ROYAUME DU MAROC
*-*-*-*-*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
*-*-*-*-*-*-*-*
INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

INSEA

# Projet de Fin d'Etudes

*****

**Mise en place d'un modèle ALM Épargne Euro**

Préparé par : ***M. Mohamed TANANI***

Sous la direction de : ***M. Fouad MARRI*** **(INSEA)**
***M. Mohamed Amine EL AIDOUNI*** **(ICONCILIO)**

***Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du***

## Diplôme d'Ingénieur d'Etat

**Filière : Actuariat - Finance**

*Devant le jury composé de :*

- ***M. Fouad MARRI*** (INSEA)
- ***M. Ahmed OUAZZA*** (INSEA)
- ***M. Mohamed Amine EL AIDOUNI*** (ICONCILIO)

Juin 2022/ PFE N° 29

# Résumé

Depuis quelques temps maintenant, de nouvelles dispositions réglementaires notamment la Solvabilité 2 ont renforcé l'importance des modèles stochastiques de gestion actif-passif pour les compagnies d'assurance vie. Ainsi, une valorisation économique du bilan est imposée aux assureurs. De ce fait, la construction d'un modèle de gestion actif-passif pour projeter les flux futurs générés par l'activité de l'assureur puis les valoriser reste parmi les solutions possibles.

L'objectif de ce mémoire effectué chez ICONCILIO CORPORATE est la mise en place d'un modèle ALM stochastique épargne euro. Cette étude porte donc, d'une part, sur la construction d'un générateur de scénarios économiques et d'autre part sur la modélisation stochastique d'un contrat épargne euro.

Le présent mémoire s'est structuré en plusieurs étapes. Tout d'abord, il présente le cadre général et réglementaire des contrats en assurance vie notamment les contrats d'épargne en euro et la directive Solvabilité 2.

Ensuite, on procède à la modélisation ALM stochastique d'un contrat épargne euro. Dans un premier temps, le mémoire présente les modèles retenus pour la modélisation des taux d'intérêts et les taux de rendements des actions. Ceux-ci sont le modèle de Vasicek et le modèle de Black & Scholes. Dans un second temps, il détaille les étapes de la modélisation et la projection de l'actif et du passif ainsi que le calcul des indicateurs de la Solvabilité 2.

Enfin, il présente l'analyse des résultats issus du modèle stochastique épargne euro construit grâces aux tables stochastiques générées précédemment.

## Mots Clés

Contrat épargne euro, Vasicek, Black & Scholes, Gestion actif-passif, prime de risque, générateur de scénarios économique, Participation aux bénéfices, Best Estimate

# Abstract

Recently, new regulations, particularly Solvency 2, have reinforced the importance of stochastic asset-liability management models for life insurance companies. Thus, an economic valuation of the balance sheet is imposed on insurers. Therefore, the construction of an asset-liability management model to project the future flows generated by the insurer's activity and then to value them remains among the possible solutions.

The objective of this thesis carried out at ICONCILIO CORPORATE is the implementation of a stochastic ALM model for euro savings. This study therefore focuses, on the one hand, on the construction of an economic scenario generator and, on the other hand, on the stochastic modeling of a euro savings contract. This paper is structured in several steps. First, it presents the general and regulatory framework of life insurance contracts, in particular euro savings contracts and the Solvency 2 directive.

Then, we proceed to the stochastic ALM modeling of a euro savings contract. First, the paper presents the models used to model interest rates and equity returns. These are the Vasicek model and the Black Scholes model. Secondly, it details the steps of the modeling and the projection of the assets and liabilities as well as the calculation of the Solvency 2 indicators.

Finally, it presents the analysis of the results from the stochastic euro savings model built with the stochastic tables generated previously.

# Dédicace

Je dédie ce travail,
Avec l'expression de ma grande reconnaissance,

A ma très chère mère,
Ma source de force et de joie, pour son amour inconditionnel et son affection infinie, je t'aime ;

A mon très cher père,
Mon idole et mon guide, pour son soutien illimité et son sacrifice sans mesure, je t'aime ;

A ma très chère sœur Sana,
A celle qui a été toujours à mes côtés pour m'épauler et m'encourager, je t'aime ;

A mon petit frère Amine,
A celui qui me porte de l'énergie et de la motivation, je te souhaite un avenir brillant et que du bonheur, je t'aime ;

A tous les membres de ma famille,
Pour leur support moral, leurs encouragements permanents, et pour toutes vos prières.

A mes chers amis, Guinech, Hamza, Mahassine, Yousra, Anass, Marwane, Lahcen, Reda et Alae qui ont su trouver l'humour dans toutes les situations.

# Remerciements

Avant tout développement concernant mon expérience professionnelle, je tiens d'abord à saisir cette opportunité pour exprimer ma grande reconnaissance à mon encadrant de stage M. EL AIDOUNI Mohamed Amine, actuaire certifié et fondateur de ICONCILIO CORPORATE, pour sa disponibilité, son encadrement, ainsi que pour ses conseils et remarques instructives qui me seront certes, d'une très grande utilité dans mon futur professionnel.

De même, je tiens à présenter mes sincères remerciements à M. MARRI Fouad d'avoir accepté de m'encadrer tout au long de ma période de stage, et pour son suivi et ses orientations pertinentes.

J'adresse également mes remerciements à M. OUAZZA Ahmed de m'avoir honoré par son jugement de mon travail.

Je ne manquerai d'exprimer toutes mes gratitudes au corps professoral de l'INSEA de nous avoir assuré les connaissances nécessaires permettant de s'insérer avec succès dans le monde professionnel et d'assurer notre stage de fin d'études . Et finalement, je témoigne ma gratitude à toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à l'accomplissement de ce travail.

# Table des matières

# Liste d'abréviations

- **UC :** Unités de Compte
- **TMG :** Taux Minimum Garantie
- **PB :** Participation aux bénéfices
- **BE :** Best Estimate
- **ORSA :** Own Risk and Solvency Assessment
- **ALM :** Assets and Liabilities Management
- **GSE :** Générateur de scénarios économiques
- **EIOPA :** European Insurance and Occupational Pensions Authority
- **EONIA :** Euro OverNight Index Average
- **S2 :** Solvabilité 2
- **VIF :** Value In Force
- **TVOG :** Time Value of Options and garanties
- **FP :** Fonds Propres

# Liste des figures

# Liste des tableaux

# Introduction

Depuis la crise financière de 2008, le marché est devenu cible d'une période de turbulences. Afin de renverser cette tendance, de nouvelles exigences visant à stabiliser les conditions et à protéger les investisseurs ont été introduites. L'un de ces facteurs a consisté à imposer des restrictions aux sociétés financières, les obligeant à se conformer à des exigences plus strictes en matière de modélisation et de gestion de leurs actifs et de leurs risques. En conséquence de ces réglementations, la modélisation de la gestion actif-passif (ALM) est devenue une partie obligatoire, et non plus facultative, des activités quotidiennes des entreprises financières et assurantiels.

L'objectif du présent travail est donc de mettre en place un modèle de gestion actif-passif stochastique pour une compagnie d'assurance vie ne vendant qu'un seul produit d'épargne en Euro.

Pour répondre à cet objectif, on procède par l'implémentation d'un générateur de scénarios économiques pour obtenir deux tables stochastiques de scénarios possibles des taux d'intérêts et des taux de rendements des actions. Le modèle retenu pour la modélisation de la structure par terme des taux est celui de Vasicek, alors que le modèle de Black  Scholes est choisi pour modéliser les rendements des actions. De plus la corrélation entre ces deux variables va être prise en compte dans les simulations effectuées.

Ensuite, on s'est focaliser sur la modélisation et la projection des flux futurs du passif et de l'actif. Cela va permettre de les valoriser pour calculer les indicateurs de la solvabilité 2 à savoir le BE, la VIF et le coût des options et garanties cachées pour un contrat d'épargne en Euro, et prévoir l'évolution du compte de résultats dans le futur.

Enfin, une analyse de résultats obtenue est effectué pour interpréter les différents sorties du modèle ainsi que d'étudier les écarts de convergence du bilan économique.

# Chapitre 1

# Cadre de l'étude

## 1 Assurance vie et fonds en euro

### 1.1 Présentation générale de l'assurance vie :

De façon générale, un contrat d'assurance vie est une convention par laquelle l'assureur, moyennant le versement d'une prime d'assurance, s'engage envers le souscripteur à verser à un ou plusieurs bénéficiaires un capital ou une rente, en cas de vie ou de décès de l'assuré, et ce, pendant la durée du contrat. Il est possible de distinguer deux types de contrat :

- **Contrat d'assurance en cas de vie :** il s'agit d'un contrat qui garantit le versement d'un capital ou d'une rente à l'assuré si ce dernier est toujours en vie à l'échéance du contrat.
- **Contrat d'assurance en cas de décès :** il s'agit d'un contrat qui prévoit le versement d'un capital ou d'une rente à un ou plusieurs bénéficiaires en cas de décès de l'assuré avant la fin du contrat.

En France, l'assurance en cas de vie pure n'existe quasiment pas, et l'appellation « assurance vie » fait référence à un contrat pouvant contenir une garantie en cas de vie mais également une contre assurance en cas de décès. Ainsi, un tel contrat d'assurance peut être assimilé à un produit d'épargne, mais doté d'une règlementation et une fiscalité propre à l'assurance.

Le principe de l'assurance vie est basé sur le mécanisme d'épargne par capitalisation. Moyennant le versement d'une prime unique ou périodique, ou d'un versement libre, l'assureur alimentera le compte de l'assuré qui ensuite revalorisé chaque année à l'aide d'un taux. Les primes versées sont investies dans les marchés financiers à travers des supports.

## 1.2 Les contrats d'épargne

Le contrat d'épargne est une assurance mixte qui repose sur la capitalisation des primes versées par le souscripteur. Il existe différents types de produits d'épargne selon le type de support d'investissement :

### 1.2.1 Les contrats en euro

Ce type de contrat se caractérise par une garantie exprimée en euro, il est destiné aux épargnants qui sont averses au risque. En effet, le capital investi dans ce type de fonds est garanti par l'assureur. Le risque est intégralement porté par l'assureur, et seul le risque de non-solvabilité est présent.

L'assureur garantit une rémunération annuelle selon les intérêts générés au cours du temps (TMG et Participation aux bénéfices). Les fonds en euros sont principalement constitués des obligations, ainsi les épargnants bénéficient d'un rendement assez faible.

### 1.2.2 Les contrats en Unités de Compte UC

En oppositions aux contrats en euro, ce type de contrat est caractérisé par une garantie exprimée en nombre d'UC, c'est-à-dire des parts sociales, des valeurs mobilières ou immobilières.

L'assureur ne garantit que le nombre d'UC initial dont la performance fluctuera en fonction des aléas des marchés financiers et les supports choisis par le souscripteur. Ainsi, ce type d'investissement est plus risqué et l'assuré peut se retrouver avec un capital global, à l'échéance du contrat, inférieur aux sommes investies.

### 1.2.3 Les contrats multisupports

Ce type de contrats permet au souscripteur d'investir à la fois sur des fonds en unité de comptes mais également sur un fond en euro.

Le risque supporté par l'assureur repose essentiellement sur la partie Euro du contrat, alors que souscripteur supporte intégralement le risque lié aux montants investis sur les Unités de compte.

Le souscripteur peut choisir ou pas la répartition de l'investissement suivant les différents supports. Il peut également arbitrer la répartition des différents fonds selon les limitations prévues dans son contrat.

## 1.3 Les caractéristiques d'un contrat en euro

Après avoir couvert l'assurance vie, nous allons maintenant nous concentrer sur les contrats en euro, car ce mémoire sera consacré à ce type de contrats.

### 1.3.1 Les primes

Ce sont les engagements du souscripteur envers l'assureur. Ces versements de primes peuvent être uniques (lors de la souscription), périodiques programmés ou libres.

### 1.3.2 Les frais

Les contrats d'assurance vie en euro sont soumis à plusieurs frais pour payer les coûts de l'assureur et le rémunérer.

- **Les frais d'acquisition :** Ce sont des prélèvements effectués sur les versements, ils sont en général exprimés en pourcentage des montant versés. Ils servent à couvrir le coût de commercialisation du contrat. Ils représentent généralement entre 0% et 5% du montant versé.
- **Les frais de gestion :** Ce sont des prélèvements exprimés en pourcentage de l'épargne de l'assuré. Ces prélèvements permettent à l'assureur de couvrir le coût de la gestion du contrat de l'assuré et de constituer une marge avec le surplus.

### 1.3.3 L'option de rachat

Le rachat est l'opération qui permet aux souscripteurs de retirer la totalité ou une partie de leur épargne à tout moment, dans la mesure où le contrat comporte cette option. Cependant, l'assureur applique une pénalité, qui ne peut dépasser 5% de la provision mathématique rachetée, et qui est nulle à l'issue d'une période de dix ans à compter de la date d'effet du contrat.

- **Rachat total :** il permet à l'assuré de récupérer l'intégralité de l'épargne constitué, cela met fin au contrat d'assurance.

- **Rachat partie :** il permet à l'assuré de retirer une partie du capital constitué, et la partie non rachetée reste investie dans le contrat.

Le comportement de rachat est modélisé à travers plusieurs paramètres. Certains rachats dépendent de la conjoncture économique, d'autres dépendent du comportement de chaque assuré. Ainsi, on distingue :

— **Rachats structurels :** ce sont les rachats qui dépendent des caractéristiques du contrat ou de l'assuré.Le facteur qui parait déterminant dans ce type de rachat est l'ancienneté du contrat. Ils sont le plus souvent calibrés sur l'historique des assureurs.

— **Rachats conjoncturels :** Ce sont les rachats liés à la performance de l'assureur comparativement aux rentabilités proposées dans l'économie. Ils sont généralement modélisés en fonction de la différence entre le taux servi par l'assureur et les taux observés sur le marché.

### 1.3.4 Le taux minimum garantie (TMG)

Il correspond au taux de revalorisation minimum que l'assureur doit appliquer au capital de l'assuré. Contractuellement, ce taux doit être versé quels que soient les rendements financiers de l'assureur.

Ce taux est encadré par le code des assurances (article A.132-3) :

« II. — Les taux garantis mentionnés à l'article A. 132-2 sont exprimés sur une base annuelle et sont fixés sur une durée continue au moins égale à six mois et au plus égale à la période séparant la date d'effet de la garantie de la fin de l'exercice suivant.

Toutefois cette durée peut être inférieure à six mois pour un souscripteur ou adhérent donné, dès lors que l'ensemble des assurés d'un contrat collectif ou de contrats individuels ayant les mêmes conditions d'affectation de la participation aux bénéfices bénéficie de cette garantie depuis le début de l'exercice.

III. — Les taux garantis mentionnés au II ne peuvent excéder le minimum entre 150% du taux d'intérêt technique maximal défini aux articles A. 132-1 et A. 132-1-1 par référence à 75% du taux moyen des emprunts d'Etat (TME) à la date d'effet de la garantie et le plus élevé des deux taux suivants :

- 120 % de ce même taux d'intérêt technique maximal ;.
- 110 % de la moyenne des taux moyens servis aux assurés lors des deux derniers exercices précédant immédiatement la date d'effet de la garantie (MTS). »

Autrement dit :

$$TMG_{\max} = \min(150\% * 75\% * TME; \max(120\% * 75\% * TME; 110\% * MTS))$$

Actuellement, la plupart des compagnies d'assurance propose des taux minimums garantis de 0%. En effet, plus l'assureur proposera un TMG élevé plus il sera obligé d'investir dans des actifs à revenus certains pour honorer son engagement, et si le taux de rendement moyen des actifs est inférieur au TMG, il devra abandonner une partie de ses produits financiers, voire enregistrer une perte, pour respecter son engagement. Alors que pratiquer un TMG faible permet à l'assureur d'obtenir plus de liberté dans la gestion d'actifs et de bénéficier des opportunités de rendements plus élevés.

### 1.3.5 La participation aux bénéfices (PB)

En plus du TMG, l'encours de l'assuré est, chaque année, revalorisé par le biais de la participation aux bénéfices. Cette dernière vise à redistribuer une partie des bénéfices financiers et techniques réalisé par l'assureur. La réglementation oblige les assureurs de faire participer les souscripteurs à 90% minimum des bénéfices techniques qui correspondent aux bénéfices de gestion et ceux de mortalité, et à 85% minimum des bénéfices financiers qui proviennent du placement de l'épargne acquise.

En plus de cette contrainte réglementaire, le contrat d'assurance peut comporter une clause de participation aux bénéfices où l'assureur offre à ses clients un taux de PB supérieur au taux minimum réglementaire.

Il est à noter que les assureurs peuvent mettre chaque année une partie des sommes correspondantes à côté sous forme de provision de participation aux excédents (PPE), surtout lorsque les produits financiers suffisent pour servir le taux cible de rémunération. Les sommes mis en réserve doivent être affectés à la provision mathématique ou distribuées aux assurés aux cours des huit années suivantes.

Cette technique permet aux assureurs de lisser le rendement dans le temps en stockant une partie des bénéfices au cours des bonnes années pour les redistribuer au cours des années de faible croissance financières.

# 2 La directive Solvabilité 2

Le secteur assurantiel est caractérisé par l'inversion du cycle de production, cette spécificité est source d'incertitude quant à la connaissance des coûts que les assureurs vont faire face. La réforme de solvabilité 2 intervient dans ce sens pour protéger les assurés contre la non-faillite de leur assureur. Ainsi, la directive solvabilité 2 introduit de nouvelles normes et exigences pour refléter au mieux les risques des assureurs, évaluer sa solvabilité globale et les oblige à détenir un montant minimal de fonds propres. La directive solvabilité 2 s'articule autour des trois piliers suivants :

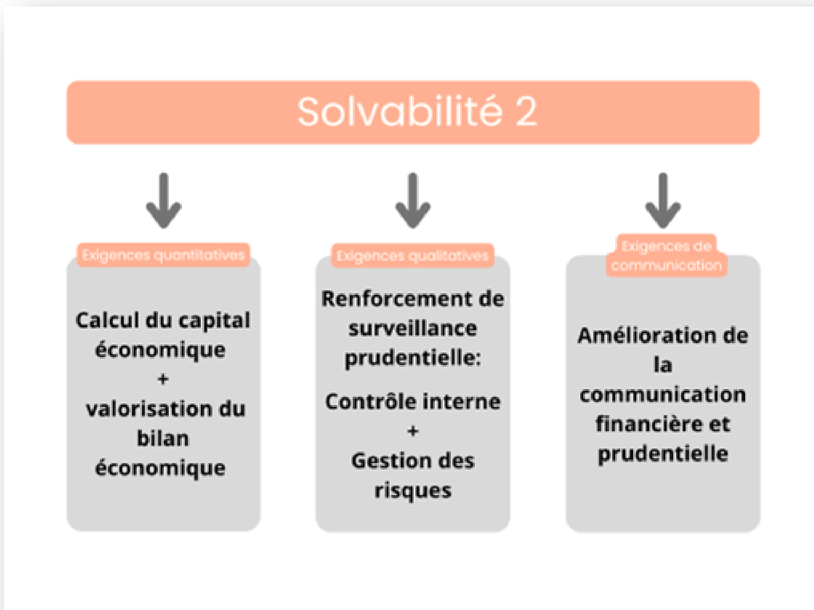


FIGURE 1.1 – Solvabilité 2 et ses 3 piliers

## 2.1 Exigences quantitatives

Ce premier pilier définit les règles de valorisation des actifs et de passifs, ainsi que la valeur du capital réglementaire. Sous la directive solvabilité 2 les passifs et les actifs des compagnies d'assurance sont dorénavant comptabilisés d'une manière cohérente avec le marché, c'est le principe de la juste valeur.

En effet, les actifs sont comptabilisés en valeur de marché et non en valeur comptable, alors que les provisions techniques sont valorisées comme la somme d'un Best Estimate et d'une Risk Margin.

### 2.1.1 Les provisions techniques

**Best Estimate**

Le Best Estimate permet d'avoir la meilleure estimation des engagements de l'assureur à l'égard de ses assurés. Il correspond à l'actualisation au taux sans risque des flux futurs sortants (rachats, décès, frais ...) moins les flux futurs entrants (primes).

$$BE = \sum_{t=1}^{T} \frac{Flux\,\mathrm{Sortans}_t - F\,\mathrm{luxentrants}_t}{(1+r_t)^t}$$

- $T$ : L'horizon de projection ;
- $r_t$ : Le taux sans risque.

