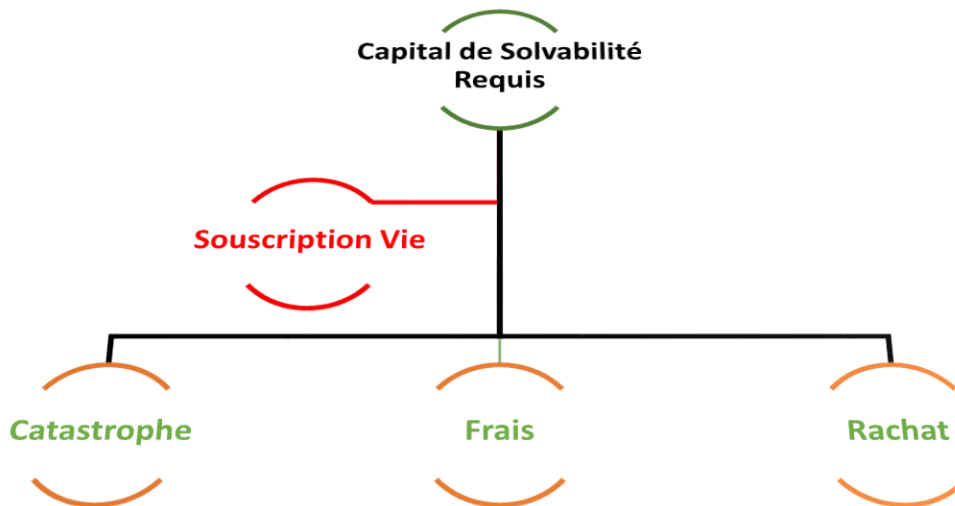


Figure 28: Sous modules de risque pour le risque de Souscription Vie

1. SCR rachat :

Par définition, le risque de rachat est un risque relatif à la perte maximale de FP qui résulterait de l'application de coefficients à **la baisse ou à la hausse**, aux tables de rachats en montant et en nombre utilisées pour le calcul des PT prudentielles.

Taux de Rachat	Hausse	Baisse
En montant	X%	-X%
En nombre	Y%	-Y%

En d'autres termes, le SCR_{rachat} correspond à est égale à la plus élevée des exigences de capital suivantes :

- **Hausse soudaine** permanente de X% des taux de rachat en montant et Y% en nombre.
- **Baisse soudaine** permanente de X% des taux de rachat en montant et Y% en nombre.

En pratique, et puisque les coefficients X et Y ne sont pas encore quantifiés par l'ACAPS, on prend à titre illustratif –en suivant la directive Solvabilité II - $X=Y=50$, c'est-à-dire on applique une hausse de 50% et une baisse de -50% sur les taux de rachats lissés qu'on dispose pour chacun de nos deux produits, et on recalcule le Best Estimate des engagements relatif à la hausse, et le BE des engagements relatif à la baisse de la même façon dictée dans le chapitre précédent. Ensuite on retient le BE le plus grand qu'on nomme BE après choc, pour enfin calculer le SCR relatif au sous-module du risque de rachat dont la formule mathématique est la suivante :

$$SCR_{rachat} = BE_{après\ choc} - BE_{central}$$

Remarque : Le risque de rachat reste difficilement modélisable car le comportement des assurés n'est pas toujours rationnel. Pourtant une hausse du taux de rachat ou une baisse a des conséquences importantes sur l'équilibre financier de l'assureur.

2. SCR dépense :

On entend par risque de dépenses, la perte de FP résultant de l'application à la hausse de X% aux montants de frais de gestion retenus dans la détermination du BE frais de gestion.

Dans notre cas, on applique un coefficient de 10% qu'on augmente du montant des frais de gestion prises en considération dans le calcul des provisions techniques, plus une majoration des frais de gestion de 1% par an de l'augmentation des frais anticipée. Le choix de ces pourcentages découle de la directive européenne de Solvabilité II, vu que l'ACAPS n'a pas encore précisé ces coefficients.

De la même façon de calcul du SCR_{rachat} , on calcule le $SCR_{dépenses}$ sauf que ce dernier est basé sur la différence des meilleures estimations des frais de gestion BEFG :

$$SCR_{dépenses} = BEFG_{après\ choc} - BEFG_{central}$$

Remarque : Le risque frais de gestion est parmi les risques du groupe « souscription vie » le moins volatile. Néanmoins une bonne gestion des risques implique une maîtrise de l'ensemble des risques répertoriés. Les frais de gestion comprennent principalement : les coûts de location, d'entretien des locaux ; les coûts d'investissement, de maintenance du matériel d'informatique.

3. SCR Catastrophe :

L'exigence de capital relative au risque de catastrophe en vie correspond à la perte maximale de fonds propres qui résulteraient de l'application d'un coefficient de X% aux montants des capitaux sous risque au titre des garanties en cas de **décès**. Il exprime le fait qu'il peut y avoir

très ponctuellement une forte augmentation des décès pour une raison précise comme une épidémie, un tremblement de terresans que cela ne constitue une dérive à long terme.

En pratique, et en suivant toujours Solvabilité II, le choc catastrophe est une hausse de la mortalité des assurés de **0,15%**. On calcule $SCR_{catastrophe}$ par la différence du BE des engagements central, et le BE des engagements après choc qui découle de l'application d'une hausse de 0,15% aux taux de décès, c'est-à-dire la multiplication de **1,0015** par les taux de décès lissés relatifs à un produit de donné.

En d'autres termes :

$$SCR_{CAT} = BE_{après\ choc} - BE_{central}$$

En conclusion, le SCR relatif au risque de souscription en vie se calcule en additionnant les trois composantes du SCR calculées ci-dessus, d'une façon plus explicite :

$$SCR_{Vie} = SCR_{Rachat} + SCR_{Dépenses} + SCR_{Catastrophe}$$

III. Application et analyse des résultats :

Le tableau suivant récapitule les valeurs du capital de solvabilité requis relatif au risque de souscription en vie, en détaillant ses trois composantes dites sous-modules de risque à savoir le rachat, catastrophe et dépenses.

	SCR Rachat (MAD)	SCR Catastrophe (MAD)	SCR Dépenses (MAD)	SCR Souscription Vie (MAD)
Produit X	44 572 826,75	13 248,35	78 161	44 664 236,1
Produit Y	4 046 214,68	278,99	521 296	4 567 789,67

Comme la compagnie d'assurance doit être en mesure de démontrer qu'elle a suffisamment de fonds propres pour couvrir un risque quelconque, le niveau du capital de solvabilité requis doit être toujours supérieur au niveau des fonds propres afin de pouvoir honorer ses engagements et assurer sa solvabilité. Ceci est vérifié dans le cas de RMA. En effet, elle réalise pour le produit un SCR de souscription en vie s'élevant à **44 Millions** de Dirhams contre **4 Millions** de Dirhams pour le produit Y. Ces deux chiffres représentent le capital minimum nécessaire à détenir par RMA afin absorber le choc provoqué par le risque de souscription vie. Quitte à le comparer avec le niveau des fonds propres servi par la direction ALM de la compagnie.

Conclusion et acquis du stage

Comme vous avez pu le constater à la lecture de ce rapport de stage, la réforme SBR initiée par l'ACAPS pose de nombreux défis aux actuaires des compagnies d'assurance. Si notre sujet s'articulait sur la branche Vie, la nouvelle réglementation évolue également en ce qui concerne la branche Non-Vie et donc toutes les méthodes relatives au calcul des provisions doivent s'adapter conformément à la nouvelle réglementation.

Ce stage nous a donc permis de nous immerger réellement dans l'environnement de travail des actuaires au sein de la direction technique d'une compagnie d'assurance, en l'occurrence dans notre cas RMA. Ces derniers doivent faire preuve d'une polyvalence à plusieurs échelles afin de pouvoir relever les défis qui se posent à eux. En effet, ils sont amenés à suivre les évolutions des textes réglementaires et doivent pouvoir s'adapter à ceux-ci en prenant compte de la réalité de la compagnie d'assurance. Ceci présuppose des connaissances solides et une maîtrise avancée que ce soit des méthodes mathématiques de provisionnement, des outils de programmation nécessaires à l'application de ces méthodes, ou encore des textes réglementaires et leurs évolutions.

Nous avons pu, pendant ce stage, aborder ces différents éléments et en acquérir une expérience enrichissante. En effet, nous avons commencé par comprendre le volet réglementaire ainsi que l'évolution de celui-ci par rapport à ce qui se faisait auparavant. Ensuite, nous avons travaillé avec l'outil de programmation SAS Guide afin de pouvoir répondre aux exigences de cette nouvelle réforme qu'est la SBR pour les produits Vie, le tout en essayant d'être le plus rigoureux possible dans notre travail.

Entourées d'une équipe professionnelle et à l'écoute dont nous réitérons nos remerciements, cette expérience a été un avant-goût de la fonction de l'actuaire au sein de la compagnie d'assurance.

Annexes

Annexe 1 : l’outil SAS Guide

SAS Enterprise Guide est un outil piloté par un menu et un assistant, qui permet aux utilisateurs d’analyser des données et de publier les résultats.

Il offre un apprentissage accéléré pour une analyse rapide des données, génère du code pour la productivité et accélère votre capacité à déployer des analyses et des prévisions en temps réel.

SAS guide vous permet de :

- ✓ Créer et enregistrer des projets,
- ✓ Ajouter des données SAS dans un projet,
- ✓ Importer des données à partir d'un fichier texte,
- ✓ Créer et modifier un rapport sous forme de liste,
- ✓ Créer un histogramme et un diagramme circulaire,
- ✓ Utiliser une requête pour joindre les tables,
- ✓ Utiliser une requête pour créer une colonne calculée,
- ✓ Générer une table de statistiques descriptives,
- ✓ Exécuter une analyse du modèle linéaire sur vos données,
- ✓ Combiner des rapports dans un seul document.

SAS Enterprise Guide intègre une vaste gamme d’analyses avec la puissance du logiciel SAS dans une application d’interface utilisateur graphique efficace et conviviale.

La première fois que vous démarrez SAS Enterprise Guide, les fenêtres sont disposées conformément à la présentation par défaut de l'application, l'arborescence du projet, la fenêtre « *Liste des serveurs* » et l'espace de travail sont affichés. Ce dernier est la zone principale de l'application SAS Enterprise Guide où sont présentés les données, le code, les journaux, les résultats des tâches et les flux de processus.

Au départ, la fenêtre « **Flux de processus** » est la seule ouverte dans l'espace de travail. Lorsque vous générez des rapports ou ouvrez des données, les autres fenêtres qui s'affichent dans l'espace de travail présentent une interface à onglets. Pour passer d'une fenêtre à l'autre, vous pouvez également utiliser le menu des éléments récemment affichés, dans l'angle supérieur gauche de l'espace de travail.

