



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC

\*\_\*\_\*\_\*\_\*

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*

INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



**INSEA**

## Projet de Fin d'Etudes

**Exigence en capital dans le contexte de la solvabilité II  
sous les directives du QIS 5 : Portefeuille Vie**

Préparé par : *Melle BRIBRI Oumaïma*

*Melle NACIRI Sara*

Sous la direction de : *Mr Abdelaziz CHAOUBI (INSEA)*

*Mme Fouzia AMGHAR (ARM Consultants)*

**Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du**

*Diplôme d'Ingénieur d'Etat*

**Option : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- **Mr Fouad MARRI** (INSEA)
- **Mr Abdelaziz CHAOUBI** (INSEA)
- **Me Fouzia AMGHAR** (ARM Consultants)



## Résumé

La solvabilité est la capacité d'un assureur à respecter les engagements de long terme qu'il prend auprès de ses clients. Elle dépend de l'importance de ces engagements et des ressources dont dispose la société d'assurances pour y faire face, notamment sous la forme des fonds propres et des actifs qu'elle détient (actions, obligations, etc.). Et les contrats d'assurance vie représentent une partie importante de ces engagements, aux côtés des autres garanties et protections offertes aux assurés.

Afin de garantir leur solvabilité, et au-delà des réserves qui couvrent déjà l'intégralité des engagements souscrits vis-à-vis des assurés, les sociétés d'assurances doivent disposer de fonds propres en quantité suffisante pour faire face à des événements imprévus pouvant affecter le respect de leurs engagements : ce sont les capitaux propres réglementaires. La solvabilité dépend aussi de la valeur des actifs détenus par les sociétés d'assurances (actions, obligations, immobilier) dans lesquels elles investissent les fonds confiés par les assurés. Si leur valeur diminue, alors la solvabilité est fragilisée. Plus un actif est risqué, plus sa valeur est susceptible de fluctuer.

C'est dans ce contexte que se situe notre projet de fin d'étude portant sur l'exigence en capital dans le contexte de la solvabilité II sous les directives de QIS 5, et effectué à ARM Consultant, cabinet de conseil en actuariat et en risque management.

Après avoir présenté les principes du projet Solvabilité II ainsi que les caractéristiques du portefeuille retraite objet de notre étude, nous avons proposé un outil permettant le calcul de la provision Best Estimate d'un contrat retraite en dirhams. Et nous nous sommes intéressés aux risques liés aux contrats d'assurance vie, en examinant l'impact des changements introduits par la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5) à travers le modèle standard dont les risques, principalement liés au portefeuille retraite, feront partie de l'outil.

Dans un deuxième temps, nous avons réalisé en adoptant une approche stochastique et en prenant en compte les interactions existant entre le passif et l'actif du bilan d'un assureur, le modèle interne.

Les résultats dégagés par notre projet se résument dans le choix du modèle interne plutôt que le standard malgré la prudence de ce dernier, néanmoins le modèle interne représente une adéquation quasi parfaite au portefeuille étudié du fait de la modélisation stochastique.

## Mots clés :

Solvabilité II, QIS5, modèle standard, modèle interne, SCR , modélisation stochastique, Value at Risk,

## Abstract

### Key words:

Solvency II, QIS5, standard formula, internal model, SCR, stochastic modeling, Value at Risk,

The solvency of an insurance company is its ability to face and respect its liability towards its policyholders. It depends on the importance of the available resources, mainly assets and equity. The life insurance contract represent a major component in the company liabilities, next to other guaranties and protections offered to the assured.

In order to guaranty their solvency, the insurance company need to have enough equity and amount of capital in order to cover unfavorable situations that can have a serious impact on their commitments. It is the European regulators who defined this capital requirement.

The solvency also depends on the value of the assets hold by the insurance company (Shares, bonds...) in which they invest the capital: if their value decreases, the solvency weakens. The more an asset is risky, the more its value is likely to fluctuate.

Here is where our project is set: studying the capital requirement under the instructions of QIS5 for a life portfolio accomplished within ARM Consultants.

After presenting the principles of solvency II and the features of our life portfolio, we presented a tool allowing calculating the Best Estimate reserves of a pension contract in Dirhams. We also focused on the risk linked to the life insurance contracts elaborated, by studying the impact of the changes inserted by the fifth quantitative impact study, using a standard formula.

Afterword, we designed an internal model that rely on a stochastic approach and considers the interactions between the assets and liabilities of a balance sheet. There are three steps to follow: modeling the exiting rates, a stochastic modeling of the interest rate and then, establishing the market value so that we can calculate the solvency capital according to a certain risk measure, and a level of the associated confidence.

## Dédicace

*Je dédie ce travail, comme symbole de gratitude et de reconnaissance, à :*

*Mes parents pour leur soutien durant toutes ces années d'études, et particulièrement ces cinq dernières années durant lesquelles je me suis transformée en la personne que je suis aujourd'hui.*

*Ma sœur Zineb pour ses encouragements, conseils et mots de sagesse.*

*Ma petite sœur Imane pour m'avoir redonnée le sourire au moment de tristesse.*

*Ma cousine Diae pour son affection et tendresse.*

*Mes amis pour leur présence continu et leur soutien.*

*NACIRI Sara*

## Dédicace

*A mes chers parents pour l'amour inconditionnel, le soutien indéfectible depuis ma tendre enfance, et dont l'éducation a fait de moi la personne qui j'espère les rendra fiers.*

*A mes petites sœurs Basma et Hind qui ont été indéniablement deux sources de bonheur depuis toujours.*

*A ma tante BRIBRI Ouafaa pour son soutien permanent et hors pair.*

*A toute ma famille, mes ami(e)s et toutes les personnes qui ont crus en moi, et m'ont soutenus de près comme de loin.*

*Trouvez tous en ce travail, l'expression de ma profonde reconnaissance et gratitude.*

*BRIBRI Oumaïma.*

## Remerciements

Il nous semble opportun de commencer notre rapport de fin d'étude par des remerciements très sincères envers les personnes qui ont joué un rôle important dans notre stage au sein d'ARM Consultants.

On souhaite tout d'abord remercier Monsieur Abdelkrim KHIRAOUI qui a eu la générosité de nous accueillir au sein de son cabinet pendant ces quatre mois.

Nous tenons particulièrement à remercier Madame Fouzia AMGHAR, consultante sénior, pour sa disponibilité, ses conseils et son accompagnement durant cette expérience professionnelle avec beaucoup de patience et de pédagogie.

Merci à toute l'équipe pour leur accueil chaleureux et convivial, leur aide et soutien ; tout spécialement un grand merci à Madame Fatima-Ezzehra BIYAD, actuaire chargée d'étude, et Monsieur Majd El OUADRHIRI, actuaire chargé de développement.

Nous voulons exprimer notre sincère reconnaissance au Professeur Abdelazziz CHAOUBI qui a pris de son temps et de son énergie pour nous offrir le meilleur encadrement possible.

## Table des matières

Résumé.....	3
Mots clés : .....	4
Abstract .....	5
Dédicace .....	6
Dédicace .....	7
Remerciements .....	8
Liste des figures.....	12
Liste des Tableaux .....	13
Introduction.....	14
Chapitre 1 : Généralités et contexte de la solvabilité II .....	16
I. Présentation de l'organisme : .....	16
I.1. ARM Consultants : .....	16
I.2. Services aux institutionnels .....	16
I.3. Services aux entreprises : .....	17
II. Solvabilité I .....	18
II.1. Définition et Composantes : .....	19
II.2. La Marge de Solvabilité (MS).....	19
II.3. Le Fonds de Garantie (FG) :.....	22
II.4. Surveillance des autorités de contrôle : .....	22
II.5. Passage de la Solvabilité I à la solvabilité II : .....	23
III. Solvabilité II.....	25
III.1. Concept de la Solvabilité II : .....	25
III.2. Les acteurs du projet :.....	25
III.3. Les objectifs de la Solvabilité II : .....	26
III.4. Calendrier d'application de la Solvabilité II : .....	27
III.5. Les trois piliers de la « Solvabilité II » : .....	28
III.6. Les études quantitatives d'impact (QIS) : .....	31
IV. Présentation du portefeuille .....	34
IV.1. Les hypothèses de calcul des prestations : .....	34
IV.2. Définition des besoins de notre projet : .....	35
CHAPITRE 2 : Détermination des capitaux de solvabilité selon le modèle standard et interne .....	36

I.	Formule standard.....	36
I.1.	Cartographie des risques : .....	37
I.2.	Construction du bilan économique Solvabilité 2.....	38
I.3.	Calcul des SCR par type de risque .....	40
I.4.	Hypothèses du modèle standard : .....	51
II.	Application : .....	52
II.1.	Interface VBA : .....	52
II.2.	Inputs : .....	53
II.3.	Outputs : .....	54
III.	Modèle interne : .....	56
III.1.	Modélisation des taux de sortie : .....	56
III.2.	Modélisation du taux d'intérêt : .....	68
III.3.	Modélisation de l'actif : .....	74
III.4.	Simulation de l'actif dans le futur : .....	80
IV.	Capital de solvabilité avec le modèle interne : .....	82
IV.1.	Valeur de marché de l'actif .....	82
IV.2.	Valeur de marché des provisions : .....	85
IV.3.	Calcul de capital de la solvabilité.....	87
V.	Synthèse.....	92
	Conclusion : .....	94
	Bibliographie : .....	96
	Annexes: .....	97
	<b>Annexe I :</b> .....	97
	<b>Annexe II :</b> .....	98
	<b>Annexe III :</b> .....	99
	<b>Annexe IV :</b> .....	100
	<b>Annexe V :</b> .....	102
	<b>Annexe VI :</b> .....	103
	<b>Annexe VII :</b> .....	104

## Liste des abréviations :

ACME	: Association des assureurs coopératifs et mutualistes européens
AISAM	: Association Internationale des Sociétés d'Assurance Mutuelle
ALM	: Gestion actif-passif « Asset and Liability Management »
AMOA	: Assistance à maîtrise d'ouvrage
BEUC	: Bureau Européen des Unions de Consommateurs
BIPAR	: Bureau International des Producteurs d'Assurances et Réassurances
BSCR	: SCR de base “ basic solvency capital requirement”
CAT	: Catastrophe
CECAPP	: Comité européen des contrôleurs des assurances et des pensions professionnelles
CIR	: Cox Ingersoll Ross
CoC	: Coût du capital
EMS	: Exigence de marge de solvabilité
EURIBOR	: Euro interbank offered rate / taux interbancaire offert en euro
FEE	: Fédération des Experts-comptables Européens
FG	: Fonds de garantie
FGM	: Fonds de garantie minimum
IA	: Intangible asset
IARD	: Incendie accident risque divers
IAS	: Normes comptables internationales « International Accounting Standards »
IFRS	: International Financial Reporting Standards / normes internationales d'informations financières
LOB	: Line Of Business
LTGA	: Long Term Guarantee Assessment
MCR	: Capital minimum requis « minimum capital requirement »
MENA	: Moyen-Orient et Afrique du Nord « Middle East and North Africa »
Mrkt	: Market/Marché
MS	: Marge de solvabilité
OFAP	: Office fédéral des assurances privées
PMO	: Project management office
QIS	: Etude quantitative d'impact « quantitative impact study »
RM	: Marge pour risque « risk margin »
SCR	: Exigence de capital de solvabilité « solvency capital requirement »
SNC	: Situation nette comptable
VAR	: Value At Risk
VBA	: Visual Basic for Application

## Liste des figures

Figure 1: Les acteurs impliqués dans la conception des directives de la solvabilité II.....	26
Figure 2: Evolution du calendrier de la solvabilité II .....	27
Figure 3: Les trois piliers de la solvabilité II.....	28
Figure 4: Calendrier des études quantitatives d'impact (QIS).....	32
Figure 5: Cartographie des risques préconisée par QIS 5. ....	37
Figure 6: Cartographie de risques liés au portefeuille étudié .....	41
Figure 7: Cartographie des risques selon les hypothèses du modèle selon l'approche Bottom-Up ....	51
Figure 8: Interface de l'application VBA pour le modèle standard .....	52
Figure 9: Modélisation polynomiale du taux de mortalité de 0 à 60 ans.....	57
Figure 10: Modélisation polynomiales de la mortalité pour les âges supérieurs à 60 ans.....	58
Figure 11: Evolution de Alpha du modèle de Lee-Carter selon l'âge de l'affilié.....	62
Figure 12; Evolution de Beta du modèle de Lee-Carter selon l'âge de l'affilié .....	63
Figure 13: Evolution temporelle des Kappas de 1994 à 2010 .....	63
Figure 14: Evolution du taux de rachat selon l'ancienneté de l'affilié .....	65
Figure 15: Modélisation du taux selon CIR des trois maturités de notre portefeuille actif.....	73
Figure 16: la modélisation du taux Euribor selon les deux modèles stochastiques.....	74
Figure 17: Evolution du cours de l'indice du portefeuille des actions .....	76
Figure 18: Evolution du cours du MASI et l'indice du portefeuille actions .....	76
Figure 19: Indice du portefeuille obligataire de maturité 5 ans.....	78
Figure 20: Indice du portefeuille obligataire de maturité 10 ans .....	79
Figure 21: Indice du portefeuille obligataire de maturité 15 ans.....	79
Figure 22: Projection de 40 ans du fond d'actions selon dix scénarios simulés.....	81
Figure 23: Projection des dix scénarios du fond obligataire pour les 40 années à venir .....	82
Figure 24: Projection des dix scénarios de la valeur de marché de l'actif .....	85
Figure 25: Valeur de marché projeté d'un scénario sur les 40 prochaines années .....	86
Figure 26: Evolution de la ruine comptable et opérationnelle pour les 40 années de projection de notre portefeuille .....	89
Figure 27: Répartition de la ruine du portefeuille par quantile .....	92

## Liste des Tableaux

Tableau 1: Les composantes de la marge de solvabilité: .....	20
Tableau 2: Taux de mariage dans la population étudié selon l'âge. ....	35
Tableau 3: Matrice de corrélation au niveau du QIS5.....	40
Tableau 4: Matrice de corrélation du risque souscription (SCR life).....	42
Tableau 5: Matrice de corrélation du risque de marché à la baisse .....	43
Tableau 6: Matrice de corrélation du risque de marché à la hausse .....	44
Tableau 7: Le choc haussier et baissier selon la maturité appliqué au taux d'intérêt extrait du QIS5 .	45
Tableau 8:Tableau du choc sur actions selon leurs types .....	47
Tableau 9: Matrice de corrélation pour le risque action.....	47
Tableau 10:Coefficient à la hausse selon le rating .....	49
Tableau 11: Extrait du bilan actuariel calculé pour la méthode standard .....	53
Tableau 12: Répartition du portefeuille d'actif .....	54
Tableau 13: Répartition les âges dans des groupes d'âge pour la modélisation du taux de rachat .....	65
Tableau 14: Répartition de l'ancienneté des affiliés dans par groupes .....	66
Tableau 15: Critères de décision dans le choix de la loi modélisant le taux de rachat .....	67
Tableau 16:Le modèle adopté pour la modélisation du taux de rachat par GLM .....	67
Tableau 17: Modélisation du taux d'intérêt selon le modèle de Vasicek. ....	71
Tableau 18: Répartition des actions dans le portefeuille de l'actif.....	75
Tableau 19: Répartition des obligations par maturité et part dans le portefeuille obligataire .....	78
Tableau 20: Récapitulatif des paramètres de la modélisation des obligations selon la maturité .....	80
Tableau 21: Discrétisation d'Euler pour la modélisation du fond d'action et d'obligation.....	81
Tableau 22: Evolution du flux du passif de 2015 à 2054 .....	84
Tableau 23: La ruine en Dhs du portefeuille en 2015 .....	90
Tableau 24: Les scénarios de ruine du portefeuille après modification de l'actif.....	90
Tableau 25: Scénarios de ruine classés par ordre décroissant .....	91
Tableau 26: Tableau récapitulatif des résultats de la solvabilité I et la solvabilité II .....	92

## Introduction

Le secteur de l'assurance au Maroc est considéré le marché le plus mature au Maghreb et le deuxième en Afrique. Avec 17 compagnies d'assurance, comprenant deux mutuelles et une réassurance, son taux de pénétration est estimé à 3.14% du PIB.

C'est un secteur qui ne cesse de croître durant ces dernières années avec un montant de primes émises nettes de 28.4 MMDH en 2014. A savoir que la branche Vie est la plus vite à progresser réalisant 9.4 MMDH.

Vu l'importance de ce secteur financier non seulement au Maroc mais aussi dans l'économie mondiale, il est impérative de renforcer le contrôle prudentiel sur le marché de l'assurance.

L'élément le plus important est la solvabilité d'une entreprise. Elle définit sa capacité à respecter ses engagements à long terme vis-à-vis de ses clients. Elle dépend généralement des ressources, actifs et fonds propres, dont elle dispose pour faire face à des situations défavorables ou de dettes. Les premières mesures de contrôles, venues avec la directive Solvabilité I, reposent sur une évaluation précise des engagements de l'assureur et l'importance de garder un actif liquide et suffisant pour constituer des provisions techniques prudentes.

Le régime de la solvabilité I se résume dans le fait de garder une marge de solvabilité supérieure à l'exigence réglementaire. Pour ce faire, la marge réglementaire est indexée sur le risque de tarification et elle est proportionnelle aux primes, sinistres et aux provisions techniques. Tandis que la marge de solvabilité est calculée à partir des fonds propres et des plus-values latentes sur les placements.

Cependant, plusieurs remarques et critiques ont été faites concernant cette directive. D'un côté elle ne prend pas en considération tous les risques mais seulement celui de la souscription et l'exigence de marge de solvabilité est calculé de manière forfaitaire et surévaluées. D'autre part, aucun contrôle interne ou surveillance n'est appliqué sur les entreprises. C'est ainsi que la Commission Européenne, en accord avec Bâle II, est venue améliorer ces normes en élaborant une nouvelle directive nommé Solvabilité II.

Cette réforme est la deuxième version dans le cadre réglementaire des assurances mais qui est toujours en phase d'étude et de consultation par la CEIOPS à travers des études d'impact quantitatives (QIS 1...5). Elle a pour but de créer un marché uni et soumis à une même réglementation pour renforcer la solidité financière des acteurs, aboutir à une meilleure compréhension des risques et améliorer la compétitivité du secteur.

Pour le calcul des besoins en capital, et parmi les méthodes existantes, uniquement deux sont estimées pertinentes : la formule standard et le modèle interne, et sont utilisés par les sociétés assurantielles en Europe. La formule standard est la méthode par défaut imposée par la solvabilité II pour le calcul du SCR. Elle repose sur des principes et hypothèses fixés par la directive d'où sa simplicité. Or elle représente l'inconvénient d'être appliquée de la même manière quelle que soit la société.

La deuxième méthode qui permet une évaluation différente du SCR est le modèle interne, mais qui demeure complexe et nécessite l'approbation de l'autorité de contrôle.

Nous avons situé notre problème dans son cadre générale, au chapitre premier, en présentant l'environnement de la solvabilité I et II, puis celui du portefeuille étudié. Nous avons ensuite dans le chapitre second développé notre application en commençant dans la première partie par montrer les spécificités du calcul du Best Estimate en assurance vie et présenter la méthode standard de calcul du capital cible SCR.

A l'aide de l'outil de calcul du Best Estimate que nous avons développé, nous faisons ensuite des études de sensibilité sur un exemple simplifié de manière à illustrer l'effet de l'allocation d'actifs sur le Best Estimate et sur le capital de solvabilité requis au titre du risque de marché. Dans la deuxième partie du chapitre second nous avons développé le modèle interne, trois étapes subdivisent notre approche : nous avons commencé par la modélisation des différents taux de sortie permis par la législation pour le portefeuille objet de notre étude, puis nous avons adopté pour une modélisation stochastique du taux d'intérêt et par la détermination de la valeur de marché de l'actif et du passif pour calculer le capital de solvabilité selon une certaine mesure de risque, un horizon et un niveau de confiance associés.

Et nous avons terminé par une conclusion qui synthétise et analyse tous les résultats obtenus au cours de notre projet.

## Chapitre 1 : Généralités et contexte de la solvabilité II

Nous avons effectué notre stage de fin d'étude au sein d'un cabinet d'actuariat et de risque management, soucieux d'être en phase avec l'actualité du marché assurantiel, il nous a été proposé de traiter d'un sujet sur la solvabilité II d'un portefeuille vie.

### I. Présentation de l'organisme :

#### I.1. ARM Consultants :

Actuariat & Risk Management a été créé en 1996. Il s'est identifié comme étant le premier cabinet d'actuaire conseil indépendant au Maroc, en Afrique francophone et dans la région MENA, et s'est spécialisé dans l'Actuariat, la gestion des risques et l'ingénierie des assurances. Son capital est détenu à 100% par ses associés assurant ainsi une complète indépendance de tout organisme assureur.

Divers organismes, privés ou publics, ont besoin de recourir à des outils de plus en plus sophistiqués, notamment pour répondre aux obligations réglementaires, aux impératifs de mesure des risques ou encore à la nécessité de se doter de dispositifs de calcul et de modélisation. Pour cela, et à l'aide de ses consultants dotés de connaissance et d'expertise en actuariat, ARM offre ses services aux :

- Institutions financières souhaitant d'innover et maîtriser leurs risques, pour devenir leaders dans le domaine de l'assurance, de la bancassurance, de la réassurance, de la prévoyance sociale, de la retraite ou du crédit bancaire.
- Entreprises et établissements publics, souhaitant optimiser leurs performances en matière de gestion de leurs risques, de leurs assurances et de leurs divers engagements sociaux.
- Administrations cherchant à élaborer des études actuarielles pour améliorer les systèmes déjà existants de couvertures sociales ou mettre en place de nouveaux régimes.

#### I.2. Services aux institutionnels

Il conseille ses clients institutionnels, administrations, assureurs et banquiers, sur les domaines stratégiques et techniques nécessitant une expertise actuarielle pointue.

Il assure cependant des services en :

- La création de Produits : Conception de produits, étude de marché, refonte technique et juridique de produits, tarification (vie et non vie), profit testing, AMOA pour la mise en production.
- Provisionnement : Revues réglementaire et économique des provisions techniques, anticipation d'impacts réglementaires.
- Etudes actuarielles : de tarification ou d'équilibre de régime.
- Bilan actuariel : Elaboration et mise à jour du bilan actuariel.
- Missions de pilotage stratégique : Fusions & Acquisitions, embedded value, appraisal value, contrôle interne, rapport de solvabilité, dossier d'agrément pour création de société, business plan, ALM.
- Assistance actuarielle : en cas de besoin d'actuaire.
- Réassurance : Audit et optimisation des programmes de réassurance.
- Actifs & ALM : Analyse de portefeuille, Modélisations financières, Allocations d'actifs.
- AMOA et conduite de changement : Cahier des spécifications techniques, PMO, AMOA, Recettage.
- Développement de progiciels spécifiques aux activités Assurance.
- Modélisation des risques de crédit.
- Cartographie des risques de crédits.
- Scoring, Tarification des risques

### I.3. Services aux entreprises :

A.R.M accompagne ses clients Entreprises privées et Etablissements Publics, dans la valorisation et la préservation de leur Capital Humain et Patrimoine, ainsi que dans la maîtrise de leurs risques :

- IAS 19 : Identification, évaluation et comptabilisation des engagements sociaux.
- Avantages sociaux : Audit de conformité des avantages sociaux, Optimisation des coûts et des couvertures, enquêtes et études de Benchmark.
- Rémunération et Epargne salariale : Etudes d'optimisation et conseil.
- Couvertures et Régimes de prévoyance complémentaire : Conception et assistance dans la mise en place de plans de retraite complémentaire et de couverture médicale, indemnité de fin de carrière.

- Risk Management : Cartographie des risques, Réduction des risques, transfert des risques.
- Progiciel de Risk-Management : Mise en place de la gestion des risques au sein de l'Entreprise avec livraison et formation sur le Progiciel de GDR ARM Risk Enterprise.
- Assurance : Audit et optimisation des programmes d'assurance du Capital Humain, du Patrimoine, et des Responsabilités Civiles de l'Entreprise.

## II. Solvabilité I

Toute compagnie d'assurance se doit d'être solvable. Cette solvabilité peut être définie comme la capacité de cette dernière à faire face à ses engagements vis-à-vis des bénéficiaires de contrats avenus. En d'autres termes, il s'agit pour une compagnie d'assurance le pouvoir d'honorer ses obligations ou encore de régler le montant des sinistres survenus.

D'une manière générale et dans le cadre d'une recherche de solvabilité, une compagnie d'assurance se doit de tarifier et de provisionner correctement. Certaines réglementations imposent pour ce faire des règles concernant le provisionnement et la tarification des produits assurantiels. A titre d'exemple, les provisions doivent être calculées sur des bases prudentes. Cependant, l'activité d'assurance est, par nature, risquée car liée à la survenance d'un sinistre potentiel : un aléa.

De plus, l'inversion du cycle de production en assurance ajoute aux risques financiers classiques, un risque dit d'assurance qui rend ce métier aléatoire. Par conséquent, il peut advenir que les provisions ne suffisent pas à couvrir les engagements d'une compagnie d'assurance. Pourtant, des réglementations prudentielles encadrent l'activité d'assurance en exigeant un niveau minimum de fonds propres pour faire face aux aléas de l'activité. Ce niveau minimum constitue la marge de solvabilité. « La marge de solvabilité fournit une source supplémentaire de capitaux permettant de faire face aux imprévus et, par conséquent, de protéger les clients des entreprises d'assurance. » La marge de solvabilité représente ainsi un « tampon » permettant d'absorber les écarts négatifs par rapport aux prévisions pour les sinistres.

Pour pouvoir entamer notre sujet portant sur la solvabilité II, nous sommes dans l'obligation de commencer par l'exposition de la situation du marché marocain concernant la solvabilité des compagnies d'assurance.

La loi n° 17-99 portant code des assurances exige dans l'article 239 que les entreprises d'assurances et de réassurance, en complément des provisions techniques, justifient, à tout moment, l'existence d'une marge de solvabilité destinée à faire face aux risques qu'elles encourent, cette marge de solvabilité est en adéquation avec les directives de la solvabilité I.

### II.1. Définition et Composantes :

Pour contrôler la capacité des entreprises d'assurance à faire face à leurs engagements, les premières réglementations européennes en matière de capital minimal à détenir ont vu le jour dans les années 70. En 1973 et 1979, deux directives ont été publiées l'une dans le secteur de l'assurance non vie et l'autre dans celui de l'assurance vie. Celles-ci imposent pour la première fois aux assureurs européens de constituer un « matelas » de sécurité en termes de fonds propres qui sont calculés comme une fraction des éléments considérés comme risqués du bilan (provisions techniques) ou du compte de résultats (primes).

En février 2002 sont adoptées les directives « Solvabilité I ». Les règles ainsi établies fixent une exigence de composition des actifs admis en couverture des engagements, déterminent une marge de solvabilité réglementaire et un Fonds de Garantie (FG) et exigent une présentation annuelle d'un rapport de solvabilité.