**Risk Margin**

Il correspond à une partie complémentaire au Best Estimate pour que le montant total des provisions techniques correspond au montant qu'exigerait un tier pour reprendre et honorer les engagements de la compagnie d'assurance. Elle est donnée par la formule suivante :

$$RM = \mathrm{CoC} * \sum_{t\geq 0} \frac{\mathrm{SCR}(t)}{(1+r_{t+1})^{t+1}}$$

- CoC : Le coût de capital, soit 6%.
- $\mathrm{SCR}(t)$ : Le SCR de l'année t.
- $r_{t+1}$ : Le taux sans risque.

Une autre approche a été proposé pour le calcul du RA de la manière suivante :

$$RM = \frac{\mathrm{CoC}}{(1+r_1)} * \mathrm{Dur}_{mod}(0) * \mathrm{SCR}(0)$$

$$\mathrm{Dur}_{mod}(0) = \frac{\mathrm{Dur}(\mathbf{0})}{(1+r_a)}$$

$$\mathrm{Dur}(0) = \frac{\sum_{t\geq 1} \frac{t*(\text{ Flux Sortans }_t - \text{ Flux entrants }_t)}{(1+r_t)^t}}{\sum_{t\geq 1} \frac{(\text{ Flux Sortans }_t - \text{ Fluxentrants }_t)}{(1+r_t)^t}}$$

- $\mathrm{Dur}_{\mathrm{mod}}(0)$ : La duration modifiée en 0 ;
- $r_1$ : Le taux sans risque de maturité 1 an ;
- $r_a$ : Le taux de rendement actuariel ;

### 2.1.2 L'exigence en capital : MCR et SCR

En plus des provisions techniques, la directive solvabilité 2 introduit deux nouvelles notions sur le capital exigé, à savoir le capital minimum requis et capital de solvabilité requis.

**MCR « Minimum Capital Requirement » ou Capital Minimum Requis**

Il représente le niveau minimum de fonds propres pour couvrir une probabilité de ruine de 10% à 20%. L'intervention de l'autorité sera automatique si les fonds propres de l'assureur est inférieur au MCR.

**SCR « Solvency Capital Requirement » ou Capital de Solvabilité Requis**

C'est le niveau de fonds propres nécessaire à un assureur pour absorber une sinistralité exceptionnelle. Il représente le capital économique requis pour que l'assureur honore ses engagements aux assurés avec une probabilité de 95.5% à un horizon 1 an.

Ainsi, le bilan économique de l'assureur sous la solvabilité 2 se définit de la façon suivante :

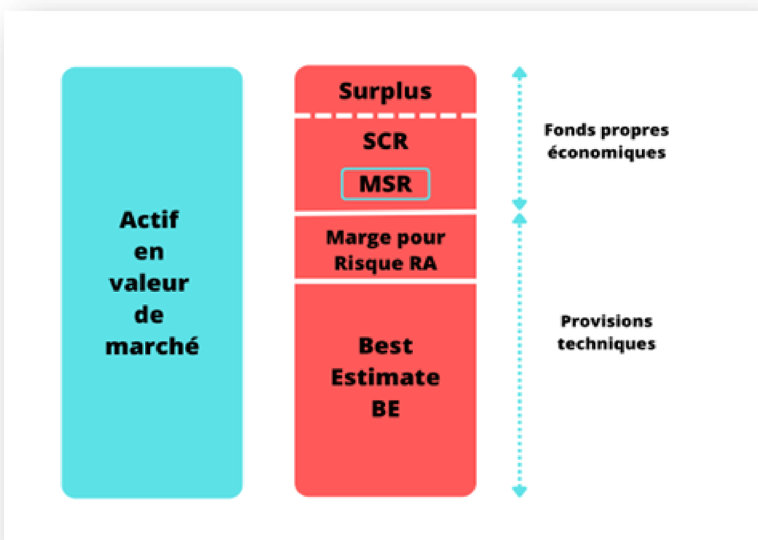


FIGURE 1.2 – Bilan économique Solvabilité 2

## 2.2 Exigences qualitatives

Ce deuxième pilier a pour objectif de définir et fixer les directives en matière de contrôle interne, gouvernance et gestion des risques au niveau des compagnies d'assurance.

L'ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) est le processus de contrôle interne mis en avant dans ce pilier. C'est un outil de management qui permet aux assureurs d'évaluer la façon dont ils gèrent les éléments qui sont susceptible de modifier sa solvabilité.

### 2.3 Exigences de communication

Ce troisième plier définit le détail des informations à diffuser aux investisseurs, assurés et autorités de contrôle. En effet, il impose aux assureurs la communication de certaines informations pour plus de transparence et de discipline de marché, et pour permettre aux superviseurs de contrôler leur activité.

# Chapitre 2

# Mise en place d'un modèle ALM Epargne Euro

Dans ce chapitre, nous allons construire un modèle ALM Epargne Euro. Il s'agit d'un outil Excel qui permet de calculer le Best Estimate d'un assureur vie commercialisant des produits d'épargne euro.

Nous détaillerons dans un premier temps la nécessité, les objectifs et enjeux de la gestion actif-passif en assurance vie, le mécanisme et le fonctionnement de l'outil, les différents modèles et hypothèses utilisés et les simplifications effectuées. Ensuite, nous présenterons et analyserons les résultats obtenus.

## 1 Présentation de la modélisation Actif/Passif

### 1.1 Définition d'un modèle ALM

Un modèle de gestion actif-passif ou encore son acronyme anglais « Asset-Liabilities Management » (ALM) est un outil qui consiste à allouer de manière stratégique et optimale l'actif de l'assureur pour l'aider à garantir le financement des engagements pris envers les assurés et les bénéficiaires des contrats.

En assurance vie, chaque assureur construit son propre modèle ALM. En effet, la construction d'un tel modèle dépend de la stratégie financière, la politique de la participation aux bénéfices et la méthode de calcul de la marge financière réalisée que la compagnie d'assurance adopte.

Ainsi, lors de l'implémentation d'un modèle ALM, l'assureur essaye toujours d'obtenir les meilleurs rendements sur les fonds investies et de garder un équilibre actif-passif convenable, cela lui permet de respecter les stratégies et les politiques de la société d'assurance et de financer les engagements futurs pris envers les assurés et les bénéficiaires.

## 1.2 La nécessité d'un modèle ALM

En raison du cycle de production inversé de l'assurance, la gestion Actif-Passif représente un élément primordial en matière de maîtrise de risques. Son but est le pilotage de l'Actif et du Passif composé de l'engagement de l'assureur envers ses assurés sous des contraintes réglementaires et de rentabilité.

Parmi les enjeux majeurs auxquels l'assureur est constamment confronté, on trouve la détermination de son engagement vis-à-vis ses assurés en sa juste valeur pour calculer le Best Estimate et assurer la solvabilité de la compagnie d'assurance. Ainsi, il est nécessaire de projeter et analyser l'ensemble des éléments comptables du bilan de la compagnie d'assurance dès lors qu'ils influencent la valeur actuelle des prestations et des frais futurs.

En second lieu, on trouve la prise en compte de l'interaction actif-passif lors du calcul des flux. En effet, dans le cas de l'assurance vie, en particulier pour les contrats d'épargne en euro, les rendements financiers constatés à l'actif ont un grand impact sur l'évolution du passif de la société d'assurance. A titre d'exemple, la revalorisation de l'encours de l'assuré par le biais de la participation aux bénéfices est directement liée à la production financière de l'assureur.

Du fait de ces contraintes de modélisation, les équipes ALM s'assurent de manière permanente à ce que l'actif soit adossé au passif pour assurer une bonne maitrise des risques. Il alors indispensable d'analyser à un horizon de temps donné, l'évolution probable du bilan d'un organisme d'assurance en prenant en compte les interactions actif-passif au travers de projections futures, en se basant sur des hypothèses et un historique.

## 1.3 Le mécanisme d'un modèle ALM

Comme décrit sur la figure ci-dessous, à partir d'un portefeuille initial, d'hypothèses techniques et de scénarios économiques, le modèle ALM projettera sur un horizon donné des bilans comptables et des comptes de résultat. Les flux alors générés permettront de déterminer en "juste valeur" le Best Estimate.

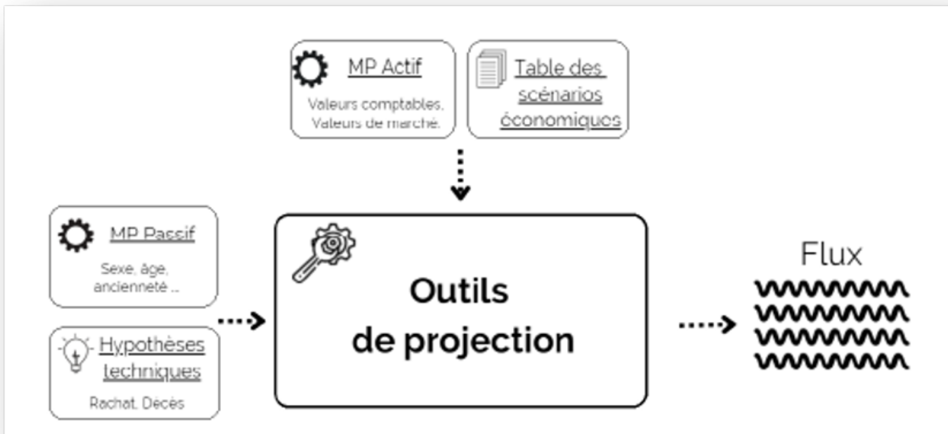


Figure 2.1 – Structure d'un modèle ALM

Ainsi, l'outil ALM permet de générer des flux en sortie à travers d'un certain nombre d'entrées et d'hypothèses :

— Des hypothèses sur le passif ; Dans le modèle ALM, le portefeuille du passif en entrée fournit les caractéristiques des assurés ainsi que les caractéristiques du contrat (Age, PM, TMG. . .).

— Des hypothèses sur l'actif ; Le portefeuille d'actifs utilisé comme entrée dans le modèle ALM fournit la valeur de marché, la valeur nette comptable, le taux de coupon, les dates d'échéances. . .

— Des hypothèses sur le comportement de rachat des assurés ; L'assuré a le droit de procéder à des rachats partiels ou totaux à tout moment. Il est alors nécessaire de prendre en compte le comportement de rachat de l'assuré.

— Des hypothèses sur le générateur de scénarios économiques pour simuler les trajectoires des principaux actifs.

— Des hypothèses sur la stratégie financière qu'adoptera l'assureur ; C'est le résultat de l'interaction actif-passif.

## 1.4 Fonctionnement d'un modèle ALM

Comme mentionné précédemment, un modèle ALM a pour objectif de projeter les flux de trésorerie de l'assureur sur N années. Ces flux seront utilisés pour construire les bilans comptables et les comptes de résultats futurs.

Ainsi, la figure ci-dessous présente le principe de fonctionnement d'un modèle ALM pour valoriser un portefeuille sur un scénario économique donné. Cette valorisation se fait en plusieurs étapes et sur une année calendaire ; La période allant du $1^{er}$ janvier au 31 décembre. Les étapes sont les suivantes :

— Vieillissement du portefeuille d'actifs ;

— Gestion du portefeuille de contrats d'épargne ;

— Calcul de l'assiette de trésorerie et réallocation de l'actif ;

— Revalorisation des contrats ;

— Construction du bilan comptable et du compte de résultat.

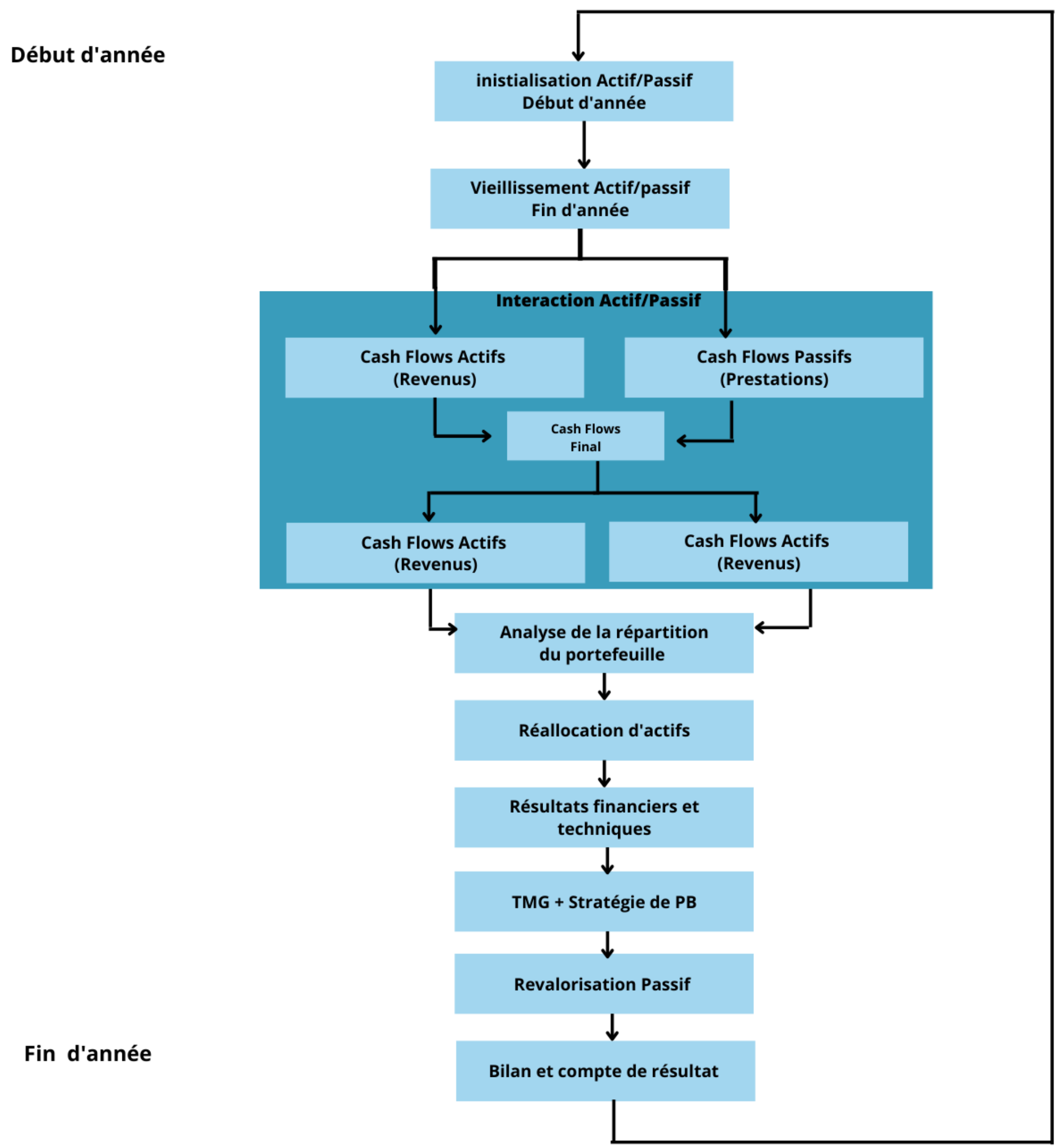


FIGURE 2.2 – Processus de projection du bilan comptable

## 2 Générateur de scénarios économiques

Les différentes normes prudentielles liées au domaine de l'assurance encouragent les compagnies d' assurances à modéliser de façon prudentes les différents risques auxquels ils font face. Ces risques sont liés à des données économiques (inflation, taux d'intérêts...).

Les Générateurs de Scénarios Économiques vont permettre de projeter ces différents vecteurs de risque afin de permettre aux assureurs de calculer correctement leur Best Estimate. Ainsi, ils sont indispensables aux institutions assurantielles afin d'évaluer leurs bilans en valeur de marché.

On suppose que le portefeuille de placements de la compagnie d'assurance contient seulement des obligations et des actions. Alors, on s'intéresse à la projection de la structure par terme des taux d'intérêts et les rendements des actions.

On modélisera la courbe des taux par le modèle de Vasiçek. Ensuite, pour ce qui concerne la modélisation des rendements des actions, on utilisera le modèle de Black and Scholes.

Dans un premier temps, on définira les générateurs de scénarios économiques, leurs enjeux et leurs objective. On se focalisera ensuite sur les modèles choisis pour chaque classe d'actifs.

## 2.1 Définition et enjeux

Un générateur de scénarios économiques (GSE) est un modèle qui consiste à simuler le comportement conjoint de variables économiques et financières dans le temps. Les obligations, les actions et l'immobilier prenant une grande partie du portefeuille des compagnies d'assurance, les facteurs de risque qui sont généralement modélisés sont les taux d'intérêt, les rendements boursiers, les rendements obligataires et le rendement immobilier ainsi que le taux d'inflation.

Un GSE est donc un outil qui s'appuie sur des modèles mathématiques fiables et des données pertinentes et appropriées dans le but de fournir comme résultat une estimation de la valeur économique des actifs et des passifs d'une manière qui reflète la réalité.

Il existe un large éventail d'objectifs pour lesquels un GSE peut être utilisé, notamment :

— Éclaircir la nature du risque résultant de la variation de chaque facteur de risque qui découle de la variabilité financière.

— Atténuer, contrôler les risques identifiés et maximiser les gains grâce à des stratégies de couverture.

— Modéliser l'interaction entre les facteurs de risque et le comportement des assurés.

— La gestion des actifs adossés aux passifs d'assurance.

## 2.2 Univers risque neutre et univers monde réel

### 2.2.1 Univers « monde réel »

Dans le cadre du monde réel, les investisseurs sont censés être averses au risque. En d'autres termes, plus les rendements sont élevés, plus les investisseurs sont incités à prendre des risques dans leurs investissements. Par conséquent, dans cet univers, les modèles sont employés d'une manière qui inclut une dynamique plus réaliste. Sur cette base, les données historiques sont utilisées pour dériver la distribution des scénarios économiques qui reflète la façon dont le monde réel est censé évoluer.

Les rendements, sur cet univers, intègrent des primes en raison de la nature de l'univers réel, qui n'est pas neutre au risque comme indiqué précédemment. Ces primes sont destinées à couvrir les frais de couverture et à compenser les risques encourus.

### 2.2.2 Univers « risque neutre »

Contrairement à l'univers réel, l'univers risque neutre est celui dans lequel les investisseurs sont supposés être indifférents au risque. En d'autres termes, ils n'exigent aucune compensation pour le risque pris. L'objectif principal de l'utilisation d'un univers risque neutre est de reproduire les prix du marché plutôt que de refléter.

L'idée étant de réaliser des valorisations de manière market-consistent, c'est-à-dire, cohérente avec les prix observés sur le marché à la date de projection. L'idée est de déterminer une « juste valeur » cohérente avec les risques de marchés.

## 2.3 Market Consistency

Market consistency, selon Malcolm Kemp dans son livre *"Market Consistency : Model Calibration in Imperfect Markets."*, est définie comme suit *« Une valeur market consistent d'un actif ou d'un passif est sa valeur de marché, s'il est facilement négocié sur un marché profond et liquide au moment où l'évaluation est établie. Pour tout autre actif ou passif, une valeur market consistent est la meilleure estimation de ce qu'aurait été sa valeur s'il avait été négocié sur un marché profond et liquide »*. Autrement dit, sous l'hypothèse de la market consistency, la valeur des actifs et des passifs doit être déterminée conformément aux prix du marché. En d'autres termes, le prix quantifié devrait refléter le prix auquel un actif serait négocié sur un marché profond et liquide. Pour clarifier :

- **Marché profond :** est un marché sur lequel un grand nombre d'actifs peuvent être échangés sans affecter les prix du marché de manière significative.
- **Marché liquide :** est un marché sur lequel les actifs peuvent être échangés facilement sans affecter les prix du marché de manière significative.

## 2.4 Étapes de construction d'un GSE

Le processus de construction d'un GSE comporte un certain nombre d'étapes qui doivent être suivies :

La première étape vers l'élaboration d'un GSE est la sélection des variables économiques et financières à projeter. On a choisi de modéliser le taux d'intérêt, le taux d'inflation et les rendements des actions.

