

Projet de Fin d'Etudes

Conception d'un régime de retraite par capitalisation pour les professions libérales

Préparé par : *Mme Rime MRABTI*

Sous la direction de : *M. SAID Khalil (INSEA)*

Mme BAMOUSSA Fatima Zahrae (Forvis Mazars)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- *M. Khalil SAID (INSEA)*
- *Mme Fadoua BADAoui (INSEA)*
- *Mme Fatima Zahrae BAMOUSSA (Forvis Mazars)*

Dédicace

À ma grand-mère chérie, que j'appelais tendrement *Nana*.
À celle dont l'absence résonne dans mon cœur à chaque pas.
Ce travail est d'abord pour toi, avec toute la tendresse et la gratitude que je n'ai jamais cessé de te porter.
Tu me manques infiniment.

À ma mère, mon pilier, ma meilleure amie,
la femme forte et lumineuse à laquelle j'aimerais tant ressembler.
Ton amour, ta force et ta bienveillance m'inspirent chaque jour.

À mon père,
pour ta présence constante, tes sacrifices silencieux,
et cette confiance que tu as toujours placée en moi, même lorsque je doutais.

À Maroua, ma petite sœur au grand cœur,
qui a su m'élever dans mes moments sombres,
me reconforter avec une maturité qui dépasse son âge,
et m'accompagner avec une douceur sans faille.

À Khawla, Fatima Zahrae et Wail,
qui, malgré les kilomètres, ont su préserver l'éclat de notre belle amitié.
Merci pour votre présence, votre motivation, et votre affection constante.
Merci aussi pour tous ces souvenirs partagés, simples et sincères,
qui continuent d'illuminer mon parcours malgré les frontières qui nous séparent.

Et à Khaoula,
pour les rires jusqu'aux larmes, pour les silences partagés,
pour les joies, les peines, et tous ces instants suspendus
qui ont donné à l'INSEA une chaleur unique et humaine.

Avec tout mon amour.

Remerciements

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

Je remercie tout d'abord Mme **Fatima Zahrae BAMOUSSA**, mon encadrante externe, pour son professionnalisme, la rigueur de son accompagnement, ainsi que la richesse de ses conseils tout au long de ce projet. J'ai eu la chance et le privilège de collaborer avec une personne d'une grande exigence intellectuelle et d'une profonde bienveillance humaine. Son engagement, sa disponibilité et sa générosité ont grandement enrichi cette expérience, tant sur le plan professionnel que personnel.

Mes remerciements vont également à M. **SAID Khalil**, mon encadrant pédagogique, pour avoir accepté de superviser ce projet. Je lui suis reconnaissante pour sa disponibilité constante, la qualité de ses retours, ses orientations précieuses et le temps qu'il a généreusement consacré à l'encadrement de ce travail.

Je tiens également à remercier M. **Ibrahima SOW**, associé et responsable de la Business Unit "Actuariat" de Forvis Mazars, pour la confiance renouvelée qu'il nous a accordée tout au long de notre stage.

Je souhaite aussi exprimer toute ma gratitude à M. **Khalil Ayoub**, actuaire consultant au sein du cabinet Forvis Mazars, pour son aide précieuse, sa disponibilité et la clarté de ses explications, qui ont été d'un apport considérable dans le bon déroulement de cette mission.

Mes remerciements s'adressent aussi à Mme **Fadoua BADAoui**, membre du jury, pour avoir accepté d'examiner ce travail et pour l'attention portée à son évaluation.

Je remercie chaleureusement toute l'équipe de la business unit "Actuariat" de Forvis Mazars pour son accueil chaleureux, sa bienveillance et l'ambiance de travail stimulante et conviviale dans laquelle s'est déroulé ce stage.

Enfin, je remercie sincèrement mes collègues stagiaires au sein de Forvis Mazars, avec qui j'ai partagé de nombreux moments d'échange, de complicité et d'entraide.

Résumé

Ce projet de fin d'études porte sur la conception et le pilotage d'un régime de prévoyance sociale géré en capitalisation pour les professions libérales et adapté au contexte des pays de la zone CIMA. Après une revue des modèles internationaux de sécurité sociale et un benchmark régional, une structure de régime est proposée, accompagnée d'une tarification fondée sur des hypothèses actuarielles et économiques réalistes.

Une table de mortalité prospective est construite à l'aide des modèles de Lee-Carter et Makeham, puis utilisée pour projeter les engagements du régime. Un pilotage est mis en place, combinant projections démographiques et modélisation financière.

Enfin, une allocation stratégique d'actifs est optimisée selon le modèle de Markowitz, en intégrant des actions, des obligations issues de la courbe des taux zéro coupon, ainsi qu'un actif immobilier à rendement locatif. L'allocation obtenue respecte les contraintes prudentielles de la zone CIMA et vise un équilibre optimal entre rendement, risque et soutenabilité du régime.

Mots-clés : Prévoyance Sociale, Retraite, Capitalisation, CIMA, Mortalité Prospective, Allocation d'actifs, Markowitz.

Abstract

This final-year project focuses on the design and management of a funded social protection scheme for self-employed professionals, adapted to the context of CIMA member countries. Following a review of international social security models and a regional benchmark, a scheme structure is proposed, supported by a pricing framework based on realistic actuarial and economic assumptions.

A prospective mortality table is constructed using the Lee-Carter and Makeham models, then used to project the scheme's long-term liabilities. A strategic management framework is implemented, combining demographic projections with financial modeling.

Finally, a strategic asset allocation is optimized using the Markowitz model, incorporating equities, bonds derived from the zero-coupon yield curve, and a rental real estate asset. The resulting allocation complies with CIMA prudential constraints and aims to achieve an optimal balance between return, risk, and long-term sustainability of the scheme.

Keywords : Social Protection, Retirement, Funding, CIMA, Prospective Mortality, Asset Allocation, Markowitz.

Table des matières

Introduction	12
Contexte et problématique de l'étude	12
Objectifs de l'étude	14
Limites de l'étude	14
Partie 1 : Revue globale sur la prévoyance sociale	15
1.1 Revue globale sur la prévoyance sociale	15
1.2 Les modèles de base de la sécurité sociale	16
1.3 Les modes de gestion des régimes de retraite	16
1.4 Les modes de financement des régimes de retraite	17
Partie 2 : Benchmark International	19
2.1 Cas du Maroc	19
2.2 Cas de la Côte d'Ivoire	23
2.3 Retour d'expérience	25
Partie 3 : Mise en place du Régime	29
3.1 Etat des lieux	29
3.2 Enquête de terrain	30
3.3 Structure du régime :	44
Partie 4 : Tarification du régime	49
4.1 Hypothèses de tarification :	49
4.2 Engagement de l'assuré :	50
4.3 Engagement de l'assureur :	51
4.4 Calcul de l'épargne acquis :	51
Partie 5 : Construction d'une table de mortalité prospective	52
5.1 Projection des taux de mortalité : Modèle de Lee-Carter	53
5.2 Interpolation log-linéaire (0–30 ans)	59
5.3 Ajustement par la loi de Makeham (30–79 ans)	60
5.4 Extrapolation selon Coale-Kisker (au-delà de 80 ans)	61
5.5 Résultats de la modélisation :	61
Partie 6 : Pilotage du régime	63
6.1 Projections démographiques	64
6.2 Projections financières :	72

Partie 7 : Allocation stratégique d'actif	82
7.1 Le Modèle de Markowitz	82
7.2 Résultats de l'allocation :	90
Conclusion générale	92
9 Annexes	93

Liste des abréviations

INSEA	Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée
CIMA	Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances
CNSS	Caisse Nationale de Sécurité Sociale
CMR	Caisse Marocaine des Retraites
CIMR	Caisse Interprofessionnelle Marocaine de Retraite
CNPS	La Caisse Nationale de Prévoyance Sociale
RCTI	Régime Complémentaire des Travailleurs Indépendants
RSTI	Régime Social des Travailleurs Indépendants
TI	Travailleurs Indépendants
TNS	Travailleurs Non Salariés
BCEAO	Banque Centrale des États de l'Afrique de l'Ouest
UEMOA	Union Économique et Monétaire Ouest- Africaine
F CFA	Francs CFA
BRVM	Bourse Régionale des Valeurs Mobilières
ADF	Augmented Dickey-Fuller (Test de Dickey-Fuller Augmenté)
KPSS	Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin

Table des figures

1	Système des trois piliers	15
2	Fonctionnement de la répartition	17
3	Fonctionnement de la capitalisation	18
4	Régimes de retraite au Maroc	19
5	Nombre des TNS immatriculé à la CNSS pour l'année 2023	25
6	Indicateurs clé du régime des TNS pour l'année 2023	25
7	Évolution du nombre d'adhérents au régime de la CIMR par rapport à la CNSS	26
8	Évolution du nombre d'adhérents au régime Attakmili	27
9	Comparaison entre le nombre des actifs cotisants au régimes des pensions civiles par rapport au régime Attakmili	27
10	Comparaison entre le nombre des adhérent au régime RSTI par rapport aux nombre totale des TI en Côte d'Ivoire	28
11	Répartition de la population enquêtée entre le secteur formel et le secteur informel	35
12	Répartition de la population enquêtée en fonction du sexe	36
13	Répartition de la population enquêtée en fonction de la situation matrimoniale	36
14	Répartition de la population enquêtée en fonction de l'âge	37
15	Répartition de la population enquêtée en fonction de la profession	38
16	Répartition de la population enquêtée en fonction des nombres d'enfants en charge	38
17	Répartition de la population enquêtée en fonction de l'historique de souscription	39
18	Répartition de la population enquêtée en fonction du revenu	40
19	Répartition de la population enquêtée en fonction de la fréquence de cotisation	40
20	Répartition de la population enquêtée en fonction du montant de cotisation préféré	41
21	Montants souhaités de la cotisation selon chaque tranche d'âge	41
22	Niveau d'importance du TMG selon la population enquêtée	42
23	Préférences de la population enquêtée en termes de sortie de l'épargne	43
24	Niveau d'importance de réversion selon la population enquêtée	43
25	Schéma du fonctionnement du régime	45
26	Évolution des taux de mortalités historiques par tranche d'âge	53
27	Composantes du modèle de Lee-Carter selon les tranches d'âge	57
28	Estimation de la composante temporelle du modèle Lee-Carter	57
29	Distribution des résidus	58
30	Test d'autocorrélation des résidus	58

31	Résultats de la projection des taux de mortalité pour l'année 2050	59
32	Projection des probabilités de décès en fonction de l'âge pour l'année 2050	61
35	Projections démographiques selon le scénario optimiste	71
36	Projections démographiques selon le scénario pessimiste	72
37	Projections des cotisations	76
38	Projections de la provision mathématique	78
39	Projections des prestations servies par le régime	79
40	Projections de la réserve annuelle du régime	80
41	Rendement logarithmique mensuel du BRVM Composite (mai 2020 – mai 2025)	88
42	Frontière efficiente	90
43	Portefeuille optimal	91
44	Formulation des scénarios de projection.	95
45	Projection des nouveaux entrants.	96
46	Répartition des nouveaux entrants par âge	96
47	Projection des cotisants	96
48	Répartition des cotisations par âge	97
49	Projection des cotisations	97
50	Projection de la provision mathématique	97
51	Projection de la rente	97

Liste des tableaux

1	Comparaison entre la retraite par répartition et par capitalisation . . .	18
2	Comparaison des régimes de retraite complémentaires pour les in- dépendants	21
3	Comparaison des conditions d'accès aux régimes complémentaires .	21
4	Comparaison des caractéristiques des régimes de retraite complé- mentaires au Maroc	22
5	Conditions et pensions des ayants cause dans les différents régimes .	23
6	Caractéristiques du régime CNPS-RCTI	24
7	Comparatif des principaux produits d'épargne ou de prévoyance retraite disponibles dans la zone CIMA	29
8	Répartition de l'échantillon par ordre ou chambre professionnelle . .	34
9	Transitions possibles entre catégories d'une année à l'autre	68
10	Statistiques descriptives des rendements mensuels du BRVM Com- posite	86
11	Résultats du test ADF sur les rendements du BRVM Composite . . .	87

Introduction

Contexte et problématique de l'étude

Les enjeux liés à la retraite et à la prévoyance sociale occupent une place centrale dans les débats économiques et sociaux contemporains, aussi bien dans les pays développés que dans les économies émergentes. Face au vieillissement de la population, à l'évolution des formes d'emploi, et à la nécessité de renforcer la résilience des systèmes sociaux, de nombreuses institutions publiques s'engagent dans des réflexions profondes visant à réformer leurs dispositifs de protection sociale. Ces dynamiques s'accompagnent souvent d'une volonté de diversification des régimes, d'introduction de mécanismes de capitalisation, et de recherche de modèles plus durables, inclusifs et adaptés aux spécificités locales.

Dans plusieurs pays de la zone CIMA, ces réflexions prennent une dimension encore plus critique. En effet, une grande partie de la population active – en particulier les travailleurs indépendants et informels – demeure en dehors de toute couverture sociale structurée. Parmi ces populations, les professions libérales constituent un segment stratégique, à fort potentiel économique, mais historiquement exclu des régimes de retraite obligatoires. Ces professionnels, bien que jouant un rôle essentiel dans le tissu socio-économique national, exercent souvent sans filet de sécurité sociale, exposés à des risques économiques majeurs à l'approche de la vieillesse ou en cas d'incapacité.

Dans ce contexte, un gestionnaire de fonds public – acteur majeur de la mobilisation de l'épargne et du financement du développement – a manifesté son intérêt pour la conception d'un régime de retraite spécifiquement destiné aux professions libérales. Sa démarche s'inscrit dans une vision de long terme : renforcer la sécurité économique de ces acteurs, tout en élargissant l'assise financière nationale par la mobilisation d'une épargne nouvelle, stable et productive. Le projet vise à établir un dispositif de capitalisation individuelle incitatif, sécurisé et aligné sur les meilleures pratiques en vigueur dans la région.

Pour mener à bien cette réflexion stratégique, ce gestionnaire a mandaté le cabinet de conseil *Forvis Mazars* afin de conduire une étude approfondie portant sur la conception d'un tel régime. L'étude repose sur une approche à la fois comparative, prospective et participative, combinant l'analyse des expériences existantes, l'écoute des besoins des bénéficiaires potentiels, et la structuration d'un modèle techniquement viable et financièrement soutenable.

Les professions libérales visées par ce régime sont précisément définies comme regroupant les catégories suivantes : **Médecins, Pharmaciens, Comptables ou Experts-comptables, Avocats, Notaires, Architectes, Ingénieurs civils, Huissiers de justice, et Géomètres-experts.**

Ces professionnels, bien que régis par des ordres ou chambres spécifiques, partagent une même problématique d'accès limité à une couverture retraite adaptée à la nature indépendante de leur activité.

Le présent rapport s'inscrit dans cette dynamique. Il vise à proposer un schéma de régime de retraite innovant, adapté aux réalités économiques et sociales d'un pays de la zone CIMA, en tenant compte des contraintes institutionnelles, des préférences des parties prenantes et des objectifs de développement durable poursuivis par les autorités nationales.

Bien que le régime envisagé soit conçu pour être ouvert à l'ensemble des catégories socio-professionnelles, y compris les fonctionnaires et les travailleurs du secteur informel, le présent rapport se concentre exclusivement sur les professions libérales. Ce choix se justifie par le fait qu'il s'agit, pour ces dernières, de la mise en place d'un régime de retraite de base, en l'absence de couverture préalable structurée.

Problématique :

La problématique de notre étude est la suivante :

Comment concevoir un régime de retraite adapté aux spécificités des professions libérales en équilibrant la rentabilité, la sécurité et la flexibilité ?

Objectifs de l'étude :

Le présent rapport a pour objectif de mener une étude comparative des principaux régimes de retraite complémentaire existants, afin d'en analyser les mécanismes de fonctionnement, les modalités de gestion, ainsi que leur niveau d'attractivité. Cette première étape vise à dégager les bonnes pratiques et à identifier les facteurs clés de succès.

Dans un second temps, nous présenterons les résultats d'une enquête conduite auprès de la population cible, afin de mieux cerner leurs attentes et besoins en matière de protection sociale. Ces éléments serviront de fondement à la structuration d'un régime adapté, élaboré à partir des enseignements tirés de l'enquête et des benchmarks.

Une section sera ensuite consacrée à la tarification du régime, avant d'aborder les projections démographiques et financières, qui permettront d'en évaluer la soutenabilité à long terme. Enfin, nous proposerons une stratégie d'allocation d'actifs conforme aux contraintes prudentielles et réglementaires en vigueur, dans le but d'assurer une gestion efficiente des réserves constituées.

Limites de l'étude :

Bien que cette étude vise à proposer un cadre réaliste pour la mise en place du régime, certaines limites doivent être reconnues, notamment en ce qui concerne la disponibilité des données. L'absence de données statistiques détaillées et centralisées concernant la population cible rend difficile l'obtention de résultats précis.

Néanmoins, cette contrainte ne remet pas en cause la pertinence globale de l'analyse. Nous avons su contourner ce manque en ayant recours à des proxys rigoureusement sélectionnés, en nous appuyant sur des benchmarks issus de contextes similaires à l'international, ainsi que sur les résultats d'une enquête ciblée menée auprès de professionnels libéraux. Ces éléments ont permis de bâtir des hypothèses solides et cohérentes avec les réalités du terrain.

Ainsi, malgré l'incertitude entourant certaines variables, les conclusions proposées conservent une valeur significative. Elles constituent une première base de réflexion robuste, susceptible d'être enrichie par de futures recherches disposant de données plus complètes.

Partie 1 :

Revue globale sur la prévoyance sociale

1.1. Revue globale sur la prévoyance sociale

Historiquement, la notion de régime de retraite, en tant que mécanisme systématique et organisé sur une base légale ou réglementaire d'octroi de prestations aux personnes âgées, est relativement récente. Qu'il s'agisse de régimes de sécurité sociale mis en place au niveau de l'ensemble d'un pays, de régimes de retraite professionnels s'adressant à tous les membres d'une profession ou encore de plans complémentaires créés au sein des entreprises, on peut affirmer qu'il s'agit essentiellement de créations du XXe siècle. La conception moderne en matière de régimes de retraite repose sur la théorie des trois piliers.

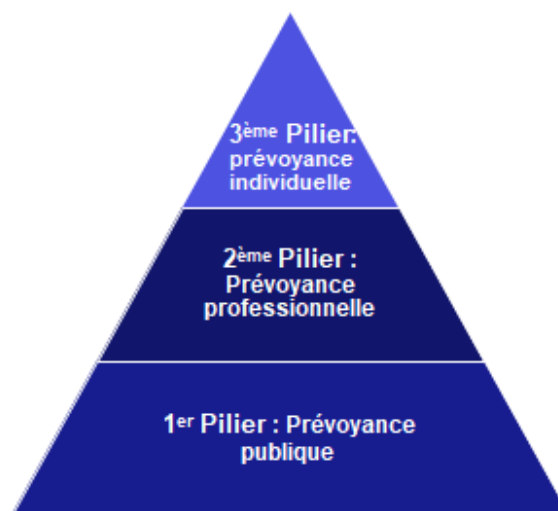


FIGURE 1 – Système des trois piliers

La prévoyance sociale repose sur trois piliers :

- **Régime supplémentaire facultatif** : dont l'adhésion résulte d'une décision individuelle et vise à répondre aux besoins d'ordre privé. Ce pilier est géré en capitalisation. (Par exemple les produits d'épargne retraite individuelle commercialisés par les assurances)
- **Régime complémentaire** : destiné à maintenir le niveau de vie habituel de l'assuré et de celui de ses ayants cause en cas de vieillesse, d'invalidité

ou de décès; et ce en association avec le 1er pilier. Il peut être obligatoire ou facultatif mais constitue un système de prévoyance professionnelle.(Ce sont généralement des régimes de retraite organisés au sein des entreprises comme le régime de retraite interne de Bank Al Maghrib)

- **Régime de base obligatoire** : géré par l'Etat ou sous une tutelle étroite de celui-ci; Ce pilier a une vocation universelle et est le plus souvent géré en répartition.(Cas du Maroc :CNSS-CMR-RCAR)

1.2. Les modèles de base de la sécurité sociale

Les modèles de base de la sécurité sociale sont :

- **Modèle de Bismark** : Ce modèle repose sur le principe d'assurance,il est caractérisé par une proportionnalité importante entre les revenus d'activité et les prestations de retraite octroyées.
- **Modèle de Beveridge** : Ce modèle repose sur le principe d'assistance,les prestations de retraite octroyées par la sécurité sociale ont pour objectif de subvenir aux besoins fondamentaux de l'individu.

1.3. Les modes de gestion des régimes de retraite

Les différents modes de gestion des régimes de retraites sont :

- **Régime à Prestations définies** :Les régimes à prestations définies garantissent à l'assuré un niveau de pension fixé à l'avance selon des critères tels que la durée d'affiliation et les salaires perçus. Basés sur une logique de revenu de remplacement, ils offrent une grande transparence aux affiliés, qui connaissent dès leur vie active le montant futur de leur retraite. Toutefois, cette visibilité pour l'assuré s'accompagne d'une incertitude sur le coût global du régime, qui dépend de paramètres aléatoires comme la longévité ou l'évolution économique.
- **Régime à cotisations définies** : Ces régimes, fondés sur une logique d'épargne individuelle, fixent à l'avance le montant des cotisations que l'assuré verse tout au long de sa carrière. Les prestations de retraite qui en résultent ne sont pas garanties, mais dépendent des règles de conversion du capital accumulé.

Autrement dit, c'est ici le niveau de financement qui est défini a priori, tandis que le montant des prestations s'ajuste en fonction des rendements obtenus et de l'objectif d'équilibre du régime.

- **Régime intermédiaire hybride** : Ces régimes fonctionnent un peu comme ceux à cotisations définies, mais avec une particularité : les cotisations versées par l'affilié sont enregistrées sur un compte individuel et revalorisées chaque année non pas selon les aléas des marchés, mais selon un taux d'intérêt fixé à l'avance. Par exemple, on peut imaginer des cotisations à hauteur de 10% du salaire, capitalisées à un taux garanti de 4%. Cela permet de donner de la visibilité à l'affilié, tout en limitant l'exposition aux risques financiers.

1.4. Les modes de financement des régimes de retraite

Les modes de financement des régimes de retraites sont :

Financement par répartition :

Dans un système de retraite par répartition, les cotisations prélevées sur les revenus des actifs servent directement à financer les pensions des retraités actuels. L'équilibre entre cotisations et prestations doit être maintenu en temps réel, ce qui signifie que, à chaque instant, les montants versés par les actifs doivent correspondre à ceux distribués aux retraités. Ce mécanisme repose donc sur la solidarité entre générations et est fortement dépendant de la démographie et de la situation de l'emploi.