Ces règles, imposées par Solvabilité I aux assureurs, font intervenir trois éléments :

- La Marge de Solvabilité (MS) qui est la richesse de l'organisme ;
- L'Exigence de Marge de Solvabilité (EMS) qui est le montant en dessous duquel ne doit pas descendre la marge de solvabilité précédente ;
- Le fonds de Garanties (FG), est égal au Maximum entre le FG minimum et 33.3% de l'EMS, le FG minimum étant déterminé selon la branche d'activité.

### II.2. La Marge de Solvabilité (MS)

La réglementation impose aux entreprises pratiquant des opérations d'assurance et de capitalisation de disposer à tout moment d'une marge de solvabilité destinée à amortir les effets d'éventuelles variations économiques défavorables. Cette marge constitue un élément

important du système de surveillance prudentiel visant à protéger les intérêts des assurés et des preneurs d'assurances.

La marge de solvabilité est composée de l'ensemble des ressources constituées par les fonds propres supplémentaires que les entreprises d'assurance et de capitalisation doivent détenir pour faire face à des événements imprévus, tels qu'un niveau de sinistre plus élevé que prévu ou des mauvais résultats de leurs placements.

$$MS = \text{Situation Nette Comptable (SNC)} + \text{Plus Value Latente}$$

La marge de solvabilité ne constitue pas une exigence de capital à détenir par l'entreprise, mais permettra de comparer la richesse de l'entreprise aux exigences de capital. En effet, chaque compagnie devra, pour exercer la profession, détenir une marge de solvabilité supérieure à l'exigence de marge de solvabilité (EMS) expliquée ci-dessous.

### II.2.1. Les composantes de la MS :

Les composantes de la marge de solvabilité	Vie	Non Vie
• Le capital social ou le fonds d'établissement constitué	+	+
• Les réserves réglementaires ou libres (y compris la réserve de capitalisation)	+	+
• Le report du bénéfice ou de la perte. net des dividendes à verser	+	+
• Les emprunts pour le fonds de développement (uniquement pour les mutuelles)	+	+
• Les emprunts pour le fonds social complémentaire		+
• Les fonds encaissés provenant de l'émission de titres ou emprunts subordonnés (sous conditions)	+	+
• Les réserves constituées à l'adhésion au fonds de garantie	+	+
Sur demande et justification :		
• 50% du capital non versé	+	+
• Les rappels de cotisations (si prévu dans les statuts)	+	+
• Les plus-values pouvant résulter de la sous-estimation d'éléments d'actifs (non exceptionnelles)	+	+
• Les plus-values pouvant résulter de la surestimation d'éléments passifs (non exceptionnelles)	+	+
• 50% des excédents futurs de la mutuelle ou l'union jusqu'en 2009)	+	+ /-
• Les plus-moins-values sur instruments financiers à terme	+/-	-
• Des pertes	-	-
• La part des frais d'acquisition restant à amortir (commissions escomptées)	-	-
• Les autres actifs incorporels (frais d'établissement ou de développement)	-	-
• Les actions propres détenues directement	-	-

Tableau 1: Les composantes de la marge de solvabilité:

## II.2.2. L'Exigence en Marge de Solvabilité (EMS)

La marge de solvabilité réglementaire est un montant en dessous duquel la marge de solvabilité ne doit pas descendre. Les calculs diffèrent selon les branches : vie ou non vie.

- EMS pour la branche vie

Son calcul découle de la directive européenne de 1979 et concerne les produits Décès, rentes de conjoint, rentes d'éducation, frais d'obsèques, épargne et retraite.

L'EMS s'écrit comme suit :

$$EMS = (4\% * (PM - Réass)) + p * FP$$

- 4 % des provisions mathématiques avec possibilité de déduire partiellement la part réassurée.
- Un pourcentage variant de 0.1% à 0.3 % des capitaux sous risques en fonction de la durée de l'engagement.

Ainsi un même produit d'assurance vie bénéficiant de taux garantis différents est soumis à la même EMS quelle que soit la capacité de l'assureur à servir le taux offert.

- EMS pour la branche non vie

Son calcul découle de la directive européenne de 1973 et concerne les produits incendie, Accident Risque Divers (IARD), incapacité, invalidité, frais de santé, décès accidentel, et dépendance.

L'EMS est le maximum de deux montants portant l'un sur les primes encaissées et l'autre sur les sinistres :

- par rapport aux primes de l'année en cours, 18% pour la première tranche de 50 millions d'euros de primes encaissées et 16% au-delà
- par rapport à la moyenne des sinistres des trois dernières années, 26% pour la première tranche de 35 millions et 23% au-delà.

$$EMS_{nn-vie} = \text{Max}(18\% * Primes ; 26\% * Sinistres)$$

### II.3. Le Fonds de Garantie (FG) :

Le fonds minimum de garantie (FGM), second seuil dont doit disposer les entreprises est fixé à un tiers de l'exigence de marge de solvabilité. Le montant du fonds de garantie minimum a été sensiblement élevé et est indexé sur l'inflation ; en effet celui-ci (ainsi que l'indice des primes et des sinistres) est ajusté dès que l'indice des prix à la consommation européen a varié de plus de 5% depuis le dernier ajustement.

Le nouveau minimum absolu est fixé à 3 millions d'euros pour les sociétés d'assurance vie et à 2 millions pour certaines assurances non-vie (contre 200 000 euros à 1 400 000 euros auparavant selon les branches de risque).

### II.4. Surveillance des autorités de contrôle :

Les autorités de contrôle, qui veillent à ce que la marge de solvabilité soit supérieure à l'exigence de solvabilité et au fonds minimum de garantie peuvent prendre des mesures d'urgence nécessaire à la sauvegarde de l'entreprise si elle ne respecte pas les conditions énoncées ci-dessus.

→ Si :  $MS < EMS$

Alors : l'organisme doit produire et exécuter un plan de redressement qui doit être soumis à l'approbation de la commission de contrôle dans le délai d'un mois.

→ Si :  $MS < FGM$

Alors : l'organisme doit produire et exécuter un plan de financement à court terme, qui doit être également soumis à l'approbation de la commission dans un délai d'un mois. L'organisme doit établir un plan de financement tendant à sa reconstitution à l'échéance d'une année de plus.

Différentes solutions existent pour les entreprises en cas de non-respect des minima réglementaires tel que l'augmentation de capital, l'utilisation de la réassurance pour diminuer l'EMS ou encore céder une partie de son activité très exigeante en besoin de marge de solvabilité. Si la marge de solvabilité et / ou le Fonds Minimum de garantie ne sont pas reconstitués pour faire face aux exigences de contrôle, leur agrément administratif sera retiré et l'entreprise d'assurance sera dissoute après transfert du portefeuille le cas échéant.

## II.5. Passage de la Solvabilité I à la solvabilité II :

Les atouts de Solvabilité I sont essentiellement sa simplicité et la possibilité de comparer les résultats obtenus avec différentes entreprises.

Toutefois l'évaluation des actifs et des passifs ne se basent pas réellement sur une approche cohérente avec le marché. De plus la diversification ainsi que les corrélations des actifs et des passifs ne sont pas pris en compte tout comme les risques propres à la société d'assurance.

La solvabilité I est donc considérée comme une solution temporaire en attendant la mise en place d'une réglementation reflétant davantage les risques auxquels un assureur est réellement sujet.

### II.5.1. Les critiques liées à la Solvabilité I :

Les critiques formulées à l'encontre du système Solvabilité I sont d'ordre quantitatif mais aussi qualitatif.

- Critiques quantitatives

Une des critiques principales de Solvabilité I repose sur le fait qu'il n'y a pas de distinction entre les risques, seul le risque de souscription est pris en compte pour les calculs de la marge de solvabilité.

De plus, les exigences de marge de solvabilité, sous les règles de solvabilité I, sont déterminées de manière forfaitaire par rapport à un ratio combinant les provisions, les primes et les sinistres. Ces exigences, généralement surévaluées, nécessiteront pour l'entreprise une immobilisation de fonds propres plus importante du fait de la surévaluation. Par exemple, deux entreprises peuvent avoir une même exigence de marge de solvabilité et pourtant ne pas subir les mêmes risques. L'entreprise subissant des risques plus importants devrait par conséquent détenir une exigence en capital plus élevée, l'objectif d'une compagnie étant d'avoir un capital ajusté à son profil de risques.

De plus la Solvabilité I se base sur une vision uniquement rétrospective sur des indicateurs comptables annuels en ne prenant comme seule et unique référence que le passé et par conséquent suppose qu'il est un bon guide pour estimer le futur, ce qui ne se vérifie pas dans les faits. Les modes de calcul des provisions diffèrent fondamentalement d'un pays à l'autre et aboutissent à des niveaux de prudence sensiblement différents. Les exigences de marge qui sont calculées sur la base de ces provisions sont donc très différentes, d'où l'utilité d'une

harmonisation et d'une modernisation des règles en Europe, en prenant également en compte une vision aux niveaux des groupes pour estimer la solvabilité des succursales et des filiales.

- Critiques qualitatives :

D'un point de vue qualitatif, nous pouvons remarquer qu'aucune surveillance n'est exercée sur le contrôle interne (piste d'audit, méthode de gestion ...). L'aspect qualitatif est complètement négligé.

D'autre part le système de la Solvabilité I est moins complet que d'autres systèmes de surveillance de solvabilité internationaux tels que le « Swiss Solvency Test » en Suisse ou le modèle de solvabilité américain « Risk Based Capital » ce qui pousse les pays de l'Union européenne à développer leur propre modèle, et remet en cause l'harmonisation des normes.

### II.5.2. Le passage à la Solvabilité II

En résumé, la Solvabilité I ne permet pas de tenir adéquatement compte du profil de risque propre à chacune des compagnies d'assurance concernées. Ces « faiblesses » propres à la Solvabilité I ont justifié à suffisance la nécessité de la réforme initiée.

Les leçons tirées des années 2002 et 2003, au cours desquelles les marchés financiers ont connu une période de crise, en mettant, dans le même temps, à mal la santé financière de certaines compagnies d'assurance, ont poussé les régulateurs à s'intéresser de près aux risques du secteur de l'assurance et à la gestion de ceux-ci. C'est en Suisse que la réflexion a été la plus rapide. A partir de 2002, l'Office Fédéral des Assurances Privées (OFAP) a entrepris une réflexion sur la solvabilité des compagnies d'assurance. L'objectif était de déterminer une méthode de calcul de la marge de solvabilité qui tienne compte des risques encourus par les assureurs. C'est ainsi que la Commission Européenne, en collaboration avec les différents Etats membres s'est ainsi attachée, depuis mars 2003, à élaborer un référentiel unique visant à mieux intégrer le risque dans les contraintes imposées aux assureurs afin d'assurer leur capacité à remplir les engagements souscrits. Il s'agit du Projet Solvabilité II.

Le Maroc doit se préparer à l'introduction de cette nouvelle forme de calcul de la solvabilité pour les entreprises d'assurance et de réassurance. L'intérêt de notre projet réside alors dans l'anticipation de cet événement, qui pourrait avoir un impact négatif sur les entreprises concernées et conduire à la ruine de certaines d'entre elles si toutefois elles ne prennent pas en compte la vitesse d'adaptation du Maroc et son alignement au marché international.

### III. Solvabilité II

«Solvabilité II» est un cadre pour la régulation et la surveillance des entreprises d'assurance et de réassurance dans l'UE adopté en 2009 et modifié en 2014 par la directive dite «Omnibus II», et dont l'entrée en application est prévue pour le 1<sup>er</sup> janvier 2016. Il remplace et améliore 14 directives existantes relatives à l'assurance et instaure pour la première fois, dans l'ensemble des États membres de l'UE, des exigences de solvabilité fondées sur le risque, répondant à une approche économique.

#### III.1. Concept de la Solvabilité II :

*« Volonté de développer un nouveau système de solvabilité pour toutes les entreprises d'assurance vie / non vie et de réassurance que tous les états membres seront en mesure d'appliquer de façon harmonisée, robuste et pérenne, sans engendrer de perturbation des marchés »* (Commission Européenne).

La surveillance prudentielle du secteur bancaire « Bâle II » a été considérablement modifiée. Cette réforme a inspiré les instances européennes pour repenser également le système de solvabilité des organismes assureurs à travers l'élaboration d'une directive européenne appelée «Solvabilité II».

#### III.2. Les acteurs du projet :

Les acteurs de la réforme Solvabilité II sont nombreux et regroupent deux catégories d'intervenant, les membres mandatés par la Commission Européenne et les professionnels regroupant auditeurs, actuaires, sociétés d'assurance et de réassurance, intermédiaires et consommateurs. Le Comité européen des contrôleurs des assurances et des pensions professionnelles (CECAPP ou CEIOPS en anglais) est pleinement impliqué dans le processus d'élaboration de la future directive. Il a d'ailleurs mis en place plusieurs groupes de travail chargés de répondre aux demandes d'avis techniques formulées par la Commission.

L'interaction entre ces acteurs responsables des directives de la solvabilité II, est schématisée ci-après :

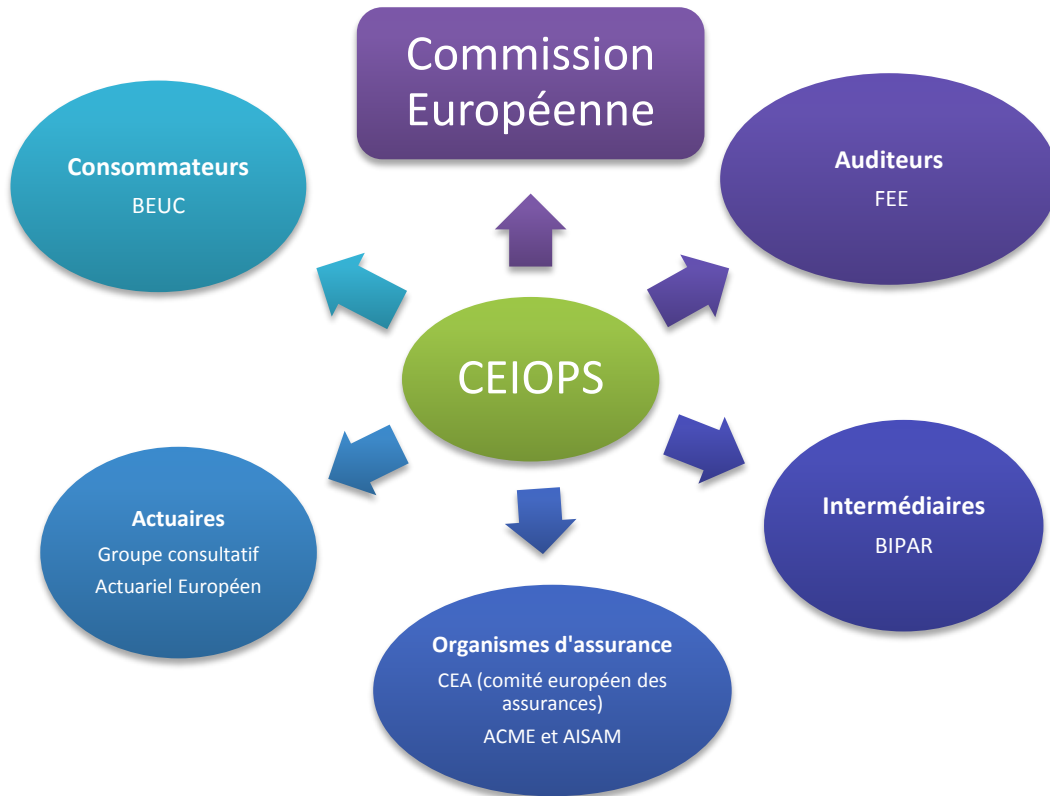


Figure 1: Les acteurs impliqués dans la conception des directives de la solvabilité II

### III.3. Les objectifs de la Solvabilité II :

Le nouveau système de « Solvabilité II » est destiné aux entreprises d'assurance vie, non vie et aux entreprises de réassurance européennes. Le système doit fournir aux autorités de contrôle les outils et la capacité d'évaluer la solvabilité générale des entreprises par le biais d'une approche prospective basée sur des risques quantitatifs et qualitatifs :

- Les risques quantitatifs d'une part, comme la couverture du programme de réassurance ou l'adéquation entre les actifs et les passifs (ALM) ;
- Les risques qualitatifs comme la fiabilité des systèmes de contrôle interne et de gestion des risques, la qualité du management ou la maîtrise du risque opérationnel (défaillance des systèmes d'information, fraudes, etc.

### III.4. Calendrier d'application de la Solvabilité II :

La solvabilité passera par plusieurs étapes avant son entrée effective en vigueur en 2016, car le passage vers la Solvabilité II n'est pas si simple à réaliser. Le marché assurantiel ainsi que les professionnels doivent s'y adapter peu à peu avant l'application effective.

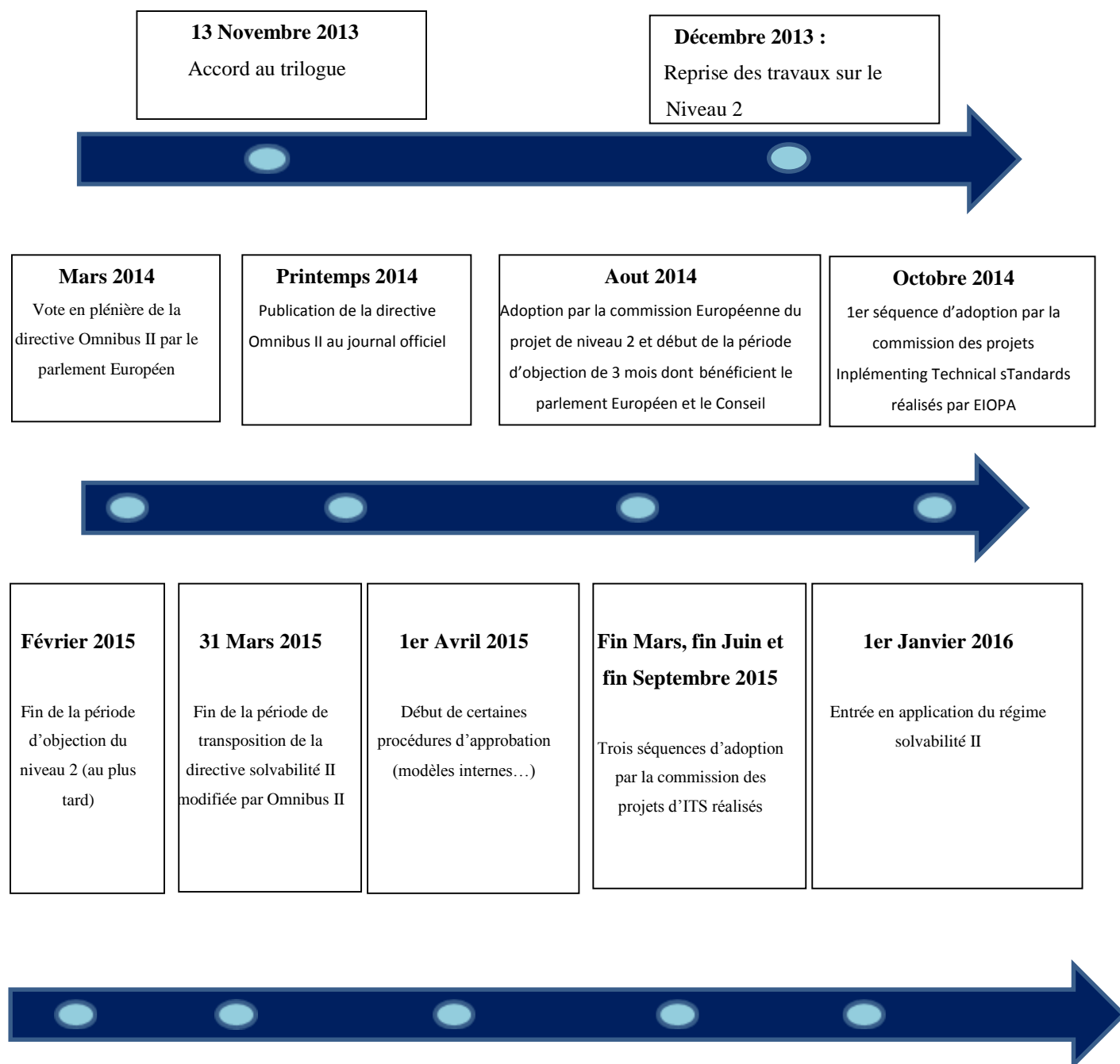


Figure 2: Evolution du calendrier de la solvabilité II

### III.5. Les trois piliers de la « Solvabilité II » :

Pour être homogène avec la réforme Bâle II, intervenue dans le milieu bancaire, le système Solvabilité II introduit un concept de solvabilité basé sur trois piliers :

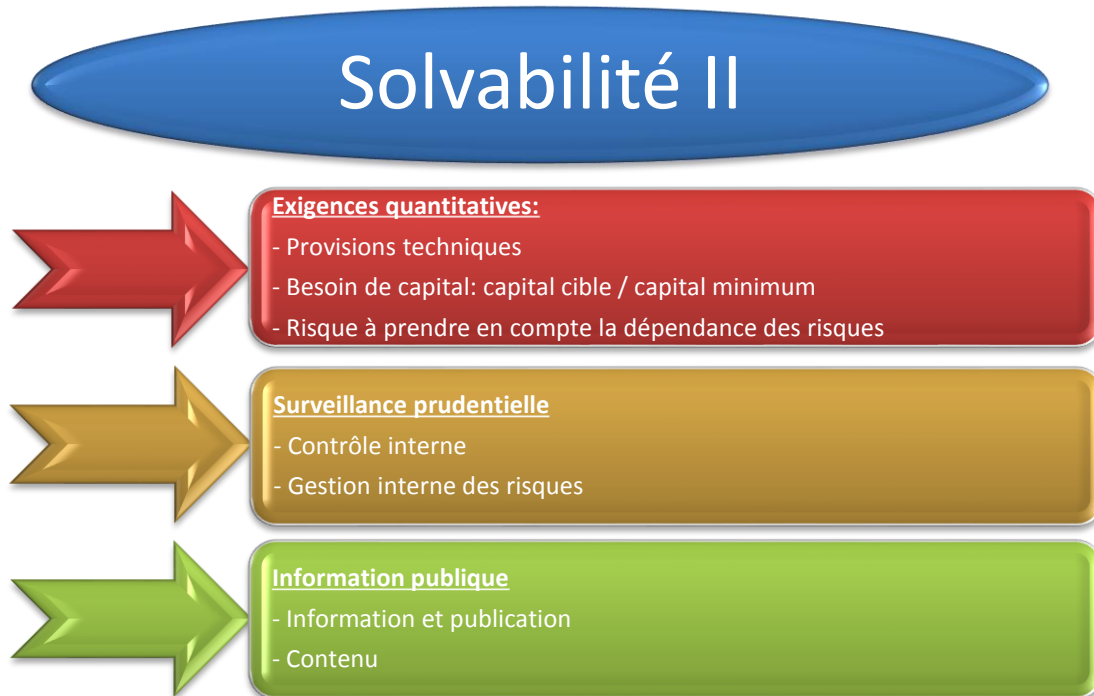


Figure 3: Les trois piliers de la solvabilité II

- Le premier pilier : les exigences quantitatives :

Considéré comme « la pierre angulaire » du projet Solvabilité 2, son but est d’assurer que les provisions techniques sont à la fois suffisantes et calculées suivant des principes harmonisés entre les différentes compagnies européennes.

Des seuils quantitatifs aussi bien pour les provisions techniques que pour les fonds propres sont mis en place.

Ces seuils deviendront des seuils réglementaires qui se présenteront par deux niveaux sur les fonds propres :

- le MCR « Minimum Capital Requirement » : exigence minimale de fonds propres en dessous de laquelle la société présente un risque beaucoup trop grand de ne pas pouvoir faire face à ses engagements. Dans ce cas, les autorités de contrôle pourraient prendre des mesures strictes vis-à-vis de la société (plan de redressement, retrait d’agrément...).

- Le SCR « Solvency capital Requirement » : l’exigence de capital de solvabilité représente le niveau de fonds propres souhaitable économiquement, permettant à la société de remplir ses

obligations à un horizon de temps d'une année et en fonction d'un niveau de confiance de 99,5%. Par conséquent, tous les risques importants que la société d'assurance pourrait subir (risque de souscription, d'investissement, opérationnel, de liquidité) doivent être pris en compte dans le calcul du SCR.

- Le deuxième pilier : la surveillance prudentielle :

L'autre aspect du contenu du projet Solvabilité 2 est la possibilité de donner aux autorités de contrôle les moyens d'identifier les compagnies présentant des risques financiers ou organisationnels importants. Ce pilier porte sur le contrôle prudentiel ou la supervision financière, dont l'objectif est de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne aux sociétés et de définir comment l'autorité de contrôle doit exercer ses pouvoirs de surveillance dans ce contexte (gestion interne et externe).

L'identification des sociétés "les plus risquées" est l'un des objectifs de la réforme. Les autorités de contrôle auront en leur pouvoir la possibilité d'exiger que ces sociétés détiennent un capital plus élevé que le montant suggéré par le calcul du SCR et/ou de réduire leur exposition aux risques.

- Le troisième pilier : l'information publique

C'est le « dernier point du projet ». Il traite de la question de l'harmonisation des « reporting » des entreprises d'assurances aux autorités de contrôle européennes.

Le Pilier 3 de la directive Solvabilité 2 comporte des exigences de « reporting » beaucoup plus lourdes que celles qui existent actuellement. Jusqu'à présent, les compagnies d'assurance devaient élaborer et publier une trentaine de rapports chaque année. Sous Solvabilité 2, elles seront désormais tenues de remettre aux autorités de contrôle jusqu'à 100 rapports par an, un grand nombre de ces rapports devant être produits chaque trimestre.

Les compagnies d'assurance doivent donc étudier dans quelle mesure elles peuvent automatiser leurs processus de « reporting ». Elles doivent également élaborer des stratégies relatives aux

modalités de gestion des données dans l'entreprise et à la préparation aux nouvelles exigences des équipes chargées de la gestion des risques, des études actuarielles et de la comptabilité.

L'automatisation du processus garantit aux instances de direction une meilleure confiance dans la qualité des données, pour un plus grand confort de communication avec les régulateurs et le marché.

Nous allons dans notre projet nous concentrer sur le premier pilier et déterminer le capital qu'exigerait la Solvabilité II pour un portefeuille qui a les mêmes caractéristiques que celui sur lequel nous allons travailler.

Nous commençons tout d'abord par la présentation des provisions techniques et de la marge de risque essentielles pour la suite de notre travail.

### III.5.1. Pilier I :

Le pilier 1 de la réforme Solvabilité II représente aujourd'hui la majorité des investissements en termes de modélisation, valorisation économique des engagements d'assurance et d'évaluation du capital réglementaire par l'intermédiaire d'un modèle interne. Ces travaux apportent un réel progrès en termes de réalité économique du bilan et de transparence dans la valorisation des provisions d'où notre intérêt pour ce pilier en particulier.