Compte tenu du large éventail de modèles stochastiques disponibles pour modéliser chaque facteur de risque, le choix du modèle correspondant aux variables économiques et financières retenues doit être défini de manière pertinente et en cohérence avec l'environnement économique au moment du développement du GSE. A titre d'exemple, les modèles stochastiques qui génèrent des taux d'intérêt négatifs correspondent à l'environnement de taux d'intérêt réel et sont les plus adaptés à la modélisation des taux d'intérêt dans l'environnement économique réel actuel.

- **Calibrage :** est le processus de détermination des paramètres des modèles dans le but de reproduire la distribution des variables économiques et financières choisies. Cependant, la sélection des données sur lesquels le calibrage sera effectué est la première étape et d'une grande importance.
- **Simulation :** Cette étape consiste à diffuser chaque facteur de risque choisi une fois les paramètres sont estimés, et la corrélation entre ces facteurs de risque est déterminée. Le caractère aléatoire est un aspect important de ces simulations vu l'existence de certaines variables incertaines qui seront générées aléatoirement et introduites dans le modèle.
- **Validation :** Dans le processus de validation, les paramètres calibrés sont vérifiés pour voir s'ils sont conformes aux exigences de calibrage et s'ils reflètent le marché en utilisant les résultats des simulations.

## 2.5 Modélisation de la structure par terme des taux

En assurance vie, la modélisation de la courbe des taux est indispensable car elle permet à la fois de donner une valeur de marché au passif de l'assureur et de reproduire l'évolution des produits de taux notamment la classe des obligations.

Au passif, les taux zéro-coupon de la courbe permet d'actualiser les engagements de la compagnie d'assurance. À l'actif, la modélisation de la courbe des taux sert à protéger l'assureur contre les scénarios défavorables des taux d'intérêts.

Dans le cadre de cette étude, on va s'intéresser au modèle classique de Vasicek pour modéliser la courbe des taux.

### 2.5.1 Modèle de Vasicek

**Présentation du modèle :**

Le modèle de Vasicek a été introduit en 1977, il permet de modéliser la structure par terme des taux. C'est un modèle qui décrit l'évolution des taux d'intérêt selon un seul facteur ; le taux sans risque instantané. Le processus du modèle de Vasicek est caractérisé par l'effet du retour à la moyenne constaté empiriquement sur les taux d'intérêt.

Selon Vasicek, le taux d'intérêt court, dans le cadre d'un univers monde réel, évolue suivant un processus Orstein-Uhlenbeck avec des coefficients constants :

$$dr_t = \alpha\left(\mu - r_t\right)dt + \sigma dW_t \tag{2.1}$$

- $r_t$ : Le taux d'intérêt réel à court terme, il fluctuera de manière aléatoire, mais à long terme, il tend à revenir à un certain niveau ;
- $\mu$ : Le taux moyen à long terme.
- $\alpha$ : La vitesse de retour à la moyenne.
- $\sigma$ : La volatilité des taux.
- $W_t$ : Mouvement brownien standard.

La solution explicite de l'équation du modèle, pour tout $s \leq t$, est la suivante :

$$r_t = e^{-\alpha(t-s)}r_s + \mu\left(1 - e^{-\alpha(t-s)}\right) + \sigma\int_0^t e^{-\alpha(t-u)}dW_u \tag{2.2}$$

De cette formule, et selon les propriétés d'intégration d'une fonction déterministe par rapport à un mouvement brownien, on déduit la discrétisation exacte suivante :

$$r_{t+\delta} = e^{-\alpha\delta} r_t + \mu\left(1 - e^{-\alpha\delta}\right) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\alpha\delta}}{2\alpha}} W_1 \tag{2.3}$$

**Estimation des paramètres :**

Afin d'estimer les paramètres de ce modèle pour reproduire la courbe des taux, on présente deux approches : l'approche en séries temporelles et l'approche de maximum de vraisemblance.

## L'approche en séries temporelles

Cette approche se base sur la discrétisation exacte de la solution de l'équation du modèle de Vasicek, ce qui ramène l'estimation des paramètres au calibrage d'un modèle autorégressif d'ordre 1 :

$$r_{t+\delta} = \mu\left(1 - e^{-\alpha\delta}\right) + e^{-\alpha\delta} r_t + \varepsilon_{t+\delta}$$

Avec : $\varepsilon_{t+\delta} \sim \mathcal{N}\left(0, \sigma^2 \frac{1-e^{-2\alpha\delta}}{2\alpha}\right)$

Ainsi, pour adopter cette approche, il faut vérifier la stationnarité de la série étudiée et son ajustement à un processus autorégressif d'ordre 1.

## L'approche du maximum de vraisemblance

Dans le cadre de cette approche, on se base sur la méthode du maximum de vraisemblance suggérée par M.A. Van Den Berg ("Calibrating the Ornstein-Uhlenbeck model", 2007). La version en temps discret sur la grille de temps $0 = t_0 \leq t_1 \leq \ldots \leq t_n$ avec le pas $\delta = t_i - t_{i-1}$ sera utilisé dans cette partie.

$$f\left(r_{t_i} \mid r_{t_{i-1}}; \mu, \alpha, \sigma\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{-\left(r_{t_i} - r_{t_{i-1}} e^{-\alpha\delta} - \mu\left(1 - e^{-\alpha\delta}\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right] \tag{2.4}$$

Avec :

$$\sigma^2 = \widehat{\sigma}^2 \frac{1 - e^{-2\alpha\delta}}{2\alpha}$$

La fonction du log-vraisemblance s'écrit comme suite :

$$\begin{aligned}\ln[L(\mu,\alpha,\sigma)] &= \sum \ln\left[f\left(r_{t_i} \mid r_{t_{i-1}};\mu,\alpha,\sigma\right)\right] \\ &= -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - n\ln(\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(r_{t_i} - r_{t_{i-1}}e^{-\alpha\delta} - \mu\left(1-e^{-\alpha\delta}\right)\right)^2\end{aligned}$$

La fonction de log-vraisemblance doit être maximisée en prenant les dérivées partielles par rapport à $\mu, \alpha$ et $\sigma$ ce qui donne les trois équations suivantes :

$$\left.\frac{\partial \ln[L(\mu,\alpha,\sigma)]}{\partial\mu}\right|_{\boldsymbol{\mu}} = 0$$
$$\left.\frac{\partial \ln[L(\mu,\alpha,\sigma)]}{\partial\boldsymbol{\alpha}}\right|_{\hat{\alpha}} = \mathbf{0}$$
$$\left.\frac{\partial \ln[L(\mu,\alpha,\sigma)]}{\partial\sigma}\right|_{\bar{\sigma}} = \mathbf{0}$$

On déduit les estimateurs :

$$\widehat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_{t_i} - r_{t_{i-1}}e^{-\widehat{\alpha}\delta}\right)}{n\left(1-e^{-\widehat{\alpha}\delta}\right)} \quad ; \quad \widehat{\alpha} = -\frac{1}{\delta}\ln\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_{t_i}-\widehat{\mu}\right)\left(r_{t_{i-1}}-\widehat{\mu}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(r_{t_{i-1}}-\widehat{\mu}\right)^2}\right]$$
$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(r_{t_i} - \widehat{\mu} - e^{-\widehat{\alpha}\delta}\left(r_{t_{i-1}} - \widehat{\boldsymbol{\mu}}\right)\right)^2$$

Les formules suivantes sont utilisées pour simplifier les calculs :

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{S}_x = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{r}_{t_{i-1}} \quad ; \quad \boldsymbol{S}_y = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{r}_{t_i} \quad ; \\ &\boldsymbol{S}_{xx} = \sum_{i=1}^{n}{\boldsymbol{r}_{t_{i-1}}}^2 \\ &\boldsymbol{S}_{yy} = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{r}_{t_i}^2 \quad ; \quad \boldsymbol{S}_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{r}_{t_{i-1}}\boldsymbol{r}_{t_i}\end{aligned} \tag{2.5}$$

Ainsi, les estimateurs de maximum de vraisemblance des paramètres $\mu, \alpha$ et $\sigma$ sont :

$$\hat{\mu} = \frac{S_y S_{xx} - S_x S_{xy}}{n\left(s_{xx} - S_{xy}\right) - \left(s_x^2 - S_x S_y\right)}$$

$$\hat{\alpha} = -\frac{1}{\delta}\ln\left[\frac{S_{xy} - \widehat{\mu}\left(S_x + S_y\right) + n\widehat{\mu}^2}{S_{xx} - 2\widehat{\mu}S_x + n\widehat{\mu}^2}\right]$$

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{2\widehat{\alpha}}{n\left(1-e^{-2\hat{\alpha}\delta}\right)}\left[S_{yy} - 2e^{-\widehat{\alpha}\delta}S_{xy} + e^{-2\hat{\alpha}\delta}S_{xx} - \widehat{\mu}\left(1-e^{-\widehat{\alpha}\delta}\right)\left(S_y - e^{-\dot{\alpha}\delta}S_x\right) + n\widehat{\mu}^2\left(1-e^{-\widehat{\alpha}\delta}\right)^2\right]$$

### 2.5.2 Construction de la courbe des taux zéro-coupon

La modélisation stochastique de la courbe des taux zéro-coupon dépend de celle des taux d'intérêt, en particulier de la modélisation des taux courts. L'idée est d'obtenir une formule explicite de prix pour les obligations zéro-coupon, puis d'extraire le rendement de cette formule en utilisant l'équation fondamentale suivante :

$$B_t^h = e^{-hR_t^h} \tag{2.6}$$

Où $R_t^h$ est le rendement à maturité à la date t de l'obligation zéro-coupon de maturité h.

Dans les parties suivantes, on obtiendra les formules explicites du prix des obligations zéro-coupon et de la courbe des taux pour le modèle de taux court de Vasicek.

**Prix des obligations zéro-coupon :**

Dans le modèle de Vasicek, le taux sans risque évolue suivant un processus Orstein-Uhlenbec. Ce processus donne un prix, à l'instant t, des obligations zéro-coupon de maturité h, qui est déterminé par la formule suivante :

$$B_t^h = \exp\left\{(R_\infty - r_t)\left(\frac{1-e^{-\alpha h}}{\alpha}\right) - hR_\infty - \frac{\sigma^2}{4\alpha^3}\left(1-e^{-\alpha h}\right)^2\right\} \tag{2.7}$$

Où $R_\infty$ est, asymptotiquement, le taux à long terme, qui est donnée par :

$$R_\infty = \mu + \frac{\lambda\sigma}{\alpha} - \frac{\sigma^2}{2\alpha^2} \tag{2.8}$$

Avec $\lambda$ est la prime de risque qui est destinée à couvrir les frais de couverture et à compenser les risques liés à l'incertitude sur l'évolution du taux sans risque.

**La courbe des taux zéro-coupons :**

L'expression analytique du rendement en t d'une obligation zéro-coupon de maturité h, également dénommé taux zéro coupon de maturité h est :

$$R_t^h = R_\infty + \left(r_t - R_\infty\right)\frac{\left(1-e^{-\alpha h}\right)}{\alpha h} + \frac{\sigma^2}{4\alpha h}\frac{\left(1-e^{-\alpha h}\right)^2}{\alpha^2} \tag{2.9}$$

Ainsi, la construction de la courbe des taux zéro-coupon nécessite l'estimation de la prime de risque $\lambda$.

**Estimation de la prime de risque :**

L'estimation de la prime de risque est indispensable pour avoir un meilleur résultat d'ajustement. Pour l'estimer on procède par la construction de la courbe des taux zéro-coupon de Vasicek dans un univers risque neutre (prime de risque nulle), ensuite on cherchera le paramètre $\lambda$ qui permet permet de reconstituer les taux zéro-coupon fournit par l'EIOPA [1] , en minimisant l'écart quadratique entre les taux de fournit par l'EIOPA et les taux théoriques. On se base sur la formule suivante :

$$\lambda = \operatorname{argmin} |R_{EIOPA} - R_{Vasicek}|^2 \tag{2.10}$$

### 2.5.3 Application du modèle de Vasicek

**Description des données utilisées :**

Pour calibrer le modèle de Vasicek, on a choisi d'utiliser comme taux court le taux d'intérêt interbancaire pour la zone euro l'EONIA [2] . Pour cette étude, on a utilisé les données journalières de l'EONIA sur la période allant de 02/01/2013 au 31/12/2020, soit au total 1982 observations.

La figure suivante représente les fluctuations de l'EONIA sur la durée considérée :

1. European Insurance and Occupational Pensions Authority. L'EIOPA : regroupe les représentants à haut niveau des autorités de contrôle des trente états de l'Union Européenne et de l'Espace Economique Européen.
2. Euro OverNight Index Average

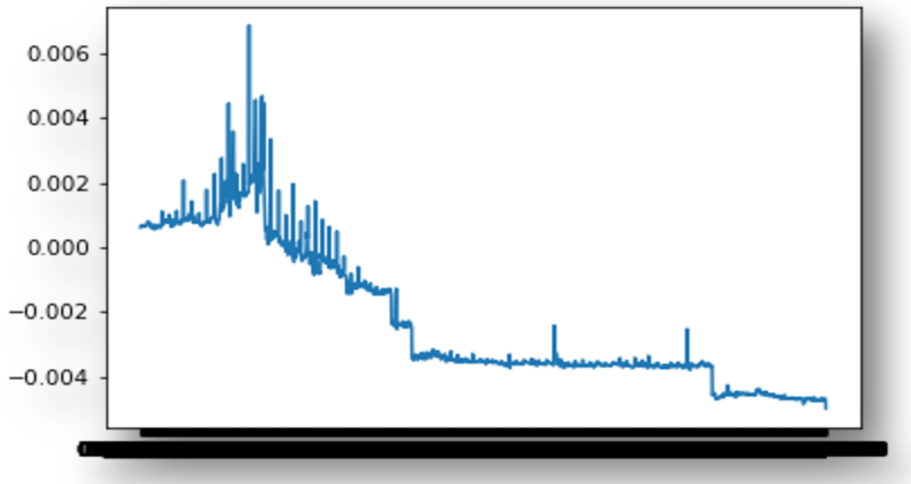


FIGURE 2.3 – L'évolution de l'EONIA du 02/01/2013 au 31/12/2020

L'analyse de la courbe de l'EONIA révèle une forte volatilité entre 02/01/2013 et 23/03/2016, puis les taux ont tendance à stagner autour d'une valeur moyenne de -0.35% sur la période allant de 16/03/2016 à 17/09/2019, et de -0.46% sur la période allant de 18/09/2019 à 31/12/2020.

La figure suivante représente les différentes statistiques relatives à la série des données du taux d'intérêt l'EONIA :

| | EONIA |
|---|---|
| **count** | 1982.000000 |
| **mean** | -0.002272 |
| **std** | 0.002156 |
| **min** | -0.004980 |
| **25%** | -0.003660 |
| **50%** | -0.003510 |
| **75%** | -0.000320 |
| **max** | 0.006880 |

FIGURE 2.4 – Les statistiques descriptives de la série des taux EONIA

On remarque que le taux moyen interbancaire pour la zone euro est de l'ordre de -0.23%, alors que l'écart type est de 0.21% et la médiane est -0.3%.

**Calibration par l'approche en séries temporelles :**

Afin de s'assurer que les taux courts suivent un processus auto régressif d'ordre 1, il faut tout d'abord vérifier la stationnarité de la série des taux.

La figure ci-dessous expose les résultats obtenus en effectuant le test de racine unitaire de Dickey FULLER augmenté (ADF) :

```
ADF Statistic: -0.951446581378161
p-value: 0.7705588337381366
Critical Values:
        1%: -3.4336993130292686
        5%: -2.8630195274705996
        10%: -2.5675576403215574
```

FIGURE 2.5 – Les résultats du test de stationnarité de la série des taux EONIA

On constate que la p-value dépasse largement le seuil 5% ce qui amène à l'acceptation de l'hypothèse nulle « La série des rendements possède une racine unitaire », et ainsi la non-stationnarité de la série des taux.

**Calibration par l'approche du maximum de vraisemblance :**

En appliquant la méthode du maximum de vraisemblance évoquée précédemment, on obtient les résultats suivants :

| Taux moyen à long terme | Vitesse de retour à la moyenne | Volatilité |
|---|---|---|
| -0.0025466420649149814 | 2.5621795688678923 | 0.0048655594364340575 |

FIGURE 2.6 – Résultats à partir de la sortie Python

Afin de vérifier l'adéquation du modèle de Vasicek, on a calculé la somme des erreurs quadratiques comme approche pour faire le backtesting du modèle.

La somme des erreurs quadratiques est de l'ordre de $8 * 10^{-4}$, ce qui indique que le modèle de Vasicek ajuste bien la séries des taux courts sur la période étudiée. Ainsi, on affirme que le modèle de Vasicek est adéquat.

**Modélisation de la courbe des taux zéro-coupon**

On procède par la construction de la courbe des taux zéro-coupon de Vasicek dans un univers risque neutre, c'est-à-dire avec une prime de risque nulle.

La figure ci-dessous représente une comparaison entre la courbe de taux zéro-coupon fournit par l'EOPIA (31/12/2020) et celle obtenue par le modèle de Vasicek dans un univers risque neutre $\lambda = 0$ :

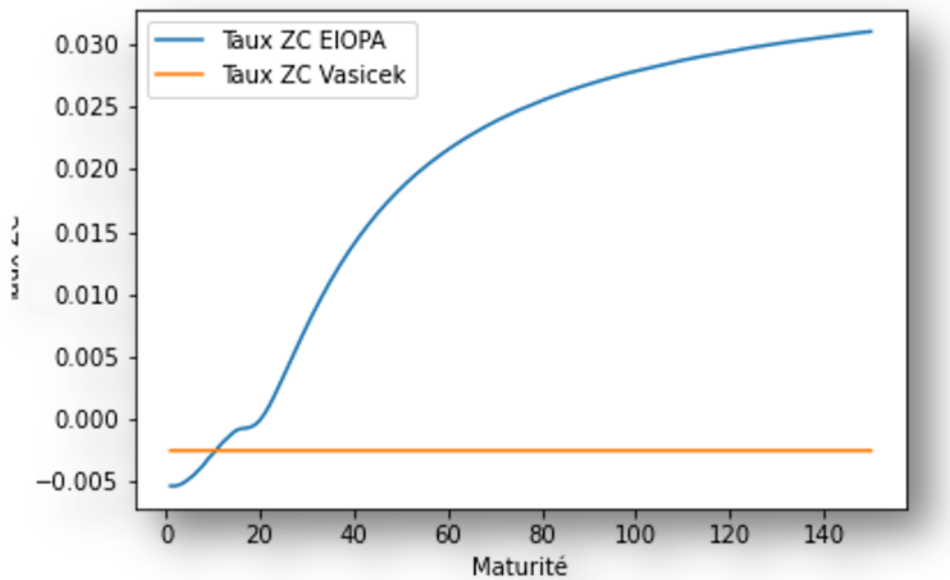


FIGURE 2.7 – La représentation des courbes de taux dans un univers risque neutre

On constate que l'écart entre la courbe de l'EIOPA et celle obtenue par le modèle de Vasicek est énorme. Il est alors nécessaire d'estimer la prime de risque de marché.

Afin d'estimer la prime de risque, on minimise l'écart quadratique entre les taux de fournit par l'EIOPA et les taux théoriques obtenus par le modèle de Vasicek. Ainsi, on obtient une prime de risque de l'ordre 9.79%.

