ROYAUME DU MAROC

-*-*-*-

HAUT COMMISSARIAT AU PLAN

-*-*-*-*-*-*-

INSTITUT NATIONAL

DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

Projet de Fin d'Etudes

Tarification et profitabilité d'un nouveau produit d'assurance vie :

« Epargne Retraite Individuelle »

Préparé par : ***Mlle KETEVI Mina Tchotcho (AF)***

Mlle LAKCHIRI Houda (AF)

Sous la direction de : ***M. CHAFFAI Abderrahim* (ZURICH Assurances)**

***M.* ABOUZAID *El Mostafa* (INSEA)**

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Devant le jury composé de :

- ***M. CHAFFAI Abderrahim* (ZURICH Assurances)**
- ***M. ABOUZAYD El Mostafa (INSEA)***
- ***M. E. EL KADIRI* (INSEA)**

Juin 2009.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents,

Vous qui avez été pour moi une source de soutien, d'encouragement, vous qui avez toujours su me faire confiance et qui n'avez jamais douté de moi, trouvez en ce modeste travail, un aboutissement de tous vos efforts.

A ma très chère sœur adorée, Mlle KETEVI Florence, épouse RHODES,

Toi la douceur personnifiée, toi, la bonté, l'amour, la gentillesse infinie, tu es et tu demeureras un modèle pour moi. Par ce travail, j'aimerais te dire encore une fois merci pour ton soutien durant mes cinq années au Maroc.

A mon très cher et tant aimé, Mr. KELEWOU Hodabalo Keith,

Toi qui m'as toujours soutenu, toi qui as toujours été là pour m'épauler, me relever, toi qui m'as permis de m'accomplir, trouve en ce travail l'aboutissement de tous tes efforts.

A toutes mes sœurs : Nini, Vivi, Lina,

Vous qui avez été toujours là pour moi, et vous qui m'avez toujours soutenu merci pour tout l'amour que vous me portez.

A tous mes frères : Lolo, Momo, Gilles,

Pour tout le soutient et la disponibilité, trouvez en ce travail l'expression de tout mon amour.

A tous mes amis de l'INSEA

Avec qui j'ai passé des moments inoubliables, qui m'ont donné tant de joie, merci.

A tous mes amis du Maroc,

Sachez que j'aurai toujours une pensée pour vous.

A tous mes amis du pays

Qui m'ont soutenu et épaulé malgré la distance.

Mina

Dédicaces

A mes très chers parents adorés

Je vous dédie cet humble travail. Chaque mot qui est écrit porte en lui tout l'amour que j'ai pour vous.

Je ne n'oublierai jamais, que vous avez fait de moi, ce que je suis aujourd'hui, par votre amour, par les valeurs que vous m'avez transmises, par votre confiance en moi et surtout par vos prières.

J'espère qu'aujourd'hui vous êtes fières de moi, et croyez moi, mon seul souhait est de vous rendre toujours heureux. Que Dieu vous garde pour moi (Amen)

A mes très chers frères Amin et Sidi Mohamed

Aucun terme et aucune langue ne pourra exprimer mon amour et mes sentiments envers vous.

A mes très chères sœurs Fayrouz et Soukayna

Je vous remercie pour votre gentillesse votre soutien et votre encouragement

A ma chère tante Saida

Pour l'amour et l'affection sans limite qu'elle m'a procurés tout au long de ma vie

A ma famille maternelle et paternelle

Je vous remercie de tout cœur

A toutes mes amies, à mes professeurs

Je dédie ce travail avec hommage

Houda

Remerciements

Nous remercions toutes les personnes sans lesquelles ce présent travail n'aurait été possible.

Nous tenons à remercier tous les responsables de la société ZURICH Assurances MAROC, pour avoir permis la réalisation de notre stage au sein de leur société.

Nous tenons particulièrement à remercier, notre encadrant au sein de l'entreprise : Monsieur CHAFAI Abderrahim, pour sa gentillesse inouïe, pour l'aide incommensurable qu'il nous a apportée tout au long de notre stage, et pour n'avoir ménagé aucun effort pour l'aboutissement de notre travail.

Nous remercions également, Monsieur ABOUZAID El Mostafa notre encadrant à INSEA, pour sa disponibilité, ses commentaires et sa précieuse aide.

Nous tenons à remercier tous les actuaires de la Zurich dont Monsieur FERRI, Monsieur ZOHAR et enfin Monsieur CHIOUA qui nous ont accompagné tout au long de notre stage, et qui ont contribué énormément à la réalisation de ce travail.

Nous tenons à remercier également l'ensemble du personnel de ZURICH Assurances Maroc pour leur accueil chaleureux et surtout pour leur gentillesse à notre égard.

Enfin, n'oublions pas de remercier le personnel administratif et pédagogique de l'INSEA pour le support qu'ils nous ont apporté.

Abstract

Meeting customers' requirements, increasing the profitability of the company and that of its products, meeting the demands of shareholders and finally, facing competition, are the challenges which any insurance company has to deal with. The new solvency and accounting standards have emerged to meet up with these requirements. For the sake of efficiency, and above all, profitability, the number of new life insurance products is constantly evolving and new methods of assessing profitability have emerged, namely: Profit Testing.

The Profit Testing is a method of analyzing profitability, which consists of estimating the most likely benefits that come from of a contract.

Launching a new product is carried out through a deep field study, an evaluation of the profitability of a new product. The present work fits within this framework, the stages of which are summarized as follows:

As a first step, we will price the two guarantees, subsequently, assess the liabilities and provisions of management required to meet such a commitment, thereafter, do the Profit Testing and finally Stress Testing would be required to have an idea about the different possible scenarios.

Keywords

Pension, Pricing, Reserves management, Modeling rates, Kaplan Meier, Profit Testing, Simulation, Stress Tests.

Résumé

Satisfaire aux exigences de la clientèle et des actionnaires, accroitre la rentabilité de l'entreprise, accroitre la profitabilité de ses produits, et enfin faire face à la concurrence, sont les challenges auxquels toute compagnie d'assurance doit faire face. Les nouvelles normes de solvabilité ont vu le jour en vue de satisfaire au maximum à ces exigences. Par souci de rentabilité, le nombre de nouveaux produits en assurance vie est en perpétuelle évolution et de nouvelles méthodes d'évaluation de profitabilité ont vu le jour tel que : le Profit Testing.

Le contrat « Epargne Retraite Individuelle » est un nouveau produit d'assurance vie garantissant une épargne et une complémentaire décès et invalidité. L'entrée sur le marché d'un tel produit nécessite une évaluation de sa rentabilité : ce qui fait l'objet de notre travail.

Dans un premier temps, nous allons tarifer les deux garanties (Epargne et Prévoyance), par la suite évaluer les provisions mathématiques et les provisions de gestion nécessaires pour faire face à un tel engagement, ensuite mettre en place le modèle de Profit Testing, et pour finir un stress testing serait nécessaire pour avoir une idée sur les différents scénarios possibles relatifs à la rentabilité du produit.

Mots-clés

Retraite complémentaire, Tarification, Provisions Mathématiques, Provisions de Gestion, Modélisation de taux, Kaplan Meier, Profit Testing, Simulation, Tests de Stress.

Table des Matières

LISTE DES ABREVIATIONS ..... **VII**

LISTE DES FIGURES ..... **IX**

LISTE DES TABLEAUX ..... **X**

Introduction Générale **2**

PARTIE I Présentation du Contexte de Travail **4**

I. Le secteur assuranciel au Maroc 4

I.1. Les acteurs intervenants sur le marché assuranciel Marocain 4

I.2. Evolution du secteur entre 2004 et 2007 5

I.3. La branche vie au Maroc 9

II. Présentation de ZURICH Assurances Maroc 11

II.1.Historique 11

II.2. Résultat réalisé par ZURICH assurances Maroc entre 2006 et 2007 11

III. Système de retraite au Maroc 15

III.1. Les composants du système de retraite au Maroc 15

III.2. La réforme du secteur de la retraite : un processus continu 16

III.3. Retraite complémentaire 16

PARTIE II Tarification et constitution de Provisions **17**

CHAPITRE 1: Présentation du Produit « Epargne Retraite Individuelle » **19**

I. Caractéristiques des contrats d'assurance vie 19

I.1. Types de garanties en assurance vie 19

I.2. La durée de vie d'un contrat d'assurance vie 19

I.3. Les conditions lors de la souscription du contrat 19

I.4. Réglementation relative aux contrats d'assurance vie (épargne, capitalisation) 20

I.5. Réglementation relative aux contrats d'assurance vie (décès invalidité) 20

II. Présentation du produit « Epargne Retraite Individuelle » 20

II.1. Définition et objet 20

II.2. Parties prenantes au contrat 20

II.3. Paramètres du contrat épargne 21

II.4. Rachat total ou partiel 21

II.5. Options au terme 21

II.6. La garantie complémentaire « Prévoyance » 22

CHAPITRE 2: Tarification de la garantie « prévoyance » **23**

I. Paramètres et hypothèses de calcul 23

I.1. Paramètres variables 23

I.2. Paramètres fixes afférents au produit 23
I. 3. La table de mortalité 23
I. 4. Le taux minimum garanti 24
I.5. Le profil d'investissement 26
I. 6. Les participations aux bénéfices 27
II. Simulation de l'épargne constituée 28
III. Tarification de la prévoyance 29
IV. Options au terme 30
V. Application numérique : Epargne et tarif Prévoyance 31
VI. Etude de sensibilité aux paramètres de simulation 32
VI.1. Sensibilité au taux de commissions 32
VI.2. Sensibilité au taux de chargement sur encours 32
VI.3. Sensibilité au taux minimum garanti 33
V.4. Sensibilité de la garantie prévoyance à la table de mortalité 33
CHAPITRE 3 : Provisions mathématiques et provisions de gestion 34
I. Partie théorique 34
I.1. Les provisions mathématiques 34
I.2. Les provisions de gestion 36
II. Partie pratique : Calcul des provisions mathématiques pour le produit « Epargne Retraite Individuelle » 36
II.1.Cas de l'épargne 36
II.2.Cas de la garantie Prévoyance 36
III. Calcul des provisions de gestion pour le produit « Epargne Retraite Individuelle » 37
PARTIE III : Modélisation de taux, Analyse des marges et Profit Testing 39
CHAPITRE 1 : Modélisation du taux de rendement des actifs : VASICEK 41
I. Présentation théorique de la méthode de VASICEK 41
I.1. Partie théorique: 42
I.2. Estimation du modèle de VASICEK 43
I.3. Test de la racine unitaire sur la série TMP 45
I.4.Test de normalité de la distribution 46
I.5. Résultats de l'estimation de l'équation 47
CHAPITRE 2: Simulation des taux de rendements des Actifs par Monte-Carlo 50
CHAPITRE 3 : Modélisation du taux de sortie par rachat 53
I. Méthode de Kaplan Meier 53
I.1. Estimation de la fonction de séjour 53
I.2. Principales propriétés 54
I.3. Variance, écart-type et intervalle de confiance de la fonction de séjour 55

I.4. Proportion cumulée des individus ayant connu l'événement et risque cumulé 55
II. L'estimateur actuariel 56
II.1. Estimations du risque et du risque cumulé 56
II.2. Estimation de la distribution de la fonction de séjour et de la densité de probabilité 57
III. Traitement des données 57
III.1. Description de la base de données 57
III.2. Statistiques Descriptives sur les variables 58
III.3. Création de nouvelles variables 59
III.4. Application de l'estimateur de Kaplan Meier 61
III.5. Application de l'estimateur actuariel 62
III.6. Ajustement d'une loi log normale à f (t) 63
CHAPITRE 4: L'analyse des marges et le Profit Testing 69
I. Principes généraux de l'analyse des marges 69
II. Méthode d'analyse des marges 70
II.1. La marge technique 70
II.2. La marge financière 70
III. Analyse des marges du produit « Retraite Epargne Individuelle » 71
III.1. Hypothèses de calcul 71
III.2. La marge technique 71
III.3. La marge financière 73
IV. Passage au Profit Testing 73
IV.1. Evaluation des gains statutaires, VAN, NPV avant Marge de solvabilité 74
IV.2. NPV avec introduction de la Marge de solvabilité 75
IV.3. Critères d'évaluation de « la garantie épargne retraite individuelle » 77
IV.4. Pertinences des critères d'évaluation 79
CHAPITRE 5 : Analyse des scénarios et Stress Testing 81
I. Scénario 1 : Variation de l'âge 81
II. Scénario 2 : Variation du taux d'actualisation 82
III. Scénario 3: Variation du taux de rendement des actifs 83
IV. Scénario 4: Paramètres du produit (T_{chg}, T_{com}, T_{PP}) 84
V. Simulation de la NPV totale Pour un portefeuille fictif 85
PARTIE IV Application VBA : Simulation de l'Epargne, Tarification de la Garantie Prévoyance & Profit Testing 88
I. Présentation de l'Outil 89
Conclusion 96
Biliographie 98

Annexe 1: Zurich avenir contrat épargne retraite individuelle. **100**

Annexe 2 : Table de Mortalité **104**

Annexe 3: Calcul du plafond du Taux Minimum Garanti suivant la Méthode Réglementaire de la DAPS **107**

Annexe 4: Provisions de gestion de l'Année 2009 ..... **108**

Annexe 5 : Epargne **109**

Annexe 6 : Prévoyance **110**

Annexe 7 : Provisions Mathématiques. **111**

LISTE DES ABREVIATIONS

B

BKAM : Bank Al Maghreb

C

CMR: Caisse Marocaine de Retraite

CNSS: Caisse Nationale de Sécurité Sociale

CIMR : Caisse Interprofessionnelle Marocaine de Retraite

D

DAPS : Direction des Assurances et de Prévoyance Sociale

G

GMSR : Gain sur Marge de Solvabilité Réglementaire

I

IARD : Incendie Accident Risque Divers

IRR : Internal Rate of Return

IMSR : Intérêt sur Marge de Solvabilité Réglementaire

K

KM : Kaplan Meier

P

PB : Participation aux Bénéfices

PIB : Produit Intérieur Brute

PMO : Provisions Mathématiques d'Ouverture

PMC : Provisions Mathématiques de Clôture

PM : Profit Margin

PMSR : Profit total sur Marge de Solvabilité Réglementaire

R

ROE : Return On Equity

RCAR : Régime Collectif d'Allocation et de Retraite

RDR : Risk Discount Rate

S

S.A : Société Anonyme

T

TD : Table de mortalité Décès

TV : Table de mortalité Vie

TMG : Taux Minimum Garanti

TMAA : Taux Minimum Annuel Annoncé

TMP : Taux Moyen Pondéré

TPB : Taux de Participation aux Bénéfices

N

NPV : Net Present Value

M

MSC : Marge de Solvabilité Constituée

MSR : Marge de Solvabilité Réglementaire

O

OCP : Office Chérifien de Pétrole

OPCVM : Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières

V

VAN: Valeur Actuelle Nette

VBA: Visual Basic for Application

LISTE DES FIGURES

Figure 1: Part de l'assurance vie et de l'assurance non vie de 2004 à 2007 ..... **6**
Figure 2 : Emissions directes au Maroc..... **7**
Figure 3: Provisions techniques brutes (en Mdhs) **8**
Figure 4: Placements affectés aux opérations d'assurance (en Mdhs) **8**
Figure 5: Evolution du bénéfice net de la Zurich entre 2006 et 2007 ..... **12**
Figure 6: Evolution du ROE de la Zurich entre 2006 et 2007 ..... **12**
Figure 7: Répartition des primes émises par branche **13**
Figure 8: Organigramme de Zurich Assurances Maroc **14**
Figure 9 : Profil d'investissement de Zurich Assurances Maroc pour les années 2006-2007 **26**
Figure 10 : Evolution de l'épargne constituée année par année **31**
Figure 11 : Evolution de l'épargne constituée selon le taux de commissions. **32**
Figure 12 : Evolution de l'épargne constituée selon le taux de chargement **32**
Figure 13 : Evolution de l'épargne constituée selon le taux minimum **33**
Figure 14 : Sensibilité du tarif de la garantie prévoyance à la table de mortalité **33**
Figure 15 : Evolution de la prime annuelle constante et la prime croissante **37**
Figure 16 : Série de données TMP du 19/02/2004 au 26/03/2009..... **44**
Figure 17 : Test de normalité de la série TMP **46**
Figure 18 : Evolution des taux courts prédits **47**
Figure 19: Courbe des taux de VASICEK à l'instant t. **48**
Figure 20: Diagramme montrant la répartition des primes **59**
Figure 21: Fonction de survie suivant la méthode de Kaplan Meier **61**
Figure 22: Fonction de risque cumulé suivant la méthode de Kaplan Meier **61**
Figure 23: Fonction de risque suivant la méthode de Kaplan Meier **62**
Figure 24 : Fonction de risque suivant la méthode Actuarielle. **63**
Figure 25 : Ajustement Log-Normal de la fonction de densité **65**
Figure 26: Représentation de la fonction de risque **66**
Figure 27 : Résultat du test de normalité avec le diagramme Q-Q plot **67**
Figure 28 : Résultat du test de normalité avec le Kolmogorov-Smirnov..... **68**
Figure 29 : Résultat du test de normalité avec le Jarque-Bera **68**
Figure 30: Evolution des gains espérés évalués pour le cas de la garantie Epargne. **74**
Figure 31 : Evolution de la NPV en fonction du taux d'actualisation..... **78**

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Prestations et frais suivant les branches d'assurance. 7
Tableau 2 : Charges techniques d'exploitation (en Mdhs)..... 8
Tableau 3 : Résultat technique relatif aux branches d'assurance (en Mdhs). 9
Tableau 4 : Evolution de Zurich Assurances Maroc en 2007. 13
Tableau 5 : Evolution du taux d'intérêt servant de base aux tarifs de l'assurance vie..... 25
Tableau 6 : Répartition des placements de Zurich Assurances Maroc 27
Tableau 7 : Statistiques descriptives de la série TMP..... 44
Tableau 8 : Résultat du test de la racine unitaire. 45
Tableau 9 : Corrélations et autocorrélations partielles du TMP..... 46
Tableau 10: Estimation des paramètres du modèle de VASICEK..... 47
Tableau 11: Taux Zéro coupons prédits..... 48
Tableau 12: Taux de maturité 10 ans prédits. 51
Tableau 13: Statistiques descriptives selon le type de primes. 58
Tableau 14: Fréquences de censure..... 60
Tableau 15: Taux de sortie par résiliation annuelle modélisé..... 66
Tableau 16: Variation de la NPV par rapport à l'âge..... 82
Tableau 17: Variation de la NPV par rapport au RDR. 82
Tableau 18: Variation de la NPV par rapport au TRA..... 83
Tableau 19: Variation de la NPV par rapport au taux de chargement sur encours. 84
Tableau 20: Variation de la NPV par rapport au taux de commissions. 84
Tableau 21: Variation de la NPV par rapport au taux de participations aux bénéfices. 85
Tableau 22: Résultats de scénario optimiste. 86
Tableau 23: Résultats de scénario pessimiste. 86
Tableau 24: Table de mortalité (TV 88-90) et (TD 88-90)..... 106
Tableau 25: Plafond du taux minimum garanti réglementaire..... 107
Tableau 26: Provisions de gestion en 2009 par âge 108
Tableau 27: Simulation de l'épargne constituée 109
Tableau 28 : Tarif de la garantie prévoyance..... 110
Tableau 29 : Provisions mathématiques de clôture et d'ouverture. 111

Introduction Générale

Le secteur des assurances est devenu aujourd'hui un secteur primordial dans toute économie moderne. Son rôle s'inscrit dans un cadre social d'une part, à travers la protection des assurés contre les aléas. D'autre part, d'importants fonds sont injectés et mobilisés dans le marché financier par les compagnies d'assurances, participant ainsi au financement et au développement de l'économie.

Toutefois, ce secteur est influencé par certains changements et par la conjoncture internationale. Une forte libéralisation s'installe et oblige donc toutes les compagnies à en tenir compte d'où la nécessité d'innover constamment dans le but d'attirer de nouveaux clients et d'acquérir une situation confortable sur le marché sur lequel elles opèrent.

En effet, la concurrence s'est accrue à cause de la dérégulation et de la libéralisation du marché de l'assurance, ce qui a incité les compagnies d'assurances à analyser la profitabilité des produits, des branches. En outre, la pression des investisseurs se manifestant par les critiques des actionnaires vis-à-vis de la performance de la compagnie, condamne les assureurs à améliorer leurs techniques d'évaluation des produits, de tarification, et de commercialisation des produits.

Dans cette optique, ZURICH Assurances Maroc a pris la décision d'élargir et d'enrichir son portefeuille assurance vie par l'élaboration de nouveaux produits attractifs tout en gardant une marge bénéficiaire convenable. Il s'agit d'un nouveau produit d'assurance vie « Epargne Retraite Individuelle » qui met à l'abri l'assuré et ses proches en lui permettant de disposer d'un revenu complémentaire une fois sa vie professionnelle accomplie.

Malgré le nombre important des produits d'assurance vie, les assurés désireux de constituer un matelas de sécurité pour les vieux jours, optent plutôt pour les produits d'épargne et de prévoyance. La mise en place de tels produits par une compagnie nécessite, dans un premier temps, une étude approfondie de la population, une étude de la profitabilité en se basant sur le Profit Testing, une étude de la rentabilité de ce produit.

Dans la première partie de notre rapport, nous allons décrire le contexte de travail. Il sera question de présenter le marché Marocain des assurances et l'organisme d'accueil, de faire une description assez approfondie du système de retraite, et enfin de mettre l'accent sur la retraite complémentaire par capitalisation pure gérée par les compagnies d'assurance.

La seconde partie, sera consacrée à la tarification de la garantie épargne et de la garantie prévoyance, ensuite à la constitution des provisions mathématiques et des provisions de gestion, et enfin à une évaluation des options au terme dont l'assuré pourra éventuellement bénéficier (capital ou rente).

Dans la troisième partie , nous allons faire les modélisations des taux de rendements des actifs en se basant sur le modèle de VASICEK et sur une simulation de Monte Carlo , ensuite nous allons simuler les taux de sortie par résiliation ou de chute en se basant sur le modèle de Kaplan

Meier et l'estimateur actuariel. Après avoir simulé les taux sur un horizon de temps, nous allons évaluer la profitabilité de notre produit en se basant sur le Profit Testing.

La quatrième et dernière partie, sera consacrée à la présentation de l'application que nous avons développé à l'aide de l'outil informatique : VBA et Excel.

PARTIE I

Présentation du Contexte de Travail

Dans cette Partie, nous allons présenter brièvement le secteur des assurances au Maroc à travers un historique et à travers les statistiques existantes sur le marché. Dans un second temps, nous allons présenter la société ZURICH ASSURANCES MAROC et pour finir donner un aperçu de l'assurance vie et du système de retraite au MAROC.

I. Le secteur assuranciel au Maroc

Le secteur des assurances joue un rôle prépondérant dans la stimulation de la croissance et ce à travers la collecte et l'injection du flux financiers dans les rouages de l'économie. Ce secteur ne cesse de prendre de l'importance, que ce soit par les sommes importantes qu'il draine et par les mutations qu'il connait ces dernières années : concentration, libéralisation, bancassurance.

Avec l'amorce du nouveau millénaire, le secteur des assurances au Maroc, à l'instar des autres pays, connaît de profondes mutations : libéralisation, assurance maladie obligatoire, banque assurance.

I.1. Les acteurs intervenants sur le marché assuranciel Marocain

I.1.1 La DAPS

Les intervenants sur ce secteur sont les organismes de surveillance, les mutuelles, les entreprises commerciales d'assurances et les intermédiaires.

Au Maroc, La DAPS (Direction des Assurances et de Prévoyance sociale), est l'organisme de surveillance qui intervient sur le marché des assurances. Elle relève du Ministère de l'Economie et des Finances et elle est chargée de veiller au respect des règles inscrites au code des assurances, voté en novembre 2002, dotant l'industrie de l'assurance d'un dispositif réglementaire qui répond globalement aux standards internationaux. Le code confirme l'obligation pour les risques situés au Maroc d'être assurés par des contrats souscrits et gérés par des entreprises d'assurances agréées au Maroc. L'agrément n'est accordé qu'aux entreprises ayant leur siège social au Maroc. Tout changement de majorité, toute cession de plus de 10% des actions et toute prise de contrôle direct ou indirect supérieur à 30% du capital social doivent obtenir l'accord préalable de la direction des assurances. Par ailleurs, le code réglemente la bancassurance et a donné aux banques l'autorisation de commercialiser les assurances de personnes, d'assistance et de crédit.