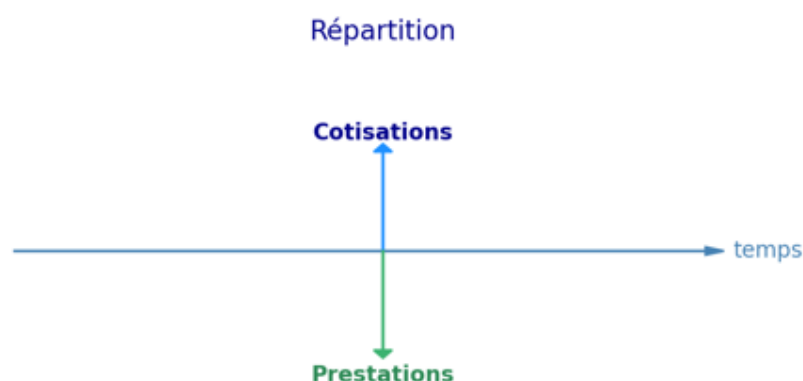


FIGURE 2 – Fonctionnement de la répartition

Financement par capitalisation :

Dans un système de retraite par capitalisation, chaque individu épargne tout au long

de sa vie active en versant des cotisations sur un compte personnel. Ces sommes sont investies sur les marchés financiers et produisent des rendements. Au moment de la retraite, les prestations versées dépendent directement du capital accumulé et des performances des placements réalisés. Contrairement à la répartition, ce mécanisme repose sur une logique d'accumulation individuelle et non de solidarité intergénérationnelle.

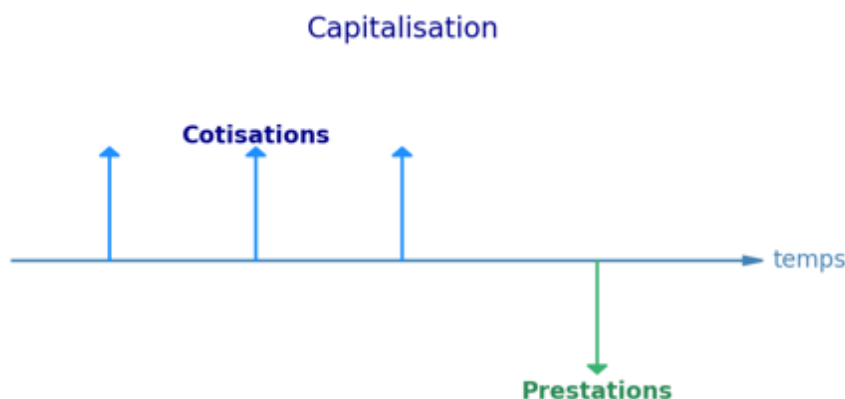


FIGURE 3 – Fonctionnement de la capitalisation

Capitalisation Vs Répartition :

	Répartition	Capitalisation
Avantages	Indépendance aux marchés financiers	Indépendance à la démographie, au chômage et aux décisions politiques
Inconvénients	Sensibilité aux risques de longévité et de chômage	Dépendance aux marchés financiers, risques de mortalité et longévité

TABLE 1 – Comparaison entre la retraite par répartition et par capitalisation

La répartition offre une certaine indépendance vis-à-vis des marchés financiers, mais elle reste vulnérable aux déséquilibres démographiques et au chômage. La capitalisation, bien qu'exposée aux fluctuations des marchés et aux risques de longévité, présente l'avantage de s'affranchir des pressions démographiques et politiques. Dans le cadre de cette étude, ce second mécanisme a été retenu pour sa capacité à garantir une gestion plus autonome, durable et adaptée au contexte ciblé.

Partie 2 :

Benchmark International

Afin d'alimenter la réflexion sur la construction du régime cible dédié aux travailleurs indépendants, une analyse comparative des régimes complémentaires existants à l'international a été menée. Cette démarche vise à identifier les modèles les plus proches de notre contexte, à repérer les bonnes pratiques et surtout à anticiper les conditions de succès ou d'échec de dispositifs similaires.

2.1. Cas du Maroc

Les régimes de retraite du Maroc peuvent être illustrés comme suit :

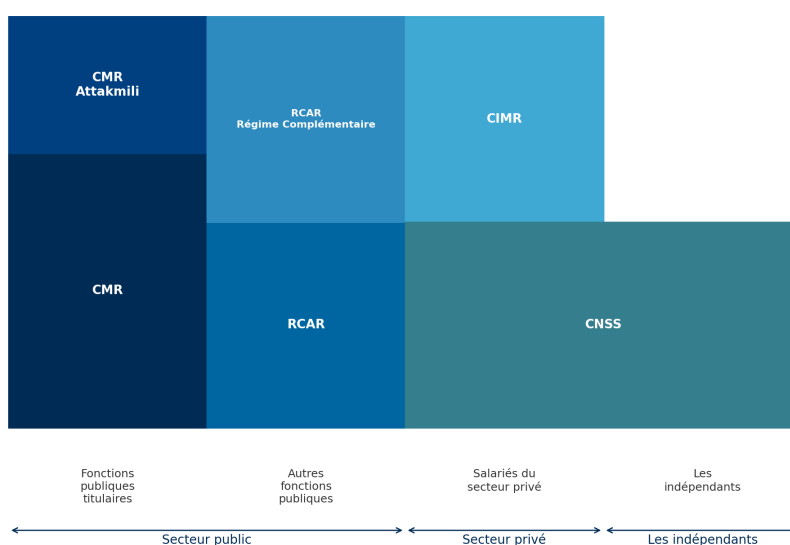


FIGURE 4 – Régimes de retraite au Maroc

Dans ce rapport, on va aborder uniquement les régimes complémentaires dans la mesure où ces dispositifs sont les plus proches de la logique d'un régime par capitalisation destiné aux professions libérales, tant par leur mécanisme de financement que par leur fonctionnement individualisé. Ils offrent ainsi un cadre de référence pertinent pour éclairer la conception d'un tel régime.

Cas de la CNSS : Régime de retraite pour les Travailleurs Non Salariés

Jusqu'en 2020, une grande partie de la population marocaine ne bénéficiait pas d'une couverture sociale. En 2016, seuls un peu plus de 40% des actifs occupés étaient couverts par un régime de retraite, laissant près de 60% sans protection sociale.

Le 29 juillet 2020, et lors de son discours de Trône, Sa Majesté a donné ses orientations pour la généralisation de la protection sociale. Dans ce cadre, le régime de retraite des Travailleurs Non Salariés (TNS), géré par la CNSS, a été intégré au projet de la généralisation de la protection sociale lancé en 2021. L'adhésion officielle des TNS à la CNSS a été adoptée en 2022, en parallèle avec la mise en place de l'Assurance Maladie Obligatoire (AMO) Tadamoun

Cas de la CMR : Régime de retraite Complémentaire Attakmili

Le régime de retraite complémentaire Attakmili est un instrument d'épargne retraite, facultatif et individuel, qui donne droit à une pension supplémentaire permettant de préserver le niveau de revenu à l'âge de la retraite et de réduire l'effet de l'inflation sur la pension.

Le régime est régi par l'arrêté du ministre des finances du 14 janvier 2005 et paru au 03 février 2005.

Cas de la CIMR

La CIMR a été créée en 1949 à l'initiative d'un ensemble d'employeurs du secteur privé. Elle était gérée sous forme d'association patronale.

Le régime fonctionne sur la base de ses statuts et d'un règlement intérieur approuvés par les instances dirigeantes de cette caisse. En 2017, la CIMR s'est transformée en société mutuelle de retraite (SMR) gérée par l'Autorité de Contrôle et de Prévoyance Sociale (ACAPS).

Comparaison entre les régimes complémentaires du Maroc

1- Caractéristiques globales :

	CNSS - TNS	CIMR	CMR-Attakmili
Type du Régime	Régime de base obligatoire pour les catégories dont le revenu forfaitaire dépasse $1.5 \times \text{SMIG}$, et facultatif pour les catégories à revenu forfaitaire ne dépassant pas $1.5 \times \text{SMIG}$.	Régime facultatif et complémentaire	Régime facultatif
Mode de Financement	Capitalisation géré en points	Mixte géré en points	Capitalisation
Mode de Gestion	Régime à cotisations définies	Régime hybride	Régime à cotisations définies

TABLE 2 – Comparaison des régimes de retraite complémentaires pour les indépendants

2- Hypothèses de tarification :

	CNSS - TNS	CIMR	CMR-Attakmili
Âge de départ à la Retraite Normale	65 ans	60 ans ou 55 ans	Aucune limite d'âge imposable
Âge de départ à la Retraite Anticipée	60 ans	50 ans	5 ans avant l'âge de départ à la retraite du régime de base
Montant minimal de cotisation	1000 MAD	Indéterminé	50 MAD
Durée minimale de cotisation	Aucune cotisation minimale requise	5 ans	Aucune cotisation minimale requise
Durée maximale de prorogation	10 ans	Indéterminée	Indéterminée

TABLE 3 – Comparaison des conditions d'accès aux régimes complémentaires

3- Mécanismes de cotisations :

	CNSS - TNS	CIMR	CMR-Attakmili
Assiette de Cotisation	Dépend de chaque catégorie ou sous-catégorie du TNS	Le salaire déclaré par l'adhérent	Forfaitaire d'un montant égal à un multiple de 50 MAD ou à un pourcentage du salaire brut exprimé en nombre entier
Taux de Cotisation	10% × Assiette de cotisation indexée sur le SMIG	Min : 3% Max : 10% Valeurs possibles : 3%, 3.75%, 4.5%, 5.25%, 6%, 7%, 7.5%, 8%, 8.5%, 9%, 9.5%, 10%	–
Salaire de référence	$R_n = R_{n-1}^* \left(\frac{R_{n-1}}{R_{n-2}} \right)$	$SR_n = SR_{n-1}^* \left(\frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \right)$	–

TABLE 4 – Comparaison des caractéristiques des régimes de retraite complémentaires au Maroc

4-Les mécanismes de réversion :

Dans cette partie on va se focaliser uniquement sur le cas de la CNSS-TNS et la CIMR, car le régime Attakmili géré par la CIMR ressemble plus à un produit d'épargne dont le mécanisme de la réversion est fixé par l'assuré lors de la souscription. Par contre les autres régime ont des mécanismes de réversion particuliers qu'on a résumé dans ce tableau.

	CNSS - TNS	CIMR
Les ayants cause	<ul style="list-style-type: none"> — Les conjoints(es) — Les orphelins 	<ul style="list-style-type: none"> — Les conjoints(es) — Les orphelins
Conditions sur le/la veuf(ve)	–	<ul style="list-style-type: none"> — Âge du veuf : 60 ans — Âge de la veuve : 50 ans — Mariage reconnu au moins 2 ans avant le décès
Conditions sur l'orphelin	<ul style="list-style-type: none"> — Âge \leq 18 ans — Âge \leq 26 ans si l'orphelin poursuit études supérieures — Rente viagère en cas d'invalidité physique 	<ul style="list-style-type: none"> — Âge \leq 18 ans — Rente viagère en cas d'invalidité constatée avant 20 ans
Pension des veufs(ves)	$\text{Rente} = \frac{\text{Pension Principale} \times 50\%}{\text{Nombre de conjoints(es)}}$	$\text{Rente} = \frac{\text{Pension Principale} \times 50\%}{\text{Nombre de conjoints(es)}}$
Pension des orphelins	$\text{Rente} = \frac{\text{Pension Principale} \times 50\%}{\text{Nombre des orphelins}}$	$\text{Rente} = \frac{20\% \times \text{Pension Principale}}{\text{Nombre des orphelins}}$

TABLE 5 – Conditions et pensions des ayants cause dans les différents régimes

2.2. Cas de la Côte d'Ivoire

En Côte d'Ivoire, plus de 90% des travailleurs ne bénéficient pas d'une protection sociale, il s'agit principalement des travailleurs du monde agricole, les commerçants, les transporteurs, les artistes, les libéraux (pharmacien, notaire, avocat, géomètre, architecte . . .), les sportifs, les artisans et les religieux.

Comme solution, l'État de la Côte d'Ivoire a mis en place un dispositif juridique innovant et flexible afin de favoriser l'inclusion des travailleurs indépendants dans le système de prévoyance sociale en vue de leur fournir une sécurité contre les risques de perte de revenu financier. Pour intégrer les travailleurs indépendants dans le système de sécurité sociale Ivoirien, deux régimes ont été donc mises en place : Le

régime RSTI et le régime RCTI. Ces deux régimes sont gérés par la Caisse CNPS, tels que le régime complémentaire permet à l'adhérent de profiter d'une pension supplémentaire.

Nous allons se focaliser uniquement sur le régime RSTI car il s'agit du régime principal.

Type du Régime	Régime de base
Mode de Financement	Capitalisation
Âge de départ à la retraite	60 ans
Âge minimal de départ à la retraite anticipée	55 ans
Assiette de cotisation	Variable selon la catégorie socioprofessionnelle
Modalités de paiement des cotisations	Versement trimestriel
Durée minimale de cotisation	40 trimestres
Durée minimale pour bénéficier d'une indemnité en cas de maladie	9 mois sur les 12 précédant l'événement
Ayant-cause	<ul style="list-style-type: none"> — L'époux ou l'épouse — Les enfants du membre
Pension des veufs/veuves	$\text{Rente} = \frac{\text{Pension principale} \times 50\%}{\text{Nombre de conjoint(e)s}}$
Pension des orphelins	$\text{Rente} = \frac{\text{Pension principale} \times 20\%}{\text{Nombre d'orphelins}}$

TABLE 6 – Caractéristiques du régime CNPS-RCTI

2.3. Retour d'expérience

L'objectif de cette partie est d'aller au-delà de la simple comparaison des régimes analysés, en examinant de manière critique leur efficacité concrète. Il s'agit notamment d'évaluer leur attractivité réelle auprès des populations cibles, leur taux de couverture, leur viabilité financière à long terme ainsi que leur capacité à offrir une pension décente. En croisant ces éléments, nous cherchons à identifier les facteurs de succès ou d'échec observés dans les régimes existants, afin d'en tirer des enseignements utiles pour la conception d'un modèle adapté au contexte de notre pays.

Cas de la CNSS :

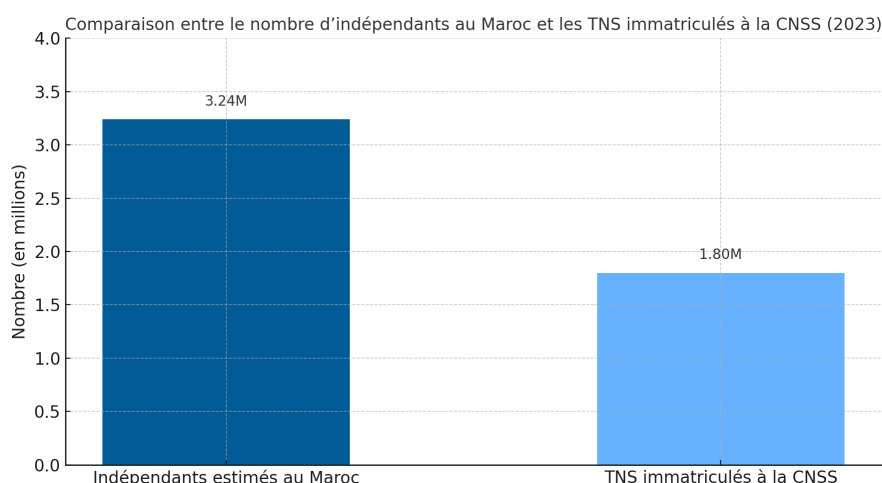


FIGURE 5 – Nombre des TNS immatriculé à la CNSS pour l'année 2023

Indicateur	2023
Nombre de dossiers déposés	1 155 711
Nombre de dossiers déposés par jour	4 642
Nombre de bénéficiaires consommant l'AMO	295 554
Nombre de dossiers remboursés	893 621
Montant payé (en millions de DH)	1 302
Taux de remboursement	68,51%
Prestations / Cotisations dues	40,3%
Prestations / Cotisations encaissées	164,2%

FIGURE 6 – Indicateurs clé du régime des TNS pour l'année 2023

Compte tenu de la date de la mise en place du régimes des TNS, il semble que ce régime fonctionne assez bien et couvre une proportion intéressante de la population

des travailleurs non salariés du Maroc.

Cependant, le taux de 164,2 % indique que le système dépense bien plus qu'il ne collecte. Cela peut s'expliquer par le fait que la majorité des adhérents au régime, principalement des agriculteurs et des artisans, disposent de revenus modestes. Par ailleurs, le régime prévoit des prestations minimales garanties, ce qui limite l'efficacité du principe de mutualisation dans ce contexte.

Cas de la CIMR :

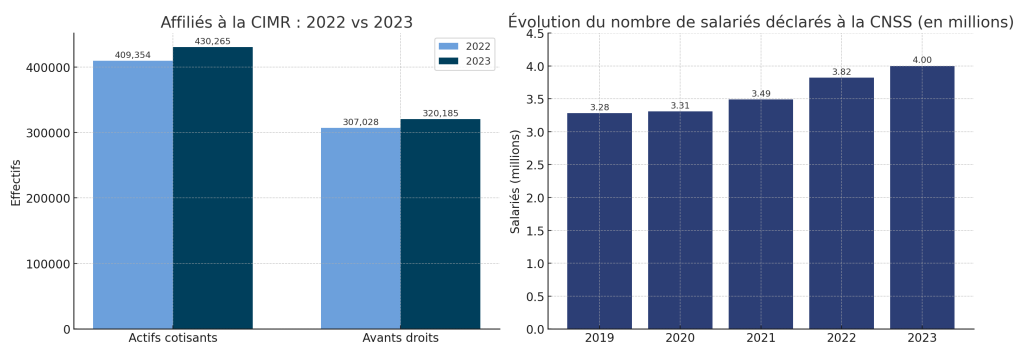


FIGURE 7 – Évolution du nombre d'adhérents au régime de la CIMR par rapport à la CNSS

La CNSS compte environ 4 millions d'affiliés, tandis que la CIMR enregistre environ 750 000. Cette différence s'explique par le fait que la CNSS est un régime obligatoire couvrant tous les salariés du secteur privé, y compris ceux à faibles revenus, tandis que la CIMR est une caisse de retraite complémentaire optionnelle, généralement réservée aux cadres et aux employés bénéficiant d'une meilleure politique de prévoyance.

Cependant, on constate une augmentation significative des cotisations et des contributions entre 2022 et 2023 ce qui signifie que le régime attire bien les salariés, et satisfait leurs besoins en termes de prévoyance sociale

Cas du régime Attakmili de la CMR :



FIGURE 8 – Évolution du nombre d'adhérents au régime Attakmili

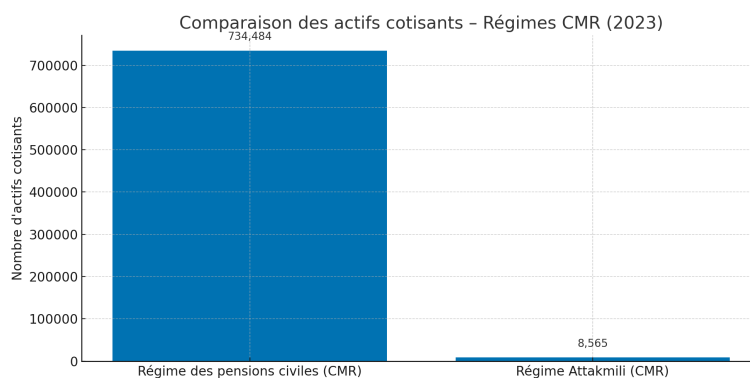


FIGURE 9 – Comparaison entre le nombre des actifs cotisants au régimes des pensions civiles par rapport au régime Attakmili

L'évolution du nombre d'affiliés au régime reste trop faible par rapport aux nombre d'affiliés aux régimes des pensions civiles et militaires, cela signifie que le régime Attakmili n'attire pas vraiment les affiliés, et cela peut être expliqué par le fait que les affiliés au régime de base de la CMR ne sont pas vraiment intéressés par une amélioration de leurs pension de vieillesse comme il peut être expliqué par des facteurs culturels étant donnée que la population n'est pas très familiarisé avec les produits d'épargne.

Cas de la CNPS

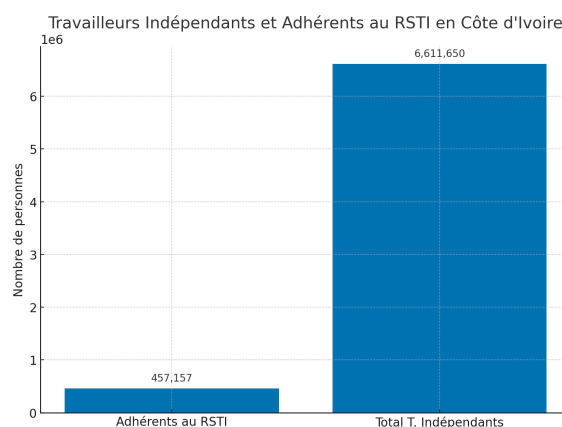


FIGURE 10 – Comparaison entre le nombre des adhérent au régime RSTI par rapport aux nombre totale des TI en Côte d'Ivoire

Jusqu'au 2 Avril 2024, le régime RSTI a enregistré un nombre de 457 15 d'adhérents, soit une proportion d'environ 7% de la population totale des travailleurs indépendants.

Ce taux d'adhésion peut être expliqué par la durée minimale de cotisation exigée qui apparaît comme excessive.

En effet, la loi prévoit que pour bénéficier d'une indemnité en cas de maladie ou d'accident entraînant une incapacité temporaire d'exercer, le travailleur indépendant doit avoir cotisé au moins trois trimestres sur les quatre derniers, soit 9 mois sur les 12 précédant l'événement. Ce seuil est jugé élevé, notamment parce que, dans la plupart des régimes comparables, la période minimale requise n'excède pas 6 mois. Une telle exigence crée une barrière à l'adhésion, en suscitant une réticence de la part des travailleurs indépendants potentiellement concernés.

Partie 3 :

Mise en place du Régime

3.1. Etat des lieux

Le marché de la zone CIMA propose une diversité de produits d'épargne retraite, portés principalement par des banques et des compagnies d'assurance.

Le tableau qui suit synthétise les caractéristiques essentielles des produits les plus couramment commercialisés, afin d'en apprécier la portée, les modalités de fonctionnement et les limites dans le contexte de la protection sociale des travailleurs non salariés.

Produit	Institution	Cotisation Minimale	Fréquence Cotisation	Durée Minimale	Garanties principales
Assurance Retraite Individuelle	Assurance vie 1	3000 F CFA/mois	Flexible	Non précisée	Capital vie/décès avec participation bénéfiques
Produit de Prévoyance	Assurance vie 2	1000 - 15000 F CFA/mois	Mensuelle	Non précisée	Capital en cas de décès ou invalidité
Produit de retraite individuelle	Assurance vie 3	Min 1100 – Max 3100 F CFA/mois	Mensuelle	5 ans	Pension complémentaire, bonus décès parent
Compte Épargne Retraite	Caisse d'Épargne	2000 F CFA/mois	Mensuelle	5 ans	Épargne retraite
Produit d'épargne	Assurance vie 4	5000 F CFA/mois	Flexible	10 ans	Épargne retraite

TABLE 7 – Comparatif des principaux produits d'épargne ou de prévoyance retraite disponibles dans la zone CIMA

Le tableau présente un éventail de produits d'épargne et de prévoyance retraite proposés dans la zone CIMA. Ces offres se caractérisent par une grande flexibilité au niveau des montants de cotisation (à partir de 1000 F CFA/mois) et des modalités de versement, ce qui les rend relativement accessibles aux travailleurs non salariés. Toutefois, elles restent majoritairement volontaires, sans cadre harmonisé, avec des

durées de cotisation souvent floues et des taux de rendement rarement garantis. Certaines se concentrent sur l'épargne retraite, d'autres sur le capital décès ou invalidité, ce qui témoigne d'une absence de standardisation.