On calcule à nouveau les taux zéro-coupon en intégrant la prime de risque obtenue. La figure suivante représente la comparaison entre la courbe obtenue et celle de l'EIOPA :

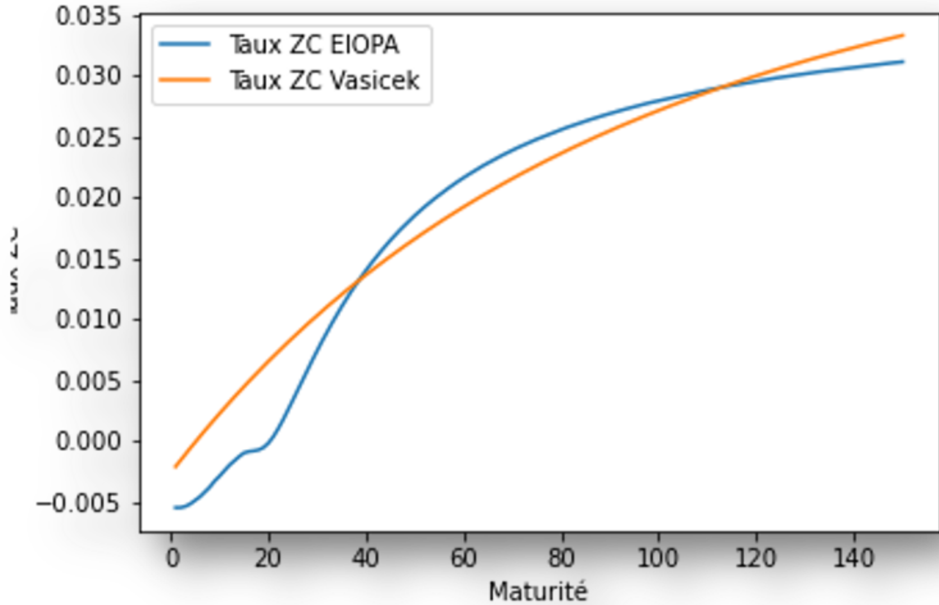


FIGURE 2.8 – La représentation des courbes de taux avec la prime de risque

La simulation de cette courbe sera utilisée pour évaluer les produits des taux notamment les obligations ainsi que d'actualiser les engagements de l'assureur pour calculer le Best Estimate.

## 2.6 Modélisation des rendements des actions

L'allocation d'actifs des compagnies d'assurance vie est majoritairement constituée des titres obligataires pour garantir la sécurité des placements. De plus, une part d'actifs risqués est aussi allouée pour améliorer le rendement des fonds. Ainsi, pour se protéger contre les risques liés à la dépréciation de cette classe d'actifs, les assureurs doivent être en mesure de les modéliser stochastiquement.

On a supposé précédemment que la classe d'actifs risqués est constitué seulement des actions. Alors, on va présenter dans cette partie le modèle retenu pour modéliser et simuler les trajectoires des rendements de cette classe d'actifs.

La modélisation des rendements des actions est réalisée à l'aide du modèle classique de Black & Scholes. Il présente l'avantage d'être simple à calibrer et à estimer.

### 2.6.1 Modèle de Black & Scholes

**Présentation du modèle :**

Dans le cadre du modèle de Black & Scholes, la dynamique suivie par le prix de l'action $S_t$ est la suivante :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \tag{2.11}$$

Où :

- $W_t$ : Mouvement Brownien standard ;
- $\mu$ : La moyenne du rendement des actions ;
- $\sigma$ : L'écart type du rendement des actions.

En appliquant le lemme d'Ito, avec la fonction $f(x) = ln(x)$, on obtient :

$$S_{t+\delta} = S_t \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta + \sigma\sqrt{\delta}W_1\right] \tag{2.12}$$

Où $\delta$ est le pas de discrétisation.
Ainsi le rendement du fond d'actions sur la période $]t, t+\delta]$ est :

$$r_t = \ln\left(\frac{S_{t+\delta}}{S_t}\right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta + \sigma\sqrt{\delta}W_1$$

**Estimation des paramètres :**

Sous la probabilité historique, le rendement suit une loi normale :

$$r_t \sim \mathcal{N}\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta, \sigma^2\delta\right)$$

On estime la moyenne $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta$ par la moyenne empirique, et la variance $\sigma^2\delta$ s'estime par la variance empirique :

$$\begin{cases} (\widehat{\mu} - \frac{\widehat{\sigma}^2}{2})\delta = \overline{r} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} r_t \\ \widehat{\sigma}^2\delta = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \overline{r})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{\mu} = \frac{\overline{r}}{\delta} + \frac{\widehat{\sigma}^2}{2} \\ \widehat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n\delta}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \overline{r})^2} \end{cases}$$

**Simulation des trajectoires :**

Afin de simuler les trajectoires des taux de rendements du fond d'actions, tout en prenant en compte la corrélation avec les taux courts, on utilise la formule suivante :

$$S_{t+\delta} = S_t \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta + \sigma\rho\sqrt{\delta}B_1 + \sigma\sqrt{(1-\rho^2)\,\delta}W_1\right]$$

Ainsi, on obtient la formule suivante :

$$r_t = \ln\left(\frac{S_{t+\delta}}{S_t}\right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta + \sigma\rho\sqrt{\delta}B_1 + \sigma\sqrt{(1-\rho^2)\,\delta}W_1$$

Où :

— $\rho$ : Le coefficient de corrélation.

— $B_1, W_1$ : Deux mouvements browniens indépendants.

### 2.6.2 Application du modèle de Black & Scholes

Afin de modéliser les taux de rendements des actions on a choisi comme benchmark, l'indice CAC 40. C'est un panier constitué de 40 valeurs de sociétés françaises qui représente l'ensemble des secteurs d'activité. Ainsi, il reflet la tendance générale du marché français.

**Présentation des données :**

On dispose d'une base de données d'observations quotidiennes des cours pour la période du 02/01/2013 au 31/12/2020, soit un total de 2037 observations.

La figure ci-dessous présente l'évolution durant la période étudiée :

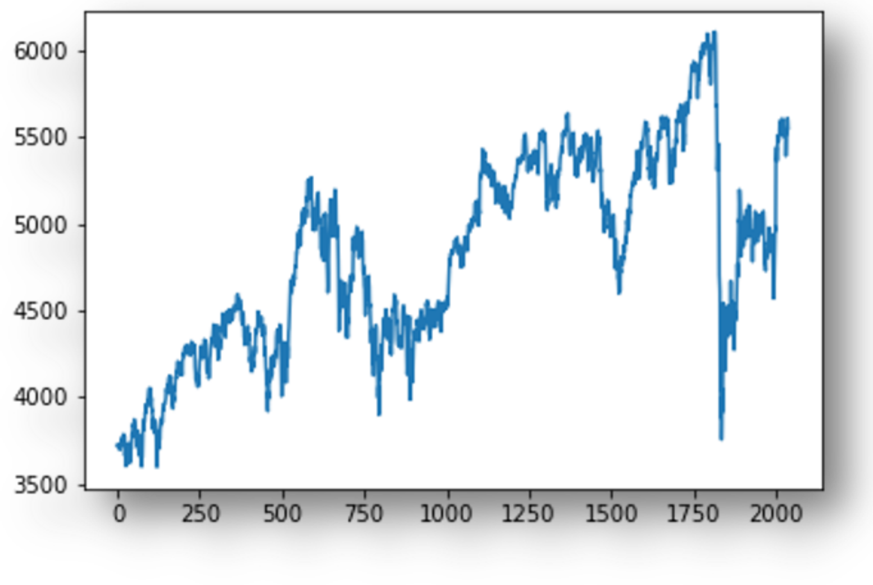


Figure 2.9 – L'évolution du cours du CAC 40 entre 02/01/2013 et 31/12/2020

L'analyse de l'évolution des cours révèle une tendance haussière entre 02/01/2013 et 20/01/2020, puis on constate une chute due au déclenchement de la pandémie avant de continuer sa tendance haussière jusqu'à la fin de l'année 2020.

En appliquant la formule suivante, on obtient les rendements journaliers du CAC 40 :

$$r_t = \ln\left(\frac{CAC40_{t+\delta}}{CAC40_t}\right)$$

Où le pas de discrétisation dans ce cas est $\delta = \frac{1}{250}$.

La figure ci-dessous représente les différentes statistiques relatives à la série des rendements :

| | returns |
|---|---|
| count | 2037.000000 |
| mean | 0.000195 |
| std | 0.012237 |
| min | -0.130983 |
| 25% | -0.005124 |
| 50% | 0.000532 |
| 75% | 0.006075 |
| max | 0.080561 |

FIGURE 2.10 – Les statistiques descriptives de la série des rendements du CAC 40

On remarque que le rendement moyen journalier du CAC 40 est de l'ordre de 0.02%, avec un écart type de 0.012237 durant la période d'étude. En plus, le rendement journalier ne décroit jamais au-delà de -13.1% et ne dépasse pas 8.06%.

**Étude de la stationnarité :**

La figure suivante représente la série des rendements du CAC40 :

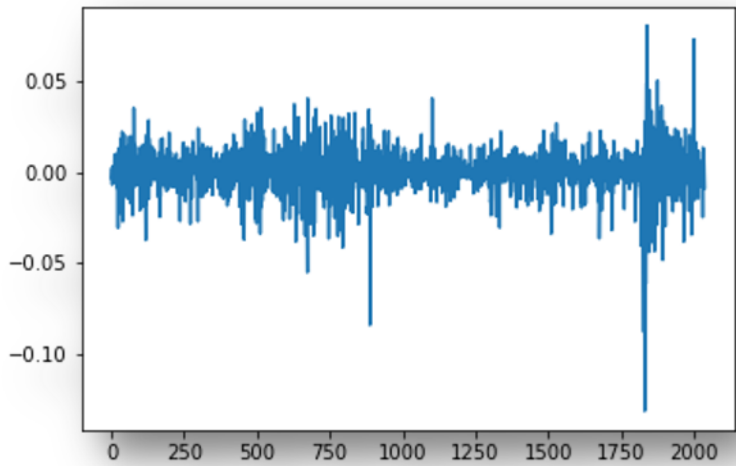


FIGURE 2.11 – L'évolution des rendements du CAC 40 entre janvier 2013 et décembre 2020

On observe que la série semble stationnaire sans tendance marquée à long terme. Cependant, pour s'assurer de la stationnarité de la série on effectue le test de racine unitaire de Dickey FULLER augmenté (ADF), la figure ci-dessous présente les résultats obtenus :

```
ADF Statistic: -16.156218247094273
p-value: 4.5151978254794823e-29
Critical Values:
        1%: -3.433577004601062
        5%: -2.862965528076955
        10%: -2.5675288883320975
```

FIGURE 2.12 – Les résultats du test de stationnarité de la série des rendements du CAC 40

On a une p-value largement inférieur au seuil fixé de 5%. On rejette donc l'hypothèse nulle « La série des rendements possède une racine unitaire ». Ainsi, la série des rendements journaliers du CAC40 est stationnaire.

**Étude de la normalité :**

Afin d'appliquer le modèle de Black & Scholes, il est indispensable de vérifier l'hypothèse de la normalité. Ainsi, puisqu'on possède un échantillon de taille grande on peut considérer que la série des rendements suit une loi normale et on poursuit l'analyse.

**Calibration du modèle :**

A partir de la série des rendements journaliers, et en prenant un pas de discrétisation de $\delta = \frac{1}{250}$ pour passer des rendements journaliers aux rendements annuels, on obtient comme estimateurs des paramètres théoriques les résultats suivants :

| La moyenne | L'écart type |
|---|---|
| **0.06738207410548668** | **0.19343577806304527** |

TABLE 2.1 – Tableau comportant les sorties Python

Afin de valider le modèle, il convient de faire un Backtesting, et vérifier l'ajustement du modèle de Black & Scholes. Ainsi, on s'est basé sur la comparaison entre la simulation des rendements issue du modèle de Black & Scholes et les rendements historiques du CAC 40.

Les résultats du Backtesting sont présentés sur la figure suivante :

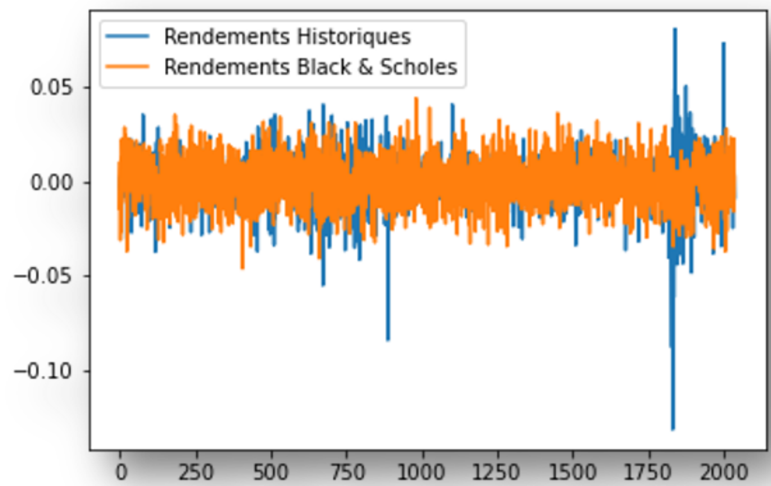


FIGURE 2.13 – Visualisation des rendements issus du modèle de Black & Scholes et les rendements historiques

On conclut que le modèle de Black & Scholes s'ajuste bien aux données sur la période étudiée.

**Simulation des trajectoires :**

Afin de simuler les trajectoires des taux de rendements du fond d'actions, on utilise la formule discrétisée en prenant en compte la corrélation avec le taux court.

Le coefficient de corrélation entre les rendements du CAC 40 et le taux EONIA est de l'ordre de $\rho = -2.93e^{-05}$.

Les résultats de 1000 simulations de trajectoires des rendements sur une durée de 10 ans, est représenté par la figure suivante :

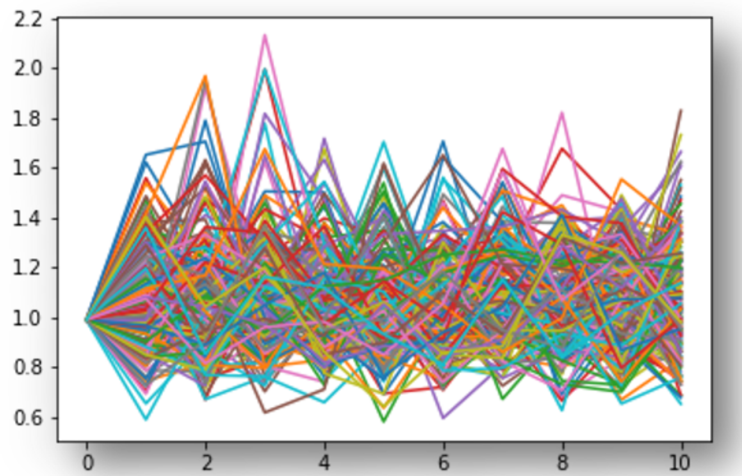


FIGURE 2.14 – Résultats de 1000 simulations des trajectoires des rendements

Ces simulations servent comme entrée du modèle ALM développé pour projeter l'évolution des cours des actions sur un horizon de 10.

# 3 Modélisation et Projection du passif

## 3.1 Hypothèses liées au passif

Dans le cadre de cette étude, le modèle implémenté présente certaines limites et se base sur certaines simplifications. Parmi les hypothèses simplificatrices au niveau du passif on a :

- On utilise une population totalement fictive où un seul contrat d'épargne euro est présent dans le portefeuille du passif ;
- La prime est considérée unique, c'est-à-dire les cotisations ne sont pas modélisées lors de cette étude. En plus, il n'y a pas de possibilité de versements libres ;
- Le taux de rachat est considéré constant sur la période de projection, à cause de l'absence d'un portefeuille historique pour modéliser les lois de rachats. En plus, le taux de rachat partiel et le taux de rachat total sont considérés égaux ;
- Les décès surviennent selon la table TH 00-02 ;

- Les rachats partiels sont revalorisés au TMG, alors que les décès et les rachats totaux sont revalorisés au taux de PB de sortie ;
- La modélisation du passif est réalisée en run-off, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'affaires nouvelles ;
- Le taux d'imposition et le taux d'inflation sont supposés constant sur la période de projection ;
- Les sorties totales (décès et rachats totaux) et les rachats partiels sont supposés arriver en milieu de période.
- Le modèle est lancé avec des fonds propres initiales égalent à 10% de la prime initiale.

La liste des variables qui sont utilisées lors de la modélisation du passif sera présentée dans l'annexe 1.

## 3.2 Modélisation des flux de prestations

Les flux des prestations se composent des rachats partiels, des rachats totaux et des décès. Ainsi, le montant total des prestations n'est que la somme de ces derniers :

$$PREST\_TOT(j) = RACH\_PART(j) + DECES(j) + RACH\_TOT(j)$$

### 3.2.1 Le montant des rachats partiels

On fait l'hypothèse que les rachats partiels arrivent avant les sorties totales à savoir les décès et les rachats totaux.
La formule qui permet de calculer les montants des rachats partiels sur la période de projections est :

Si $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$RACH\_PART_j = 0$$

Sinon :

$$RACH\_PART_j = TAUX\_RACH_j \times PM\_FIN_{j-1} \times (1 + TMG)^{\frac{1}{2}}$$

### 3.2.2 Le montant des décès

Les décès surviennent après les rachats partiels, de ce fait l'assiette de calcul des prestations de décès est diminuée des rachats partiels. Ainsi, la relation suivante est utilisée pour déterminer le montant des décès :

Si $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$DECES_j = 0$$

Sinon :

$$DECES_j = TAUX\_DECES_j \times (PM\_FIN_{j-1} - RACH\_PART_j) \times (1 + Taux\_PB\_Sortie)^{\frac{1}{2}}$$

### 3.2.3 Le montant des rachats Totaux

L'assiette de calcul des rachats totaux est aussi diminuée des rachats partiels. Ainsi, la formule suivante est utilisée pour le calcul du montant :

Si $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$RACH\_TOT_j = 0$$

Sinon :

$$RACH\_TOT_j = TAUX\_RACH_j \times (PM\_FIN_{j-1} - RACH\_PART_j) \times (1 + Taux\_PB\_Sortie)^{\frac{1}{2}}$$

## 3.3 Modélisation des chargements

Afin de réduire la probabilité de ruine de l'assureur, on a des chargements de 4% du capital sur la durée de vie du contrat.

Le montant de chargement intègre un facteur d'inflation et dépend de la proportion de PM sur le support Euro.

Si $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$MT\_Chrgt_j = 0$$

Sinon :

$$MT\_Chrgt_j = Taux\_Chrgt_j \times PM\_FIN_{j-1} \times (1+Taux\_Inf)^{(PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR)}$$

## 3.4 Modélisation des frais

Afin de simplifier les calculs, on a pris des frais égaux aux chargements de telle sorte à ce que le résultat des frais soit nul.

## 3.5 Modélisation des fonds propres

On peut diviser les fonds propres d'une compagnie d'assurance en deux variables : le capital versé par les actionnaires de la compagnie et les profits générés qui ne sont pas distribués en dividendes à ces derniers.

On s'intéresse à modéliser la seconde variable, qui n'est que la somme des résultats net générés par la société d'assurance au cours de la projection.

## 3.6 Modélisation des provisions techniques

Le passif d'une compagnie d'assurance est constitué majoritairement des provisions techniques. Lorsque ces provisions présentent un impact sur la valeur actuelle des prestations futures, il faut les comptabiliser sous le référentiel français (French GAAP). Ainsi, le Best Estimate doit correspondre à l'évolution des provisions comptabilisées.

Lors de la construction de ce modèle ALM, on a modélisé les provisions suivantes :

- Provision Mathématique (PM) ;
- Réserve de Capitalisation (RC) ;
- Provision pour Participation aux Excédents (PPE) ;

### 3.6.1 Modélisation de la PPE

La participation aux bénéfices est un mécanisme qui permet de reverser une partie des bénéfices générés par l'assureur. Le reversement de la PB peut se faire sous forme d'augmentation de capital, de diminution de cotisation, ou encore peut être doté à la PPE. La réglementation oblige les compagnies d'assurance de redistribuer le montant doté pendant une durée maximale de huit ans. Ceci permet essentiellement aux assureurs de lisser les taux servis aux assurés afin de s'aligner sur la concurrence en période difficile. Afin de revaloriser l'épargne de l'assuré avec un taux cible, l'assureur peut effectuer des reprises sur la PPE. Cependant, il ne peut pas reprendre la PPE pour servir le TMG aux assurés. On présente dans cette partie les méthodes de calcul de la PPE ainsi que la dotation PPE et la reprise PPE.