Au-delà de cette mission de surveillance, la DAPS entreprend également des études telles que la détermination des tarifs pour les garanties réglementées, et la détermination du taux minimum garanti.

I.1.2. Les compagnies et intermédiaires d'assurances

Le marché marocain des assurances compte 18 compagnies après les différentes opérations de concentration, dont 5 représentent près de 80% de l'encaissement total des primes. Parmi ces dix huit sociétés, neuf sont présentes aussi bien dans l'assurance vie et capitalisation que dans l'assurance non vie. Il s'agit de RMA Wataniya, Atlanta, Axa Assurance Maroc, la CNIA Assurance, Essaâda, la Mutuelle Centrale Marocaine d'Assurances, Sanad, Wafa Assurance et Zurich Assurances Maroc.

Les intermédiaires d'assurances se répartissent en deux :

- Les agents d'assurances
- Les courtiers d'assurances

Compte tenu de la forte demande d'agréments, un examen professionnel a également été organisé en juin 2007, enregistrant une très forte participation (272 candidats à l'agrément d'agent, 254 candidats à l'agrément de courtier), signe de l'intérêt croissant manifesté à ce métier.

A noter l'obligation de marocanité pour les intermédiaires d'assurance. En effet, l'agrément est également subordonné :

- Pour les personnes physiques, au fait d'être de nationalité marocaine.
- Pour les personnes morales, au fait d'être régies par le droit marocain, avoir leur siège au Maroc, et avoir 50% au moins du capital détenu par des personnes physiques de nationalité marocaine ou des personnes morales de droit marocain.

I.2. Evolution du secteur entre 2004 et 2007

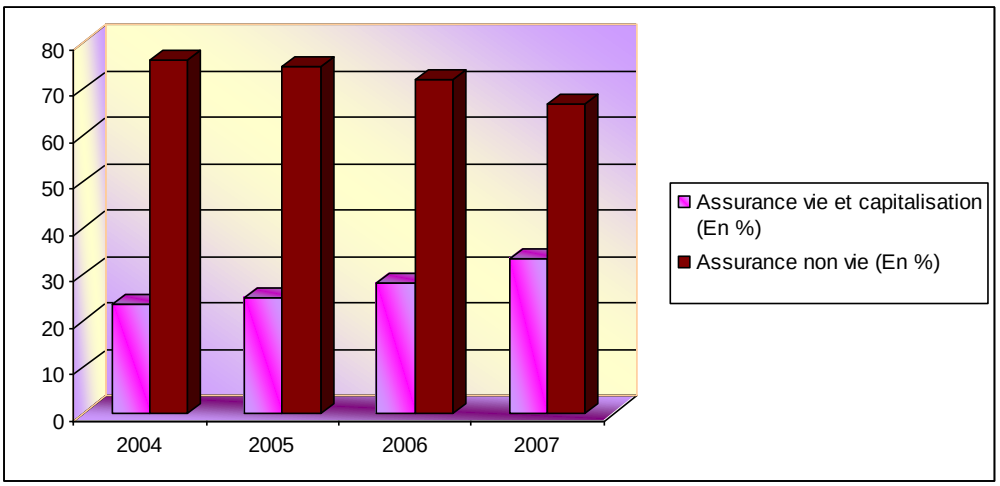
Le marché marocain de l'assurance est le deuxième d'Afrique, mais l'activité du secteur représente encore moins de 3% du PIB. Après une année 2004 difficile avec un repli des primes encaissées de 1,1%, le secteur évolue plus favorablement en 2005 avec un taux de croissance de 7,4% et une rentabilité qui double. Depuis 1999, le secteur est entré dans un processus de concentration, qui doit lui permettre de faire face aux contraintes de solvabilité inscrites au Code des assurances adopté fin 2002.

Avec un chiffre d'affaires de 13,2 milliards de dirhams (soit 1,2 milliard d'euros), le marché marocain de l'assurance ne représente encore que 2,9% du PIB. Toutefois, le marché marocain est le deuxième d'Afrique, après celui d'Afrique du Sud.

Un chiffre d'affaires en hausse de plus de 7% en 2005 : après une année 2004 de repli des primes encaissées de 1,1% provenant du recul de l'assurance vie, le secteur enregistre en 2005 un taux de croissance de 7,4%, tiré à la fois par la performance du secteur non-vie (+5,7%) et par celle du secteur vie (+13,3%) qui profite du développement de la bancassurance. Portée par la performance des produits financiers réalisés, la rentabilité du secteur de l'assurance marocaine a doublé en 2005, le résultat fiscal du secteur ayant atteint 3,2 milliards de dirhams contre 1,6 milliard en 2004.

En 2007, le chiffre d'affaires atteint les 17,67 milliards de dirhams. La bancassurance, davantage règlementée ces dernières années a contribué, en 2006, à près d'un quart du chiffre d'affaires.

Le graphe ci-dessous représente l'évolution des secteurs d'assurance vie et capitalisation et non vie de 2004 à 2007 :



Source : Calcul de la DEPF sur la base des données de **la DAPS**

Figure 1: Part de l'assurance vie et de l'assurance non vie de 2004 à 2007.

I.2.1. Emission de primes

Le montant des émissions a atteint, en 2007, 17,67 milliards de dirhams contre 1,48 milliards de dirhams en 2006, soit une progression de 19,5% contre une augmentation de 12,26% l'année précédente, alors que le PIB, estimé aux prix courants (base 1998), s'est accru de 6,59%. Aussi la part des primes émises en affaires directes dans le PIB (taux de pénétration) est passée de 2.55% à 2.87%. Le montant des émissions se répartit comme suit :

- Les opérations vie et capitalisation avec 5863,93 millions de dirhams en 2005 (33,19% du total), contre 4122,51 millions en 2006 (27,88% du total), soit une forte progression de 42,24%. Cette progression est due principalement à la bancassurance.
- Les opérations non-vie avec 11770,74 millions de dirhams en 2005 (66,63% du total), contre 10610,97 millions en 2006 (71,77% du total), soit une progression de 10,93%.
- Les acceptations en réassurance avec 32,46 millions de dirhams en 2005 contre 50,62 millions en 2006, enregistrant ainsi une régression de 35,88%.

La répartition des émissions par branches et catégories montre, pour sa part, la place prépondérante, pour la première fois, de la branche vie et capitalisation (33,19%), suivie par la catégorie véhicules terrestres à moteur (30,72%).

On constate aussi une forte concentration des émissions. En effet, les catégories d'assurances véhicules terrestres à moteur, accidents du travail et maladies professionnelles et assurances de personnes (accidents corporels - maladie - maternité et assurances vie et capitalisation) représentent à elles seules 84,89%.

La figure suivante illustre l'évolution des émissions directes au Maroc de 2005 au 2007 :

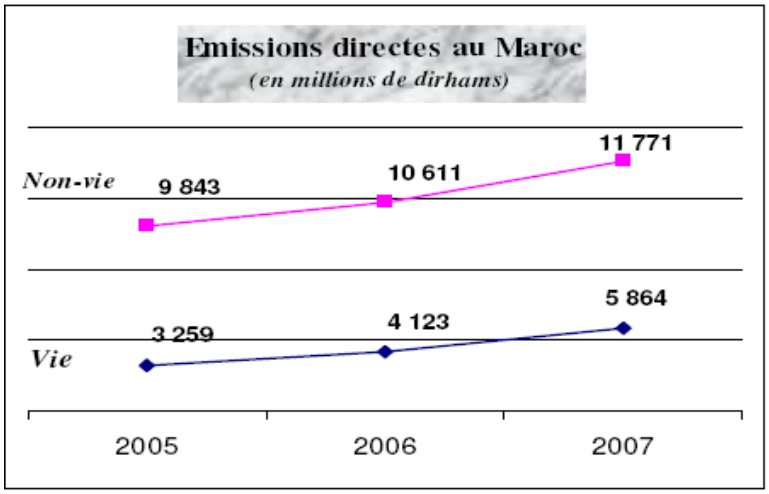


Figure 2 : Emissions directes au Maroc.

I.2.2. Les prestations

Les prestations et frais payés ont atteint 16274.74 millions de dirhams en 2007 contre 14701.96 millions en 2006, soit une augmentation de 10,7%.

Prestations et frais	2004	2005	2006	2007
Vie	3 885,19	4 430,77	6 009,81	7 774,28
Non vie	6 991,17	7 178,60	8 692,15	8 500,45
Ensemble	10 876,36	11 609,38	14 701,96	16 274,74

Tableau 1: Prestations et frais suivant les branches d'assurance.

I.2.3. Les charges

Les charges d'acquisition des contrats ont atteint cette année 1548,24 millions de dirhams contre 1364,04 millions en 2006, soit une augmentation de 13,50%.

Au titre de l'exercice 2007, les autres charges techniques d'exploitation ont atteint 2212,88 millions de dirhams, en diminution de 23,67% par rapport à 2006. Cette diminution est due principalement à l'impact des provisions pour primes impayées constituées pour la première fois en 2006.

La part revenant aux frais du personnel s'est élevée à 896,98 millions de dirhams (40,53% des autres charges techniques d'exploitation), contre 798,53 millions de dirhams l'année précédente (27,54% des autres charges techniques d'exploitation).

Charges techniques d'exploitation	2006	2007
Charges d'acquisition de contrats	1 364,04	**1 548,24**
Autres charges techniques d'exploitation	2 899,17	**2 212,88**
Ensemble	**4 263,20**	**3 761,12**

Tableau 2: Charges techniques d'exploitation (en Mdhs)

I.2.4. Les provisions techniques

Les provisions techniques brutes des entreprises d'assurances se sont établies à fin 2007 à 77165,06 millions de dirhams contre 69828,40 millions l'année précédente, soit une progression de 10,51%.

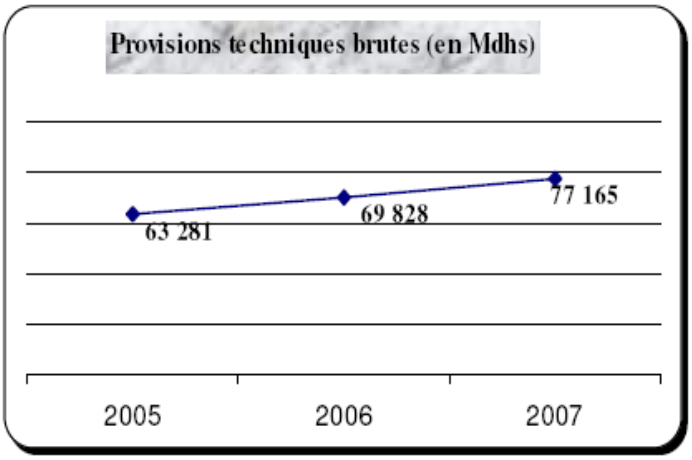


Figure 3: Provisions techniques brutes (en Mdhs).

Par ailleurs, la rubrique placements affectés aux opérations d'assurances» à vu ses chiffres augmenter de 19,43% en 2007 et s'est élevée à 77996,14 millions de dirhams (soit 101,08% des provisions techniques), contre 65308,72 millions de dirhams en 2006 (soit 93,53% des provisions techniques).

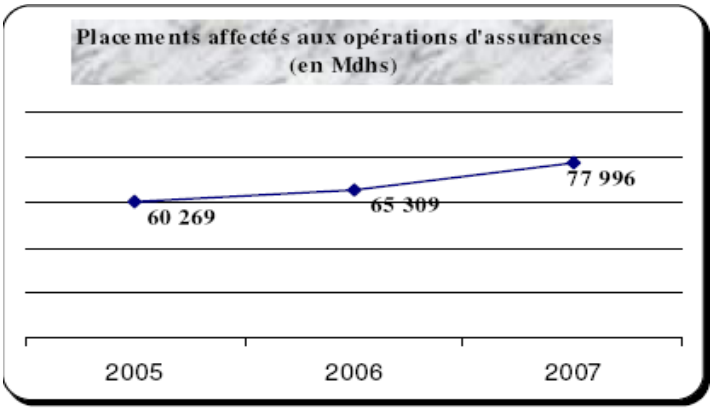


Figure 4: Placements affectés aux opérations d'assurances (en Mdhs).

Au niveau des résultats, il y a lieu de signaler que les opérations d'assurances ont enregistré un excédent technique brut de réassurance de 9943,11 millions de dirhams contre 1773,79 millions en 2006.

Le tableau suivant donne la composition du résultat de l'exercice :

Résultats	Vie	Non vie	Total
Résultat technique brut de cessions hors produits financiers nets	**- 2 536,34**	**236,06**	**- 2 300,29**
Résultat technique brut de cessions	**88,39**	**9 854,87**	**9 943,26**
Résultat technique (cessions)	**- 215,57**	**536,90**	**321,34**
Résultat technique net de cessions hors produit financiers nets	**- 2 320,78**	**- 300,85**	**- 2 621,92**
Résultat technique net de cessions	**303,95**	**9 317,97**	**9 621,92**

Tableau 3 : Résultat technique relatif aux branches d'assurance (en Mdhs)

I.3. La branche vie au Maroc

Par définition, l'assurance-vie est un contrat par lequel l'assureur, en contre partie de la prime qu'il reçoit, s'engage à verser au souscripteur ou à un tiers, désigné par celui-ci, une somme déterminée en cas de décès de l'assuré, ou de survie au-delà d'un âge déterminé. Cette somme peut être un capital ou une rente. Lesquels peuvent se combiner en assurance mixte, il existe d'autres formes d'assurances vie. Il s'agit notamment de:

- L'assurance nuptialité.
- L'assurance complémentaire.
- L'assurance populaire.
- L'assurance groupe.

L'assurance-vie doit jouer un rôle primordial dans la réalisation des objectifs sociaux économiques de notre société. En effet, l'assurance sur la vie dans l'état moderne remplit deux fonctions essentielles. Elle contribue sur le plan économique, à la collecte d'une épargne individuelle importante qui sera bien entendu investie par la suite dans des placements d'intérêt général, dont la collectivité a besoin pour son développement économique, sur le plan social, l'assurance-vie apporte à chacun une sécurité librement décidée en sus des avantages sociaux de protection et de garantie apportée par les divers régimes de prévoyance sociale.

Il faut préciser également que si l'assurance de manière générale est récente au Maroc, l'assurance-vie est encore plus récente, elle n'occupe qu'une place très modeste malgré son évolution. Cela peut être expliqué par quatre facteurs essentiels :

- ***Facteur historique :*** ce type d'assurance fût introduit par les Européens et pour eux même au Maroc, c'est pourquoi elle est récente et peu connue par les citoyens.
- ***Facteur économique :*** ce type d'assurance suppose un revenu élevé, confortable, ce qui n'est pas le cas pour un pays comme le Maroc ou il n'y a pas encore apparition d'une classe moyenne importante qui puisse développer ce genre d'assurance.
- ***Facteur d'information :*** le développement de l'assurance-vie nécessite une importante action d'information et d'explication de l'intérêt garantissant de cette forme d'assurance dans le but d'atteindre la majorité de la population tout en commençant par les associations professionnelles syndicales ou culturelles, les organisations d'œuvres sociales, les offices et organismes publics et privés, les collectivités locales etc. Bref, des efforts d'information sont primordiaux dans ce but.
- ***Facteur religieux :*** certains types de contrats d'assurance vie sont interdits par l'Islam

I.3.1. La branche « Vie et capitalisation » au Maroc en 2007

La conjoncture favorable de l'année 2006 (+12,3%) dans le secteur de l'assurance s'est considérablement renforcée en 2007 avec une progression des émissions de 19,9%, fortement tirée à la fois par la performance du secteur vie et capitalisation (+42,24%) et du secteur non vie (+11,29%).

La branche « Vie et capitalisation, qui représentait jusqu'en 2006 à peine plus du quart du total des primes émises (27%), a fortement progressé en 2007 (+42,24%) pour atteindre 5,86 milliards de dirhams, soit près du tiers du marché, principalement en raison de la forte hausse des assurances individuelles (+90,79%) qui dépassent désormais 4 milliards de dirhams.

A titre de comparaison, sur un marché mature tel que le marché français, la branche «Vie et capitalisation» forme en 2006 68,4% du chiffre d'affaires pour 31,6% au titre de la branche des assurances dommages.

II. Présentation de ZURICH Assurances Maroc

II.1.Historique

Depuis sa création, Zurich regarde à la fois au devant d'elle et autour d'elle. C'est ainsi qu'elle a été le premier assureur en Suisse à offrir des programmes globaux et dès 1912, elle a pu devenir le premier assureur Européen aux Etats-Unis. Au cours des années, elle a continué d'élargir ses activités à travers le monde.

Aujourd'hui, Zurich est une grande compagnie, géographiquement bien implantée sur les marchés clés des deux côtés de l'Atlantique. Elle est également présente dans plusieurs autres points du globe. Son réseau lui permet de coopérer au-delà des limites régionales, nationales ou fonctionnelles. Elle peut ainsi faire bénéficier ses clients de son expertise internationale et de ses connaissances du terrain sur un plan local.

En tant que filiale du groupe Zurich, ZURICH Assurances Maroc est l'héritière d'une longue tradition d'assurance. En mettant à la disposition des entreprises et des particuliers son savoir-faire et son expérience internationale, elle accompagne un Maroc ouvert, moderne, dynamique et résolument tourné vers l'avenir.

ZURICH est installée au Maroc depuis plus de 55 ans. En effet, en 1951, ZURICH démarre son activité d'assureur au Maroc à travers une succursale "ZURICH délégation", pour devenir en 1975 "La Garantie Générale Marocaine", et enfin en 2007 "ZURICH Assurances Maroc". Elle est l'un des principaux assureurs des multinationales et est devenue le partenaire de prédilection de nombreuses entreprises nationales ainsi que d'une clientèle composée de personnes physiques, de petites et moyennes entreprises, de grandes sociétés ainsi que de multinationales. Les besoins individuels de ses clients sont pour ZURICH la préoccupation essentielle. ZURICH, s'attache à trouver pour eux les meilleures combinaisons pour des solutions sur mesure.

Afin d'élaborer et de développer les solutions optimales, ZURICH utilise les meilleures idées et les meilleures méthodes du groupe ZURICH, acteur global, les met en application sur le marché marocain et les perfectionne en fonction des spécificités de ce marché. Zurich Assurances Maroc emploie 130 personnes, elle dispose d'un réseau de distribution d'une quarantaine d'agences dans les principales villes du Maroc et entretient des relations avec de nombreux cabinets de courtage. Elle développe ses activités, principalement dans le secteur des assurances non vie.

II.2. Résultat réalisé par ZURICH assurances Maroc entre 2006 et 2007

En 2006, le Groupe ZURICH FINANCIAL SERVICES, a réalisé une excellente performance, enregistrant un bénéfice d'exploitation et un bénéfice net record, résultats de performances remarquables dans le segment Non Vie et d'une forte croissance en Vie.

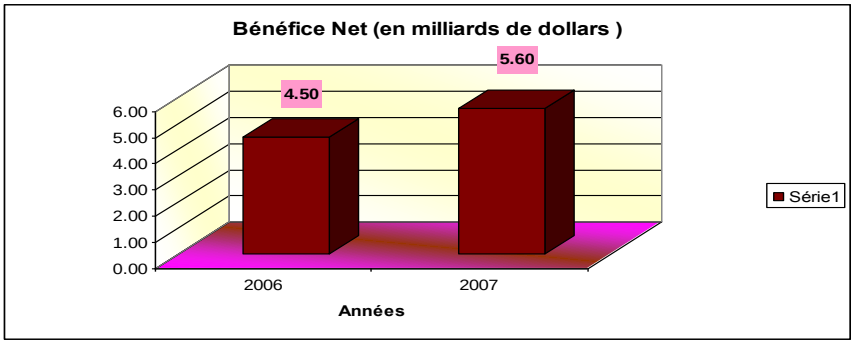


Figure 5: Evolution du bénéfice net de la Zurich en 2006 et 2007.

On remarque une évolution du bénéfice net, il passe de 4.5 Milliard de dollars à 5.6 Milliards de dollars en 2007.

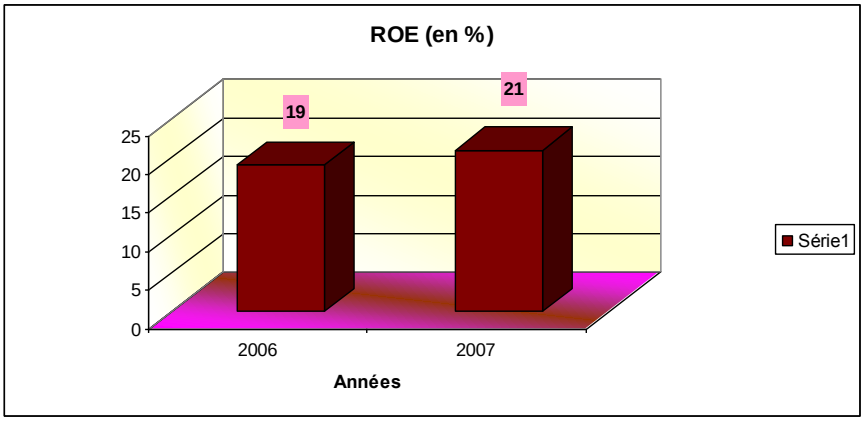


Figure 6: Evolution du ROE de la Zurich en 2006 et 2007.

Le ROE (Return On Equity) est souvent considéré comme l'un des plus importants des ratios financiers. Il mesure la capacité d'une entreprise à générer des profits à partir de ses capitaux propres nets (capitaux moins dettes). Cela permet de voir comment une entreprise génère de la croissance avec chacun des dollars investis. Nous remarquons donc qu'il passe de 19 à 21, une augmentation de 3 %. Nous serions tentés de dire que le résultat Net est en pleine croissance ou encore que les capitaux propres ont baissé. Toutefois, ceci ne nous permet en aucun cas de conclure à une rentabilité des investissements de la Zurich car il se peut que le ROE soit élevé parce que les capitaux propres nécessaires sont très faibles.

a) Chiffre d'affaires

ZURICH Assurances Maroc maintient donc le cap d'une croissance profitable en dépit d'une concurrence très dure et d'un marché en constante évolution. C'est ainsi que pour cette année 2007, elle a enregistré une progression record de son Chiffre d'affaires de 23,4% contre 5,4% l'année précédente, dépassant ainsi largement la progression globale du secteur, qui est de 19,9%.

Chiffre d'affaires 2007 (en DH)	**621 300 000**
Effectifs	130
Agences	30
Part de marché assurances non vie 2007	5,11%

Tableau 4: Evolution de Zurich Assurances Maroc en 2007.

b) Composition du portefeuille

S'agissant de la composition du portefeuille, nous remarquons la dominance de la branche automobile, accidents corporels et accidents du travail.

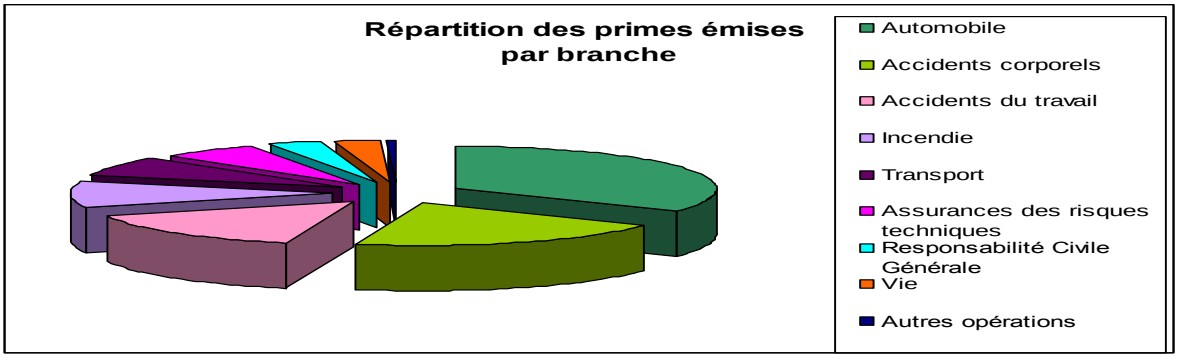


Figure 7: Répartition des primes émises par branche.

c) Lancement de nouveaux produits

L'année 2007 a été marquée par le lancement de trois nouvelles solutions d'assurance. En octobre ZURICH Assurances Maroc, a lancé un nouveau produit packagé destiné à la couverture des hôtels, maisons d'hôtes et riads. La mise en place de ce produit vise à accompagner la vision 2010 qui prévoit 10 millions de touristes et un investissement en infrastructures hôtelières de 30 milliards de Dirhams.