Une fois l’application ouverte, l’utilisateur aura devant lui un classeur comportant, en plus de l’interface, plusieurs feuilles qui à priori sont vides mais qui sont destinées à accueillir les différents calculs.

Vous pouvez utiliser le menu des éléments récemment consultés pour naviguer entre les fenêtres

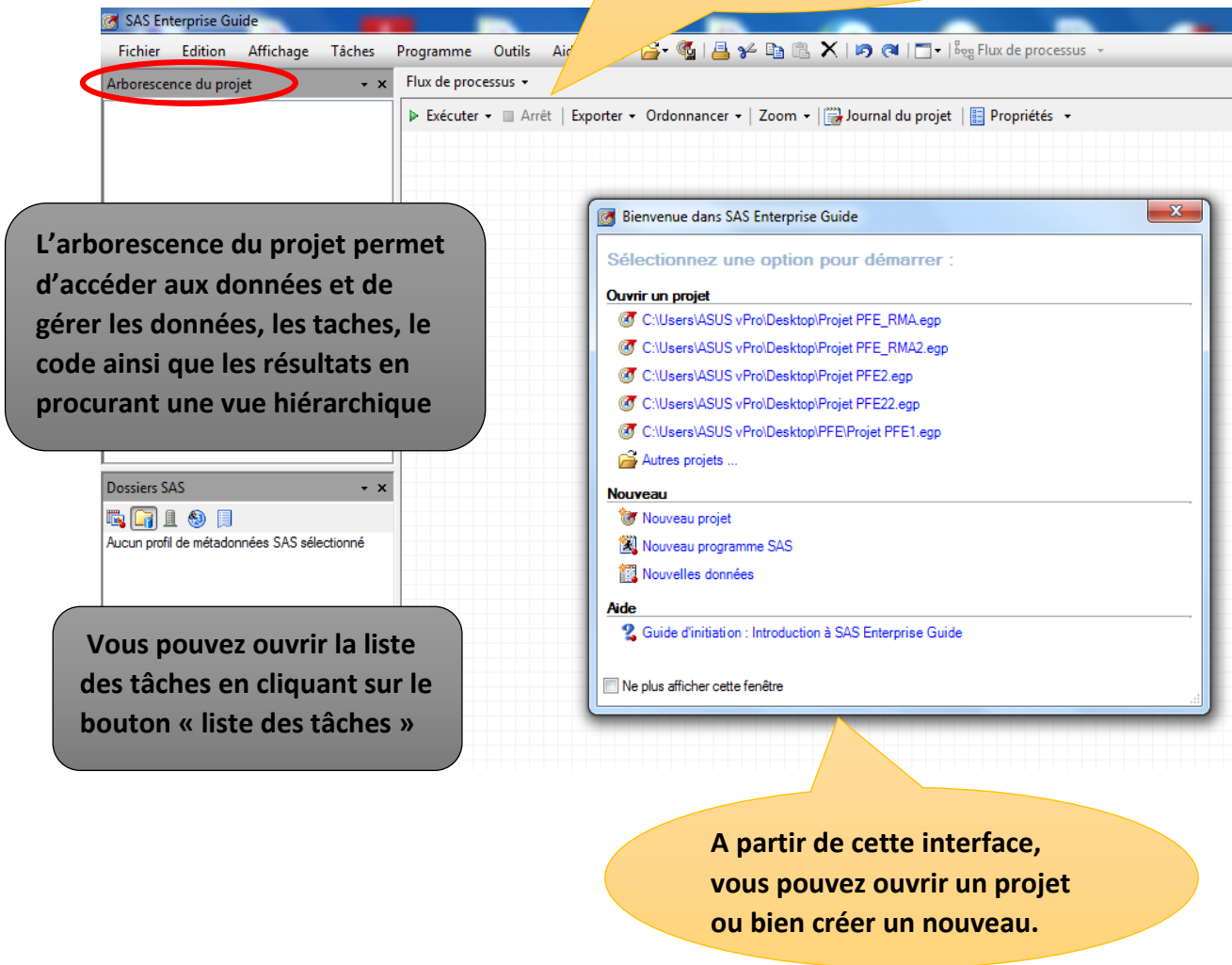


Figure 29: Guide d'utilisation de l'interface SAS Guide

Annexe 2 : Automatisation et fonctionnement pratique de l'application

Introduction

Le but de cette partie du rapport est de présenter l'application que nous avons développée sous l'outil présenté ci-dessus, qui est SAS Enterprise Guide afin de concrétiser toutes les étapes présentées dans les chapitres précédents. En effet, cette application permet d'automatiser tous les calculs nécessaires pour la valorisation des provisions techniques prudentielles ainsi que pour le calcul du capital de solvabilité requis (SCR). Elle permet notamment de :

- Corriger et retraiter les bases de données initiales fournies par notre organisme hôte (RMA).
- Etablir les tables des réserves et des sorties (rachat, décès, liquidation) en montant et en nombre.
- Calculer les taux de sorties en montant et en nombre.
- Calculer les taux moyens de sorties en montant et en nombre.
- Lisser les taux moyens de sorties en montant et en nombre.
- Faire les projections des réserves et des différentes sorties à partir d'une année de base.
- Calculer le Best-Estimate avec ses deux composantes.
- Calculer le capital de solvabilité requis de souscription en vie.

Notre application est composée de trois flux de processus responsables d'effectuer les tâches citées ci-dessus comme le montre la figure suivante :

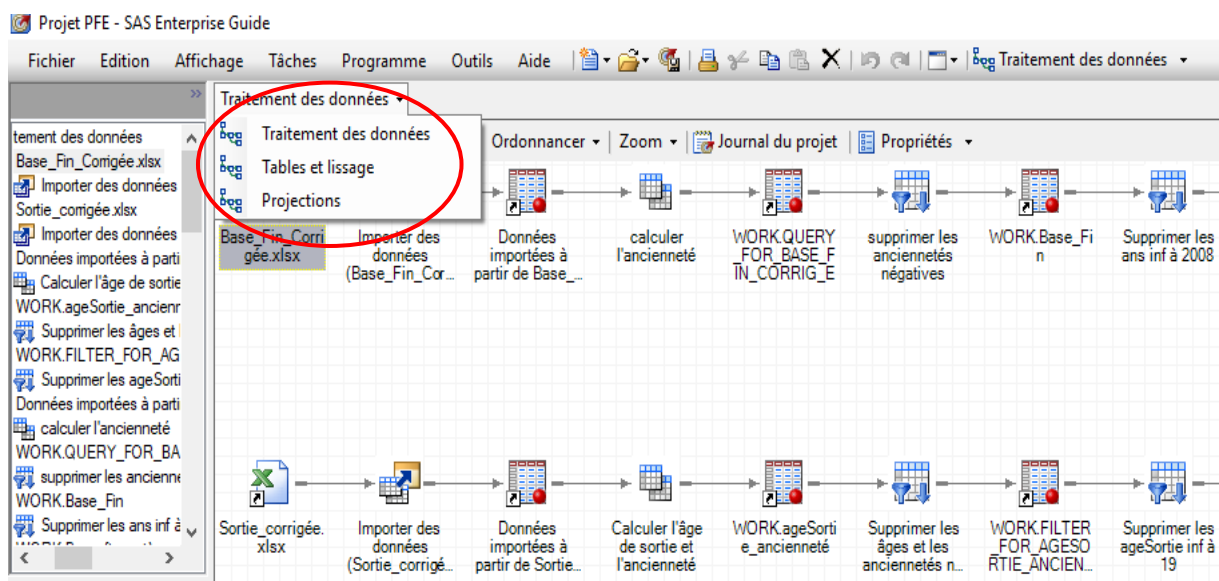


Figure 30: Flux de processus d'étapes de l'application sous SAS Guide

Passons à présent à la présentation des différentes sections de l'interface, afin de comprendre le mécanisme de fonctionnement de l'application.

I. Traitement des données :

Le 1^{er} flux de processus de notre application est sous le nom de « Traitement des données ». Comme son nom l'indique, il constitue la première étape de notre projet avant d'effectuer les calculs. En effet, il sert à importer les données, à les corriger et les retraiter.

1. Importation des données :

L'avantage des SAS Guide est qu'il permet un accès facile et rapide aux sources de données d'entreprise pour différents utilisateurs, à des fins d'analyse, planifier des projets, partager des résultats et intégrer facilement des résultats pour une utilisation répétée.

D'après le bouton « Importer des données » dans le menu « Fichier », nous pouvons importer nos deux bases de données, à savoir le fichier « Base financière » et le fichier « Sortie ».

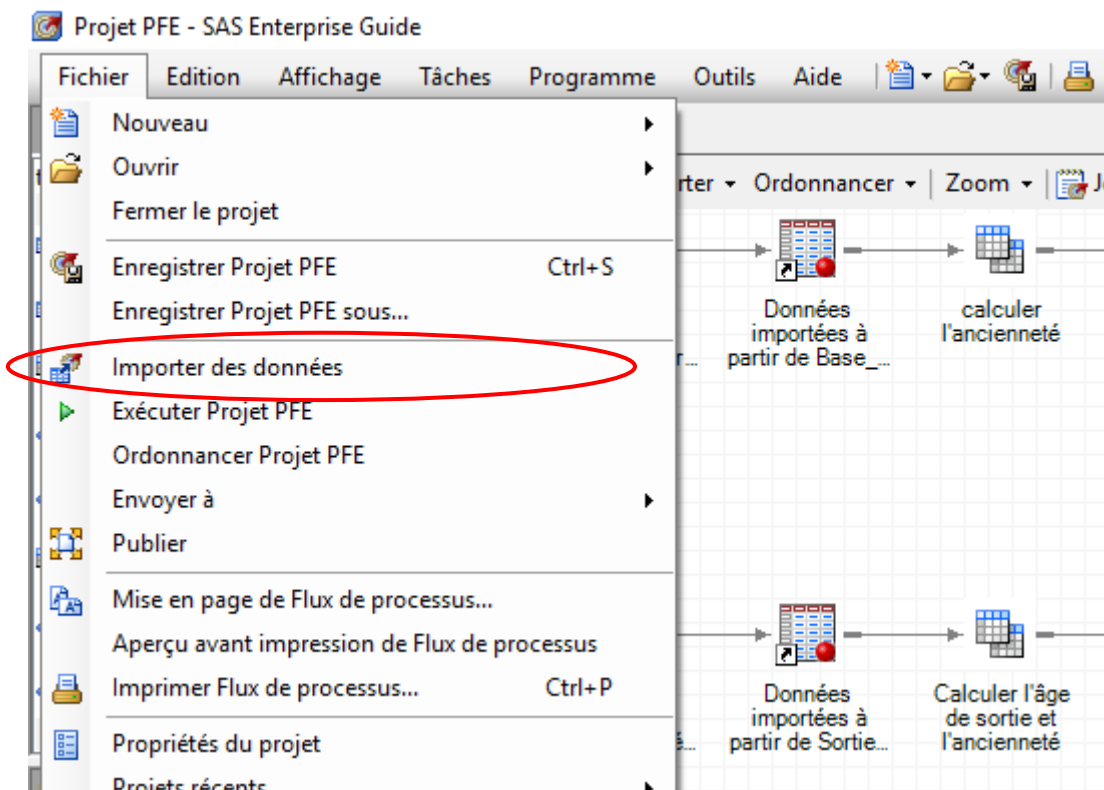


Figure 31: Importation des données sous SAS Guide

Ce bouton permet d'avoir la fenêtre d'importation d'un fichier quel que soit son emplacement.