**Dotation PPE**

Le montant doté à la PPE par l'assureur est calculé comme suit :

Si :

$$\max \begin{cases} \text{Besoin\_TMG}_j \\ \text{Assiette\_Contrainte\_Contractuelle}_j \\ \text{Contrainte\_Contractuelle}_j \\ \text{Assiette\_Contrainte\_Reglementaire}_j \\ \text{Contrainte\_Reglementaire}_j \end{cases} = Besoin\_TMG_j$$

Alors :

$$Dotation\_PPE_j = 0$$

Sinon :

$$Dotation\_PPE_j = (Contrainte\_Reglementaire_j - Contrainte\_Contractuelle_j)^+$$

**Reprise PPE**

Dans le modèle ALM développé, la reprise de PPE est réalisée en priorité sur le stock le plus ancien. Ainsi, la formule permettant de calculer la reprise PPE est :

Si :

$PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$Reprise\_PPE_j = 0$$

Sinon :

$$Reprise\_PPE_j = \frac{PPE_{J-1}}{8}$$

**PPE**

Le calcul de la PPE se fait à partir de la relation suivante :

Si :

$PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

$$PPE_j = 0$$

Sinon :

$$PPE_j = PPE_{j-1} + Dotation\_PPE_j - Reprise\_PPE_j$$

**Variation de PPE**

La variation de la PPE se détermine par la formule suivante :

$$Variation\_PPE_j = PPE_j - PPE_{j-1}$$

### 3.6.2 Modélisation de la Réserve de Capitalisation

Il s'agit d'une réserve alimentée par les plus ou moins-values réalisées lors de la vente des obligations. Elle permet de lisser les résultats de l'assureur en cas de moins-values.

Elle est dotée lorsque le prix de la vente est supérieur au prix théorique de l'obligation, et elle est reprie dans le cas inverse.

La formule permettant de doter ou reprendre la RC est la suivante :

Si :

$PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

$$RC_j = 0$$

Sinon :

$$RC_j = max(0, Unrealised\_Gains\_Bonds_j + RC_{j-1})$$

### 3.6.3 Modélisation de la Provision Mathématique

Les provisions mathématiques résultent principalement du phénomène dit « Inversion du cycle de production » qui veut qu'en assurance la compagnie d'assurance encaisse d'abord la prime et paye la prestation après.

Elle correspond à la dette probable de l'assureur vis-à-vis de ses assurés. Dans le cas des contrats d'épargne, la provision mathématique correspond à l'encours de l'assuré. Ce dernier est le résultat des primes investies et les revalorisations passées.

Afin de modéliser les provisions mathématiques, on calcule les indicateurs suivants :

- La PM après prestations (PM avant revalorisation) ;
- La PM après revalorisation au TMG ;
- La PM après versement de la contrainte contractuelle ;
- La PM après paiement de la contrainte contractuelle ;
- La PM en fin de l'année après versement de la contrainte réglementaire.

**PM après prestations**

La PM après prestations ou encore la PM avant revalorisation est calculée de la façon suivante :

Si :

$$PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$$

$$PM\_apres\_PREST_j = 0$$

Sinon :

$$PM\_apres\_PREST_j = PM\_FIN_{j-1} - PREST\_TOT_j$$

**PM après revalorisation au TMG**

La revalorisation de la PM à l'aide du TMG est une contrainte contractuelle, ainsi cette revalorisation se fait en utilisant la formule suivante :

Si :

$$PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$$

$$PM\_apres\_REVALO_j = 0$$

Sinon :

$$PM\_apres\_REVALO_j = PM\_apres\_PREST_j \times (1 + TMG)$$

**PM après versement de la contrainte contractuelle**

Elle est déterminée en fonction de la contrainte contractuelle qui est calculée lors de la revalorisation de l'épargne de l'assuré. La formule utilisée est la suivante :

Si

$$PM\_apres\_PREST_j \times (1 - Taux\_Chrgt) + Contrainte\_Contractuelle_j > PM\_apres\_REVALO_j$$

Alors :

$$PM\_apres\_vers\_CC_j = PM\_apres\_PREST_j \times (1 - Taux\_Chrgt) + Contrainte\_Contractuelle_j$$

Sinon :

$$PM\_apres\_vers\_CC_j = PM\_apres\_REVALO_j$$

**PM après paiement de la contrainte contractuelle**

C'est la PM après versement de la contrainte contractuelle augmentée de la reprise de la PPE. Elle est calculée à partir de la formule suivante :

Si $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$PM\_apres\_paiement\_CC_j = 0$$

Sinon :

$$PM\_apres\_paiement\_CC_j = PM\_apres\_vers\_CC_j + Reprise\_PPE_j$$

**PM en fin de l'année**

C'est la PM après versement de la contrainte réglementaire, elle est calculée dans la partie de la revalorisation de l'encours de l'assuré. Cette PM est déterminée par la relation suivante :

Si
$PM\_apres\_PREST_j \times (1 - Taux\_Chrgt) + Contrainte\_Reglementaire_j > PM\_apres\_vers\_CC_j$

Alors :
$PM\_FIN_j = PM\_apres\_PREST_j \times (1 - Taux\_Chrgt) + Contrainte\_Reglementaire_j + Variation\_PPE_j$

Sinon :

$$PM\_FIN_j = PM\_apres\_vers\_CC_j + Variation\_PPE_j$$

### 3.6.4 Total Provisions

On obtient ainsi le total des provisions :

Si $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$ :

$$TOT\_PROV_j = 0$$

Sinon :

$$TOT\_PROV_j = PM\_FIN_j + PPE_j + RC_j$$

# 4 Modélisation de l'actif

## 4.1 Hypothèses liées à l'actif

Les actifs sont supposés suivre les hypothèses prises par le GSE. Ils évoluent ainsi selon les rendements fournis par le GSE. De plus, les coûts de transaction ne sont pas pris en considération. Le portefeuille d'actifs comporte seulement les obligations à taux fixe, les actions et l'actif monétaire. Ces classes d'actifs sont projetées sur un horizon de 10 ans.

## 4.2 Modélisation des obligations

### 4.2.1 Définition d'une obligation à taux fixe

Pour définir une obligation simple à taux fixe, il faut un principal (qui correspond au montant sur lequel sont calculés les intérêts), d'un taux de coupon qui va définir le montant d'intérêts versés périodiquement et d'une échéance qui est en fait la date de remboursement de l'obligation.

Ainsi pour la suite le principal (valeur de remboursement) sera noté Nominal_Bond, le taux de coupon sera noté Taux_coupon, l'échéance sera notée Contract_Maturity, la valeur de marché de l'obligation sera notée VM_Bond, et enfin la valeur nette comptable de l'obligation sera notée VNC_Bond.

### 4.2.2 Actualisation

Lorsque l'on parle d'échéancier de flux et d'instruments financiers, il est impératif de pouvoir comparer les valeurs de différents produits. Cependant, a un instant t donné, il n'est pas toujours évident de trancher entre un placement ou un autre car les flux des deux ne tombent pas forcément aux mêmes dates. L'actualisation permet de valoriser à la date d'aujourd'hui un produit financier dont les flux futurs sont connus. Elle permet donc de comparer des produits financiers versant des flux a des dates différentes.

Les flux du portefeuille sont certains (car aucun risque ou aléa les impactant n'a encore été défini), il faut commencer par actualiser ces flux pour leur donner une valeur globale. Pour valoriser le portefeuille, il est nécessaire de disposer d'un taux d'actualisation à appliquer aux flux futurs. Dans le cadre de la reforme Solvabilité II, il est précisé que la structure des taux doit répondre à 5 critères :

- Pas de risque de crédit,
- Réalisme,
- Fiabilité,
- Liquidité,
- Pas de biais technique.

Ainsi, les courbes utilisées pour l'actualisation sont celles issues du GSE, et le déflateur est définie comme suit :

$$Deflateur(i) = \frac{1}{(1 + ZC(0,i))^i}$$

Avec :

$ZC(0,i)$ : Le taux zéro-coupon de maturité i.

### 4.2.3 Risque neutralisation

La risque neutralisation est une condition nécessaire du « market consistency » du modèle actuariel, et ainsi de faire des projections « market consistent » et de calculer les agrégats Solvabilité à savoir le BEL et la VIF.

D'un point de vue théorique, « risque neutraliser » un instrument de marché est le processus permettant de reproduire à t=0 les prix de marché de cet instrument. En d'autres termes, c'est d'égaliser le prix théorique de l'instrument, calculé en actualisant les flux générés, et le prix de marché. On considère dans ce qui suit le cas des obligations à taux fixe uniquement.

La « risque neutralisation » d'une obligation peut se faire selon plusieurs méthodes, on en cite deux ci-dessous :

- Abattement du coupon : Seule la valeur du coupon est diminuée pour reproduire le prix de marché de l'obligation.
- Abattement du coupon et de la valeur de remboursement : L'ensemble des flux générés par l'obligation sont abattues de manière homogène dans le temps. La seconde méthode sera utilisée dans ce qui suit pour « risque neutraliser » les obligations. En effet elle est simple à mettre en œuvre et plus fréquemment utilisée par les assureurs.

#### Facteur de risque neutralisation

Le facteur risque neutre est le taux d'ajustement du prix théorique d'une obligation à coupon fixe à sa valeur de marché : c'est le rapport entre la valeur de marché de l'obligation à la phase de projection et la valeur actualisé des flux futurs engendrés par l'obligation à coupon fixe (valeur théorique). Afin de calculer le facteur de risque neutre il faut tout d'abord passer par :

**Étape 1 : Calcul de la valeur théorique des cash-flows futures de l'obligation**

Les flux futurs engendrés par l'obligation à taux fixe sont déterminés comme suit :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR = CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $CF\_Bond_j = Nominal\_Bond + Taux\_Coupon \times Nominal\_Bond$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR < CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $CF\_Bond_j = Taux\_Coupon \times Nominal\_Bond$

Sinon : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $CF\_Bond_j = 0$

**Étape 2 : Actualisation de la valeur théorique des cash-flows futures de l'obligation**

La méthode d'actualisation des flux futurs d'une obligation est :

$CF\_Bond\_Actualises_j = \sum_{k=PROJ\_YEAR_J}^{T} CF\_Bond_k \times Deflateur_k$

**Étape 3 : Calcul du facteur de risque neutralisation**

Le facteur risque neutralisation s'obtient dans cette étude en ramenant la valeur de marché de l'obligation à la valeur théorique de l'obligation actualisé au taux zéro-coupons issu du GSE :

Si : $CF\_Bond\_Actualises_{INCEPTION\_YEAR} <> 0$

Alors : $Facteur\_risque\_neutre = \frac{VM\_Bond}{CF\_Bond\_Actualises_{INCEPTION\_YEAR}}$

Sinon : $Facteur\_risque\_neutre = 0$

Avec le prix théorique d'une obligation de maturité 10 ans est calculé comme suit :

$$VT = \sum_{i=1}^{10} \frac{Taux\_Coupon \times Nomimal\_Bond}{(1+ZC(0,i))^i} + \frac{Nominal\_Bond}{(1+ZC(0,10))^{10}}$$

L'abattement des flux futurs de cette obligation sera fait par le facteur de risque de neutralisation lors de la phase de projection. Ainsi, ce facteur sera fixé durant tout la phase de projection. En effet, cet abattement représente les pertes que vont subir les flux futurs de l'obligation à cause des risques autres que celui de taux.

**Risque neutralisation des flux futurs de l'obligation**

Pour permettre au modèle actuariel d'être « market consistent » les flux futurs de l'obligation seront abattues à l'aide du facteur de risque neutralisation en utilisant la formule suivante :

$$CF\_Bond\_Risque\_neutralises_j = Facteur\_risque\_neutre \times CF\_Bond_j$$

### 4.2.4 Valeur de marché du portefeuille obligataire

**La valeur de marché** d'un actif se détermine par la confrontation de l'offre et la demande sur marché financier. Ainsi, c'est le prix par lequel on peut acheter ou vendre l'actif sur le marché.

**La valeur de marché d'une obligation**

Dans le modèle développé, la valeur de marché de l'obligation est calculée en sommant les valeurs actualisées du remboursement et des coupons :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR = CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$VM_Obligation_{PROJ\_YEAR_j} = Nominal\_Bond + Facteur\_risque\_neutre$$

Si : $(PROJ\_YEAR_j - 1) - INCEPTION\_YEAR \leq CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$VM\_Obligation_{PROJ\_YEAR_j} = Taux\_Coupon \times Nominal\_Bond \times Facteur\_risque\_neutre$

$\times \sum_{k=PROJ\_YEAR_J+1}^{CONTRACT\_MATURITY-(PROJ\_YEAR_j+1-INCEPTION\_YEAR)} Deflateur_k$

$+ Nominal\_Bond \times Facteur\_risque\_neutre$

$\times \frac{Deflateur_{CONTACT\_MATURITY-(PROJ\_YEAR_J+1-INCEPTION\_YEAR}}{Deflateur_{PROJ\_YEAR_j}}$

**La valeur de marché des obligations achetées ou vendues**

Les obligations achetées ou vendues seront déterminées selon la stratégie financière adoptée lors de la construction du modèle. On présentera cette stratégie dans la partie de la modélisation des interactions Actif-Passif.

**La quantité des obligations achetées ou vendues**

La valeur quantité des obligations achetées (resp. Vendues) se calcule comme étant la valeur de marché des obligations achetées (resp. Vendues) rapportée à la valeur de marché des obligations :

$$Quantite\_Obligations(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j} = \frac{Valeur\_Obligations(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j}}{VM\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j}}$$

**La quantité des obligations dans le portefeuille obligataire**

Lors du lancement du modèle, on détermine la quantité des obligations initiales dans le portefeuille obligataire comme suit :

$Quantite\_Obligations_{INCEPTION\_YEAR_j} =$

$\frac{(RC_{INCEPTION\_YEAR} + PM_{INCEPTION\_YEAR} + PPE_{INCEPTION\_YEAR}) \times Pourcentage\_Obligations}{VNC\_Bond}$

Ensuite, la quantité des obligations dans le portefeuille est calculée par la formule suivante :

Si : $PROJ\_YEAR_{j-1} - INCEPTION\_YEAR \geq CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $Quantite\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j} = 0$

Si : $PROJ\_YEAR_{j-1} - INCEPTION\_YEAR < CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$Quantite\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_Obligations_{PROJ\_YEAR_{j-1}} - Quantite\_Obligations(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j}$$

**La valeur de marché du portefeuille obligataire**

Initialement la valeur de marché du portefeuille obligataire est calculée comme suit :

$$VM\_Obligations\_P_{INCEPTION\_YEAR} = VM\_Bond \times Quantite\_Obligations_{INCEPTION\_YEAR_j}$$

Ensuite, elle est déterminée par la relation ci-dessous :

$$VM\_Obligations\_P_{PROJ\_YEARj} = VM\_Obligations_{PROJ\_YEARj} \times Quantite\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j}$$

**Proportion des obligations en portefeuille en valeur de marché**

Le calcul de la proportion des obligations dans le portefeuille en valeur de marché se fait comme suit :

$$Poids\_Obligations\_VM_{PROJ\_YEAR_j} = \frac{VM\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j}}{VM\_actifs_{PROJ\_YEAR_j}}$$

### 4.2.5 Valeur nette comptable du portefeuille obligataire

La valeur nette comptable d'un actif est basée sur le bilan de l'entreprise. Elle se calcul à partir de la valeur d'achat ou encore prix historique diminuée des amortissements et des provisions.

**Dépréciation Surcote/Décote d'une obligation**

Une obligation est en surcote si sa valeur nette comptable est supérieure à son nominal, c'est-à-dire elle a été achetée plus chère que son nominal. Inversement, l'obligation est en décote si elle achetée moins chère que son nominal. Ainsi, l'amortissement de la surcote/décote est calculé comme suit :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $Depreciation\_Bonds(VNC)_{PROJ\_YEAR_j} = 0$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR \leq CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$Depreciation\_Bonds(VNC)_{PROJ\_YEAR_j} = \frac{Facteur\_risque\_neutre \times Nominal\_Bond - VNC\_Bond}{CONTRACT\_MATURITY}$$

**Valeur nette comptable d'une obligation**

La valeur nette comptable d'une obligation se définie comme étant la somme de son prix d'achat et le montant des surcotes/décotes :

Si : $PROJ\_YEAR_j = INCEPTION\_YEAR$

Alors : $VNC\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j} = VNC\_Bond$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR \leq CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$VNC\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j} = VNC\_Obligations_{PROJ\_YEAR_{j-1}} + Depreciation\_Bonds(VNC)_{PROJ\_YEAR_j}$$

**Valeur nette comptable du portefeuille obligataire**

La valeur nette comptable du portefeuille obligataire est définie :

$$VNC\_Obligations\_P_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j} \times VNC\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j}$$

### 4.2.6 Gain non réalisé sur les obligations

Le gain non réalisé sur les obligations est défini comme étant les plus ou moins-values réalisées en cas de vente ou d'achat des obligations ce qui est déterminé selon la stratégie financière adoptée. Ces plus ou moins-values sont enregistrées dans le compte de la réserve de capitalisation. Il se calcule de la façon suivante :

$$Unrealised\_Gains\_Bonds_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_Obligations(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j} \times (VM\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j} - VNC\_Obligations_{PROJ\_YEAR_j})$$

## 4.3 Modélisation des actions

### 4.3.1 Valeur de marché du portefeuille des actions

**Valeur de marché d'une action**

La valeur de marché d'une action est déterminée par le prix avec lequel on peut les acheter ou les vendre sur le marché. Ainsi, l'évolution des valeurs de marché des actions est déterminée sur la période de projection selon les simulations issues du GSE.

**Poids des actions au début/fin de période**

Le poids des actions dans le portefeuille d'actifs lors du lancement du modèle est déterminé par la relation suivante :

$$Poids\_actions(Debut\_periode)_{INCEPTION\_YEAR} = \frac{VM\_actions_{INCEPTION\_YEAR}}{VM\_actifs_{INCEPTION\_YEAR}}$$

Ainsi, on obtient le poids des actions pour les prochaines années par la formule suivante :

$$Poids\_actions(Debut\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} = Poids\_actions(Debut\_periode)_{PROJ\_YEAR_{j-1}}$$

Où le poids des actions en fin de période est :

$$Poids\_actions(Debut\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} = \frac{VM\_actions_{PROJ\_YEAR}}{VM\_actifs_{PROJ\_YEAR}}$$

**Valeur et quantité des actions achetées ou vendues**

La valeur des actions achetées ou vendues sera déterminée selon la stratégie financière adoptée lors de la construction du modèle. On présentera cette stratégie dans la partie de la modélisation des interactions Actif-Passif. Ainsi, on obtient la quantité des actions achetées ou vendues par la formule suivante :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR < CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$Quantite\_actions(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j} = \frac{Actions(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j}}{VM\_actions_{PROJ\_YEAR_j}}$$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR = CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$Quantite\_actions(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_actions(Debut\_periode)_{PROJ\_YEAR_j}$$

**Quantité des actions au début/fin de période**

La quantité des actions en fin de période dans le portefeuille lors du démarrage du modèle construit se calcule comme suit :

$$Quantite\_actions(Fin\_periode)_{INCEPTION\_YEAR} =$$

$$\frac{(RC_{INCEPTION\_YEAR} + PM\_Fin_{INCEPTION\_YEAR} + PPE_{INCEPTION\_YEAR}) \times Pourcentage\_actions}{VNC\_actions}$$

Ainsi, la quantité des actions en début de période se détermine par la formule suivante :

$$Quantite\_actions(Debut\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_actions(Fin\_periode)_{PROJ\_YEAR_{j-1}}$$

En utilisant les quantités des actions en début de périodes et les quantités achetées/vendues on obtient les quantités d'actions en fin de période dans le portefeuille :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR < CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$Quantite\_actions(Fin\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_actions(Debut\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} - Quantite\_actions(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j}$$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR = CONTRACT\_MATURITY$

Alors :

$$Quantite\_actions(Fin\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_actions(Achat/Vente)_{PROJ\_YEAR_j}$$

**La valeur de marché du portefeuille des actions**

La valeur de marché de toutes les actions détenues dans le portefeuille se calcule par la relation suivante :

$$VM\_actions\_P_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_actions(Fin\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} \times VM\_actions_{PROJ\_YEAR_j}$$

**Le poids du portefeuille actions en valeur de marché dans le portefeuille d'actifs**

Le pourcentage des actions détenues dans le portefeuille d'actifs se détermine par la formule ci-dessous :

$$Poids\_actions\_VM\_P_{PROJ\_YEAR_j} = \frac{VM\_actifs_{PROJ\_YEAR_j}}{VM\_actions_{PROJ\_YEAR_j}}$$

### 4.3.2 Valeur nette comptable du portefeuille des actions

Le calcul de la valeur nette comptable du portefeuille des actions se calcule en se basant sur la quantité des actions détenue et la valeur nette comptable de l'action qui est défini dans les hypothèses au moment de calcul. La formule de calcul est :

$$VNC\_actions\_P_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_actions(Fin\_periode)_{PROJ\_YEAR_j} \times VNC\_actions_{PROJ\_YEAR_j}$$

### 4.3.3 Gain non réalisé sur les actions

Il est défini comme le gain non réalisé sur les actions non vendues, il est obtenu par la différence entre la valeur de marché et la valeur nette comptable du portefeuille des actions :

$$Gain\_non\_realise\_Actions_{PROJ\_YEAR_j} = VM\_actions_{PROJ\_YEAR_j} - VNC\_actions_{PROJ\_YEAR_j}$$

## 4.4 Modélisation de l'actif monétaire

La gestion de la liquidité en assurance présente un enjeu pour les compagnies d'assurances. En effet, il faut s'assurer d'avoir toujours suffisamment de liquidité pour faire face aux engagements pris envers les. Ainsi, la trésorerie regroupe le montant total d'argent disponible dans la compagnie pour une bonne gestion de la liquidité.