Ce benchmark révèle l'existence d'initiatives privées utiles, mais souligne aussi les limites d'un système fragmenté et non obligatoire, renforçant la nécessité de concevoir un régime de retraite adapté aux réalités des travailleurs indépendants.

3.2. Enquête de terrain

Afin de mettre en place un régime adapté aux besoins spécifiques des professions libérales, une enquête a été menée auprès de membres issus de différents professionnels (avocats, médecins, architectes, etc.).

L'objectif principal de cette enquête est de mieux comprendre les attentes, les préoccupations et les préférences de ces professionnels en ce qui concerne un régime sur mesure. Plus précisément, elle vise à :

- Déterminer les caractéristique démographiques des professions libérales.
- Identifier les priorités des professions libérales en matière de protection sociale.
- Recueillir leur avis sur les dispositifs existants et leur niveau de satisfaction.
- Explorer leurs préférences pour un régime futur, tant sur le plan structurel que sur les garanties proposées.

Cette démarche permet non seulement de donner la parole aux premiers concernés, mais également de fonder les recommandations sur des données concrètes. Avant de leurs proposer un régime de retraite, il est crucial de s'appuyer sur une compréhension fine des besoins exprimés sur le terrain.

Méthode d'échantillonnage :

Dans toute étude fondée sur une enquête ou un sondage, la première étape méthodologique consiste à déterminer la taille optimale de l'échantillon. Cette étape conditionne la qualité des résultats à venir, car un échantillon bien dimensionné permet d'assurer une représentativité suffisante tout en respectant les contraintes de temps, de coût et de ressources. Le calcul de cette taille repose sur des outils statistiques précis, prenant en compte la taille de la population cible, le niveau de

confiance souhaité, la marge d'erreur tolérée, ainsi que la nature des variables étudiées.

Nous présentons donc dans cette partie les principales formules d'échantillonnage utilisées selon le contexte (population finie ou infinie, études comparatives, expérimentations), avant d'expliquer la méthode retenue dans notre étude.

Notations utilisées

Les formules d'échantillonnage reposent sur les notations suivantes :

- n : taille de l'échantillon à déterminer
- N : taille de la population totale
- Z ou $Z_{\alpha/2}$: valeur critique de la loi normale correspondant au niveau de confiance (par exemple, $Z = 1,96$ pour 95%)
- p : proportion estimée de la population ayant la caractéristique étudiée
- E : marge d'erreur tolérée
- σ : écart-type de la population
- d : différence minimale détectable
- Z_{β} : valeur critique associée à la puissance statistique
- p_1, p_2 : proportions observées dans les groupes comparés (cas-témoins)

3.2.1. Formule pour une population infinie

La formule la plus simple est celle utilisée pour estimer la taille d'un échantillon issu d'une population infinie ou très grande :

$$n = \frac{Z^2 \cdot p(1 - p)}{E^2}$$

Elle est particulièrement adaptée pour des enquêtes de grande envergure. Cette formule a l'avantage d'être facile à mettre en œuvre et ne nécessite pas la connaissance exacte de la taille de la population. Toutefois, elle suppose une bonne estimation préalable de p . Un mauvais choix de cette proportion peut conduire à une surestimation ou une sous-estimation de l'échantillon requis.

3.2.2. Formule pour une population finie

Lorsque la taille de la population est connue et limitée, il est plus approprié d'utiliser la formule suivante :

$$n = \frac{N \cdot Z^2 \cdot p(1 - p)}{E^2 \cdot (N - 1) + Z^2 \cdot p(1 - p)}$$

Cette expression prend en compte la taille réelle de la population et améliore la précision des estimations pour des populations moyennes ou petites. Son principal avantage réside dans sa capacité à éviter une surestimation inutile de la taille d'échantillon. En contrepartie, elle est légèrement plus complexe à utiliser que la précédente et reste également sensible à l'estimation de p .

3.2.3. Formule pour les études de cas-témoins

Pour des études comparatives visant à détecter une différence entre deux groupes (par exemple, entre un groupe exposé et un groupe témoin), on utilise la formule suivante :

$$n = \frac{(Z_{\alpha/2} + Z_{\beta})^2 \cdot [p_1(1 - p_1) + p_2(1 - p_2)]}{(p_1 - p_2)^2}$$

Cette formule permet de calculer la taille nécessaire pour détecter une différence significative entre deux proportions. Elle est adaptée aux études épidémiologiques ou cliniques. Toutefois, elle requiert des hypothèses plus précises, notamment les valeurs attendues de p_1 et p_2 , ainsi que le niveau de puissance statistique souhaité, ce qui la rend plus complexe à appliquer.

3.2.4. Formule pour les études expérimentales

Dans les études expérimentales, lorsqu'il s'agit de détecter une différence quantitative spécifique entre deux groupes (par exemple une moyenne), la formule appropriée est :

$$n = \frac{2 \cdot (Z_{\alpha/2} + Z_{\beta})^2 \cdot \sigma^2}{d^2}$$

Elle permet de déterminer la taille d'échantillon nécessaire pour mettre en évidence une différence d'amplitude d avec une précision acceptable. Cette formule est robuste mais nécessite la connaissance préalable de l'écart-type σ , ce qui peut limiter son

utilisation si cette information est indisponible.

Le choix de la formule doit être guidé par le contexte de l'étude, la structure de la population et les objectifs statistiques visés. Dans notre cas, l'estimation de la taille d'échantillon a été réalisée en utilisant la **formule pour une population finie**, combinée à une approche de stratification proportionnelle selon les catégories professionnelles, en plus, cette formule est couramment utilisée par des institutions de référence telles que *l'Organisation mondiale de la santé* et la *National Library of Medicine (USA)*, notamment pour des enquêtes de terrain et des études épidémiologiques.

Résultats de l'échantillonnage :

La taille totale de l'échantillon a été déterminée à l'aide de la formule pour une population finie. Les paramètres utilisés sont les suivants :

- Taille de la population totale : $N = 4\,379$
- Niveau de confiance : $Z = 1,96$ (soit 95%)
- Proportion estimée : $p = 0,5$
- Marge d'erreur tolérée : $E = 0,05$

Sur cette base, la taille d'échantillon calculée pour l'ensemble de la population des professions libérales est de $n = 353$. Afin d'assurer une représentativité équilibrée, cette taille a été répartie proportionnellement entre les différents ordres et chambres professionnels, comme indiqué dans le tableau suivant :

Ordre / Chambre	Effectif le plus récent	Distribution (%)	Taille à enquêter
Ordre des Médecins	926	21,15%	75
Ordre des Avocats	240	5,48%	19
Ordre des Pharmaciens	1 200	27,40%	97
Ordre des Experts-Comptables et Comptables agréés	300	6,85%	24
Ordre National des Architectes et des Urbanistes	205	4,68%	17
Ordre National des Ingénieurs Civils	1 268	28,96%	103
Ordre des Géomètres-Experts	80	1,83%	6
Chambre Nationale des Huissiers de Justice	80	1,83%	6
Chambre Nationale des Notaires	80	1,83%	6
Total	4 379	100%	353

TABLE 8 – Répartition de l'échantillon par ordre ou chambre professionnelle

Statistique descriptive

Dans cette partie, nous présentons les résultats de l'analyse descriptive issue de l'enquête menée dans le cadre de l'étude actuarielle du régime de retraite proposé. Cette enquête a été administrée auprès de trois catégories socioprofessionnelles : les fonctionnaires, les travailleurs du secteur informel et les professions libérales. Toutefois, les résultats présentés ici se concentrent exclusivement sur les professions libérales, dans la mesure où le régime en question est conçu comme une retraite de base pour cette population cible.

Les données collectées ont fait l'objet d'un traitement rigoureux incluant des phases successives de nettoyage, de vérification et de mise en forme, afin d'assurer leur qualité statistique et leur fiabilité pour l'analyse. L'objectif de cette démarche est d'obtenir une représentation fidèle des préférences, des comportements d'épargne et des caractéristiques socio-économiques des futurs affiliés potentiels.

L'enquête a été structurée autour de trois axes principaux :

1. Les caractéristiques socio-démographiques des répondants (âge, sexe, statut professionnel, niveau de revenu, etc.) afin de dresser un profil représentatif de la population visée par le régime ;
2. Les préférences en matière de constitution de l'épargne retraite, incluant no-

tamment les montants de cotisation envisagés, la fréquence des versements, et le niveau d'engagement déclaré ;

3. Les préférences en matière de restitution des droits, c'est-à-dire les attentes exprimées quant aux modalités de versement des prestations (capital unique, rente viagère, rente certaine, etc.).

Cette triple approche vise à éclairer les choix de conception du régime sur des bases empiriques solides, en s'appuyant sur les besoins exprimés par les principaux bénéficiaires potentiels du dispositif.

Caractéristiques démographique de la population :

Secteur d'activité :

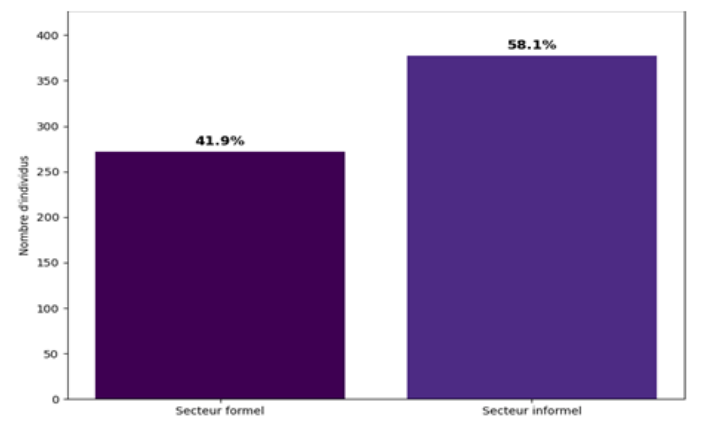


FIGURE 11 – Répartition de la population enquêtée entre le secteur formel et le secteur informel

649 personnes ont participé à l'enquête, parmi eux 272 personnes qui travaillent dans le secteur formel et 377 personnes qui occupent un travail informel.

Dans notre étude on va se focaliser uniquement sur le secteur formel.

Le Sexe :

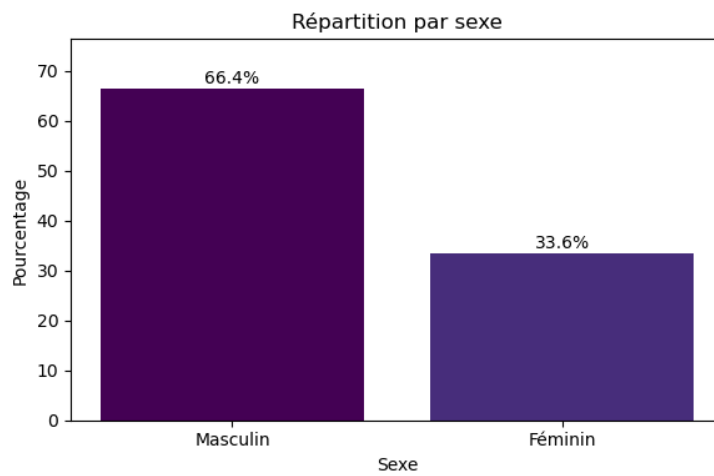


FIGURE 12 – Répartition de la population enquêtée en fonction du sexe

La population enquêtée présente une nette prédominance masculine. En fait, la proportion d’hommes est presque deux fois supérieure à celle des femmes.

Situation matrimoniale :

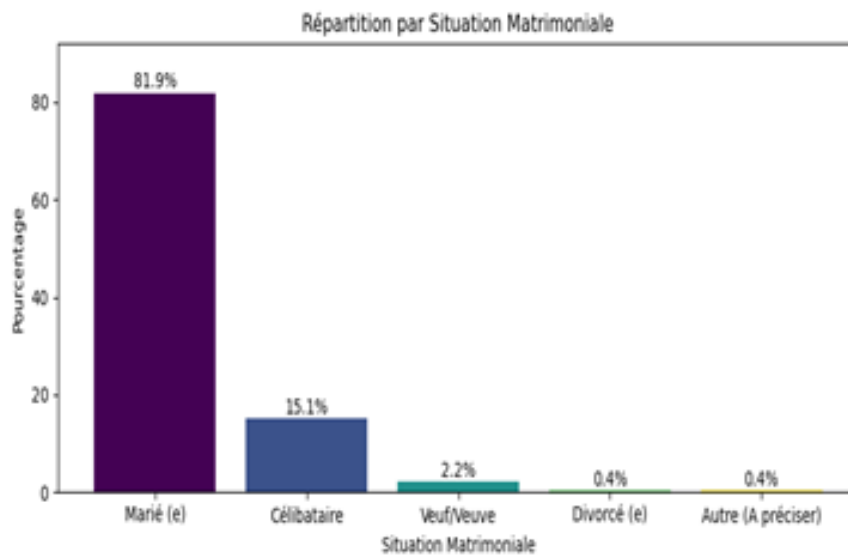


FIGURE 13 – Répartition de la population enquêtée en fonction de la situation matrimoniale

L’analyse de la population enquêtée montre que la majorité des individus sont mariés, ce qui oriente naturellement la réflexion vers l’instauration d’une rente de réversion

en faveur des conjoints survivants. Ce type de mécanisme permettrait de garantir une continuité financière à la famille du défunt, en particulier dans les foyers dépendants des revenus du conjoint principal.

Tranche d'âge :

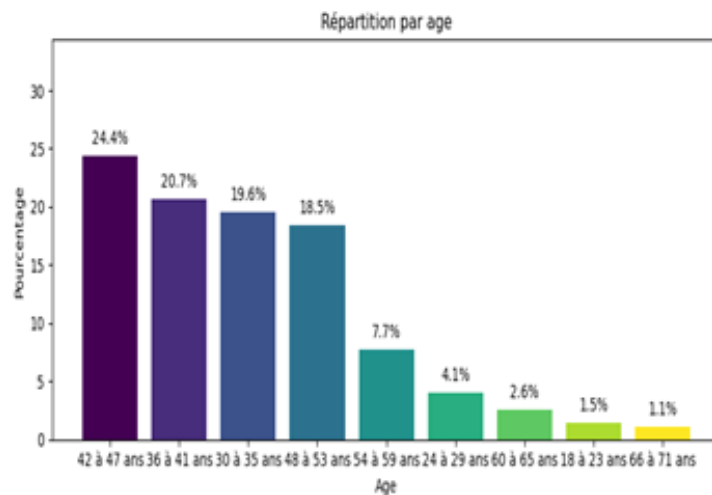


FIGURE 14 – Répartition de la population enquêtée en fonction de l'âge

La structure d'âge de la population enquêtée montre que 70 % des répondants sont âgés de 30 à 47 ans, ce qui indique une population active relativement mature. Cette tranche d'âge regroupe principalement des individus en milieu ou en seconde phase de carrière. On peut en déduire que la jeunesse est sous-représentée dans cet échantillon, ce qui pourrait être révélateur d'un taux de chômage élevé chez les jeunes ou d'un désintérêt pour l'enquête de la part de cette catégorie

Profession :

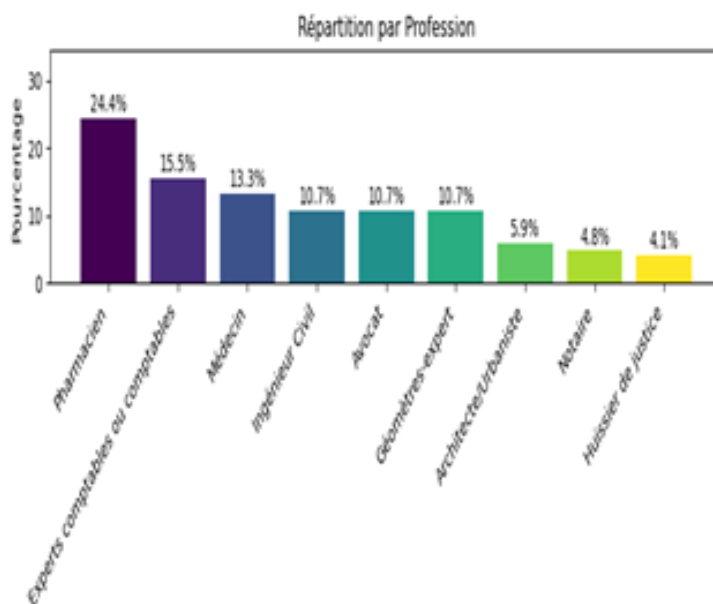


FIGURE 15 – Répartition de la population enquêtée en fonction de la profession

On observe une nette prédominance des pharmaciens (24,4%), suivis des experts-comptables (15,5%) et des médecins (13,3%). Les ingénieurs, avocats et architectes affichent des parts similaires (environ 10%), tandis que notaires et huissiers sont les moins représentés (moins de 6%).

Nombre d’enfants en charge :

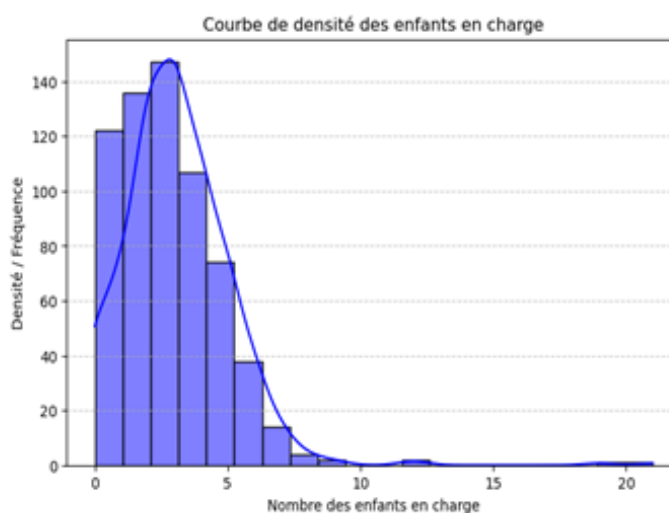


FIGURE 16 – Répartition de la population enquêtée en fonction des nombres d’enfants en charge

L'enquête révèle que le nombre moyen d'enfants par couple est d'environ trois. Ce chiffre peut constituer une hypothèse de base utile dans la modélisation des rentes réversibles destinées aux orphelins. Cependant il faut prendre en compte l'évolution future de la nuptialité et a natalité lors des projections de notre régime cible.

Préférence de le population enquêtée en termes de cotisation :

Historique de souscription :

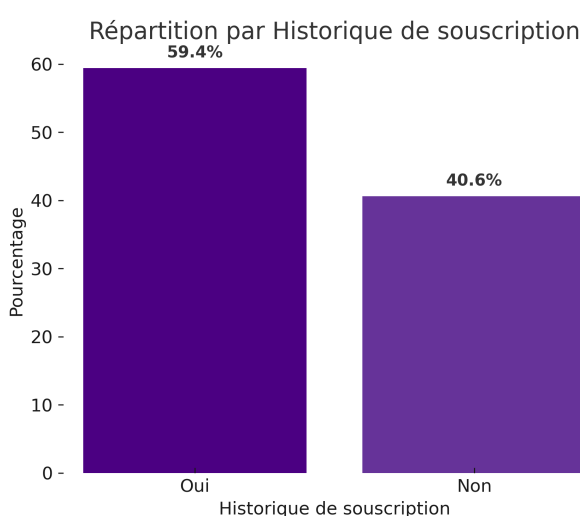


FIGURE 17 – Répartition de la population enquêtée en fonction de l'historique de souscription

L'enquête révèle que plus de la moitié des répondants sont déjà engagés dans des dispositifs d'épargne, majoritairement fondés sur des mécanismes de type tontinier, tels que la tontine classique, la tontine associée à une assurance-vie, ou encore à un compte sur livret. Il s'agit d'un système d'épargne informel dans lequel des individus contribuent régulièrement à une cagnotte commune redistribuée à tour de rôle. Bien que souple et socialement ancré, ce mécanisme présente des limites en matière de sécurité, de rendement et de planification à long terme. Cette adhésion importante à des formes d'épargne communautaire traduit une préférence pour des dispositifs accessibles et flexibles. Elle souligne l'opportunité de proposer un produit de retraite structuré, sécurisé et compétitif tout en répondant aux attentes spécifiques des professions libérales.

Tranche de revenus :

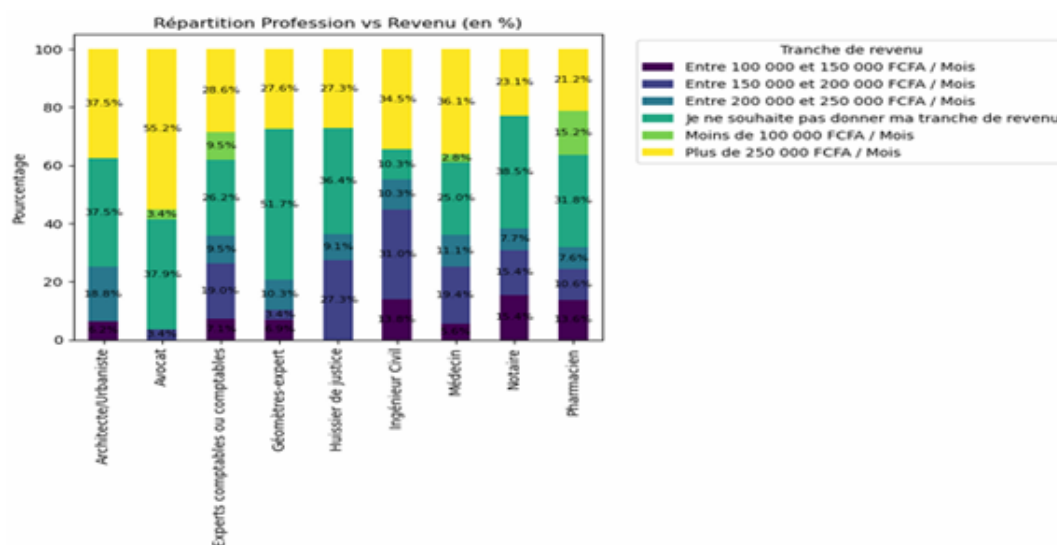


FIGURE 18 – Répartition de la population enquêtée en fonction du revenu

Les avocats figurent parmi les professionnels les mieux rémunérés, avec plus de 50 % d’entre eux gagnant plus de 250 000 F CFA par mois. Ils sont suivis par les architectes et les médecins. Toutefois, les revenus des pharmaciens présentent une plus grande hétérogénéité.