Annexes

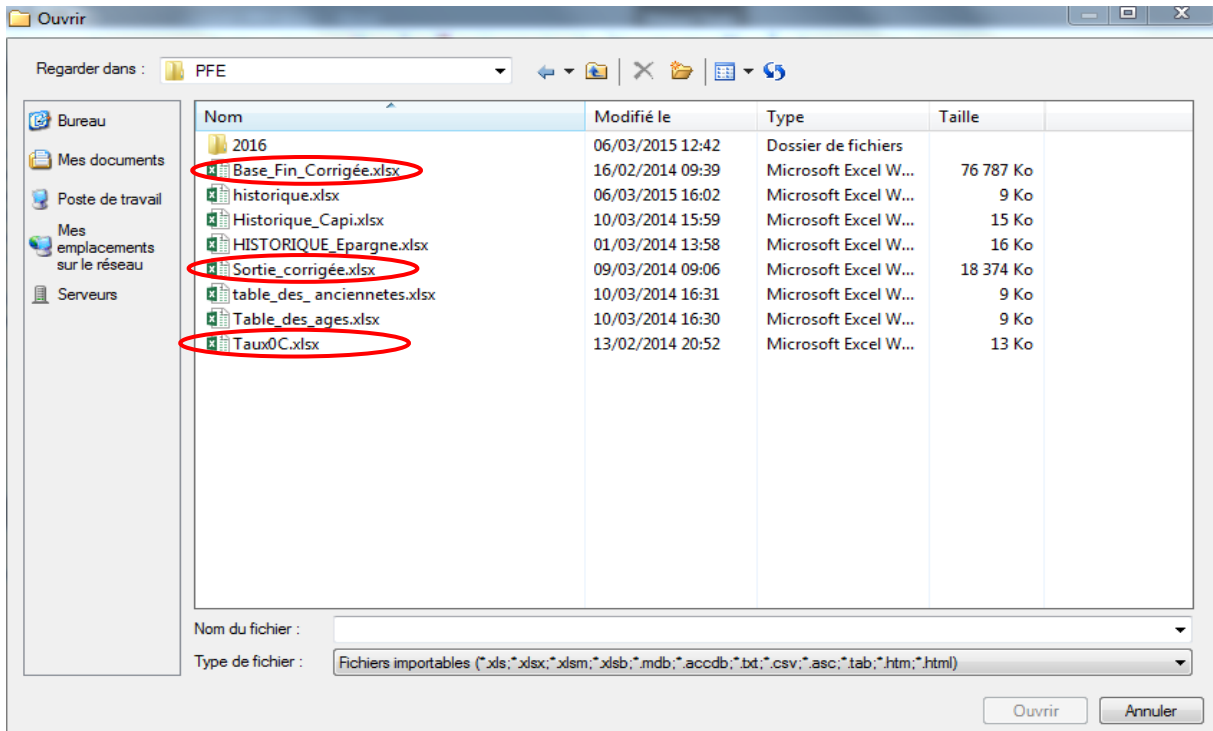


Figure 32: Importation des données depuis leurs emplacements

Une fois les deux bases de données « **Base financière** » et « **Sortie** » ainsi que la base des taux zéro coupons « **Taux0C** » fournie par la BAM importées, on pourra dès lors effectuer notre traitement et calculer les variables qui nous serviront dans nos calculs par la suite.

Ci-après des extraits de ces bases données affichées sous SAS Guide :

	Annee Calcul	Num Adhérent	VilleGuichet	AgeAssure	Age Conjoint	Date effet	Cotisation Exercice	Cumul cotisation	Rachat partiel Exercice
1	2007	1	1001	56	0	03JAN2001	2200.00	16100.00	.
2	2007	1	1002	46	0	01MAY2001	1600.00	8700.00	.
3	2007	1	1004	29	0	04JAN2001	200.00	13500.00	.
4	2007	1	1006	43	0	07JAN2003	6000.00	27000.00	.
5	2007	1	1008	40	0	04JAN2004	2400.00	9000.00	.
6	2007	1	1009	40	0	01JUN2006	2400.00	3800.00	.
7	2007	1	1009	60	0	06JAN2006	2400.00	3800.00	.
8	2007	1	1010	38	0	01OCT2006	1200.00	1800.00	.
9	2007	1	10101	47	0	01MAY2001	1400.00	13500.00	.
10	2007	1	1011	36	0	05JAN2006	800.00	2400.00	.
11	2007	1	1011	38	0	01FEB2007	2200.00	2200.00	.
12	2007	1	1012	33	0	03JAN2007	3000.00	3000.00	.
13	2007	1	1012	40	0	01JUN2001	2400.00	15700.00	.
14	2007	1	1013	27	0	06JAN2007	500.00	500.00	.
15	2007	1	1013	35	0	26JUN2007	6000.00	6000.00	.
16	2007	1	1015	30	0	26NOV2007	100.00	100.00	.
17	2007	1	10401	52	0	26JUN2007	3000.00	3000.00	.
18	2007	1	10401	53	0	26JUN2007	600.00	600.00	.
19	2007	1	11001	36	0	01JUN2003	2400.00	13000.00	.
20	2007	1	1101	52	0	06JAN2001	.	11900.00	.
21	2007	1	12101	45	0	01MAY2001	2200.00	15700.00	.
22	2007	1	12201	43	0	01JUN2007	1400.00	1400.00	.
23	2007	1	13001	35	0	10JAN2001	.	5700.00	.
24	2007	1	15001	48	0	04JAN2001	6000.00	40400.00	.
25	2007	1	1501	45	0	05JAN2001	9000.00	42700.00	.
26	2007	1	1501	49	0	01APR2001	2400.00	16400.00	.
27	2007	1	17003	40	0	05JAN2003	2400.00	11200.00	.
28	2007	1	17004	31	0	04JAN2007	1800.00	1800.00	.
29	2007	1	17004	39	0	01APR2007	5200.00	5200.00	.
30	2007	1	17601	40	0	01MAY2001	.	7100.00	.
31	2007	1	17601	42	0	04JAN2001	6000.00	34600.00	18000.00
32	2007	1	17901	43	0	26JUN2007	1200.00	1200.00	.

Figure 33: Extrait de la base financière des produits

Annexes

	Produit	NumContrat	TypePrestation	Date Demande	Date Reception	Date Validation	date Reglement	Montant Rachat	Annee Reglement	Date_n
1	Produit X	010010001896	Rachat Partiel	06JUL2012	07AUG2012	13SEP2012	26SEP2012	1532666	2012	01.
2	Produit X	010010001896	Rachat Partiel	08JAN2016	06APR2016	06APR2016	07APR2016	64663	2016	01.
3	Produit X	010010003829	Rachat Total	15MAY2008		22MAY2008	05JUN2008	513548	2008	14.
4	Produit X	010010004084	Rachat Total	15MAY2008		22MAY2008	05JUN2008	515135	2008	17A
5	Produit X	010010007548	Rachat Total	13JUN2005		13JUN2005	13JUN2005	2311 234	2005	31C
6	Produit X	010010010325	Rachat Partiel	20OCT2008	22OCT2008	22OCT2008	28OCT2008	115000	2008	06E
7	Produit X	010010010325	Rachat Partiel	10NOV2008	12NOV2008	14NOV2008	25NOV2008	22350	2008	06E
8	Produit X	010010010325	Rachat Total	03SEP2010	07SEP2010	07SEP2010	21OCT2010	566203	2010	06E
9	Produit X	010020000226	Rachat Total	08NOV2007		10NOV2007	13NOV2007	325410.12	2007	01.
10	Produit X	010020001137	Rachat Total	23JUN2015	30JUN2015	30JUN2015	14JUL2015	321589	2015	10C
11	Produit X	010020002095	Rachat Total	04SEP2008	08SEP2008	22SEP2008	26SEP2008	2015.23	2008	01.
12	Produit X	010020004256	Rachat Total	28MAY2009	04JUN2009	05JUN2009	16JUN2009	1225.36	2009	28A
13	Produit X	010020005312	Rachat Total	29OCT2007		31OCT2007	01NOV2007	17523.55	2007	12A
14	Produit Y	010020007916	Rachat Total	09FEB2009	12FEB2009	13FEB2009	24FEB2009	66320.89	2009	26A
15	Produit X	010020008068	Rachat Total	23MAR2009	02APR2009	02APR2009	10APR2009	12135.56	2009	01.
16	Produit X	010020008536	Rachat Total	16FEB2010	12APR2010	12APR2010	26APR2010	2365.24	2010	05E
17	Produit X	010020010326	Rachat Total	20MAY2010	26MAY2010	26MAY2010	08JUN2010	52322.25	2010	05C
18	Produit Y	010020010327	Rachat Total	31JUL2008	04AUG2008	05AUG2008	19AUG2008	415623.58	2008	05C
19	Produit Y	010020010328	Rachat Total	03NOV2010	09NOV2010	12NOV2010	03DEC2010	113562.75	2010	10A
20	Produit Y	010020010329	Rachat Total	08JAN2010	15JAN2010	26JAN2010	09FEB2010	1225698.11	2010	29A
21	Produit Y	010020010330	Rachat Total	21MAR2011	24MAR2011	24MAR2011	08APR2011	198753.66	2011	13E
22	Produit Y	010020010331	Rachat Total	23JAN2012	30JAN2012	30JAN2012	10FEB2012	59841.22	2012	01.
23	Produit Y	010020010332	Rachat Total	05SEP2011	09SEP2011	09SEP2011	22SEP2011	326544.55	2011	13A
24	Produit Y	010020010333	Rachat Total	26JAN2016	26JAN2016	26JAN2016	29JAN2016	1462539.22	2016	28A
25	Produit Y	010020010334	Rachat Total	21JAN2013	04FEB2013	04FEB2013	07FEB2013	5364128.28	2013	05E
26	Produit Y	010020010337	Rachat Partiel	02DEC2016	02JAN2017	02JAN2017	22MAR2017	15000	2017	27.
27	Produit Y	010030000815	Rachat Total	06APR2010	28APR2010	13MAY2010	26MAY2010	17856	2010	18A
28	Produit Y	010030001467	Rachat Total	18MAY2012	24MAY2012	06JUN2012	27JUN2012	1247893	2012	01.
29	Produit Y	010030001628	Rachat Total	03APR2008		08APR2008	15APR2008	56233.75	2008	10A
30	Produit Y	010030001679	Rachat Total	25DEC2007		03JAN2008	05JAN2008	86332.55	2008	01.
31	Produit Y	010030003065	Rachat Total	14JUL2005		15JUL2005	15JUL2005	162658	2005	01A
32	Produit Y	010030003228	Rachat Total	25JUN2008	27JUN2008	27JUN2008	10JUL2008	60000	2008	04C
33	Produit Y	010030004643	Rachat Partiel	22OCT2014	27OCT2014	27OCT2014	04NOV2014	45000	2014	02E