### 4.4.1 Les flux engendrés par les différents instruments financiers

Afin de déterminer la trésorerie au début et en fin de chaque période, il faut préciser les agrégats de chaque égalité pour ceci le paragraphe qui suit détermine les flux de trésorerie engendrés pour la détention des obligations, l'intérêt sur la trésorerie et les actions vendues. Enfin les cash-flows des prestations.

**Flux des obligations :**

Les flux engendrés par la détention des obligations, à savoir les coupons perçus à chaque période sont « risque neutralisés » par le facteur d'ajustement définit dans le paragraphe sur la modélisation des obligations.

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$
Alors : $CF\_Received\_Coupon_{PROJ\_YEAR_j} = 0$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR \leq CONTRACT\_MATURITY$
Alors : $CF\_Received\_Coupon_{PROJ\_YEAR_j} = Quantit\_Obligations_{PROJ\_YEAR_{j-1}} \times Taux\_coupon \times Nominal\_Bond \times Facteur\_risque\_neutre$

Les flux des obligations en fin de contrat, à savoir les flux engendrés par la valeur nominal de l'obligation :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR <> CONTRACT\_MATURITY$
Alors : $CF\_Maturity\_Bond_{PROJ\_YEAR_j} = 0$

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR = CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $CF\_Maturity\_Bond_{PROJ\_YEAR_j} = Quantit\_Obligations_{PROJ\_YEAR_{j-1}} \times Nominal\_Bond \times Facteur\_risque\_neutre$

Le troisième flux est celui engendré par la vente/achat des obligations selon la stratégie financière développé dans la partie de la modélisation des interactions actif/passif.

**Intérêts sur la trésorerie :**

Ce flux résulte du réinvestissement du solde de la trésorerie de l'année précédente. Ainsi, il se calcule par la formule suivante :

$$Interest\_on\_Treasury_{PROJ\_YEAR_j} = ZC(O, PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR) \times Treasury(End\quad of\quad Period)_{PROJ\_YEAR_{j-1}}$$

**Flux des actions :**

Les flux des actions sont engendrés par le mécanisme de vente/achat selon la stratégie financière développé dans la partie de la modélisation des interactions actif/passif.

**Flux des prestations :**

Les flux des prestations correspondent aux décaissements de la compagnie d'assurance. Le calcul des montants des prestations est détaillé dans la partie de la modélisation du passif. Ainsi, le flux de trésorerie engendrés par les prestations :

$$CF\_Prestation_{PROJ\_YEAR_j} = Total\_Prestations_{PROJ\_YEAR_j} - Chargement_{PROJ\_YEAR_j}$$

### 4.4.2 La trésorerie au début de période

Le solde de trésorerie au début de période lors du démarrage du modèle est obtenu par la formule suivante :

$$Treasury(beginningofPeriod)_{INCEPTION\_YEAR} = TotalProvisions_{INCEPTION\_YEAR} \times Pourcentage\_Cash_{INCEPTION\_YEAR} + PM\_dbut \times \%FP\_ini$$

Le solde de trésorerie au début de période pour chaque année de projection est déterminé par la relation ci-dessous :

$$Treasury(beginningofPeriod)_{PROJ\_YEAR_j} = Treasury(EndofPeriod)_{PROJ\_YEAR_{j-1}}$$

### 4.4.3 La trésorerie en fin de période

Le solde de trésorerie en fin de période est calculé par la formule suivante :

$$\begin{gathered}Treasury(EndofPeriod)_{PROJ\_YEAR_j} = Treasury(beginningofPeriod)_{PROJ\_YEAR_j} \\ +CF\_Received\_Coupon_{PROJ\_YEAR_j} + Solded\_Bonds_{PROJ\_YEAR_j} \\ +CF\_Maturity\_Bond_{PROJ\_YEAR_j} + Solded\_Shares_{PROJ\_YEAR_j} \\ +Interest\_on\_Treasury_{PROJ\_YEAR_j} - CF\_Prestation_{PROJ\_YEAR_j}\end{gathered}$$

## 4.5 Marge financière

Elle sert à déterminer le résultat de l'assureur en termes de produits financiers. Ces derniers servent d'une part à financer l'augmentation des provisions mathématiques liées aux intérêts techniques, d'autre part à financer la participation aux bénéfices.

### 4.5.1 Les produits financiers

Les produits financiers se calculent par la formule suivante :

$$\begin{gathered}Produits\_financiers_{PROJ\_YEAR_j} = CF\_Recieved\_Coupon_{PROJ\_YEAR_j} \\ +Total\_depreciation(Surcotes+/-Decotes)_{PROJ\_YEAR_j} \\ +Interest\_on\_Treasury_{PROJ\_YEAR_j} \\ +Gain\_non\_realise\_Actions_{PROJ\_YEAR_j} \\ +Pertes\_non\_couvertes\_par\_RC_{PROJ\_YEAR_j}\end{gathered}$$

Avec :

$Total\_depreciation(Surcotes+/-Decotes)_{PROJ\_YEAR_j} = Quantite\_Obligations_{PROJ\_YEAR_{j-1}} \times Depreciation\_Bonds(VNC)_{PROJ\_YEAR_j}$

## 4.6 Total actif en valeur de marché et en valeur nette comptable

Le total actif en valeur nette comptable se calcule comme suit :

$VNC\_Actifs_{PROJ\_YEAR_j} = VNC\_Obligations\_P_{PROJ\_YEAR_j}$

$+VNC\_Actions\_P_{PROJ\_YEAR_j} + Treasury(Endofperiod)_{PROJ\_YEAR_j}$

Le total actif en valeur de marché est obtenu par la formule suivante :

$VM\_Actifs_{PROJ\_YEAR_j} = VM\_Obligations\_P_{PROJ\_YEAR_j}$

$+VM\_Actions\_P_{PROJ\_YEAR_j} + Treasury(Endofperiod)_{PROJ\_YEAR_j}$

# 5 Modélisation des intéractions Actif/Passif

Dans cette partie, on s e focalisera sur la modélisation des interactions actif/passif, notamment la stratégie de calcul de la participation aux bénéfices ainsi que les méthodes de calcul des différentes provisions techniques.

## 5.1 Politique de Revalorisation

Une politique de revalorisation est définie par l'ensemble des règles mises en place par une compagnie d'assurance lors de la revalorisation des contrats. Pour l'assureur, il existe une contrainte contractuelle qui est de fournir à *minima* le TMG ainsi qu'une contrainte réglementaire lui imposant de redistribuer une partie de son résultat. En revanche, il existe de nombreuses voies pour atteindre ces objectifs. C'est pourquoi, dans un objectif de projection de bilans comptables, il est nécessaire de modéliser, à travers la politique de revalorisation, les choix effectués par une compagnie d'assurance. De manière générale, il n'existe pas de politique de revalorisation universelle. Ainsi, la politique présentée dans ce qui suit est la politique développée dans le moteur ALM.

Dans le modèle développé, différents paniers ont été calculés afin de déterminer les montants devant être distribués à l'assuré.

### 5.1.1 Besoin en TMG

Le premier panier est constitué du montant devant être distribué afin de verser le TMG au contrat.

Ainsi, le montant nécessaire est calculé comme suit :

$Besoin\_TMG_j = TMG \times PM\_apres\_PREST_j$

### 5.1.2 Assiette contraintes contractuelles

Elle est la somme de la provision mathématique après paiement de la revalorisation contractuelle et de la PPE, qui sert de base pour le calcul de la contrainte contractuelle.

Ainsi, elle est calculée comme suit :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $Assiette\_Contrainte\_Contractuelle_j = 0$

Sinon :

$$Assiette\_Contrainte\_Contractuelle_j = PM\_apres\_paiement\_CC_j + PPE_{j-1}$$

### 5.1.3 Contrainte Contractuelle

C'est le montant que l'assureur doit distribuer aux assurés pour honorer son engagement contractuel qui est de servir le TMG.

La relation permettant de la calculer est la suivante :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $Contrainte\_Contractuelle_j = 0$

Sinon :

$$Contrainte\_Contractuelle_j = \frac{PB\_Contractuelle\_Fin \times Prod\_Fin_j \times Assiette\_Contrainte\_Contractuelle_j}{PPE_{j-1} + RC_{j-1} + PM\_FIN_{j-1}}$$

### 5.1.4 Assiette contrainte réglementaire

Elle est la somme de la provision mathématique après versement de la contrainte réglementaire et de la PPE, qui sert de base pour le calcul de la contrainte réglementaire.

Ainsi, elle est calculée comme suit :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $Assiette\_Contrainte\_Reglementaire_j = 0$

Sinon :

$Assiette\_Contrainte\_Reglementaire_j = PM\_FIN_{j-1} + PPE_{j-1}$

### 5.1.5 Contrainte Réglementaire

C'est le montant garantit aux assurés au-delà du TMG qui est spécifié au niveau des clauses contractuelles. Il est calculé en fonction des résultats financiers et techniques de l'assureur comme suit :

Si : $PROJ\_YEAR_j - INCEPTION\_YEAR > CONTRACT\_MATURITY$

Alors : $Contrainte\_Reglementaire_j = 0$

Sinon :

Si : $MT\_Chrgt_j - MT\_Frais_j > 0$

Alors :

$Contrainte\_Reglementaire_j = (\frac{PB\_Reg\_Fin \times Prod\_Fin_j \times Assiette\_Contrainte\_Reglementaire_j}{PPE_{j-1} + RC_{j-1} + PM\_FIN_{j-1}}$
$+ (MT\_Chrgt_j - MT\_Frais_j) \times PB\_Reg\_Tech)^+$

Sinon :

$Contrainte\_Reglementaire_j = (\frac{PB\_Reg\_Fin \times Prod\_Fin_j \times Assiette\_Contrainte\_Reglementaire_j}{PPE_{j-1} + RC_{j-1} + PM\_FIN_{j-1}}$
$+ (MT\_Chrgt_j - MT\_Frais_j))^+$

### 5.1.6 Revalorisation de l'épargne

Le montant issu de la revalorisation est calculé comme suit :

$$MT\_Revalo\_Epargne_j = PM\_FIN_j + Dotation\_PPE_j - PM\_apres\_PREST_j$$

## 5.2 Stratégie financière

### 5.2.1 Hypothèses d'investissement et de désinvestissement

La trésorerie regroupe le montant total d'argent disponible dans la compagnie pour assurer la liquidité et faire face aux engagements à tous moments. Ainsi, le solde de trésorerie correspond à la différence entre les encaissements et les décaissements de l'assureur.

La stratégie financière implémenté dans le cadre de cette étude dépend du solde de trésorerie. En d'autres termes, s'il est excédentaire on le réinvesti chaque année pour générer des intérêts de trésorerie, et s'il est déficitaire on procède à des cessions d'actifs.

Dans le cas de désinvestissement, on commence par vendre les actifs risqués à savoir les actions. Dans le cas où ce désinvestissement est toujours insuffisant, l'assureur procède par des ventes des obligations.

### 5.2.2 Vente d'actifs risqués

Dans le cadre du modèle développé, les actifs risqués sont représentés par les actions. Ainsi, la vente des actions se fait selon la formule suivante :

$$Shares(Buy/Sell)_{PROJ\_YEAR_j} = min(VM\_actions_{PROJ\_YEAR_{j-1}};$$

$$Reste\_a\_payer \times Poids\_actions\_VM_{PROJ\_YEAR_j})$$

### 5.2.3 Vente d'obligations

Dans le cas où la vente des actions reste insuffisante pour compenser le déficit de la trésorerie, on vend les obligations selon la relation suivante :

$$Bonds(Buy/Sell)_{PROJ\_YEAR_j} = min(VM\_Obligations_{PROJ\_YEAR_{j-1}};$$
$$Reste\_a\_payer \times Poids\_Obligations\_VM_{PROJ\_YEAR_j})$$

# 6 Calcul des indicateurs de S2

## 6.1 Calcul du Best Estimate

Le Best Estimate correspond à l'estimation explicite, objective et pondérée par les probabilités (c'est-à-dire l'espérance mathématique) de l'écart de la valeur actualisée des sorties de trésorerie futures sur la valeur actualisée des entrées de trésorerie futures qui découleront de l'exécution des contrats d'assurance par l'organisme.

Ainsi le BE de l'année j pour un scénario économique k se calcule de la manière suivante :

$$BE_{j,k} = \sum_{i=PROJ\_YEAR_j}^{T=2030} CF\_Total_i \times Deflateur_{i,k}$$

Avec :

$$CF\_Total_j = Production\_financiere_j + Reserve\_capitalisation + Prestations_j + Frais\_Payes_j$$

En appliquant la méthode de Monte Carlo, on obtient le BE stochastique moyen. L'algorithme suivante explique la méthode de Monte Carlo :

## 6.2 Calcul de la Value In Force

La VIF est égale à la valeur actuelle des résultats futurs distribuables (PVFP), c'est à nets d'impôt, d'un portefeuille de contrats en run-off.
Un contrat en Run-off, c'est un contrat dont durant la projection n'y a pas l'entrée de nouveaux contrats.

La VIF de l'année k se calcule par la relation suivante :

$$VIF_k = \sum_{j=PROJ\_YEAR_k}^{T=2030} Resultat\_net\_IS_j \times Deflateur_j$$

Avec :

$Resultat\_brut\_IS_{PROJ\_YEAR_k} = Primes_{PROJ\_YEAR_k} + Produits\_financieres_{PROJ\_YEAR_k} + Chargements_{PROJ\_YEAR_k} - Prestations_{PROJ\_YEAR_k} - Frais_{PROJ\_YEAR_k} - Variation\_provisions_{PROJ\_YEAR_k}$

## 6.3 Calcul de la valeur temps des options et garanties TVOG

La valeur temps des options et garanties est égale à la différence entre le BEL stochastique calculé sur 1000 simulations et le BEL déterministe calculé sur le scénario moyen.

Les contrats d'épargne Euro comportent des garanties et options qu'il faut valoriser. Cette valorisation requiert le recours à des techniques de modélisation stochastiques afin de déterminer la valeur temps de ces options.

La TVOG se calcule par la différence entre la valeur stochastique et la valeur déterministe du BE déterminé dans le scénario central. Ainsi, on obtient la formule de calcul suivante :

$$TVOG = BEI_{sto} - BEL_{det}$$

Où,

Le BEL stochastique correspond à la valeur moyenne des BE sur l'ensemble des scénarios selon la méthode de Monte Carlo.

# Chapitre 3

# Présentation et analyse des résultats

## 1 Données et hypothèses

Le modèle développé dans le cadre de ce mémoire a été réalisé sur un portefeuille fictif d'un assureur vie vendant un seul contrat d'épargne euro. Les différentes hypothèses du portefeuille d'actifs et du passif sont représentées par le tableau ci-dessous :

Il convient de noter que les différents postes de l'actif, du passif, du bilan et du compte de résultats seront représenté dans l'annexe.

| | | |
|---|---|---|
| Inception Year | 2020 | Inception_Year |
| Insurance Numbers | 1 | Insurance_Numbers |
| PM/insurer | 10,000.00 | PM_Insurer |
| Middle Age | 50 | Avreage_Age |
| Chargements | 4% | Fees_PM |
| Frais - % des PM | 1% | Fees_Variable_Contract |
| Frais - fixe par contrat | 1% | Fees_Fixe_Contract |
| TMG | 0.0% | Min_TMG |
| % FP initialement | 10% | Initial_FP |
| Distribution réglementaire du résultat technique | 90% | PB_REG_TECH |
| Distribution réglementaire des produits financiers | 85% | PB_REG_FIN |
| Distribution contractuelle des produits financiers | 90% | PB_Contract_FIN |
| Contract Maturity | 10 | Contract_Maturity |
| Nominal obligation | 100 | Nominal_Bond |
| Taux de coupon | 10% | Rate_Coupon |
| VM One Bond 10 ans | 10 | VM_Bond |
| VNC One Bond 10 ans | 10 | VNC_Bond |
| VM One Share | 100 | VM_Share |
| VNC One Share | 100 | VNC_Share |
| Taux d'imposition | 0% | Tax_Rate |
| Taux d'inflation | 1% | Inflation_Rate |
| Percentage Bond 10 ans | 80% | Volume_Bond |
| Percentage Shares | 10% | Volume_Shares |
| Percentage Cash | 10% | Volume_Cash |
| Reserve Capitalisation | 100 | Res_CAPI |
| PPE | 100 | PPE |
| Lapse Rate | 3% | Lapse_Rate |

Table 3.1 – Données et hypothèses du portefeuille d'actifs et de passif

# 2 Les flux du passif

## 2.1 Les prestations

Les prestations modélisées lors de l'implémentation du modèle sont les décès et les rachats. Ainsi, son évolution en fonction des années de projection est présentée sur la figure suivante :

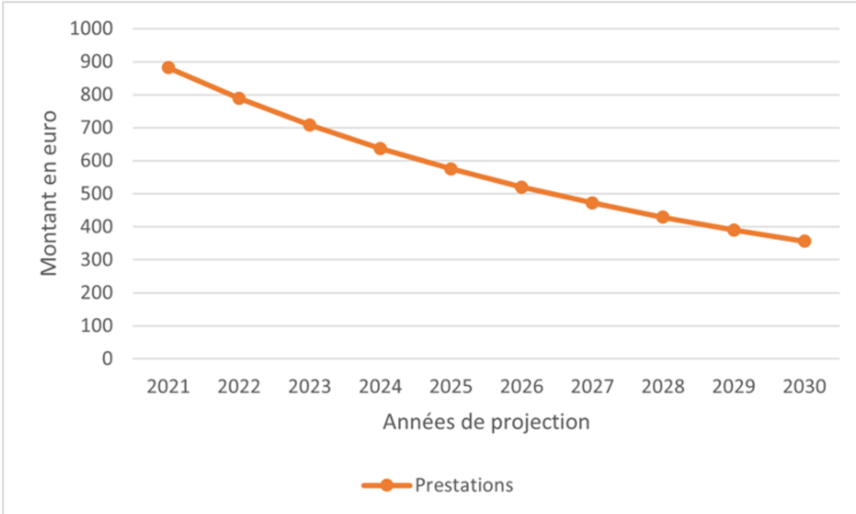


FIGURE 3.1 – L'évolution des prestations au cours du temps

Les prestations totales baissent régulièrement jusqu'à atteindre 356 € à la fin de la projection. En effet, au début de la projection, l'encours de l'assureur est plus important ainsi les prestations à verser sont plus élevées. Cependant, lorsque les assurés commencent à décéder ou à racheter leur contrats l'encours diminue régulièrement ce qui entraîne la baisse des prestations totales.