Sous Solvabilité II, les provisions techniques sont égales à la somme des éléments suivants :

#### III.5.1.1. Best Estimate :

Le Best Estimate des passifs : celui-ci correspond à la valeur actuelle nette probable des flux futurs (prestations, frais, commissions, primes). Le calcul du Best Estimate doit inclure les flux futurs associés uniquement aux contrats existants à la date d'évaluation.

#### III.5.1.2. Marge pour risque

La marge pour risque s'interprète comme le montant de provisions complémentaires au Best Estimate calculé de façon à ce que le montant total de provisions inscrit au bilan corresponde à

celui qu'exigerait une entité de référence pour honorer les engagements à la charge de l'assureur.

Elle est évaluée en actualisant le coût du capital annuel généré par l'immobilisation du SCR, estimé à 6% par an sur la durée de vie résiduelle des engagements utilisée pour le calcul du Best Estimate.

Le calcul est réalisé sur l'activité entière, permettant ainsi de tenir compte de la diversification entre branches. La marge pour risque est ensuite allouée entre les différentes branches, selon la contribution marginale de chacune au SCR.

Nous donnons plus précisément la formule de calcul de la marge pour risque, notée RM.

Après détermination du SCR par la méthodologie de la formule standard ou du modèle interne, à la date  $t=0$ , la marge pour risque est calculée à partir de l'estimation des SCR futurs. Cette estimation est réalisée à l'aide de proxys, par exemple en tenant compte du profil de liquidation des provisions mathématiques.

Nous avons :

$$RM = 6\% * \sum \frac{SCR(t)}{[1 + r(t)]^t}$$

En notant :

SCR(t)= l'exigence en capital (SCR) à l'instant t,

r(t) = taux sans risque à l'instant t.

### III.6. Les études quantitatives d'impact (QIS) :

Les études quantitatives ont pour but de faire aux compagnies d'assurance de l'Union Européenne tester les techniques de calcul proposées dans le cadre du projet « Solvabilité II » au fur et à mesure de son avancement. L'objet principal est d'identifier les incohérences méthodologiques, de mesurer la difficulté d'implémentation de chacune des méthodes proposées. Le calibrage des facteurs et la méthodologie proposés aujourd'hui par le CEIOPS ne sont pas définitifs.

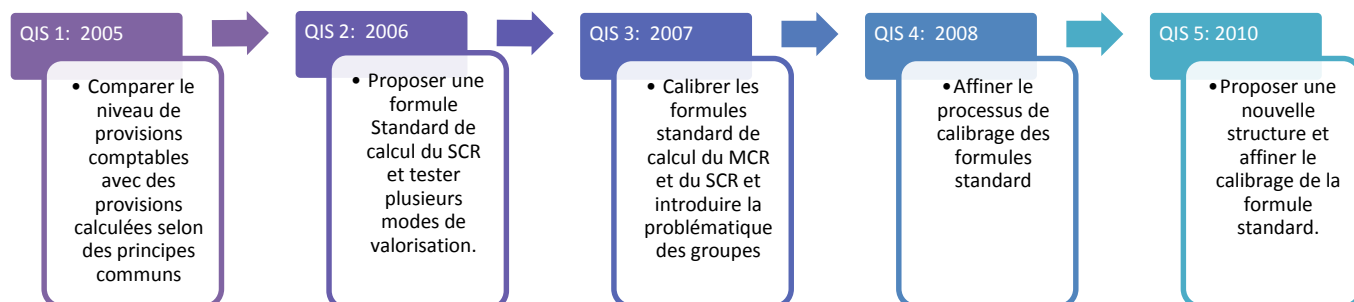


Figure 4: Calendrier des études quantitatives d'impact (QIS)

- QIS 1 (Octobre 2005 – décembre 2005)

Cette étude, lancée en automne 2005, poursuivait un double objectif : comparer les niveaux de prudence des provisions techniques actuelles et recueillir de l'information sur les méthodes utilisées pour calculer ces provisions. Il s'agissait donc de comparer les provisions existantes avec des provisions valorisées selon une des méthodes suivantes :

- Décomposition des provisions en « Best Estimate » et une marge pour risque ;
- Calibrage pour obtenir un niveau de confiance prédéterminé, selon une approche « quantile » (60%, 75%, 90%).

- QIS 2 (Mai 2006 – juillet 2006)

Les objectifs généraux de QIS2, lancée début mai 2006, visaient à :

- Tester la faisabilité des principes de valorisation ;
- Evaluer leurs impacts potentiels sur le bilan, notamment sur le niveau du besoin en capital ;
- Recueillir des informations quantitatives et qualitatives sur la pertinence et la convenance des approches envisagées pour le SCR ;
- Recueil d'informations pour les développements futurs et calibrage du SCR et MCR.

- QIS 3 (Avril 2007 – juin 2007)

Les objectifs de la QIS 3 ont été beaucoup plus ambitieux :

- Fournir de plus amples informations sur la faisabilité des calculs demandés ;
- Collecter les informations permettant d'affiner le calibrage de la formule standard ;

- Recueillir des informations quantitatives sur l'impact sur les bilans des organismes d'assurance et sur les exigences en capital ;
- Evaluer l'effet de l'application de la spécification de QIS 3 au niveau des groupes d'assurance.

- QIS 4 (2008)

Les objectifs du QIS4 sont les suivants :

- Fournir des informations à propos de l'impact sur le bilan des assureurs et réassureurs des mesures implémentées sous Solvabilité II par rapport à « Solvabilité I » ;
- Vérifier la cohérence des spécifications techniques avec les principes et la calibration émanant du niveau 1 de la proposition de directive ;
- Collecter des données qualitatives et quantitatives pour pouvoir analyser les différentes options qui seront utilisées dans l'évaluation d'impact des futures mesures potentielles de niveau 2 ;
- Il met l'accent sur le calcul du MCR.

- QIS5 à partir de 2010

Les objectifs du QIS5 sont :

- Mesurer l'impact quantitatif ;
- Dernière opportunité pour évaluer la faisabilité opérationnelle ;
- Collecter suffisamment de données pour déterminer les derniers ajustements ;
- Nouvelle occasion de se familiariser avec les nouveaux concepts.

Nous allons travailler sous les directives du dernier QIS en date, qu'est le QIS5, car nous tenons à ce que notre travail soit d'actualité et puisse servir un quelconque portefeuille dans les conditions réelles de la Solvabilité II.

Nous passons à présent à la présentation du portefeuille vie que nous avons considéré pour notre projet, avant d'entamer la partie analyse et application.

#### IV. Présentation du portefeuille

Notre étude portera sur un portefeuille vie de couverture retraite pour une population de professionnels indépendants non-salariés actuellement estimée à près de 218 000 personnes. Selon un sondage effectué, 94% de cette population ne bénéficient d'aucune couverture sociale, aussi bien pour l'assurance maladie, la prévoyance (incapacité de travail, Invalidité & Décès...), que la retraite.

Conscient de la nécessité de la couverture sociale pour ces professionnels et leurs ayant droits, et de son rôle dans l'équité et la cohésion sociale, l'organisme concerné a confié le calcul de la tarification à ARM Consultants.

Etant donné qu'il s'agit d'une création d'un nouveau régime de retraite, celui choisi est un régime par répartition collective basé sur un système de point et à cotisations définies.

##### IV.1. Les hypothèses de calcul des prestations :

Pour l'élaboration d'un système de retraite, ont été retenues les hypothèses suivantes :

- La valeur d'acquisition est la valeur moyenne d'équilibre financier ;
- L'âge de la retraite est 65 ans ;
- Le taux de cotisation est 10% ;
- La valeur d'acquisition et la valeur de service sont revalorisées chaque année de 1% ;
- La table de mortalité utilisée est la TV 88-90, c'est la table réglementaire au Maroc pour la tarification des produits de l'assurance vie ;
- Une pension de réversion à 50% sera versée en cas de décès de l'assuré en activité ;
- Une pension de réversion à 50% sera versée en cas de décès du retraité.
- Le taux de rachat de la retraite avant l'âge de retraite est de 1% ;
- Le taux d'affiliation de nouvelles recrues est de 5% chaque année et indépendant de l'âge de l'affilié.

- Le taux de mariés selon l'âge est distribué comme suit :

Age	[0,24[	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Taux mariage	0%	20%	16%	13%	47%	57%	75%	59%	47%	61%	77%	86%	82%	90%

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
70%	83%	95%	91%	95%	96%	94%	98%	93%	85%	92%	100%	97%	98%	96%	98%	97%

54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	[65,110]
94%	92%	100%	100%	94%	100%	96%	100%	100%	83%	93%	100%

Tableau 2: Taux de mariage dans la population étudié selon l'âge.

#### IV.2. Définition des besoins de notre projet :

Pour entamer notre projet sur la solvabilité II et définir le besoin en capital d'un tel portefeuille, nous avons besoin de déterminer le flux du passif sur 40 années de projection ; Pour ce faire nous avons utilisé un outil automatisé appartenant à A.R.M Consultants pour pouvoir calculer les prestations de cette population sur 40 ans.

Le bilan actuariel relatif à ce portefeuille est présenté sur l'Annexe IV.

## CHAPITRE 2 : Détermination des capitaux de solvabilité selon le modèle standard et interne

La directive Solvabilité 2 impose deux niveaux réglementaires de fonds propres, le MCR et le SCR. C'est une réforme prudentielle qui vise à garantir le versement au client des engagements de l'entreprise à un horizon d'un an, et ce même en cas de situation très défavorable. C'est pourquoi les entreprises doivent calculer le SCR qui correspond à une exigence de fonds propres pour faire face à un scénario de crise qui arriverait une fois tous les 200 ans.

L'EIOPA propose 5 méthodes pour déterminer le SCR

- La formule standard
- La formule standard et un modèle interne partiel
- La formule standard avec l'utilisation des Undertaking Specific Parameters
- Un modèle interne
- Simplifications

Nous avons fait le choix d'utiliser les deux méthodes les plus pertinentes : le modèle standard et le modèle interne.

### I. Formule standard

La formule standard est une approche modulaire dans le sens où un besoin en capital élémentaire est calculé pour chaque facteur de risque (taux, concentration, . . .) appartenant à un module de risque. La formule standard agrège les différents SCR obtenues à l'aide de matrices de coefficients de corrélation linéaires. Elle utilise une approche « bottom-up » : une première agrégation des risques est effectuée au sein de chaque module de risque, c'est une agrégation intra-modulaire, puis une deuxième est appliquée entre les différents modules, c'est une agrégation inter-modulaire.

La formule standard prend 7 risques en compte :

- ✓ Risque de marché : risque provenant de la volatilité ou du niveau des prix de marché des instruments financiers de l'entreprise. L'exposition au risque de marché se mesure par l'impact des mouvements de prix ou de taux sur les marchés (prix des biens, prix de l'immobilier, taux d'intérêts, taux de change, etc.)
- ✓ Risque de souscription non-vie.
- ✓ Risque de souscription vie.



## I.2. Construction du bilan économique Solvabilité 2

L'actif du bilan économique Solvabilité 2 est évalué en valeur de marché par actualisation des valeurs des placements selon les cours des taux en vigueur.

Le passif du bilan économique se décompose en deux grandes parties : les provisions techniques et les fonds propres. Les provisions techniques sont la somme de la marge de risque et de la valeur Best Estimate des risques non hedgeables (qui ne peuvent être couverts sur les marchés) et de la juste valeur des risques hedgeables. Les fonds propres, calculés par différence entre l'actif et les autres éléments de passif (provisions et dettes), peuvent être vus comme la somme d'un excédent (surplus) et du SCR (supérieur au MCR).

### I.2.1. Valorisation de l'actif

A la différence du dispositif précédent, l'actif du bilan économique est évalué à sa valeur de marché. Cette dernière a pour objectif de mieux refléter la situation économique actuelle de l'entreprise. L'actif est constitué de placements (par exemple les produits actions, les produits de taux, etc.) dont la valeur fluctuera selon divers paramètres tels que la performance des marchés actions, les courbes des taux en vigueur, etc. Les provisions cédées à la réassurance sont un autre poste de l'actif. Ces provisions s'appuient sur les valorisations réalisées dans une optique économique et donc en valeur Best Estimate. Ces provisions viennent en compensation des provisions présentes au passif dont une part est transférée à un ou plusieurs réassureurs.

### I.2.2. Valorisation du passif

Le passif Solvabilité 2 est composé des provisions techniques en valeur Best Estimate, de la marge pour risque et des fonds propres. Ces derniers résultent de la différence entre actif et provisions augmentées de la marge pour risque.

#### *i. Provisions Best Estimate*

Le Best Estimate correspond à la valeur actuelle nette probable des flux futurs (prestations et primes dans le cas de l'entreprise modèle de ce mémoire). Ces flux doivent être associés uniquement aux contrats existants à la date d'évaluation, et leurs projections doivent reposer sur des hypothèses crédibles d'évolution du marché.

ii. Marge pour risque (Risk Margin)

Deuxième composante des provisions techniques, la marge pour risque correspond à la valeur actualisée du coût d'immobilisation du capital SCR. Cette marge permet entre autre à l'Entreprise d'honorer ses engagements en cas de son insolvabilité. Le taux de marge pour risque s'applique sur la durée de vie résiduelle des engagements utilisée pour le calcul du Best Estimate. La formule de la marge pour risque, telle que décrite dans les spécifications techniques du QIS 5 est la suivante :

$$RM = CoC \times \sum_{t>0} \frac{SCR(t)}{(1 + r(t + 1))^t}$$

Où SCR(t) est le SCR calculé en date t (la méthode de calcul du SCR est explicitée par la suite) et r(t+1) est le taux sans risque de maturité t+1. La marge pour risque est donc déterminée sur la base d'une projection du SCR après que celui-ci a été déterminé à l'instant t=0. Le calcul se fait ici en appliquant un coefficient unique (CoC, coût du capital) à toute l'activité, mais les spécifications techniques du QIS 5 préconisent aussi l'utilisation d'un coefficient par branche d'activité (LOB), qui s'appliquera donc à la valeur actuelle du SCR pour la branche en question.

iii. Fonds Propres

Les fonds propres sont calculés comme la différence entre l'actif et les provisions techniques du passif augmentées de la marge pour risque. Le rôle principal des fonds propres est de permettre à l'entreprise de maintenir une activité saine en absorbant les aléas économiques auxquels elle est sujette. De fait, les fonds propres seront régulièrement comparés aux différents indicateurs d'exigences de capital tels que le MCR et le SCR. Dans le cas où les montants de fonds propres sont supérieurs au SCR, donc aux exigences du capital réglementaire ; nous appelons Surplus l'excédent de fonds propres.

### I.3. Calcul des SCR par type de risque

En formule standard, le SCR se calcule avec l'expression suivante :

$$SCR = BSCR + Adj + SCR(op)$$

- Avec :
- BSCR : (Basic Solvency Capital Requirement), le SCR de base.
  - $SCR(op)$  : Le niveau de capital requis pour le risque opérationnel.
  - Adj : l'ajustement pour l'absorption des pertes par les provisions techniques et par l'impôt différé.

#### I.3.1. Calcul du BSCR (SCR de base) :

$$BSCR = \sqrt{\sum Corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangibles}$$

- Matrice des corrélations  $Corr_{i,j}$  au niveau du QIS 5 :

	Market	Default	Life	Health	Non-life
Market	1				
Default	0.25	1			
Life	0.25	0.25	1		
Health	0.25	0.25	0.25	1	
Non-life	0.25	0.5	0	0	1

Tableau 3: Matrice de corrélation au niveau du QIS5

- Calcul de  $SCR_{intangible}$  :

$$SCR_{intangible} = 0.8 \times IA$$

Les risques utilisés lors de cette étude sont : risque de souscription Vie et le Risque de marché car le portefeuille étudié est un portefeuille vie et ces deux risques sont les plus intéressants dans la branche vie, et les plus pertinents.

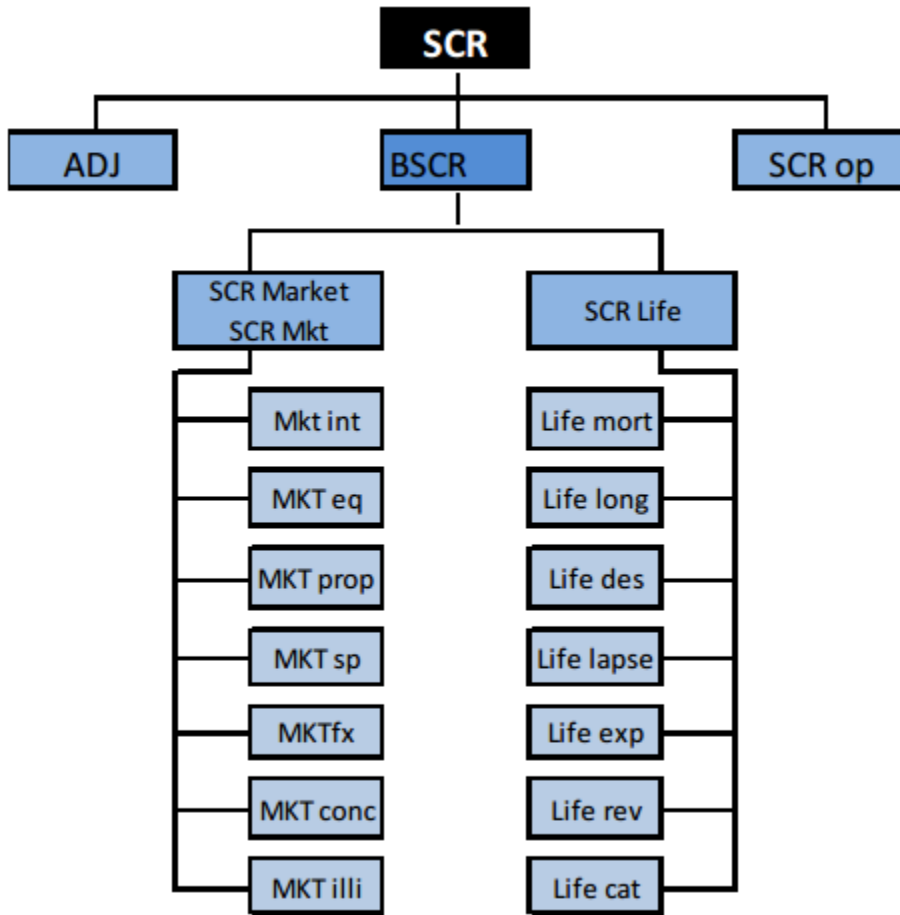


Figure 6: Cartographie de risques liés au portefeuille étudié

- Risque de souscription Vie :

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum CorrLife_{r,c} \times Life_r \times Life_c}$$

- Matrice de corrélation  $CorrLife_{r,c}$  :

	Mortality	Longevity	Disability	Lapse	Expenses	Revision	CAT
Mortality	1						
Longevity	-0.25	1					
Disability	0.25	0	1				
Lapse	0	0.25	0	1			
Expenses	0.25	0.25	0.5	0.5	1		
Revision	0	0.25	0	0	0.5	1	
CAT	0.25	0	0.25	0.25	0.25	0	1

Tableau 4: Matrice de corrélation du risque souscription (SCR life)

#### ❖ Le Risque de mortalité:

L'exigence en capital pour le risque de mortalité, selon le calcul simplifiée, est de 15% du produit des facteurs suivants :

- C : Total du capital en risque.
- q : taux de décès moyen attendu sur l'année suivante pondéré de la somme assurée (taux spécifique pour l'entreprise)
- D : Duration modifiée des flux du passif
- l'augmentation de la mortalité projetée (en raison de l'âge), augmente au cours de la période correspondant à la duration de 10% par an.

$$Life_{Mortality} = 15\% \times C \times q \times D \times (1.1)^{\frac{D-1}{2}}$$

❖ Le Risque de longévité :

L'exigence en capital pour le risque de longévité, selon le calcul simplifié, est de 20% du produit des facteurs suivants :

- Best Estimate pour les contrats soumis au risque de longévité,
- $q$  : taux de décès moyen attendu sur l'année suivante pondéré de la somme assurée (taux spécifique pour l'entreprise)

- $D$  : Duration modifiée des flux du passif
- l'augmentation de la mortalité projetée (en raison de l'âge), augmente au cours de la période correspondant à la duration de 10% par an.

$$Life_{longevity} = 20\% \times C \times q \times D \times (1.1)^{\frac{D-1}{2}}$$

- Risque de marché :

$SCR_{Mrkt}$

$$= \max\left(\sqrt{\sum corr MrtUp_{i,j} * MrtUp_i * MrtUp_j} ; \sqrt{\sum CorrMrtDown_{i,j} * MrtDown_i * MrtDown_j}\right)$$

Les matrices de corrélation CorrMrktUp et CorrMrktDown sont :

CorrMrktDown	Interest	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration	Illiquidity premium
Interest	1						
Equity	0.5	1					
Property	0.5	0.75	1				
Spread	0.5	0.75	0.5	1			
Currency	0.25	0.25	0.25	0.25	1		
Concentration	0	0	0	0	0	1	
Illiquidity premium	0	0	0	-0.5	0	0	1

Tableau 5: Matrice de corrélation du risque de marché à la baisse

CorrMrktUp	Interest	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration	Illiquidity premium
<b>Interest</b>	<b>1</b>						
<b>Equity</b>	<b>0</b>	<b>1</b>					
<b>Property</b>	<b>0</b>	<b>0.75</b>	<b>1</b>				
<b>Spread</b>	<b>0</b>	<b>0.75</b>	<b>0.5</b>	<b>1</b>			
<b>Currency</b>	<b>0.25</b>	<b>0.25</b>	<b>0.25</b>	<b>0.25</b>	<b>1</b>		
<b>Concentration</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	
<b>Illiquidity premium</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-0.5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

Tableau 6: Matrice de corrélation du risque de marché à la hausse

❖ **Risque de taux d'intérêt :**

VAN= Valeur d'actif net

$Mrkt_{int}^{Up}$  = Chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt après un choc haussier

$Mrkt_{int}^{Down}$  = Chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt après un choc baissier

$$Mrkt_{int}^{Up} = \Delta NAV|_{Up}$$

$$Mrkt_{int}^{Down} = \Delta NAV|_{Down}$$

Où :  $\Delta NAV|_{Up}$  et  $\Delta NAV|_{Down}$  sont les variations de la valeur de l'actif net résultantes de la réévaluation de tous les instruments sensibles aux taux d'intérêt en fonction des structures par terme modifiées.

Les structures par terme modifiées sont dérivées en multipliant la courbe des taux d'intérêt actuelle par  $(1 + S_{Hausse})$  et  $(1 + S_{Baisse})$  où le choc haussier  $S_{Hausse}(t)$  et le choc baissier  $S_{Baisse}(t)$  pour les différentes échéances t sont les suivants :

Maturité (Année)	Choc à la Hausse	Choc à la Baisse
<b>1 ou moins</b>	<b>70%</b>	<b>-75%</b>
<b>2</b>	<b>70%</b>	<b>-65%</b>
<b>3</b>	<b>64%</b>	<b>-56%</b>
<b>4</b>	<b>59%</b>	<b>-50%</b>
<b>5</b>	<b>55%</b>	<b>-46%</b>
<b>6</b>	<b>52%</b>	<b>-42%</b>
<b>7</b>	<b>49%</b>	<b>-39%</b>
<b>8</b>	<b>47%</b>	<b>-36%</b>
<b>9</b>	<b>44%</b>	<b>-33%</b>
<b>10</b>	<b>42%</b>	<b>-31%</b>
<b>11</b>	<b>39%</b>	<b>-30%</b>
<b>12</b>	<b>37%</b>	<b>-29%</b>
<b>13</b>	<b>35%</b>	<b>-28%</b>
<b>14</b>	<b>34%</b>	<b>-28%</b>
<b>15</b>	<b>33%</b>	<b>-27%</b>
<b>16</b>	<b>31%</b>	<b>-28%</b>
<b>17</b>	<b>30%</b>	<b>-28%</b>
<b>18</b>	<b>29%</b>	<b>-28%</b>
<b>19</b>	<b>27%</b>	<b>-29%</b>
<b>20</b>	<b>26%</b>	<b>-29%</b>
<b>90 ou plus</b>	<b>20%</b>	<b>-20%</b>

Tableau 7: Le choc haussier et baissier selon la maturité appliqué au taux d'intérêt extrait du QIS5

Exemple :

Le taux d'intérêt à 15 ans en cas de choc haussier  $R_1(15)$  est calculé comme suit :

$$R_1(15) = R_0(15) * (1 + 0.33)$$

Où :  $R_0(15)$  est le taux d'intérêt à 15 ans basé sur l'actuelle structure par terme des taux d'intérêt.

L'exigence de fonds propres pour le risque de taux d'intérêt est en fonction du type de choc qui donne lieu à l'exigence de capital la plus élevée :

$$SCR_{Taux} = \begin{cases} \max(SCR_{Taux}^{Hausse}; 0) & \text{si } SCR_{Taux}^{Hausse} \geq SCR_{Taux}^{Baisse} \\ \max(SCR_{Taux}^{Baisse}; 0) & \text{si } SCR_{Taux}^{Baisse} \geq SCR_{Taux}^{Hausse} \end{cases}$$

❖ **Risque d'action**

Trois éléments principaux modifient les spécifications techniques de la partie « SCR – risque sur actions » :

1. Sont désormais considérées comme actions de type 1 les parts ou actions de fonds de placement alternatifs agréés en qualité de fonds de placement européens de long terme, les parts ou actions d'organismes de placements collectifs répondant aux critères de définition des fonds d'entreprenariat social ou de capital-risque, ainsi que les parts ou actions d'organismes de placement alternatifs fermés et ne recourant pas au levier (lorsque ces organismes sont établis dans l'Union ou commercialisés dans l'Union selon certains critères).

2. La mesure transitoire relative au risque action établie dans Omnibus II a par ailleurs été ajoutée. Il est ainsi mentionné que les actions de type 1 ne bénéficiant pas d'un choc réduit et détenues dans le portefeuille avant l'entrée en application de Solvabilité II (1er janvier 2016) pourront être progressivement chargées de 22 % à 39 % sur 7 ans.

3. L'ajustement symétrique (plus couramment appelé equity dampener) a été fixé à + 7,5 % pour 2014 dans les spécifications techniques. Il consiste donc en un accroissement de la charge en capital requise au titre du sous-module « risque actions » par rapport à l'exercice LTGA, où l'equity dampener était nul. Notons que la valeur de l'equity dampener, calculée par EIOPA, sera très vraisemblablement modifiée en 2015,

Inputs :

NAV= La valeur nette d'actifs.

$SCR_{action}$  = Besoin en capital au titre du risque sur actions.

$$SCR_{action} = \text{Max}(\Delta VAN|_{choc sur actions}; 0)$$

Les actions sont réparties selon deux catégories dont la composition est la suivante :

-Global : actions cotées dans les pays de l'EEE et de l'OCDE ;

-Autres :- Actions cotées exclusivement sur les marchés émergents ;

-Actions non cotées.