Fréquence de cotisation souhaitée :

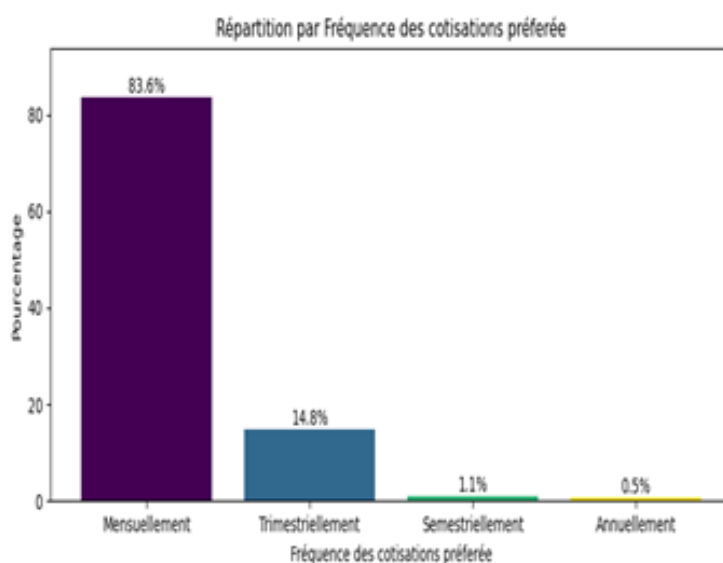


FIGURE 19 – Répartition de la population enquêtée en fonction de la fréquence de cotisation

On constate que la majorité de la population enquêtée préfère des cotisations mensuelles, donc on peut construire notre régime sur la base des cotisations mensuelles tels que le revenu de base de chaque mois sera le revenu déclaré le mois précédent

Montant souhaitée des cotisations :

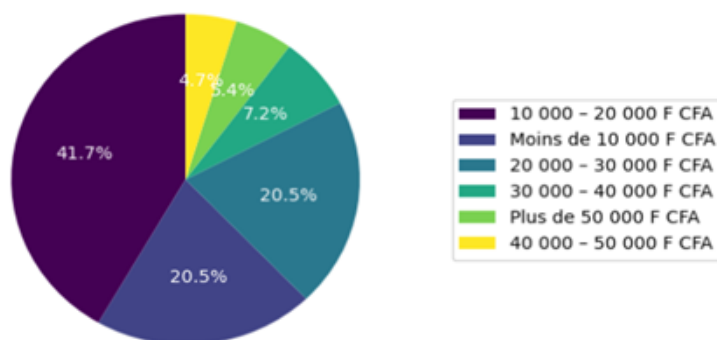


FIGURE 20 – Répartition de la population enquêtée en fonction du montant de cotisation préféré

On constate assez de divergence concernant les préférences de la population en termes des montants des cotisations, on peut donc penser à fixer des taux de cotisations au lieu d’instaurer des cotisations forfaitaires.

Montants souhaités de la cotisation selon chaque tranche d’âge :

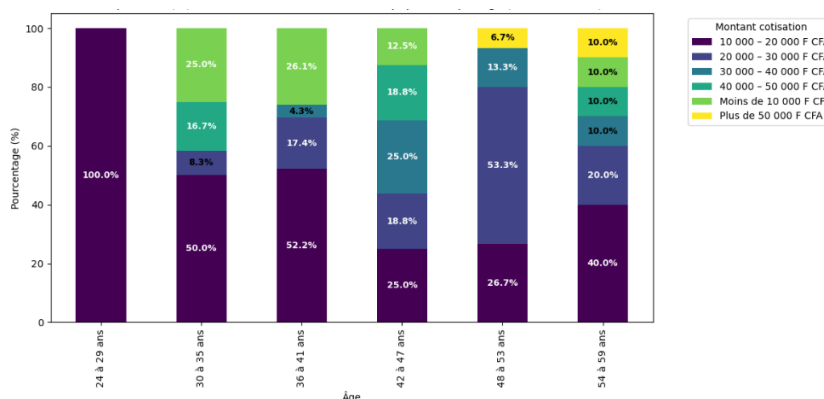


FIGURE 21 – Montants souhaités de la cotisation selon chaque tranche d’âge

On constate que Les plus jeunes se concentrent exclusivement sur la tranche minimale (10000–20000 FCFA), reflétant une capacité contributive limitée. À partir de

30 ans, une diversification apparaît, avec une part croissante de répondants déclarant des montants plus élevés. Cette tendance se renforce chez les 42 ans et plus, où les tranches de cotisation supérieures (jusqu'à plus de 50000 FCFA) deviennent significatives. Cette progression traduit une meilleure capacité d'épargne avec l'âge et souligne l'importance d'une tarification flexible, adaptée au cycle de vie des affiliés.

Intérêt de la population cible par rapport au TMG :

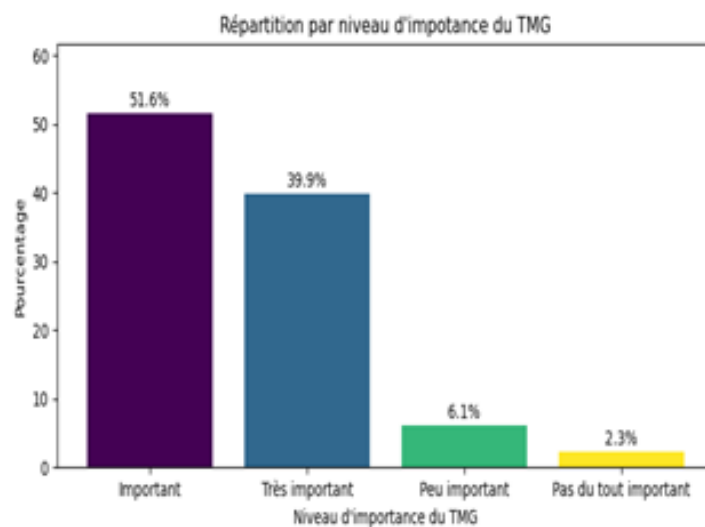


FIGURE 22 – Niveau d'importance du TMG selon la population enquêtée

Plus de 90% de la population enquêtée juge le TMG comme critère important, voire très important. Nous essayerons donc de proposer un TMG élevé par rapport au marché afin d'attirer plus de gens.

Préférences de la population enquêtée en termes de modalités de sortie de l'épargne constitué :

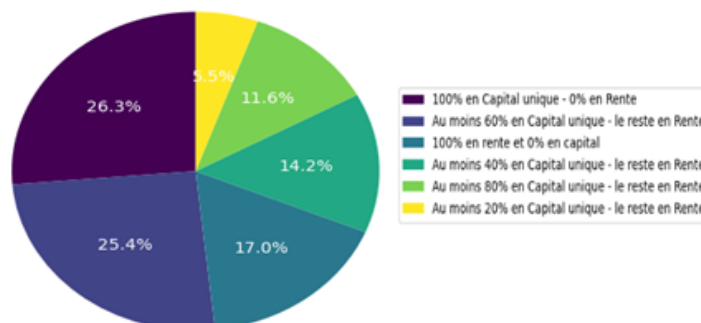


FIGURE 23 – Préférences de la population enquêtée en termes de sortie de l'épargne

On constate assez de divergence concernant les modalités de sortie de l'épargne constituée. Cependant on peut dire que la population enquêtée accorde plus d'importance à la sortie de l'épargne en capital par rapport à la sortie en rente.

Néanmoins, une sortie en capitale va être très pénalisante pour le gestionnaire du fond.

Niveau d'importance de la réversion :

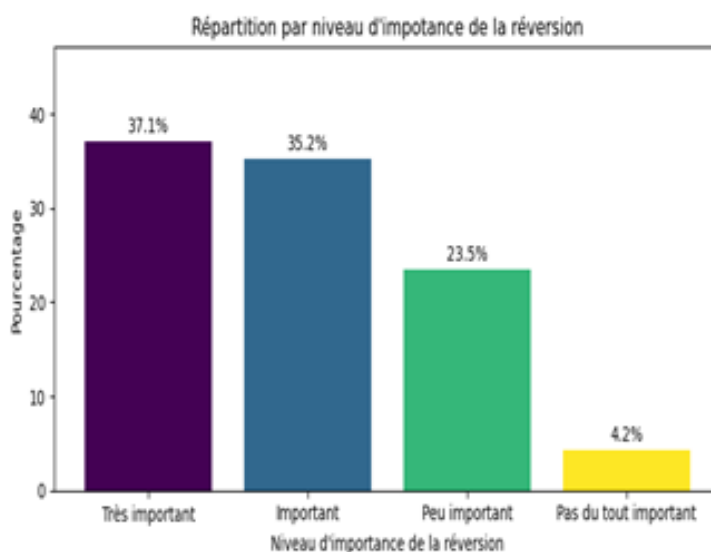


FIGURE 24 – Niveau d'importance de réversion selon la population enquêtée

La majorité de la population enquêtée accorde de l'importance aux rentes réversibles, on peut donc penser à instaurer un mécanisme de réversion au profits des conjoints survivants et des orphelins, et ce en s'inspirant des régimes existants surtout en ce qui concerne les conditions de réversions.

3.3. Structure du régime :

Présentation du produit

Le produit de retraite présenté dans ce mémoire est un régime par capitalisation à adhésion facultative. Il a vocation à constituer une retraite de base spécifiquement adaptée aux professions libérales, tout en restant accessible à d'autres catégories socioprofessionnelles, notamment les fonctionnaires et les travailleurs du secteur informel.

Ce régime vise à offrir une solution flexible et sécurisée pour la constitution d'un revenu de remplacement à la retraite, en complément ou en l'absence d'un système obligatoire existant.

la figure ci-dessous résume le fonctionnement globale du régime :

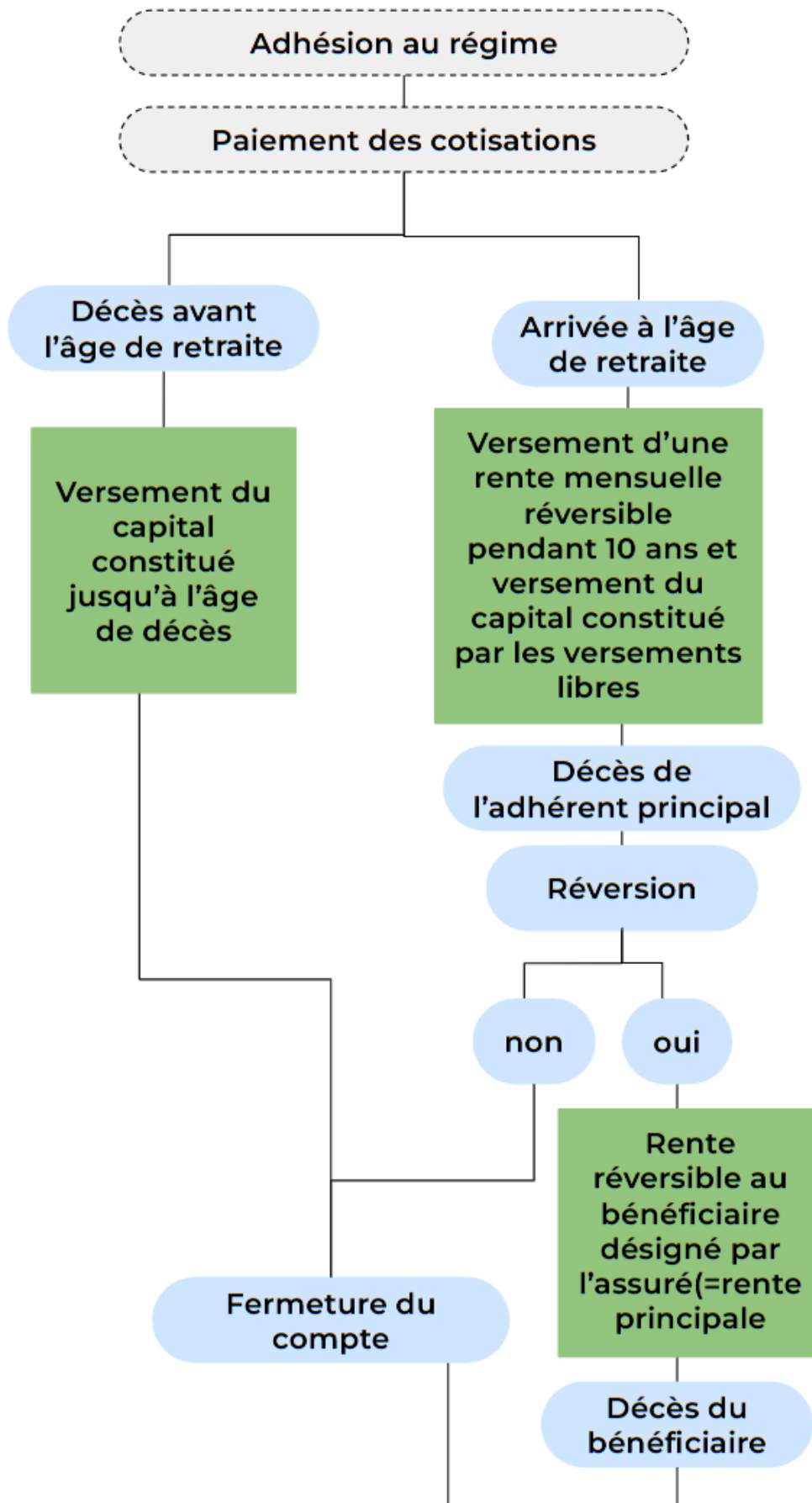


FIGURE 25 – Schéma du fonctionnement du régime

Garanties du produit :

Le régime proposé s'inscrit dans une logique qui combine des mécanismes de prévoyance et de retraite. Deux garanties principales sont offertes aux affiliés, afin d'assurer à la fois la sécurité de leurs ayants droit et la stabilité de leurs revenus au moment de la retraite.

Garantie en cas de décès

En cas de décès de l'adhérent principal avant l'âge de la retraite, le gestionnaire du fonds s'engage à verser aux bénéficiaires désignés par l'assuré lors de la souscription du contrat l'intégralité du capital accumulé par l'affilié. Cette garantie permet d'assurer une continuité financière en cas de décès prématuré et offre une protection essentielle aux ayants droit.

Garantie en cas d'arrivée à l'âge de la retraite

À l'âge de la retraite, le régime prévoit un mécanisme de sortie mixte, visant à concilier les intérêts du gestionnaire du fonds et les préférences des assurés. En effet, les résultats de l'enquête montrent que la majorité des professions libérales expriment une préférence pour des sorties en capital, tandis que le gestionnaire du fonds cherche à préserver les capitaux sur une période prolongée afin d'optimiser les investissements et de contribuer à la dynamisation de l'économie nationale.

Dans cette optique, le régime propose que l'assuré perçoive, à la liquidation de ses droits, deux types de prestations distinctes :

- Une **rente mensuelle certaine et temporaire** sur une période de 10 ans, constituée à partir des cotisations régulières versées pendant la vie active. Cette rente est versée chaque mois à l'assuré ou, en cas de décès pendant la période de service, à son bénéficiaire désigné.
- Un **capital unique** représentant le montant accumulé à partir des versements libres, que l'assuré peut percevoir intégralement à l'âge de la retraite.

Ce dispositif permet d'assurer une sécurité financière continue grâce à la rente, tout en préservant la liberté de constitution et de retrait du capital supplémentaire. Il favorise également une stratégie d'épargne active : en encourageant les versements libres, il offre à l'assuré la possibilité d'augmenter sensiblement ses ressources à la

retraite, tout en renforçant la capitalisation du fonds. Par cette approche équilibrée, le régime combine souplesse, solidarité et viabilité financière à long terme.

Autres caractéristiques du régime :

Le régime a été conçu de manière à offrir une flexibilité maximale à ses adhérents.

Parmi les principales caractéristiques :

- La possibilité de suspendre les versements à tout moment, sans affecter les droits déjà constitués ;
- La garantie d'un taux minimum garanti équivalent à 4%, indépendant des résultats des marchés financiers ;
- La liberté de modifier le montant des cotisations chaque année.

Ces dispositions visent à rendre le produit attractif, accessible et adaptable aux réalités économiques et professionnelles des professions libérales et autres travailleurs indépendants.

Paramètres du régime :

Les paramètres ci-dessous définissent les conditions d'adhésion, de cotisation et de liquidation des droits.

Âge minimal d'adhésion : 18 ans, ce seuil permet d'intégrer dès le début de leur activité les jeunes travailleurs, notamment les entrepreneurs du secteur informel, qui démarrent souvent leur carrière professionnelle à un âge précoce.

Âge maximal d'adhésion : 55 ans, cette limite garantit une durée minimale de participation au régime avant l'âge de départ à la retraite, assurant ainsi une accumulation suffisante de droits.

Âge légal de départ à la retraite : 60 ans, c'est à partir de cet âge que l'assuré peut liquider ses droits et percevoir ses prestations conformément aux dispositions du régime.

Fréquence des cotisations : Les cotisations sont versées sur une base mensuelle.

Montant des cotisations : Le régime propose une grille forfaitaire dont le montant minimal est fixé à 5 000 FCFA. L'adhérent choisit librement son niveau de cotisation à l'adhésion et dispose de la possibilité de le modifier à chaque nouvelle année civile, en fonction de l'évolution de sa situation financière ou de ses objectifs de retraite.

Versements libres : En complément des cotisations régulières, les adhérents peuvent effectuer des versements libres à tout moment. Le montant minimal de ces versements est fixé à 8 000 FCFA.

Partie 4 :

Tarification du régime

La tarification constitue une étape fondamentale dans la conception d'un produit de prévoyance. Elle consiste à fixer le prix que chaque assuré devra verser en contrepartie des garanties proposées, en veillant à assurer la viabilité financière du régime. Cette étape ne se résume pas à un simple calcul financier : elle repose sur des principes actuariels rigoureux, notamment ceux d'équilibre et de neutralité.

Le principe d'équilibre actuariel implique que, collectivement, les cotisations perçues couvrent en moyenne les prestations versées, sans entraîner ni excédent excessif ni déficit durable. Il s'agit d'assurer une gestion saine et responsable du produit, tout en respectant la notion d'équité : chaque cotisant doit recevoir, en moyenne, des prestations proportionnelles à ses contributions.

La neutralité actuarielle, quant à elle, suppose que la tarification tienne compte des caractéristiques propres à chaque individu comme l'âge, le sexe, ou d'autres facteurs de risque pertinents sans créer de transferts implicites injustifiés entre les sous-groupes d'assurés. Cela permet de garantir que les cotisations sont alignées au plus près du risque effectivement couvert.

Dans cette partie, nous présentons les principes et méthodes de tarification applicables au produit étudié, en mettant en lumière les hypothèses retenues et les choix techniques effectués.

4.1. Hypothèses de tarification :

La tarification du régime repose sur un ensemble d'hypothèses techniques et financières qui encadrent le calcul des cotisations et des prestations. Les paramètres retenus sont les suivants :

Frais de gestion : Il s'agit des frais prélevés annuellement sur la provision mathématique pour couvrir les coûts de fonctionnement du régime (gestion administrative,

suivi des comptes, etc.), dans notre cas, les frais de gestions sont fixés à 1 % de la PM.

Frais d'acquisition : Ce sont les frais prélevés lors de chaque cotisation versée, destinés à couvrir les charges liées à l'adhésion, à l'enregistrement et à la mise en place du contrat, il sont fixé par l'organisme gestionnaire du régime à 2,3 %

Frais sur encours : Ce sont des frais prélevés des prestations, dans notre cas aucun frais n'est appliqué sur les prestations versées.

Table de mortalité : *TV CIMA*, il s'agit de la table réglementaire de mortalité utilisée dans la zone CIMA, permettant d'estimer les probabilités de décès à chaque âge.

Taux technique : Ce taux est défini par la réglementation en vigueur. Il correspond au taux d'actualisation utilisé pour calculer les engagements futurs du régime, notamment les rentes. Dans notre contexte, le taux technique est fixé à 3,5%, conformément aux dispositions du Code des assurances de la zone CIMA.

La participation aux bénéfices : Il s'agit de la part des bénéfices financiers réalisés par le régime qui est redistribuée aux assurés, en complément des garanties contractuelles. Dans notre cas, conformément au Code des assurances de la zone CIMA, cette participation représente 85% des bénéfices réalisés sur le contrat.

4.2. Engagement de l'assuré :

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assuré est donnée par la formule suivante :

$$\text{VAP}(\text{Assuré}) = \sum_{k=0}^{n-1} (C_k + VL_k)(1+i)^{-k} \cdot {}_k p_x \cdot (1 - f_{\text{acquis}})$$

avec :

- n : Durée entre l'âge actuel x et l'âge de départ à la retraite,
- C_k : Cotisation régulière versée à l'année k ,

- VL_k : Versement libre effectué à l'année k ,
- i : Taux d'actualisation,
- ${}_kP_x$: La probabilité de survie d'un individu âgé de x jusqu'à l'âge $x + k$,
- f_{acquis} : Frais d'acquisition

4.3. Engagement de l'assureur :

La valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur est donnée par :

$$\text{VAP}(\text{Assureur}) = R \cdot a_{\overline{60:10}|}^{(12)} + \sum_{t=1}^{60-x-1} VL_t \cdot (1+i)^{60-x-t} + \sum_{t=1}^{60-x-1} Z_t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot q_{x+t-1}$$

avec :

- R : Montant de la rente mensuelle pendant 10 ans
- Z_t : Capital versée à l'année t en cas de décès de l'assuré.

$$Z_t = \sum_{j=0}^{t-1} (C_j + VL_j)(1+i)^{t-j}$$

- $a_{\overline{60:10}|}^{(12)}$: Valeur actuelle d'une annuité temporaire mensuelle pendant 10 ans à partir de l'âge 60.

$$a_{\overline{60:10}|}^{(12)} = \sum_{k=0}^{119} \frac{1}{12} \cdot v^{\frac{k}{12}} \cdot {}_{\frac{k}{12}}p_{60}$$

4.4. Calcul de l'épargne acquis :

L'épargne cumulée correspond à la réserve constituée par l'assuré au fil des années. Son évolution est donnée par la formule ci-dessous :

$$E_n = [E_{n-1} + \text{Prime} \cdot (1 - f_{\text{acquis}}) \cdot (1 + i) + \text{PB}] \cdot (1 - f_g)$$

avec :

- PB : La participation aux bénéfices
- f_g : Frais de Gestion

Partie 5 :

Construction d'une table de mortalité prospective

Les tables de mortalité constituent un outil statistique fondamental en démographie et en actuariat, notamment dans le cadre de la projection des engagements à long terme des régimes de retraite. Leur rôle est d'estimer la probabilité de décès (ou de survie) à chaque âge, permettant ainsi de calculer la durée espérée de versement des prestations, les cotisations nécessaires et la viabilité des systèmes de retraite dans un contexte de vieillissement démographique.

Traditionnellement, on distingue deux types de tables de mortalité :

- Table de mortalité du moment (Table transversale) : C'est une table qui décrit la mortalité observée à un moment donné, en supposant que l'individu traverse sa vie entière avec les taux de mortalité d'une année donnée. Elle offre une photographie statique sans tenir compte des évolutions futures de la mortalité.
- Table de mortalité de Génération (Table longitudinale) : C'est une table qui suit la mortalité d'une génération tout au long de sa durée de vie. Toutefois, une telle démarche est pratiquement irréalisable, car elle impliquerait une observation sur plusieurs décennies. Il est donc nécessaire de recourir à des méthodes de projection statistique, à partir de données historiques transversales.

Dans ce travail, nous avons élaboré une table de mortalité prospective à horizon 2050, à partir de données historiques (années 2005, 2010, 2015 et 2020), exprimées en tranches d'âge d'amplitudes 5 ans.