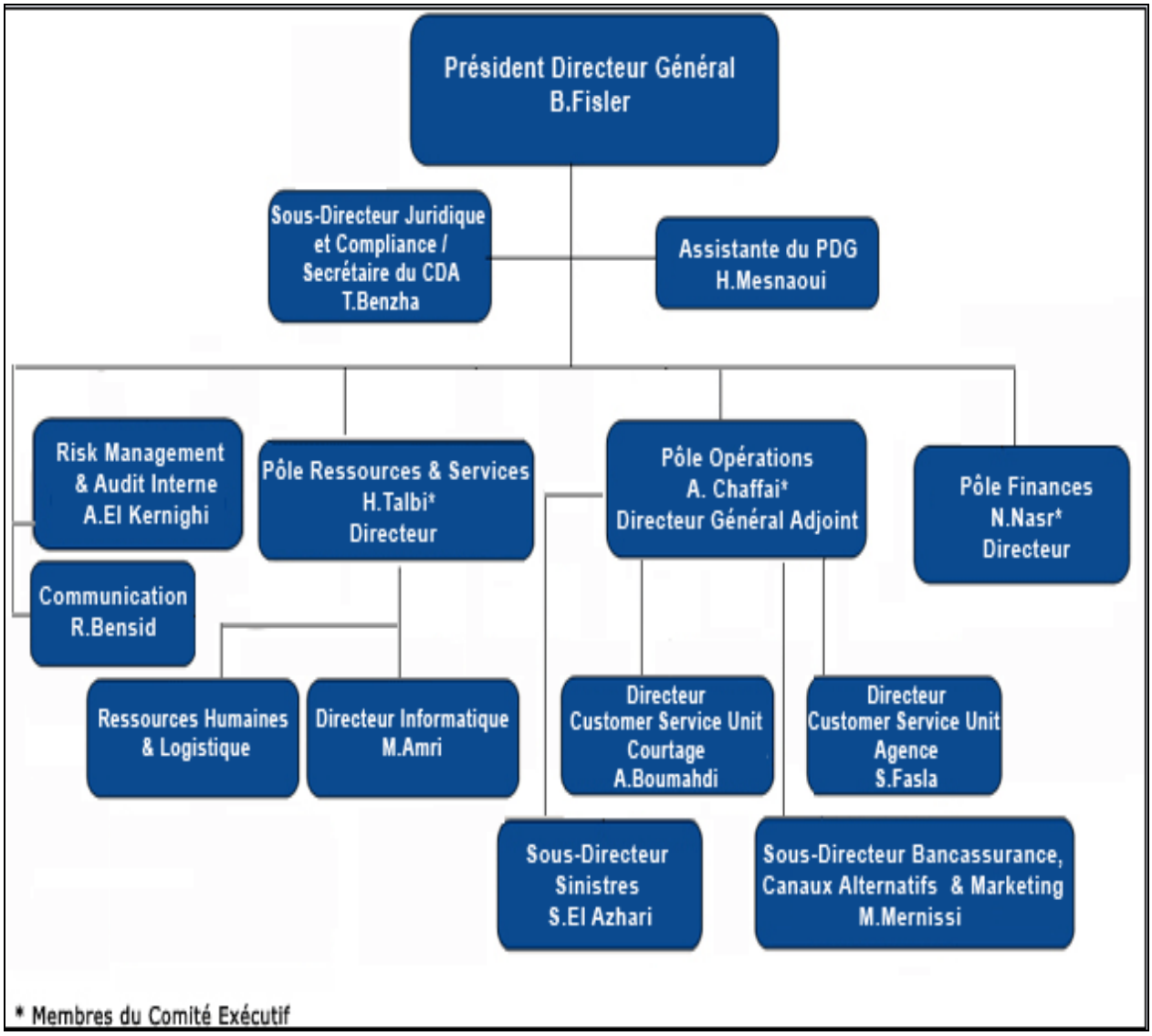
En novembre, ZURICH Assurances Maroc a élaboré une solution Automobile spécifiquement dédiée aux fonctionnaires, aux salariés et retraités des ministères, administrations, organismes, offices et établissements publics. Le but étant de permettre à son réseau de :

- Cibler une catégorie socioprofessionnelle à très fort potentiel,
- Faire connaître sa marque à de nouvelles niches non encore exploitées jusqu'ici,

- Développer le Chiffre d'Affaires Automobile en se positionnant comme l'un des assureurs partenaires de la Fonction Publique,
- Proposer une formule d'assurance complète via son réseau, qui soit adaptée aux exigences et aux attentes des fonctionnaires.

d) <u>Organigramme</u>

La figure ci-dessous présente l'organigramme de ZURICH Assurances Maroc



<u>Figure 8</u>: Organigramme de Zurich Assurances Maroc.

III. Système de retraite au Maroc

Au Maroc comme dans de nombreux pays, la pérennité des systèmes de retraite est remise en question et leur réforme se pose avec acuité.

L'urgence en a fait un domaine prioritaire dans la politique menée par le gouvernement marocain en matière économique et sociale, comme en témoigne la diligence d'études actuarielles des régimes de retraite en vigueur, l'initiation depuis quelques années d'un processus visant la réforme des régimes de retraite et la mise en place, en janvier 2004, d'une commission nationale chargée de concevoir l'architecture du nouveau système et de proposer les mesures de la réforme à entreprendre. L'étude de cette réforme est en cours et devrait prendre fin au terme de l'année 2009.

En effet, la problématique des équilibres financiers des régimes de retraite marocains constitue une menace pour leur avenir. A la base de cette menace, le système de « répartition », système choisi par les différents régimes et l'amorce d'une transition démographique marquée notamment par la baisse de la fécondité et l'allongement de l'espérance de vie.

III.1. Les composants du système de retraite au Maroc

Se composant de six régimes, le secteur de la retraite au Maroc se caractérise par sa diversité ; chaque régime applique des règles propres aussi bien en matière de financement que de calcul des prestations et des conditions de leur octroi. Parmi les 6 régimes de retraite : 4 sont à caractère général et 2 sont des régimes internes.

- *La Caisse Marocaine des Retraités (CMR)* : c'est un établissement public jouissant de l'autonomie administrative et financière, institué en 1930.
- *La Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS) :* c'est un établissement public placé sous la tutelle du Ministère de l'Emploi et de la Formation Professionnelle.
- *Le Régime Collectif d'Allocation de Retraite (RCAR) :* Institution dotée de la personnalité morale et de l'autonomie financière, et régime de retraite.
- *La Caisse Interprofessionnelle Marocaine de Retraités (CIMR) :* c'est un régime dont l'affiliation est facultative, est ouvert aux salariés du secteur privé à titre de régime complémentaire à celui de la CNSS.
- *La Caisse Commune de Retraite de l'ONE :* créée en 1952 au profit du personnel des entreprises de production, de transport et de distribution d'eau et d'électricité au Maroc, elle compte 18 régies adhérentes en plus de l'ONE.
- *La Caisse de la Banque du Maroc.*

III.2. La réforme du secteur de la retraite : un processus continu

Faisant face aux insuffisances entachant le système de retraite, le Maroc s'est engagé depuis plusieurs années dans un processus de réforme et a instauré une Commission Nationale qui se penche sur la définition du futur système de retraite marocain.

Le système de retraite est un chantier qui occupe désormais une place de choix dans la politique menée par le gouvernement en matière économique et sociale.

III.3. Retraite complémentaire

Les retraites complémentaires peuvent être séparées en deux catégories : les régimes à prestations définies, qui donnent naissance à un passif social pour l'entreprise, et les régimes à primes définies.

Les régimes à prestations définies consistent à garantir, au moment du départ en retraite, une pension dont le montant est prédéterminé par l'acte juridique mettant en place le régime. Quant aux régimes à primes définies, ils consistent à verser des primes, dont le montant est fixé par l'acte juridique mettant en place le régime. Ces primes vont être capitalisées jusqu'au moment du départ à la retraite du salarié et converties en une rente payable à vie.

Pour les retraites complémentaires, on assiste depuis quelque temps à une prise de conscience, les personnes s'y engagent de plus en plus par le biais de la bancassurance, sachant que trop rares encore sont les entreprises qui proposent à leurs salariés « un deuxième étage » au niveau de leur retraite alors que la retraite de base s'avère souvent insuffisante en termes de revenus.

Cette tendance est encouragée par les avantages fiscaux que l'Etat consent à ceux qui contractent une retraite complémentaire. En effet, les avantages fiscaux sont probants pour un produit d'épargne retraite et sont incomparables avec les produits d'OPCVM qui sont, eux, fiscalisés. En effet, l'épargne retraite est totalement défiscalisée en cas de non-déduction des primes du revenu.

C'est dans ce sens que ZURICH Assurances Maroc a choisi d'élaborer un nouveau produit d'assurance vie qui s'inscrit dans le cadre du régime de retraite complémentaire. Il s'agit du produit « Epargne Retraite Individuelle », objet du présent travail.

Dans la suite nous allons tout d'abord présenter les caractéristiques des contrats d'assurance vie, ensuite nous allons présenter le produit « Epargne Retraite Individuelle » et faire la tarification et le provisionnement.

PARTIE II

Tarification et constitution de Provisions

Dans cette Partie, nous allons simuler l'épargne constituée pour un individu d'âge x, calculer le tarif de la garantie complémentaire « prévoyance », et ensuite constituer les provisions mathématiques et les provisions de gestion pour les deux garanties.

CHAPITRE 1: Présentation du Produit « Epargne Retraite Individuelle »

Introduction

La constitution de l'épargne présente aussi bien pour les particuliers que pour les entreprises, un matelas de sécurité garantissant un avenir certain et moins risqué, il en est de même pour la prévoyance. L'aspect attractif du contrat « Epargne Retraite Individuelle », réside dans ces deux garanties. Dans un premier temps, nous allons présenter les caractéristiques des produits d'assurance vie en général et par la suite présenter notre produit.

I. Caractéristiques des contrats d'assurance vie

I.1. Types de garanties en assurance vie

On distingue généralement en assurance vie deux types de garanties :

- **Assurance décès ou de survie :** Dans ce cas, la couverture du risque s'appuie sur le principe de la mutualisation des risques.
- **Opération d'épargne (bons de capitalisation ou contrats d'assurance du type capital différé avec contre-assurance)** : L'épargne est constituée des primes versées par l'assuré et des produits financiers obtenus sur le placement de ces primes.

Cependant, cela n'empêche pas l'existence de contrats comprenant et une composante « assurance d'un risque » et une composante « épargne ».

I.2. La durée de vie d'un contrat d'assurance vie

En assurance vie, la durée des contrats occupe une place très importante car il s'agit ici d'une opération à long terme et les contrats sont en général de durée au moins égale à 8 ans sauf pour les contrats temporaires décès qui ont une durée de 1 an renouvelable par tacite reconduction.

I.3. Les conditions lors de la souscription du contrat

Les conditions prévalant lors de la souscription des contrats sont d'une importance majeure dans la détermination des résultats futurs. Parmi ces conditions, il y a :

- La population assurée et la mortalité spécifique qui lui est attachée.
- Le taux d'intérêt garanti contractuellement.
- Le taux d'intérêt effectif.

I.4. Réglementation relative aux contrats d'assurance vie (épargne, capitalisation)

Le projet de loi de finances 2009 propose de ramener de 10 ans à 8 ans la durée minimale des contrats individuels ou collectifs d'assurance retraite et de capitalisation pour pouvoir bénéficier des déductions, abattements et exonérations prévus par la législation.

En effet, pour ce qui est des contrats d'assurance retraite, les souscripteurs auront le droit de déduire, dans la limite de 6% de leur revenu global imposable, les primes se rapportant aux contrats d'une durée égale au moins à 8 ans (au lieu de 10 ans) et dont les prestations seront servies aux bénéficiaires à partir de l'âge de 50 ans révolus.

En ce qui concerne les contrats de capitalisation, il faut savoir que les primes ne sont pas déductibles du revenu imposable. Toutefois, les prestations servies au terme des contrats seront exonérées de l'impôt sur le revenu si leur durée est au moins égale à 8 ans (au lieu de 10 ans).

I.5. Réglementation relative aux contrats d'assurance vie (décès invalidité)

Les contrats d'assurance vie garantissant à la fois le décès proprement dit et l'invalidité totale et définitive bénéficient d'une exonération, y compris la fraction de prime correspondant à l'invalidité dont la garantie constitue un simple accessoire à celle relative au décès.

II. Présentation du produit « Epargne Retraite Individuelle »

II.1. Définition et objet

De manière schématique, ce contrat prévoit deux garanties :

- **Garantie Epargne Retraite** : équivalent à la capitalisation pure sans viager, l'âge limite est 60 ans (âge de retraite).
- **Garantie Complémentaire décès et invalidité**: ce décès peut être imputé à toute cause, et l'invalidité est absolue ou définitive.

II.2. Parties prenantes au contrat

- **Souscripteur** : La personne physique ou morale qui signe le contrat et s'engage au paiement des primes.
- **Assuré** : La personne physique sur la tête de laquelle les risques reposent, âgée au plus de 60 ans, sauf stipulations contraires mentionnées aux dispositions particulières.
- **Bénéficiaire** : La personne physique ou morale qui percevra la prestation en cas de décès de l'assuré.
- **Assureur** : Zurich Assurances Maroc, appartenant au Groupe Zurich Financial Services, désignée aux dispositions particulières

II.3. Paramètres du contrat épargne

Nous faisons référence aux paramètres prédéterminés par le contrat lui-même et à ceux dépendant du marché.

- **Les primes :** Le souscripteur fixe librement le montant de la prime, ainsi que sa périodicité, en respectant les minimums suivants : 100 DH par mois, 300 DH par trimestre, 600 DH par semestre et 1 200 DH par an. Il peut également faire des versements exceptionnels.
- **Le taux minimum garanti :** Les primes versées nettes des frais d'acquisition sont revalorisées au taux minimum garanti réglementaire auquel s'ajoute la participation aux bénéfices dégagés par l'assureur.
- **Le taux de participation aux bénéfices :** Le taux de participation aux bénéfices générés par le placement des fonds collectés par l'assureur, est fixé à 90% des bénéfices dégagés. Ces bénéfices sont calculés conformément à la réglementation en vigueur.
- **Les frais :** Ils sont prélevés par l'assureur pour faire face à ses charges de gestion :
  - **sur prime :** Ces frais fixés aux dispositions particulières, sont exprimés en pourcentage des primes versées périodiquement ou exceptionnellement sans dépasser 4% du montant des versements.
  - **sur encours :** Ces frais de 0,50 % s'appliquent annuellement sur l'épargne gérée et sont prélevés sur la participation aux bénéfices.
  - **sur arrérage :** Ces frais s'appliquent sur chaque arrérage versé conformément à la réglementation en vigueur au moment du service de la rente.

II.4. Rachat total ou partiel

A tout moment, l'assuré peut demander le rachat total ou partiel de son contrat dans les conditions fixées par le règlement général. Si la demande de rachat intervient durant les 3 premières années d'adhésion au contrat, l'assureur opère une retenue forfaitaire de 5%, représentant les frais de gestion non amortis.

II.5. Options au terme

Au terme du contrat (âge limite maximum 60 ans), l'assuré pourra au choix bénéficier de l'épargne constituée sous l'une des formes suivantes :

- Versement intégral du capital constitué.
- Conversion de tout ou d'une partie de ce capital en rente viagère payable trimestriellement à terme échu.
- Conversion d'une rente viagère réversible à 100% au profit du conjoint.
- Conversion de tout ou d'une partie du capital en rente certaine payable trimestriellement à terme échu sur 5, 10, 15, 20 ou 25 ans.

En cas de décès du rentier, au moment du service de la rente certaine, l'assureur versera la totalité du capital restant dû au(x) bénéficiaire(s) désigné(s).

II.6. La garantie complémentaire « Prévoyance »

Cette garantie prévoit, un capital supplémentaire égal à l'épargne constituée au terme titre du dernier exercice inventorié déduction faite de toute avance ou rachat effectué, dans les situations suivantes :

- Décès.
- Invalidité absolue toute cause confondue (voir annexe 1).
- Invalidité définitive quelle qu'en soit la cause.

II.6.1. Primes - Modalités de paiement

Au 1er janvier de chaque année, l'assureur détermine le montant de la prime de la garantie prévoyance, en fonction de l'âge de l'assuré et de l'épargne constituée au terme de l'exercice écoulé (déduction faite de toute avance ou rachat effectué). Le montant de ladite prime sera prélevé du compte individuel du contrat.

II.6.2. Frais

Conformément à l'instruction n° 20 du ministre des finances, il est appliqué un chargement égal à 0,75‰ du capital garanti par année de durée de contrat.

CHAPITRE 2: Tarification de la garantie « prévoyance »

I. Paramètres et hypothèses de calcul

En ce qui concerne les paramètres, ils sont de deux types. D'une part, nous avons les paramètres variables qui dépendent de l'assuré et d'autre part nous avons les paramètres fixes relatifs au produit. Dans ce qui suit nous allons exposer les paramètres et les hypothèses utilisées lors de nos calculs.

I.1. Paramètres variables

- L'âge de l'assuré ($\mathbf{X_0}$) : âge auquel l'assuré signe le contrat.
- L'âge de sortie de l'assuré ($\mathbf{X_s}$) : âge auquel l'assuré met fin au contrat.
- Le fractionnement **(k)** : la périodicité de prime, elle est choisie librement par le souscripteur.
- Date de souscription : date à laquelle le contrat est effectivement souscrit.
- La prime

I.2. Paramètres fixes afférents au produit

- Taux de commissions ($\boldsymbol{T_{com}}$) : 2%
- Chargements sur les encours($\mathbf{T_{chg}}$) : 0.5%
- Taux de participations aux bénéfices ($\mathbf{T_{PB}}$) : 90% Bénéfices.
- Taux minimum garanti($\boldsymbol{T_{mg}}$) : 3%.
- Profil d'investissement : Obligataire de 10 ans.

I. 3. La table de mortalité

Le contrat « Epargne Retraite Individuelle », étant un produit d'assurance vie à deux garanties, une épargne excluant tout viager et donc ne faisant pas référence à la table de mortalité, et une seconde garantie, la complémentaire décès ou encore la contre assurance, qui par contre tient compte bien évidemment du viager. Nous avons eu à choisir une table de mortalité. Pour ce faire, nous avons utilisé une table de mortalité réglementaire (DAPS) TD 88 -90.

De plus pour desservir aux assurés une rente viagère trimestrielle payable à terme échu nous avons utilisé la TV 88-90.

I. 4. Le taux minimum garanti

Il s'agit de l'un des paramètres que nous allons utiliser tout au long du travail. Avant de fixer ce paramètre, nous allons définir ce taux, ensuite montrer l'historique du taux plafond de 1942 à 2009 et enfin nous allons exposer la méthode utilisée par la DAPS pour calculer ce taux.

a) Définition

Les taux d'intérêt retenus pour l'établissement des tarifs relatifs aux opérations d'assurances de la vie et de capitalisation pratiqués par les entreprises d'assurances doivent être au plus égal à 70% du taux moyen des emprunts de l'Etat calculé sur une base semestrielle sans pouvoir dépasser le taux de 3.5 %, ou 85 % de ce taux moyen.

Le taux moyen à utiliser pour chaque semestre civil est celui dégagé à partir des taux observés durant les six mois antérieur au mois qui précède le semestre concerné. Les taux observés sont ceux utilisé par Bank-Al-Maghreb pour l'établissement de la courbe des taux conformément à l'arrêté n°2304-95 du 17 rabii II 1416 (13 septembre 1995), fixant les conditions d'évaluation des valeurs apportées à un organisme de placement en valeurs mobilières ou détenues par lui.

Le taux global de revalorisation d'un contrat d'assurance vie est calculé à partir de deux éléments : le taux minimum garanti et la participation aux bénéfices. Le taux minimum garanti correspond à la valorisation minimale des contrats garantis par l'assureur. Il peut être : viager ou temporaire, fixe ou variable suivant un indice de référence fourni par un marché réglementé (par exemple, le taux moyen des emprunts de l'Etat Marocain), fixé annuellement ou semestriellement pour l'année suivante. Dans ce dernier cas, le taux minimum garanti est appelé le TMAA (Taux Minimum Annuel Annoncé).

Après avoir parlé de l'historique, nous allons montrer la méthode de calcul de ce taux plafond par la DAPS et de ce fait, nous allons calculer le taux minimum garanti que nous allons utiliser dans toute la simulation.

b) Historique du taux minimum garanti plafonné

Conformément à l'article 15 de l'arrêté du livre 3 du bulletin officiel, le taux minimum plafonnée, doit être déterminé par l'administration (DAPS) en faisant référence aux taux moyens des emprunts de l'état, et devra être transmis aux compagnies d'assurances en tant que taux seuil. Avant 2005, le taux minimum garanti a connu une évolution modeste, mis à part la période d'application s'étalant de 1985 au 2002, où il était assez élevé. Ceci est dû à la conjoncture économique particulière qui prévalait en ce moment.

Le tableau suivant représente l'historique du taux appliqué :

Période d'application	Taux appliqué (%)
30 juin 1942 au 31 décembre 1984	3,50%
1 janvier 1985 au 31 décembre 2002	Rentes immédiates : 5,00% Temporaires au décès : 4,00% Autres contrats : 4,50%
1er janvier 2003 au 31 décembre 2005	3,25%
1er janvier au 30 juin 2006	3,25%
1er juillet au 31 décembre 2006	3,00%
1er janvier au 30 juin 2007	2,75%
1er juillet au 31 décembre 2007	2,50%
1er janvier au 30 juin 2008	2,70%
1er juillet au 31 décembre 2008	2,95%
1er janvier au 30 juin 2009	3,00%

Tableau 5: Evolution du taux d'intérêt servant de base aux tarifs de l'assurance vie.

En faisant référence à ce tableau reflétant l'historique des taux plafond, on voit que ce taux est fixé à 3,5% de 1942 à 1984. On remarque par contre, des taux particulièrement élevés entre 1985 et 2002, ceci peut être expliqué par la conjoncture particulière qui prévalait en ce moment. Ces taux étant trop élevés, il s'est avéré nécessaire de se référer aux émissions des bons de trésors sur cette période. Ainsi, nous avons pu trancher que la compagnie d'assurance ne pourrait pas atteindre un tel taux, puisque le taux des placements (portefeuille obligataire) est en dessous de ce dernier.

c) Méthode de calcul du taux minimum garanti

Depuis 2005, la Direction des Assurances et de Prévoyance sociale évalue le taux minimum garanti en se basant sur une méthode bien précise. Elle se déroule suivant les différentes étapes suivantes :

1. Considérer la courbe des taux journaliers publié par Bank Al Maghreb.
2. Déterminer un taux journalier de ces émissions en faisant une moyenne arithmétique simple.
3. Déterminer les taux mensuels en faisant la moyenne.

4. Evaluer ainsi le taux moyen de chaque semestre en prenant la moyenne arithmétique des taux mensuels précédemment évalués durant les six mois antérieurs au mois qui précède le semestre concerné.
5. Calculer les taux minimum en faisant les 70% des taux moyens semestriels précédemment évalués en prenant soin de faire l'arrondi.