Figure 34: Extrait de la base de sortie

	maturité	Taux	Annee proj
1	1	0.0240	2018
2	2	0.0254	2019
3	3	0.0264	2020
4	4	0.0272	2021
5	5	0.0282	2022
6	6	0.0295	2023
7	7	0.0305	2024
8	8	0.0325	2025
9	9	0.0336	2026
10	10	0.0339	2027
11	11	0.0357	2028
12	12	0.0344	2029
13	13	0.0360	2030
14	14	0.0380	2031
15	15	0.0386	2032
16	16	0.0392	2033
17	17	0.0398	2034
18	18	0.0410	2035
19	19	0.0416	2036
20	20	0.0421	2037
21	21	0.0426	2038
22	22	0.0426	2039
23	23	0.0426	2040
24	24	0.0426	2041
25	25	0.0426	2042
26	26	0.0426	2043
27	27	0.0426	2044
28	28	0.0426	2045
29	29	0.0426	2046
30	30	0.0426	2047
31	31	0.0426	2048
32	32	0.0426	2049
33	33	0.0426	2050

Figure 35: Extrait des taux zéro-coupons

2. Traitements effectués sur les bases de données :

Une fois les bases de données nécessaires affichées, on pourra dorénavant les traiter et exécuter des tâches là-dessus. Pour ce faire, on sélectionne la tâche voulue dans la barre des tâches juste au-dessus de la table des données affichée ou dans le menu « **Tâches** » comme le montre la figure suivante.

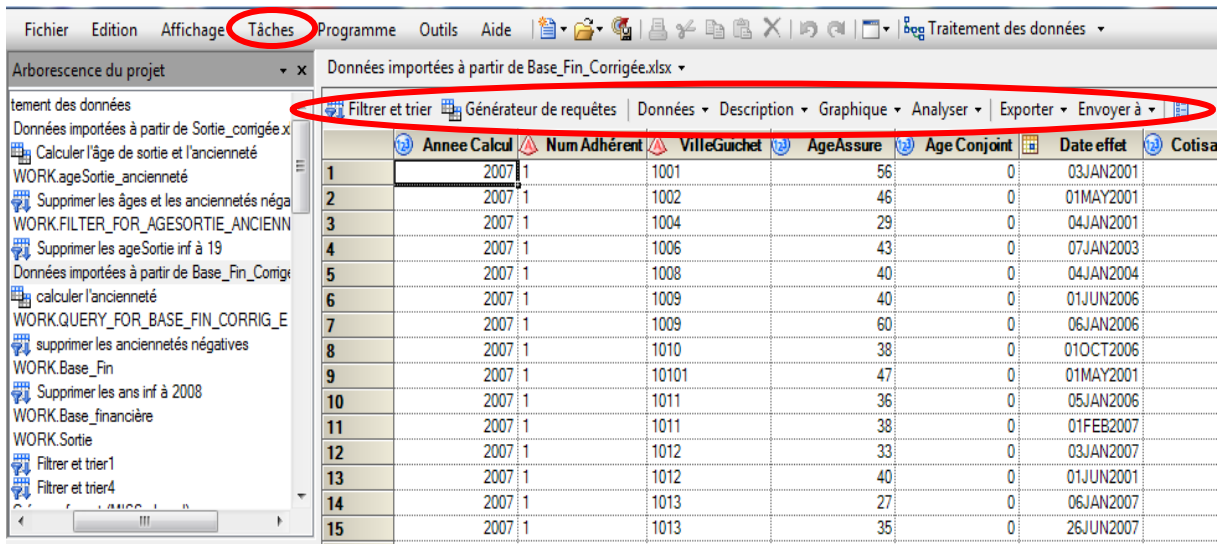


Figure 36: Tâches sous SAS Guide

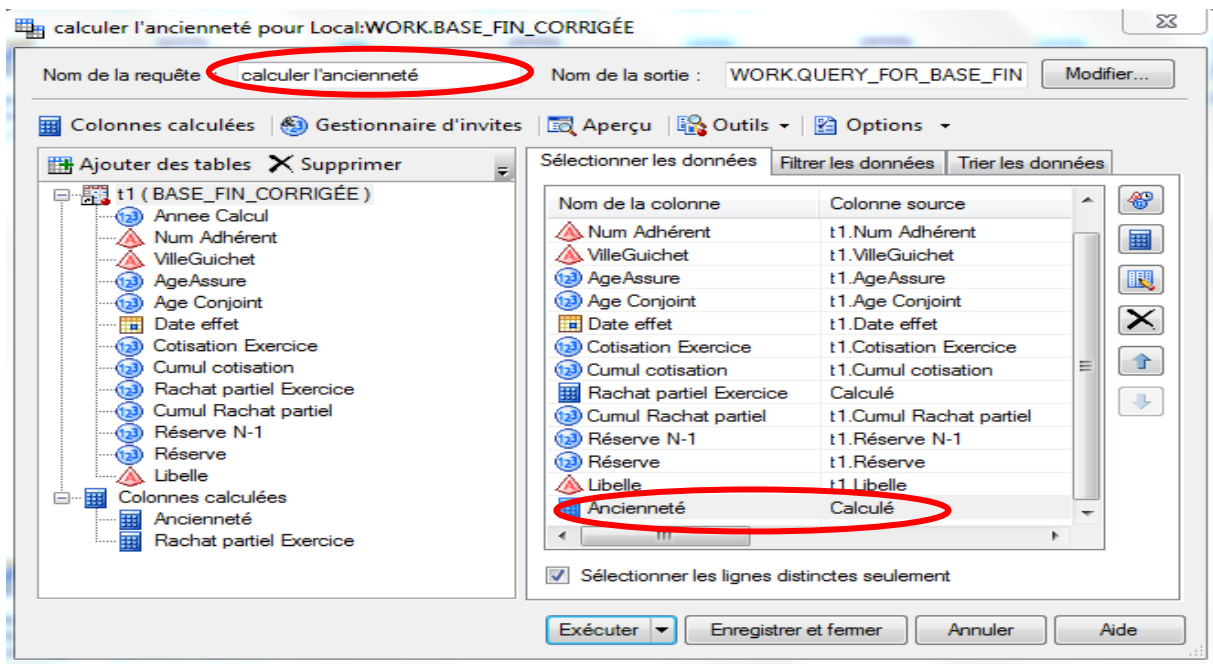
Certaines tâches disposent d'un assistant qui peut vous aider à prendre les décisions voulues. Vous pouvez accéder aux assistants à partir des menus ou bien grâce à un lien situé en regard de la tâche concernée dans la « Liste des tâches ».

2.1. Base financière :

Pour des raisons de calculs, après l'importation de la base de données agrégée, l'application se charge également du calcul de l'ancienneté à la date de sortie, en se basant sur la formule suivante :

$$\text{Ancienneté} = \text{Année de Calcul} - \text{Date d'effet}$$

Ce calcul est effectué en cliquant sur le bouton « Générateur de requêtes » comme le montre la figure suivante :



Propriétés de Ancienneté

Nom de la colonne : Ancienneté

Libellé :

Format : Modifier...

Récapitulatif : Néant Long. (en octets) :

Expression : t1.'Annee Calcul'n - year(t1.'Date effet'n)

Colonne source : Calculé

OK Annuler Aide

Figure 37: Boîte de dialogue permettant de calculer l'ancienneté dans la base de données financière

Le résultat de la requête effectuée est illustré ci-dessous :

Libelle	Ancienneté
Produit X	6
Produit X	6
Produit X	6
Produit X	4
Produit X	3
Produit X	1
Produit X	1
Produit Y	1
Produit Y	6
Produit Y	1
Produit Y	0
Produit Y	0
Produit Y	6
Produit Y	0

Figure 38: Extrait du travail effectué sur la base de données financière

La deuxième étape consiste à supprimer les anciennetés négatives qui représentent un pourcentage très faible de notre base de données à travers un filtre qui permet de supprimer les lignes correspondantes à une ancienneté négative.

Pour ceci, le bouton « **Filtrer et trier** » fera l'affaire comme l'illustre la figure suivante :

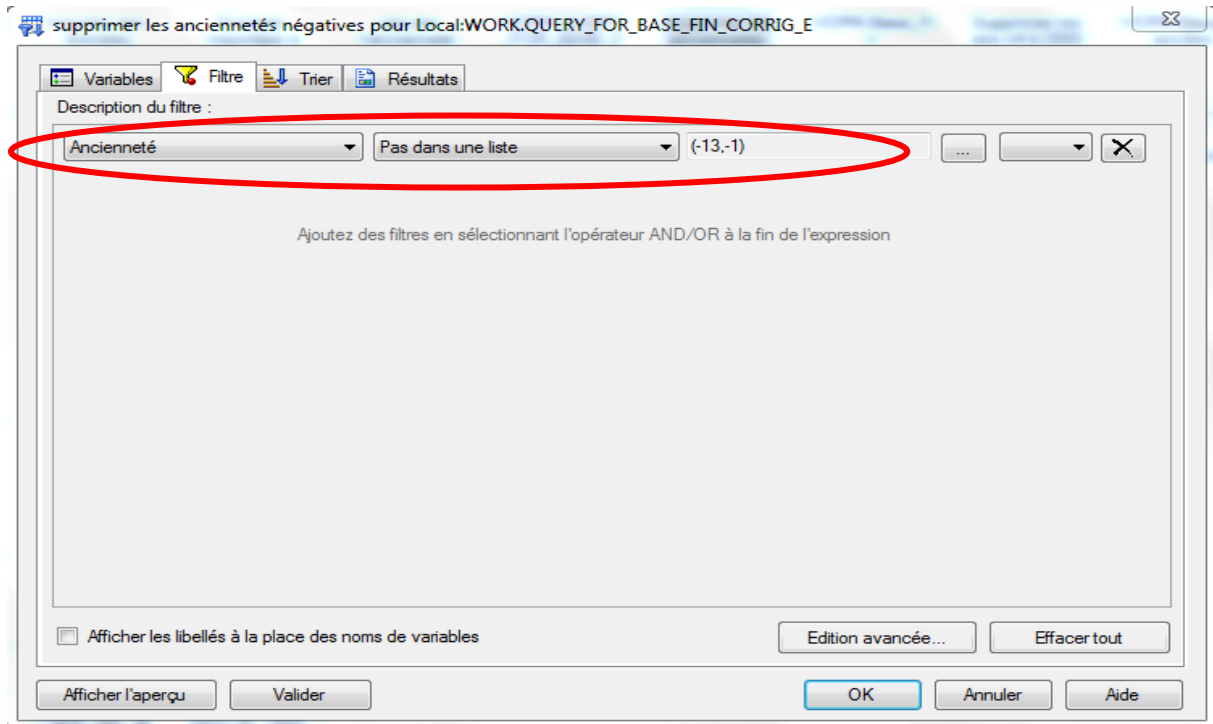


Figure 39: Fenêtre permettant de supprimer les anciennetés négatives

La troisième étape consiste à supprimer les années de calcul qui sont inférieures à 2007, toujours grâce au bouton « **Filtrer et trier** » car notre historique d'étude débute depuis 2008.