## 2.2 La provision mathématique

Dans la figure ci-dessous on observe l'évolution de la PM au cours du temps pour un contrat d'épargne en euro :

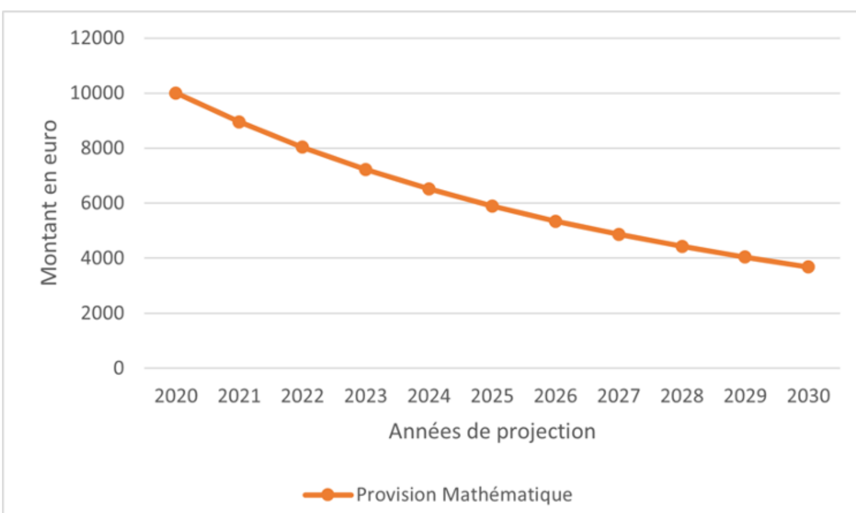


FIGURE 3.2 – L'évolution de la PM au cours du temps

Comme attendu, on remarque que l'évolution des PM est similaire à celle des prestations pour les mêmes raisons. En effet, les rachats et les décès entraînent des décaissement chez l'assureur pour qu'il puisse payer ces prestations, ce qui impacte l'évolution de la provision mathématique.

# 3 Les flux de l'actif

## 3.1 Composition de l'actif

Comme évoqué dans les données et les hypothèses, la composition du portefeuille d'actifs est comme suit :

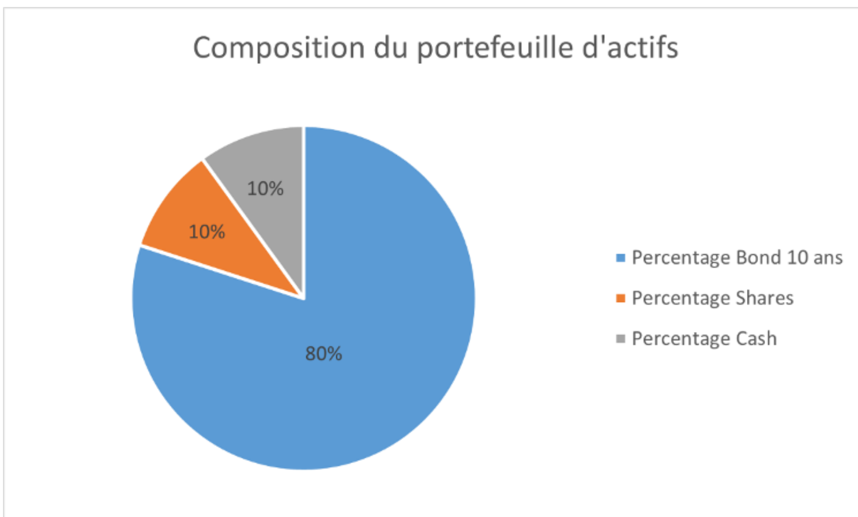


FIGURE 3.3 – La répartition du portefeuille d'actifs

Les obligations détenues dans le portefeuille obligataire sont toutes de maturité 10 ans.

Au 31/12/2020, les réserves mathématiques du contrat sont représentées par la valeur du fonds d'actifs :

| 31/12/2020 | |
|---|---|
| **Assets in Market Value** | |
| **Market Value (Bond Portfolio)** | **8160** |
| **Market Value (Shares Portfolio)** | **1020** |
| **Treasury** | **2020** |

TABLE 3.2 – La valeur de marché des actifs au 31/12/2020

## 3.2 Les actions

En adoptant le paramétrage obtenu suite au calibrage du modèle de Black & Scholes, on effectue la simulation des taux de rendements des actions. Ainsi, l'évolution de la valeur de marché des actions, avec une valeur initiale de 100 €, au cours du temps selon le scénario moyen est représentée par le graphique ci-dessous :

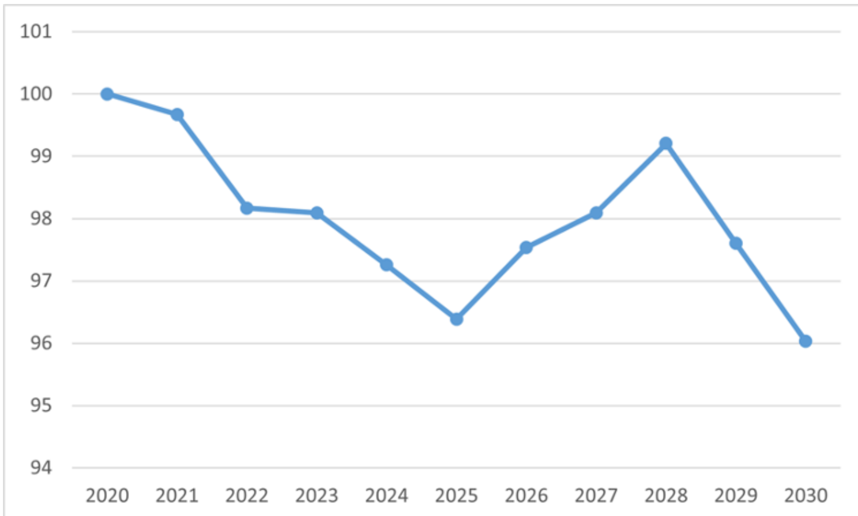


FIGURE 3.4 – Évolution de la valeur de marché d'une action

## 3.3 Les obligations

Le portefeuille obligataire se compose uniquement d'obligations à taux fixe de valeur nominale égale à 100 € et une valeur de marché de 10 € au 31/12/2020.

Comme le taux de coupon est le même pour les obligations détenues, les flux des coupons seront constants tout au long de la projection. L'autre flux des montants de remboursements sera encaissé à la maturité des obligations.

## 3.4 La trésorerie

L'évolution de la trésorerie au cours du temps est représentée par la figure suivante :

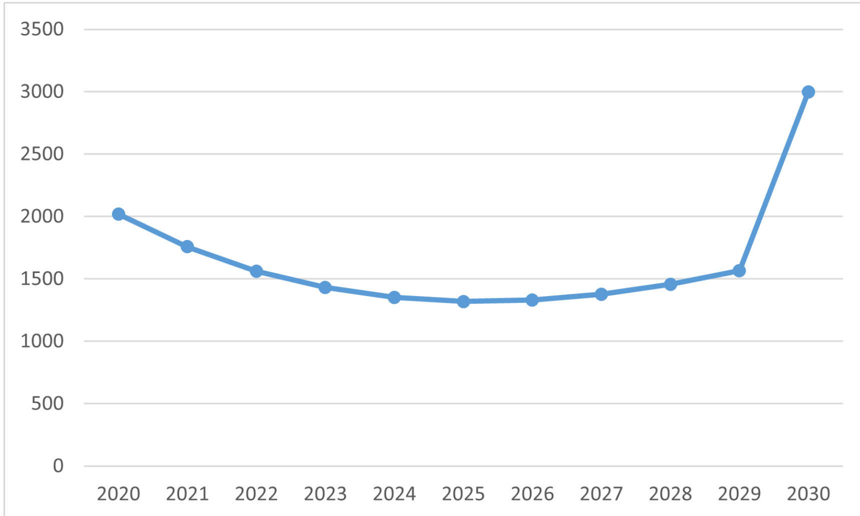


FIGURE 3.5 – Évolution de la trésorerie au cours du temps

Les flux qui impacte d'une manière importante l'évolution de la trésorerie sont celles des prestations et celles des montants de remboursements des obligations qui arrivent à maturité. En effet, les flux des coupons sont constants tout au long de la projection, et les intérêts sur la trésorerie peut être négligé devant ces grandes flux.

Ainsi, la forme convexe de l'évolution de la trésorerie durant les 9 premières années de projection est due à l'évolution des prestations au cours du temps. En effet, durant les 5 premières années on remarque une diminution de la trésorerie parce que les montants des prestations étaient toujours plus importants que les autres flux. Cependant, dans les 4 années qui suivent on constate une légère augmentation de la trésorerie parce que les montants des prestations ont baissé par rapport aux autres flux. Enfin, l'augmentation significative de la trésorerie dans la dernière année est due à l'encaissement des montants de remboursements des obligations arrivant à maturité.

# 4 Présentation du compte de résultats et du bilan

## 4.1 Le compte de résultats

Le compte de résultat projeté sur un horizon de 10 ans se présente comme suit (pour une meilleure lisibilité seulement les premiers trois ans ont été représentés) :

| Local Gaap Profit & Loss | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| (+) Primes | 10000 | 0 | 0 | 0 |
| (+) Chargement | | 400.00 | 358.05 | 321.36 |
| (+) Produits financiers | | 14.36 | 12.22 | 10.61 |
| (-) Prestations | | -882.00 | -789.50 | -708.60 |
| (-) Frais | | -200.00 | -179.02 | -160.68 |
| - Variation provisions | | 882.00 | 789.50 | 708.60 |
| Résultat brut d'IS | | 199.13 | 180.34 | 163.62 |
| Impôt | | 0 | 0 | 0 |
| Résultat net d'IS | | 199.1288269 | 180.3432513 | 163.6238575 |

FIGURE 3.6 – Compte des résultats

L'évolution du résultat de l'assureur sur 10 ans est représenté par la figure ci-dessous :

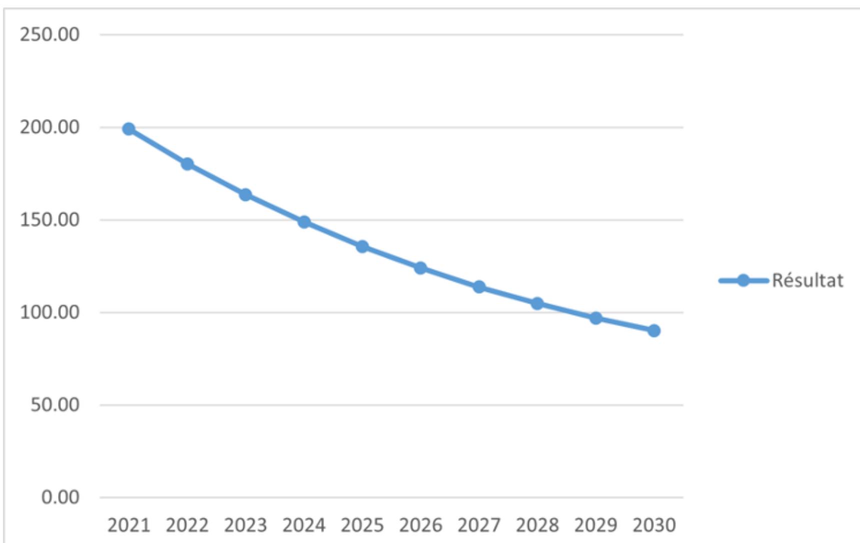


FIGURE 3.7 – Évolution du résultat au cours du temps

On remarque que le résultat de l'assureur, définit comme les produits diminués des charges, a baissé au cours du temps. Cela s'explique par les décaissements de la compagnie d'assurance pour payer les prestations et honorer ses engagements envers les assurés.

Comme évoqué précédemment, les fonds propres se définissent comme le cumul des résultats de l'assureur au cours du temps. Malgré la tendance baissière du résultat de l'assureur, on remarque qu'il n'a pas enregistré un résultat négatif tout au long de la projection. Ainsi, les fonds propres ont connu une augmentation progressive au cours du temps. En effet, on a lancé le modèle avec 10% de la prime initiale soit un total de 1000 €, en 2030 on remarque des fonds propres de l'ordre de 2356 €.

La figure suivante illustre l'évolution des fonds propres :

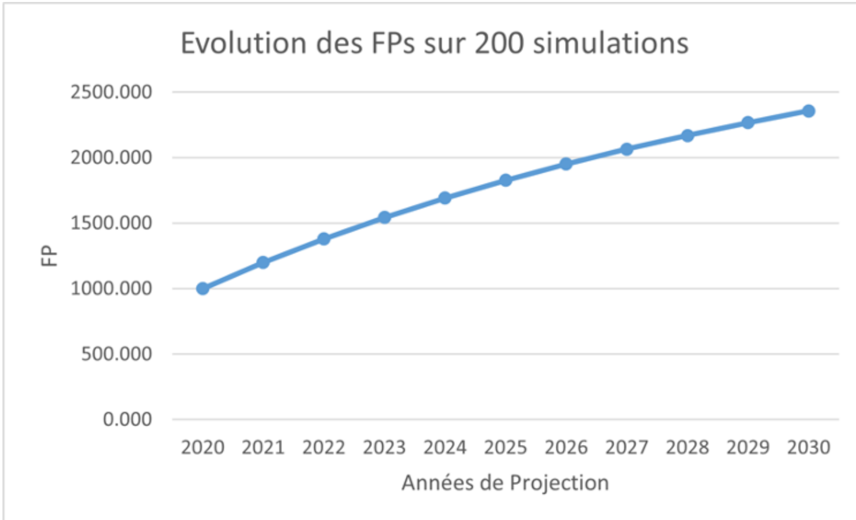


FIGURE 3.8 – Évolution des FPs au cours du temps

## 4.2 Le bilan économique

Le bilan économique projeté sur un horizon de 10 ans se présente comme suit (pour une meilleure lisibilité seulement les premiers quatre ans ont été représentés) :

| Balance Sheet (Market Value) | 31/12/2020 | 31/12/2021 | 31/12/2022 | 31/12/2023 |
|---|---|---|---|---|
| **Assets in Market Value** | | | | |
| Market Value (Bond Portfolio) | 8,160.00 | 7,717.87 | 7,287.52 | 6,867.50 |
| Market Value (Shares Portfolio) | 1,020.00 | 1,016.62 | 1,001.33 | 1,000.50 |
| Treasury | 2,020.00 | 1,756.99 | 1,563.36 | 1,430.62 |
| **Total Actif** | **11,200.00** | **10,491.48** | **9,852.20** | **9,298.63** |
| **Liabilities** | | | | |
| Fonds propres | 1,000.00 | 1,214.36 | 1,405.60 | 1,576.90 |
| VIF (Sto) = (VIF Det - TVOG) | 1,000.57 | 811.92 | 646.71 | 501.81 |
| **BEL** | **9,137.08** | **8,440.39** | **7,811.17** | **7,242.12** |
| Bel Det | 8,738.32 | 8,068.15 | 7,466.15 | 6,924.78 |
| TVOG | 398.76 | 372.24 | 345.02 | 317.33 |
| Impôt différés | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| **Total Passif** | **11,137.65** | **10,466.67** | **9,863.47** | **9,320.83** |

FIGURE 3.9 – Projection du bilan économique

La valorisation du bilan est basée sur la valeur économique de ses différents postes. En d'autres termes, chaque élément est représenté en utilisant sa valeur de marché ou une valeur cohérente avec celle du marché.

D'une part, l'actif est constitué des obligations, des actions et de l'actif monétaire. La valeur de marché de l'actif total en 31/12/2020 est de 11200 € alors qu'elle de 10491.48 € en 31/12/2021. En effet, cela est expliqué par la baisse des valeurs de marché des obligations et des actions, ainsi que la trésorerie qui est impacté par les décaissements importantes afin de payer les prestations des rachats et des décès.

La figure ci-dessous illustre l'évolution de l'actif total entre 31/12/2020 et 31/12/2021 :

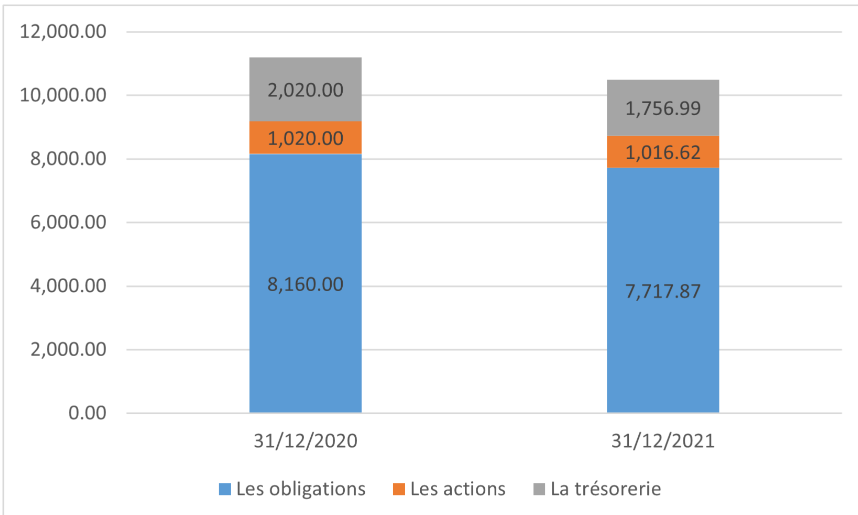


FIGURE 3.10 – Evolution de l'actif total entre 31/12/2020 et 31/12/2021

D'autre part, le passif se compose des fonds propres, de la VIF, du BE et des Impôts. On remarque que le passif a diminué de 11137.65 € en 31/12/2020 à 10466.67€ en 31/12/2021. Cela est due, sauf pour les fonds propres, à la baisse qu'ont connu les différents postes du passif. On analysera en ce qui suit l'évolution de chacun de ces postes.

### 4.2.1 Le Best Estimate

On présentera sur la figure suivante l'évolution des flux du BE actualisés à l'aide de la courbe des taux zéro-coupon modélisés par le modèle de Vasicek :

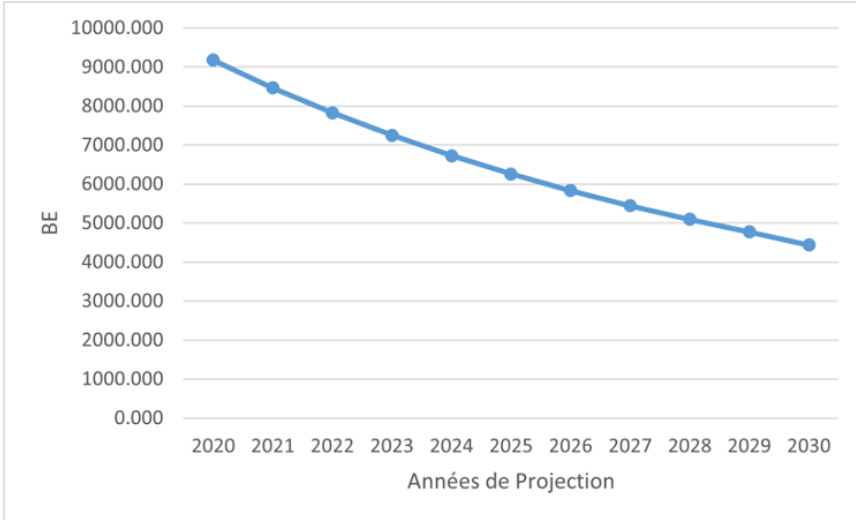


FIGURE 3.11 – L'évolution du BE au cours du temps

On remarque une baisse progressive du BE de la même manière que la PM. En effet, le BE correspond aux flux des frais, des prestations, des produits financiers et des chargements actualisés augmentés de la TVOG. D'une part, les sorties par décès et par rachat et l'absence des productions nouvelles, à cause de l'hypothèses de la projection en run-off, impliquent une diminution au cours du temps des flux constituants le BE. D'autre part, la TVOG évolue selon une tendance baissière comme on va constater ultérieurement.