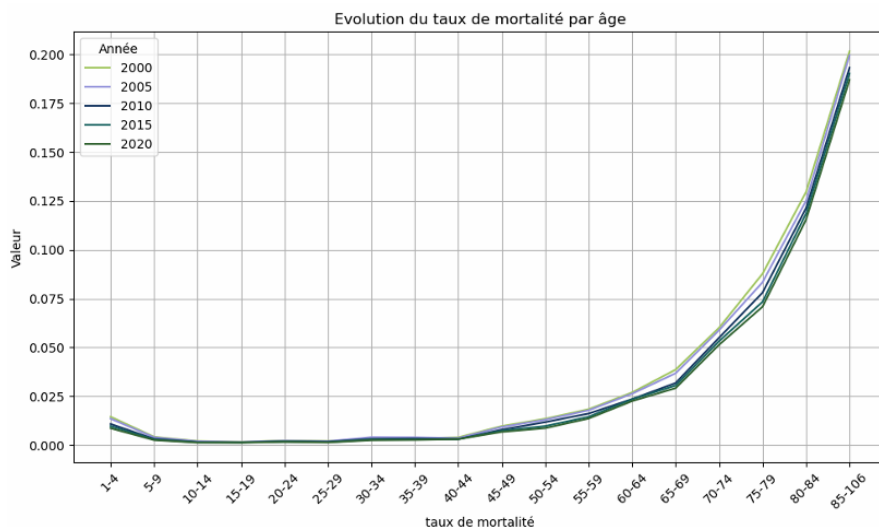


FIGURE 26 – Évolution des taux de mortalités historiques par tranche d'âge

Dans une première partie, nous avons utilisé le modèle de Lee-Carter, reconnu pour sa robustesse dans la modélisation de l'évolution des taux de mortalité, afin de projeter les taux futurs avec un pas de 5 ans jusqu'en 2050. Pour reconstruire des taux annuels à âge exact, une démarche en trois étapes a été adoptée en se basant sur l'allure de la courbe en dessus :

- Interpolation log-linéaire des taux entre 0 et 30 ans, où la mortalité suit une évolution relativement régulière.
- Ajustement par le modèle Gompertz-Makeham entre 31 et 79 ans, afin de refléter la croissance exponentielle de la mortalité à ces âges.
- Extrapolation via la méthode de Coale-Kisker à partir de 80 ans, en supposant que la probabilité de décès à 106 ans est égale à 1.

5.1. Projection des taux de mortalité : Modèle de Lee-Carter

La méthode de Lee-Carter consiste à décomposer la mortalité en deux composantes, l'une propre à l'âge et l'autre tendancielle, et ensuite à extrapoler celle relative au temps. La formule usuelle du modèle de Lee-Carter qui repose sur un modèle implicitement décrit en temps continu, s'écrit :

$$\ln(\mu_{x,t}) = a_x + \beta_x \cdot k_t$$

Ou, de manière équivalente, en intégrant un terme d'erreur :

$$\ln(\mu_{x,t}) = a_x + \beta_x \cdot k_t + \varepsilon_{x,t}$$

Avec :

- $\mu_{x,t}$: représente le taux instantané de mortalité à la date t pour l'âge x .
- a_x : est la composante spécifique à l'âge x . Elle décrit le comportement moyen des $\mu_{x,t}$ au cours du temps.
- k_t : décrit l'évolution générale de la mortalité dans le temps.
- β_x : indique la sensibilité de la mortalité instantanée à l'évolution générale de la mortalité. Elle mesure l'écart des $\mu_{x,t}$ par rapport à k_t . Ainsi, les âges pour lesquels les β_x sont élevés traduisent une plus grande sensibilité à l'évolution temporelle de la mortalité.
- $\varepsilon_{x,t}$: est un terme d'erreur reflétant les particularités propres à un âge x ou à une année t non capturées par le modèle. Ce terme d'erreur est supposé être une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Pour que le modèle de Lee-Carter soit identifiable, il convient de préciser les contraintes suivantes sur les paramètres :

$$\sum_{x=x_m}^{x_M} \beta_x = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{t=t_m}^{t_M} k_t = 0$$

Le passage des taux bruts de mortalité vers les probabilités de mortalité se fait selon la formule suivante :

$$\mu_{x,t}^* = -\ln(1 - \hat{q}_{x,t})$$

Estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter

La procédure d'estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter s'articule autour de quatre étapes principales :

1. Estimation des paramètres a_x , β_x et k_t à l'aide du critère des moindres carrés.
2. Ajustement des valeurs de k_t afin de satisfaire les contraintes d'identifiabilité imposées par le modèle.

3. Extrapolation de la composante temporelle k_t à partir de l'analyse de la stationnarité de la série temporelle. Cette étape comprend la modélisation à l'aide d'un processus ARIMA(p, d, q) selon la procédure proposée par Box et Jenkins.
4. Projection des taux futurs de mortalité, obtenue en réinjectant les valeurs prédites de k_t dans le modèle de base pour générer des taux de mortalité à venir.

L'estimation des paramètres du modèle repose sur un critère de moindres carrés, consistant à minimiser l'écart quadratique entre les logarithmes des taux de mortalité observés et ceux estimés par le modèle :

$$(\hat{a}_x, \hat{\beta}_x, \hat{k}_t) = \arg \min \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} (\ln(\hat{\mu}_{x,t}) - a_x - \beta_x k_t)^2$$

cette minimisation est réalisée sous les contraintes d'identifiabilité.

Estimation de a_x :

À partir de la relation :

$$\prod_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} \hat{\mu}_{x,t} = \exp \left(a_x (t_{\max} - t_{\min} + 1) + \beta_x \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} k_t \right)$$

on déduit la valeur de a_x comme suit :

$$a_x = \frac{1}{t_{\max} - t_{\min} + 1} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} \ln(\hat{\mu}_{x,t})$$

Estimation de β_x et k_t :

Soit $z_{x,t} = \ln(\hat{\mu}_{x,t}) - \hat{a}_x$. On pose alors :

$$Z = (z_{x,t})_{x,t}, \quad B = (\beta_x)_x, \quad K = (\kappa_t)_t$$

Les matrices Z , B , et K représentent respectivement les observations centrées, la sensibilité par âge, et l'indice temporel. L'objectif est de déterminer les matrices \hat{B}

et \hat{K} telles que :

$$Z = \hat{B}^T \hat{K}$$

dans le sens des moindres carrés, en minimisant :

$$\sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} (z_{x,t} - \beta_x k_t)^2$$

Pour ce faire, on procède à une **décomposition en valeurs singulières (SVD)** de la matrice Z . On obtient :

$$\hat{B} = \frac{v_1}{\sum_l v_{1l}}, \quad \hat{K} = \sqrt{\lambda_1 \left(\sum_l v_{1l} \right)} u_1$$

où :

- $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ sont les valeurs propres de la matrice $Z^* = Z^T Z$,
- u_i est le vecteur propre orthonormé associé à la valeur propre λ_i ,
- v_i est le vecteur propre orthonormé associé à λ_i de la matrice $\tilde{Z} = Z Z^T$.

Notons que Z^* et \tilde{Z} possèdent les mêmes valeurs propres.

Projection de κ_t à l'aide d'un modèle ARIMA :

La série κ_t résume l'évolution globale de la mortalité au cours du temps. Afin d'en projeter l'évolution future, elle peut être modélisée à l'aide d'un processus ARIMA, en suivant la méthodologie de Box et Jenkins.

On rappelle qu'un processus ARIMA(p,d,q) est défini par :

$$Y_k = \nabla_d X_k$$

$$Y_k - \sum_{k=1}^p a_k Y_{k-k} = \theta + \eta_k + \sum_{j=1}^q \theta_j \eta_{k-j}$$

où :

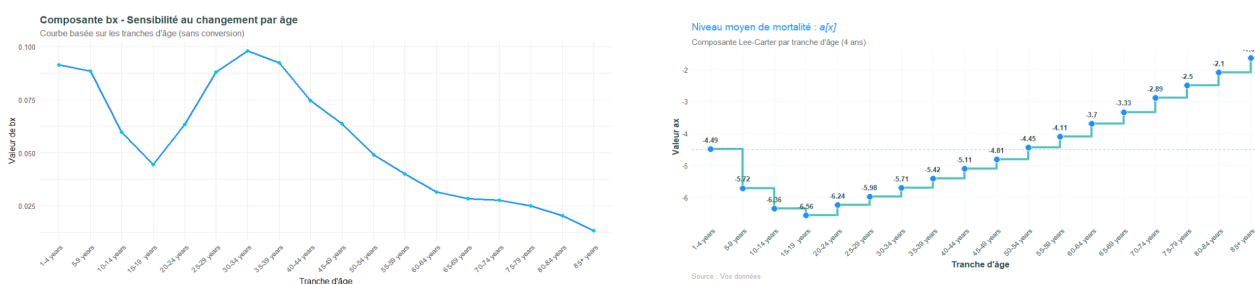
- ∇_d est l'opérateur de différence d'ordre d , $\nabla_d = 1 - B^d$,
- B est l'opérateur de retard, tel que $B\kappa_t = \kappa_{t-1}$,

— η_t est un bruit blanc gaussien suivant une loi $\mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$.

Le modèle de Lee-Carter classique suppose généralement que κ_t suit une marche aléatoire avec dérive, soit un processus ARIMA(0,1,0).

Résultats de la projection des taux de mortalité

Estimation des paramètres :



(a) Sensibilité au changement par âge (b_x)

(b) Niveau moyen de mortalité par âge (a_x)

FIGURE 27 – Composantes du modèle de Lee-Carter selon les tranches d'âge

Le graphique de gauche montre que la sensibilité au changement de la mortalité (b_x) est plus marquée chez les jeunes enfants (1–4 ans) et les adultes jeunes (30–34 ans), tandis qu'elle diminue avec l'âge, indiquant que les personnes âgées sont moins affectées par les variations temporelles de mortalité.

Le graphique de droite indique que le niveau moyen de mortalité (a_x) est plus faible (plus négatif) chez les jeunes, surtout entre 10 et 34 ans, et augmente progressivement avec l'âge, reflétant une mortalité moyenne plus élevée chez les personnes âgées.

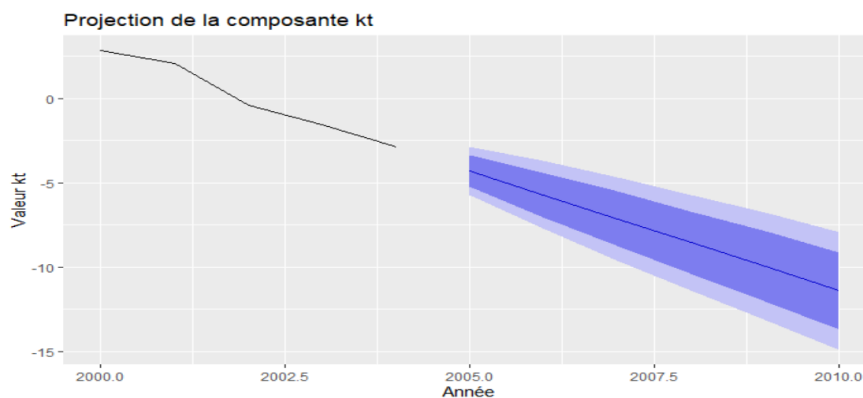
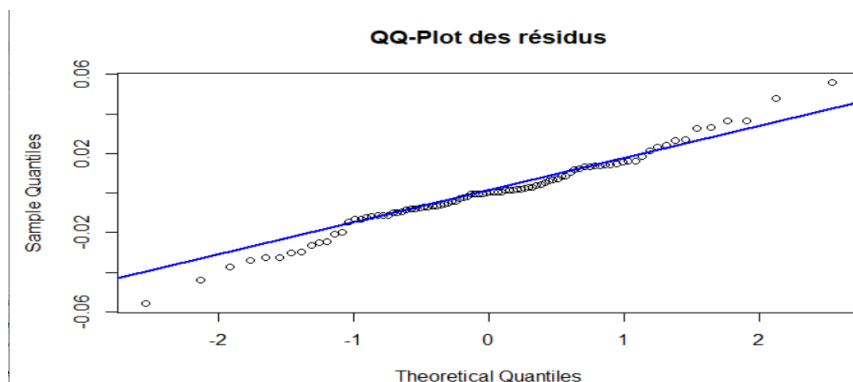


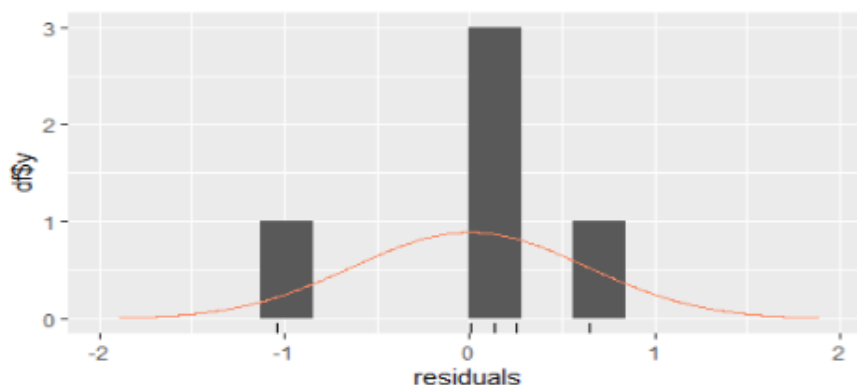
FIGURE 28 – Estimation de la composante temporelle du modèle Lee-Carter

la projection de k_t montre une baisse continue de la mortalité dans le temps, avec une incertitude croissante, reflétée par les intervalles de confiance, traduisant l'amélioration anticipée des conditions de survie.

Tests sur les résidus :



(a) QQ plot des résidus



(b) Distribution des résidus

FIGURE 29 – Distribution des résidus

```
Ljung-Box test
data: Residuals from ARIMA(0,1,0) with drift
Q² = 2.8903, df = 3, p-value = 0.4089
Model df: 0. Total lags used: 3
```

FIGURE 30 – Test d'autocorrélation des résidus

Les résidus du modèle Lee-Carter suivent une loi normale et forment un bruit blanc. D'où on peut conclure que les résultats de la modélisation obtenus par Lee-

Carter sont justes.

Courbe des taux de mortalité pour l'année 2050

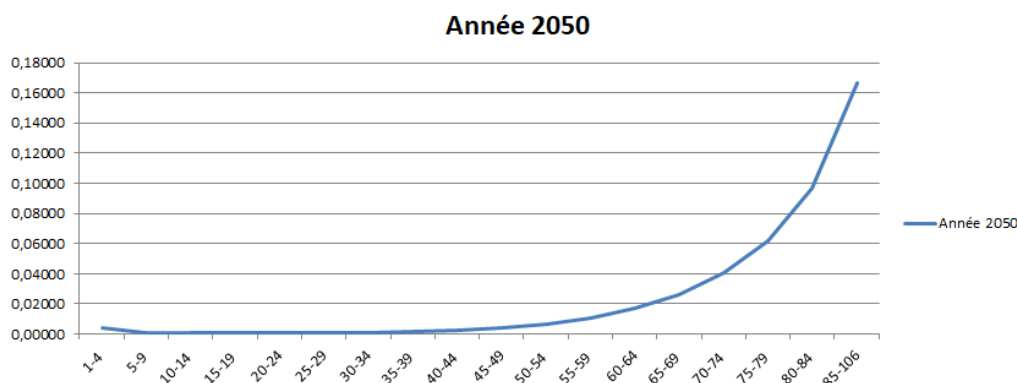


FIGURE 31 – Résultats de la projection des taux de mortalité pour l'année 2050

La courbe de mortalité projetée pour 2050 indique des taux très faibles aux jeunes âges, mais une augmentation exponentielle après 60 ans, soulignant les enjeux du vieillissement de la population.

Méthodes d'ajustement et d'extrapolation des taux de mortalité

Pour construire une table de mortalité complète, nous devons disposer de taux fiables sur l'ensemble de la plage d'âges, y compris pour les jeunes et les âges élevés. Nous avons donc recours à trois méthodes selon les tranches d'âge : l'interpolation log-linéaire (0–30 ans), l'ajustement de Makeham (30–80 ans) et l'extrapolation de Coale-Kisker (au-delà de 80 ans).

5.2. Interpolation log-linéaire (0–30 ans)

Entre les âges 0 et 30 ans, les taux de mortalité varient fortement et de manière irrégulière. Pour lisser ces variations et obtenir des taux à des âges entiers, nous avons appliqué une interpolation log-linéaire, fondée sur une évolution exponentielle du taux de mortalité :

$$\log m_x = \log m_{x_1} + \left(\frac{\log m_{x_2} - \log m_{x_1}}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1) \quad \Rightarrow \quad m_x = \exp(\log m_x)$$

Cette méthode permet d'assurer la continuité des taux tout en garantissant leur positivité.

5.3. Ajustement par la loi de Makeham (30–79 ans)

Pour les âges intermédiaires, les taux de mortalité sont relativement réguliers. Nous utilisons ici la loi de Makeham, qui prolonge la loi de Gompertz en ajoutant une composante constante.

Gompertz, en 1825, a proposé que la mortalité augmente de manière géométrique à partir d'un certain âge, selon la forme suivante :

$$\mu_x = \beta c^x \quad \text{avec} \quad c > 1, \quad \beta > 0$$

où β représente la mortalité de base et c^x la composante liée au vieillissement (ou sénescence).

Cependant, cette formulation ne tient pas compte des décès résultant de causes indépendantes du vieillissement, telles que les accidents ou les maladies. En 1860, Makeham améliore ce modèle en y ajoutant une constante α , conduisant à la formulation suivante :

$$\mu_x = \alpha + \beta c^x \quad \text{avec} \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad c > 1$$

Avec :

- α : composante indépendante de l'âge, représentant les risques de mortalité non liés au vieillissement (accidents, maladies aiguës, environnement, etc.).
- βc^x : structure exponentielle liée à l'âge, où β quantifie l'intensité du vieillissement et c contrôle la vitesse d'augmentation du risque de décès avec l'âge. Une valeur de $c < 1$ impliquerait une décroissance du risque (effet de rajeunissement), ce qui est peu réaliste dans un cadre humain.

Cette loi permet de capturer à la fois la progression exponentielle liée au vieillissement

sement et les causes de décès indépendantes de l'âge (accidents, maladies aiguës, etc.). Cependant, elle ne permet pas un bon ajustement des taux de mortalités pour les grands âges.

5.4. Extrapolation selon Coale-Kisker (au-delà de 80 ans)

Au-delà de 80 ans, les données empiriques sont souvent instables. Pour prolonger les taux de mortalité à ces âges avancés, nous avons utilisé la méthode proposée par Coale et Kisker (1990), qui extrapole les taux instantanés de mortalité selon la formule suivante :

$$\forall x \geq 80 \quad \mu_x = \mu_{80} \exp((x - 80)\bar{k}_x)$$

où \bar{k}_x représente le taux moyen de croissance de μ_x entre 81 et x ans. En posant k_y comme taux de croissance annuel de μ , on peut également écrire :

$$\mu_x = \mu_{80} \exp\left(\sum_{y=81}^x k_y\right) \quad \text{avec} \quad \bar{k}_x = \frac{1}{x - 80} \sum_{y=81}^x k_y$$

Cette méthode tient compte du fait que la croissance des taux de mortalité ralentit aux âges très avancés, assurant ainsi une extrapolation plus réaliste et biologiquement plausible.

5.5. Résultats de la modélisation :

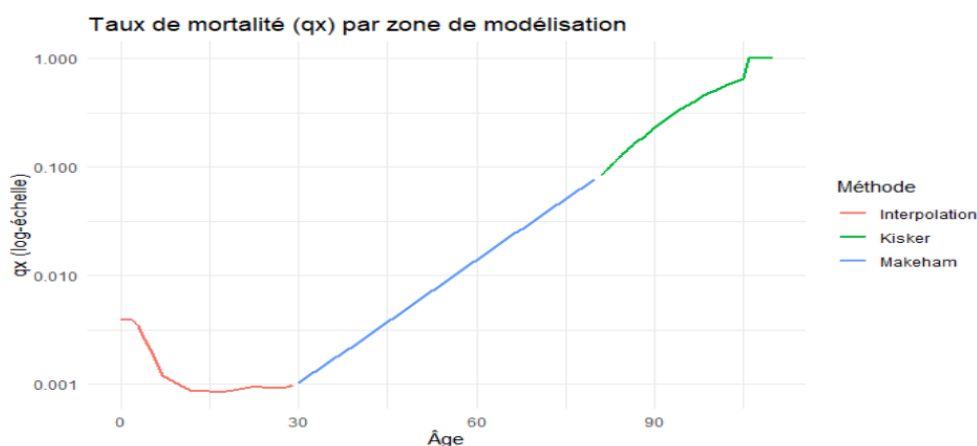


FIGURE 32 – Projection des probabilités de décès en fonction de l'âge pour l'année 2050

Ce graphique résume l'approche adoptée pour modéliser la mortalité sur l'ensemble du cycle de vie. On distingue trois segments correspondant chacun à une méthode spécifique :

- **Zone 1 – Interpolation log-linéaire (en rouge)** : appliquée entre 0 et 30 ans, cette méthode permet de lisser les taux dans une zone où la mortalité varie fortement. On observe une chute rapide du taux de mortalité après la naissance, suivie d'une stabilisation à des niveaux très faibles.
- **Zone 2 – Ajustement de Makeham (en bleu)** : utilisée entre 31 et 60 ans, cette portion montre une croissance exponentielle régulière des taux de mortalité, cohérente avec la structure du modèle de Gompertz-Makeham. La mortalité augmente graduellement avec l'âge adulte.
- **Zone 3 – Extrapolation de Coale-Kisker (en vert)** : Appliquée à partir de 80 ans, cette méthode prolonge les taux en tenant compte du ralentissement de leur rythme de croissance aux âges élevés. On observe un infléchissement de la pente, traduisant cette décélération progressive de l'augmentation des taux.

Partie 6 :

Pilotage du régime

Le pilotage actuariel d'un régime de retraite constitue un outil essentiel d'aide à la décision. En effet, il permet de dresser un véritable bilan de santé du régime, en fournissant aux gestionnaires, cotisants et bénéficiaires une vision claire de son évolution à long terme. À partir de cette analyse, les décideurs peuvent évaluer la soutenabilité du régime et arbitrer entre différentes options stratégiques d'ajustement ou de réforme.

Dans ce chapitre, nous procéderons à une double projection, démographique d'une part et financière d'autre part, afin d'évaluer la dynamique du régime envisagé sur un horizon de 50 ans, allant de 2025 à 2075. Ces projections permettront notamment d'analyser les flux d'entrées et de sorties du système, l'évolution des engagements financiers, ainsi que l'équilibre global entre les ressources issues des cotisations et les charges liées au service des prestations.

Pour modéliser ces projections, nous faisons appel à une méthode d'agrégation des données appelée *model point*. Cette technique consiste à regrouper les individus partageant les mêmes caractéristiques selon l'âge, le sexe et la cotisation mensuelle afin de les représenter par un profil unique. Par exemple, 100 cotisants de 40 ans versant chacun 1 FCFA peuvent être représentés comme un seul cotisant de 40 ans versant 100 FCFA. Cette approche permet de simplifier considérablement les calculs tout en conservant la richesse des informations essentielles du portefeuille.