4. Autres investissements alternatifs (fonds spéculatifs, dérivés, investissements en véhicules de titrisation...)

Le choc sur actions dépend de la catégorie du risque :

	Global	Autre
Choc sur actions	30%	40%

Tableau 8: Tableau du choc sur actions selon leurs types

Le chargement en capital SCR actions est l'effet immédiat attendu du scénario de choc sur actions sur la valeur de l'actif net compte tenu de l'ensemble des expositions directes et indirectes du participant aux cours des actions.

Dans une deuxième étape, l'exigence en capitaux liés au risque d'action est calculée en combinant les exigences de capital pour les catégories individuelles en utilisant une matrice de corrélation (CorrIndex) comme suit:

	Global	Autre
Global	1	0.75
Autre	0.75	1

Tableau 9: Matrice de corrélation pour le risque action

$$SCR_{action} = \sqrt{\sum_{i,j} CorrIndex_{i,j} \cdot SCR_{action,i} \cdot SCR_{action,j}}$$

❖ **Risque Immobilier « Property » :**

NAV : Valeur nette d'actifs

Mkt<sub>Prop</sub> : Exigences en Capital pour risque Immobilier

nMkt<sub>Prop</sub> : Exigences en Capital pour risque Immobilier, net d'effet d'absorption des pertes en provisions techniques

$$Mkt_{prop} = \max(\Delta NAV |_{Property\ shock}; 0)$$

❖ **Risque de Change (currency risk)**

$Mkt_{fx}$  : Exigences en Capital pour le risque de change

$Mkt_{fx}^{Up}$  : Exigences en Capital pour le risque de change, après un choc à la hausse

$Mrkt_{fx}^{Down}$  : Exigences en Capital pour le risque de change, après un choc à la baisse

$nMkt_{fx}$  : Exigences en Capital pour risque de change, net d'effet d'absorption des pertes en provisions techniques

$nMkt_{fx}^{Up}$  : Exigences en Capital pour risque de change, net d'effet d'absorption des pertes en provisions techniques choquée à la hausse

$nMkt_{fx}^{Down}$  : Exigences en Capital pour risque de change, net d'effet d'absorption des pertes en provisions techniques choquée à la baisse.

$$Mkt_{fx,c}^{Up} = \max(\Delta NAV |_{fx \text{ Upward shock}}; 0)$$

$$Mkt_{fx,c}^{Down} = \max(\Delta NAV |_{fx \text{ Downward shock}}; 0)$$

L'exigence en capital pour risque de change provient du type de choc qui donne lieu à la plus grande exigence en capital qui prend en considération la capacité d'absorption de perte, comme suit :

$$\text{Si : } nMkt_{fx,c}^{Up} > nMkt_{fx,c}^{Down} \quad \text{Alors : } \begin{cases} Mkt_{fx} = Mkt_{fx}^{Up} \\ nMkt_{fx} = nMkt_{fx}^{Up} \end{cases}$$

$$\text{Si : } nMkt_{fx,c}^{Up} \leq nMkt_{fx,c}^{Down} \quad \text{Alors : } \begin{cases} Mkt_{fx} = Mkt_{fx}^{Down} \\ nMkt_{fx} = nMkt_{fx}^{Down} \end{cases}$$

Le chargement en capital *SCR actions* est l'effet immédiat attendu du scénario de *choc sur actions* sur la valeur de l'actif net compte tenu de l'ensemble des expositions directes et indirectes du participant aux cours des actions.

❖ **Risque de Spread**

Le risque de Spread résulte de la sensibilité de la valeur des actifs, passifs et instruments financiers aux changements liés à la volatilité des spreads de crédit.

$$Mkt_{sp} = Mkt_{sp}^{bonds} + Mkt_{sp}^{securitisation} + Mkt_{sp}^{cd}$$

$MV_i$  = La valeur de l'exposition au risque de crédit i

Calcul de  $F^{UP}$  :

- Bonds :

<i>Rating</i>	<i>F<sup>UP</sup></i>
AAA	0.9%
AA	1.1%
A	1.4%
BBB	2.5%
BB	4.5%
B or lower	7.5%
<i>Unrated</i>	<i>3.0%</i>

Tableau 10: Coefficient à la hausse selon le rating

Remarque :

Ces coefficients sont calibrés afin d'obtenir un choc conforme à une VaR de 99.5%. Le risque de spread est d'autant plus important que la note de l'émetteur est faible.

### I.3.2. Le risque opérationnel

$$SCR(op) = \min(0.3 \times BSCR ; Op) + 0.25 \times Exp(ul)$$

Avec :  $Op = \max( Op(premiums); Op(provisions) )$

$$Op(premiums) = 0.04 \times (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0.3 \times Earn_{non-life} + \max(0 ; 0.04 \times (Earn_{life} - 1.1 \times pEarn_{life} - (Earn_{life-ul} - 1.1pEarn_{life-ul}))) + \max(0 ; 0.03 \times Earn_{non-life} - 1.1pEarn_{non-life})$$

$$Op(provisions) = 0.0045 \times \max(0 ; TP_{life} - TP_{life-ul}) + 0.03 \times \max(0 ; TP_{non-life})$$

Où :

$pEarn_{life}$  : Primes acquises brutes vie N-1

$pEarn_{life-ul}$  : Primes acquises brutes vie UC N-1

$Earn_{life}$  : Primes acquises brute Vie N

$Earn_{life-ul}$  : Primes acquises brutes Vie UC N

$TP_{life}$  : Provisions techniques vie brutes sans risque de marge

$TP_{life-UI}$  : Provisions technique vie brutes UC sans risque de marge

$TP_{non-life}$  : Provisions non-vie hors contrat risque similaire vie sans risque de marge

### I.3.3. Calcul de l'ajustement

La capacité d'ajustement exprime le fait qu'en cas de choc l'assureur peut modifier la politique de distribution des excédents et reporter sur l'assuré une partie du choc au travers une moindre distribution des excédents.

Pour prendre en compte ces propriétés d'absorption des risques et les quantifier on calcule le SCR brut (avant capacité d'absorption) et SCR net (après capacité d'absorption) :

- « brut » d'effet d'absorption, on fait l'hypothèse que l'assureur ne peut pas réviser sa politique de distribution future des excédents en cas de survenance du choc considéré.
- « net » d'effet d'absorption, on fait l'hypothèse que l'assureur peut adapter sa politique de distribution des excédents de manière à absorber un éventuel choc (comme dans la réalité). Pour indiquer qu'une exigence de capital est « nette » d'effet d'absorption, on rajoute un « petit n » devant (par exemple n SCR market ou n SCR life). Sinon il est en « brut ».

Avec :

BSCR : les capitaux élémentaires sont calculés « bruts » d'effet d'absorption.

Dans le cadre du calcul du nBSCR, on peut procéder selon la même méthode modulaire que le BSCR, avec les mêmes matrices de corrélation, mais en utilisant cette fois-ci les capitaux élémentaires « net ».

FDB : les futures excédents discrétionnaires = BE- BEG

Tel que:

BE : best estimate

BEG : Best Estimate Garanti

$$Adj_{TP} = - \min(BSCR - nBSCR; FDB)$$

I.4. Hypothèses du modèle standard :

Nous avons pris les risques selon la nature de notre portefeuille et les investissements qui sont fait au Maroc.

Pour le risque de marché nous allons considérer le risque de taux et le risque d'action car notre portefeuille actif ne contient que les actions et les obligations, quant au risque de souscription appelé aussi risque vie on ne considère que le risque de mortalité et de longévité étroitement liés au portefeuille retraite, et qui peuvent accaparer un capital en risque important.

Le choix de prendre l'ajustement nul est une décision que nous avons prise compte tenu du manque de données car le calcul du BSCR « net » (nBSCR) nécessite un grand nombre de données dont nous n'avons pas accès.

Toutefois, puisque l'ajustement est un montant qu'on soustrait à la somme du BSCR et du risque opérationnel pour obtenir le SCR, l'hypothèse de le considérer comme nul fait que l'exigence en capital est un peu plus surestimée et cela ne rend notre SCR que plus prudent.

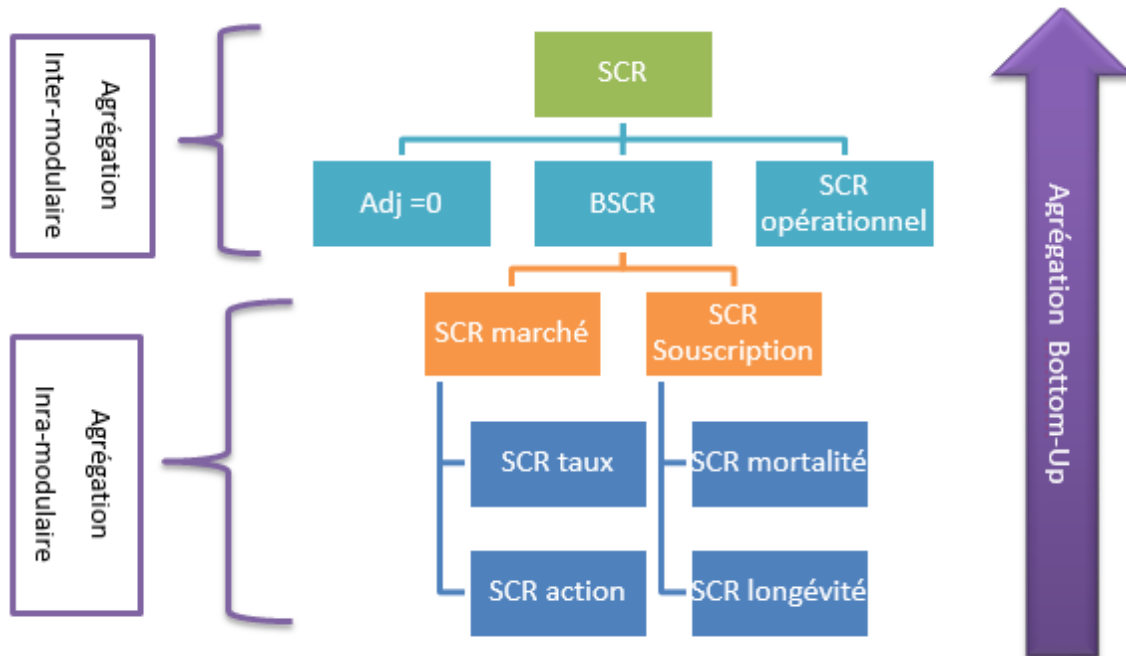


Figure 7: Cartographie des risques selon les hypothèses du modèle selon l'approche Bottom-Up

Dans l'application, le BSCR est basé sur une approche appelée bottom-up (ou approche modulaire). Son calcul est divisé en modules de risque, eux-mêmes subdivisés en sous-modules.

On calcule d'abord l'exigence de capital au titre de chacun des différents risques « élémentaires ». Ensuite on agrège ces capitaux élémentaires via des matrices de corrélation pour obtenir les SCR relatifs aux différents modules de risque. Enfin on agrège toujours via une matrice de corrélation ces SCR relatifs aux modules de risque pour obtenir le SCR global : le BSCR.

## II. Application :

### II.1. Interface VBA :

Nous avons élaboré une application VBA qui permet le calcul du best estimate des provisions techniques sur un horizon de 40 années, de la marge de risque et des différents SCR selon l'approche bottom-up.

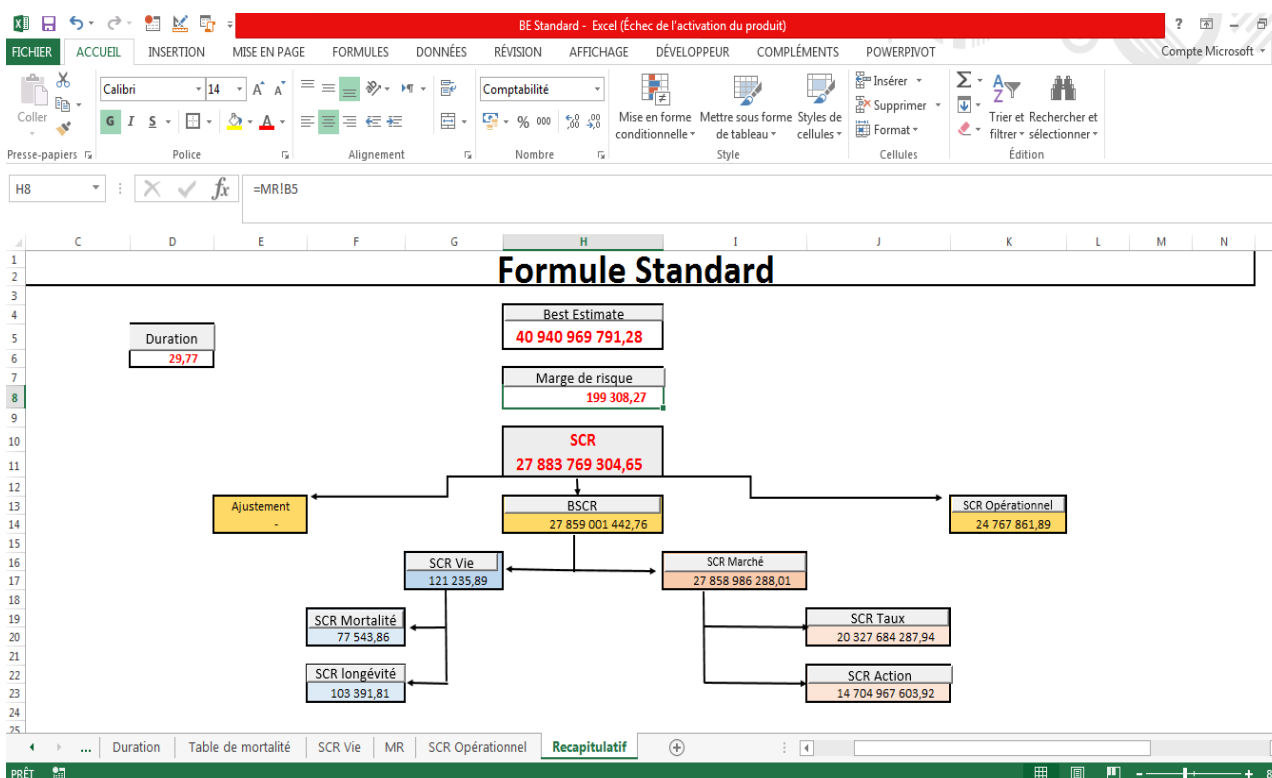


Figure 8: Interface de l'application VBA pour le modèle standard

Nous avons créé 11 boutons parmi lesquels :

- Le bouton « Duration » : calcul de la duration du portefeuille ;
- Le bouton « Best Estimate » : calcul le best estimate des provisions techniques ;
- Le bouton « Marge de risque » : calcul la marge de risque ;
- Bouton « BSCR » calcul le BSCR en se basant sur les SCR vie et marché ;

Puis les différents boutons qui calculent les SCR.

## II.2. Inputs :

## II.2.1. Bilan actuariel :

	0	1	.....	38	39
	2014	2015		2052	2053
<b>T_Cotisations</b>	<b>309 598 271</b>	<b>655 839 508</b>		<b>5 016 456 396</b>	<b>5 190 353 654</b>
Préstation Retraite C1	-	-		4 206 542 023	4 466 803 391
Préstation Retraite C2	-	-		2 344 202 985	2 489 240 280
Préstation Réversion C1	974 229	4 129 677		839 643 744	907 950 504
Préstation Réversion C2	542 914	2 301 368		466 889 470	504 923 058
Préstation Rachat démission C1	-	-		142 083 487	143 197 755
Préstation Rachat démission C2	-	-		79 179 652	79 800 607
Prestation capital C1	-	9 209 584		50 199 227	51 091 035
Prestation capital C2	-	5 132 276		27 974 801	28 471 784
<b>T_Préstations</b>	<b>1 517 144</b>	<b>20 772 904</b>		<b>8 156 715 389</b>	<b>8 671 478 413</b>
<b>Charges d'exploitation</b>	<b>30 959 827</b>	<b>65 583 951</b>		<b>501 645 640</b>	<b>519 035 365</b>

Tableau 11: Extrait du bilan actuariel calculé pour la méthode standard

Pour le calcul du best estimate nous avons besoin du flux de la trésorerie, qui est dans notre cas les prestations du système de retraite sur 40 ans futurs.

## II.2.2. Paramètres CEIOPS :

Les paramètres figurant dans la fiche des spécifications techniques, traduisant les directives de QIS5, et dont la dernière version a été publiée le 30 Avril 2014.

Les matrices de corrélation entre les différents risques : souscription vie, marché, ont été détaillées dans les paragraphes précédents.

## II.2.3. Effectif initial :

La base initiale de la population disponible chez le cabinet ARM consultants mis à notre disposition : tableau comportant les âges et effectifs respectifs.

## II.2.4. Table de mortalité :

Pour le calcul de la probabilité de décès, nous avons utilisé la table TV 88-90.

## II.2.5. Taux d'intérêt :

Nous avons utilisé le taux zéro coupon de maturité procuré par Euribor le 31 Décembre 2014.

## II.2.6. Portefeuille Actif :

Nous avons le portefeuille d'actifs ci-dessous :

	Montant	Répartition
Actions	16 712 782 385	31%
Obligations	36 785 240 615	69%
<b>Total</b>	<b>53 498 023 000</b>	<b>100%</b>

Tableau 12: Répartition du portefeuille d'actif

### II.3. Outputs :

#### II.3.1. Best Estimate :

Le best estimate donné par l'application est égal à :

$$BE = 40\,940\,969\,791,28 \text{ DH}$$

#### II.3.2. SCR Vie :

Pour le calcul de la SCR Vie, nous avons pris comme capital en risque les prestations de l'année 2014 :

$$\text{Capital en risque} = 1\,517\,143,72 \text{ DH}$$

La duration est calculée par la formule suivante :

$$D = \frac{\sum_1^{40} \frac{t \cdot CF_t}{(1+r)^t}}{\sum_1^{40} \frac{CF_t}{(1+r)^t}} = 29.77 \text{ Ans}$$

Avec  $CF_t$  : flux du passif de l'année t

$$\text{Taux actuariel} = 2.70\%$$

$$Life_{Mortality} = 77\,542,73 \text{ DH (risque de mortalité inter agrégation du risque vie)}$$

$$Life_{longevity} = 103\,390,31 \text{ DH (risque de longévité inter agrégation du risque vie)}$$

Les inter-agrégations nous donnent le SCR vie suivant :

$$SCR_{life} = 121\,235,89 \text{ DH (SCR souscription ou Vie)}$$

#### II.3.3. Marge de risque :

$$MR = 214\,461,66 \text{ DH}$$

#### II.3.4. SCR Marché :

$SCR_{taux} = 20\,327\,669\,135$  DH (risque de taux inter agrégation du risque de marché)

$SCR_{action} = 14\,634\,443\,127$  DH (risque d'action inter agrégation du risque de marché)

Ces inter-agrégations nous permettent le calcul du SCR marché :

$SCR_{marché} = 27\,858\,986\,288$  DH

#### II.3.5. BSCR :

BSCR = 27 859 001 442,76 DH (SCR de base)

#### II.3.6. Risque Opérationnel :

Primes acquises Vie en l'année 2015 :

$Earn_{life} = 309\,598\,270,56$  DH

Provisions techniques Vie en l'année 2015 :

$TP_{life} = 1\,517\,143,73$  DH

Ces primes acquises et provisions techniques nous permettent le calcul du SCR opérationnel :

SCR (op) = 24 767 861,89DH

#### II.3.7. SCR :

Pour le calcul de la SCR, nous avons supposé que l'ajustement est nul....

SCR = 27 883 769 304,65 DH

### III. Modèle interne :

Un modèle actuariel est généralement défini comme une description mathématique simplifiée d'une réalité complexe. Il est construit à partir de l'expérience, des opinions d'experts et des données historiques, permettant ainsi à l'entreprise de retracer une image fidèle et réaliste du profil de risque inhérent à ses activités.

Les modèles internes sont par conséquent des outils de simulation destinés à fournir des projections de l'activité et des résultats de l'entreprise afin de déterminer son besoin en capital en fonction d'une probabilité de ruine qu'elle juge acceptable basée sur son profil de risque, et par ailleurs, tester sa robustesse financière suivant un grand nombre de scénarios pouvant correspondre à des situations réelles.

Un modèle interne satisfaisant est un modèle utilisant les techniques stochastiques appliquées à l'actif et au passif : l'interdépendance des aspects financiers avec les risques d'assurance est telle que seule l'utilisation conjointe de plusieurs modèles stochastiques assurera une réelle efficacité des modèles internes.

#### III.1. Modélisation des taux de sortie :

##### III.1.1. Taux de sortie

Les sorties dans un portefeuille retraite peuvent être dues soit : au décès de l'affilié, le changement d'activité appelé aussi le rachat, et la sortie en capital c'est-à-dire une retraite pour laquelle l'affilié arrivé à l'âge de la retraite n'ayant pas atteint 15 années de cotisation, touche un capital unique et non des rentes mensuelles.

Nous allons voir par la suite deux sortes de sortie : le décès et le rachat ; car notre population affilié à un régime de retraite dont la législation de base ne permet pas la sortie en capital, toutefois l'affilié peut faire le choix de souscrire à une complémentaire qui lui assure ce droit.

### III.1.1.1. Taux de décès

Pour cette partie de modélisation du taux de mortalité, et puisque aucune table d'expérience spécifique à notre base de donnée n'est pas disponible (vu que la population étudiée est nouvellement affilié à un régime de retraite) on a utilisé la table de mortalité TV 88-90, table de mortalité française des femmes entre 1988 et 1990 , car pour les risques à long terme comme celui de la retraite il faut surestimer la longévité, alors que pour les risque court terme comme le capital décès par exemple nous aurions eu à surestimer la mortalité et utiliser la TD 88-90. Sous Excel, nous avons modélisé les taux de décès observés puis effectué un ajustement graphique de la courbe obtenu.

Le résultat se présente comme suit :

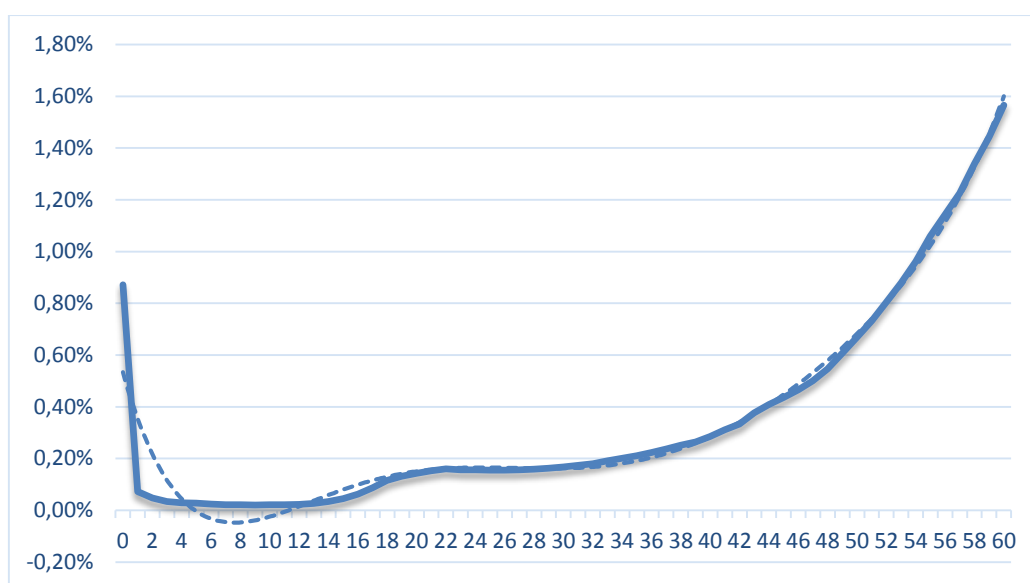


Figure 9: Modélisation polynomiale du taux de mortalité de 0 à 60 ans.

Nous remarquons que le taux de mortalité est élevé pour les nouveau-nés pour cause de mortalité infantile qui est encore élevée, malgré tous les progrès de la médecine.

Et puisque la mortalité après 60 ans change de tendance et devient plus exponentielle, nous avons choisi de subdiviser la modélisation pour l'âge inférieur à 60 ans puis celle supérieur à 60 ans.

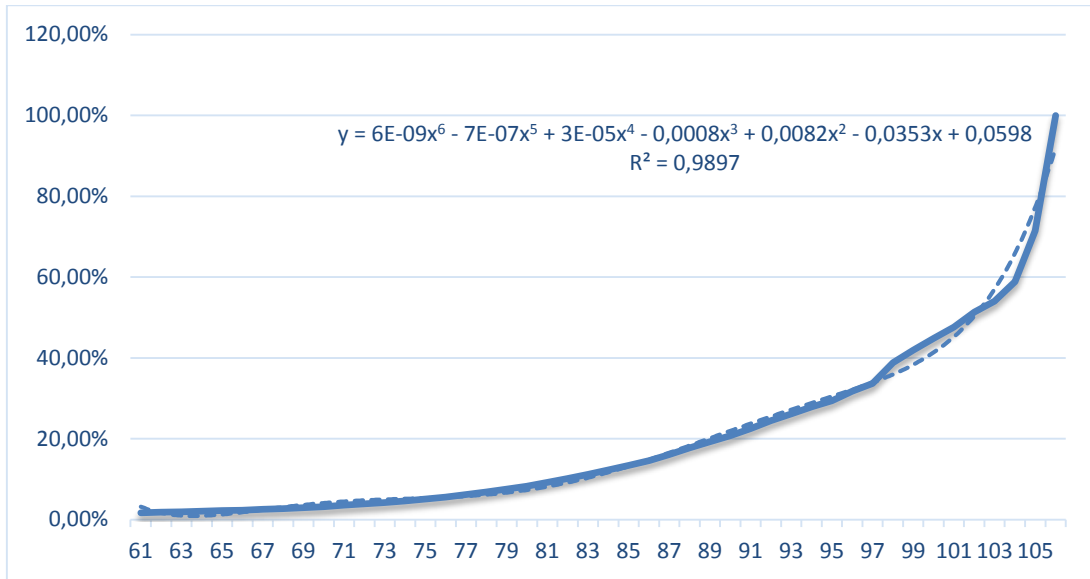


Figure 10: Modélisation polynomiale de la mortalité pour les âges supérieurs à 60 ans

Les taux de décès estimés s'expriment comme suit :

◆ Pour  $x < 60$  on a :

$$y = 2E-11x^6 - 4E-09x^5 + 3E-07x^4 - 1E-05x^3 + 0,0003x^2 - 0,0025x + 0,0076$$

On obtient un coefficient d'ajustement  $R=0.972$ , donc on conclut que le modèle représente la réalité à la hauteur de 97%.

Les taux de décès stochastiques sont représentés par la formule suivante :

$$y = 2E-11x^6 - 4E-09x^5 + 3E-07x^4 - 1E-05x^3 + 0,0003x^2 - 0,0025x + 0,0076 + \varepsilon(x)$$

Avec  $\varepsilon(x)$  : la variable aléatoire qui suit une loi normale centrée représentant la différence entre les taux observés et les taux estimés.