En faisant la moyenne des TMG obtenus sur la période s'étalant de 1982 et 2002 on a un taux égal à **3%**.

I.5. Le profil d'investissement

Après avoir fixé le taux minimum garanti, nous allons émettre des hypothèses quant aux placements financiers effectués par la Zurich.

Les différents types de profils sont définis compte tenu de l'aversion au risque de la compagnie : plus l'entreprise est averse au risque moins son profil est dynamique. Une compagnie d'assurance doit faire des placements de tout genre, soit dans l'immobilier, soit dans les actions, dans les obligations, ou dans les immobilisations corporelles incorporelles ou financières.

En se référant au Bilan 2007 de Zurich Assurances Maroc on peut dresser le profil suivant :

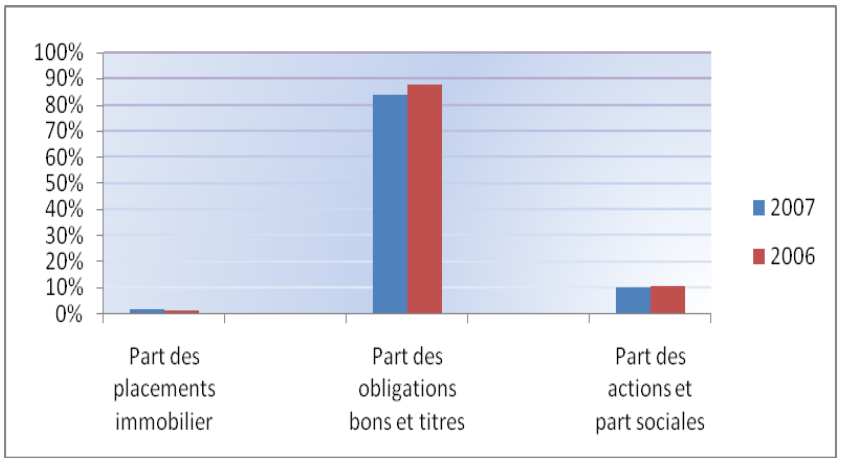


Figure 9 : Profil d'investissement de Zurich Assurances Maroc pour les années 2006-2007.

Exercice	2006	2007
Placements affectés aux opérations d'assurances	1 745 412 843	1 908 766 931
Part des placements immobiliers	1%	1%
Part des obligations bons et titres	88%	84%
Part des actions et part sociales	10%	10%

Tableau 6: Répartition des placements de Zurich Assurances Maroc

pour les exercices 2006-2007.

Nous remarquons qu'environ 80% des placements affectés aux opérations d'assurances sont effectués dans les obligations, bons de trésors et titres, tandis qu'environ 10 % sont mis dans les actions et part sociales. Il s'agit là d'un profil d'investissement certain et très peu dynamique.

Pour pouvoir garantir un capital ou une rente à un assuré qui souscrit une épargne retraite, et garantir un capital en cas de souscription à la garantie décès , la compagnie doit avoir un profil d'investissement constitué en grande partie d'obligations et de bons de trésor long terme (10 ans , 15 ans , 20 ans , 30 ans).

Pour les raisons déjà mentionnées, nous avons dans un premier temps fait l'hypothèse que Zurich assurances Maroc investissait dans des bons de trésors de maturité 10 ans.

Hypothèse : Investissement dans des bons de trésors de 10 ans

I. 6. Les participations aux bénéfices

Les participations aux bénéfices dépendent des bénéfices qui peuvent être financiers ou techniques, générés par l'assureur. En ce qui concerne les bénéfices financiers, ils résultent de la politique de gestion financière de la compagnie d'assurance, et surtout de stratégies d'allocation d'actifs sur lesquels sont adossés les contrats.

Plus le portefeuille est à dominance obligataire plus les produits financiers générés sont certains. L'espérance de rendement sera en moyenne plus élevée pour un portefeuille dominant en actions (risque plus important) que pour un portefeuille à dominance obligataire (moins risqué mais garantissant des revenus plus réguliers).

Pour évaluer ces participations aux bénéfices, il serait important d'évaluer tout d'abord les produits financiers générés par les primes encaissées et les provisions mathématiques constituées. Après déduction faite des engagements de l'assureur vis-à-vis de cet assuré, les bénéfices sont évalués. Par la suite, les participations aux bénéfices sont égales à 90 % des bénéfices en se référant aux paramètres un peu plus haut.

II. Simulation de l'épargne constituée

Après avoir explicité et évalué tous les paramètres nécessaires à cette simulation, nous allons reconstituer l'épargne. Soit un individu d'âge x et sortant à l'âge X_s Au bout de n années de primes, on a :

1ère Etape : Epargne revalorisée au taux minimum garanti

$$\mathbf{K_1^1 = 0}$$

$$\mathbf{K_2^1 = ((K_1^1 + P * (1 - T_{com})) * (1 + T_{mg})}$$

$$\mathbf{K_3^1 = ((K_2^1 + P * (1 - T_{com})) * (1 + T_{mg})}$$

… …

… …

$$\mathbf{K_n^1 = ((K_{n-1}^1 + P * (1 - T_{com})) * (1 + T_{mg}}$$

Où $\mathbf{K_n^1}$: Epargne revalorisée au taux minimum garanti au bout de n années de prime

P : la prime versée par l'individu à une date donnée

$\mathbf{T_{com}}$: Taux de commissions

$\boldsymbol{T_{mg}}$: Taux minimum garanti de l'année

On obtient alors :

$$\mathbf{K_n^1 = P * (1 - T_{com}) * \frac{(1 + T_{mg}) * ((1 + T_{mg})^n - 1)}{T_{mg}}}$$

- **Prise en compte du fractionnement**

Soit **k** : le fractionnement désiré par l'individu

$$\mathbf{K_n^1 = \frac{P}{k} * (1 - T_{com}) * \left(\frac{\left(1 + \frac{T_{mg}}{k}\right) * \left(\left(1 + \frac{T_{mg}}{k}\right)^n - 1\right)}{\frac{T_{mg}}{k}} \right)}$$

- **Evaluation du taux minimum garanti**

$$\mathbf{T_{mg} = (1 + T_1)^{\frac{1}{2}} * (1 + T_2)^{\frac{1}{2}} - 1}$$

Ou $\mathbf{T_1}$: Taux minimum garanti plafonné de la DAPS du semestre 1 de l'année en cours.

$\mathbf{T_2}$: Taux minimum garanti plafonné de la DAPS du semestre 2 de l'année en cours.

2ème Etape : Epargne revalorisée aux participations aux bénéfices

$$\boldsymbol{K_n^2 = K_n^1 + \mathrm{Pb}}$$

Avec K_n^2 : Epargne revalorisée aux participations aux bénéfices et au taux minimum garanti

Pb: Participation aux bénéfices

3ème Etape : Epargne Finale déduction faite des frais sur encours

$$\boldsymbol{K_n^3 = K_{n-1}^3 * (1 - \mathrm{T_{chg}})}$$

Où $\mathbf{T_{chg}}$: Taux sur encours

$\boldsymbol{K_n^3}$ **:** Epargne finale après déduction des frais sur encours

III. Tarification de la prévoyance

Pour pouvoir assurer une garantie prévoyance et garantir un capital égal à l'épargne constituée au terme titre du dernier exercice avant la survenance du décès, l'assureur se doit d'évaluer le tarif correspondant à cette garantie et ceci au 1er Janvier de chaque année.

Le capital à garantir évoluant chaque année, cette prime étant fonction de l'épargne va évoluer chaque année suivant l'évolution de l'épargne. Nous obtenons le déroulement suivant pour un assuré d'âge **x** :

$\boldsymbol{P^1 = K_1^3 * q_x}$	$\boldsymbol{q_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{lx}}$
$\boldsymbol{P^2 = K_2^3 * {}_{1/}q_x}$	$\boldsymbol{{}_{1/}q_x = 1 - \frac{l_{x+2}}{l_{x+1}}}$
$\boldsymbol{P^3 = K_3^3 * {}_{2/}q_x}$	
……..	
……..	
$\boldsymbol{P^n = K_n^3 * {}_{n-1/}q_x}$	$\boldsymbol{{}_{n/}q_x = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_{x+n-1}}}$

$\boldsymbol{{}_{n/}q_x}$: Probabilité de décéder l'âge x+n sachant qu'on a survécu à x+n-1.

En calculant ces primes on évalue des primes annuelles croissantes. On peut évaluer également une prime annuelle constante qui serait égale à :

$$\mathbf{PAP} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} P^i}{\ddot{a}_{x:n}}$$

IV. Options au terme

En se référant aux modalités de ce produit l'individu peut opter soit pour un capital, soit pour une rente viagère, soit pour une rente certaine (5 ans, 10 ans, 15 ans, 20 ans). L'objectif de cette partie est d'évaluer les différentes options au terme qu'un assuré d'âge x peut avoir.

1ère Cas : Capital

En ce qui concerne le capital, il s'agit en fait de l'épargne constituée par cet individu au bout de n année de prime.

On a :

$$\mathbf{K = K_n^3}$$

2ème Cas : Rente viagère trimestrielle

$\mathbf{K_n^3}$: L'épargne de l'individu, constituée pendant ces n années de primes. Cette dernière est encore égale au capital garanti à l'individu. On veut évaluer la rente viagère trimestrielle payable à l'individu à terme échu. Pour un assuré d'âge x, au début de la souscription du contrat, et $\mathbf{X_s}$ l'âge de sortie de cet individu, nous avons donc :

$$R = \frac{K_n^3}{a_{x+n}{}^{(4)}}$$

Avec :

$$a_{x+n}{}^{(m)} = a_{x+n} + \frac{m-1}{2m}$$

Où $a_{x+n}{}^{(m)}$: la valeur actuelle de 1 DH payable trimestriellement à terme échu jusqu'au décès. Dans le cas trimestriel nous avons m=4 d'où :

$$\mathbf{a_{x+n}}^{(4)} = \mathbf{a_{x+n}} + \mathbf{0,375}$$

3ème Cas : Rente certaine

On note **k** : le nombre d'années sur lesquelles les rentes sont effectuées. Le contrat stipule que **k** ϵ {5 ans, 10 ans ,15 ans 20 ans}. Cette rente étant payable à terme échu. Au bout de n années de primes nous avons :

$$\mathbf{K_n^3 = R * a_n}$$

K_n^3 : Epargne finale constituée par l'individu.

Avec **R** : la rente. D'où :

$$\mathbf{R = \frac{K_n^3}{a_n}}$$

V. Application numérique : Epargne et tarif Prévoyance

Dans cette partie, nous allons illustrer les résultats obtenus en se basant sur les formules précédemment exposées. Nous considérons un individu d'âge x, qui souscrit à ce contrat plus précisément aux deux garanties (Epargne et Prévoyance), quand bien même la prévoyance reste facultative, nous avons simulé l'épargne, les primes de prévoyance et pour finir les options au terme. Les tableaux sont présentés dans ***les Annexe 5 et 6.***

En ce qui concerne l'épargne constituée, elle est progressive et elle augmente d'année en année, le graphe suivant montre cela :

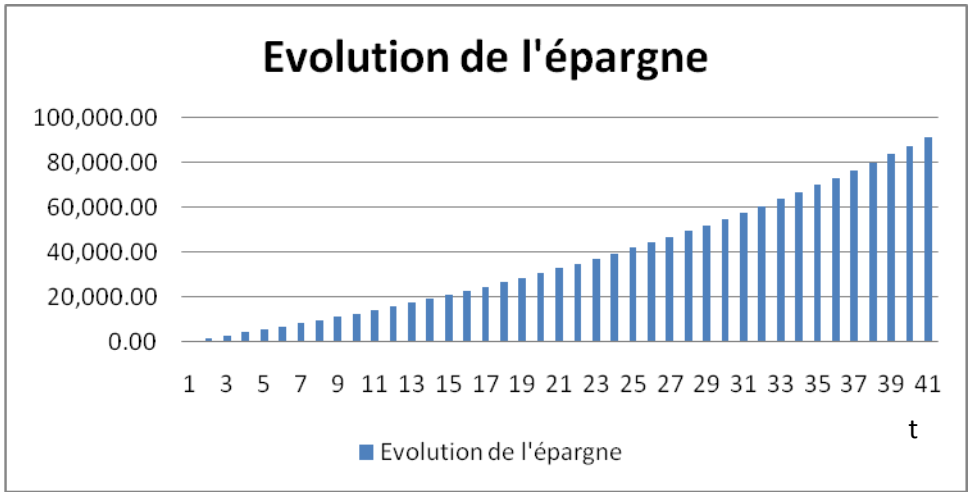


Figure 10 : Evolution de l'épargne constituée année par année.

VI. Etude de sensibilité aux paramètres de simulation

VI.1. Sensibilité au taux de commissions

On considère l'épargne d'une année donnée et on fait varier le taux de commissions. Le graphe ci-dessous illustre cela :

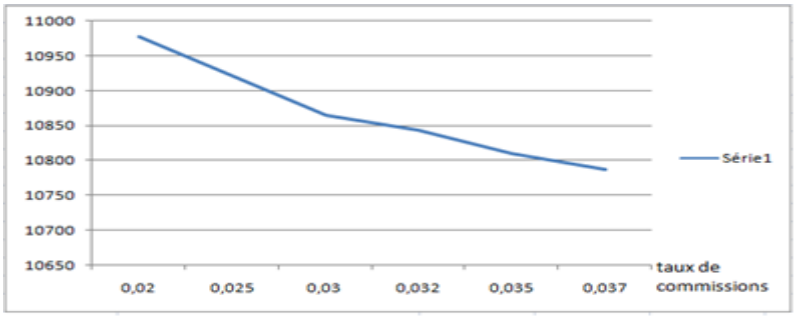


Figure 11 : Evolution de l'épargne constituée selon le taux de commissions.

On remarque que l'augmentation du taux de commissions a un impact négatif sur la croissance de l'épargne constituée, ce qui est normale puisque plus les frais d'acquisition n'augmentent moins l'épargne constituée s'accumule.

Ce paramètre est intrinsèque au produit, il doit être choisi, par souci de maximiser et la rentabilité et la solvabilité, il doit donc être raisonnablement choisi.

VI.2. Sensibilité au taux de chargement sur encours

Le taux de chargement sur encours influe négativement la croissance de l'épargne constituée. En effet, les frais sur encours sont des charges destinées à la gestion de l'épargne, et donc plus ces charges qui sont déduites de l'épargne augmentent plus l'épargne constituée va diminuer. Le graphe ci-dessous illustre cela :

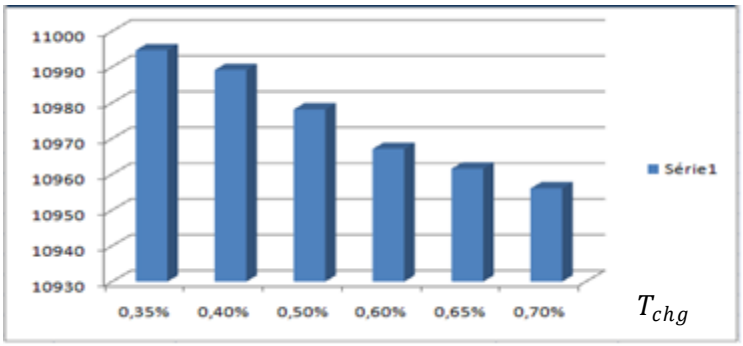


Figure 12 : Evolution de l'épargne constituée selon le taux de chargement sur encours.

VI.3. Sensibilité au taux minimum garanti

Quant au taux minimum garanti plafonné par la DAPS, son augmentation permet de garantir une épargne de plus en plus considérable. Ceci s'explique par le fait que l'épargne constituée est revalorisée au taux minimum garanti fixé par la DAPS comme précisé auparavant. On remarque bien cela à travers le graphe suivant :

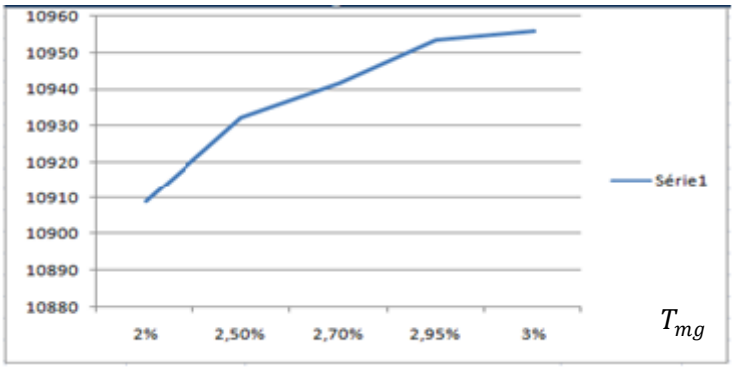


Figure 13 : Evolution de l'épargne constituée selon le taux minimum garanti.

Un taux minimum garanti élevé, augmente l'épargne constituée et par conséquent augmente le risque de défaut. Plus ce taux est élevé plus la barrière de solvabilité est grande et moins est la rentabilité. Nous rappelons que ce taux minimum garanti est supposé constant pour toute la durée du contrat, pour ce faire il doit être choisi avec un maximum de prudence.

V.4. Sensibilité de la garantie prévoyance à la table de mortalité

On remarque que la table de mortalité utilisée a un impact plus au moins considérable sur le montant de la prime de la garantie prévoyance. En effet, la TD73-77 surestime ce montant.

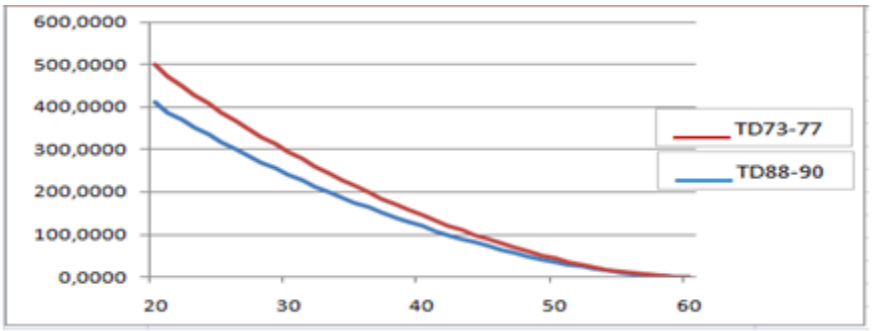


Figure 14 : Sensibilité du tarif de la garantie prévoyance à la table de mortalité.

CHAPITRE 3 : Provisions mathématiques et provisions de gestion

I. Partie théorique

Selon la réglementation Marocaine les provisions techniques d'assurance vie sont listées à l'article 15 de l'Arrêté du ministre des finances et de la privatisation n°1548 -05 du 6 ramadan 1426. Elles comptent :

- La provision mathématique
- La provision pour participation aux bénéfices
- La provision de capitalisation
- La provision de gestion
- La provision pour aléas financiers
- La provision pour risque d'exigibilité
- La provision pour capitaux et rentes à payer
- La provision pour fluctuations de sinistralité

Dans ce travail nous allons nous intéresser principalement au calcul des provisions mathématiques et des provisions de gestion.

I.1. Les provisions mathématiques

I.1.1. La notion de provision mathématique

Les provisions mathématiques représentent la dette probable de l'assureur vis à vis des assurés. En effet, à la souscription, il existe par construction un équilibre entre les engagements respectifs de l'assureur et de l'assuré. Dès que l'assuré paye la première prime, un déséquilibre s'installe : l'engagement de l'assuré pour la durée résiduelle du contrat devient inférieur à celui de l'assureur, pendant toute la durée du contrat. Après la souscription, l'assureur a donc une dette probable vis-à-vis de l'assuré supérieure à sa créance de primes, Il inscrit donc au passif de son bilan une somme représentative de sa «dette nette» : c'est la provision mathématique.

Les provisions mathématiques doivent également être constituées lorsque les périodes de couverture et de paiement des primes coïncident : exemple de la garantie temporaire décès.

I.1.2. Les méthodes de calcul de provisions mathématiques

a) <u>La méthode prospective</u>

Dans cette méthode les provisions mathématiques sont calculées comme la différence entre la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur (paiement des prestations futures et frais associés) et la valeur actuelle probable des engagements de l'assuré (paiement

des primes futures). Elle permet de prendre en compte simplement les changements de base de provisionnement : tables de mortalité, loi de maintien en incapacité/invalidité taux technique, chargements…

b) <u>La méthode rétrospective</u>

Les provisions mathématiques sont calculées comme la valeur capitalisée (viagèrement) de l'écart entre les primes versées par l'assuré et les prestations probables versées par l'assureur. Cette méthode est peu utilisée puisqu'elle ne permet pas de prendre en compte simplement les changements de base de provisionnement.

c) <u>La méthode comptable</u>

Le calcul se fait sur la base des hypothèses retenues pour le provisionnement (taux, table et chargements), les ressources prévisionnelles sont égales aux dépenses prévisionnelles (pas de bénéfice dans le futur), à partir d'une formule de récurrence :

Provisions début de période

+

Primes versées au cours de la période

+

Produits financiers (sur la base du taux technique)

=

Prestations réelles

+

Frais réels

+

Provision probable de fin de période

Conformément à la réglementation, seule la méthode de calcul des provisions mathématiques par la méthode prospective est reconnue par la réglementation (article 15 de l'arrêté du ministre des finances et de la privatisation n°1548-05 du 6 ramadan 1426).

Principe de prudence : "*cette provision (…) ne peut être inférieure au montant calculé d'après les taux retenus pour l'établissement des tarifs et, s'ils comportent un élément viager, d'après les tables de mortalité TV 88-90 (…) et TD 88-90 (…)*".

I.2. Les provisions de gestion

Cette provision est destinée à couvrir les charges de gestion futures des contrats non couvertes par ailleurs. Conformément à l'article 18 de l'arrêté précité, elles sont calculées par groupes homogènes de contrats, et elle correspond à la différence entre les valeurs actuelles probables des ressources et des charges de gestion (elle est nulle lorsque cette différence est positive).

II. Partie pratique : Calcul des provisions mathématiques pour le produit « Epargne Retraite Individuelle »

II.1.Cas de l'épargne

Comme on a déjà précisé, notre produit est composé de deux garanties, la garantie épargne retraite, et la garantie complémentaire décès toute cause ou invalidité absolue et définitive appelée « Prévoyance ». D'après la formule de provision mathématique, pour un individu d'âge x, la provision mathématiques à l'instant t est donné par :

$$\mathbf{PM_t = VA\ (engagement\ assureur) - VA\ (engagement\ assuré)}$$

Dans notre cas :

$$\boxed{PM_t = K_t^3}$$

II.2.Cas de la garantie Prévoyance

Dans le cas d'une prime annuelle constante, il est obligatoire de constituer des provisions mathématiques. Comme précisé auparavant, la garantie prévoyance est une temporaire décès. En vue de calculer les provisions mathématiques relatives à cette garantie nous avons utilisé la formule prospective présentée ci-haut.

Etant donnée que l'on se trouve dans le cas de la prime annuelle constante, et donc il ne restera plus qu'à évaluer les engagements de l'assureur. En se basant sur la formule prospective, pour un individu d'âge x, la provision mathématique de la nième année est :

$$\mathbf{PM = K_1 * vq_x + K_2 * v^2{}_{1/}q_x + \cdots + K_n * v^n{}_{n-1/}q_x}$$

Le capital garanti est variable chaque année, étant donné qu'il s'agit de l'épargne progressive constituée chaque année.