6.1. Projections démographiques

Pour mener à bien les projections démographiques du régime, nous adoptons un modèle de population fondé sur une double variable : le temps et l'âge. À chaque instant de l'horizon de projection, nous chercherons à estimer l'effectif des adhérents en fonction de leur âge.

Le temps est discrétisé annuellement selon l'ensemble :

$$T = \{t_0, t_1 = t_0 + 1, \dots, t_N\}$$

où t_0 correspond à l'année de départ des projections (2025), et chaque t_i représente une observation faite le 31 décembre de l'année considérée. De même, l'échelle des âges est discrétisée :

$$X = \{x_0, x_1 = x_0 + 1, \dots, x_N\}$$

Ainsi, à chaque date $t \in T$ et pour chaque âge $x \in X$, on calcule le nombre de cotisants présents dans le régime, noté $cot(t, x)$. Ce cadre constitue la base de notre démarche : à partir de la population initiale, nous actualiserons chaque année les effectifs par âge en tenant compte les flux d'entrée et de sortie. Les hypothèses qui encadrent cette modélisation sont précisées ci-après.

Les hypothèses démographiques :

Dans le cadre de nos projections démographiques, plusieurs hypothèses clés ont été définies afin de modéliser l'évolution de la population affiliée au régime. Ces hypothèses portent sur la mortalité, les transitions entre états, la dynamique de la population générale et le comportement d'adhésion.

Table de mortalité :

La table de mortalité utilisée est la TV CIMA (entre 2025 et 2049) et la table prospective que nous avons construit dans le chapitre précédent (entre 2050 et 2075).

Tables de transition entre états :

Le régime modélise plusieurs états pour un individu : actif cotisant, affilié dormant (des adhérents qui ne cotisent plus), retraité, décédé. Les probabilités de passage d'un état à un autre ont été établies à partir de benchmarks provenant de régimes similaires, compte tenu de l'absence d'historique propre au régime.

Taux de croissance de la population :

La population globale des professions libérales à laquelle s'ajoutent les futurs affiliés est supposée évoluer selon un taux de croissance annuel constant. Ce taux est fixé à 6,19%.

Taux initial d'adhésion :

Le taux initial d'adhésion a été estimé à partir des résultats de l'enquête menée auprès de la population cible, portant sur la question suivante : « *À quel point seriez-vous intéressé par la souscription à ce régime de retraite ?* » Les réponses ont été réparties en quatre niveaux d'intérêt : très intéressé, assez intéressé, peu intéressé, et pas du tout intéressé.

Afin de traduire ces intentions déclarées en une estimation réaliste du taux d'adhésion initial, deux scénarios contrastés ont été définis : un scénario optimiste et un scénario pessimiste. À chaque modalité de réponse a été attribué un poids d'adhésion différent selon le scénario, reflétant des hypothèses plus ou moins favorables quant au passage de l'intention à l'action. Cette démarche permet d'encadrer l'incertitude autour du taux initial, qui sera ensuite utilisé comme point de départ A_0 dans la dynamique d'adhésion projetée.

Projection du taux d'adhésion :

À partir du taux initial estimé, nous projetons l'évolution de l'adhésion au régime au fil du temps en utilisant une fonction logistique généralisée. Cette approche permet de modéliser une montée progressive du nombre d'adhérents à mesure que le régime devient mieux connu et mieux compris.

La fonction utilisée est la suivante :

$$a(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K-A_0}{A_0}\right) e^{-r(t-t_0)}}$$

où :

- $a(t)$: nombre cumulé d'adhérents à l'année t ,
- A_0 : nombre d'adhérents à l'année de lancement t_0 (taux initial),
- K : plafond d'adhésion à long terme,
- r : taux de croissance de l'adhésion,
- t_0 : année de départ des projections (2025).

Cette fonction est croissante et présente les comportements asymptotiques suivants :

$$\lim_{t \rightarrow t_0} a(t) = A_0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} a(t) = K$$

Autrement dit, le nombre d'adhérents démarre à A_0 au lancement du régime, croît rapidement au début, puis ralentit à mesure qu'il se stabilise autour de la valeur plafond K .

Choix du plafond d'adhésion K selon chaque scénario :

Pour chaque scénario, un plafond d'adhésion K a été fixé comme proportion de la population projetée à long terme :

- Scénario optimiste : K correspond à 80% de la population projetée à l'horizon 2050 ;
- Scénario pessimiste : K correspond à 60% de la population projetée à l'horizon 2050.

Détermination du paramètre r :

Le paramètre r est calibré de sorte que le nombre d'adhérents atteigne 99% du plafond K à l'horizon de 50 ans. On utilise la formule suivante :

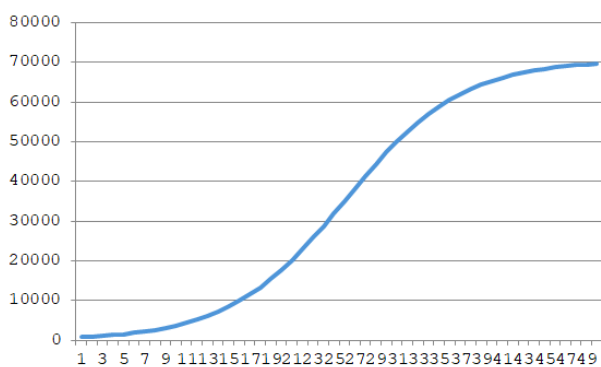
$$r = -\frac{1}{T} \ln \left(\left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \cdot \frac{A_0}{K - A_0} \right)$$

où :

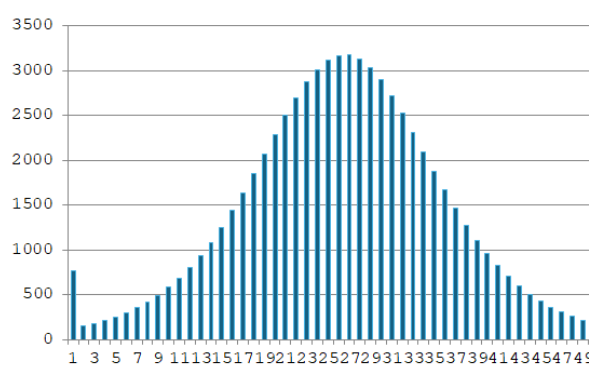
- $T = 50$ ans (horizon de projection),
- $\alpha = 0,99$ (objectif d'atteinte de 99% du plafond),
- A_0 : taux d'adhésion initial (différent selon les scénarios),
- K : plafond d'adhésion (différent selon les scénarios).

Projection du taux d'adhésion :

Scénario Optimiste



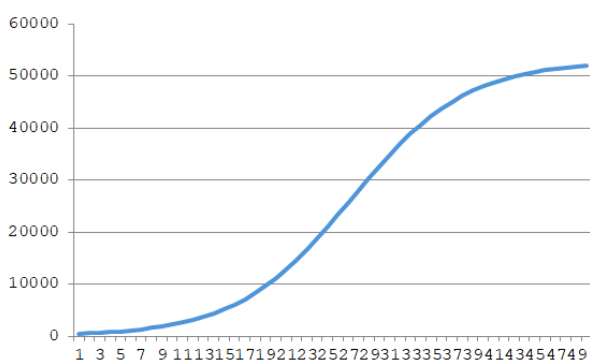
(a) Projection de l'effectif des adhérents selon le scénario optimiste



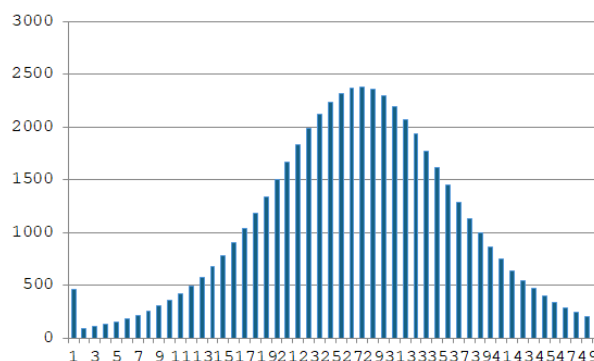
(b) Projection de l'effectif des nouveaux adhérents par année selon le scénario optimiste

Dans le scénario optimiste, l'adhésion évolue selon une courbe logistique atteignant un plafond de 70651 adhérents, soit 80% de la population cible projetée à l'horizon 2050. La montée en charge est plus rapide, avec un point d'inflexion autour de l'année 25. Le pic de nouveaux entrants est également plus élevé, avoisinant 3000 adhésions annuelles, traduisant une forte dynamique d'adoption du régime

Scénario pessimiste



(a) Projection de l'effectif des adhérents selon le scénario pessimiste



(b) Projection de l'effectif des nouveaux adhérents par année selon le scénario pessimiste

Le scénario pessimiste repose sur des hypothèses plus conservatrices, avec un plafond fixé à 60% de la population cible, soit environ 52988 adhérents. La courbe cumulative conserve une forme logistique mais plus aplatie, traduisant une adoption plus lente et moins massive. Le pic d'adhésions annuelles est atteint également autour de l'année 25, mais avec un volume plus faible (environ 2500 nouveaux entrants), reflétant une moindre mobilisation de la population concernée.

Projections des flux d'entrés et de sorties :

Afin de modéliser l'évolution du nombre de cotisants par âge et par année, il est nécessaire de tenir compte des flux d'entrée et de sortie du régime. Ces flux traduisent les transitions possibles d'un individu d'une catégorie d'affiliation à une autre pour chaque année. Le tableau suivant présente les principaux types de changements de catégorie susceptibles de survenir d'une année à l'autre :

Catégorie à l'année t	Catégorie à l'année $t + 1$
Cotisant	Cotisant, dormant, retraité, décédé
Dormant	Dormant, cotisant, retraité, décédé
Retraité	Retraité, décédé

TABLE 9 – Transitions possibles entre catégories d'une année à l'autre

Nous allons à présent déterminer, pour chaque âge et chaque année, l'effectif des individus appartenant à chacune des catégories définies précédemment.

Afin de formaliser ces calculs, nous introduisons ci-après les notations utilisées dans la suite de cette section :

- **Cot**(x, t) : Nombre de cotisants d'âge x à l'année t .
- **Nv**(x, t) : Nombre de nouveaux adhérents d'âge x à l'année t .
- **Dor**(x, t) : Nombre d'affiliés dormants (inactifs) d'âge x à l'année t .
- **Ret**(x, t) : Nombre de retraités d'âge x à l'année t .
- **Décès**(x, t) : Nombre d'individus décédés à l'âge x au cours de l'année t .
- Q_x : Probabilité de décès à l'âge x .
- $P_{\text{liq}}(x)$: Probabilité pour un cotisant d'âge x de liquider ses droits à la retraite l'année prochaine.

$$P_{\text{liq}}(x) = 1_{\{x=59\}}$$

- $P_{\text{dor}}(x, t)$: Probabilité pour un cotisant d'âge x à l'année t de passer à l'état dormant.
- $P_{\text{ret}}(x, t)$: Probabilité pour un affilié dormant d'âge x à l'année t de réintégrer l'état cotisant.

Effectif des cotisants :

L'évolution de l'effectif des cotisants suit la relation générale suivante :

$$\text{Cot}(x + 1, t + 1) = \text{Cot}(x, t) + \text{Entrées}(x, t) - \text{Sorties}(x, t)$$

L'effectif initial des cotisants pour une cohorte d'âge x à l'année $t = 0$ correspond au nombre de nouveaux entrants dans le régime :

$$\text{Cot}(x, 0) = \text{Nv}(x, 0)$$

Pour les années suivantes, l'effectif des cotisants est défini comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Cot}(x + 1, t + 1) = & \text{Nv}(x + 1, t + 1) + \text{Cot}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \cdot (1 - P_{\text{dor}}(x, t)) \cdot (1 - P_{\text{liq}}(x)) \\ & + \text{Dor}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \cdot (1 - P_{\text{liq}}(x)) \cdot P_{\text{ret}}(x, t) \end{aligned}$$

Effectif des dormants :

L'effectif des individus dans l'état de dormant à l'instant initial est nul :

$$\text{Dor}(x, 0) = 0$$

Le nombre de dormants de la cohorte d'âge $(x + 1)$ à l'année, $(t + 1)$ évolue selon la relation suivante :

$$\begin{aligned} \text{Dor}(x + 1, t + 1) = & \text{Dor}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \cdot (1 - P_{\text{ret}}(x, t)) \cdot (1 - P_{\text{liq}}(x)) \\ & + \text{Cot}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \cdot (1 - P_{\text{liq}}(x)) \cdot P_{\text{rad}}(x, t) \end{aligned}$$

Effectif des retraités :

Le nombre de retraités à la date (x, t) est donné par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \text{Ret}(x + 1, t + 1) = & \text{Ret}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \\ & + \text{Cot}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \cdot (1 - P_{\text{dor}}(x, t)) \cdot P_{\text{liq}}(x) \\ & + \text{Dor}(x, t) \cdot (1 - Q_x) \cdot (1 - P_{\text{ret}}(x, t)) \cdot P_{\text{liq}}(x) \end{aligned}$$

Effectif des décédés :

Le nombre de décès à l'âge x au cours de l'année t est donné par la formule suivante :

$$\text{Décès}(x, t) = Q_x \cdot (\text{Cot}(x, t) + \text{Dor}(x, t) + \text{Ret}(x, t))$$

Résultats des projections démographiques

Nous évaluerons les projections de chaque classe d'adhérents selon les deux scénarios établies auparavant.

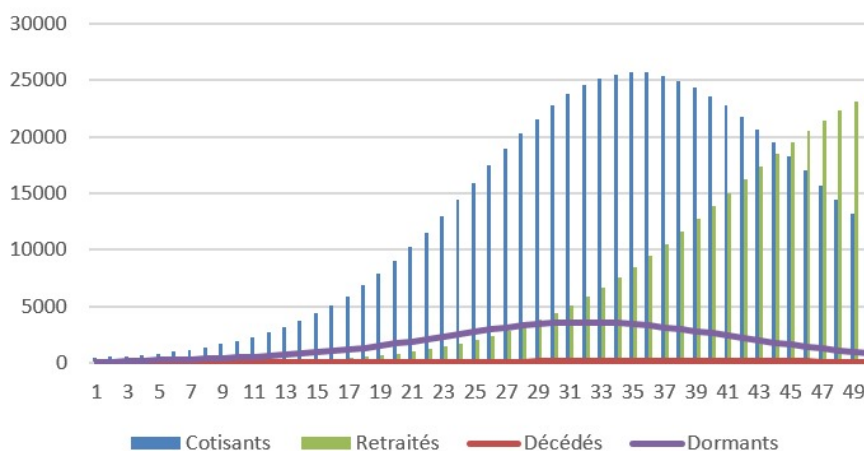
Scénario optimiste :

FIGURE 35 – Projections démographiques selon le scénario optimiste

Dans ce scénario, l'effectif des cotisants connaît une croissance soutenue jusqu'à atteindre un pic d'environ 27000 individus vers la 35ème année. Cette progression reflète une dynamique démographique favorable, portée par une entrée régulière de nouveaux adhérents et une stabilité des carrières. Le nombre de retraités augmente plus lentement, atteignant environ 16000 en fin des projections, ce qui traduit un bon équilibre entre les flux entrants et sortants. Les décès restent faibles, n'excédant pas 2000 individus au maximum, ce qui est cohérent avec un profil d'adhérents relativement jeune. Quant aux dormants, leur nombre reste contenu autour de 2500, suggérant une faible accumulation de droits non liquidés.

Scénario pessimiste :

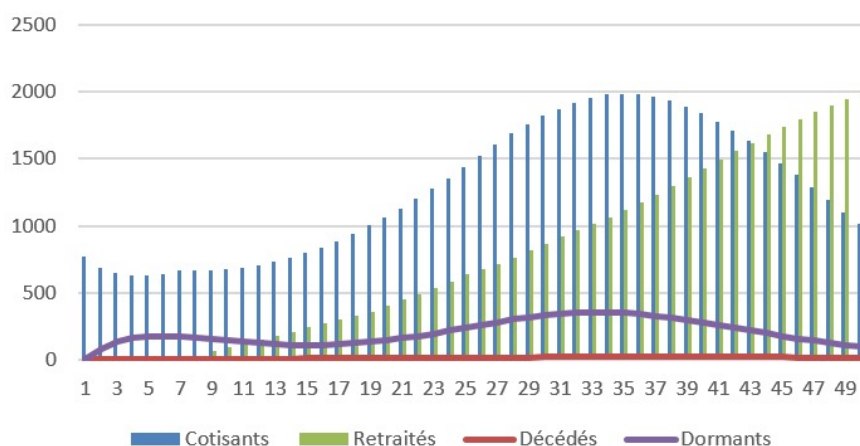


FIGURE 36 – Projections démographiques selon le scénario pessimiste

Ce graphique illustre l'évolution projetée des différents statuts des assurés au sein du régime : cotisants, retraités, décédés et dormants, sur un horizon de 50 ans selon le scénario pessimiste. On observe dans un premier temps une croissance soutenue du nombre de cotisants, suivie d'un plafonnement, puis d'un déclin progressif. Parallèlement, le nombre de retraités augmente continuellement, dépassant progressivement les cotisants vers la fin de l'horizon, traduisant un vieillissement de la population assurée.

Dans le cadre d'un régime en capitalisation, cette dynamique démographique n'a pas d'incidence immédiate sur la capacité de financement, dans la mesure où les prestations sont couvertes par l'épargne individuelle accumulée. Toutefois, la diminution du flux de cotisants actifs compromet indirectement la capacité du régime à se renouveler et à générer des excédents structurels nécessaires au maintien de la solvabilité collective.

6.2. Projections financières :

Dans cette partie, nous présentons les projections financières du régime, en complément des projections démographiques exposées précédemment, afin d'évaluer sa viabilité à long terme. Cette analyse suit la même démarche que celle adoptée dans le cadre du modèle par points.

Les projections financières permettent d'étudier l'évolution attendue des cotisations,

des rendements et des prestations, ainsi que la capacité du régime à maintenir son équilibre financier dans le temps. Elles ont également pour objectif de vérifier si le régime est en mesure d'honorer l'engagement d'un taux de remplacement garanti (TMG) envers les affiliés.

L'ensemble de cette analyse repose sur un jeu d'hypothèses financières présentées ci-après.

Hypothèses Financières :

Les projections financières du régime de retraite par capitalisation reposent sur un ensemble d'hypothèses qui influencent directement la valorisation des droits individuels, la constitution des provisions mathématiques et l'évaluation de la soutenabilité à long terme du système. Ces hypothèses sont formulées conformément aux principes actuariels et aux exigences réglementaires en vigueur dans la zone CIMA.

Frais de gestion

Les frais de gestion correspondent aux charges récurrentes supportées par le régime pour assurer la gestion administrative, comptable et financière des droits. En pratique actuarielle, ces frais sont prélevés annuellement sur la provision mathématique, réduisant ainsi le rendement net perçu par les affiliés. Dans le cadre de ces projections, un taux de frais de gestion égal à 1 % de la provision mathématique a été retenu.

Frais d'acquisition

Les frais d'acquisition désignent les prélèvements effectués lors de chaque versement de cotisation, avant que les montants ne soient investis. Ces frais servent à couvrir les coûts d'entrée dans le régime, incluant les frais administratifs initiaux et, le cas échéant, les frais de distribution. Pour les besoins de ce modèle, les frais d'acquisition sont fixés à 2,3 % du montant de chaque cotisation versée.

Frais sur encours

Les frais sur encours peuvent être appliqués lors de la liquidation des droits, c'est-à-dire au moment du versement des prestations. Afin d'assurer une restitution totale

des droits accumulés et de ne pas pénaliser les affiliés à la sortie, aucun frais de ce type n'est appliqué dans ce modèle. Le taux est donc fixé à 0 %.

Taux technique

Le taux technique est un paramètre actuariel fondamental utilisé pour actualiser les engagements futurs du régime, notamment lors du calcul des rentes viagères. Il représente un rendement garanti, fixé par la réglementation. Conformément aux dispositions du Code des assurances de la zone CIMA, le taux technique retenu pour les présentes projections est de 3,5 %.

La participation aux bénéfices

La participation aux bénéfices correspond à la fraction des résultats techniques et financiers qui doit être redistribuée aux assurés. Le Code des assurances de la zone CIMA impose une dotation minimale de 85 % à cette provision. Toutefois, dans le cadre des projections présentées, les bénéfices ne sont pas intégrés dans les calculs. Cette hypothèse permet d'adopter une approche prudente fondée uniquement sur les paramètres garantis.

Montants de cotisation par tranche d'âge

Les montants de cotisation retenus dans le cadre des projections ont été estimés à partir des données recueillies lors de l'enquête. Pour chaque tranche de cotisation proposée, la valeur moyenne a été utilisée comme approximation du montant effectivement cotisé par les individus appartenant à cette tranche. Ainsi, pour chaque groupe d'âge, le montant moyen de cotisation a été calculé comme la moyenne pondérée des milieux de tranches, en fonction de la proportion de répondants dans chaque catégorie.

Par simplification, il a été supposé que tous les individus appartenant à une même tranche d'âge cotisent au même montant moyen, indépendamment de leur situation individuelle. Cette hypothèse permet d'introduire une structure de cotisation réaliste sans complexifier excessivement la modélisation.

En outre, il est admis que ce montant de cotisation peut évoluer d'une année à l'autre au sein de chaque trajectoire individuelle, afin de refléter une certaine variabilité ou

progression au fil de la carrière. Toutefois, dans le modèle actuel, cette évolution n'est pas individualisée mais intégrée de manière moyenne dans les hypothèses dynamiques.

Versements libres

Dans le cadre des présentes projections, les versements libres ne sont pas pris en compte. Cette exclusion repose sur deux considérations principales. D'une part, il n'existe actuellement aucune base de données historique permettant d'estimer de manière fiable la fréquence, le montant ou le comportement des assurés en matière de versements libres. D'autre part, l'objectif de notre outil de projection est d'évaluer la viabilité et la performance du régime sur la base de ses paramètres structurels, indépendamment de comportements individuels exceptionnels ou aléatoires. Cette hypothèse constitue donc un choix de prudence méthodologique, visant à isoler les effets des cotisations régulières et des mécanismes garantis du régime dans l'analyse actuarielle.

Notations utilisées :

Avant de procéder aux projections financières, il est nécessaire de définir l'ensemble des notations et symboles utilisés dans le modèle.

- $CT(x, t)$: Cotisation versée par un individu d'âge x à l'année t .
- $PM(x, t)$: Provision mathématique constituée à l'âge x pour l'année t .
- $PD(x, t)$: Prestation versée en cas de décès d'un affilié d'âge x durant l'année t .
- $PR(x, t)$: Prestation de retraite versée à un individu d'âge x à l'année t .
- i : Taux technique.
- fg : Frais de gestion, exprimé en pourcentage de la provision mathématique.
- $facq$: Frais d'acquisition, exprimé en pourcentage des cotisations versées.

Ces notations serviront de base à l'ensemble des équations de projection financière développées dans les sections suivantes.