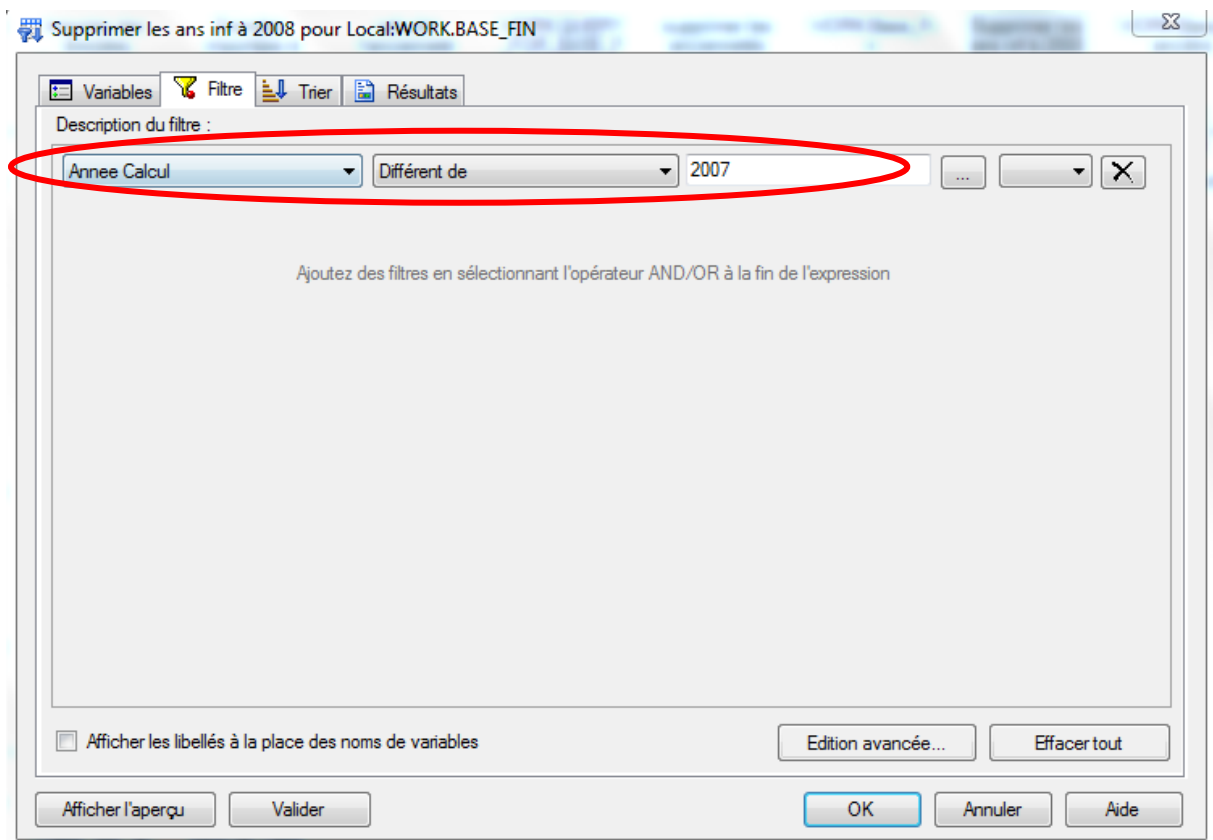


Figure 40: Boite de dialogue permettant de filtrer les années de calcul

2.2. Base de sortie :

De même on a calculé l'ancienneté et l'âge a la date de sortie, et ceci en se basant sur les formules suivantes

$$\text{Age de sortie} = \text{Date de Validation} - \text{Date de naissance}$$

$$\text{Ancienneté} = \text{Date de Validation} - \text{Date d'effet}$$

Ci-contre les deux figures illustrant les boîtes de dialogue permettant de calculer ces deux variables sous SAS Guide :

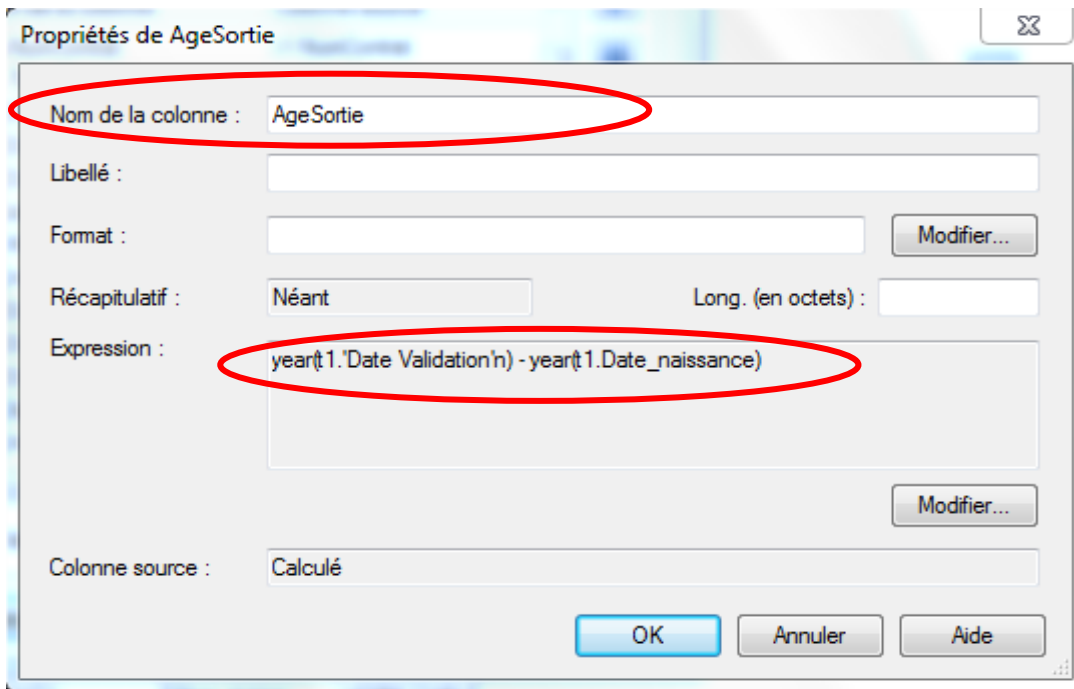


Figure 41: Boite de dialogue permettant de calculer l'âge de sortie

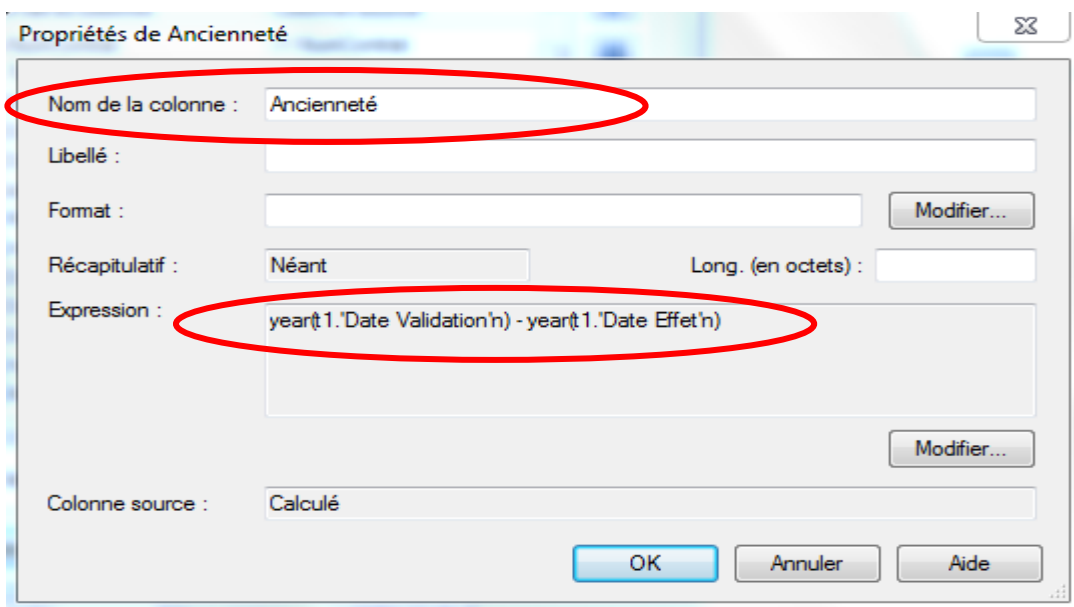


Figure 42: Boite de dialogue permettant de calculer l'ancienneté

Les résultats des requêtes précitées effectuées sont comme suit :

AgeSortie	Ancienneté
66	10
70	14
53	4
41	4
31	1
38	6
38	6
40	8
57	3
65	12
44	3
34	4
36	3
37	3
47	3
36	4
36	3

Figure 43: Extrait du travail effectué sur la base de sortie

II. Tables et lissage :

Le flux de processus « **Tables et lissage** » regroupe trois programmes :

- « **Prog Rachat** » : Ce programme sert à établir les tables de rachat en montant et en nombre, de calculer les taux et les taux moyens de rachat en montant et en nombre ainsi que d'effectuer la partie du lissage des taux moyens de rachat par la loi log-normale.
- « **Prog Décès** » : Ce programme sert à établir les tables de décès en montant et en nombre, de calculer les taux et les taux moyens de décès en montant et en nombre ainsi que d'effectuer la partie du lissage des taux moyens de décès par la loi log-normale.
- « **Prog Liquidation** » : Ce programme sert à établir les tables de liquidation en montant et en nombre, de calculer les taux et les taux moyens de liquidation en montant et en nombre ainsi que d'effectuer la partie du lissage des taux moyens de liquidation par la loi log-normale.