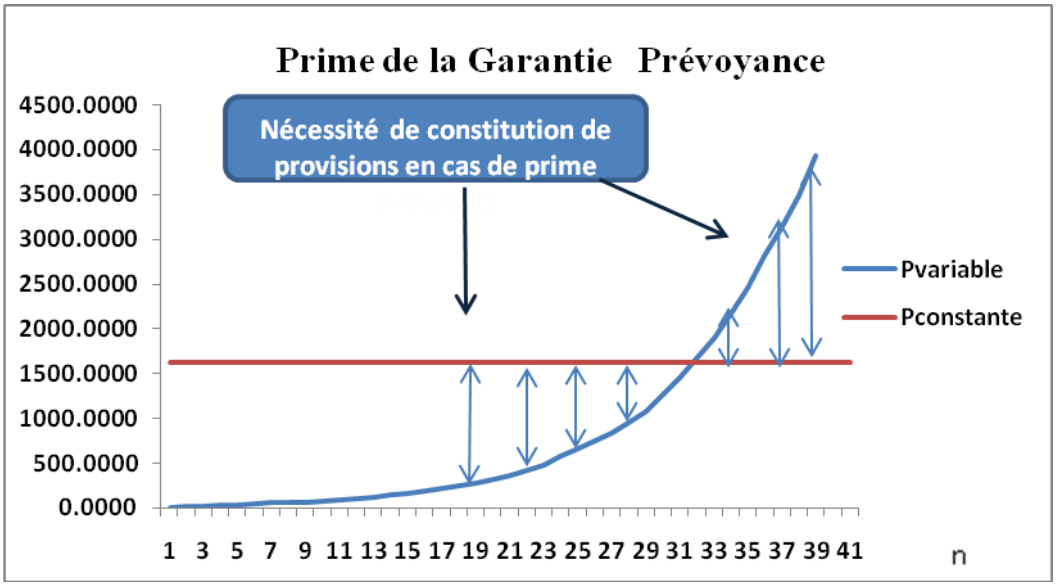


Figure 15 : Evolution de la prime annuelle constante et de la prime croissante.

Pour les primes annuelles croissantes, l'entreprise n'a pas besoin de constituer des provisions mathématiques, elles sont donc nulles, le graphe ci-haut montre cela. Dans le cadre de ce travail, nous avons calculé les primes croissantes pour la prévoyance (annexe 6).

III. Calcul des provisions de gestion pour le produit « Epargne Retraite Individuelle »

Les provisions de gestion sont destinées à couvrir les charges de gestion futures des contrats non couverts par ailleurs. Cette provision est dotée, de l'ensemble des charges de gestion futures des contrats non couverts par des chargements prévus par ceux-ci. Elles sont déterminées dans les conditions ci-après :

Pour chaque ensemble homogène de contrat, il est établi, au titre de chacun des exercices clos pendant la durée de ceux ci, un compte prévisionnel des charges et produits futurs de gestion. Ce compte se présente comme suit :

Produits	**Charges**
P(+/-) **S**	**C**

P : Produit

C : Charge

Avec P (+/-) S = C

et S = Solde

Pour l'établissement de ces comptes prévisionnels, sont pris en compte :

- ✓ **Les charges** correspondant aux charges techniques d'exploitation hors charges d'acquisition des contrats, impôts et taxes et dotations d'exploitation. Ces charges sont estimées en appliquant à la charge moyenne unitaire observée au titre de l'exercice considéré et des deux exercices précédents, le nombre de contrats de chaque ensemble homogène de contrats. Pour un assuré d'âge x les charges sont évaluées comme suit :

$$\mathbf{C(x) = CU * + CU\,(1 - Txs) \quad + \cdots + CU(1 - Txs)^{60-x+1}}$$

CU : la charge unitaire

En effet, la charge unitaire correspond, pour chaque exercice, au montant des charges divisé par le nombre de contrats. La charge est égale au rapport entre le montant des charges constatées des trois derniers exercices (charges techniques d'exploitation hors taxes d'acquisition, impôts et taxes et dotation d'exploitation) et le nombre de contrats du groupe homogène afférent à la même période. Les charges non récurrentes ne sont pas prises en compte dans le calcul de la charge unitaire après accord de la DAPS.

- ✓ **Les produits** correspondant aux chargements contractuels. Pour notre contrat, ces produits sont évalués comme suit :

$$\mathbf{P(x) \;=\; 0,5\% * K_n^3}$$

On déduit alors la provision de gestion donné par la formule :

$$\mathbf{P_g = Valeur\ Actuelle\ \ C(x) - \ Valeur\ Actuelle\ P(x)}$$

Application Numérique

Après application de ces formules, nous avons évalué les provisions mathématiques et de gestion pour un individu d'âge x et conformément aux paramètres saisis. Les résultats obtenus sont présentés (**Annexe 7**).

En ce qui concerne les provisions de gestion, plus les produits prélevés sont grands, plus la provision de gestion est grande. Pour ce contrat, nous avons utilisé 0.5% du capital, toutefois ce taux demeure assez faible, ce qui nous donne des provisions assez élevées.

Pour avoir des provisions de gestion nulles, le taux minimum est de 2.31%. Ce qui est assez grand et ne peut se faire aisément, toutefois nous recommandons à la compagnie de relever un peu ce taux.

PARTIE III

Modélisation de taux, Analyse des marges et Profit Testing

Dans cette Partie, nous allons modéliser le taux de rendement des actifs en se basant sur le modèle de Vasicek, et sur la simulation de Monte Carlo, nécessaire au Profit Testing, modéliser le taux de sortie par rachat avec le modèle de Kaplan Meier, analyser la marge technique et financière de notre produit, et enfin nous allons passer au Profit Testing, l'analyse des scénarios et Stress Testing.

Introduction

Du fait de l'inversion du cycle de production et de la durée des engagements souscrits, les sociétés d'assurance se doivent de gérer leur actif et leur passif de manière rigoureuse. En se référant au bilan simplifié de l'entreprise, l'actif se résume aux éléments suivants :

- Placements financiers
- Part réassureurs provisions mathématiques
- Créances et autres actifs

Quant au passif il se résume aux :

- Fonds Propres
- Provisions techniques (Brutes de réassurance)
- Dettes et autres passifs

L'objectif de tout actuaire serait d'établir des modèles efficaces pour modéliser l'actif et pour modéliser le passif. Dans le cadre de notre travail, nous allons dans cette partie, présenter des modèles permettant de gérer une partie de l'actif « les placements financiers » à travers une modélisation des taux de rendements sur le marché, et ceci dans le but d'avoir une idée quand bien même aléatoire de ces placements futures.

Pour ce faire nous avons utilisé deux modèles :

- Le modèle de Vasicek
- La simulation de Monte Carlo

CHAPITRE 1 : Modélisation du taux de rendement des actifs : VASICEK

L'analyse de la **structure** par **terme** des **taux** consiste à étudier les relations qui peuvent exister entre des **taux** de maturités différentes sachant que l'on se place à un instant donné. On définit ainsi une série de taux pour les maturités diverses, représentative de la courbe des taux.

Il existe trois grandes familles de modèles de structure par terme. Il s'agit des modèles d'équilibre partiel qui dérivent des équations des prix en s'appuyant sur l'arbitrage. Comme exemple de modèles d'équilibre, on peut citer : le modèle de Vasicek qui comporte une variable d'état et le modèle de Brennan et Schwartz qui comporte deux variables d'état. Ensuite, les modèles d'équilibre général, tel que le modèle de Cox Ingersoll et Ross, qui a le mérite d'interdire les taux d'intérêt négatifs.

Il s'avère nécessaire de disposer d'un générateur de scénarios de taux courts compatibles avec la gamme des taux prévalant à la date à laquelle est faite la simulation (puisque les paramètres du processus sont estimés sur cette gamme), et qui donne sous une forme analytique la gamme zéro coupon. Dans cette optique, nous nous sommes basés sur le modèle de VASICEK, en choisissant comme taux le taux court terme (maximum treize semaines), le taux moyen pondéré interbancaire des émissions journalières. On mentionne que les taux courts (2 à 3 %) sont généralement inférieurs aux taux long terme (3% à 5%), ce qui semble tout à fait normal puisqu'il faut encourager l'investissement sur long terme à travers une prime de risque. Le modèle de Vasicek se prête fort bien à ces modélisations.

I. Présentation théorique de la méthode de VASICEK

L'objectif de cette modélisation est de prédire les taux des obligations des bons de trésor, plus précisément les taux des emprunts de l'Etat puisque le profil d'investissement de la Zurich repose essentiellement sur ces obligations par hypothèse. Nous allons prédire les taux spot de maturités différentes. Les obligations sont des actifs sans risque, ceci explique pourquoi les placements des entreprises, tout secteur confondu, se trouvent concentrés dans ce type de placements.

Les étapes suivies sont les suivantes :

- Détermination des taux courts.
- Détermination des prix zéro coupons.
- Détermination des taux zéro coupons (spot).

I.1. Partie théorique:

Le modèle de VASICEK (1997) considère que le taux court est le seul paramètre régissant les prix des titres obligataires, et qu'il est censé suivre un processus d'Ornstein-Uhlenbeck dont l'évolution stochastique obéit à l'équation différentielle de type :

$$\boldsymbol{dr(t) = a\left(b - r(t)\right)dt + \sigma dw(t)} \quad \textbf{(1)}$$

Avec :

- r représente la valeur courante du taux court
- a est la vitesse d'ajustement du taux court actuel vers sa moyenne de long terme b
- b est le niveau long terme vers lequel tend le processus
- σ est la volatilité des taux futurs
- w est le processus de Weiner (le processus Brownien)

La solution de cette équation est la suivante :

$$\boldsymbol{r(t) = r(0)e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at}\int_0^t e^{-as}\, dw(s)} \quad \textbf{(2)}$$

Où **r(0)** : le taux court initial

Selon le modèle de VASICEK la force de rappel (a), empêche le taux court d'aller vers des valeurs infinies et le ramène vers la (b), conformément au principe de « retour vers la moyenne ». En effet, le taux court fluctue autour de sa valeur moyenne à la vitesse (a), d'autant plus rapide qu'il s'en écarte davantage, et il reprend sa valeur moyenne à long terme (b). Le terme stochastique $\boldsymbol{\sigma dw}$ lui permet des variations gaussiennes.

Le prix des ZC, d'après VASICEK, est fonction des taux courts. Sous une probabilité risque neutre le prix zéro coupon P(t, T) vérifie l'équation suivante :

$$\boldsymbol{\frac{dP(t,T)}{P(t,T)} = r(t)dt - \sigma p dw(t)}$$

$$\text{Où } \boldsymbol{\sigma p\,(t,T) = \frac{b}{a}\left(1 - e^{-a(T-t)}\right)}$$

La solution de cette équation est la suivante

$$\boldsymbol{P(t,T) = \exp\left(\frac{1}{a}\left(1 - e^{-a(T-t)}\right)\left(b - \frac{\sigma^2}{a^2} - r(t)\right) + (T-t)\left(\frac{\sigma^2}{2a^2} - b\right) + \frac{\sigma^2}{4a^3}\left(1 - e^{-2a(T-t)}\right)\right)} \quad \textbf{(3)}$$

$$\textbf{Où } \boldsymbol{K = b + \frac{\sigma\lambda}{a} - \frac{\sigma^2}{2a^2}}$$

Où $\boldsymbol{\lambda}$ **: prime de risque du marché.**

On déduit les taux spot à l'instant t de maturité T grâce à la relation suivante :

$$\boldsymbol{R(t,T) = \frac{-\ln P(t,T)}{T-t}} \qquad \textbf{(4)}$$

I.2. Estimation du modèle de VASICEK

L'estimation du modèle revient à déterminer les paramètres **a, b** et **σ** de l'équation :

$$\boldsymbol{dr(t) = a\left(b - r(t)\right)dt + \sigma dz} \qquad \textbf{(5)}$$

Nous allons tout d'abord commencer par présenter la méthodologie d'estimation des paramètres, puis tester le modèle.

Nous allons nous baser sur l'approche de type série chronologique qui, dans le cas d'une dynamique induite par une équation différentielle stochastique, revient au problème de l'estimation d'un processus de diffusion à partir de données en temps discret.

Ce problème est moins important pour le processus d'Ornestein Uhlenbeck et pour le mouvement brownien géométrique puisque nous connaissons la version discrète exacte du processus présentée ci-dessous :

$$r_t - r_{t-1} = b(1 - e^{-a}) + (e^{-a} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Où $$\varepsilon_t \rightarrow N(0, \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a})$$

Nous faisons alors le changement de variable suivant :

$$\beta_1 = b(1 - e^{-a}) \qquad \beta_2 = (e^{-a} - 1)$$

Ceci va nous permettre d'estimer les paramètres du processus par la méthode des moindres carrés ordinaires, en utilisant des données discrètes du taux à court terme dans l'équation du processus autorégressif d'ordre (1) suivante :

$$r_t = \beta_1 + \beta_2\, r_{t-1} + \varepsilon_t$$

A l'aide d'Eviews, nous allons estimer tout d'abord les paramètres $\beta_1$et β_2, ensuite nous remontons aux paramètres du processus d'Ornestein Uhlenbeck :

$$a = -ln\widehat{\beta_2} \qquad b = \frac{\widehat{\beta_1}}{1-\widehat{\beta_2}} \qquad \sigma = \sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{\widehat{b^2}}{1-\widehat{b^2}}} \qquad (6)$$

Application Numérique

L'estimation des paramètres sera réalisée à partir des observations hebdomadaires du TMP sur la période allant du 19/02/2004 au 26/03/2009. La représentation de l'évolution du taux court terme est la suivante :

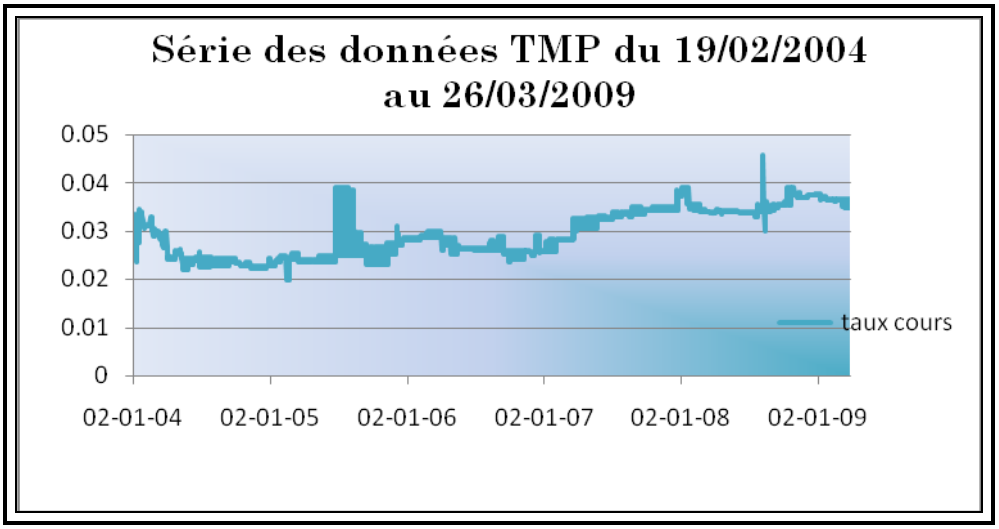


Figure 16 : Série de données TMP du 19/02/2004 au 26/03/2009.

Nous remarquons une tendance croissante des TMP à partir de l'année 2007. Ce qui est dû à l'augmentation des taux interbancaires qui revient à un manque de liquidité dans les banques marocaines pour cette année. Toutefois en 2009, on remarque une légère tendance baissière, peu prononcée.

Les différentes statistiques relatives à la série de données du taux moyen pondéré sont résumées dans le tableau suivant :

Nombre d'observations	2812
Moyenne	0,029463
Maximum	0,045660
Minimum	0,019880
Ecart-type	4,92E-03
Skewness	0,255787
Kurtosis	1,779755

Tableau 7: Statistiques descriptives de la série TMP.

En se référant à ces statistiques descriptives, il apparait que sur 2812 taux courts observé, on a un taux moyen de 2.9%, sachant que le plus grand taux court observé serait de 4.5% et que le plus petit taux de la série serait de 1.9%. La statistique de Kurtosis est de 1.7795 ce qui montre que la distribution est relativement pointue quand à la statistique de Skewness, elle nous révèle que l'on a une asymétrie à gauche ce qui est même remarquable sur la figure de normalité représentée dans ce qui suit.

I.3. Test de la racine unitaire sur la série TMP

Le test de la racine unitaire permet de s'assurer de la stationnarité ou du non stationnarité d'un processus. Il consiste à tester l'hypothèse :

$$H_0 : \rho = 1 \text{ contre } H_1 : \rho < 1$$

Dans l'équation $$X_t = X_{t-1} + U_t$$

Ou U_t est un bruit blanc.

- Si $\rho = 1$ alors X_t est une variable intégrée d'ordre 1, c'est le cas du modèle de marche aléatoire sans dérivé. Elle n'est pas stationnaire.
- Si $\rho < 1$ alors la variable est stationnaire.
- Si $\rho > 1$ alors X_t n'est pas stationnaire.

Les résultats du test de la racine unitaire pour la série de taux moyens interbancaires sont donnés par :

Null Hypothesis: TAUX_COURS has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 9 (Automatic based on SIC, MAXLAG=27)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.426220	0.5709
Test critical values:	1% level	-3.432492	
	5% level	-2.862372	
	10% level	-2.567258	

Tableau 8: Résultat du test de la racine unitaire.

Nous remarquons donc que la valeur absolue de la statistique t tabulée du test (égale à 1,426220) est plus petite que la valeur absolue de **t (Student)** au seuil de 5% (égale à **2.86**). Nous ne rejetons pas donc l'hypothèse H_0 de la présence d'une racine unitaire et nous concluons que la série TMP n'est pas stationnaire.

I.4.Test de normalité de la distribution

Pour tester la normalité de la série on a établi le graphe ci-dessus. Nous remarquons que la statistique de Jarque Bera est très supérieure à la valeur tabulée de Khi-deux à deux degrés de liberté et d'ordre 5% (soit 5,99). Ceci nous mène à rejeter l'hypothèse de la normalité de la série des TMP.

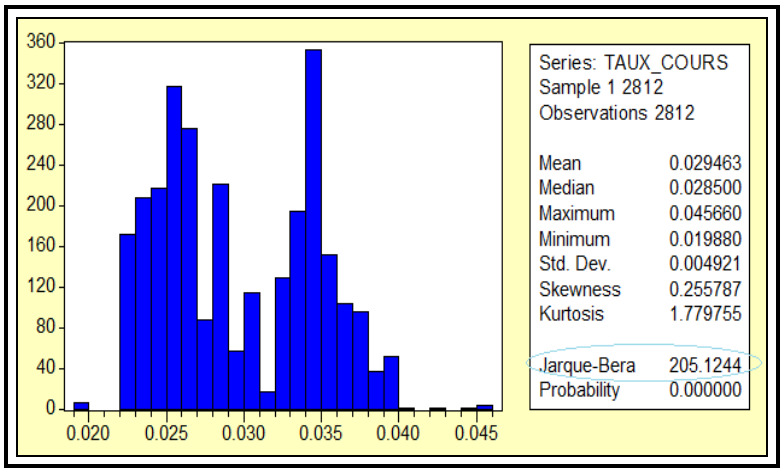


Figure 17 : Test de normalité de la série TMP.

Essayant maintenant d'évaluer le coefficient d'autocorrélation (AC) et le coefficient d'autocorrélation partielle (PAC) de la série TMP.

Sample: 1 2812
Included observations: 2812

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.861	0.861	2084.5	0.000
		2	0.978	0.915	4777.9	0.000
		3	0.865	0.145	6885.7	0.000
		4	0.970	0.285	9534.7	0.000
		5	0.851	-0.387	11574.	0.000
		6	0.968	0.259	14218.	0.000
		7	0.847	-0.021	16240.	0.000
		8	0.955	0.015	18814.	0.000
		9	0.851	0.156	20857.	0.000
		10	0.951	0.050	23410.	0.000
		11	0.843	-0.052	25416.	0.000
		12	0.952	0.069	27975.	0.000
		13	0.842	0.009	29978.	0.000
		14	0.941	-0.023	32483.	0.000
		15	0.845	0.071	34505.	0.000
		16	0.937	-0.016	36988.	0.000
		17	0.838	-0.025	38976.	0.000
		18	0.936	0.010	41456.	0.000
		19	0.837	0.008	43439.	0.000
		20	0.927	0.032	45875.	0.000
		21	0.838	-0.010	47865.	0.000
		22	0.923	-0.003	50280.	0.000
		23	0.833	0.019	52248.	0.000
		24	0.921	-0.003	54656.	0.000

Tableau 9: Corrélations et autocorrélations partielles du TMP.

D'après le tableau des autocorrélations et des autocorrélations partielles, nous déduisons que les coefficients (PAC) ne suivent pas une loi normale. En terme d'ajustement de modèle en se basant sur les séries chronologiques nous pouvons ajuster un Ar(0) ou encore un MA(0) à cette série de données.

I.5. Résultats de l'estimation de l'équation

L'estimation de l'équation par la méthode des moindres carrés ordinaires est donnée dans le tableau suivant :

Dependent Variable: TMP
Method: Least Squares
Date: 04/20/09 Time: 08:50
Sample (adjusted): 2 2812
Included observations: 2811 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.004092	0.000287	14.26701	0.0000
TMP(-1)	0.861154	0.009602	89.68117	0.0000

R-squared	0.741147	Mean dependent var	0.029462
Adjusted R-squared	0.741055	S.D. dependent var	0.004922
S.E. of regression	0.002505	Akaike info criterion	-9.140643
Sum squared resid	0.017621	Schwarz criterion	-9.136415
Log likelihood	12849.17	F-statistic	8042.712
Durbin-Watson stat	3.579823	Prob(F-statistic)	0.000000

Tableau 10 : Estimation des paramètres du modèle de VASICEK.

Nous déduisons alors que :

$$\widehat{\beta_1} = 0,004092 \qquad \widehat{\beta_2} = 0,861154 \qquad \hat{\sigma} = 0,002505$$

Nous nous retrouvons les paramètres du modèle de VASICEK :

$$a = -ln\widehat{\beta}_2 = 0,14948193$$

Après estimation les taux courts obtenus décroissent au fil du temps. Nous les représentons comme suit :

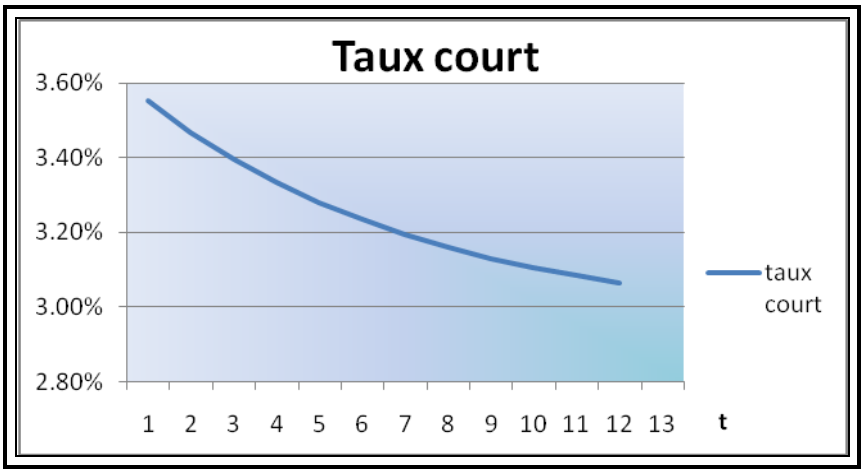


Figure 18 : Evolution des taux courts prédits.

En se référant au graphique relatif aux TMP, nous remarquons que ces taux ont une grande variabilité, ils ont au début une tendance plus ou moins haussière et à partir de 2009, ils commencent par chuter. Cette baisse peut nous permettre d'expliquer le graphique ci-dessus.

Après avoir déterminé les taux courts, il ne reste plus qu'à évaluer les prix et les taux zéro coupons qui nous intéresse, en se basant sur les formules (3) et (4). Ainsi nous avons reconstitué la courbe des taux pour différentes maturités et à des instants différents.

Voici un extrait de ces taux.

T-t/t	0	1	2
0,25	3,42%	3,56%	3,48%
0,5	3,43%	3,57%	3,49%
1	3,45%	3,59%	3,51%
2	3,49%	3,62%	3,55%
5	3,59%	3,69%	3,63%
10	3,69%	3,77%	3,73%

Tableau 11: Taux Zéro coupons prédits.

En se basant sur les données estimées nous avons pu reconstruire la courbe ci-dessus qui nous montre un peu l'évolution des taux zéro coupons Vasicek pour les maturités allant de 0.25 à 10 ans et pour différents instants. Nous remarquons que la courbe des taux prédite est croissante, ce qui confirme le fait que plus les maturités sont grandes plus les taux sont grands.