Projection des cotisations :

La projection des cotisations vise à estimer, pour chaque année de projection, le volume total des contributions versées par les affiliés en fonction de leur âge et des modalités de cotisation disponibles dans le régime.

Le régime propose cinq montants forfaitaires de cotisation, notés CF_i , que les affiliés peuvent choisir librement. Pour chaque année t , la cotisation globale pour les individus d'âge x est modélisée par la formule suivante :

$$CT(x, t) = \sum_{i=1}^5 \cot(x, t) \cdot \alpha_i \cdot CF_i$$

Avec :

$CT(x, t)$: Cotisation totale projetée pour les individus d'âge x à l'année t ,

$\cot(x, t)$: Nombre de cotisants d'âge x à l'année t ,

α_i : Proportion des cotisants ayant choisi le montant forfaitaire CF_i ,

CF_i : Montant forfaitaire de cotisation proposé par le régime.

Résultats des projections des cotisations :

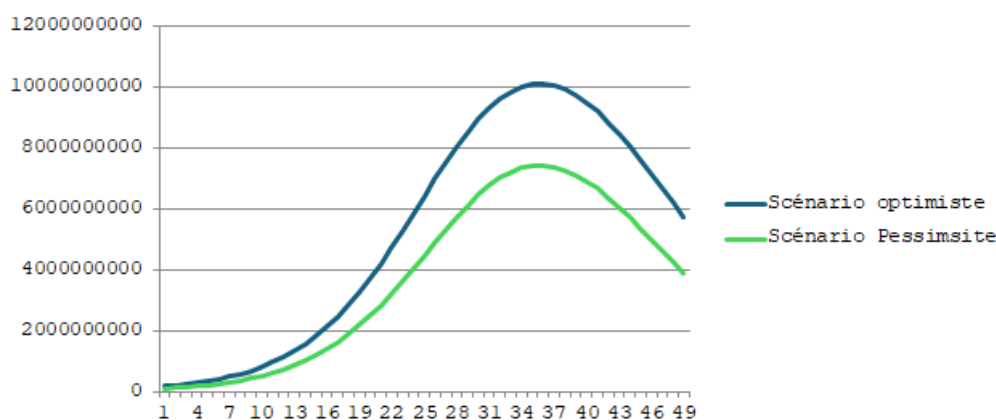


FIGURE 37 – Projections des cotisations

On observe dans les deux scénarios une croissance progressive des cotisations au cours des premières années, portée par l'élargissement de la population active affiliée, ainsi que par la progression potentielle des montants forfaitaires choisis. Le scénario optimiste, fondé sur des hypothèses favorables présente une dynamique plus soutenue, avec un pic atteint autour de l'année 38. Le scénario pessimiste, quant

à lui, atteint un maximum plus modéré et plus tôt. La phase de décroissance observée en fin de période reflète la diminution progressive de la population cotisante, liée aux départs à la retraite.

Projection de la provision mathématique :

Dans notre modèle, les provisions sont évaluées à la date du 31 décembre de chaque année de projection. Le calcul de la provision mathématique se distingue selon deux situations :

Cas 1 : Première année de projection ($t = 0$) :

Pour la première année, les provisions mathématiques sont calculées à partir des cotisations brutes versées, nettes des frais d'acquisition et de gestion. La formule est la suivante :

$$PM(x, 0) = \sum_{x=18}^{55} \text{cot}(x, 0) \cdot (1 + i) \cdot (1 - f_{\text{acq}}) \cdot (1 - f_g)$$

Cas 2 : Années suivantes ($t > 0$) :

À partir de la deuxième année, la provision mathématique tient compte de la provision accumulée l'année précédente, des prestations de décès versées durant l'année, des nouvelles cotisations, des frais appliqués, et du rendement technique. Elle évolue selon la formule suivante :

$$PM(x + 1, t + 1) = [PM(x, t) - PD(x, t) - PR(x, t) + CT(x + 1, t + 1) \cdot (1 - f_{\text{acq}})] \cdot (1 - f_g) \cdot (1 + i)$$

Résultats des projections des cotisations :

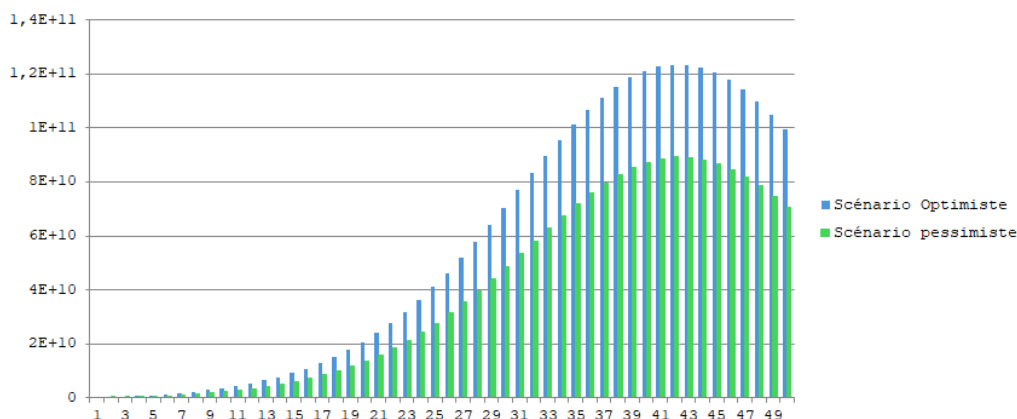


FIGURE 38 – Projections de la provision mathématique

On constate que dans les deux cas, la provision croît fortement au cours des premières décennies, traduisant la phase d'accumulation où les cotisations dépassent largement les prestations. Le scénario optimiste, conduit à un pic de provision plus élevé et plus tardif (vers l'année 40), tandis que le scénario pessimiste atteint un maximum plus tôt (autour de l'année 37) et de moindre ampleur. Au-delà de ces pics, la réserve commence à décroître, illustrant la phase de décapitalisation liée à la montée en charge des prestations de retraite. Cette dynamique met en évidence le cycle de vie classique d'un régime par capitalisation et la sensibilité de son équilibre financier aux paramètres techniques. Le maintien d'une provision positive jusqu'à la fin de la période projetée dans les deux scénarios témoigne toutefois d'une certaine robustesse du régime, sous réserve d'une gestion prudente et adaptée aux conditions économiques futures.

Prestation de décès

Le régime prévoit le versement d'une prestation en cas de décès de l'adhérent avant l'âge légal de départ à la retraite, fixé à 60 ans. Cette prestation correspond au capital accumulé par l'individu au moment du décès et est versée aux ayants droit à la fin de l'année du décès. La prestation de décès à l'âge x durant l'année t , notée $PD(x, t)$, est déterminée par la formule suivante :

$$PD(x, t) = Q_x \cdot PM(x, t)$$

Prestation de retraite

À l'âge de la retraite, fixé à 60 ans dans le cadre du régime, les affiliés peuvent liquider leur capital accumulé sous forme de rente certaine versée sur une période de 10 ans. Le montant annuel de la prestation de retraite, notée $PR(x, t)$, est calculé chaque fin d'année selon la formule suivante :

$$PR(x, t) = P_{\text{liq}}(x, t) \cdot \frac{PM(x, t)}{a_{x:\overline{10}}}$$

La valeur de $a_{x:\overline{10}}$ est donnée par :

$$a_{x:\overline{10}} = \sum_{k=0}^9 \left(\frac{1}{1+i} \right)^k = \sum_{k=0}^9 v^k$$

Cette formule correspond à une rente certaine, versée pendant 10 années, sans prise en compte de la probabilité de survie. En effet, comme la rente est réversible sur une durée déterminée, elle est versée indépendamment de la survie du bénéficiaire principal, ce qui justifie l'absence de pondération par la probabilité de vie.

Ce choix permet de simplifier le calcul tout en reflétant une hypothèse prudente et protectrice pour l'assuré et ses ayants droit.

Résultats des projections des prestations :

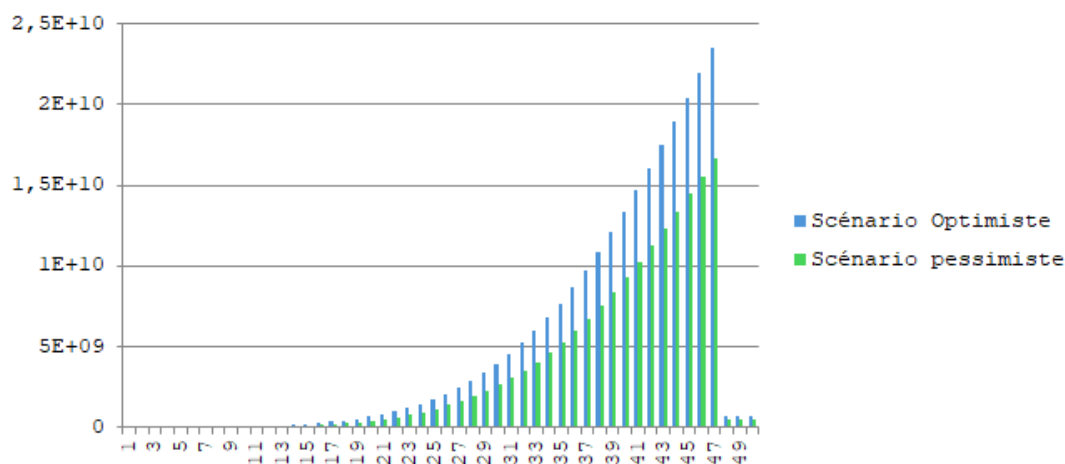


FIGURE 39 – Projections des prestations servies par le régime

L'évolution projetée du montant total des prestations versées par le régime, incluant à la fois les prestations de décès et les rentes de retraite est caractérisée par une croissance progressive et accélérée des prestations à partir de la 20 année, traduisant

l'entrée progressive des premières générations dans la phase de liquidation des droits. Le scénario optimiste, associé à une capitalisation plus importante et à une meilleure stabilité des cotisations, conduit naturellement à des prestations plus élevées, tandis que le scénario pessimiste, caractérisé par des droits accumulés moindres, génère un niveau de prestations plus limité. Dans les deux cas, le volume des prestations atteint un maximum en fin de période, signe que le régime entre dans sa pleine maturité, avec une proportion importante de bénéficiaires. Ce résultat met en évidence la montée en charge progressive du régime et confirme la nécessité d'une accumulation suffisante de provisions dans les premières décennies pour absorber l'augmentation structurelle des engagements. Il souligne également l'importance d'une gestion prudente du rendement, des frais et du comportement de cotisation, afin d'assurer la soutenabilité des prestations sur le long terme.

Projection de la réserve :

La réserve du régime correspond au solde net disponible pour couvrir les engagements futurs, après déduction des prestations versées au cours de l'année. Elle permet de mesurer à chaque période la capacité du régime à faire face à ses obligations tout en assurant sa viabilité financière. La réserve nette à l'année t pour les individus d'âge x est définie par la formule suivante :

$$\text{Réserve}(x, t) = PM(x, t) - PD(x, t) - PR(x, t)$$

Résultats des projections de la réserve :

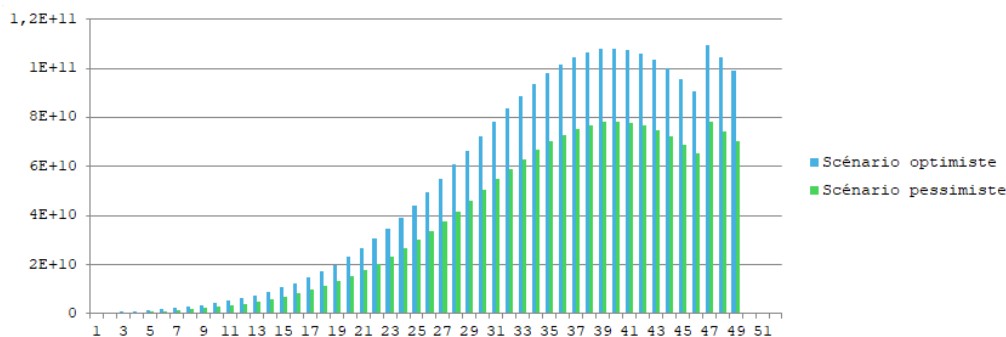


FIGURE 40 – Projections de la réserve annuelle du régime

On constate que, dans les premières années, la réserve croît rapidement dans les deux cas, traduisant l'effet cumulatif des cotisations et des rendements, combiné

à un niveau encore modéré de prestations versées. Le scénario optimiste aboutit à une accumulation plus importante que le scénario pessimiste. Les deux courbes atteignent un pic : autour de l'année 41 pour le scénario optimiste, et légèrement plus tôt pour le scénario pessimiste. Au-delà de ce point, la réserve diminue progressivement dans les deux cas, sous l'effet de la montée en charge des prestations de retraite et de décès. Cette phase de décapitalisation est une caractéristique attendue dans un régime mature. Le maintien d'une réserve positive jusqu'à la fin de la période projetée montre néanmoins que le régime, dans les deux configurations, reste solvable à long terme, à condition que les hypothèses retenues soient respectées et que les paramètres de pilotage (cotisation, âge de retraite, frais) soient ajustés si nécessaire.

Conclusion

Les projections réalisées dans ce chapitre confirment que la viabilité d'un régime de retraite par capitalisation repose essentiellement sur la dynamique des adhésions, la régularité des cotisations et une gestion prudente des réserves accumulées. Le scénario optimiste met en évidence une phase d'accumulation soutenue, permettant de constituer une provision mathématique suffisante pour couvrir les engagements futurs, tandis que le scénario pessimiste révèle des tensions plus marquées à long terme, notamment en raison d'un ratio cotisants/retraités défavorable et d'une moindre capitalisation.

Dans les deux cas, la trajectoire du régime suit une logique classique : accumulation progressive des actifs au cours des premières décennies, suivie d'une phase de décapitalisation liée à la montée en charge des prestations. Le maintien d'une réserve positive jusqu'à l'horizon 2075 témoigne toutefois d'une certaine résilience du système, sous réserve que les paramètres de pilotage soient régulièrement réévalués et ajustés.

Partie 7 :

Allocation stratégique d'actif

Fondements théoriques de l'allocation optimale

7.1. Le Modèle de Markowitz

Le modèle proposé par Harry Markowitz en 1954 est considéré comme l'un des fondements de la théorie moderne de la gestion de portefeuille. Il repose sur une idée simple mais puissante : un investisseur rationnel ne cherche pas uniquement à maximiser le rendement de ses investissements, mais cherche aussi à contrôler le risque qu'il prend. Dans ce cadre, le rendement représente ce que l'on peut espérer gagner, tandis que le risque est mesuré par la variabilité des rendements, souvent représentée par la variance ou l'écart type.

Ce modèle permet de construire ce qu'on appelle un *portefeuille efficient*. Il s'agit d'un portefeuille qui, pour un certain niveau de risque, offre le rendement le plus élevé possible, ou bien, pour un niveau de rendement donné, minimise le risque. L'ensemble de ces portefeuilles forme ce qu'on appelle la *frontière efficiente*.

Pour construire cette frontière, on suit généralement les étapes suivantes :

- On fixe un objectif de rendement attendu.
- On recherche ensuite tous les portefeuilles possibles qui atteignent ce rendement tout en ayant le risque le plus faible.
- Parmi eux, on retient celui qui présente le meilleur compromis entre rendement et risque.

En répétant cette démarche pour plusieurs niveaux de rendement, on obtient une série de portefeuilles optimaux. Ces derniers représentent les meilleurs choix possibles selon les préférences de l'investisseur.

Rendement et risque d'un portefeuille financier :

Dans le cadre de la théorie de Markowitz, un portefeuille est défini comme une combinaison linéaire de n actifs financiers, chacun étant pondéré par une proportion d'investissement. Soit $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ le vecteur des poids affectés à chaque

actif, où x_i représente la part du capital investie dans l'actif i , avec la contrainte de pleine allocation suivante :

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{soit} \quad \mathbf{1}^T X = 1 \quad (1)$$

Rendement espéré du portefeuille :

Le rendement espéré du portefeuille, noté $E(R_p)$, est défini comme la moyenne pondérée des rendements espérés individuels :

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i = X^T \mu \quad (2)$$

où $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T$ est le vecteur des rendements espérés des actifs composant le portefeuille.

La variance du portefeuille :

La mesure du risque adoptée dans le modèle de Markowitz est la variance du rendement du portefeuille, qui intègre à la fois la volatilité des actifs et leurs interdépendances. Elle s'exprime sous la forme quadratique suivante :

$$\text{Var}(R_p) = X^T \Sigma X \quad (3)$$

où Σ désigne la matrice de covariance des rendements des actifs, dont les éléments $\sigma_{ij} = \text{Cov}(R_i, R_j)$ mesurent les covariances entre paires d'actifs :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Cette représentation permet de prendre en compte les effets de diversification : en combinant des actifs peu ou négativement corrélés, il est possible de réduire le risque

global du portefeuille sans diminuer le rendement espéré.

Écart-type du portefeuille

L'écart-type du rendement du portefeuille, noté σ_p , est également utilisé comme indicateur de risque, car il est exprimé dans les mêmes unités que le rendement :

$$\sigma_p = \sqrt{X^T \Sigma X} \quad (4)$$

La frontière efficiente :

La frontière efficiente constitue l'un des apports majeurs du modèle de Markowitz. Elle correspond à l'ensemble des portefeuilles qui, pour un niveau de risque donné, offrent le rendement espéré maximal, ou, inversement, qui minimisent le risque pour un rendement ciblé.

La détermination analytique de cette frontière repose sur un problème d'optimisation quadratique sous contraintes :

$$\min_X X^T \Sigma X \quad \text{sous les contraintes} \quad \begin{cases} X^T \mu = \mu_p \\ \mathbf{1}^T X = 1 \end{cases} \quad (5)$$

où μ_p est un niveau cible de rendement espéré.

En résolvant ce problème pour différentes valeurs de μ_p , on obtient une infinité de portefeuilles efficients, chacun correspondant à un compromis optimal entre risque et rendement. Ces portefeuilles forment un lieu géométrique dans le plan $(\sigma_p, E(R_p))$, appelé *frontière efficiente*.

Les portefeuilles situés en deçà de cette frontière sont considérés comme inefficients, car il existe toujours un portefeuille sur la frontière présentant un rendement supérieur pour un risque égal, ou un risque moindre pour un rendement équivalent. Ainsi, la frontière efficiente synthétise l'ensemble des choix rationnels disponibles pour un investisseur avers au risque.

Démarche utilisée-Choix des classes d'actifs :

Les Actions :

Dans le cadre de cette étude, l'indice **BRVM Composite** est utilisé comme représentation du marché actions de l'Union Économique et Monétaire Ouest-Africaine (UEMOA). Cet indice, calculé par la Bourse Régionale des Valeurs Mobilières (BRVM), regroupe l'ensemble des sociétés cotées sur le marché principal, ce qui en fait un indicateur global de la performance boursière régionale.

Le BRVM Composite est un indice de capitalisation pondéré, reflétant l'évolution agrégée des prix des titres cotés. Contrairement à l'indice BRVM 10, qui ne prend en compte que les dix valeurs les plus liquides, le BRVM Composite offre une vision plus exhaustive du marché régional en intégrant l'ensemble des actions cotées. Il constitue ainsi une référence pertinente pour analyser la dynamique générale du marché actions dans la zone UEMOA.

Dans le cadre de cette analyse, les **données mensuelles** de l'indice BRVM Composite ont été utilisées, couvrant une période de **Mai 2020 à Mai 2025**. Les valeurs observées correspondent aux **cours de clôture mensuels** de l'indice. Ces données ont permis de calculer les rendements logarithmiques mensuels, utilisés comme indicateurs de performance du marché actions.

Calcul du rendement

Le rendement mensuel de l'indice, noté R_t , a été calculé selon la formule logarithmique suivante :

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (6)$$

où :

- P_t : cours de clôture de l'indice à la fin du mois t ,
- P_{t-1} : cours de clôture de l'indice à la fin du mois précédent.

L'utilisation du logarithme permet une meilleure agrégation temporelle des rendements et rend les propriétés statistiques des séries de rendements plus favorables à l'analyse économétrique, en particulier dans le cadre de la théorie moderne du portefeuille.

Ainsi, l'indice BRVM Composite sert non seulement de proxy pour le marché régional, mais fournit également une série de rendements exploitable dans le cadre de la modélisation du portefeuille selon Markowitz.

Statistiques descriptives des rendements

Les principales statistiques descriptives des rendements mensuels sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Statistique	Valeur
Nombre d'observations	60
Moyenne	0.013472
Écart-type	0.033678
Minimum	-0.082787
1er quartile (25%)	-0.008044
Médiane (50%)	0.015148
3e quartile (75%)	0.036322
Maximum	0.105154

TABLE 10 – Statistiques descriptives des rendements mensuels du BRVM Composite

L'analyse de ces statistiques montre que le rendement moyen mensuel est positif, ce qui traduit une tendance haussière globale de l'indice sur la période. Toutefois, la présence d'un écart-type non négligeable (3,36%) révèle une volatilité modérée, ce qui implique des fluctuations notables autour de la moyenne. L'asymétrie de la distribution n'est pas excessive, ce qui suggère une relative symétrie dans la répartition des rendements mensuels.

Test de stationnarité des rendements

Afin de vérifier la stationnarité de la série des rendements, un test de Dickey-Fuller augmenté (ADF) a été appliqué. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Indicateur	Valeur
Statistique ADF	-4.320652
p-value	0.000409
Nombre de retards utilisés	1
Nombre d'observations	58

TABLE 11 – Résultats du test ADF sur les rendements du BRVM Composite

La p-value étant largement inférieure au seuil conventionnel de 5% , nous rejetons l'hypothèse nulle de présence de racine unitaire. Ainsi, nous concluons que la série des rendements est **stationnaire**.

Ce résultat est important car la stationnarité des rendements est une condition nécessaire pour l'application de nombreux modèles économétriques, notamment dans le cadre de la théorie moderne du portefeuille. Elle garantit que les caractéristiques statistiques des rendements (moyenne, variance) sont constantes dans le temps, ce qui renforce la robustesse des analyses de risque et de performance effectuées sur cette série.

Évolution des rendements mensuels

La figure suivante illustre l'évolution des rendements logarithmiques mensuels de l'indice BRVM Composite entre mai 2020 et mai 2025. Cette courbe permet de visualiser la dynamique du marché sur la période étudiée.