La figure suivante montre l'interface sous SAS Guide illustrant les différents programmes du flux de processus « **Tables et lissage** »

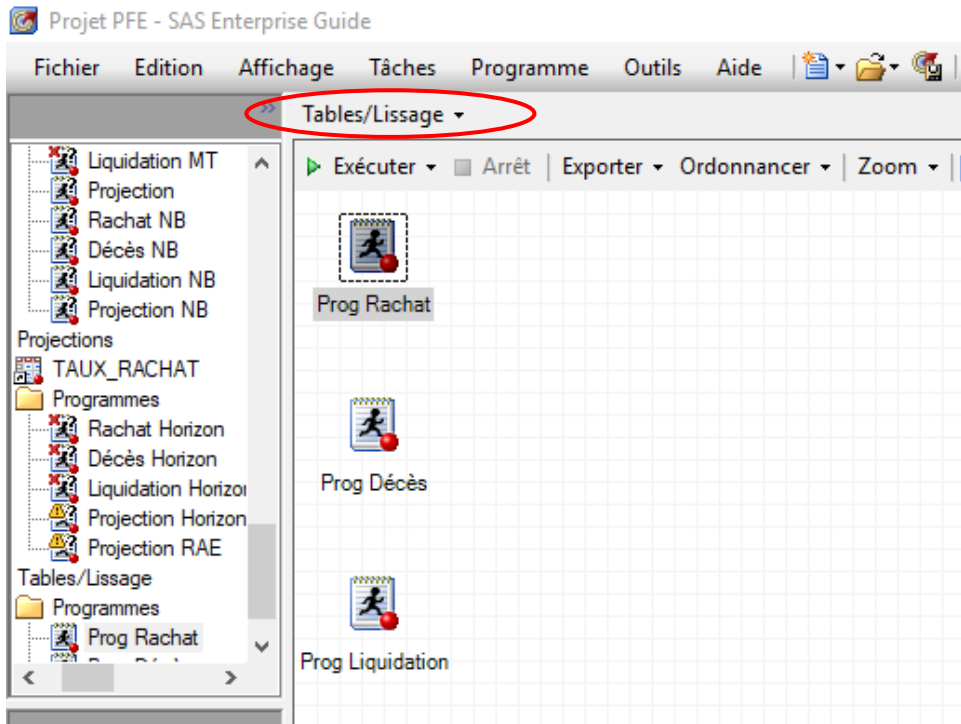


Figure 44: Interface du flux de processus "Tables et lissage"

L'interface développée sous SAS Guide qui nous permet de choisir le produit que l'on souhaite appliquer dessus nos calculs, ainsi que le type de sortie (rachat, décès ou liquidation) que l'on souhaite étudier est la suivante :

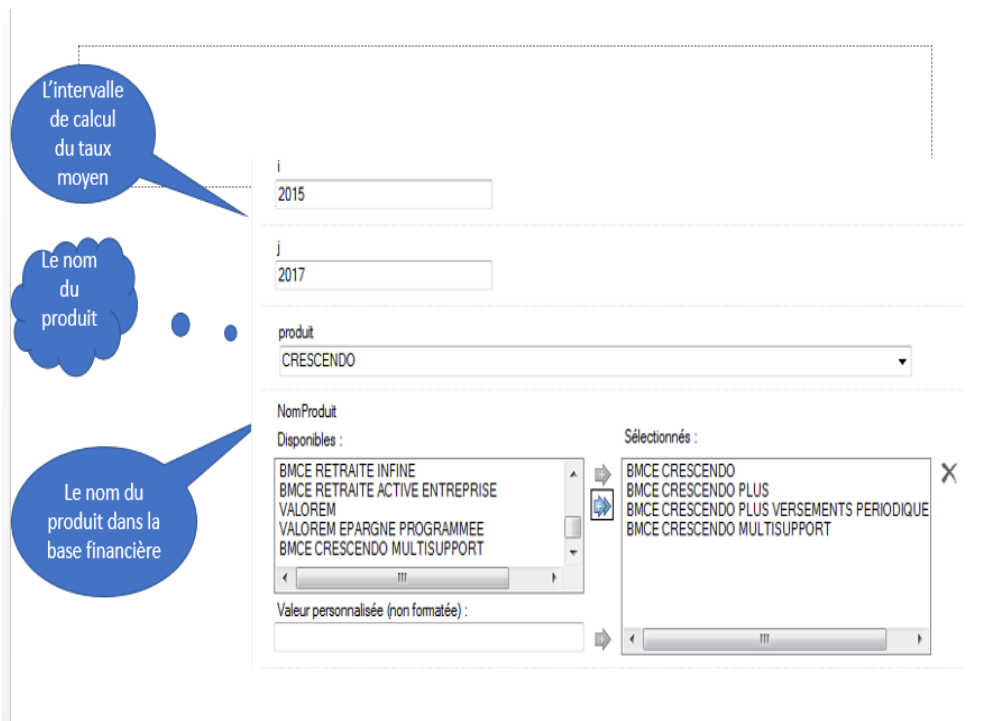


Figure 45: Interface des calculs

- On choisit l'intervalle $[i, j]$ de calcul du taux moyen de sortie, c'est-à-dire les années qu'on prend en considération dans le calcul de la moyenne des taux, en l'occurrence ici [2015,2017].
- On choisit l'intitulé de notre « **produit** ».
- On choisit les libellés correspondants au produit choisi dans la base financière « **NomProduit** ».

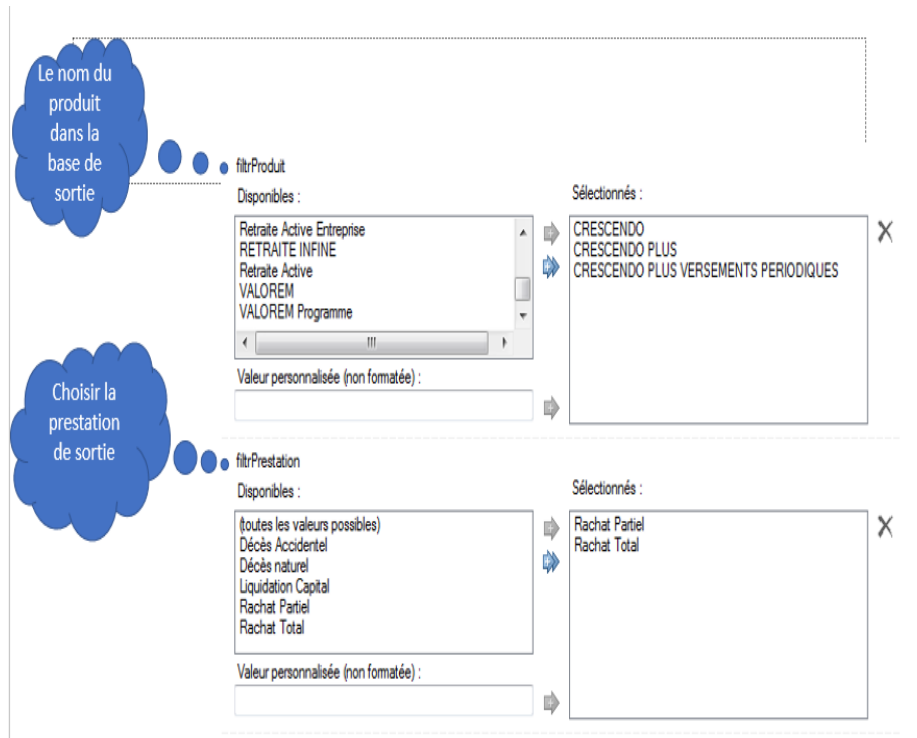


Figure 46: Interface des calculs

- Ensuite, on choisit l'intitulé du produit concerné dans le fichier de sorties « **filtrProduit** ».
- Et enfin on choisit la prestation qu'on souhaite en construire la table en montant et en nombre « **filtrPrestation** ».

L'output final de ce flux de processus (les trois programmes) est la table des taux moyens lissés de chaque sortie par âge et par ancienneté, sur la base de laquelle on fait la projection.

Comme titre illustratif, on fait la capture d'écran de la table des taux moyens de rachat en montant du produit X. Les autres tables ont la même forme :

Rachat MI ▾

Programme Journal Données de sortie

Filtrer et trier Générateur de requêtes Données ▾

	AgeAssure	Ancienneté	Taux_R
1348	37	69	0
1349	37	70	0
1350	38	0	0.0265263058
1351	38	1	0.1300495912
1352	38	2	0.1293590825
1353	38	3	0.4974626644
1354	38	4	0.3019162413
1355	38	5	0.2546230858
1356	38	6	0.1460034636
1357	38	7	0.0932684697
1358	38	8	0.0657069957
1359	38	9	0.0759391298
1360	38	10	0.0392416169
1361	38	11	0.0033886369
1362	38	12	0.0362281705
1363	38	13	0.0007161914

Figure 47: Table de taux moyen lissé de rachat en montant du produit X par âge et par ancienneté

III. Projections :

Le flux de processus « projections » contient le programme qui sert à donner un récapitulatif des projections des réserves et des différentes sorties en se basant sur les hypothèses de projection listées dans un chapitre précédent. Ce programme fournit aussi le Best-Estimate et la durée calculés à la base de ces projections.

L'interface ci-contre montre l'automatisation de la partie des hypothèses de projection :

The interface shows three input fields with corresponding callouts:

- AncMax**: A dropdown menu showing the value 14. Callout: "L'ancienneté maximale du Produit".
- anc**: A text input field showing the value 14. Callout: "L'ancienneté à partir de laquelle on fixe le taux de sortie".
- choc**: A text input field showing the value 0.0. Callout: "Le taux à appliquer aux taux lissés pour le calcul du SCR".

Figure 48: Interface des hypothèses de projection

L'interface suivante permet de saisir l'horizon que l'on souhaite franchir pour nos projections, cet horizon varie par produit étudié. Elle permet aussi de saisir le frais de gestion unitaire « FG » à prendre pour le calcul du best-estimate des frais de gestion.

The screenshot shows a web interface for entering projection parameters. On the left, three blue callout bubbles point to specific fields: 'L'horizon de projection' points to the 'horizon' input field; 'Le nom du produit' points to the 'produit' dropdown menu; and 'Les frais de gestion unitaire par produit' points to the 'FG' input field. The 'horizon' field contains the value '2060'. The 'produit' dropdown is set to 'CRESCENDO'. The 'FG' field contains the value '100.0'.