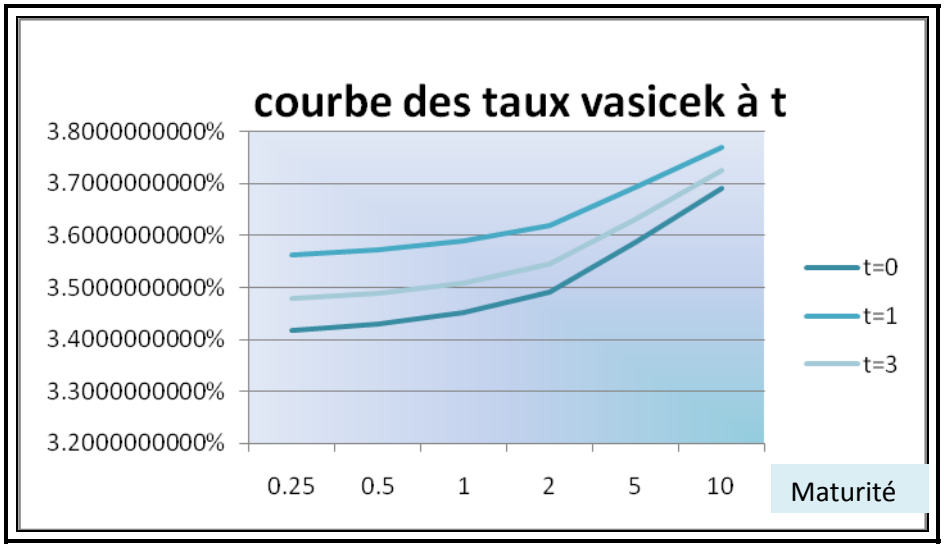


Figure 19: Courbe des taux de VASICEK à l'instant t.

Conclusion

Cette modélisation a été faite dans le seul but d'avoir une gamme de taux pour chaque année et pour les emprunts de maturité 10 ans, de manière à les utiliser dans le Profit Testing. Toutefois, le modèle de Vasicek demeure un modèle biaisé compte tenu du fait qu'il peut générer des taux négatifs.

De plus, les taux prévus sont assez faibles (autour de 3.7%) ; par contre les bons de trésor actuels de même maturité sont de l'ordre de (4.225%). Ceci est dû aux hypothèses relatives à l'historique des taux choisis (taux court de moins de 3 mois) et surtout au modèle lui-même.

Pour avoir une gamme de taux plus variée, et plus de scénarios de taux, la seconde méthode de simulation des taux est le Monte Carlo.

CHAPITRE 2: Simulation des taux de rendements des Actifs par Monte-Carlo

La courbe des taux se déforme très souvent, un gestionnaire de portefeuille (compagnie d'assurance par exemple), se trouve obligé d'avoir une idée future sur l'évolution de ces taux. La mise en place d'un générateur de taux serait donc une solution optimale. La simulation de Monte Carlo intervient dans cette optique, en permettant de générer plusieurs scénarios de taux.

Toute simulation de Monte Carlo fait intervenir des nombres au hasard et il est donc crucial de répondre à deux questions :

- Comment générer une suite de nombres ($\mathbf{X_n}$, $n \geq 1$) qui soit la réalisation ($\mathbf{X_n}$ (ω), $n \geq 1$) d'une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi donnée ?
- Si une telle suite de nombres nous est donnée, comment décider si c'est une réalisation acceptable de la loi demandée ?

Dans notre cas nous avons testé l'ajustement à la loi normale, à notre suite de données (taux obligataire de maturité 10 ans, 15 ans, 20 ans), et nous faisons intervenir une série de N nombre au hasard dont la distribution est admissible avec l'historique, ce N est choisi très grand en application du principe de la loi des grands nombres.

I. Génération des nombres pseudo aléatoires

En effet, une réalisation n'est considérée « aléatoire » que si elle réussit à satisfaire à tous les tests empiriques, chose qui n'est pas facile en pratique. Ainsi, on dit qu'une réalisation est « pseudo aléatoire » si elle réussit un certain nombre de tests empiriques que l'utilisateur considère comme étant important. On cherche alors à construire une réalisation de ce vecteur pour l'utiliser dans l'analyse.

Les méthodes de Monte Carlo sont nombreuses et se basent sur des algorithmes bien précis. De nos jours, l'implémentation de la méthode Monte Carlo se fait par ordinateur en employant des algorithmes spécifiques qui génèrent les réalisations. On suppose qu'on veut générer N réalisations. La gestion par scénarios permet d'envisager tous les scénarios possibles de déformation de la courbe des taux. Ces scénarios ne sont en aucun cas équivalents à la réalité.

En pratique cette génération de nombre pseudo aléatoires de distribution normale se fait grâce à la fonction « Application.WorksheetFunction.NormInv (Rnd(1), 0, 1) » fournie par le langage programmation VBA sur l'outil Excel.

II. Factorisation de Cholesky

Toute matrice C semi définie positive peut être factorisée sous la forme: C =AA T Où A est une matrice carrée, qu'on peut considérer, comme étant une «matrice racine carrée» de C. La matrice A n'est pas unique. Ainsi, plusieurs factorisations d'une matrice donnée C sont possibles. Une factorisation C =AA T, particulièrement simple à exécuter, est connue sous le nom de factorisation de Cholesky. De plus, la matrice A est unique si la matrice C est définie positive. Concernant la génération de la courbe des taux, notre matrice C n'est autre que la matrice des variances covariances des rendements historiques que nous avons calculés.

III. Calcul des taux de rendements des bons de Trésor

Pour les vecteurs pseudo-aléatoires $\mathbf{Y_n}$ issus de la loi multinomiale N_3 (r, Σ), ils sont obtenus à partir des vecteurs pseudo-aléatoires x[n] issus de la loi multinomiale $N_3(0,1)$ en effectuant la transformation suivante : $\mathbf{Y_n} = A\mathbf{X_n} + r$. Avec A est la matrice de factorisation de Cholesky de Σ.

La valorisation des bons de trésor constituant le portefeuille se fait sur la base des taux de rendements simulés $\mathbf{y_i}$, ainsi nous aurons obtenu N scénarios différents.

IV. Application Numérique

Nous avons considéré N=200, nous avons donc généré 200 nombres aléatoires. Après cela nous avons calculé la matrice de Cholesky et par la suite nous avons évalué les taux. Nous avons eu ainsi plusieurs scénarios de taux. Nous nous intéressons à une série de 40 taux étant donné que l'on travaille sur un horizon maximum de 40 années. Nous sommes parties d'un mars 2009 de 4.225%. Voici un extrait des taux simulés :

t	Taux (10 ans)
1	4,25%
2	4,57%
3	4,23%
4	4,62%
5	4,50%
6	3,93%
7	3,70%
8	3,78%
9	4,66%
10	4,41%
11	3,85%
12	3,95%

Tableau 12: Taux de maturité 10 ans prédits.

Conclusion

Les taux simulés sont assez proches du taux réel observé (4.2255%). Ces taux sont plus proches de la réalité. En se basant sur ces taux, le gestionnaire de portefeuille peut faire un stress Testing plus réaliste. Dans notre cas, l'actuaire peut avoir une idée quant à la rentabilité du produit suite à une variation des taux de rendements des actifs.

CHAPITRE 3 : Modélisation du taux de sortie par rachat

Introduction

Les contrats d'assurance vie sont résiliables à tout moment. Il est possible de racheter (récupérer une partie des primes versées) un contrat dès les premières années dans la plupart des cas, exception faite des contrats mixtes pour lesquels il faut attendre la fin des deux premières années. Si la résiliation a lieu moins de 8 ans après la signature du contrat, les plus values sont imposées et les réductions d'impôt obtenues peuvent être remises en cause par l'administration fiscale.

La perte d'un assuré peut occasionner des frais pour la compagnie d'assurance. Par conséquent, nous avons conclu la nécessité de modéliser les lois de sorties par rachat, tout en se basant sur une méthode d'estimation non paramétriques de la distribution des événements au cours du temps; il s'agira dans un premier temps de l'estimateur de Kaplan Meier et dans second temps de l'estimateur actuariel.

Pour faire cette estimation, et comme le produit en question est un produit qui n'est pas encore mis en place, on s'est appuyé sur une base de données d'un produit similaire.

I. Méthode de Kaplan Meier

La méthode d'estimation de Kaplan Meier (KM) est aussi appelée par les statisticiens anglo-saxons Product Limit Estimations (PLE). Le point central de cette méthode est l'estimation de la distribution de la fonction de séjour S(t), c'est-à-dire, la distribution au cours du temps de la probabilité de ne pas avoir résilié le contrat.

I.1. Estimation de la fonction de séjour

Si T, variable aléatoire, représente la durée écoulée depuis un instant pour chaque individu avant qu'il n'ait connu l'échéance de l'événement alors :

$$\mathrm{S(t)} = \mathrm{P}(T > t)$$

Lorsque le temps est considéré de manière discrète, si t_i représente un instant au cours duquel il y a l'observation d'au moins un événement, alors la probabilité de survie au temps t_i est égale à la probabilité d'avoir survécu avant t_i multipliée par la probabilité «conditionnelle» de survivre au temps t_i. L'emploi du terme «conditionnel » veut dire ici qu'il s'agit de la probabilité de survivre au temps t_i sachant que les individus étaient survivants en t_i:

$$S(t_i) = S(t_{i-1}) * P(T > t_i / T \geq t_i)$$

Ces différentes probabilités sont estimées à partir de l'effectif de la population qui est soumis au risque de connaître l'événement, ainsi qu'à partir de l'effectif des personnes qui connaissent l'événement en t_i. Appelons d_i et c_i, les effectifs des individus qui, respectivement, connaissent l'événement et sortent d'observation (censures à droite) en t_i.

L'effectif N_i des individus soumis au risque de connaître l'événement en ti correspond à l'ensemble des individus qui, juste avant que cet instant t_i n'ait été atteint, n'avaient ni connu l'événement observé, ni sorti de l'observation. En d'autres termes, l'effectif de la population soumis au risque représente l'ensemble des individus qui connaîtront ou qui sortiront d'observation en t_i ou après. Dans le cas de l'estimation de Kaplan-Meier, on considère que les sorties d'observation *ci* ont lieu une fraction de temps après les échéances d_i (Blossfeld et Rohwer, 2001). Dès lors, la proportion *h*i des individus qui ont connu l'événement à l'instant *ti* correspond à :

$$h_i = \frac{d_i}{N_i}$$

Et dans ce cas, $(1-h_i)$ représente la proportion de personnes n'ayant pas connu l'événement. La probabilité de survie en t_i devient alors :

$$S(t_i) = S(t_{i-1})(1 - h_i)$$

Par extension, S(t) correspond au produit de toutes les probabilités de n'avoir pas connu l'événement depuis le début de l'observation:

$$\boxed{S(t) = \prod_{t_i \leq t} (1 - h_i)}$$

I.2. Principales propriétés

L'estimateur de Kaplan-Meier possède un certain nombre de « bonnes propriétés » qui en font la généralisation naturelle de l'estimateur empirique de la fonction de répartition en présence de censure : il est convergent, asymptotiquement gaussien, cohérent et est également un estimateur du maximum de vraisemblance généralisé. Toutefois, cet estimateur est biaisé positivement. La cohérence de l'estimateur signifie que la propriété suivante est vérifiée :

$$\hat{S}(t) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{(Ti>1)} + \sum_{i=1}^{n} 1_{\{Ti \leq t, Di=0\}} \frac{\hat{S}(t)}{\hat{S}(Ti)}$$

Cette formule signifie que les survivants au-delà de t sont la somme :

- Des individus ni morts ni censurés avant t.
- Des individus qui, censurés en T_i avant t, survivent après t avec la probabilité conditionnelle $\frac{\hat{S}(t)}{\hat{S}(Ti)}$

I.3. Variance, écart-type et intervalle de confiance de la fonction de séjour

La méthode de KM étant une méthode d'estimation de *S(t)*, il se peut que l'on s'interroge sur l'intervalle de confiance de la probabilité de ne pas avoir connu l'événement à l'instant t_0.

Plus généralement *S(t)* étant un estimateur, on peut s'interroger sur sa variance et son écart type. L'estimation de la variance est moins intuitive que ne peut l'être l'estimation de *S(t)*. Nous nous contenterons de donner ici sa formulation, dite formule de Greenwood (Courgeau et Lelièvre, 1989) :

$$var[S(t)] = [S(t)]^2 \sum_{t_i} \frac{d_i}{N_i(N_i - d_i)}$$

L'écart type de S(t) correspondra alors à la racine carrée de la variance de S(t) :

$$EC[S(t)] = \sqrt{var[S(t)]}$$

Et l'intervalle de confiance à 95% de S(t) (c'est-à-dire un risque d'erreur de l'estimation de S(t) fixé à 5%) :

$$IC[S(t)] = S(t) \pm 1{,}96EC[S(t)]$$

I.4. Proportion cumulée des individus ayant connu l'événement et risque cumulé

Quelques autres distributions peuvent être estimées dès lors que l'on connaît la distribution de S(t). Il s'agit en premier lieu de la proportion cumulée F(t) des individus ayant connu l'événement (en l'absence de sorties d'observation). Cette proportion est le complémentaire de S(t) et va donc indiquer la probabilité d'avoir connu l'événement entre l'instant initial et le moment auquel on se situe :

$$F(t) = 1 - S(t)$$

En deuxième lieu, à partir de S(t) peut être estimé le risque cumulé H(t) :

$$H(t) = -logS(t)$$

La distribution de *H(t)* au cours du temps permet alors d'analyser l'évolution du risque au cours du temps (ou de façon plus imagée, la «vitesse » d'occurrence des événements ; cf. Kleinbaum, 1996).

II. L'estimateur actuariel

Cette partie se consacre à la présentation de la méthode d'estimation actuarielle similaire à celle que nous avions adoptée lors de la présentation des méthodes de KM. La particularité de cette méthode est qu'elle fonctionne avec des durées égales à des intervalles de temps et elle suppose que les censures et les troncatures ont été observées ou effectuées en milieu d'année, ainsi la proportion des individus soumis au risque évaluée par ce dernier est bien différente de celle relative à la Kaplan Meier.

II.1. Estimations du risque et du risque cumulé

Les méthodes d'estimation actuarielle reposent sur l'hypothèse selon laquelle le risque instantané *hi* est constant tout le long de l'intervalle de temps (Le Goff, 1994). On considère, en outre, que les échéances, et les sorties d'observation, ont lieu uniformément durant l'intervalle de temps $[t_i, t_{i+1}[$. Cet intervalle de temps peut être mensuelle, trimestrielle, semestrielle ou encore annuelle. S'il s'avère que cet intervalle de temps est annuel alors on considère qu'il y a autant de personnes qui connaissent l'événement en janvier, février, …, ou en décembre. Il en est de même en ce qui concerne les sorties d'observation. Si d_i représente l'effectif des individus connaissant la transition entre t_i et t_{i+1}, *ci* le nombre des sorties d'observation au cours de cet intervalle de temps et si N_i est l'effectif des individus soumis au risque en t_i, alors P_i, le nombre de personnes années durant l'intervalle de temps sera :

$$P_i = N_i - \frac{1}{2}(d_i + c_i)$$

L'estimateur du risque $h(t_i)$ est (Courgeau et Lelièvre, 1989) :

$$h(t_i) = \frac{d_i}{P_i} = \frac{d_i}{N_i - \frac{1}{2}(d_i + c_i)}$$

Par ailleurs le risque cumulé $H(t_i)$ est estimé à partir des valeurs de $h(t_k)$ où k *(1,2,…, i)* par :

$$H(t_i) = \sum_{k \leq i} \log[1 - h(t_k)]$$

Si les valeurs de $h(t_k)$ sont petites (de l'ordre de 0,01 à 0,05), ce qui est très fréquemment le cas, l'estimation de $H(t_i)$ pourra être simplifiée par :

$$H(t) \cong \sum_{k \leq i} h(t_k)$$

II.2. Estimation de la distribution de la fonction de séjour et de la densité de probabilité

Nous devons évaluer les quotients relatifs à la probabilité de connaître l'événement durant l'intervalle de temps considéré, conditionnellement au fait que les individus n'avaient pas encore connu cet événement au début de l'intervalle de temps. Si q_i représente le quotient de connaître l'événement durant l'intervalle de temps $[t_i, t_{i+1}[$, alors (Pressat, 1983) :

$$q_i = \frac{d_i}{N_i - \frac{c_i}{2}}$$

$(1-q_i)$ représentera la proportion de personnes n'ayant pas connu l'événement. Quand à l'estimateur Non-paramétrique de la fonction de séjour, elle est estimée de la même manière que dans le Kaplan Meier.

Par ailleurs, la densité de probabilité $f(t_i)$ est évaluée comme suit :

$$f(t_i) = S(t_i) * h(t_i)$$

III. Traitement des données

III.1. Description de la base de données

La base de données mise à notre disposition, relative au produit similaire comporte les variables suivantes :

- **N° d'adhésion**: Il s'agit du numéro attribué à l'individu qui souscrit à un contrat et qui devient de ce fait un assuré de l'entreprise et inversement l'entreprise prend le titre d'assureur, et de part ce contrat nait un engagement mutuel entre les deux parties.
- **Date d'émission du contrat** : Date exacte à laquelle le contrat est émis par l'entreprise.
- **Date d'effet du contrat** : Date à laquelle le contrat prend effectivement effet, à partir de laquelle l'individu est effectivement considéré comme assuré dans l'entreprise.
- **Date d'annulation contrat** : il s'agit de l'instant précis ou l'assuré prend sur lui, pour des raisons ou d'autres de résilier les contrats et de rompre tout engagement qui existe

entre les deux parties. Cette date détermine le nombre de sorties et ce fait le taux de sortie.

- **Fréquence de paiement** : Le payement peut se faire mensuellement, trimestriellement, semestriellement, annuellement ou encore être libre compte tenu du l'appréciation de l'individu.
- **Montant de prime**: il est défini en fonction de la fréquence de paiement de l'individu.
- **Date d'expiration du contrat** : instant auquel le contrat arrive à échéance.
- **Type d'annulation**
- **Programme de versement**

Dans notre étude nous allons nous intéresser essentiellement aux variables relatives à l'ancienneté du contrat, c'est à dire à la date d'effet du contrat, la date d'expiration du contrat ainsi qu'à la date d'annulation du contrat.

III.2. Statistiques Descriptives sur les variables

Le tableau ci-dessous présente quelques statistiques descriptives relatives à notre base de données:

	prime-A	prime-L	prime-T	prime-M	Total
Mean	433.1137	14.45805	9.182571	8.476773	467.7467
Median	300.0000	0.000000	0.000000	0.000000	300.0000
Maximum	15000.00	30000.00	30000.00	20000.00	30000.00
Minimum	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	300.0000
Std. Dev.	464.4160	455.5636	354.1212	220.6810	753.8598
Observations	13885	13885	13885	13885	13885

Tableau 13 : Statistiques descriptives selon le type de prime.

En effet, il s'agit des statistiques descriptives relatives à la variable prime qui se trouve dans le portefeuille similaire qui a fait l'objet de l'étude. Nous remarquons la dominance des primes annuelles avec un pourcentage de 93%, et une moyenne de 434 Dh. Tandis que les primes mensuelles présentent le plus faible pourcentage.

La figure ci-dessous illustre la dominance des primes à périodicité annuelle :

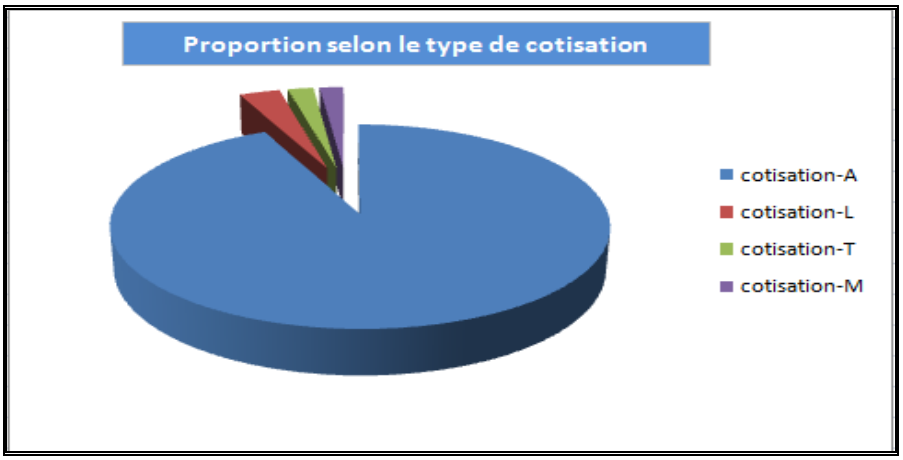


Figure 20: Diagramme montrant la répartition des primes.

III.3. Création de nouvelles variables

III.3.1. La variable ti

En vue d'appliquer le modèle de Kaplan Meier, et donc estimer la fonction de risque h(t), qui correspond dans notre cas au taux de sortie par rachat, nous avons essayé tout d'abord de calculer les durées (**ti**) étant donné que **T** est la variable aléatoire représentant la durée écoulée depuis l'entrée de l'individu dans le portefeuille jusqu'à sa sortie.

Soit $\mathbf{t_0}$ le début d'observation de la population soumise au risque, et $\mathbf{t_{max}}$ le temps maximum de l'observation.

S'il y a annulation du contrat le $\mathbf{t_i}$ vaut :

$$t_i = \frac{\textbf{date d'annulation} - \textbf{date d'effet du contrat}}{\mathbf{30}}$$

S'il n'y a pas résiliation le $\mathbf{t_i}$ est donné par :

$$t_i = \frac{\textbf{date d'expiration} - \textbf{date d'effet du contrat}}{\mathbf{30}}$$

Ainsi, nous avons $t_i \in [\,\mathbf{0}; \mathbf{580}\,]$. Toutefois le dernier contrat à avoir été annulé dans notre portefeuille s'est effectué au bout de 85 mois, pour ce faire nous aurons besoin de retraiter les données en créant d'autres variables, une variable de censure et une autre de troncature pour réduire les observations censurées.

III.3.2. La variable censure

Il s'agit d'une variable indicatrice qui prend 1 si l'individu est effectivement perdu de vue, c'est-à-dire est effectivement censuré (à droite), et prend 0 si l'individu a subi l'événement c'est-à-dire est sorti avant la durée maximale d'observation (t_{max}). Cette censure se définit quand l'individu ne résilie le contrat qu'après le t_{max} ou quand il sort du portefeuille non par résiliation mais soit par échéance ou par décès.

III.3.3. La variable troncature

Après avoir défini la variable censure, nous avons pu évaluer le taux de censure dans tout le portefeuille chose que montre le tableau suivant :

CENSURED

		Fréquence	Pour cent	Pourcentage valide	Pourcentage cumulé
Valide	0	13808	45,0	45,0	45,0
	1	16869	55,0	55,0	100,0
	Total	30677	100,0	100,0	

Tableau 14 : Fréquences de censure.

Ce tableau nous indique que la base de données initiale était composée de 30 677 adhérents. Sur ce total, il y a eu 13 808 individus qui ont subi l'événement c'est-à-dire qui ont résilié leur contrat soit, 45 % du portefeuille par contre 16 869 adhérents soit 55 % y demeure. Compte tenu du nombre important d'individus qui ont été censuré, nous avons décidé de tronquer nos données, en réduisant le temps d'observation à 200 mois. La variable troncature est également une variable indicatrice définit comme suit :

$$\boldsymbol{t_i} = \begin{cases} 0 \text{ si } \quad 0 < \mathbf{t_i} < 200 \\ 1 \text{ sinon} \end{cases}$$

Nous avons ainsi supprimé les adhérents qui subissent l'événement pour une durée supérieur à 200 mois.