◆ Pour  $x > 60$  on a :

$$y = 6E-09x^6 - 7E-07x^5 + 3E-05x^4 - 0,0008x^3 + 0,0082x^2 - 0,0353x + 0,0598$$

On obtient un coefficient d'ajustement  $R=0.9897$ , donc on conclut que le modèle représente la réalité à hauteur de 98%.

Les taux de décès stochastiques sont représentés par la formule suivante :

$$y = 6E-09x^6 - 7E-07x^5 + 3E-05x^4 - 0,0008x^3 + 0,0082x^2 - 0,0353x + 0,0598 + \varepsilon(x)$$

Avec  $\varepsilon(x)$  : la variable aléatoire qui suit une loi normale centrée représentant la différence entre les taux observés et les taux estimés.

### III.1.1.2. Taux de rachat :

Dans le modèle standard nous avons un taux de rachat fixe de 3%, le modèle interne quant à lui nécessite un taux de rachat qui dépend des deux grandeurs qui l'influent le plus, c'est-à-dire l'âge de l'affilié et son ancienneté. La population sujette à notre étude est nouvelle et nous ne disposons pas d'historique, nous avons décidé par ailleurs d'utiliser une table détaillée de taux rachat d'une population similaire. Nous avons choisi de travailler par groupe d'âge.

### III.1.2. Modélisation stochastique des taux de sortie :

Pour pouvoir modéliser les taux de sortie nous devons d'abord s'assurer de la normalité des résidus.

#### III.1.2.1. Tests de normalité des résidus :

Nous allons étudier la normalité des résidus en utilisant les trois tests les plus utilisés en statistiques.

Nous commençons par le test de Shapiro-Wilk qui est un test puissant de normalité. Il utilise une technique d'analyse de variance pour détecter l'écart d'un échantillon à la normalité.

La statistique de Shapiro-Wilk est définie de la manière suivante :

$$w = \frac{[\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} a_i (x_{n-i+1} - x_i)]^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Avec :

$x_i$  Correspond à la série des données

$a_i$  Constantes générées à partir de la moyenne et de la matrice de variance covariance des quantiles d'un échantillon de taille « n » suivant une loi normale. Ces constantes sont fournies dans des tables spécifiques.

L'hypothèse nulle du test est que les données sont normalement distribuées.

Puis on passe au test d'Anderson-Darling qui est un test permettant de comparer l'ajustement d'une fonction de répartition observée cumulée à une fonction de répartition théorique cumulée.

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-i+1}))]$$

Ensuite vient le test de Jarque Bera qui est également fondé sur les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement. Il évalue les écarts simultanés de ces coefficients avec les valeurs de référence de la loi normale.

$$JB = n \times \left( \frac{Skewness^2}{6} + \frac{(Excess\ Kurtosis - 3)^2}{24} \right)$$

$$Skewness = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

$$Excess\ Kurtosis = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right)^2}$$

Avec :  $\bar{x}$  la moyenne des observations

S l'écart-type.

Nous exposons les résultats de ces tests en annexe.

### III.1.2.2. Taux de décès : Modèle de Lee Carter

Le principe fondamental du modèle de Lee et Carter consiste à décomposer la mortalité en deux composantes, la première relative à l'âge et la seconde relative au temps calendaire, puis à extrapoler l'évolution de ces facteurs dans l'avenir à partir des tendances passées.

Le modèle de Lee-Carter :

$$\mu_{xt} = \exp(\alpha_x + \beta_x k_t)$$

Avec :

- $\alpha_x$  et  $\beta_x$  : Paramètres en fonction de l'âge  $x$ , où  $\beta_x$  traduit la sensibilité de la mortalité instantanée à l'âge  $x$  par rapport à l'évolution générale de  $k_t$ .
- $k_t$  : Élément aléatoire en fonction de l'année, décrit l'évolution générale de la mortalité.
- $\mu_{xt}$  : Taux instantané de mortalité des individus d'âge  $x$  à la date

D'où on parvient à obtenir les taux de mortalité estimés comme suit :

$$\ln(\widehat{\mu}_{xt}) = \alpha_x + \beta_x * k_t + \varepsilon_{xt}$$

Avec  $\varepsilon_{xt}$  : résidus reflétant les particularités propres à un âge  $x$  ou à une année  $t$  non capturées par le modèle. Ils sont indépendants et identiquement distribués suivant une loi  $N(0,1)$ .

Les contraintes sont :

$$\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \beta_x = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} k_t = 0$$

❖ Estimation des paramètres :

L'estimation se fait par la méthode des moindres carrés. Ce qui peut être réalisé grâce à une décomposition aux valeurs singulières d'une matrice adaptée ou à l'aide d'un système d'algorithmes itératifs de type Newton-Raphson.

Le problème d'optimisation des moindres carrés s'écrit :

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{k}) = \underset{\alpha, \beta, k}{\operatorname{argmin}} \sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} (\ln \hat{\mu}_{xt} - \alpha_x - \beta_x k_t)^2$$

a) On estime les taux par la formule :  $\hat{\mu}_{xt} = \frac{d_{x,t}}{(l_{x,t} + l_{x,t+1})/2}$

b) Pour l'estimation de  $\alpha$  nous procédons comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_x} \sum_{xt} (\ln \hat{\mu}_{xt} - \alpha_x - \beta_x k_t)^2 = 2(t_{max} - t_{min} + 1)\alpha_x - 2 \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} (\ln \hat{\mu}_{xt} - \alpha_x - \beta_x k_t)$$

Sous la contrainte :  $\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} k_t = 0$  on obtient alors :

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_{max} - t_{min} + 1} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \ln \hat{\mu}_{xt}$$

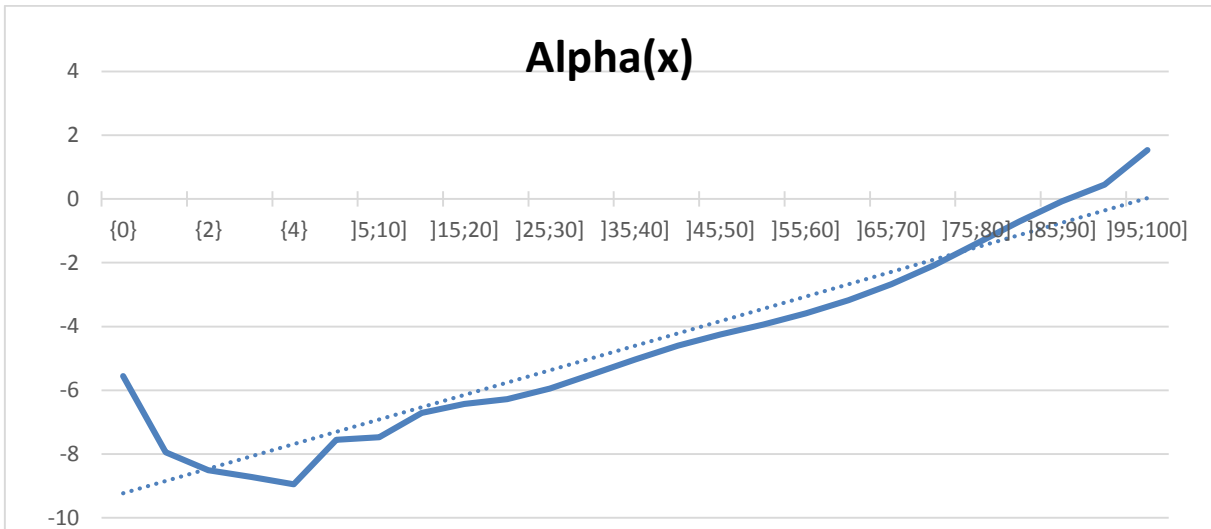


Figure 11: Evolution de Alpha du modèle de Lee-Carter selon l'âge de l'affilié

Nous pouvons constater que la courbe des  $\hat{\alpha}_x$  est conforme à nos attentes : le taux de mortalité progresse avec l'âge excepté chez les nouveau-nés tandis que la bosse «accident» aux alentours de 20-25 ans est présente.

Pour la modélisation linéaire de  $\alpha(x)$ , avec x l'âge de l'affilié, nous avons choisi la droite qui répond à l'équation suivante :

$$\alpha(x) = 0.3858x - 9.6199$$

- c) Pour estimer  $\beta_x$  et  $k_t$ , on utilise la décomposition aux valeurs singulières de la matrice Z définie par :

$$\begin{aligned} Z &= [\ln \hat{\mu}_{xt} - \hat{\alpha}_x]_{x_{min} \leq x \leq x_{max}, t_{min} \leq t \leq t_{max}} \\ &= V \Sigma^t U = \sum_i \sigma_i v_i^t u_i \end{aligned}$$

Avec  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$   $\forall i$  tel que les  $\lambda_i$  sont les valeurs propres de  $Z'Z$

Et  $u_1$  (respectivement  $v_1$ ) désigne le vecteur propre de  $Z'Z$  ( respectivement  $ZZ'$ ) associé à la plus grande valeur propre  $\lambda_1$

$$\text{Donc on obtient : } \hat{\beta}_x = \frac{v_1}{\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} v_{1x}} \quad \text{et} \quad \hat{k}_t = \sigma_1 (\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} v_{1x}) u_1$$

Pour  $\hat{\beta}_x$  tout comme  $\hat{\alpha}_x$  nous nous arrêtons à l'étape de la modélisation car la projection se passe au niveau temporelle et non au niveau de l'âge ; nous obtenons :

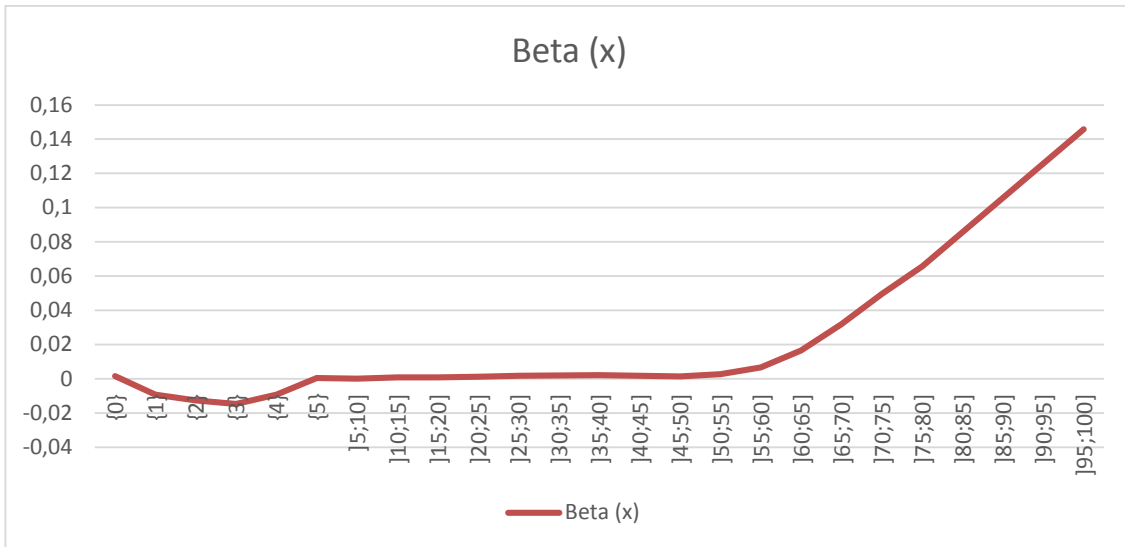


Figure 12; Evolution de Beta du modèle de Lee-Carter selon l'âge de l'affilié

Nous observons que les plus grandes variations du taux de mortalité se situent chez les jeunes et sont probablement le résultat des progrès réalisés par la médecine pour freiner la mortalité infantile et juvénile.

Puis nous obtenons la courbe de Kappa suivante :

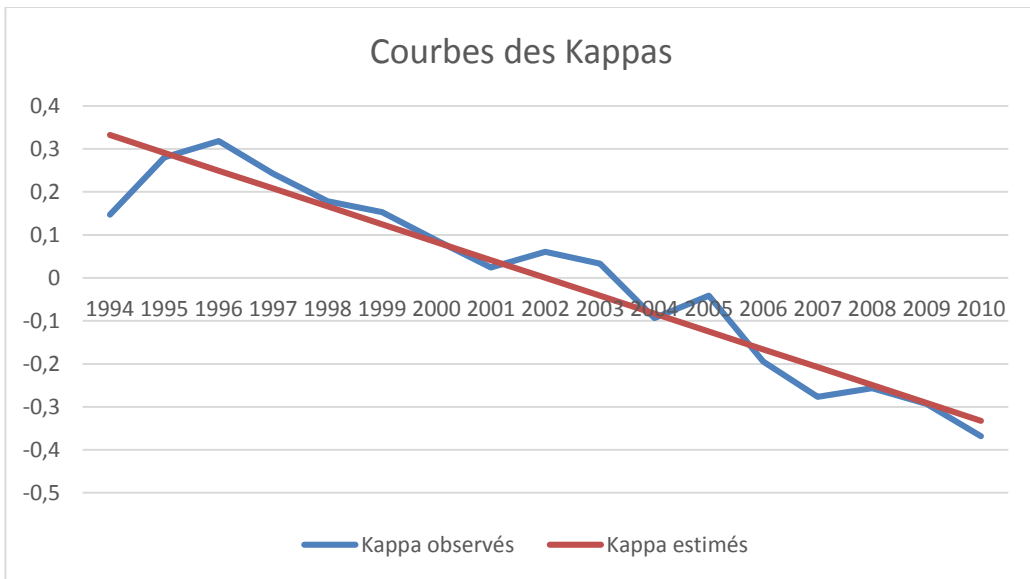


Figure 13: Evolution temporelle des Kappas de 1994 à 2010

Nous constatons que la courbe des Kappa  $k_t$  est en constante décroissance, reflétant principalement les progrès de la médecine induisant le rallongement de la durée de vie.

Pour pouvoir projeter notre table de mortalité sur les 40 années de projection dont nous avons besoin dans notre étude par la suite, nous devons projeter les composantes temporelles de la formule de Lee-Carter qui sont les  $k_t$ .

Pour les Kappa estimés nous obtenons la droite suivante :

$$K(t) = -0.0416 t + 0.374$$

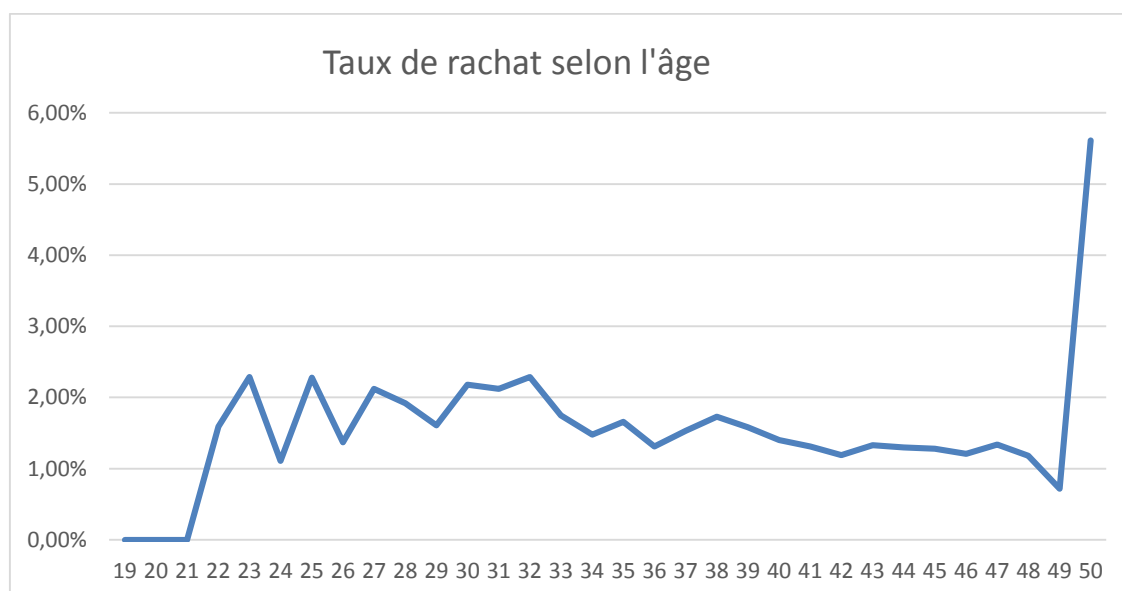
Sachant que  $t_0 = 1994$  ;

On peut alors projeter notre table de mortalité en utilisant les Kappas pour la projection temporelle, à partir de l'historique [1994 ; 2010[.

### III.1.2.3. Taux de rachat :

Pour la modélisation du taux rachat nous allons commencer par l'analyse des données dont nous disposons.

Le taux de rachat dépend de l'âge et son évolution est représenté par le graphique suivant :



On remarque que le taux de rachat est presque nul pour les personnes dont l'âge est compris entre 19 et 21 ans; ensuite pour les affiliés d'âge appartenant à l'intervalle [22ans ; 49ans] le taux de rachat varie entre 1% et 2%, car les personnes qui changent d'activité le font après un certain âge ce comportement peut être expliqué par la dureté du métier d'indépendants.

Quant à la variable explicative qu'est l'ancienneté se comporte comme suit :

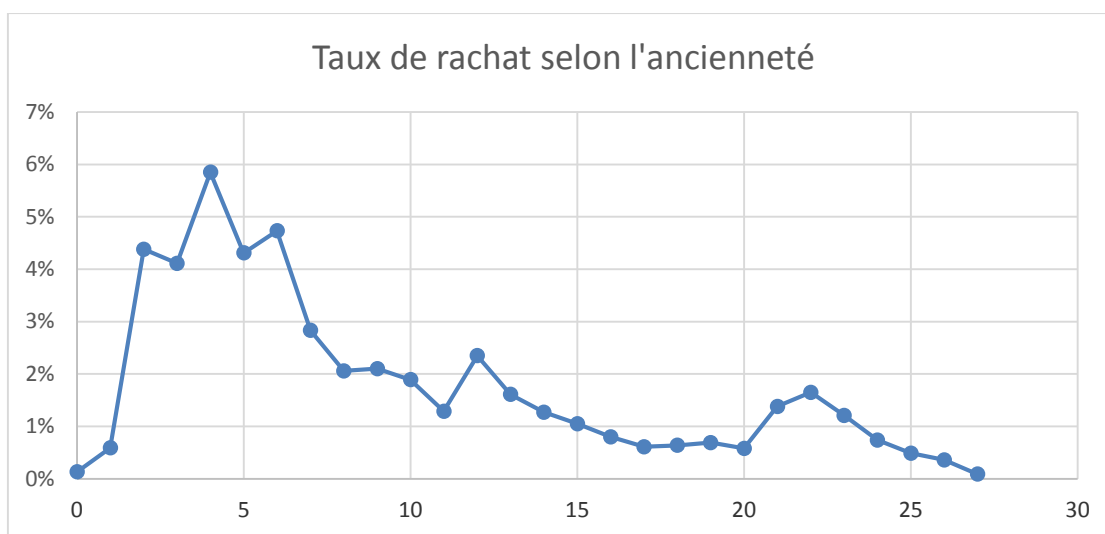


Figure 14: Evolution du taux de rachat selon l'ancienneté de l'affilié

La plus grande évolution du taux de rachat se produit lors des 5 premières années d'expériences, ceci est un comportement qui peut être expliqué par la mobilité des affiliés pas encore bien ancrés dans la profession.

Après avoir analysé les données, nous passons à la modélisation de taux de rachat, nous allons appliquer le GLM sur la variable à expliquer et prendre l'âge et l'ancienneté comme variables explicatives.

Nous allons tout d'abord grouper les âges et l'ancienneté en nous basant sur les graphiques au-dessus.

Nous répartissons l'âge selon la tendance de la courbe du taux de rachat, nous avons remarqué que pour les plages choisies le taux y évolue de la même tendance, les groupes d'âge sont comme suit :

<b>Groupe d'âge</b>	<b>L'âge</b>
<b>0</b>	[19 ; 22[
<b>1</b>	[22 ; 32[
<b>2</b>	[32 ; 34[
<b>3</b>	[34 ; 38[
<b>4</b>	[38 ; 42[
<b>5</b>	[42 ; 48[
<b>6</b>	48
<b>7</b>	49
<b>8</b>	50

Tableau 13: Répartition les âges dans des groupes d'âge pour la modélisation du taux de rachat

Nous avons observé que les anciennetés entre 8 et 11 années ont la même tendance, ainsi que celle entre 13 et 21 années puis celles entre 21 et 23 années et pour terminer les anciennetés comprises entre 23 et 28 ans ont aussi un comportement similaire, c'est-à-dire que le taux de rachat qui leur est spécifique ne varie pas de façon significative.

Groupe ancienneté	Ancienneté
<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1 an</b>
<b>2</b>	<b>2 ans</b>
<b>3</b>	<b>3 ans</b>
<b>4</b>	<b>4 ans</b>
<b>5</b>	<b>5 ans</b>
<b>6</b>	<b>6 ans</b>
<b>7</b>	<b>7 ans</b>
<b>8</b>	<b>[8ans ; 11 ans [</b>
<b>9</b>	<b>11 ans</b>
<b>10</b>	<b>12 ans</b>
<b>11</b>	<b>[13 ans ; 21ans [</b>
<b>12</b>	<b>[21 ans ; 23 ans [</b>
<b>13</b>	<b>[23 ans ; 28 ans [</b>

Tableau 14: Répartition de l'ancienneté des affiliés dans par groupes

Nous avons ensuite modélisé le taux de rachat sur le logiciel SAS par GLM :

$$g(Y_{i,j}) = \gamma + \sum_{i=0}^8 \alpha_i * X_i^1 + \sum_{j=0}^{13} \beta_j * X_j^2$$

Avec :

$Y_{i,j}$  : Le taux de rachat pour un affilié dont l'âge est de i et l'ancienneté est de j ;

$X_i^1 = 1$  si l'affilié est d'âge appartenant au groupe i et 0 sinon

$X_j^2 = 1$  si l'affilié est d'ancienneté j et 0 sinon

$\gamma$  La composante constante

$g(\ )$  : est la fonction de lien nous avons choisi la fonction logarithmique

Nous avons modélisé ensuite suivant la loi de poisson et binomial négative et avons décidé selon les résultats suivants :

	Deviance	Scaled Deviance	Pearson Chi-Square	Scaled Pearson X2	AIC (smaller is better)	AICC (smaller is better)	BIC (smaller is better)
Poisson	0.7381	0.7381	0.9391	0.9391	51.4129	52.5721	156.9675
Binomial Négative	3.4990	3.4990	2.1540	2.1540	52.4759	53.7420	162.8286

Tableau 15: Critères de décision dans le choix de la loi modélisant le taux de rachat

Nous constatons que la loi la mieux adaptée à nos données, c'est-à-dire qui donne les critères les plus bas (Deviance, AIC..), est la loi de poisson.

Nous avons alors le modèle suivant :

Paramètre		DDI	Valeur
Intercept		1	-7,0673
Groupes d'âge	0	1	-24,4101
	1	1	-1,1045
	2	1	-1,0215
	3	1	-1,3224
	4	1	-1,3158
	5	1	-1,4816
	6	1	-1,559
	7	1	-2,0531
	8	0	0
Groupes Ancienneté	0	1	-1,7614
	1	1	-0,2488
	2	1	1,7559
	3	1	1,6923
	4	1	2,0453
	5	1	1,7398
	6	1	1,8328
	7	1	1,3191
	8	1	0,9803
	9	1	0,5335
	10	1	1,1332
	11	1	0,1804
	12	1	0,6009
	13	0	0

Tableau 16: Le modèle adopté pour la modélisation du taux de rachat par GLM

Il nous est à présent simple de déterminer le taux de rachat de tout affilié, il suffit de disposer de son âge et son ancienneté.

Par exemple le taux de rachat pour un affilié {k} de 25 ans avec une ancienneté de 3ans, se calcule de la manière ci-après :

$$Y_{(1,3)} = e^{\gamma + \alpha_1 + \beta_3}$$

L'affilié {k} appartient au groupe d'âge 1 et groupe d'ancienneté 3.

Le taux de rachat estimé de cet individu est de : 0.153%

Nous avons obtenu la table de rachat présente sur l'annexe 6.

Ces modélisations vont nous servir à mieux approcher le flux du passif de notre portefeuille et à le projeter dans les 40 prochaines années avec l'adéquation qui colle le mieux à notre population.

Bien que le portefeuille retraite dépende de la population qui le constitue et de ses caractéristiques, il ne peut se détacher des spécificités du marché dans lequel il évolue c'est pour cela que la modélisation du taux d'intérêt, la grandeur parmi celles qui sont disponibles et qui décrivent le mieux l'évolution du marché financier.

### III.2. Modélisation du taux d'intérêt :

Le modèle stochastique a pour objectif de modéliser la courbe de taux d'intérêt qui donne la valeur des actifs et des passifs en cas de variation du taux d'intérêt.

En effet, cette modélisation permet d'obtenir le prix des actifs qui dépendent du taux d'intérêt mais aussi la valeur des passifs qui dépend de l'actualisation qui se fait à la courbe de taux.

On a trois catégories de modèles qui permettent d'évaluer la courbe de taux d'intérêt :

- ◆ La première catégorie regroupe les modèles de déformation de la courbe de taux. Ils partent d'une courbe de taux prédéfinie et lui font subir des chocs. Les modèles correspondants à cette catégorie sont par exemple les modèles de Ho lee (1986) et puis de Heath, Jarrow et Morton (1987).
- ◆ La deuxième catégorie regroupe les modèles reposant sur un raisonnement d'arbitrage. Ce sont notamment les modèles de Vasicek (1977) et de Brennan et Schwartz (1979).
- ◆ Enfin, les modèles basé sur une description global de l'économie comme exemple le modèle de Cox Ingersoll Ross(1985) qui est un modèle d'équilibre à un facteur.

Les hypothèses retenues pour mettre en place ces modèles sont les suivantes :

- Pas de coût de transaction
- Les titres doivent être parfaitement divisibles
- Les agents sont rationnels et disposent du même niveau d'information
- Il n'y a pas de possibilité d'arbitrage

Nous avons travaillé et programmé pour la suite de la modélisation sur logiciel R.

### III.2.1. Le modèle de Vasicek :

L'exemple classique d'un modèle de taux concerne le modèle de Vasicek, élaboré en 1977, on dit que ce modèle est à un facteur, car il décrit les mouvements de taux d'intérêt par une seule source de risque de marché.