### 4.2.2 La VIF

L'évolution de la VIF est représentée par le graphique suivant :

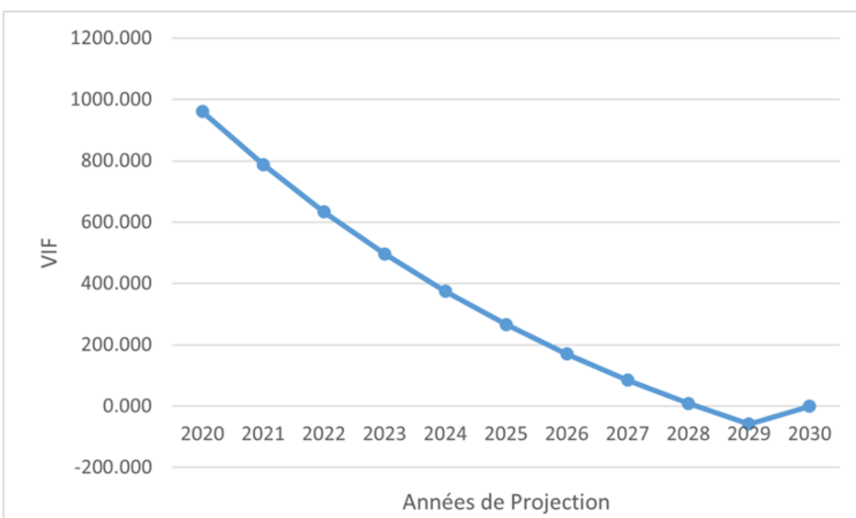


FIGURE 3.12 – Évolution de la VIF au cours du temps

On remarque que l'évolution de la VIF suit celle du résultat de l'assureur qui a connu une baisse régulière au cours du temps. En effet, la VIF est définie comme étant les bénéfices que l'assureur va réaliser dans le futur. Ainsi, suite aux décaissements de l'assureur afin d'honorer ses engagements, son résultat va décroitre tout au long de la projection jusqu'à l'écheance du contart.

### 4.2.3 La TVOG

La TVOG est définie comme la valeur des risques financiers, son évolution est représentée par le graphique suivant :

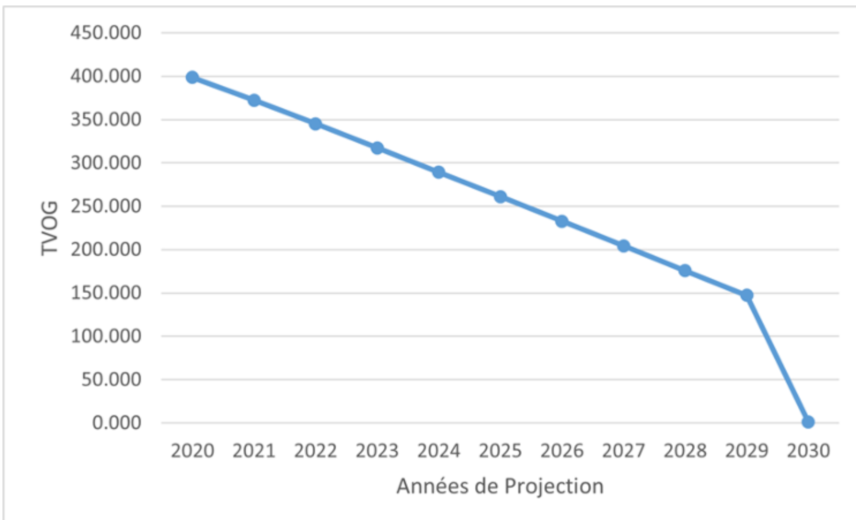


FIGURE 3.13 – Évolution de la TVOG au cours du temps

On remarque une diminution progressive de la TVOG. En effet, l'assureur dispose d'une richesse initiale représentée par ses fonds propres ainsi qu'un portefeuille d'actifs ce qui lui permet de financer les garanties (TMG, PB) et les options (Rachat) proposées dans le contrat. Ainsi, la valeur temps de ces garanties et options va diminuer au cours du temps.

### 4.2.4 Les écarts de convergence

Dans le cadre de ce modèle ALM, on s'est basé sur l'écart actif-passif pour valider le modèle. De ce fait on a suivi le ratio :

$$\theta = \frac{\text{Total actif - Total passif}}{\text{Total actif}}$$

La figure suivante représente l'évolution du ratio au cours du temps :

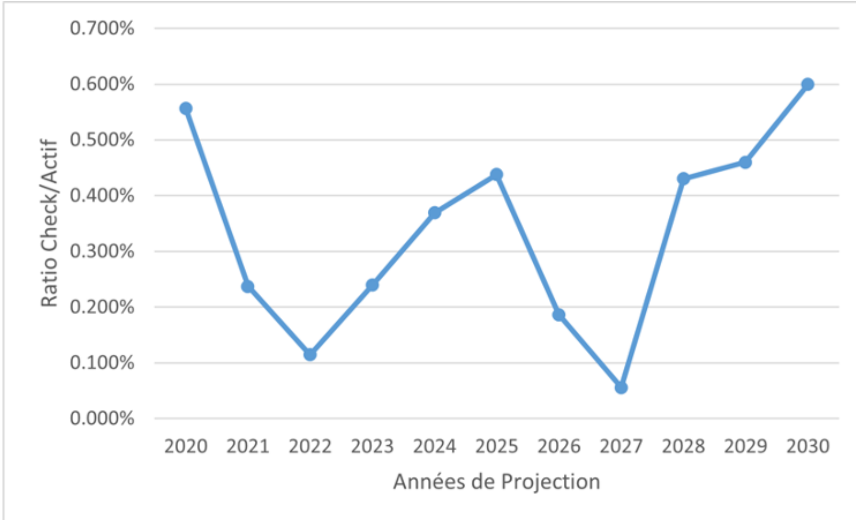


FIGURE 3.14 – Évolution du ratio  au cours du temps

On remarque que le ratio est inférieur à 1% tout au long de la projection. Ainsi, les écarts actif-passif tout au long de la projection amène à accepter le modèle pour modéliser ce contrat d'épargne euro.

# Chapitre 4

# Conclusion

L'objectif principal de ce mémoire était de construire un modèle de gestion actif-passif pour un contrat d'Epargne euro. Ainsi, ce mémoire détaille les étapes nécessaires à l'élaboration d'un modèle ALM épargne euro : étude des besoins, construction d'un générateur de scénarios économiques, modélisation actif-passif, implémentation et analyse des résultats.

Après avoir présenter le cadre général et réglementaire de l'assurance vie, on a construit un générateur de scénarios économiques permettant de modéliser les différents éléments de l'actif. Il s'agit du modèle de Vasicek pour la modélisation de la structure par terme des taux d'intérêts, et le modèle de Black Scholes pour la modélisation des taux de rendements des actions.

Les tables stochastiques issues du GSE ont permis de simuler l'évolution des flux générés par le portefeuille d'actifs, de modéliser les interactions actif-passif ainsi que de calculer les indicateurs de la Solvabilité 2 (BE, VIF et TVOG). Au niveau du passif, on s'est basée sur des hypothèses simplificatrices pour modéliser les montants des prestations.

Enfin, on a présenté et analysé le bilan économique et le compte de résultats projetés sur 10 ans. Pour tester la pertinence du modèle développé, on a suivi le ratio définit par l'écart actif-passif rapporté à l'actif total, cet indicateur est maintenu inférieur à 1% tout au long de la projection, ce qui permet de juger le modèle comme valide pour la modélisation d'un contrat épargne euro. Il convient de noter que ce modèle n'est pas réaliste, mais il peut être le point de départ d'un projet ALM Epargne Euro solide modélisant ce type de contrat.

# Chapitre 5

# Bibliographie


— Marri, F. Cours Assurance Vie. INSEA.

— Gadih, S. Juin, 2013. Gestion actif-passif en assurance vie.

— Bourgeon, T. 2014. Modélisation d'un contrat d'épargne sous Solvabilité 2 et étude de sensibilités du SCR associé.

— OUADEIH, M. 2018. Implémentation d'une nouvelle méthode de modélisation des flux de passif d'un contrat Epargne dans un modèle ALM et comparaison avec la méthode 'Flexing'.

— Optimind, ALM et Solvabilité 2 : Apparition de nouveaux indicateurs de risque dans les études d'allocation stratégique.

— El Qalli, Y. Cours Courbe des Taux et Produits à Revenu Fixe. INSEA.

— El Qalli, Y. Cours Simulation des modèles financiers. INSEA.

— Charpentier, A. 2006. Méthodes numériques en finance.

— Bjork, T. Arbitrage Theory in Continuous Time.

— Baihi, N. Hakimi, M. Juin 2019. Structure par terme des taux d'intérêt au Maroc : Modélisation et prévisions.

# Chapitre 6

# Webographie

- http ://www.ressources-actuarielles.net/
- https ://www.boursorama.com/
- https ://www.eiopa.europa.eu/
- https ://www.banque-france.fr/

# Chapitre 7

# Annexe

### Liste des variables utilisées lors de la construction du modèle ALM

| Variables | Commentaire |
|---|---|
| PREST_TOT | Montant Total des prestations |
| RACH_PART | Montant des rachats partiels |
| DECES | Montant des décès |
| RACHAT_TOT | Montant des rachats totaux |
| PROJ_YEAR | Année de projection |
| INCEPTION_YEAR | Année de souscription ou encore année d'évaluation |
| CONTRACT_MATURITY | Echéance du contrat |
| TAUX_RACH | Taux de rachat |
| TMG | Montant des décès |
| PM_FIN | PM de clôture |
| TAUX_DECES | Taux de décès |
| Taux_PB_Sortie | Taux de PB de sortie |
| MT_Chrgt | Montant des chargements |
| Taux_Chrgt | Taux de chargement |
| Taux_Inf | Taux d'inflation |
| RC | Reserve de Capitalisation |
| Unrealised_Gains_Bonds | Gain non réalisé sur les obligation |
| PM_après_PREST | Provision mathématique après paiement des prestations |
| PM_après_REVALO | Provision mathématique après revalorisation au TMG |
| PM_après_vers_CC | Provision mathématique après versement de la contrainte cpntractuelle |
| PM_après_paiement_CC | Provision mathématique après paiement de la contrainte contractuelle |
| TOT_PROV | Total des provisions |
| CF_Bond | Les flux générés par les obligations |
| Nominal_Bond | La valeur nominal de l'obligation |
| VM_Bond | Valeur de marché de l'obligation au lancement du modèle |
| VT | Valeur théorique de l'obligation |
| VM_Obligations | Valeur de marché de l'obligation lors de la projection |
| VM_Obligations_P | Valeur de marché du portefeuille obligataire |
| Poids_Obligations_VM | Poids des obligations en valeur de marché dans le portefeuille d'actifs |
| Depreciation_Bonds | La dépréciation Surcote Décote des obligation |
| VM_actions | Valeur de marché des actions |
| VM_actifs | Valeur de marché du total de l'actif |
| Pourcentage_actions | Pourcentage des actions dans le portefeuille d'actifs |
| VNC_actions | Valeur nette comptable des actions |
| CF_Received_Coupon | Les flux des actions en termes des coupons |
| CF_Maturity_Bond | Les flux des obligations lors de l'écheance |
| Interest_on_Treasury | L'interet sur la trésorerie |
| CF_Prestation | Les flux des prestations |
| PM_début | La provision mathématique lors du lancement du modèle |
| %FP_ini | Pourcentage des fonds propres lors du lancement du modèle |
| Pourcentage_Cash | Pourcenatge de l'actif monétaire |
| Solded_Bonds | Flux des obligations vendues |
| Solded_Shares | Flux des actions vendues |
| VM_actions_P | Valeur de marché du portefeuille obligataire |
| PB_Reg_Fin | Distribution réglementaire des produits financiers |
| Prod_Fin | Les produits financiers |
| PB_Contractuelle_FIN | Distribution contractuelle des produits financiers |
| PB_Reg_Tech | Distribution réglementaire du résultat technique |

## Les sorties du modèle ALM

### Projection des flux de l'actif

| Neutralised Risk Factor | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Neutralised Risk Factor | | 0.050 | 0.05 | 0.05 |
| One Bond Cash Flows | | 10.00 | 10.00 | 10.00 |
| Discounted One Bonds Cash Flows | | 198.36 | 188.32 | 178.26 |
| Neutralised Risk for One Bond Cash Flows | | 0.50 | 0.50 | 0.50 |
| Check | OK : VA = VM | | | |

Cash Flows Projection (Assets)

| BONDS | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Depreciation Bonds VNC +/- | | -0.50 | -0.50 | -0.50 |
| Received Coupon (per Bond) | | 0.50 | 0.50 | 0.50 |
| One Bond (VNC) | 10.00 | 9.50 | 9.01 | 8.51 |
| Bonds +/- (Buy / (Sell) | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Quantity of Bonds +/- (Buy / (Sell) | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Unrealised gains of Bonds | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| One Bond (MV) | 10.00 | 9.46 | 8.93 | 8.42 |
| Quantity Bonds | 816.00 | 816.00 | 816.00 | 816.00 |
| **Bonds (VNC)** | **8160.00** | **7755.37** | **7350.74** | **6946.11** |
| **Bonds (VM)** | **8160.00** | **7717.87** | **7287.52** | **6867.50** |
| %Percentage Bonds (VM) | 72.9% | 73.6% | 74.0% | 73.9% |

| SHARES | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| One Shares (MV) | 100.00 | 99.67 | 98.17 | 98.09 |
| % Percentage Shares (Beging of Period) | 9.1% | 9.1% | 9.7% | 10.2% |
| Shares +/- (Buy/ (Sell) | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| % Percentage Shares (End of Period) | 9.1% | 9.7% | 10.2% | 10.8% |
| Shares Quantity (Beging of Period) | | 10.20 | 10.20 | 10.20 |
| Quantity of Shares +/- (Buy/ (Sell) | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Shares Quantity (End of Period) | 10.20 | 10.20 | 10.20 | 10.20 |
| Total unrealised gains of shares | | -3.38 | -18.67 | -19.50 |
| **Shares (VNC)** | **1020.00** | **1020.00** | **1020.00** | **1020.00** |
| **Shares (VM)** | **1020.00** | **1016.62** | **1001.33** | **1000.50** |
| %Percentage Shares (VM) | 9.1% | 9.7% | 10.2% | 10.8% |

| TREASURY | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Treasury (beging of Period) | 2020.00 | 2020.00 | 1756.99 | 1563.36 |
| (+) CF Received Coupon | | 411.37 | 411.37 | 411.37 |
| (+) Solded Bonds | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| (+) CF Maturity Bond | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| (+) Solded Shares | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| (+) Interest on Treasury | | 7.61 | 5.47 | 3.86 |
| (-) CF Prestation | | 682.00 | 610.47 | 547.97 |
| Treasury (End of Period) | 2020.00 | 1756.99 | 1563.36 | 1430.62 |

| FINANCIAL MARGIN | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| CF Received Coupon | | 411.37 | 411.37 | 411.37 |
| Total Depreciation (Surcôtes +/- Décôtes) | | -404.63 | -404.63 | -404.63 |
| Unrealised gains of shares | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Interest on Treasury | | 7.61 | 5.47 | 3.86 |
| Pertes non couvertes par la RC | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Produits financiers | | 14.36 | 12.22 | 10.61 |

### Projection des flux du passif

**Cash Flows Projection (Liabilities)**

| Cash Flows / Inflows | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Total Prestations | | 1082.00 | 968.52 | 869.36 |
| Frais | | 200.00 | 179.02 | 160.70 |
| Prestations | | 882.00 | 789.50 | 708.67 |
| Rachats Partiels | | 300.00 | 268.54 | 241.04 |
| Rachats Totaux | | 291.00 | 260.48 | 233.81 |
| Mortalité | | 291.00 | 260.48 | 233.81 |
| Chargements | | 400.00 | 358.05 | 321.39 |

| Revalorisation | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Revalorisation TMG | | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| | | | | |
| Assiette contraintes contractuelles | | 10100.00 | 9397.29 | 8588.81 |
| Contraintes contractuelles | | 12.80 | 11.09 | 9.61 |
| | | | | |
| Assiette contraintes réglementaires | | 10100.00 | 9218.00 | 8428.50 |
| Contraintes réglementaires | | 192.08 | 171.39 | 153.54 |

| PPE | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Dotation PPE | | 179.29 | 160.31 | 143.92 |
| Reprise PPE | | 12.50 | 33.35 | 49.22 |
| PPE | 100.00 | 266.79 | 393.75 | 488.45 |
| Variation de PPE | | -166.79 | -126.96 | -94.70 |

| Reserve de CAPI | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Réserve de capitalisation | 100.00 | 100.00 | 100.00 | 100.00 |

| Provision Mathématique | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| PMDébut | 10,000.00 | | | |
| | | | | |
| PMaprès prestations | | 9118.00 | 8161.71 | 7326.09 |
| PMaprès revalo au TMG | | 9118.00 | 8161.71 | 7326.09 |
| PMaprès versement de la contrainte contractuelle | | 9118.00 | 8161.71 | 7326.09 |
| | | | | |
| PMaprès paiement revalorisation contractuelle | 10,000.00 | 9130.50 | 8195.06 | 7375.31 |
| | | | | |
| PMFin [Après versement de la contrainte réglementaire] | 10,000.00 | 8951.21 | 8034.76 | 7231.39 |

| Validation Calcul | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| Prestations payées ? | | OK | OK | OK |
| TMG | | OK | OK | OK |
| Contrainte contractuelle | | OK | OK | OK |
| Contrainte réglementaire | | OK | OK | OK |

### Calcul des indicateurs de la Solvabilité 2

| Calculation of SII indicators |
|---|

| BEL calculation | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| (+) Frais payés | | 200.00 | 179.02 | 160.70 |
| (+) Prestations | | 882.00 | 789.50 | 708.67 |
| (-) Chargements | | -400.00 | -358.05 | -321.39 |
| (-) Production Financière | | -14.36 | -12.22 | -10.61 |
| **Cash Flows Total** | | **667.64** | **598.26** | **537.36** |
| **Cash Flows (fin de période)** | | **0.00** | **0.00** | **0.00** |
| | | | | |
| BEL déterministe (issu du modèle de projection) | 8,108.16 | 7,437.99 | 6,835.99 | 6,294.62 |
| BEL déterministe (fin de période) | 630.16 | 630.16 | 630.16 | 630.16 |
| **BEL Total** | **8,738.32** | **8,068.15** | **7,466.15** | **6,924.78** |

| Value In Force | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| **Value In Force** | **1,399.33** | **1,184.16** | **991.73** | **819.15** |

| Total Value of Options Garantees | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| **TVOG** | **398.76** | **372.24** | **345.02** | **317.33** |

Financial Statement Reporting

### Bilan économique et Compte de résultats

| Balance Sheet (Market Value) | 31/12/2020 | 31/12/2021 | 31/12/2022 | 31/12/2023 | 31/12/2024 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Assets in Market Value** | | | | | |
| Market Value (Bond Portfolio) | 8,160.00 | 7,717.87 | 7,287.52 | 6,867.50 | 6,456.47 |
| Market Value (Shares Portfolio) | 1,020.00 | 1,016.62 | 1,001.33 | 1,000.50 | 992.02 |
| Treasury | 2,020.00 | 1,756.99 | 1,563.36 | 1,430.62 | 1,351.45 |
| **Total Actif** | **11,200.00** | **10,491.48** | **9,852.20** | **9,298.63** | **8,799.94** |
| **Liabilities** | | | | | |
| Fonds propres | 1,000.00 | 1,214.36 | 1,405.60 | 1,576.90 | 1,730.91 |
| VIF (Sto) = (VIF Det - TVOG) | 1,000.57 | 811.92 | 646.71 | 501.81 | 374.67 |
| **BEL** | **9,137.08** | **8,440.39** | **7,811.17** | **7,242.12** | **6,726.73** |
| Bel Det | 8,738.32 | 8,068.15 | 7,466.15 | 6,924.78 | 6,437.40 |
| TVOG | 398.76 | 372.24 | 345.02 | 317.33 | 289.33 |
| Impôt différés | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| **Total Passif** | **11,137.65** | **10,466.67** | **9,863.47** | **9,320.83** | **8,832.31** |
| *Check* | *62.347* | *24.807* | *-11.272* | *-22.200* | *-32.369* |
| *Delta check* | | *-37.541* | *-36.079* | *-10.928* | *-10.168* |
| *Ration Check/Actif* | *0.557%* | *0.236%* | *-0.114%* | *-0.239%* | *-0.368%* |

| Local Gaap Profit & Loss | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|---|---|---|---|---|
| (+) Primes | 10000 | 0 | 0 | 0 |
| (+) Chargement | | 400.00 | 358.05 | 321.36 |
| (+) Produits financiers | | 14.36 | 12.22 | 10.61 |
| (-) Prestations | | -882.00 | -789.50 | -708.60 |
| (-) Frais | | -200.00 | -179.02 | -160.68 |
| - Variation provisions | | 882.00 | 789.50 | 708.60 |
| Résultat brut d'IS | | 199.13 | 180.34 | 163.62 |
| Impôt | | 0 | 0 | 0 |
| Résultat net d'IS | | 199.1288269 | 180.3432513 | 163.6238575 |