III.3.4. La variable d_i & n_i

Il s'agit du nombre d'individus qui ont connu l'événement à un instant t_i donné. Nous avons essayé de les regrouper pour des t_i donnés. Par la suite nous avons évalué les effectifs N_i des individus soumis au risque de connaître l'événement en t_i ce qui correspond à l'ensemble des individus qui, juste avant que cet instant t_i n'ait été atteint, n'avaient pas annulé leur contrat et n'étaient pas sortis d'observation. En d'autres termes, l'effectif de la

population soumis au risque représente l'ensemble des individus qui vont annuler après ou qui sortiront d'observation en ti ou après. Nous avons :

$$Ni = N_{i-1} - di - ci$$

III.4. Application de l'estimateur de Kaplan Meier

En se basant sur l'estimateur de Kaplan Meier, et sur l'outil SPSS nous avons obtenu les graphes suivants :

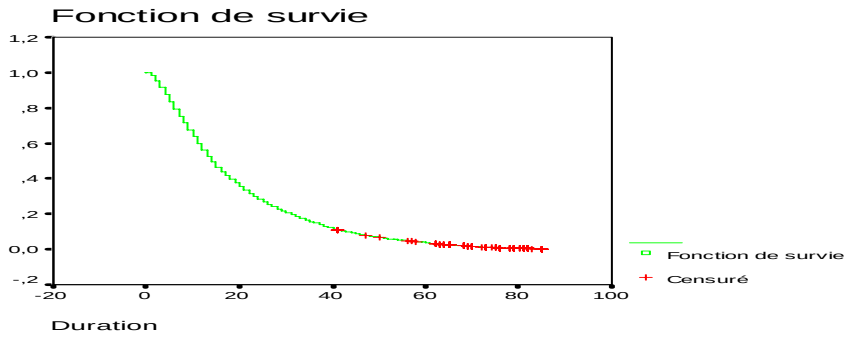


Figure 21: Fonction de survie suivant la méthode de Kaplan Meier.

Nous pouvons nous attendre à une fonction de survie, qui serait indexée sur la durée que fait le contrat dans le portefeuille. En se référant au graphique ci haut, cette éventualité est confirmée et nous remarquons que la fonction de survie est décroissante, La probabilité de rester et de ne pas résilier le contrat est très grande dans les premiers mois. Elle atteint 50% quand l'individu a déjà cumulé 19 à 20 mois, soit environ 1 an 6 mois en se référant au tableau de calcul.

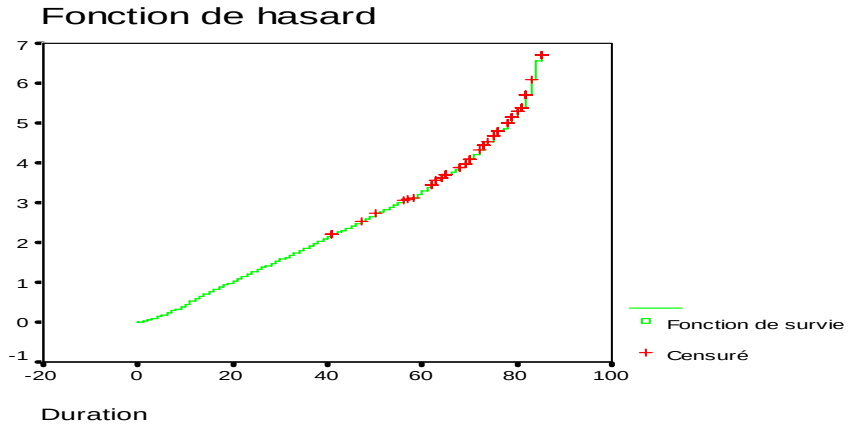


Figure 22 : Fonction de risque cumulé suivant la méthode de Kaplan Meier.

Quant à la fonction de risque cumulé, elle est également croissante. Il s'agit là d'un cumul ce qui expliquerait cette croissance. Pour voir l'évolution réelle du risque qui n'est

autre que la sortie par rachat ou encore la résiliation du contrat, nous allons voir un peu plus bas la courbe risque elle-même.

Concernant la fonction de risque **h(t)** qui représente le taux de sortie par annulation dans notre cas, nous avons obtenu le graphe suivant :

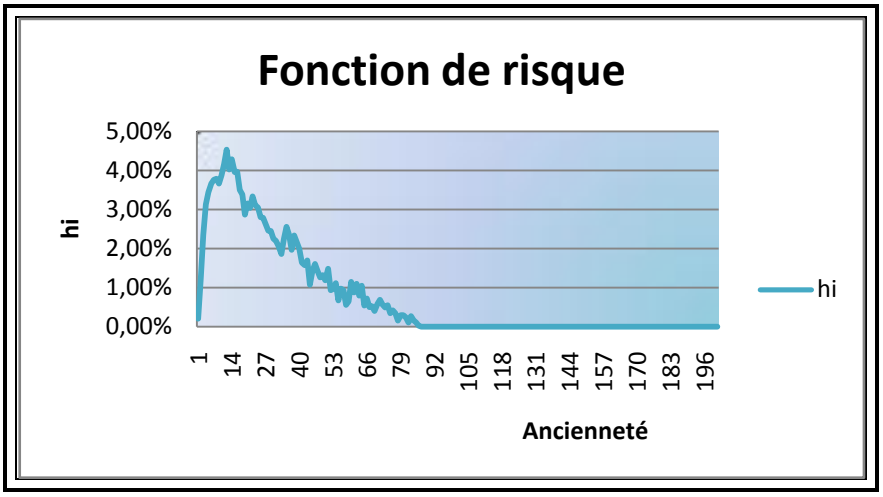


Figure 23: Fonction de risque suivant la méthode de Kaplan Meier.

Le graphe ci-dessus montre que la fonction du risque a une allure qui s'approche de celle d'une fonction log-normale. En effet, la probabilité de sortie à un instant t_i sachant que l'on est resté dans le portefeuille à t_{i-1} est en croissance les vingt premiers mois pour atteindre son pic au 21 ^{ème} mois. Et par la suite le risque de subir l'événement devient de plus en plus petit.

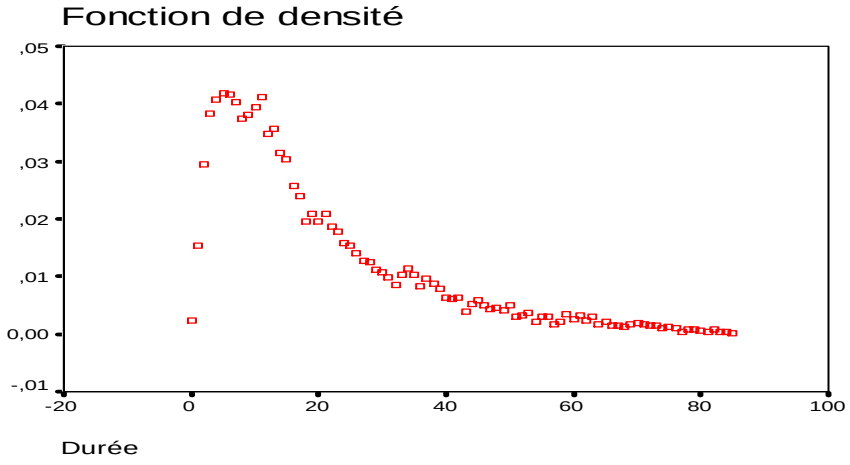
En effet, plus la date d'expiration approche moins les individus ont des raisons de sortir par anticipation, compte tenu des avantages fiscaux, et abattement éventuel dont ils pourraient bénéficier. De plus, le risque est assez bas au début des tous premiers mois (étant donné que l'avantage fiscal est pris en compte), ce qui traduit la faible croissance que l'on observe. Quand les assurés ont déjà bénéficié du non déduction sur l'IR, après les années requises (normalement 8 ans), une grande partie résilie leur contrat.

En se basant sur la courbe nous allons essayer d'ajuster une distribution aux h_i en se basant sur la densité de probabilité.

III.5. Application de l'estimateur actuariel

En se basant sur les données censurées et tronquées, nous avons refait la même estimation que dans le cas de Kaplan Meier, mais cette fois ci en se basant sur le principe de la méthode actuarielle. Nous avons refait l'estimation en prenant comme pas 1 mois. En faisant l'estimation, nous retrouvons pour la survie et la fonction de risque cumulé une évolution similaire. Nous sommes surtout intéresse à la fonction de densité.

Elle se définit comme suit : f (t)= P(T=t) de manière schématique nous avons obtenu :



:

Figure 24 : Fonction de densité suivant la méthode actuarielle.

On remarque que nous pouvons ajuster à cette densité de probabilité une log-normale comme l'indique la courbe ci-haut.

III.6. Ajustement d'une loi log normale à f (t)

Nous cherchons à déterminer la loi de distribution de f(t) et par la suite trouver une distribution à la fonction de risque. On émet l'hypothèse selon laquelle $f(t) \sim \log - \text{normale}$.On sait que selon la théorie, la fonction log-normale a pour densité :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

On doit évaluer donc les paramètres $\theta = (\mu, \sigma)$ en se basant sur la fonction de maximum de vraisemblance.

On définit alors L (θ) la fonction de maximum de vraisemblance comme étant égale à :

$$L(\theta) = \prod_{i=0}^{n} f(t_i)$$

La maximisation de cette fonction nous permet de trouver les solutions suivantes :

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} lnt_i}{n}$$

$$\hat{\sigma} = \left(\sum_{i=1}^{n} lnt_i - 2\hat{\mu} * \sum_{i=1}^{n} lnt_i + \mathrm{n} * \hat{\mu}^2\right)^{1/2}$$

Démonstration

$$L(\theta) = \prod_{i=0}^{n} f(t_i) = \prod_{i=0}^{n} \frac{1}{\sigma t_i \sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{lnt_i - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{\sigma^n (2\pi)^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^{n} t_i} \exp\left(\frac{-1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{((lnt_i)^2 - 2\mu lnt_i + \mu^2)}{\sigma^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma^n (2\pi)^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^{n} t_i} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} [\sum_{i=1}^{n} (lnt_i)^2 - 2\mu \sum_{i=1}^{n} (lnt_i) + n\mu^2]\right)$$

En prenant le logarithme de la fonction de maximum de vraisemblance on obtient :

$$l(\theta) = lnL(\theta) = -n\, ln(\sigma) - \frac{n}{2} ln(2\pi) - \sum_{i=1}^{n} lnt_i - \frac{1}{2\sigma^2} [\sum_{i=1}^{n} (lnt_i)^2 - 2\mu \sum_{i=1}^{n} (lnt_i) + n\mu^2]$$

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \mu} = \frac{-1}{2\sigma^2} [-2 \sum_{i=1}^{n} (lnt_i) + 2n\mu] = 0$$

$$-2 \sum_{i=1}^{n} (lnt_i) + 2n\mu = 0$$

Nous obtenons alors :

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} lnt_i}{n}$$

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \sigma} = \frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} [\sum_{i=1}^{n} (lnt_i)^2 - 2\mu \sum_{i=1}^{n} (lnt_i) + n\mu^2] = 0$$

Et donc :

$$\hat{\sigma} = \left(\sum_{i=1}^{n} lnt_i - 2\hat{\mu} * \sum_{i=1}^{n} lnt_i + \mathrm{n} * \hat{\mu}^2\right)^{1/2}$$

III.6.1. Estimation des paramètres et résultats de l'ajustement

En se basant sur le logiciel Excel nous avons pu estimer assez aisément les paramètres de la loi log-normale relatifs à la fonction de densité de probabilité. Nous obtenons :

$$\hat{\mu} = 4{,}31616$$

$$\hat{\sigma} = 0{,}95209$$

Avec ces paramètres estimés, l'ajustement de la densité de probabilité se présente comme suit : Avec ces paramètres estimés, l'ajustement de la densité de probabilité se présente comme suit :

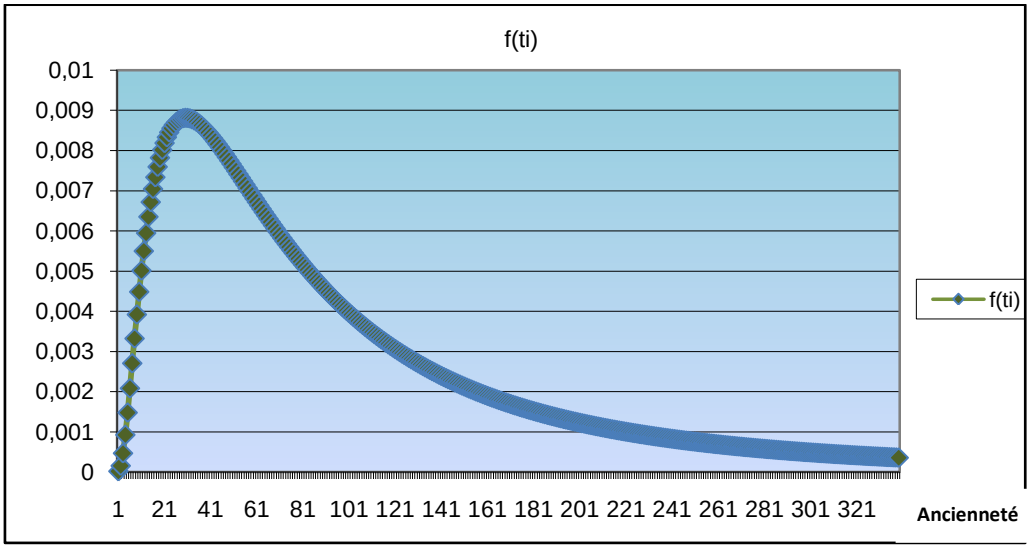


Figure 25 : Ajustement Log-Normal de la Fonction de densité.

Après avoir estimé la fonction de densité, il reste à estimer la fonction de répartition. Pour ce faire nous avons émis l'hypothèse selon laquelle cette fonction de répartition suivrait une loi normale centrée et réduite.

Pour estimer la fonction de risque on s'est basé sur la formule suivante :

$$\mathbf{f(t) = s(t) * h(t)} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{f(t) = 1 - f(t) * h(t)}$$

Par conséquent, $\forall\ t_i$, nous obtenons :

$$\mathbf{h(t_i) = \frac{f(t_i)}{1 - F\left(\frac{\ln t_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)}}$$

Nous obtenons en fin de compte une estimation de la fonction de risque, cette distribution est également log-normale, ce que nous montre le graphique ci-dessous.

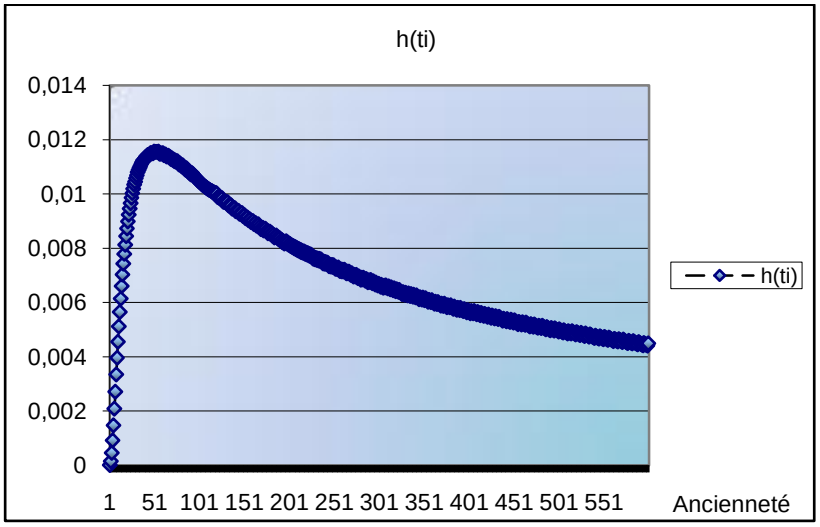


Figure 26: Représentation de la fonction de risque.

Ainsi, nous avons pu estimer les taux de sortie pour chaque année, c'est dire que si l'individu fait 12 mois avant de résilier cela correspond à une année, par contre s'il en fait 24, cela correspond à 2 années et ainsi de suite.

En se référant aux taux estimés, on remarque que ces taux sont en moyenne égale à 1%, si nous avons 100 contrats en début d'année, 1 contrat sera résilié en moyenne à la fin de l'année. Le tableau ci-dessous montre un aperçu de ces taux de résiliation modélisés :

Durée annuelle	hi
1	0,56%
2	0,97%
3	1,11%
4	1,15%
5	1,15%
6	1,13%
7	1,10%
8	1,06%
9	1,02%
10	1,00%

Tableau 15 : Taux de sortie par résiliation annuelle modélisé suivant le Kaplan Meier.

III.6.2. Test d'ajustement de la loi log-normale (Fonction de densité)

Pour vérifier que la fonction de densité relative à la variable sortie par résiliation ($\mathbf{h_i}$) suit une log-normale, cela revient en fait à tester l'ajustement de la loi normale à la variable ln$\mathbf{h_i}$. Ainsi donc, nous avons testé l'ajustement d'une loi normale à la variable ln$\mathbf{h_i}$.

a)<u>Diagramme QQ-Plot</u>

Le diagramme QQ-Plot de normalité des log $\mathbf{h_i}$ permet d'avoir une appréciation graphique de l'ajustement d'une distribution observée à un modèle théorique. Nous cherchons à vérifier si la variable ln(h) s'ajuste effectivement à une loi normale. En se référant à ce diagramme (ci-dessous), nous remarquons que les points sont pratiquement alignés sur la bissectrice, et de plus les points aberrants sont très faibles, ce qui nous permet de déduire que la variable taux de résiliation serait vraisemblablement une loi log-normale.

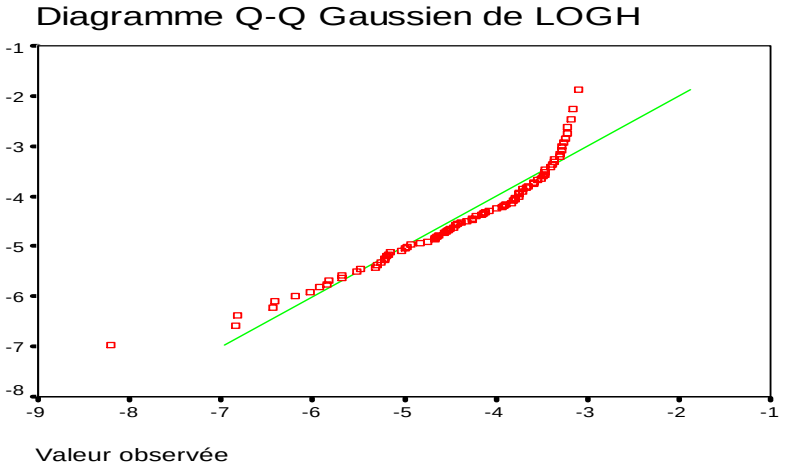


Figure 27 : Résultat du test de normalité avec le diagramme Q-Q plot.

b) <u>Test de Kolmogorov Smirnov</u>

Pour confirmer ce qui a été remarqué un peu plus haut sur la normalité du logarithme de hi, nous avons effectué le test de Kolmogorov-Smirnov qui est en fait l'un des tests les plus puissants en ce qui concerne l'adéquation d'une loi. Nous en avons déduit le tableau suivant :

Test de Kolmogorov-Smirnov à un échantillon

		LOGH
N		86
Paramètres normaux[a,b]	Moyenne	-4,4212
	Ecart-type	1,0388
Différences les plus extrêmes	Absolue	,112
	Positive	,101
	Négative	-,112
Z de Kolmogorov-Smirnov		1,038
Signification asymptotique (bilatérale)		,231

a. La distribution à tester est gaussienne.

b. Calculée à partir des données.

Figure 28 : Résultat du test de normalité avec le Kolmogorov-Smirnov.

On pose h_0 : ln(hi)$\sim$ log normale vs h_1 : ln(hi) $\neq$ log normale

La p value étant égale à 0.231> 0.05 alors on accepte h_0, d'où la fonction de risque est une log-normale.

c) Test de Jarque Bera

Toujours dans l'objectif de tester l'adéquation du modèle log-normale à notre fonction de risque représentant le taux de résiliation, nous avons essayé de tester la normalité de la fonction ln(h_i), en effectuant le test de Jarque-Bera, nous avons obtenu alors les résultats suivants :

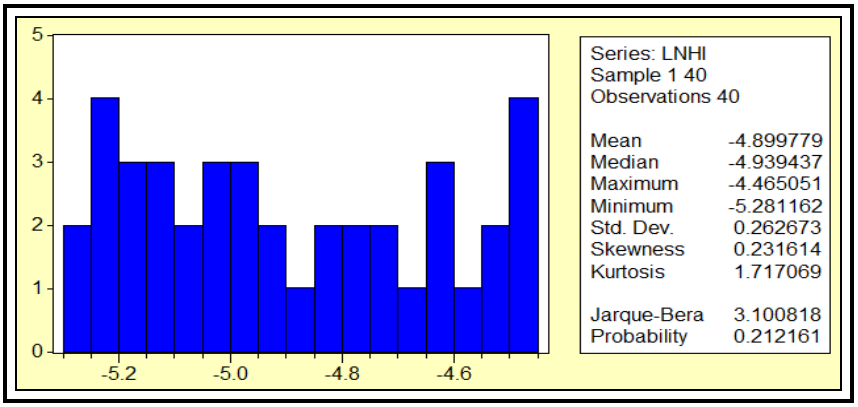


Figure 29 : Résultat du test de normalité avec le Jarque-Bera.

Nous remarquons que la p-value est p=0,212161 > 0.05 donc on accepte l'hypothèse de normalité. Cette normalité nous permet de déduire que la densité de probabilité de la variable hi est une log-normale.

CHAPITRE 4: L'analyse des marges et le Profit Testing

Introduction

La réalisation de profits est l'une des conditions nécessaires pour la survie de toute entreprise, et la compagnie d'assurance n'y fait pas l'exception étant donné que les assurés comme les investisseurs exigent des profits.

Avant le lancement d'un nouveau produit, il est nécessaire d'étudier sa profitabilité. En effet, compte tenu de l'inversion du cycle de production en assurance, cette profitabilité doit être évaluée annuellement. Pour ce faire, il faut mettre en place des méthodologies bien développées facilitant cette évaluation.

Traditionnellement, les actuaires ont toujours quantifié la profitabilité d'un contrat à l'aide de l'analyse de marges. Il s'agit de trouver le bénéfice que rapporte un contrat sur toute sa durée en tenant compte des entrées (primes) et des sorties (prestations et frais) à partir des bases techniques utilisées.

Cependant, des méthodes plus flexibles comme celle du ***Profit Testing*** permettent des analyses plus différenciées. En effet, grâce à cette méthode les actuaires peuvent visualiser un découpage annuel des bénéfices sur un contrat, et ceci via les présentations graphiques, tels que les courbes, les histogrammes ou le profil des profits.

En se basant sur tous les éléments précédemment calculés (provisions mathématiques, taux de sortie, taux de rendements des actifs …..) nous pouvons mettre en place le modèle de Profit Testing.

I. Principes généraux de l'analyse des marges

Définitions

L'analyse des marges en assurance vie correspond à la présentation du compte technique et du compte financier par groupe de produit, par produit ou par génération de contrat.

La méthode exposée dans le présent chapitre est une méthode de ventilation par garantie (la garantie épargne, puis la garantie prévoyance) des éléments du compte de résultat, à savoir :

- **Les éléments techniques** (primes, prestations versées en cas d'échéance, de rachat ou de décès, provisions mathématiques d'ouverture et de clôture, l'intérêt technique, frais et charges.
- **Les éléments financiers** (produits financiers, participation aux bénéfices).

Objectifs

Pour notre projet, l'analyse des marges constitue une première étape qui va nous aider à aboutir plus facilement au calcul des gains (flux du Profit Testing).

L'analyse des marges va nous permettre en plus de l'analyse de la rentabilité de notre produit, la vérification de l'efficacité du contrôle interne ainsi que l'exactitude des états financiers.

II. Méthode d'analyse des marges

Nous allons tout d'abord évaluer la marge technique et la marge financière pour la garantie épargne individuelle, ensuite nous allons procéder de la même manière pour la garantie complémentaire « prévoyance ».

II.1. La marge technique

La marge technique correspond à la différence entre les primes nettes de commissions encaissées, les intérêts techniques d'une part, et les frais de gestion du contrat, les prestations versées et des provisions mathématiques d'autre part.