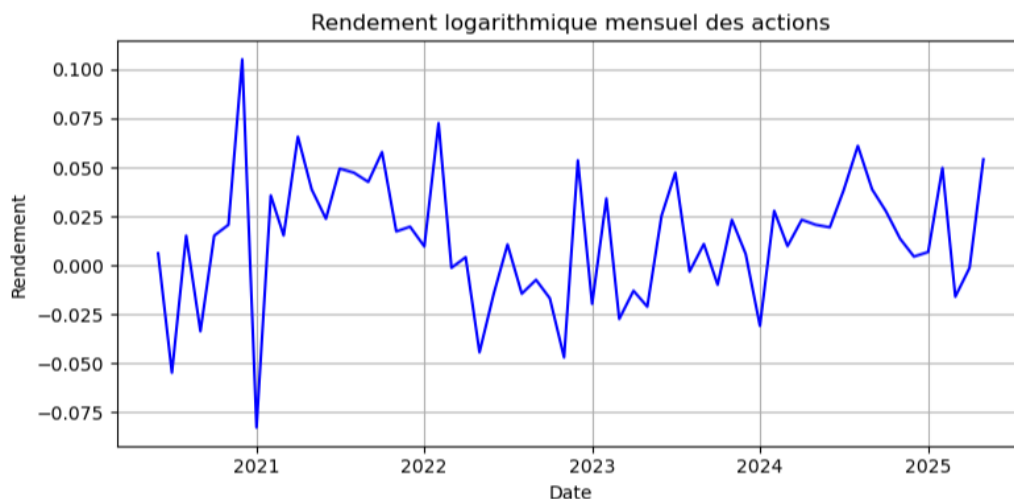


FIGURE 41 – Rendement logarithmique mensuel du BRVM Composite (mai 2020 – mai 2025)

L'analyse graphique des rendements de l'indice BRVM Composite met en évidence une variabilité notable autour d'une moyenne relativement stable, caractéristique des séries financières stationnaires. Bien que l'on observe des épisodes ponctuels de forte volatilité, aucune tendance marquée ni structure cyclique apparente ne se dégage. Cette dynamique aléatoire est cohérente avec les résultats du test de stationnarité ADF, qui confirment que la série est stationnaire

Les Obligations :

En l'absence de marché obligataire secondaire actif, une courbe des taux fournie par la BCEAO est exploitée pour construire une obligation à 10 ans. Le taux annuel interpolé est converti en taux mensuel :

$$r_{mois} = (1 + r_{annuel})^{1/12} - 1 \quad (7)$$

Cette transformation permet de passer d'un taux nominal annuel à un taux équivalent mensuel, en tenant compte de la capitalisation. Les taux zéro coupon représentent les rendements actuariels de titres à paiement unique, c'est-à-dire sans versement de coupons intermédiaires. À partir de ces taux, il est possible de déterminer le prix implicite d'un titre zéro coupon de maturité n par la formule suivante :

$$P_t^{(n)} = \frac{1}{(1 + z_t^{(n)})^n} \quad (8)$$

où $z_t^{(n)}$ est le taux zéro coupon de maturité n observé à la date t , et $P_t^{(n)}$ est le prix correspondant. En supposant la vente du titre à la date suivante avec une nouvelle courbe $z_{t+1}^{(n-1)}$, le rendement réalisé peut être approximé par :

$$R_t^{(n)} = \frac{P_{t+1}^{(n-1)}}{P_t^{(n)}} - 1 \quad (9)$$

Cette approche suppose que l'investisseur revend chaque mois son titre zéro coupon avec une maturité réduite d'un mois, ce qui permet d'approcher le rendement réalisé à travers la courbe. Dans notre cas, nous utilisons les taux zéro coupon disponibles comme proxy des rendements espérés. Pour cette étude, différentes maturités ont été retenues, chacune correspondant à un actif obligataire distinct. Ces actifs sont ensuite intégrés dans la matrice de variance-covariance du portefeuille, aux côtés des actions. Les obligations se caractérisent par une volatilité généralement inférieure à celle des actions, et leur faible corrélation avec ces dernières favorise la diversification. Ainsi, l'utilisation de la courbe des taux zéro coupon permet de représenter la composante obligataire dans le modèle de Markowitz, et de renforcer la robustesse de l'allocation d'actifs fondée sur le compromis rendement-risque.

L'immobilier :

A défaut d'un indice immobilier régional, un rendement mensuel hypothétique constant (0.8% par mois) est retenu, basé sur les revenus locatifs nets et la valorisation du capital observés dans la sous-région.

Estimation des paramètres :

- Les rendements moyens sont estimés à partir des séries temporelles.
- La matrice de covariance Σ est calculée sur la base des rendements mensuels, avec un ajustement manuel pour l'immobilier (volatilité faible et corrélation modérée).

Optimisation :

L'objectif est de maximiser le ratio de Sharpe du portefeuille :

$$S = \frac{E(R_p) - R_f}{\sqrt{Var(R_p)}} \quad (10)$$

avec R_f le taux sans risque mensuel dérivé de la courbe des taux à 10 ans.

Cette optimisation est réalisée sous contraintes :

- Somme des poids à 1 : $\sum x_i = 1$
- Poids bornés : Selon la réglementation de la zone CIMA, chaque classe d'actif est limitée par une borne : actions $\leq 40\%$, obligations $\in [15\%, 50\%]$, immobilier $\leq 40\%$

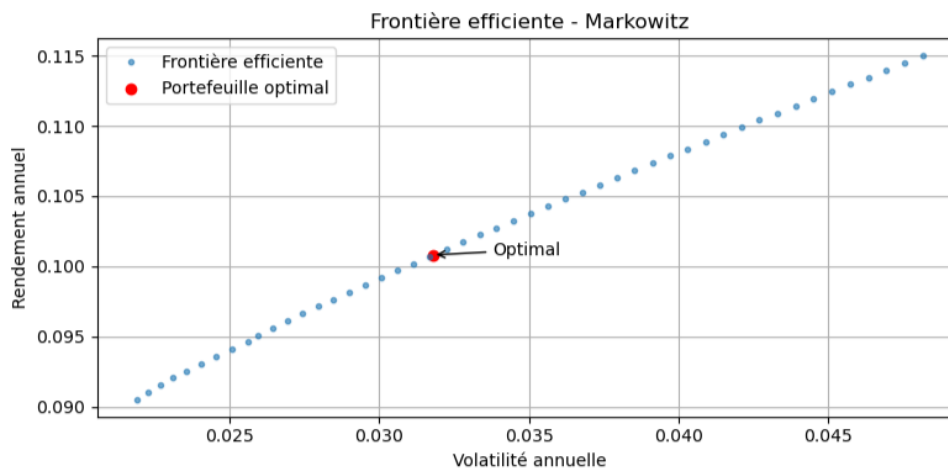
7.2. Résultats de l'allocation :

FIGURE 42 – Frontière efficiente

ALLOCATION OPTIMALE :	
Actions	: 21.70%
Obligations	: 38.30%
Immobilier	: 40.00%
Rendement annuel	: 10.08%
Volatilité annuelle	: 3.18%
Ratio de Sharpe	: 0.27

FIGURE 43 – Portefeuille optimal

Interprétation des résultats :

L'analyse de la frontière efficiente selon l'approche de Markowitz permet d'identifier une allocation optimale des actifs, visant à maximiser le ratio de Sharpe, indicateur clé de la performance ajustée du risque. Le portefeuille optimal ainsi déterminé affiche une composition équilibrée : 21,70% en actions, 38,30% en obligations et 40,00% en immobilier. Cette structure permet d'atteindre un rendement annuel espéré de 10,08% pour une volatilité annuelle de 3,18%, soit un ratio de Sharpe de 0,27. Bien que ce ratio reste modeste au regard des standards des investisseurs à la recherche de rendements élevés, il demeure cohérent avec les exigences de prudence propres à un régime de retraite par capitalisation. La pondération significative accordée à l'immobilier et aux obligations traduit une orientation conservatrice, orientée vers la préservation du capital et la stabilité des flux, tandis que la part allouée aux actions introduit un potentiel de performance à moyen et long terme. Cette allocation se situe sur la frontière efficiente, garantissant ainsi une combinaison optimale entre rendement espéré et risque supporté, dans le respect des contraintes de gestion prudentielle et des objectifs de soutenabilité financière du régime

Conclusion générale :

Ce projet de fin d'études avait pour objectif la conception et le pilotage d'un régime de prévoyance sociale géré en capitalisation, destiné aux professions libérales dans la zone CIMA. En s'appuyant sur des références internationales et une analyse approfondie du contexte régional, une solution adaptée et soutenable a été proposée, répondant aux enjeux de couverture sociale dans un environnement où la protection publique reste limitée.

L'approche actuarielle adoptée, basée notamment sur les modèles de Lee-Carter et Makeham, a permis d'élaborer une table de mortalité prospective cohérente avec les spécificités démographiques locales. Cette modélisation a servi de socle à l'estimation rigoureuse des engagements futurs du régime, garantissant une évaluation prudente et réaliste. Par ailleurs, un pilotage du régime a été mis en œuvre à travers des projections démographiques et financières, afin de vérifier sa viabilité à long terme. Ce pilotage permet de s'assurer que le régime est en mesure d'honorer ses engagements, notamment le Taux Minimum Garanti envers les adhérents, tout en maintenant un équilibre technique et économique. Sur le plan financier, la soutenabilité du régime a été renforcée par une stratégie d'allocation d'actifs optimisée selon le modèle de Markowitz. En combinant actions, obligations issues de la courbe des taux zéro coupon et actifs immobiliers à rendement locatif, l'allocation obtenue vise un équilibre optimal entre rendement, risque et respect des contraintes prudentielles propres à la zone CIMA. Ce travail met ainsi en lumière la faisabilité d'un régime de retraite autonome, techniquement solide, conforme aux exigences réglementaires, et adapté aux réalités économiques et sociales locales. Des perspectives de développement pourraient inclure la mise en place d'une modélisation ALM (Asset-Liability Management), afin d'optimiser la gestion conjointe des actifs et des engagements du régime dans un cadre dynamique.

9. Annexes

Annexe 1 : Test ADF (Augmented Dickey-Fuller)

Le test ADF permet de détecter la présence d'une racine unitaire dans une série temporelle. Une telle racine suggère que la série est non stationnaire.

Modèle du test

Le test est basé sur l'équation suivante :

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

où :

- y_t est la série temporelle étudiée,
- Δ représente l'opérateur de différence première ($\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$),
- t est la variable de temps,
- α est une constante (c'est le drift),
- β est le coefficient de la tendance linéaire,
- γ est le paramètre testé,
- δ_i sont les coefficients des termes de retard différenciés,
- ε_t est le terme d'erreur aléatoire.

Hypothèses du test

Les hypothèses testées sont les suivantes :

- H_0 : La série possède une racine unitaire,
- H_1 : La série est stationnaire.

Procédure du test

Voici les principales étapes pour appliquer le test ADF :

1. Choisir la forme de la régression.
2. Estimer le modèle via une régression linéaire.

3. Extraire la statistique de test associée au coefficient γ .
4. Comparer cette statistique aux valeurs critiques. Si elle est inférieure au seuil critique, on rejette H_0 et on conclut à la stationnarité de la série.

Annexe 2 : Test KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin)

Le test KPSS est utilisé pour vérifier si une série temporelle est stationnaire autour de sa moyenne ou autour d'une tendance.

Modèle du test

Le modèle utilisé pour le test KPSS est généralement formulé comme suit :

$$y_t = r_t + \varepsilon_t \quad \text{avec} \quad r_t = \mu + \delta t + u_t$$

où :

- y_t est la série temporelle analysée,
- r_t est la tendance déterministe composée d'une constante μ , d'un terme linéaire δt et d'un processus stochastique u_t ,
- ε_t est un bruit blanc,
- u_t est supposé suivre une marche aléatoire sous l'hypothèse alternative.

Hypothèses du test

Les hypothèses du test KPSS sont inverses de celles du test ADF :

- H_0 : La série est stationnaire (autour de la moyenne ou d'une tendance),
- H_1 : La série n'est pas stationnaire (elle suit un processus à racine unitaire).

Procédure du test

Le test KPSS se déroule selon les étapes suivantes :

1. Estimer le modèle sous l'hypothèse de stationnarité.
2. Calculer la statistique KPSS à partir des résidus du modèle.
3. Comparer cette statistique aux valeurs critiques tabulées.

4. Si la statistique dépasse la valeur critique, on rejette l'hypothèse nulle de stationnarité.

Le test KPSS, utilisé en complément du test ADF, permet ainsi de renforcer l'analyse de stationnarité en confrontant deux hypothèses nulles opposées.

Annexe 3 : Outil des projections

L'outil présenté dans cette annexe a été développé sous Microsoft Excel avec une structure paramétrable. Il a pour objectif de réaliser à la fois des projections démographiques et financières dans le cadre du pilotage du régime en question.

L'ensemble du fichier est organisé en 18 feuilles de calcul, regroupant les hypothèses de travail, les résultats détaillés des projections, les paramètres techniques, les bilans actuariels ainsi que les tableaux de suivi financier. Ces différentes feuilles interagissent de manière cohérente pour assurer une modélisation dynamique et flexible du régime.

L'outil permet notamment de projeter l'évolution d'une population composée à la fois de fonctionnaires et de professions libérales. Toutefois, dans le cadre de cette étude, seuls les résultats relatifs aux professions libérales seront présentés, ces derniers constituant le cœur du sujet traité.

Les figures suivantes illustrent quelques extraits significatifs de l'outil, en lien avec les professions libérales.

Professions libérales		Scénario optimiste		Scénario pessimiste		Taux d'adhésion	
Enquête		50%	30%	18%	11%		
Très intéressé	35%	0%	0%	0%	0%		
Assez intéressé	48%	0%	0%	0%	0%		
Peu intéressé	15%	0%	0%	0%	0%		
Pas du tout intéressé	3%	0%	0%	18%	11%		

FIGURE 44 – Formulation des scénarios de projection.

Professions libérales

Année de projection	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Année de projection	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
Population active	4 379	4 643	4 923	5 219	5 534	5 867	6 221	6 596	6 993	7 415	7 862	8 335
Taux d'adhésion	17,50%	3,21%	3,80%	4,04%	4,52%	5,05%	5,65%	6,29%	7,00%	7,77%	8,59%	9,47%
	10,50%	1,33%	2,17%	2,43%	2,73%	3,06%	3,42%	3,82%	4,26%	4,74%	5,26%	5,83%

Scénario optimiste

Profil(e)s des nouveaux entrants

Année de projection	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Année de projection	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037
Nombre	766	149	177	211	250	297	351	415	489	576	675	789	919
Sexe													
Femme	319	62	74	88	104	123	146	173	204	240	281	328	382
Homme	448	87	103	123	146	173	205	242	286	336	394	461	537
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
25	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
26	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
27	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
28	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
29	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
30	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2
31	24	5	5	6	8	9	11	13	15	18	21	24	28

Stat démo P1 Stat démo P2 Hypothèses démographiques Nouveaux entrants Cotisants Décédés Retraités Radiés Taux Technique Table

FIGURE 45 – Projection des nouveaux entrants.

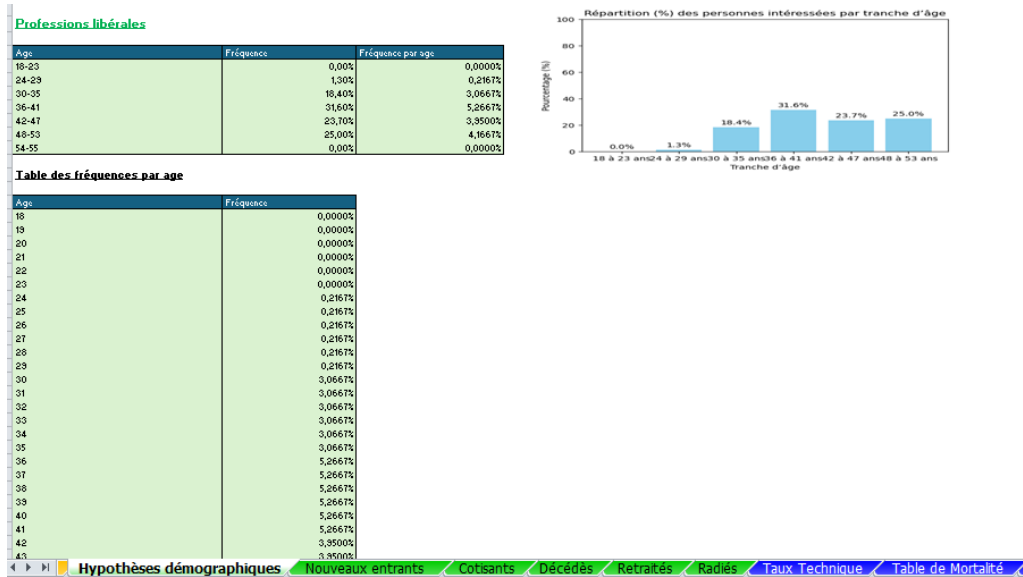


FIGURE 46 – Répartition des nouveaux entrants par âge

Professions libérales

Année de projection	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Population active	4 379	4 643	4 923	5 219	5 534	5 867	6 221	6 596	6 993	7 415	7 862
Taux d'adhésion	17,50%	3,21%	3,80%	4,04%	4,52%	5,05%	5,65%	6,29%	7,00%	7,77%	8,59%
	10,50%	1,33%	2,17%	2,43%	2,73%	3,06%	3,42%	3,82%	4,26%	4,74%	5,26%

Scénario Optimiste

Année de projection	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre	766	830	938	1 091	1 288	1 532	1 829	2 152	2 533	2 983	3 510	4 126
Sexe												
Femme	319	345	390	454	536	638	781	895	1 054	1 241	1 460	1 716
Homme	448	485	548	637	752	895	1 068	1 257	1 480	1 742	2 050	2 409
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2
25	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3
26	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	4
27	2	2	2	2	1	2	2	2	3	3	4	5
28	2	2	2	2	3	2	2	3	3	4	5	5
29	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	5	6
30	24	6	7	8	10	11	13	15	18	21	25	29
31	24	26	11	13	15	18	21	25	29	34	39	46
32	24	23	25	15	18	21	25	30	35	41	48	56
33	24	23	25	28	20	24	28	33	39	46	54	63
34	24	23	25	27	31	26	30	36	43	50	59	69
35	24	23	25	27	31	36	32	38	45	53	63	74
36	40	27	28	32	36	42	49	49	58	68	80	94

Stat démo P1 Stat démo P2 Hypothèses démographiques Nouveaux entrants Cotisants Décédés Retraités Radiés Taux Technique Table

FIGURE 47 – Projection des cotisants

FIGURE 48 – Répartition des cotisations par âge

Professions libérales										
Année de projection		1	2	3	4	5	6	7	8	
Année		2 025		2 025		2 025		2 025		
Nombre des cotisants	Scénario Optimiste	766	830	938	1091	1288	1532	1829	2152	
	Scénario pessimiste	460	498	568	667	797	960	1158	1376	
Montant des cotisations	Scénario Optimiste	191915628	214772477	248210221	292855771	349288031	418527717	502128522	591571557	
	Scénario pessimiste	115149377	128922148	150111157	179018724	216039680	262401719	318492548	379748402	
Scénario Optimiste										
Année		0	1	2	3	4	5	6	7	8
Année	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	24	298867	58087	69109	82148	97541	115670	136958	161870	190903
	25	298867	326868	121349	144300	171420	203392	240984	285041	336478
	26	298867	326857	363061	191277	227310	269827	319868	378586	447239
	27	298867	326845	363038	408633	269548	320080	379602	449514	531349
28	298867	326833	363014	408597	464991	358052	424779	503214	595113	
29	298867	326819	362987	408559	464940	533775	458907	543819	643378	
30	5172019	1333773	1555246	1820651	2137136	2512839	2956912	3305721	3901494	
31	5172019	5655238	2395123	2819887	3324892	3923157	4629340	5459707	6275740	
32	5172019	5138376	5766889	3352594	3964616	4688973	5543597	6548451	7725376	
33	5172019	5138160	5405233	6189160	4430077	5246905	6210566	7343851	8671800	
34	5172019	5137919	5404809	5935966	6891666	5665130	6711049	7941398	9383731	

FIGURE 49 – Projection des cotisations

Professions libérales										
Année de projection		1	2	3	4	5	6	7	8	
Année		2 025		2 025		2 025		2 025		
Nombre des cotisants	Scénario Optimiste	766	830	938	1091	1288	1532	1829	2152	
	Scénario pessimiste	460	498	568	667	797	960	1158	1376	
Montant des cotisations	Scénario Optimiste	191915628	214772477	248210221	292855771	349288031	418527717	502128522	591571557	
	Scénario pessimiste	115149377	128922148	150111157	179018724	216039680	262401719	318492548	379748402	
Scénario Optimiste										
Année		0	1	2	3	4	5	6	7	8
Année	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	24	298867	58087	69109	82148	97541	115670	136958	161870	190903
	25	298867	326868	121349	144300	171420	203392	240984	285041	336478
	26	298867	326857	363061	191277	227310	269827	319868	378586	447239
	27	298867	326845	363038	408633	269548	320080	379602	449514	531349
28	298867	326833	363014	408597	464991	358052	424779	503214	595113	
29	298867	326819	362987	408559	464940	533775	458907	543819	643378	
30	5172019	1333773	1555246	1820651	2137136	2512839	2956912	3305721	3901494	
31	5172019	5655238	2395123	2819887	3324892	3923157	4629340	5459707	6275740	
32	5172019	5138376	5766889	3352594	3964616	4688973	5543597	6548451	7725376	
33	5172019	5138160	5405233	6189160	4430077	5246905	6210566	7343851	8671800	
34	5172019	5137919	5404809	5935966	6891666	5665130	6711049	7941398	9383731	

FIGURE 50 – Projection de la provision mathématique

Professions libérales												
Scénario Optimiste												
Terme technique	8.3166053											
Année	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
Rente annuelle totale	0	0	0	0	0	0	8216682	19313142	33866072	52486787	75932641	105113638
Scénario Pessimiste												
Terme technique	8.3166053											
Année	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036
Rente annuelle totale	0	0	0	0	0	0	4930009	11580397	20329117	31375132	45159239	62198173

FIGURE 51 – Projection de la rente

Bibliographie

Références

- [1] Fouad Marri. *Cours Assurance Vie*. Disponible sur : <https://www.actuarialab.net/assurancevie/>
- [2] Pierre Devolder. *Cours Retraite et Prévoyance Sociale*. Disponible sur : <https://www.actuarialab.net/wp-content/uploads/devolder.pdf>
- [3] Brigitte Ecary. *Cours de Retraite*, ISFA, année universitaire 2014/2015.
- [4] Site officiel de la CNSS (Maroc). <https://cnss.ma/ar>
- [5] Site officiel de la Caisse Marocaine de Retraite (CMR). <https://www.cmr.gov.ma/Portal/>
- [6] Site officiel de la CIMR. <https://www.info-cimr.ma/>
- [7] Site de la CNPS – Côte d’Ivoire (CLEISS). https://www.cleiss.fr/docs/regimes/regime_cotedivoire.html
- [8] Organisation Mondiale de la Santé (OMS). <https://www.who.int/fr>
- [9] Maxime Blanchard. *Pilotage et gestion d’un régime de retraite et impact sur sa situation financière suite au décret n°2017-887*. Mémoire de fin d’études, 2017.
- [10] Candy N. Wendja. *Construction d’une table de mortalité prospective à partir d’un échantillon réduit – Application à la population d’un régime de retraite marocain*. Master 2 d’Actuariat, Promotion 2007.
- [11] Marielle Delal. *Valorisation d’un régime à cotisations définies avec acquisition en phase d’épargne d’un taux technique garanti*. Mémoire, 22 novembre 2012.
- [12] Marine Octavia. *Modélisation d’un produit retraite supplémentaire individuel – Loi PACTE*. Mémoire pour l’obtention du diplôme de Statisticien Mention Actuariat et l’admission à l’Institut des Actuaire, ISUP.