Figure 49: Interface des projections

Après avoir saisi ou choisi les valeurs qu'on souhaite sur l'interface, SAS Guide nous fournit les outputs suivants :

RECAPITULATIF ▾

🔍 Filtrer et trier 📄 Générateur de requêtes | Données ▾ Description ▾ Graphique ▾ Analyser ▾ | Exporter ▾ Envoyer à ▾ 🖨️

	13 Annee_proj	12 Reserve_anc	13 reserve_nouv	12 TotalRachat	13 TotalDeces	12 Totalliqui	13 TotalSortie
1	2018	7082841404.8	5599767334.1	1108739493	56730082.477	317604495.18	1483074070.7
2	2019	5599767334.1	4493661445.8	830956734.18	40543193.131	234605960.95	1106105888.3
3	2020	4493661445.8	3687148784.9	601594264.83	29333682.274	175584713.81	806512660.92
4	2021	3687148784.9	3020491492.7	319175959.29	18172069.339	329309263.6	666657292.23
5	2022	3020491492.7	2569698723.5	189674375.98	11341335.486	249777057.7	450792769.16
6	2023	2569698723.5	2116901526.4	100121130.67	4694287.4627	347981779.04	452797197.17
7	2024	2116901526.4	1673350708.8	67481040.452	3558482.0521	372511295.04	443550817.54
8	2025	1673350708.8	1364535159.2	39210440.225	1012004.3975	268593104.95	308815549.57
9	2026	1364535159.2	881501595.67	26783615.905	669065.19271	455580882.48	483033563.58
10	2027	881501595.67	587647634.93	12264388.5	169866.02828	281419706.21	293853960.74
11	2028	587647634.93	359584226	4397005.097	872.44904309	223665531.38	228063408.93
12	2029	359584226.00	219138745.87	3384851.3235	589.5404628	137060039.27	140445480.13
13	2030	219138745.87	100782030.49	193859.9923	274.84249096	118162580.55	118356715.38
14	2031	100782030.49	0	0	0	100782030.49	100782030.49
15	2032	0.00	0	0	0	0	0
16	2033	0.00	0	0	0	0	0
17	2034	0.00	0	0	0	0	0
18	2035	0.00	0	0	0	0	0
19	2036	0.00	0	0	0	0	0
20	2037	0.00	0	0	0	0	0
21	2038	0.00	0	0	0	0	0
22	2039	0.00	0	0	0	0	0

Figure 50: Tableau récapitulatif des projections des réserves et des sorties en montant pour le produit X

BESTESTIMATE ▾

 |  Filtrer et trier  Générateur de requête:



	 BE	 Duration
1	6168831009.8	4.3495155392

Figure 51: Tableau affichant le best-estimate et la duration

Annexe 3 : Tableau des données

	Variable	Désignation	Type
Base financière	Année Calcul	L'exercice de calcul des réserves	Entier
	Ville Guichet	Le code de la ville du souscripteur	Texte
	Num Adhérent	le numéro/code affecté à chaque assuré, il est unique.	Texte
	Age Assuré	L'âge de l'assuré à l'année de calcul	Entier
	Date effet	La date à partir de laquelle le risque est pris en charge par l'assureur.	Date
	Cotisation exercice	La prime versée par l'assuré durant chaque exercice	Numérique
	Rachat partiel exercice	Rachat partiel effectué par l'assuré durant chaque exercice	Numérique
	Réserve N-1	la réserve relative à l'assuré à la fin de l'année antérieure à l'exercice concerné	Numérique
	Réserve	la réserve relative à l'assuré au début de l'exercice concerné.	Numérique
	Libellé	Libellé du produit concerné	Texte
Fichier de sorties	Produit	Le nom du produit souscrit par l'assuré et sujet de la sortie.	Texte
	NumContrat	Le numéro du contrat relatif à l'assuré, il correspond à « Num Adhérent » dans la base financière.	Texte
	Type Prestation	Le type de sortie effectué par l'assuré.	Texte
	Date demande	La date à laquelle l'assuré a déposé sa demande de prestation à l'assureur.	Date
	Année Validation	Année de validation de la demande par l'assurance.	Numérique
	Montant Prestation	Le montant acquitté par l'assureur au titre de la prestation demandé.	Numérique
	Année règlement	L'année où le règlement de la prestation a été effectué.	Numérique
	Date naissance	La date de naissance de l'assuré concerné.	Date
	Date Effet	La date de souscription de l'assuré au contrat concerné.	Date

Annexe 4 : Tableau des projections des flux de sortie et des réserves

Tous les tableaux récapitulatifs des projections des flux de sortie et des réserves prennent la forme suivante sous SAS :

N+1					...	N+h				
Réserves N+1	Sorties rachat	Sorties décès	Sorties liquidation	Somme sortie		Réserves N+h	Sorties rachat	Sorties décès	Sorties liquidation	Somme Sortie

Après exportation des récapitulatifs de projections des produits X et Y en montant et en nombre, on obtient les tableaux suivants :

Annee_proj	Réserve Réglementaire	TotalRachat	TotalDeces	Totalliqui	TotalSortie
2017	1 770 710 351.19	-	-	-	-
2018	1 467 393 201.72	187 820 319.72	18 802 442.60	96 694 387.14	303 317 149.46
2019	1 232 756 729.88	149 749 549.12	12 318 492.97	72 568 429.75	234 636 471.84
2020	1 045 181 803.52	118 172 653.32	10 327 692.02	59 074 581.02	187 574 926.36
2021	857 581 350.99	84 449 669.30	7 150 257.10	96 000 526.14	187 600 452.53
2022	716 109 191.60	61 260 255.86	4 450 676.60	75 761 226.94	141 472 159.39
2023	586 933 563.30	27 080 469.16	1 824 880.51	100 270 278.63	129 175 628.30
2024	469 491 271.51	17 719 600.01	882 643.72	98 840 048.07	117 442 291.79
2025	386 221 885.44	11 766 042.49	581 462.72	70 921 880.86	83 269 386.06
2026	265 952 589.54	7 312 721.63	354 466.08	112 602 108.20	120 269 295.91
2027	199 452 306.81	2 921 642.28	103 280.83	63 475 359.61	66 500 282.72
2028	136 660 258.11	897 625.38	302.14	61 894 121.19	62 792 048.70
2029	82 529 798.46	641 134.74	191.78	53 489 133.13	54 130 459.65
2030	36 415 446.01	66 364.84	98.73	46 047 888.88	46 114 352.45
2031	-	-	-	36 415 446.01	36 415 446.01
2032	-	-	-	-	-
2033	-	-	-	-	-
2034	-	-	-	-	-
2035	-	-	-	-	-
2036	-	-	-	-	-

Figure 52: Projections des réserves et des flux de sortie en montant (MAD) pour le produit X

Annexes

Annee_proj	Nombre de contrats	TotalRachat	TotalDeces	Totalliqui	TotalSortie
2017	2071.50				
2018	1634.55	351.9612555	24.94591227	60.0396478	436.9468156
2019	1261.56	292.9652008	18.57317423	61.4566061	372.9949811
2020	971.90	215.0710043	13.75439844	60.83367	289.6590728
2021	747.45	142.5483689	10.39910221	71.4998744	224.4473455
2022	566.53	101.3390042	7.824067633	71.7615515	180.9246233
2023	450.52	42.12882051	4.27881197	69.6009646	116.008597
2024	360.30	29.51649741	3.169807595	57.5355781	90.22188306
2025	312.16	18.53647693	2.066086514	27.5368637	48.13942717
2026	227.05	11.60642101	0.747878768	72.7570506	85.11135034
2027	173.48	7.870386631	0.059974384	45.6324114	53.56277242
2028	110.39	3.471607348	0.000252256	59.6214344	63.09329396
2029	61.83	2.486608075	0.000148148	46.0732325	48.55998868
2030	26.03	0.904079803	7.19852E-05	34.8964687	35.80062053
2031	0.00	0	0	26.0292285	26.02922851
2032	0.00	0	0	0	0
2033	0.00	0	0	0	0
2034	0.00	0	0	0	0
2035	0.00	0	0	0	0
2036	0.00	0	0	0	0

Figure 53: Projections des réserves et des flux de sortie en nombre pour le produit X

Annee_proj	Réserve Réglementaire	TotalRachat	TotalDeces	Totalliqui	TotalSortie
2017	187 690 030.15	-	-	-	-
2018	146 946 587.69	21 928 320.37	399 560.71	18 415 561.38	40 743 442.46
2019	120 549 832.81	16 613 362.86	292 885.12	9 490 506.90	26 396 754.88
2020	98 681 263.77	12 812 963.98	288 306.73	8 767 298.33	21 868 569.04
2021	78 089 759.85	9 586 353.44	202 451.52	10 802 698.96	20 591 503.92
2022	56 916 690.99	6 775 916.48	158 740.30	14 238 412.07	21 173 068.86
2023	43 234 631.63	4 919 326.11	119 455.60	8 643 277.65	13 682 059.36
2024	30 752 156.76	3 430 455.73	97 166.49	8 954 852.66	12 482 474.88
2025	22 152 611.06	2 458 035.77	69 564.99	6 071 944.94	8 599 545.70
2026	15 785 071.47	1 766 628.83	50 008.85	4 550 901.92	6 367 539.59
2027	11 538 621.82	1 295 999.17	34 929.96	2 915 520.51	4 246 449.65
2028	7 174 750.39	821 646.67	21 053.30	3 521 171.45	4 363 871.43
2029	4 237 744.20	496 986.73	10 477.62	2 429 541.84	2 937 006.19
2030	2 244 610.40	264 417.27	5 686.63	1 723 029.90	1 993 133.81
2031	886 138.43	101 183.77	2 873.50	1 254 414.70	1 358 471.96
2032	175 061.39	19 575.60	658.77	690 842.67	711 077.04
2033	-	-	-	175 061.39	175 061.39
2034	-	-	-	-	-
2035	-	-	-	-	-
2036	-	-	-	-	-

Figure 54: Projections des réserves et des flux de sortie en montant (MAD) pour Y

Annee_proj	Nombre de Contrats	TotalRachat	TotalDeces	Totalliqui	TotalSortie
2017	11 055.75	0	0	0	0
2018	8 830.85	1 906.41	15.72	302.77	2 224.90
2019	7 238.91	1 353.57	15.09	223.27	1 591.93
2020	6 022.23	983.44	13.74	219.50	1 216.68
2021	4 985.49	727.83	12.53	296.38	1 036.74
2022	4 127.66	546.02	11.36	300.46	857.83
2023	3 349.69	392.11	9.10	376.76	777.98
2024	2 731.63	299.60	8.96	309.50	618.05
2025	2 184.45	234.87	7.22	305.09	547.18
2026	1 758.48	188.87	5.49	231.61	425.97
2027	1 409.53	157.07	4.21	187.67	348.95
2028	1 027.82	115.19	2.68	263.83	381.70
2029	725.26	85.36	1.79	215.41	302.57
2030	469.51	61.11	0.79	193.85	255.75
2031	233.07	32.95	0.51	202.98	236.44
2032	78.16	12.27	0.24	142.41	154.91
2033	-	-	-	78.16	78.16
2034	-	-	-	-	-
2035	-	-	-	-	-
2036	-	-	-	-	-

Figure 55: Projections des réserves et des flux de sortie en nombre pour le produit Y

Annexe 5 : Valeur de rachat des contrats d'assurance-vie

La loi stipule que la pénalité appliquée par l'assureur lors du rachat ne peut excéder **5%** de la valeur de la PM, et qu'elle doit être nulle si la date de souscription est antérieure de 10 ans ou plus à la date de rachat, dans ce cas la valeur de rachat (Surrender Value) est exactement égale au montant de la PM.

$$R_k = \begin{cases} \alpha * PM_k, \text{ pour } k < 10 & \text{avec } 0.95 \leq \alpha \leq 1 \\ PM_k \text{ pour } k \geq 10 \end{cases}$$

Annexe 6 : La constitution de la marge de solvabilité en assurance-vie

Le montant minimum de la marge de solvabilité est calculée par rapport à la PM, la provision de gestion et aux capitaux sous risque³⁵. Ce montant est égal à la somme des deux résultats suivants :

1 - le "premier résultat" est obtenu en multipliant un nombre représentant **5%** de la provision mathématique et de la provision de gestion brutes de cessions en réassurance, par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des provisions mathématiques net de réassurance et le montant des provisions mathématiques brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à **85%** ;

2 - le "second résultat" est obtenu en multipliant un nombre représentant **0,3%** des capitaux sous risque par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des capitaux sous risque net de réassurance et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à **50%**.