Vasicek considère le taux court « r », le processus d'Ornstein Uhlenbeck décrit par l'équation suivante, où W est un mouvement brownien sous la probabilité historique :

$$dr(t) = a * (b - r(t)) * dt + \sigma * dw(t)$$

a : La marge de variation du taux court dans l'intervalle [t ; t+1], ou encore la vitesse de retour à la moyenne

b : Valeur moyenne à long terme du taux court autour de laquelle évolue ce taux

$\sigma$  : La Volatilité

w(t) : Mouvement brownien standard

La solution de ce modèle s'écrit sous la forme :

$$r(t) = r_0 e^{-at} + b * (1 - e^{-at}) + \sigma * e^{-at} * \int_0^t e^{-as} * dw(s)$$

On arrive à la discrétisation suivante :

$$r_{t+1} = r_t * e^{-a} + b * (1 - e^{-a}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}} \varepsilon$$

#### ❖ Estimation des paramètres :

L'estimation de ces deux paramètres est réalisée sur base de données historiques à l'aide d'une méthode décrite par PLANCHET et THEROND P. (2004).

La discrétisation exacte conduit à un processus autorégressif d'ordre 1 : AR(1) qui s'écrit comme suit :

$$Y = \alpha + \beta * X + \theta \varepsilon$$

Avec :  $\alpha = \ln\left(\frac{1}{\beta}\right)$  ;  $b = \frac{\alpha}{1-\beta}$  ;

$$\sigma^2 = \theta^2 \frac{2\ln(\beta)}{\beta^2 - 1}$$

On obtient les paramètres du modèle d'origine :

$$\hat{\alpha} = \ln(\hat{\beta})$$

$$\hat{b} = \frac{\hat{\alpha}}{1 - \hat{\beta}}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{\theta}^2 * \frac{2\ln(\hat{\beta})}{\hat{\beta}^2 - 1}$$

❖ Résultats numériques :

$$\alpha = \mathbf{-0.0007107}$$

$$\beta = \mathbf{1.002288}$$

$$\sigma = \mathbf{0.06970783}$$

D'où :

$$a = \mathbf{-0.002285226}$$

$$b = \mathbf{0.3106274}$$

$$\theta = \mathbf{0.06978755}$$

Construction de la courbe

❖ Taux interbancaires 'EURIBOR 3mois '

❖ Période : 19/11/2012 → 29/12/2014

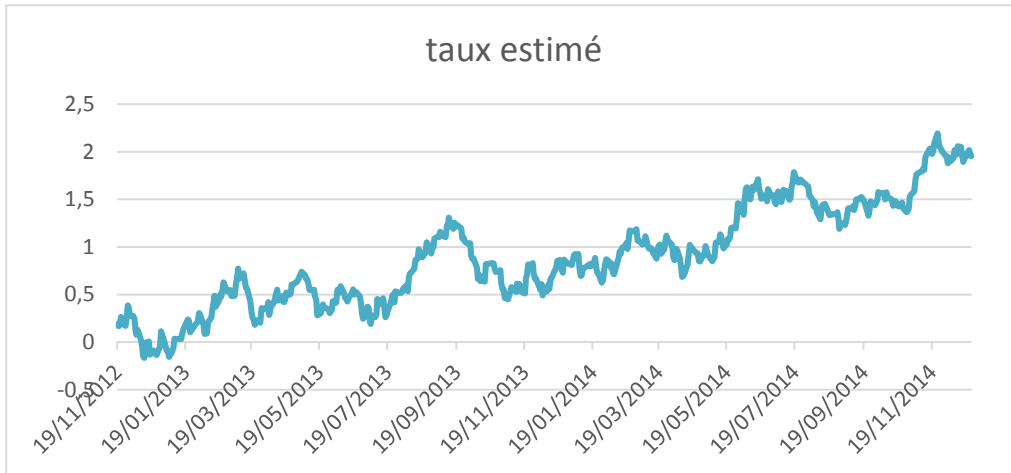


Tableau 17: Modélisation du taux d'intérêt selon le modèle de Vasicek.

L'inconvénient du modèle de Vasicek réside dans la possibilité d'obtenir des taux négatifs, pour remédier à ceci nous allons introduire le modèle de Cox Ingersoll Ross (CIR).

### III.2.2. Le modèle de Cox Ingersoll Ross (CIR)

Le modèle choisi pour simuler la courbe de taux d'intérêt est le modèle de CIR car il est assez simple à mettre en application et permet d'obtenir des résultats basés sur la structure initiale observable sur le marché, ceci nous est utile pour le calibrage des paramètres. De ce fait la cohérence des prix produits avec les valeurs de marché est assurée, sans compter le fait que ce modèle est reconnu pour ne pas fournir de taux négatifs, contrairement au modèle de Vasicek.

Le modèle CIR est caractérisé par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr(t) = a * (b - r) * dt + \sigma\sqrt{r(t)} dw(t)$$

Avec :

a : Force de retour à la moyenne

b : Valeur moyenne à long terme

$\sigma$  : Volatilité telle que  $\sigma\sqrt{r(t)}$  correspond à l'écart type instantané du taux court

$w(t)$  : Mouvement brownien standard

On a :

$$\lim_t Var[r(t)] = \frac{\sigma}{2a}$$

$$\lim_t E[r(t)] = b$$

A présent, il faut spécifier une forme discrète du processus suivi par  $r$  qui décrit l'évolution du taux à court terme :

$$\Delta r_t = r_{t+\Delta t} - r_t = a * (b - r_t) * \Delta t + \sigma \sqrt{r_t} * (W_{t+\Delta t} - W_t)$$

Avec :

$(W_{t+\Delta t} - W_t) \rightarrow N(0, \Delta t)$  car  $(W_t)$  est un mouvement brownien.

$$r_{t+\Delta t} = a * b * \Delta t + (1 - a * \Delta t) * r_t + \sigma \sqrt{r_t} * \sqrt{\Delta t} * G(t)$$

Avec :

$G(t)$  ; une réalisation d'une variable aléatoire distribuée suivant une loi normale centrée réduite  $N(0,1)$  et  $\Delta t$  le pas de la discrétisation.

❖ Estimation des paramètres

- Estimation de la volatilité  $\sigma$  :

Cette estimation est obtenue par la variance de la rentabilité des obligations.

$$V(r) = \sum_{i=1}^n p_i \times (r_i - \bar{r})^2$$

Où :  $r_i$  est la rentabilité de l'obligation pour l'année  $i$  ;

$\bar{r}$  : Rentabilité moyenne

$p_i$  : Probabilité d'occurrence de chacune des rentabilités possibles

- Estimation de  $a$  et  $b$

Nous appliquons une estimation par rapport aux prix des zéro coupons, et cherchons à trouver le couple  $(a, b)$  qui minimise la distance quadratique  $D$  et cela représente un critère caractéristique de la qualité de notre ajustement :

$$D = \sum_{i=1}^N (\text{Prix Théorique}_i - \text{Prix Estimé}_i)^2$$

Tel que :  $P(t, T) = A(t, T) \times e^{-B(t, T) \times r(t)}$

$$A(t, T) = \left[ \frac{2y * e^{(y+a)(T-t)}}{(y+a)(e^{y(T-t)} - 1) + 2y} \right]^{\frac{2ab}{\sigma^2}}$$

$$B(t, T) = \left[ \frac{2(e^{y(T-t)} - 1)}{(y+a)(e^{y(T-t)} - 1) + 2y} \right]$$

$$y = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$$

❖ Résultat de la modélisation avec solveur excel, pour les différentes maturités :

➤ Maturité 5 ans :

a= 2,15e-06

b= 9838,24

➤ Maturité 10 ans :

a= **7.21 e-05**

b= **2.94 e02**

➤ Maturité 15 ans :

a= **9.43 e-07**

b= **1.09 e05**

❖ Construction de la courbe de taux :

Nous pouvons construire trois courbes de taux estimés selon la maturité des obligations existantes dans notre portefeuille actif, à partir du taux Euribor, nous obtenons ainsi :

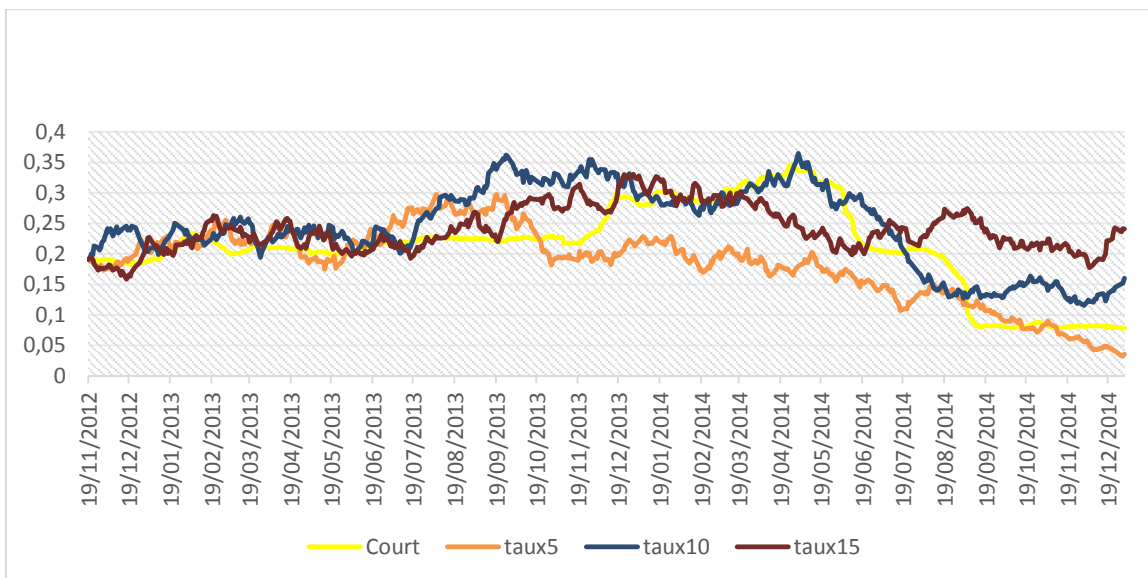


Figure 15: Modélisation du taux selon CIR des trois maturités de notre portefeuille actif

### III.2.3. Conclusion

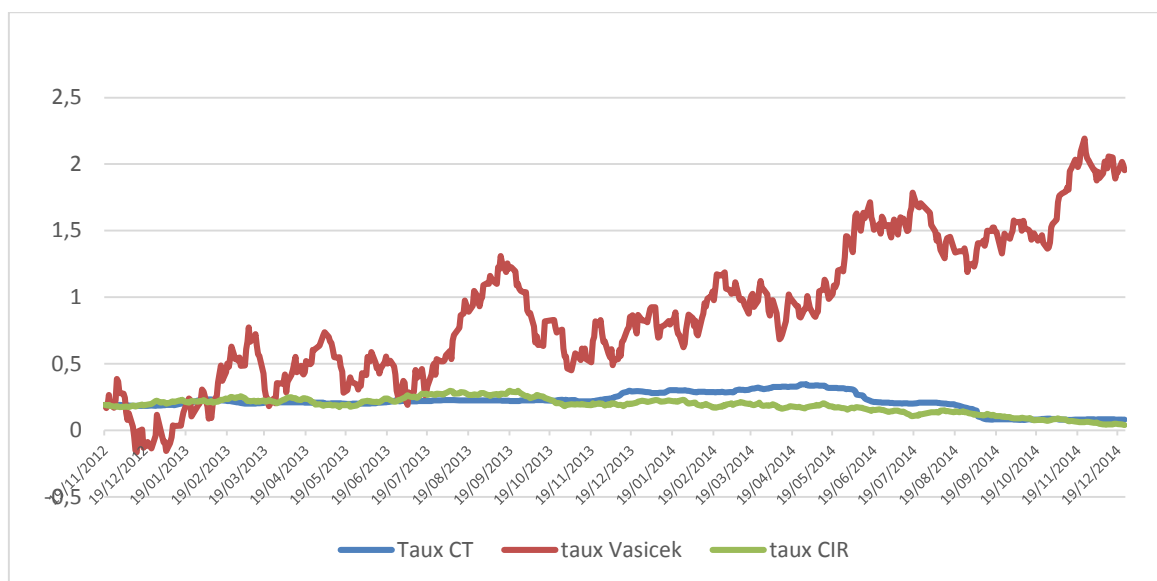


Figure 16: la modélisation du taux Euribor selon les deux modèles stochastiques

De la modélisation du taux selon Vasicek suit un processus gaussien, donc est négatif avec une probabilité non nulle. Ce qui est incompatible avec l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage. En effet, un agent économique rationnel préférera toujours garder son argent plutôt que de le prêter à un taux négatif. L'AOA (Absence d'Opportunité d'Arbitrage) est vérifiée si les agents ne peuvent pas investir dans le compte d'épargne court terme, bien que cette hypothèse ne soit pas réaliste.

Nous décidons de choisir la modélisation selon Cox Ingersoll Ross en conséquence à cette observation, et en nous référant aussi à la tendance de la courbe du CIR qui suit la courbe d'Euribor de plus près que le fait celle de Vasicek.

### III.3. Modélisation de l'actif :

Dans cette partie modélisation, notre actif est composé d'un fonds d'actions et d'un fonds d'obligations.

### III.3.1. Modélisation du fond d'actions :

Dans un premier temps nous avons modéliser l'indice des actions, qu'on a construit à partir des cours des actions figurant dans le portefeuille traité, entre Mai 2012 et Décembre 2014, tout en supposant que la composition du portefeuille n'a pas connu de changement durant cette période :

Actions	Pourcentage
LESIEUR	11,68%
AGMA	0,22%
COSUMAR	27,98%
IAM	27,21%
CIMENTS DU MAROC	2,11%
ADDOHA	0,45%
BCP	4,00%
ALLIANCE	2,14%
SONASID	0,80%
LAFARGE	2,53%
FENIE BROSETTE	0,51%
CTM	2,30%
SMI	4,23%
STOKVIS	1,66%
CENTRALE LAITIERE	8,67%
HOLCIM	1,47%
DELTA HOLDING	2,02%
<b>TOTAL</b>	<b>100,00%</b>

Tableau 18: Répartition des actions dans le portefeuille de l'actif

La formule de construction de l'indice propre à notre portefeuille est la suivante :

$$C_{IA}(t) = \frac{\sum n_i VN_I C_i(t)}{\sum n_i VN_I}$$

Avec :

- $C_{IA}(t)$  : Cours de l'indice d'action i à la date t.
- $C_i(t)$  : Cours de l'action i à la date t.
- $VN_I$  : la valeur nominale de l'action i.
- $n_i$  : La part de l'action i dans le portefeuille action au 31/12/2014.

D'où on obtient le graphique suivant :

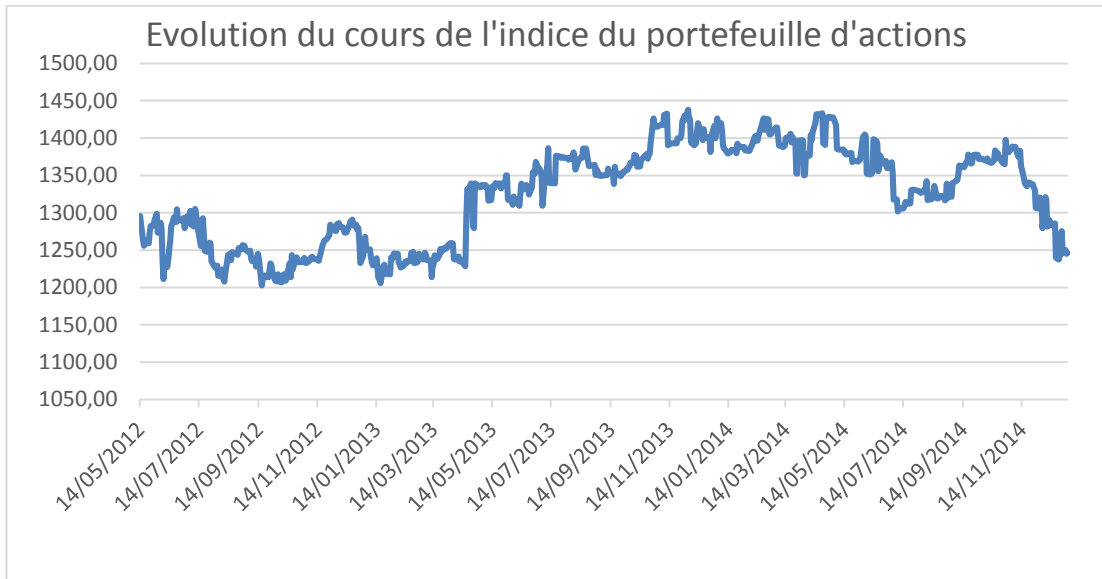


Figure 17: Evolution du cours de l'indice du portefeuille des actions

**Remarque :**

Il est toutefois intéressant de voir si l'indice ainsi construit est fidèle en moyenne à la tendance et la volatilité du marché marocain des actions, chose qui est confirmée par le graphe ci-dessous :

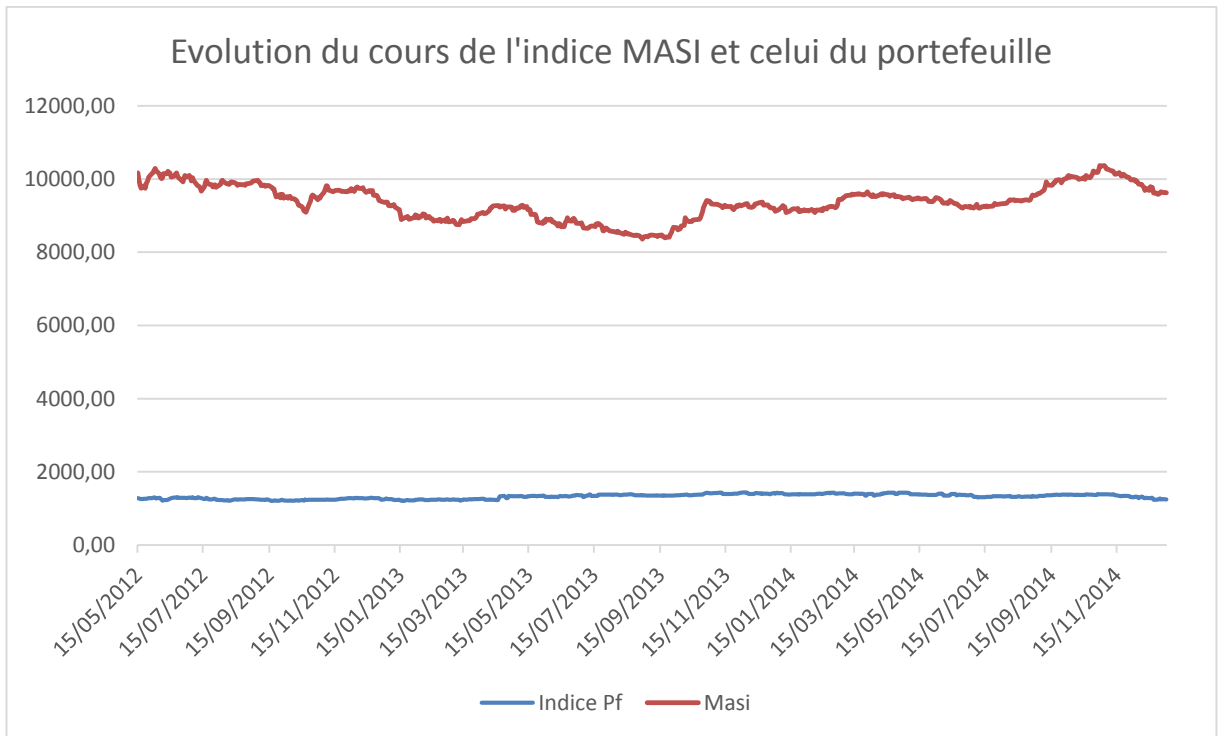


Figure 18: Evolution du cours du MASI et l'indice du portefeuille actions

L'indice du MASI est certes plus élevé que celui de notre portefeuille compte tenu des actions qui le composent qui sont bien évidemment beaucoup plus importantes en

nombre et en poids que celles qui composent notre portefeuille. Toutefois, l'évolution générale des deux indices est de même tendance.

La courbe de la figure 17, à la page précédente, nous montre clairement que ce fonds est modélisable par un mouvement brownien géométrique d'équation :

$$dS(t) = \mu_s \cdot S(t) \cdot dt + \sigma_s \cdot S(t) \cdot dW_s(t)$$

Avec :

- $S(t)$  = Valeur du fonds à l'instant  $t$ .
- $\mu_s$  = Rendement moyen du fonds d'actions.
- $\sigma_s$  = Volatilité du rendement du fonds d'actions.
- $W_s(t)$  = Mouvement Brownien

La solution de l'équation d'évolution du fonds est donnée par Black and Sholes :

$$S(t) = s(0) \cdot \exp\left[\left(\mu_s - \frac{\sigma_s^2}{2}\right) \cdot t + \sigma_s \cdot W_s(t)\right]$$

- Estimation des paramètres :
  - a. En se basant sur l'historique du cours journalier, les rendements sont obtenus comme suit :

$$R(t) = \ln \frac{S(t)}{S(t-1)}$$

- b. Nous calculons ensuite la moyenne et l'écart-type de ces rendements :

$$\mu_s^{hist}, \sigma_s^{hist}$$

- c. Nous déduisons la variance annuelle et le rendement moyen du fonds, sachant que le nombre de jours ouvrables dans une année est de 260 :

$$\sigma_s = \sigma_s^{hist} \cdot \sqrt{260}$$

$$\mu_s = \mu_s^{hist} \cdot 260 + \frac{\sigma_s^2}{2}$$

⇒ Les résultats numériques de l'estimation :

$$\sigma_s = \mathbf{2,426918579}$$

$$\mu_s = \mathbf{-0,000974009}$$

### 3.3.2. Modélisation de fonds des obligations :

Les obligations constituent 68,76% de notre portefeuille d'actifs, et sont réparties en trois groupes de maturité différentes : 5 ans, 10 ans et 15 ans.

Obligations : 68,76%	Maturité (années)	part dans le pf obligataire %		
ADH	5	16,25%	82,56%	40,61%
LBV	5	24,36%	17,44%	
ONDA	10	18,35%	35,57%	33,73%
BMCI	10	15,38%	64,43%	
LYDEC	15	5,94%	13,14%	25,66%
FEC	15	10,57%	19,19%	
CIH	15	9,15%	67,67%	

Tableau 19: Répartition des obligations par maturité et part dans le portefeuille obligataire

Le choix que nous avons fait de modéliser la courbe des taux selon trois maturités de la figure 15 de la partie « 3-2 Modélisation du taux d'intérêt » est justifié par la composition effective de notre portefeuille obligataire et non un choix arbitraire.

Dans un premier temps, nous avons construit l'indice de la même manière que celui des actions et nous avons obtenus les graphes suivants de la période qui s'étend du 19/11/2012 au 31/12/2014 :

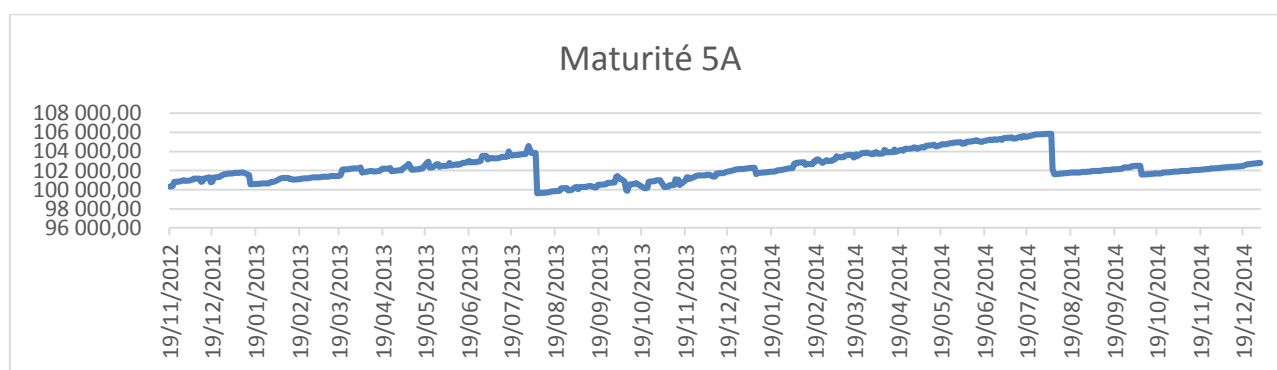


Figure 19: Indice du portefeuille obligataire de maturité 5 ans

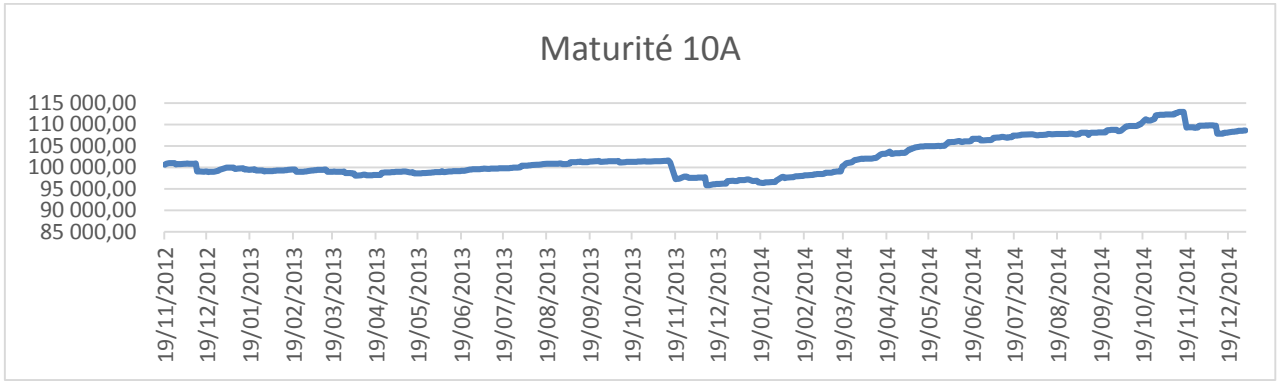


Figure 20: Indice du portefeuille obligataire de maturité 10 ans

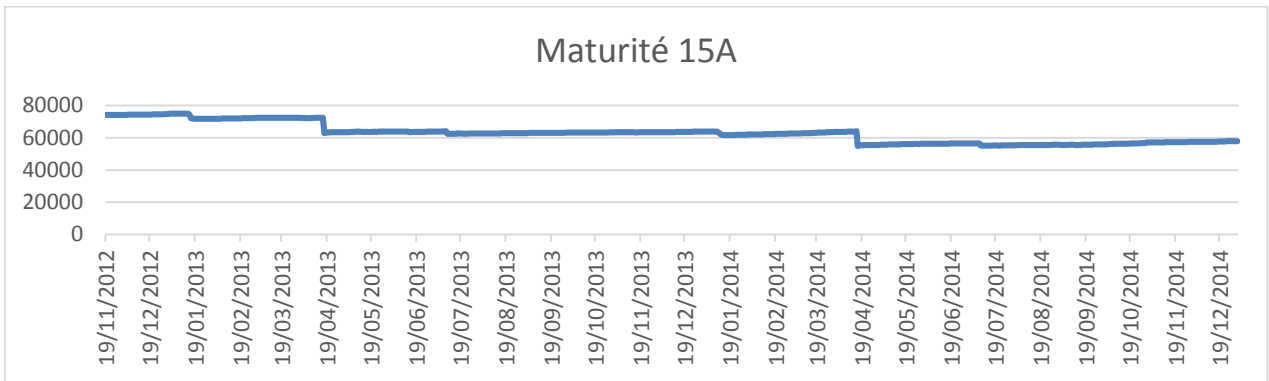


Figure 21: Indice du portefeuille obligataire de maturité 15 ans

L'évolution de l'indice obligataire à maturité 5 ans a une fluctuation bien évidemment, plus prononcée que celle des maturités 10 et 15 ans.