Toutefois, pour **les assurances temporaires en cas de décès d'une durée maximale de trois années**, le facteur multiplicateur des capitaux sous risque est égal à **0,1%**. Il est fixé à **0,15%** desdits capitaux pour les assurances temporaires en cas de décès dont la durée est supérieure à trois années mais n'excède pas cinq années. Néanmoins, pour **les contrats à capital variable**, le pourcentage à appliquer à la PM et la provision de gestion brute de cessions en réassurance est de **1%** lorsque l'entreprise n'assume pas de risque de placement et de **4%** lorsqu'elle en assume.

³⁵ Le capital sous risque est égal au capital garanti en cas de décès, déduction faite de la provision mathématique.

Lorsque l'entreprise assume le risque de mortalité, il est ajouté au montant minimum sus indiqué **0,3%** des capitaux sous risque multiplié par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des capitaux sous risque net de réassurance et le montant des capitaux sous risque brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à **50%**.

Annexe 7 : La clé de répartition des frais de gestion

Les frais de gestion affectables en totalité à une catégorie ou sous-catégorie sont imputés directement et individuellement.

Pour les frais de gestion non affectables, ils sont répartis selon leur nature de la façon suivante :

- **Frais de gestion - hors frais de gestion des placements**

Sauf le cas où l'entreprise d'assurances et de réassurance dispose d'une méthode plus élaborée et justifiée, notamment d'un système de comptabilité analytique, la ventilation des frais de gestion (hors frais de gestion des placements) non affectables directement est obtenue en divisant

- Le total des primes, des prestations et frais payés et de la variation positive des provisions techniques de chaque catégorie ou sous-catégorie d'assurance.

- Par le total des primes, des prestations et frais payés et de la variation positive des provisions techniques de l'ensemble des catégories et sous-catégories d'assurance.

- **Frais de gestion des placements**

Les frais de gestion des placements affectés à la représentation des provisions techniques sont, à défaut d'une méthode plus élaborée, notamment un système de comptabilité analytique, ventilés par catégorie ou sous-catégorie au prorata de la moyenne des provisions techniques brutes de réassurance des deux derniers exercices compte non tenu des provisions techniques de la gestion spéciale des rentes accidents du travail et des contrats vie et capitalisation à capital variable.

Annexe 8 : Test de Shapiro-Wilk

En statistique, le test de SHAPIRO-WILK teste l'hypothèse nulle selon laquelle un échantillon x_1, \dots, x_n est issu d'une population normalement distribuée.

Sachant que l'hypothèse nulle est que la population est normalement distribuée, si la p-value est inférieure au niveau alpha choisi, alors l'hypothèse nulle est rejetée (i.e. on conclut que les données ne sont pas issues d'une population normalement distribuée). Si la p-value est supérieur au niveau alpha choisi, alors on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle selon laquelle les données sont issues d'une population normalement distribuée.

Le test de Shapiro-Walk peut être interprété avec un Q-Q plot. En statistiques, le diagramme Quantile-Quantile ou Q-Q plot est un outil graphique permettant d'évaluer la pertinence de l'ajustement d'une distribution donnée à un modèle théorique.

Le terme quantile-quantile provient du fait que l'on compare la position de certains quantiles dans la population observée avec leurs positions dans la population théorique : Si les points sont alignés sur la première bissectrice c'est que la distribution suit probablement une loi de distribution gaussienne normalisée, si les points sont alignés sur une autre droite d'équation $x_i = ax'_i + b$ c'est que la distribution observée suit une loi normale d'espérance b et d'écart type a .

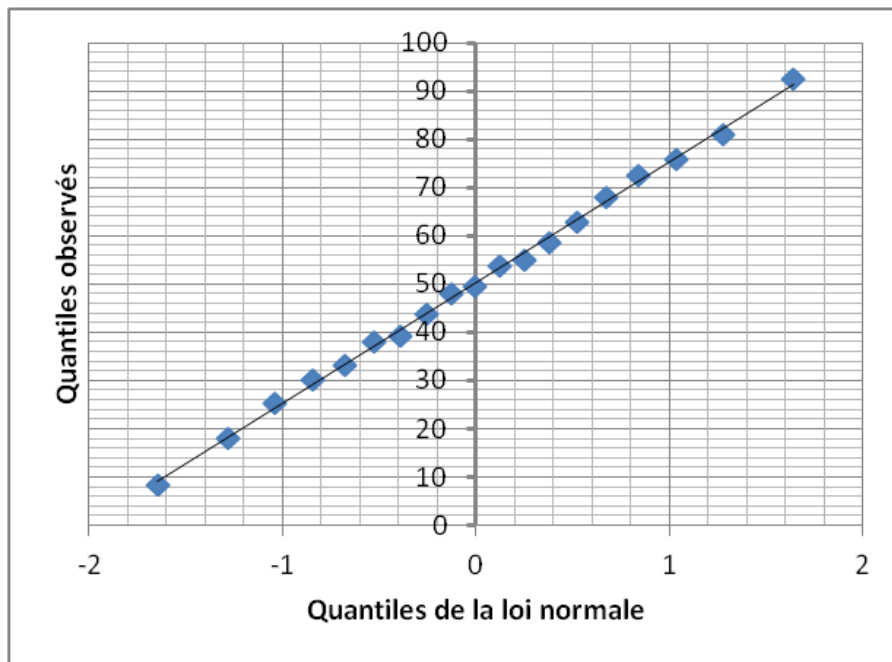


Figure 56: Diagramme Q-Q plot destiné à comparer une loi de distribution préalablement centrée réduite avec une loi normale centrée réduite

Annexe 9 : La famille exponentielle

Six distributions statistiques appartiennent à la famille exponentielle et elles sont généralement utilisées dans les ajustements paramétriques. Il s'agit des distributions suivantes :

- Loi Normale $N(\mu_i, \sigma^2)$
- Loi Binomiale $\frac{1}{m_i}(m_i, \mu_i)$
- Loi de Poisson (μ_i)
- Loi Gamma (μ_i, α)
- Loi Log-Normale $\Gamma(\mu, \nu)$
- Loi Inverse Gaussienne (μ_i, σ^2)

Les estimateurs de leurs paramètres sont résumés dans le tableau suivant :

Distributions de Y_i	Θ_i	Φ	$a_i(\Phi)$	$b(\Theta_i)$	$c(y_i, \Phi)$
Normale N (μ_i, σ^2)	μ_i	σ^2	Φ	$\frac{\theta^2}{2}$	$-\frac{1}{2} \left\{ \frac{y^2}{\sigma^2} + 2\pi \log \sigma^2 \right\}$
Binomial $\frac{1}{m_i} (m_i, \mu_i)$	$\text{Log} \left(\frac{\mu_i}{1-\mu_i} \right)$	$\frac{1}{\mu_i}$	Φ	$\text{Log} (1+\exp \Theta_i)$	$\text{Log} \left(\frac{m_i}{m_i y_i} \right)$
Poisson (μ_i)	$\text{Log} (\mu_i)$	1	Φ	$\text{Exp} (\Theta_i)$	$-\log y!$
Gamma (μ_i, α)	$-\frac{1}{\mu_i}$	α^{-1}	Φ	$-\log (-\Theta)$	$\alpha \log(\alpha y) - \log(y) - \log \Gamma(\alpha)$
Inverse Gaussienne (μ_i, σ^2)	$-\frac{1}{2\mu_i^2}$	σ^2	Φ	$-(-2\Theta)^{\frac{1}{2}}$	$-\frac{1}{2} \left\{ \log(2\pi\Phi y^3) + \frac{1}{\Phi y} \right\}$

Annexe 10 : Bilan simplifié d'une compagnie d'assurance

ACTIF

ACTIF IMMOBILISE
Immobilisations en non valeurs
Immobilisations incorporelles
Immobilisations corporelles
Immobilisations financières
Placements affectés aux opérations d'assurance*
Ecart de conversion – actif
ACTIF CIRCULANT (hors trésorerie)
Part des cessionnaires dans les provisions techniques*
Créances de l'actif circulant
Titres et valeurs de placement (non affectés aux opérations d'assurance)
Ecart de conversion – actif (éléments circulants)
TRESORERIE
Trésorerie-actif

PASSIF

FINANCEMENT PERMANENT
Capitaux propres
Capitaux propres assimilés
Dettes de financement
Provisions durables pour risques et charges
Provisions techniques brutes*
Ecart de conversion – passif
PASSIF CIRCULANT (hors trésorerie)
Dettes pour espèces remises par les cessionnaires
Dettes de passif circulant
Autres provisions pour risques et charges
Ecart de conversion – passifs (éléments circulants)
TRESORERIE
Trésorerie-passif

Bibliographie

- [1] Dahir n° 1-02-238 du 25 rejev 1423 (3 octobre 2002) portant promulgation de la loi n° 17-99 portant **code des assurances**.
- [2] Décret n° 2-04-355 du 19 ramadan 1425 (2 novembre 2004) pris pour l'application de la loi n° 17-99 portant code des assurances.
- [3] **F. Planchet**, *Méthodes de lissage et d'ajustement*, Support de cours ISFA, 2017-2018.
- [4] **Fouad Marri**, *cours de l'assurance-vie*, INSEA, 2016-2017.
- [5] Rapport d'activité de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA), 2017.
- [6] Rapport d'activité sur les entreprises d'assurance et de réassurance, **ACAPS** -2016-
- [7] Rapport sur la situation liminaire du secteur marocain des Assurances, **FMSAR** - 2017-
- [8] Projet de circulaire de l'ACAPS, *Solvabilité Basée sur les Risques (SBR)*, Version 12/2017.
- [9] **T. Abdelkhalek, A. Chaoubi**, *Distribution des dépenses de consommation des ménages au Maroc : Une analyse paramétrique*, Revue d'économie du développement, 2004.
- [10] **Y. Saadani, S.Moussaoui**, *l'application de la SBR sur des produits vie*, Mémoire de stage, 2017.

Bibliographie