Nous modélisons l'indice par un mouvement brownien géométrique d'équation :

$$dO(t) = \mu_o \cdot O(t) \cdot dt + \sigma_o \cdot O(t) \cdot dW_o(t)$$

Avec :

$O(t)$  = Valeur du fonds des obligations au temps  $t$ ,

$W_o(t)$  = Mouvement Brownien standard,

$\mu_o$  = Rendement moyen du fonds,

$\sigma_o$  = Volatilité du rendement du fond

❖ Estimation des paramètres  $\mu_o$  et  $\sigma_o$  :

Calcul des taux longs de maturité  $T$  (dans notre cas 5,10 et 15 ans)

$$y(t, T) = \frac{-\ln(P(t, T))}{T}$$

Avec :  $P(t, T)$  prix des obligations à zéro coupon reconstitué à travers les taux simulés dans le modèle CIR par la relation suivante :

$$P(t, T) = A(t, T) \exp(-B(t, T)r(t))$$

Avec :  $A(t, T) = \exp \left[ \left( b - \frac{\sigma^2}{2a^2} \right) (B(t, T) - (T - t)) - \frac{\sigma^2}{4a} B(t, T)^2 \right]$

Et  $B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$

(a, b et  $\sigma$  sont des paramètres précédemment estimés)

Nous déduisons le rendement moyen des obligations de maturité T tel que :

$$\mu_o = y(t, T) + \lambda_o$$

Avec  $\lambda_o$  prime de risque du fonds des obligations par rapport au taux de maturité T, qui est égale à 1% selon les directives de QIS5

Tout comme le rendement moyen, l'estimation de la volatilité du rendement du fonds dépend de l'historique des taux longs pour les maturités du portefeuille.

Les résultats numériques de l'estimation :

<b>Maturité</b>	<b>5ans</b>	<b>10ans</b>	<b>15ans</b>
$\mu_o$	1.082%	1.074%	1.063%
$\sigma_o$	0.021	0.022	0.019

Tableau 20: Récapitulatif des paramètres de la modélisation des obligations selon la maturité

### III.4. Simulation de l'actif dans le futur :

#### 3.4.1. Discrétisation d'Euler :

Pour simuler les deux fonds d'actions et d'obligations, il faut tout d'abord discrétiser le mouvement brownien à travers la formule d'Euler suivant un pas d'une année :

	SOLUTION
<b>ACTIONS</b>	$S(t) = s(t - 1)). \exp\left[\left(\mu_s - \frac{\sigma_s^2}{2}\right) + \sigma_s \cdot (W_s(t) - W_s(t - 1))\right]$
<b>OBLIGATIONS</b>	$O(t) = O(t - 1)). \exp\left[\left(\mu_o - \frac{\sigma_o^2}{2}\right) + \sigma_o \cdot (W_o(t) - W_o(t - 1))\right]$ Ou $O(t) = O(t - 1)). \exp\left[\left(y(t - 1, t + T - 1) + \lambda_o - \frac{\sigma_o^2}{2}\right) + \sigma_o \cdot (W_o(t) - W_o(t - 1))\right]$

Tableau 21: Discrétisation d'Euler pour la modélisation du fond d'action et d'obligation

3.4.2. Evolution stochastique de l'actif :

En utilisant la modélisation du paragraphe ci-dessus, et les paramètres estimés de l'historique du portefeuille, nous pouvons projeter notre fond d'investissement à partir de sa valeur initiale du 31/12/2014.

Les graphes suivants représentent l'évolution de nos fonds d'investissement projeté :

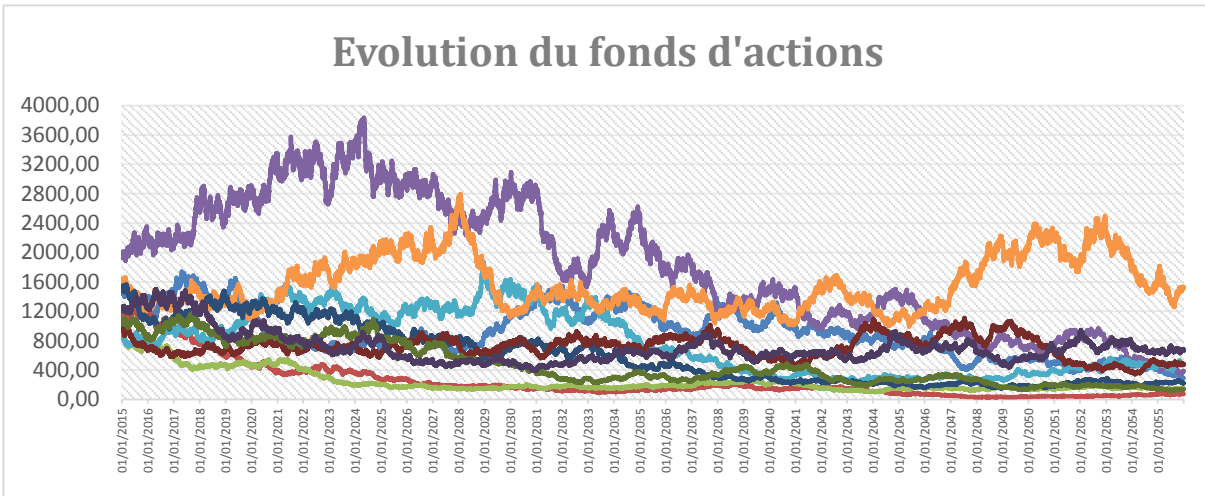


Figure 22: Projection de 40 ans du fond d'actions selon dix scénarios simulés

Pour dix scénarios simulés à partir de la génération d'un mouvement brownien différent à chaque simulation, nous avons projeté notre fond d'actions et d'obligations sur les 40 prochaines années.

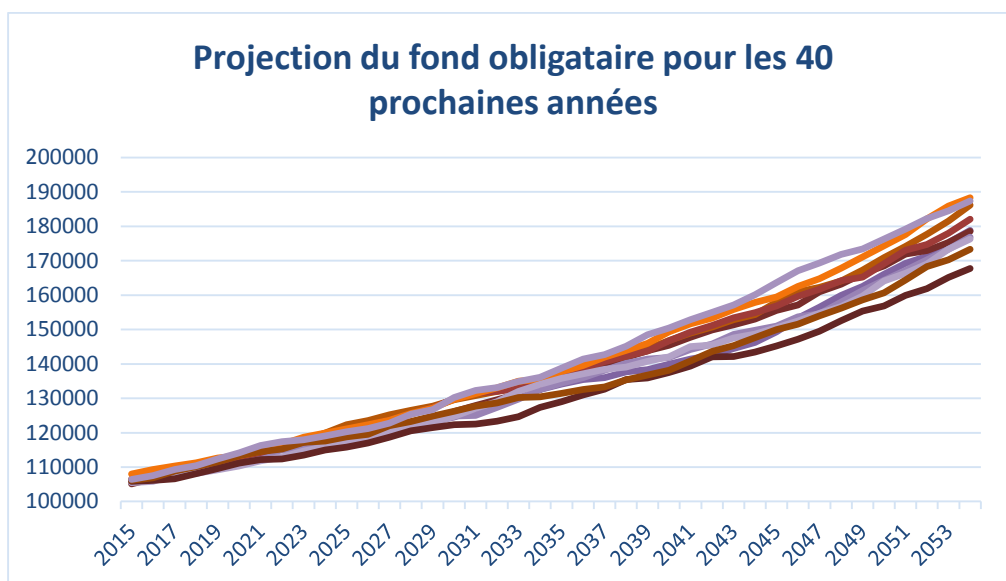


Figure 23: Projection des dix scénarios du fond obligataire pour les 40 années à venir

#### IV. Capital de solvabilité avec le modèle interne :

Après avoir modélisé les différentes composantes stochastiques essentielles dans le calcul de la SCR dans le cadre d'un modèle interne, à savoir le fonds d'obligations et le fonds des actions, nous allons procéder à la valorisation de l'actif ainsi que du passif qui nous permettra par la suite d'estimer la Value At Risk.

L'évaluation des actifs et passifs sous la solvabilité 1 se base essentiellement sur le principe du coût historique où les deux sont comptabilisés à leur valeur d'achat ou de revient.

Cependant la solvabilité 2 est venue pour modifier ces principes et les rendre plus conforme aux normes comptables internationales IFRS avec la méthode du « full fair value » ou « juste valeur ». Cette dernière a été définie d'une façon plus élaborée en 2013 comme étant : « le prix qui serait reçu pour la vente d'un actif ou payé pour le transfert d'un passif lors d'une transaction normale entre les intervenant du marché à la date d'évaluation ».

##### IV.1. Valeur de marché de l'actif

Dans notre cas d'étude, nous allons procéder par une approche dite Mark to Market puisque'une valeur de marché est constamment disponible pour chaque actifs.

#### IV.1.1. Calcul valeur de marché :

La valeur de marché des actifs dépend de son rendement ainsi que le flux du passif.

Elle évolue de la façon suivante et change en fonction de chaque scénario considéré :

$$VM_A(t) = VM_A(t - 1) \cdot \exp(rd_A(t)) - flux_p(t)$$

Avec :

$VM_A(t)$  = Valeur de marché de l'actif en t

$rd_A(t)$  = Rendement de l'actif en t

$flux_p(t)$  = Flux du passif au début de l'année t

Or notre portefeuille est composé de 68.79% d'obligations et 31.24% d'actions, donc :

$$VM_s(t - 1) = 68.76\% \cdot VM_A(t - 1)$$

$$VM_o(t - 1) = 31.24\% \cdot VM_A(t - 1)$$

Après simplifications nous obtenons ce qui suit :

$$VM_A(t) = VM_s(t) + VM_o(t)$$

$$= VM_s(t - 1) \cdot \exp(rd_s(t)) + VM_o(t - 1) \cdot \exp(rd_o(t))$$

$$= 68.76\% \cdot VM_A(t - 1) \cdot \exp(rd_s(t)) + 31.24\% \cdot VM_A(t - 1) \cdot \exp(rd_o(t))$$

$$VM_A(t) = VM_A(t - 1) * [68.76\% \cdot \exp(rd_s(t)) + 31.24\% \cdot \exp(rd_o(t))]$$

#### IV.1.2. Calcul du rendement :

En se basant sur la modélisation précédente du fonds des actions et le fonds des obligations, le rendement est égal à :

➤ Pour les actions :

$$rd_s(t) = \ln\left(\frac{S(t)}{S(t-1)}\right) = \left(\mu_s - \frac{\sigma_s^2}{2}\right) + \sigma_s N_s$$

➤ Pour les obligations :

$$rd_o(t) = \ln\left(\frac{O(t)}{O(t-1)}\right) = \left(\mu_o - \frac{\sigma_o^2}{2}\right) + \sigma_o N_o$$

⇒ Rendement de l'actif :

$$rd_A(t) = \ln\left(\frac{VM_A(t)}{VM_A(t-1)}\right) = \ln[68.76\% \cdot \exp(rd_s(t)) + 31.24\% \cdot \exp(rd_o(t))]$$

#### IV.1.3. Calcul du Flux passif :

Le flux du passif est considéré comme facteur influençant la valeur du marché de l'actif, puisque nous avons chaque année des sorties dans le portefeuille soit suite à un décès, un rachat de contrat ou affiliés ayant atteint l'âge légal de retraite, et la compagnie se voit obligé de rembourser ces personnes et honorer ses engagements en revendant une partie de l'actif.

Nous avons construit un outil excel complémentaire à celui mis à notre disposition par ARM Consultants, dans lequel nous avons introduit la modélisation des taux de sortie pour obtenir un flux du passif en adéquation avec notre portefeuille et notre population et non un flux passif calculé et projeté par des paramètres et des spécifications d'une population moyenne.

Donc après avoir modélisé les taux de sorties (taux de mortalité et de rachat), il suffit de les insérer dans cet outil Excel pour calculer les flux du passif.

Sur une projection de 40 ans, on obtient le tableau suivant :

<b>t</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>19 105 525</b>	<b>32 594 888</b>	<b>58 097 125</b>	<b>69 200 502</b>
<b>t</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>	<b>2021</b>	<b>2022</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>98 282 928</b>	<b>108 992 201</b>	<b>135 120 752</b>	<b>152 945 142</b>
<b>t</b>	<b>2023</b>	<b>2024</b>	<b>2025</b>	<b>2026</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>96 766 008</b>	<b>118 291 446</b>	<b>147 772 504</b>	<b>171 649 812</b>
<b>t</b>	<b>2027</b>	<b>2028</b>	<b>2029</b>	<b>2030</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>204 928 189</b>	<b>238 004 973</b>	<b>278 259 423</b>	<b>306 338 028</b>
<b>t</b>	<b>2031</b>	<b>2032</b>	<b>2033</b>	<b>2034</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>345 055 160</b>	<b>384 486 608</b>	<b>432 780 963</b>	<b>482 638 238</b>
<b>t</b>	<b>2035</b>	<b>2036</b>	<b>2037</b>	<b>2038</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>541 724 547</b>	<b>1 203 464 054</b>	<b>1 331 478 037</b>	<b>1 460 407 189</b>
<b>t</b>	<b>2039</b>	<b>2040</b>	<b>2041</b>	<b>2042</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>1 601 846 551</b>	<b>1 744 243 132</b>	<b>1 898 223 151</b>	<b>2 057 698 990</b>
<b>t</b>	<b>2043</b>	<b>2044</b>	<b>2045</b>	<b>2046</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>2 222 667 562</b>	<b>2 393 185 708</b>	<b>2 574 920 504</b>	<b>2 756 224 160</b>
<b>t</b>	<b>2047</b>	<b>2048</b>	<b>2049</b>	<b>2050</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>2 939 220 734</b>	<b>3 127 551 689</b>	<b>3 331 449 138</b>	<b>3 530 158 659</b>
<b>t</b>	<b>2051</b>	<b>2052</b>	<b>2053</b>	<b>2054</b>
<b>Flux(t)</b>	<b>3 700 525 938</b>	<b>3 924 316 918</b>	<b>4 113 184 922</b>	<b>4 290 457 995</b>

Tableau 22: Evolution du flux du passif de 2015 à 2054

IV.1.4. Evolution de la valeur de marché de l'actif :

Sur dix scénarios financiers construits, la valeur de marché de l'actif est construite comme suit :

$$VM_{actif}(t) = VM_{actif}(t - 1) * e^{rd_A(t)} - Flux_{passif}(t)$$

Nous considérons : VM(0) = VM (31/12/2014)

La projection de la valeur de marché, pour les 10 scénarios simulés est représentée par le graphique ci-après :

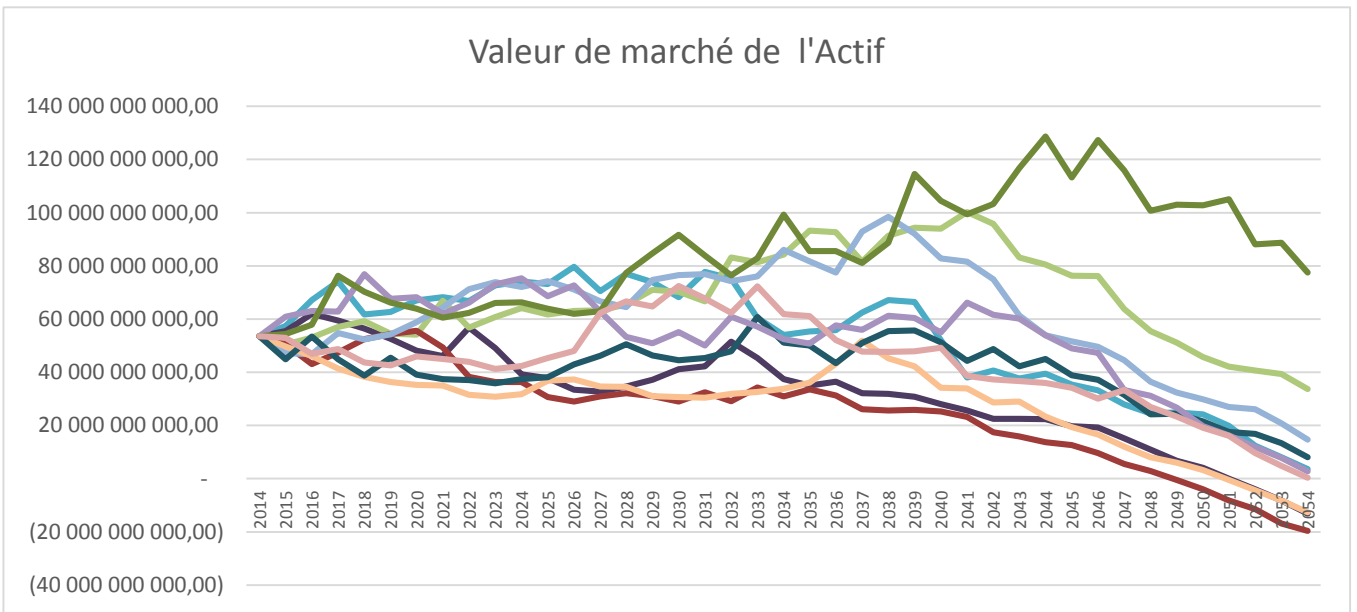


Figure 24: Projection des dix scénarios de la valeur de marché de l'actif

IV.2. Valeur de marché des provisions :

Tel que décrit dans les spécifications techniques de QIS5, la valeur des provisions techniques est égale à la somme de la Best estimate et la Marge de risque en un instant t.

IV.2.1. Calcul de la Best Estimate :

Comme définie dans les chapitres précédents, la best estimate n'est autre qu'un flux actualisé et cumulé durant les 40ans de projection. Elle est calculée par la formule suivante :

$$Be(t) = \sum_{k=0}^t \frac{flux_p(k)}{(1 + r_k)^k}$$

#### IV.2.2. Calcul de la Marge de Risque :

La marge de risque est une variable qui protège les assurés contre l'incertitude liée à l'évaluation de la best estimate.

$$MR(t) = 6\% \cdot Be(t)$$

$$= 6\% \cdot \sum_{k=0}^t \frac{flux_p(k)}{(1+r_k)^k}$$

#### IV.2.3. La valeur de marché des provisions

Le graphique suivant représente l'évolution de la valeur de marché des provisions comme somme de la best estimate et la marge de risque à tout instant :

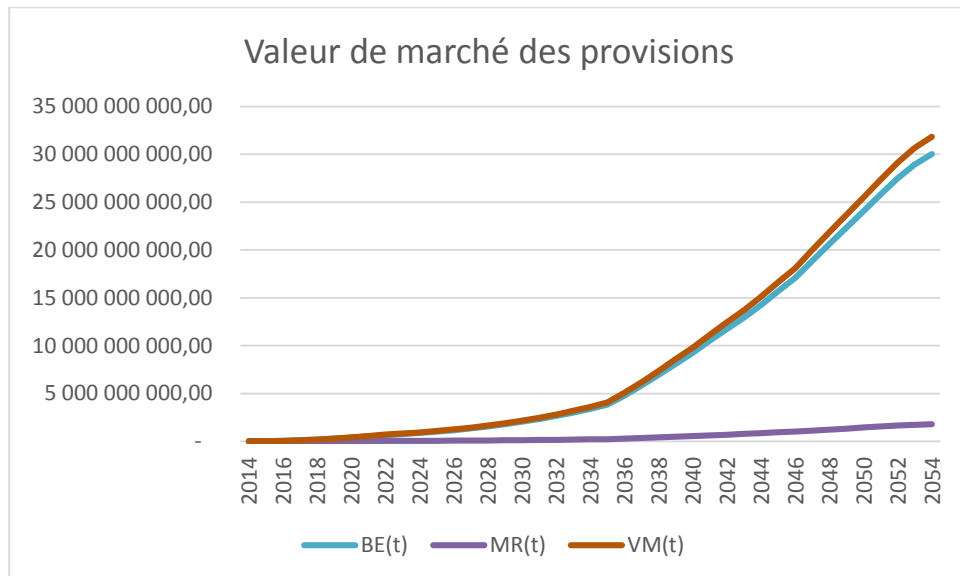


Figure 25: Valeur de marché projeté d'un scénario sur les 40 prochaines années

Notre portefeuille retraite accepte un taux d'affiliation non nul et l'allure de la valeur de marché des provisions fait écho à l'évolution croissante de notre population nouvellement affiliée.

### IV.3. Calcul de capital de la solvabilité

Après avoir déterminé la valeur de marché de l'actif et des provisions sur 40 années de projection, nous sommes à présent en mesure de déterminer le capital de solvabilité qui est, rappelons-le ; le besoin en actif qu'il faut disposer au-delà des provisions évaluées tout en étant cohérent avec le marché pour atteindre une probabilité de ruine cible.

Nous commençons tout d'abord par définir une mesure du risque de ruine.

#### 4.3.1. La mesure du risque de ruine :

##### 4.3.1.1. Définition de VaR (Value at Risk)

La Value-at-Risk est définie comme la perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné, elle dépend de trois éléments : D'abord la distribution des pertes et profits du portefeuille valable pour la période de détention; puis le niveau de confiance qui est souvent pris égale à 95%; et la période de détention de l'actif ou la période de projection ici le pas utilisé est de une année calendaire conformément aux directives du QIS 5.

Par définition la VaR à horizon  $h$  et au seuil de probabilité  $p$  :

$$P(V_h \geq VaR(h, p)) = p \overset{\text{équivalent}}{\iff} P(V_h < VaR(h, p)) = 1 - p$$

Avec  $V_h$  : Valeur de la ruine (détaillée dans le paragraphe suivant).

##### 4.3.1.2. Méthode de Calcul de la Var : Bootstrap

Nous avons choisi d'appliquer une méthode non paramétrique car ce sont les méthodes les plus utilisées sur le marché et nous ne connaissons pas la loi paramétrique de la ruine de notre portefeuille sur les 10 scénarios simulés.

Le principe général de ces méthodes non paramétriques d'estimation et prévision de la Value-at-Risk est que l'on n'impose a priori aucune distribution paramétrique de pertes et profits. Au-delà de ce point commun, il existe une grande variété de méthodes non paramétriques de calcul de la Value-at-Risk.

Cette méthode consiste à estimer la VaR à partir de données simulées par Bootstrap.

Plus précisément, dans notre contexte, la procédure consiste à créer des échantillons de rendements simulés, où chaque observation est obtenue par tirage au hasard avec remise à partir de l'échantillon original. Chaque nouvel échantillon constitué de la sorte permet d'obtenir une estimation de la VaR par la méthode historique standard, et l'on définit au final une estimation en faisant la moyenne de ces estimations basées sur les ré-échantillonnages.

#### 4.3.2. Définition de la ruine :

La ruine a deux définitions: la ruine comptable et la ruine opérationnelle.

*La ruine comptable* survient lorsque l'actif est insuffisant pour couvrir la valeur actuelle de tous les flux futurs, c'est-à-dire la valeur de marché des provisions.

Notons  $V_t$  la variable aléatoire représentant la perte de l'année  $t$  dans un scénario fixé.

Selon cette définition, il y aura ruine au temps  $t$  lorsque  $V_t > 0$

$$V_t = VM_{passif}(t) - VM_{actif}(t)$$

*La ruine opérationnelle* survient en  $t$  dans un scénario fixé lorsque l'actif en  $t$  est insuffisant pour couvrir les flux de l'année courante  $t$ .

$$V_t = Flux_{passif}(t) - VM_{actif}(t)$$

Ici aussi, la ruine existe lorsque  $V_t > 0$

Pour le scénario la ruine comptable et opérationnelle est représentée comme suit :

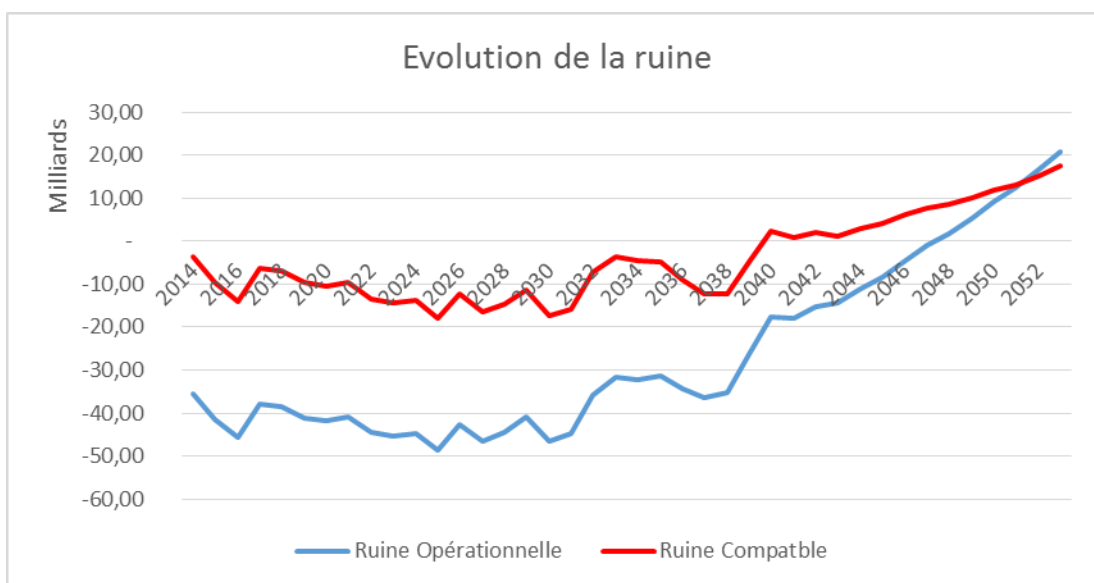


Figure 26: Evolution de la ruine comptable et opérationnelle pour les 40 années de projection de notre portefeuille

Nous constatons que la ruine comptable se produit avant l'opérationnelle, dès l'an 2041 alors que la ruine opérationnelle ne se produit (devient positive) qu'en 2049.

Cela est dû au fait que la ruine comptable prend en considération la valeur de marché des provisions plus une marge de risque qui mesure le risque de souscription ; contrairement à la ruine opérationnelle qui ne considère que les flux du passif sans même les actualisés.

Le but de notre étude est d'analyser l'impact de la solvabilité II dans des conditions extrêmement hostile au gain pour obtenir les résultats les plus prudents possibles et prévenir le mieux les risques liés au portefeuille lui-même et au marché dans lequel il évolue.

#### 4.3.3. Calcul de la ruine

Nous avons fait le choix de travailler dans la suite de notre analyse avec la ruine comptable car elle prend en considération le passif en valeur de marché qui est la somme du *best estimate* des provisions plus la marge de risque qui englobe le risque de souscription lié au portefeuille.

Pour les 10 scénarios de ruine que nous avons simulée nous avons obtenue pour un pas de 1 année calendaire les résultats suivants :

	<b>Ruine (Dhs)</b>
Scénario 1	- 25 623 253 425,07
Scénario 2	- 23 625 713 460,34
Scénario 3	- 18 553 781 425,64
Scénario 4	- 18 741 172 766,33
Scénario 5	- 15 383 495 595,33
Scénario 6	- 17 872 219 059,06
Scénario 7	- 13 081 539 945,30
Scénario 8	- 29 114 469 040,06
Scénario 9	- 22 530 393 390,80
Scénario 10	- 21 144 397 489,71

Tableau 23: La ruine en Dhs du portefeuille en 2015

Nous constatons que notre portefeuille retraite des indépendants ne connaît pas la ruine en 2015, une année après la date d'inventaire qu'est le 31/12/2014.

Ce résultat nous permet de conclure que notre actif couvre les provisions techniques dans une année, mais notre étude théorique du modèle interne doit comprendre tous les risques potentiels qui peuvent toucher un portefeuille dans le cadre générale, pour ce faire nous allons forcer la ruine dans quelque scénarios pour pouvoir étudier l'utilité du modèle interne et le pousser dans ses limites.

Pour forcer la ruine nous allons prendre un actif de 10% supérieur aux provisions techniques d'inventaire  $t=0$  (31/12/2014), nous obtenons ainsi la ruine suivante du portefeuille selon les 10 scénarios:

	<b>Ruine (Dhs)</b>
<b>Scénario 1</b>	- 3 640 817 412,80
<b>Scénario 2</b>	- 2 407 269 051,20
<b>Scénario 3</b>	724 820 199,60
<b>Scénario 4</b>	609 099 720,72
<b>Scénario 5</b>	2 682 578 723,00
<b>Scénario 6</b>	1 145 707 969,29
<b>Scénario 7</b>	4 104 114 046,81
<b>Scénario 8</b>	- 5 796 760 912,26
<b>Scénario 9</b>	- 1 730 871 932,21
<b>Scénario 10</b>	- 874 972 674,54

Tableau 24: Les scénarios de ruine du portefeuille après modification de l'actif

Nous observons ainsi, dans la volonté de poursuivre l'étude théorique du modèle interne en allant jusqu'à forcer la ruine de notre portefeuille en diminuant de son actif qui passe de 53 498 023 000 Dhs à 1,1 fois les provisions techniques pour un total de 33 036 835 200 Dhs , que dans les scénarios 3,4,5,6 et 7 on a une ruine positive .

Nous disposons alors d'un échantillon auquel l'application de la méthode Bootstrap trouve un sens, en nous permettant d'évaluer la probabilité de ruine à laquelle ferait face notre portefeuille dans le cadre de notre étude mais cela reste applicable pour une entreprise quelconque dans le cadre générale.

Nous notons alors  $V_t^i$  : la ruine du scénario i à horizon t

Nous pouvons supposer alors que les  $V_t^i$  sont des variables indépendantes, pour chaque année t nous possédons dix observations (scénarios), dont nous ne connaissons pas la loi paramétrique, alors afin d'estimer la valeur de la ruine au seuil 5%, nous avons fait appel à l'outil Bootstrap.

### Application du Bootstrap :

- ❖ Nous avons un échantillon observé et non paramétrique constitué de dix valeurs de ruines.
- ❖ On les réarrange par ordre croissant.

	<b>Ruine (Dhs)</b>
<b>scénario 8</b>	- 5 796 760 912,26
<b>scénario 1</b>	- 3 640 817 412,80
<b>scénario 2</b>	- 2 407 269 051,20
<b>scénario 9</b>	- 1 730 871 932,21
<b>scénario 10</b>	- 874 972 674,54
<b>scénario 4</b>	609 099 720,72
<b>scénario 3</b>	724 820 199,60
<b>scénario 6</b>	1 145 707 969,29
<b>scénario 5</b>	2 682 578 723,00
<b>scénario 7</b>	4 104 114 046,81

Tableau 25: Scénarios de ruine classés par ordre décroissant

- ❖ En tirant aléatoirement et avec remise, on reconstitue un nouvel échantillon de 1.000 valeurs de ruine.  
Nous utilisons la formule  $\text{Ent}(10*\text{Alea}())+1$  sur Excel pour la générations
- ❖ On calcul la fonction de répartition

$$F(x) = \frac{\text{(nbr de simulations } \leq x)}{\text{nbr de simulations total}}$$

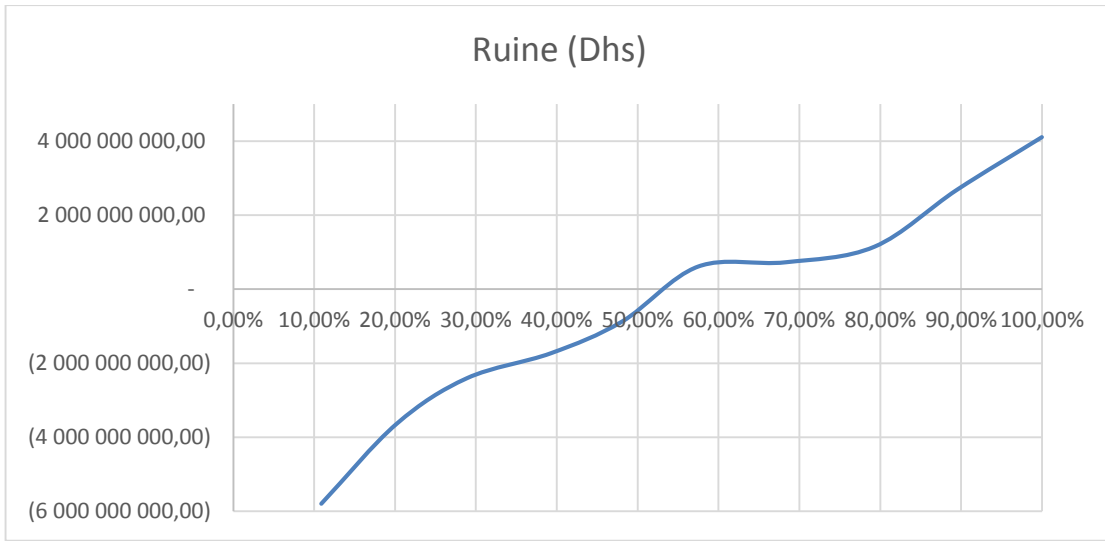


Figure 27: Répartition de la ruine du portefeuille par quantile

D’où le capital nécessaire pour couvrir une probabilité de ruine de 0.5% sur un horizon de un an est : 4 036 421 888,53 Dhs.

### V. Synthèse

Pour obtenir une conclusion claire, nous avons synthétisé les résultats finaux dans le tableau suivant :

		Besoin en Capital (DH)
<b>Solvabilité II</b>	<i>Formule Standard</i>	<b>27 883 769 304,65</b>
	<i>Modèle interne</i>	<b>4 036 421 888,53</b>
<b>Solvabilité I</b>		<b>49 996 979,21</b>

Tableau 26: Tableau récapitulatif des résultats de la solvabilité I et la solvabilité II

❖ Solvabilité II :

L'exigence en capital calculé par la formule standard est 7 fois plus grande que celle mesuré par le modèle interne.

Cette différence peut être dû à la simulation et la modélisation de taux de mortalité et taux de rachat utilisé dans le modèle interne, ou bien à la valeur de marché de l'actifs calculée en simulation aléatoire et qui dépend de la génération des mouvements Browniens.

La hausse du capital exigé par le modèle standard par rapport au modèle interne peut aussi s'expliquer par la non diversification des risques de l'assureur et va ainsi pénaliser les petites entités.

Une société gérant plusieurs risques pourra ainsi diminuer son exigence en capital du fait de la prise en compte des différentes matrices de corrélation qui interviennent dans le calcul de la formule standard.

❖ Solvabilité I :

La marge de solvabilité est obtenue par la formule suivante :

$$4\% \text{ (Provisions Mathématiques)} + 0.3\% \text{ (Capital en risque)} = 49\,996\,979.21$$

## Conclusion :

Les sociétés d'assurances connaissent aujourd'hui une refonte complète de leur système de solvabilité visant principalement à une harmonisation des exigences en capital et une meilleure gestion des risques.

Malgré cette nécessaire évolution de la réglementation, nous pouvons cependant constater la complexité de la mise en œuvre de la formule standard et notamment pour des petites structures.

Elles devront être capables d'identifier l'ensemble des risques auxquels les entreprises sont sujettes dans un premier temps, puis de calculer les charges en capital correspondantes. Cela nécessite par conséquent un engagement important de la part des sociétés pour suivre l'évolution de la réglementation afin de se préparer au mieux à la mise en place de la Solvabilité II.

Le cas pratique sur le portefeuille épargne retraite que nous avons étudié tout au long de notre stage au sein du cabinet de conseil ARM consultants, nous a montré l'évolution du SCR selon les différentes méthodes de calcul des exigences pour solvabilité.

Dans un premier temps, nous avons constaté que la comparaison de l'exigence en capital selon les méthodes de la solvabilité II, ne peut être faite par rapport au besoin en capital exigé par la solvabilité I car cette dernière prend en compte dans sa formule les provisions techniques et capitaux en risque de l'année suivant celle de l'inventaire; or la solvabilité II, autant dans le modèle standard que l'interne, prend en compte l'exigence et besoin en capital du portefeuille durant N années de projection, nous avons choisi  $N=40$ .

L'analyse concernant la comparaison de la formule standard et du modèle interne nous a permis de constater que les hypothèses choisies pour développer un modèle interne ainsi que la durée d'investissement des actifs seront décisives pour la détermination des exigences en capital. Selon la politique d'investissement de la société, il serait possible d'obtenir des résultats, pour la formule standard, plus avantageux en termes de capital que le modèle interne. Néanmoins notre étude, construite sur un portefeuille d'épargne retraite relativement classique et ordinaire, peut être faussée par la simplification des risques envisagés.

Nous avons obtenu une exigence en capital dans le modèle standard de 27.883.769.304,65 Dh, près de 7 fois celle du modèle interne. Ce résultat peut être également expliqué par une mauvaise calibration des paramètres de la formule standard car nous avons appliqué la formule exigée par la 5<sup>ème</sup> directive de la solvabilité II sans pour autant l'avoir adapté au cas Marocain, qui a une économie, une approche de l'investissement et une dynamique de l'actif différentes de celles qu'a l'Europe.

Du point de vue microéconomique, les portefeuilles d'investissement des assureurs se tourneraient davantage vers des instruments de taux, moins volatiles que les actions, et seraient donc moins diversifiés. Ceci permettrait notamment aux assureurs de diminuer la charge de capital pour le risque action, qui dans notre cas est de 14 milliards de dirhams, et par conséquent de diminuer leurs exigences en capital nécessaire à détenir pour couvrir une probabilité de ruine à 0.5% sur un horizon d'un an.

Toutefois, une non diversification du portefeuille signifierait une gestion non optimale pour le couple « rendement/risque » et impacterait significativement la position des assurés.

En effet, pour pallier une baisse des rendements des actifs, l'assureur se verrait contraint de réajuster les garanties proposées à ses clients en baissant. Cette optique reste cependant contraire à l'objectif de la réforme de solvabilité visant à mieux protéger les assurés. L'offre des assureurs pourrait ainsi être orientée vers des produits en unités de compte où le consommateur supporterait la totalité du risque.

Finalement, ce stage dont le sujet colle à l'actualité, et la devance un peu en matière de réglementation, constitue une bonne expérience professionnelle. Nous avons pu acquérir et développer de nombreuses connaissances, en étant confrontées à de multiples difficultés aussi bien théoriques que pratiques. Ce sujet nous a permis d'appliquer de nombreuses connaissances acquises durant les trois années d'études en Actuariat-Finance à l'INSEA, et nous a permis de nous familiariser d'avantage avec les logiciels statistiques, qui occupent une place importante dans travail d'un actuaires. Ce travail a été très riche car faisant appel à de nombreux domaines comme la finance, l'assurance vie, la statistique, la comptabilité des assurances ou encore l'informatique.

## Bibliographie :

→ Ouvrage :

C. KAECKENBEECK et A. MILLER, *Solvabilité des assureurs vie*, Mémoire UCL (2006)

Delwarde : *Modèle log-bilinéaire pour l'élaboration de tables de mortalité prospectives*, Mémoire Université Catholique de Louvain (2004).

DEVOLDER P. (1993), *Finance Stochastique*, Ed. Université de Bruxelles, Coll. Actuariat, Bruxelles

FITOUCHI D. (2005), *Solvency II : Du projet de réforme à l'approche par les modèles internes*, Ed. Demos, Coll. Comptabilité et Finances, Paris

N. BOKOBZA, *Comparaison de modèles stochastiques d'allocation d'actifs pour un portefeuille de Prévoyance Collective*, mémoire Université PARIS IX DAUPHINE

P. GEORGES, *The Vasicek and CIR Models and the Expectation Hypothesis of the Interest*

P. Kaltwasser et P. Le Moine, *Modèles de risques et Solvabilité en assurance vie*

PLANCHET F. et THEROND P.E., *Simulation de trajectoires de processus continus*, " , Les cahiers de recherche de l'ISFA, WP2024

PLANCHET, LELIEUR : *Utilisation des méthodes de Lee-Carter et Log-Poisson pour l'ajustement de tables de mortalité dans le cas de petits échantillons*, 2006

→ Document :

Technical specification for the preparatory phase (Part I, II) publié par EIOPA le 30 avril 2014

## Annexes:

**Annexe I :**

TV 88-90

x	Qx	x	Qx	x	Qx	x	Qx
0	0,65%	27	0,06%	54	0,36%	81	5,62%
1	0,06%	28	0,05%	55	0,39%	82	6,45%
2	0,03%	29	0,06%	56	0,43%	83	7,30%
3	0,03%	30	0,06%	57	0,46%	84	8,24%
4	0,02%	31	0,06%	58	0,50%	85	9,31%
5	0,02%	32	0,07%	59	0,53%	86	10,42%
6	0,02%	33	0,07%	60	0,57%	87	11,65%
7	0,02%	34	0,08%	61	0,62%	88	13,08%
8	0,02%	35	0,09%	62	0,67%	89	14,63%
9	0,02%	36	0,09%	63	0,73%	90	16,31%
10	0,02%	37	0,10%	64	0,79%	91	18,09%
11	0,02%	38	0,11%	65	0,85%	92	19,92%
12	0,02%	39	0,12%	66	0,93%	93	21,68%
13	0,02%	40	0,12%	67	1,03%	94	23,67%
14	0,02%	41	0,13%	68	1,15%	95	25,39%
15	0,02%	42	0,15%	69	1,27%	96	27,72%
16	0,03%	43	0,16%	70	1,41%	97	29,28%
17	0,03%	44	0,18%	71	1,58%	98	29,46%
18	0,04%	45	0,19%	72	1,77%	99	32,28%
19	0,04%	46	0,20%	73	1,99%	100	35,02%
20	0,05%	47	0,21%	74	2,25%	101	37,67%
21	0,05%	48	0,23%	75	2,55%	102	40,23%
22	0,04%	49	0,25%	76	2,87%	103	42,74%
23	0,05%	50	0,28%	77	3,27%	104	44,88%
24	0,05%	51	0,30%	78	3,73%	105	47,79%
25	0,05%	52	0,33%	79	4,30%	106	49,15%
26	0,05%	53	0,35%	80	4,91%	107+	100,00%

**Annexe II :**

Taux d'intérêt zéro coupon : Euribor

Maturité	Taux ZC	Maturité	Taux ZC	Maturité	Taux ZC
1	0,00403	21	0,02851767	41	0,02800222
2	0,00520305	22	0,02856038	42	0,02799099
3	0,00738898	23	0,02856479	43	0,02797634
4	0,01006962	24	0,02855906	44	0,02795954
5	0,01271692	25	0,02852757	45	0,02794195
6	0,01505203	26	0,02848456	46	0,02792493
7	0,01713234	27	0,02841412	47	0,02790994
8	0,01900595	28	0,028331	48	0,02789849
9	0,0207004	29	0,02828178	49	0,02789212
10	0,02220989	30	0,02821885	50	0,02789248
11	0,02352755	31	0,02816282	51	0,02791719
12	0,02465754	32	0,02811356	52	0,02797514
13	0,02560424	33	0,02807161	53	0,02805433
14	0,02639732	34	0,02803757	54	0,02814218
15	0,02704315	35	0,02801211	55	0,02822538
16	0,02753582	36	0,02799885	56	0,02828981
17	0,02789599	37	0,02799741	57	0,0283206
18	0,02814587	38	0,02800238	58	0,02830227
19	0,02832275	39	0,02800811	59	0,02821907
20	0,02843799	40	0,0280088	60	0,02805554

**Annexe III :**

Modèle de Vasicek :

❖ Résultats du processus autorégressif d'ordre 1 : AR(1)

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.044630 -0.000792  0.000207  0.001198  0.018065

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0007107  0.0005140   -1.382   0.167
```

**Annexe IV :**

Bilan actuariel (projection sur 40 ans)

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
<b>T_Cotisations</b>	309 598 271	655 839 508	732 411 193	810 949 833	891 454 801	973 983 957	1 058 510 997	1 145 044 667	1 233 643 020	1 324 366 998
Préstation Retraite C1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Préstation Retraite C2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Préstation Réversion C	974 229	4 129 677	6 794 116	9 739 632	12 341 033	16 630 178	20 612 514	24 898 738	29 547 525	34 478 574
Préstation Réversion C	542 914	2 301 368	3 786 195	5 427 659	6 877 356	9 267 591	11 078 075	13 455 907	16 034 910	18 770 981
Préstation Rachat dém	-	-	-	-	-	-	553 662	1 336 380	2 131 559	3 319 408
Préstation Rachat dém	-	-	-	-	-	-	308 542	744 732	1 187 866	1 849 825
Prestation capital C1	-	9 209 584	16 928 601	36 802 089	43 320 380	65 236 846	69 447 740	89 161 249	99 665 489	23 942 799
Prestation capital C2	-	5 132 276	9 433 895	20 508 904	24 141 388	36 354 899	38 701 527	49 687 383	55 541 139	13 342 736
<b>T_Préstations</b>	1 517 144	20 772 904	36 942 807	72 478 284	86 680 157	127 489 513	140 702 059	179 284 388	204 108 488	95 704 323
Charges d'exploitation	30 959 827	65 583 951	73 241 119	81 094 983	89 145 480	97 398 396	105 851 096	114 504 467	123 364 302	132 436 700
<b>Flux</b>	1 517 144	20 772 904	36 942 807	72 478 284	86 680 157	127 489 513	140 702 059	179 284 388	204 108 488	95 704 323
<b>Flux_Aet</b>	1 517 144	20 685 381	36 402 860	70 332 163	82 407 630	118 313 127	127 067 845	157 146 763	173 250 622	78 536 374
	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030	2031	2032	2033
<b>T_Cotisations</b>	1 417 279 346	1 512 386 433	1 609 741 961	1 709 438 797	1 811 496 237	1 915 926 043	2 022 738 405	2 131 946 223	2 243 533 409	2 357 457 543
Préstation Retraite C1	30 195 502	70 993 949	111 473 790	161 041 728	215 573 396	281 316 668	330 557 880	389 266 132	453 859 231	532 979 979
Préstation Retraite C2	16 793 778	39 563 191	62 121 617	89 744 616	120 133 781	156 770 898	184 211 822	216 928 495	252 924 649	297 016 706
Préstation Réversion C	39 801 883	46 620 489	54 238 413	62 661 183	71 994 612	82 276 717	93 603 034	106 031 314	119 660 813	134 561 473
Préstation Réversion C	21 724 893	25 512 300	29 743 760	34 423 525	39 610 075	45 325 147	51 621 545	58 531 937	66 111 344	74 389 137
Préstation Rachat dém	5 710 129	6 615 202	7 268 502	9 703 516	11 557 255	14 919 418	12 045 054	15 107 203	17 491 098	22 305 092
Préstation Rachat dém	3 182 115	3 686 490	4 050 559	5 407 532	6 440 576	8 314 227	6 712 414	8 418 874	9 747 361	12 430 082
Prestation capital C1	22 654 946	26 232 983	22 616 305	24 293 134	23 744 387	25 559 929	24 935 459	26 526 538	27 091 582	29 979 437
Prestation capital C2	12 625 047	14 619 000	12 603 514	13 537 970	13 232 166	14 243 923	13 895 922	14 782 591	15 097 476	16 706 807
<b>T_Préstations</b>	152 628 294	233 843 603	304 116 460	400 913 204	502 286 247	628 726 927	717 583 128	835 593 084	961 983 553	1 120 378 714
Charges d'exploitation	141 727 935	151 238 643	160 974 196	170 943 880	181 149 624	191 592 604	202 273 840	213 194 622	224 353 341	235 745 754
<b>Flux</b>	152 628 294	233 843 603	304 116 460	400 913 204	502 286 247	628 726 927	717 583 128	835 593 084	961 983 553	1 120 378 714
<b>Flux_Aet</b>	120 959 418	178 878 989	224 534 073	285 654 059	345 708 139	418 318 909	462 046 264	521 271 921	581 885 675	657 628 723

	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040	2041	2042	2043
<b>T_Cotisations</b>	2 473 672 413	2 592 132 918	2 712 852 538	2 835 869 563	2 961 206 602	3 088 908 602	3 219 047 668	3 351 723 756	3 487 027 597	3 625 084 569
Préstation Retraite C1	622 652 003	730 462 050	841 478 604	970 721 452	1 108 253 018	1 261 013 060	1 421 536 504	1 597 148 563	1 785 036 657	1 984 569 171
Préstation Retraite C2	346 988 733	407 068 635	468 935 445	540 959 323	617 602 301	702 731 736	792 187 526	890 051 831	994 757 270	1 103 735 828
Préstation Réversion C	150 862 502	168 651 917	188 095 796	209 278 926	232 365 734	257 484 112	284 815 916	314 509 052	346 747 911	381 690 938
Préstation Réversion C	83 466 833	93 363 790	104 181 637	115 968 479	128 815 385	142 794 044	158 005 242	174 531 760	192 476 076	211 926 029
Préstation Rachat dém	26 380 054	32 817 407	35 410 948	42 546 685	47 106 155	53 965 818	58 974 311	66 490 606	73 586 862	80 654 620
Préstation Rachat dém	14 700 959	18 288 338	19 733 655	23 710 227	26 251 108	30 073 831	32 864 941	37 053 589	41 008 158	44 946 847
Prestation capital C1	31 161 587	34 323 182	33 184 356	35 822 944	35 984 779	38 138 344	37 819 222	39 570 536	40 342 740	41 472 731
Prestation capital C2	17 365 590	19 127 470	18 492 830	19 963 251	20 053 437	21 253 566	21 075 727	22 051 682	22 482 022	23 111 739
<b>T_Préstations</b>	1 293 578 260	1 504 102 787	1 709 513 272	1 958 971 289	2 216 431 916	2 507 454 510	2 807 279 390	3 141 407 628	3 496 437 696	3 872 107 003
<b>Charges d'exploitation</b>	247 367 241	259 213 292	271 285 254	283 586 956	296 120 660	308 890 860	321 904 767	335 172 376	348 702 760	362 508 457
<b>Flux</b>	1 293 578 260	1 504 102 787	1 709 513 272	1 958 971 289	2 216 431 916	2 507 454 510	2 807 279 390	3 141 407 628	3 496 437 696	3 872 107 003
<b>Flux_Act</b>	737 152 915	832 629 755	919 375 221	1 025 075 197	1 128 422 886	1 242 477 707	1 354 929 840	1 477 526 429	1 601 348 368	1 727 691 097
	<b>2044</b>	<b>2045</b>	<b>2046</b>	<b>2047</b>	<b>2048</b>	<b>2049</b>	<b>2050</b>	<b>2051</b>	<b>2052</b>	<b>2053</b>
<b>T_Cotisations</b>	3 766 041 382	3 910 032 957	4 057 219 715	4 207 779 896	4 361 891 738	4 519 679 994	4 681 266 141	4 846 809 911	5 016 456 396	5 190 353 654
Préstation Retraite C1	2 192 825 521	2 417 637 740	2 649 758 657	2 887 146 465	3 133 341 308	3 397 961 725	3 668 465 580	3 863 899 147	4 206 542 023	4 468 803 391
Préstation Retraite C2	1 222 008 031	1 347 290 381	1 476 645 691	1 608 936 110	1 744 614 718	1 893 600 961	2 043 231 592	2 153 256 491	2 344 202 985	2 489 240 280
Préstation Réversion C	419 496 298	460 309 006	504 274 592	551 503 835	602 111 001	656 162 777	713 751 025	774 901 227	839 643 744	907 950 504
Préstation Réversion C	232 971 165	255 691 015	280 166 824	306 460 496	334 635 625	364 729 762	396 793 441	430 841 103	466 889 470	504 923 058
Préstation Rachat dém	86 914 459	96 361 940	102 970 080	108 555 662	116 236 209	127 329 175	133 753 827	139 947 562	142 083 487	143 197 755
Préstation Rachat dém	48 435 302	53 700 152	57 382 707	60 495 416	64 775 596	70 957 435	74 537 736	77 989 353	79 179 652	79 800 607
Prestation capital C1	42 253 070	44 182 398	44 377 854	45 263 108	45 915 754	48 780 006	48 844 314	49 966 931	50 199 227	51 091 035
Prestation capital C2	23 546 603	24 621 770	24 730 692	25 224 023	25 587 727	27 183 905	27 219 742	27 845 349	27 974 801	28 471 784
<b>T_Préstations</b>	4 268 450 448	4 699 794 402	5 140 307 098	5 693 585 115	6 067 217 939	6 586 705 747	7 104 597 257	7 518 647 162	8 156 715 389	8 671 478 413
<b>Charges d'exploitation</b>	376 604 138	391 003 296	405 721 972	420 777 990	436 189 174	451 967 999	468 126 614	484 680 991	501 645 640	519 035 365
<b>Flux</b>	4 268 450 448	4 699 794 402	5 140 307 098	5 693 585 115	6 067 217 939	6 586 705 747	7 104 597 257	7 518 647 162	8 156 715 389	8 671 478 413
<b>Flux_Act</b>	1 855 296 716	1 989 780 633	2 119 538 899	2 245 916 710	2 371 645 100	2 505 684 143	2 629 218 507	2 706 183 996	2 855 267 010	2 952 682 584





**Annexe VII :**

Test de normalité pour la modélisation du taux d'intérêt :

Avec Excel :

Anderson-Darling	
AD	0,731
AD*	0,732

Jarque Berra	
Skewness	-0,12168929
Excess Kurtosis	2,93836588
JB	1,34205409

Sous R :

```
> shapiro.test(x)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  x
W = 0.9964, p-value = 0.2978
```