Les prestations sont versées soit en cas de décès, de rachat de contrat ou bien à l'échéance du contrat.

Il est à noter que les frais sur primes sont exprimés en pourcentage des primes versées périodiquement ou exceptionnellement sans dépasser 4% du montant des versements. Tandis que pour les frais de gestion sur encours, elles s'appliquent annuellement sur l'épargne gérée et sont prélevées sur la participation aux bénéfices.

II.2. La marge financière

Le résultat de l'activité financière correspond au placement des fonds versés par l'assuré. Il est égal à la différence entre les produits financiers générés au cours de l'exercice par les placements financiers affectés au contrat, déduction faite de la participation aux résultats attribuée à l'assuré, et de la quote-part des produits financiers alloués à la couverture des frais de gestion.

III. Analyse des marges du produit « Retraite Epargne Individuelle »

III.1. Hypothèses de calcul

Pour faire cette analyse, et comme le produit en question est un produit qui n'est pas encore mis en place, les hypothèses suivantes ont été élaborées, sur la base de produits similaires, afin de faciliter notre étude:

- Participation aux bénéfices (**T_{PB}) : 90%**
- Taux de prélèvement sur versement ou de commissions (**T_{com}) : 2%**
- Taux de prélèvement sur encours ou taux de chargement de gestion (**T_{chg}) : 0,5%**
- Taux Versement programmé initial moyen (**P) : 1200,00 DH** à raison de **100,00 DH** par mois.
- Versement libre initial moyen (**P_l) : 0**
- Taux de rendement des actifs (**T_{ra}) : 4,5%**
- Taux minimum garanti (**T_{mg}) : 3%**
- Taux d'actualisation (**T_{ac}) : 12%**
- Taux de sortie par décès (**T_d) : $T_d = 50\%\ q_x$,** nous avons pris comme taux de mortalité 50% de la probabilité de décès de la table de mortalité TD88-90, puisque la table de mortalité concerne toute la population et que cette mortalité est surévalué ,et surtout vu que nous nous adressons à une population bien précise .
- Taux de chute ou le taux de sortie par rachat (**T_{ch}) :** nous allons prendre les taux de rachat que nous avons modélisés en se basant sur les données d'un produit similaire au notre.
- Taux de sortie par échéance (**$T_{éch}$) : 0%** car on raisonne individu par individu.

En ce qui concerne les paramètres relatifs à l'individu on a utilisé :

- Age d'entrée : **20 ans**
- Age de sortie : **60 ans**
- Périodicité de prime : **Annuelle**

III.2. La marge technique

a) Définition

La marge technique pure est définie comme l'ensemble des contributions du contrat provenant :

- De la gestion du risque par l'assureur. Il s'agit essentiellement du résultat sur risque de mortalité correspondant à la mortalité réelle plus ou moins élevée que celle prévue dans les hypothèses de base ayant servies à la tarification.
- Ou d'autres éléments tels que les prélèvements sur l'épargne revenant à l'assuré lorsqu'il interrompt son contrat avant la date d'échéance normale.

b) Eléments constitutifs

Le résultat technique est constitué de :

- (+) provisions mathématiques de clôture (**PMC)**
- (+) charges de gestion sur encours (**C**)

- (+) frais d'acquisition ($\boldsymbol{F_r}$)
- (+) prestations versées aux sorties par décès ($\mathbf{Pr_d}$)
- (+) prestations versées aux sorties par échéance ($\boldsymbol{Pr_{éch}}$)
- (+) prestations versées aux sorties par rachat ($\boldsymbol{Pr_{ra}}$)
- (-) provisions mathématiques d'ouverture ($\boldsymbol{PMO}$)
- (-) primes encaissées nettes de commissions, déduction faite de sorties par rachat $\boldsymbol{P} * (\mathbf{1} - \boldsymbol{T_{ch}})$
- (-) intérêts techniques ($\boldsymbol{I_{tech}}$)

c) <u>Modalités pratiques de calcul</u>

L'épargne constituée en dehors de frais de chargement et avant participation aux bénéfices ($\mathbf{K_n^1}$) est donné par :

$$\mathbf{K_n^1 = P * (1 - T_{ch}) * \left(1 + T_{mg}\right) * \frac{(1 + T_{mg})^n - 1}{T_{mg}}}$$

L'épargne constituée après participation aux bénéfices

$$\mathbf{K_n^2 = K_n^1 + Pb}$$

Prestation en cas de sortie par échéance ($\mathbf{Pr_{éch}}$) :

$$\mathbf{Pr_{éch} = T_{éch} * K_n^2}$$

Prestation en cas de sortie par rachat ($\mathbf{Pr_{ra}}$) **:**

$$\mathbf{Pr_{ra} = T_{ra} * K_n^2}$$

Prestation en cas de sortie par décès ($\mathbf{Pr_d}$) **:**

$$\mathbf{Pr_d = T_d * K_n^2}$$

Provisions mathématiques de clôture **(PMC)** de l'année **n :**

$$\mathbf{PMC_n = [PMO_n + P - (Pr_{éch} + Pr_{ra} + P_d)] * (1 + T_{mg})}$$

Les provisions mathématiques d'ouverture (**PMO**) :

$$\boldsymbol{PMO_n} = \mathbf{K_{n-1}^2} \quad \forall\, \mathbf{n \neq 0},\ \boldsymbol{PMO_0} = \mathbf{0}$$

Les intérêts techniques :

$$\mathbf{I_{tech} = PMO * T_{mg} + (P - Pr_{éch} - Pr_{ra} - Pr_d) * [(1 + T_{mg})^{\frac{1}{2}} - 1]}$$

III.3. La marge financière

a) Définition

Le résultat financier comporte les produits financiers réalisés sur les primes et les provisions mathématiques, ainsi que la participation aux bénéfices réalisée sur le solde créditeur. Ce solde comporte les provisions mathématiques de clôture, les frais et chargements imposés par l'assureur pour la gestion du contrat, et les prestations versées en cas d'échéance de décès ou de rachat.

b) Eléments constitutifs

- (+) produits financiers générés par les placements effectués sur les primes et les provisions.
- (+) les primes encaissées.
- (-) les intérêts techniques.
- (-) variation de provisions mathématiques.
- (-) frais et chargement de gestion
- (-) prestations versées.

c) Modalités de calcul

Les produits financiers sont calculés sur les primes et les provisions mathématiques d'ouverture :

$$\mathbf{Pr_{Fin} = PMO + P * (1 - T_{ch}) * T_{ra}}$$

Le total qui représente la somme du solde débiteur et des intérêts techniques :

$$\mathbf{Total = S + I_{tech}}$$

Le solde créditeur :

$$\mathbf{S_c = Pr_{Fin} - (S + I_{tech})}$$

La participation aux bénéfices :

$$\mathbf{PB = T_{BP} * S_c}$$

IV. Passage au Profit Testing

a) Définition

Le Profit Testing peut être défini comme étant un « processus de projection des flux de trésorerie, positifs ou négatifs émergeant de chaque période de référence ». Son but principal est d'analyser les profits dégagés par un produit d'assurance et de mesurer sa rentabilité.

Comme précisé auparavant la méthode que nous avons adoptée pour l'analyse des marges nous permet d'évaluer les gains statutaires qui se dégagent de notre contrat. A partir des gains statutaires trouvés, nous appliquerons des critères d'évaluation, pour juger les gains statutaires.

Les gains statutaires espérés sont donnés par la formule suivante :

$$G = (1 - T_{PB}) * S_c$$

La VAN est donnée par la formule de récurrence suivante :

$$VAN_n = \frac{G + VAN_{n+1}}{1 + T_{ac}}$$

La NPV est donné par :

$$NPV_{pré_n} = \frac{NPV_{pré_{n+1}} + G * p_x}{1 + \mathrm{T_{ac}}}$$

IV.1. Evaluation des gains statutaires, VAN, NPV avant Marge de solvabilité

- Cas de la garantie Epargne

Soit un individu d'âge x, souscrivant à une garantie Epargne, nous cherchons à évaluer la rentabilité de ce contrat à travers le profit Testing. Pour ce faire nous allons d'abord évaluer les gains futurs que ce contrat va générer à cette entreprise.

En effet ces gains représentent un pourcentage du solde créditeur. La **VAN** représente une actualisation des gains futurs, et la $NPV_{pré}$ représente la valeur actuelle des gains futurs probabilisés avant intégration de la marge de solvabilité. Les profits générés par un contrat d'un assuré d'âge 20 ans évoluent comme suit : dans le temps et selon les montants est présentée ci-dessous :

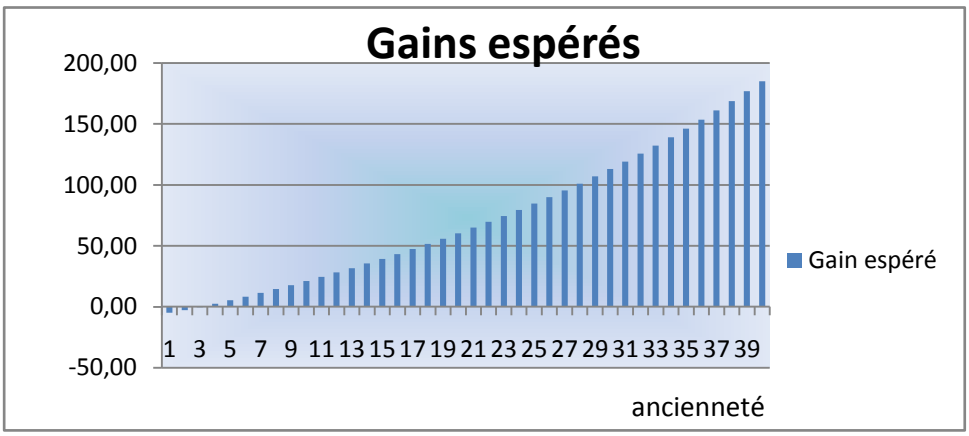


Figure 30: Evolution des gains espérés évalués pour le cas de la garantie Epargne.

Nous remarquons que la perte espérée est faible, et les gains espérés sont positives et augmentent d'une manière exponentielle.

- Cas de la garantie Prévoyance

En ce qui concerne cette garantie, nous avons calculé les marges financières et techniques en procédant de la même manière en se basant sur les mêmes formules .Toutefois les particularités rencontrées sont les suivantes :

$\boldsymbol{Pr_2}$ **:** Prestation de la prévoyance

$$\boldsymbol{Pr_2 = \mathrm{T_d} * K_n^2}$$

$\mathbf{C_{ges}}$ **:** Charges de gestion

$$\mathbf{C_{ges} = 0,075\% * K_n^2}$$

$\boldsymbol{P_2}$ **:** Prime annuelle de la garantie complémentaire « prévoyance »

$$\boldsymbol{I_{tec} = (P_2 + PMO) * T_{mg}}$$

$$\boldsymbol{PMO = PMC = 0}$$

La provision mathématique de la garantie en cas de prime croissante est nulle.

$$\boldsymbol{S_{deb} = \left(PMC + Pr_2 + C_{ges} + Fr_{aq}\right) - (PMO + I_{tech} + P_2)}$$

$\boldsymbol{Pr_{Fin}}$ **:** Produit financier généré dans le cas de la prévoyance

$$\boldsymbol{Pr_{Fin} = (P_2 + PMO) * (1 + T_{ra})}$$

$$\boldsymbol{S_c = Pr_{Fin} - (S_d + I_{tech})}$$

IV.2. NPV avec introduction de la Marge de solvabilité

IV.2.1. Introduction

La marge de solvabilité correspond au patrimoine de l'entreprise, libre de tout engagement prévisible, déduction faite des éléments incorporels. Il s'agit du capital supplémentaire apporté par les actionnaires qui se greffe à l'actif pour faire face aux provisions techniques, constituant ainsi un matelas de sécurité.

Ainsi, l'entreprise augmente ses chances d'être solvable au détriment d'une maximalisation de sa rentabilité. Conformément aux normes solvency2, les compagnies soumises à l'exigence de la marge de solvabilité, sont tenues d'allouer des fonds propres communément appelée marge de solvabilité réglementaire, ce qui apporte une sécurité supplémentaire aux assurés.

Toutefois, le montant réel dont dispose la compagnie est appelé la Marge de Solvabilité Constituée (M.S.C.) celle-ci doit donc être supérieur à la M.S.R. pour que la commission de Contrôle des Assurances n'intervienne pas.

IV.2.2. Evaluation Théorique de la Marge

Pour toutes les opérations vie, le montant minimal réglementaire de la marge est calculé par rapport aux provisions mathématiques. Ce montant est égal à 5 % des provisions mathématiques, relatives aux opérations d'assurances directes sans déduction des cessions en réassurance et aux acceptations en réassurance, multiplié par le rapport existant, pour le dernier exercice, entre le montant des provisions mathématiques après cessions en réassurance et le montant des provisions mathématiques brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 85%.

IV.2.3. Evaluation Pratique de la NPV POST Marge de Solvabilité

Nous avons constitué une marge de solvabilité réglementaire en procédant comme suit :

$$\boldsymbol{MSR_i = 5\% * PMO}$$

$\boldsymbol{MSR_i}$= Marge de Solvabilité Réglementaire à constituer à la i ème année.

Ce capital génère des intérêts financiers, que nous nommerons **IMSR** : Intérêt sur la Marge de Solvabilité Réglementaire.

$$\boldsymbol{IMSR = MSR * T_{ra}}$$

De plus, chaque année cette marge connait une fluctuation, elle augmente d'année en année.

$$\boldsymbol{GMSR = 90\% * (MSR_{i+1} - MSR_i)}$$

$\boldsymbol{GMSR}$= Gain sur variation de cette marge de solvabilité réglementaire

Ils sont considérés à hauteur de 90 % de la variation de la Marge de Solvabilité. Nous pouvons ainsi déduire le profit total ou encore l'intérêt généré sur la marge de solvabilité. Nous le notons :

Nous avons donc : $\boldsymbol{PMSR = IMSR + GMSR}$

PMSR : Profit total l'intérêt généré sur la Marge de solvabilité

Ainsi les gains actuariels de la compagnie après intégration de la marge de solvabilité sont évalués. Ils sont calculés comme suit :

$$G_i^p = PSMR + G_i$$

Après avoir évalué les gains actuariels post M.S.R, on en déduit la NPV Post, en faisant une actualisation de ces gains aux taux d'actualisation tout en intégrant l'aléa viager c'est-à-dire en multipliant par la probabilité de survie.

$$NPV_{post} = \sum_{i=1}^{n} G_i^p * r^i * p_{x+i}$$

IV.2.4. Application Numérique

En se basant sur les paramètres saisis un peu plus haut, il s'est avéré qu'après intégration de la Marge de solvabilité, le contrat n'est pas rentable car NPV_{post} **=-253.28 (négatif)** la première année c'est-à-dire que l'entreprise en étant plus prudent donc plus solvable perd en rentabilité.

Toutefois, nous tenons à préciser que ceci ne peut bien se faire qu'à travers un portefeuille actif, ce n'est que dans ce cas que l'on peut bien dégager la rémunération réelle de ce capital, et l'impact effetive que cela aura sur la valeur finale de la NPV. Dans un vrai portefeuille on a les deux garanties qui seront prises en compte et ainsi donc on raisonnera en termes de gains totaux générés dans ce portefeuille.

A titre de rappel, conformément à la réglementation européenne (notamment en France), la marge de solvabilité en assurance vie représente 4% du capital, en revanche, au Maroc, elle est de 5% des provisions mathématiques, ce qui fait que les compagnies marocaines sont moins rentables toutefois elles sont plus prudentes ou sont plus solvables.

IV.3. Critères d'évaluation de « la garantie épargne retraite individuelle »

Le Profit Testing doit être complété par une évaluation des gains espérés. Il existe des critères d'évaluation qui sont usuels en finance. Ils seront présentés dans ce qui suit. Nous allons tenter de répondre aux questions suivantes: "les gains statutaires G_t sont-ils suffisants?" ou "le contrat est-il profitable?"

a) Critère de la NPV au taux de RDR

La NPV (Net Present Value) représente l'augmentation de la valeur de la compagnie grâce à ce contrat. Tandis que le RDR (Risk Discount Rate) c'est le taux lié au risque de la compagnie. Si la NPV est inversement proportionnelle aux taux d'actualisation, le Rate Discount Ratio, et est positive alors le contrat est dit rentable.

Avec le taux RDR et les gains G_t, la NPV_{RDR} est la somme actualisée des gains statutaires espérés du Profit Testing :

$$NPV_{RDR} = v_{RDR}.G_1 + v_{RDR}^2.G_2 + \cdots + v_{RDR}^n.G_n$$

Application numérique

Pour un taux d'actualisation RDR = 12% on a :

NPV_{RDR} = 88,18 > 0 donc le contrat est rentable.

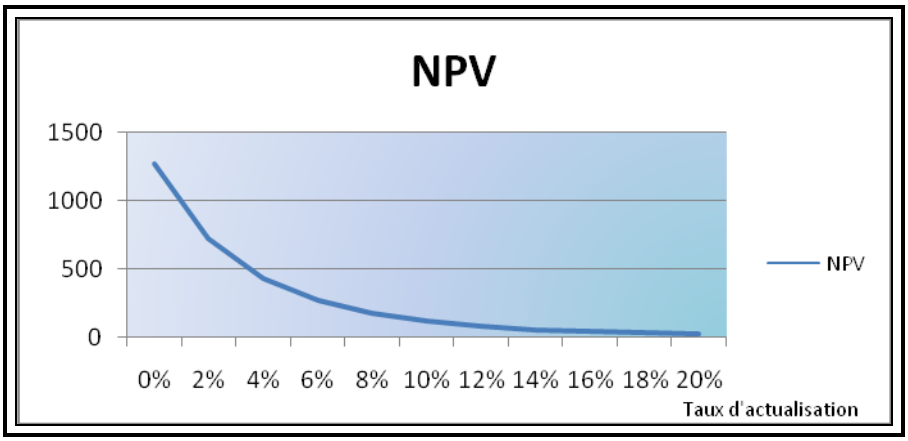


Figure 31 : Evolution de la NPV en fonction du taux d'actualisation.

➢ Le surprofit

La NPV_{RDR} est un "surprofit" réalisé avec le taux RDR. Le surprofit se partage entre:

- La compagnie d'assurances (réserves supplémentaires)
- Les agents (commissions supplémentaires)
- Les collaborateurs (gratifications)
- Les assurés (participations aux excédents supplémentaires)
- Les actionnaires
- Le fisc.

➢ Remarque

Le critère de la NPV peut s'élargir à d'autres critères:

- Si NPV > 0 alors le contrat est rentable (critère principal)
- Si NPV > a% C alors le contrat est rentable (critère qui exige que la NPV soit supérieure à un pourcentage donné "a" du capital)
- Si NPV > b% CP" alors le contrat est rentable (critère qui exige que la NPV soit supérieure à un pourcentage donné "b" de la prime brute).

b) ***Critère du Internal Rate of Return (IRR)***

L'Internal Rate of Return correspond au taux d'actualisation qui rend la NPV nulle. En effet, le contrat est dit rentable si l'IRR est supérieur au RDR.

L'IRR est solution de l'équation :

$$NPV_{IRR} = 0$$

$$NPV_{IRR} = v_{IRR}.G_1 + v_{IRR}^2.G_2 + \cdots + v_{IRR}^n.G_n = 0$$

Application numérique

IRR = 50,12 % > 8% donc le contrat est rentable.

c) Critère de la Profit Margin (PM)

Le profit Margin est le rapport représentant le pourcentage moyen des profits en fonction de la prime. Il est donné par la formule :

$$PM = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i v_{RDR}^i}{P_{actualis\ ée}}$$

Lorsque le rapport PM est supérieur à un taux fixé par la compagnie, le contrat est dit rentable.

Application numérique

Supposons que la compagnie se fixe un taux minimal de 0,5%.

Dans notre cas nous avons trouvé la **PM** = 0,93% > 0,5 % donc le contrat est rentable.

IV.4. Pertinences des critères d'évaluation

Les critères vus précédemment peuvent aboutir à des conclusions divergentes, le critère de la NPV peut juger rentable un contrat alors que le critère du IRR peut le juger non-rentable. Il y a un problème de cohésion entre les critères. Ce paragraphe a pour objet de résoudre le problème en cherchant les cas où ces critères ne sont pas utilisables.

Il y a une correspondance entre les deux critères :

$$\boldsymbol{NPV_{RDR} \geq 0} \qquad <=> \qquad \boldsymbol{IRR \geq RDR}$$

Lorsque la NPV est positive ou nulle, cela signifie que le contrat permet à la compagnie d'augmenter sa valeur ou de ne pas la changer. L'IRR supérieur ou égal au RDR signifie que le contrat remplit les exigences que la compagnie s'est fixée. Le contraire n'indique pas nécessairement qu'il y a des pertes (au contraire les gains peuvent être néanmoins positifs) mais indique que le contrat ne remplit pas les critères de profitabilité que la compagnie s'est fixée.

Cependant, le critère de l'IRR n'est pas aussi pertinent que le critère de la NPV. Parfois la courbe représentant la NPV en fonction du taux d'actualisation ne rencontre jamais la droite du taux d'actualisation ou au contraire la courbe la rencontre plusieurs fois. En conséquence, l'IRR ne peut pas être calculé dans tous les cas surtout dans le cas de l'épargne.

L'IRR ne peut pas être calculé dans les cas suivants :

- S'il n'y a pas d'investissement initial (exemple: assurance temporaire au décès avec commissionnement étalé).
- Si l'investissement initial est petit, l'IRR peut prendre une valeur non significative (exemple: assurance à prime unique).
- S'il y a plusieurs pertes pendant la vie de la police (exemple: assurance avec une importante commission de renouvellement tous les 5 ans).

En conclusion, le critère à retenir est celui du NPV compte tenu du fait que l'IRR n'est pas pertinent.

Chapitre 5 : Analyse des scénarios et Stress Testing

Le test de stress est une forme de test utilisée pour déterminer la stabilité d'un système donné ou d'une entité. Il s'agit de l'essai au-delà de la capacité normale de fonctionnement, souvent à un point de rupture, afin d'observer les résultats ces tests ont un sens plus spécifique dans certains secteurs.

Stress tests, se base sur des scénarios et utilise un algorithme pour déterminer l'impact attendu sur un portefeuille de retour d'un tel scénario devait se produire.

Jusqu'à 1999 environ, les intervenants financiers utilisaient des méthodes consistant à calculer le P&L (Profit and Loss, aussi noté PNL) en faisant varier l'ensemble des paramètres de marché de façon plausible mais arbitraire (exemple pour un paramètre donné : hausse de 1%, constant, baisse de 1% ...).On ne conservait ensuite que le pire des scénarios, ce qui revenait à surestimer les sommes à mobiliser pour couvrir le risque. En effet, le pire scénario correspondait souvent à une évolution globale de marché très peu probable voir même incohérente.

Le Stress Testing est une partie de l'analyse de scénarios qui, au lieu de considérer des rendements habituellement enregistrés dans les conditions normales du marché, considère des valeurs totalement extrêmes caractérisant le plus souvent des crises historiquement réalisées ou qui risquent de se réaliser. Il permet de faire des simulations de crises et de voir la réaction du portefeuille en termes de risque dans ce genre de situations particulières.

Dans notre cas, nous allons faire varier la valeur de paramètres de manière à étudier la rentabilité de notre nouveau produit et ceci à travers la Nette Présent Value .Si cette valeur demeure positive alors on peut tirer une conclusion quant à la rentabilité. Pour ce faire, nous allons déterminer la variation de le NPV par rapport aux paramètres. En conclusion nous allons déduire le scénario optimiste et le scénario pessimiste.

I. Scénario 1 : Variation de l'âge

Le Profit Testing a été effectué par âge, étant donné qu'il s'agit d'un nouveau produit. En prenant comme taux d'actualisation 12 %, nous avons essayé de calculer la Valeur actuelle nette pour chaque contrat dans le cas de la garantie épargne en faisant varier l'âge. En effet, en se référant au tableau ci-dessous, on remarque que plus l'âge augmente plus la NPV devient faible .Ainsi la compagnie génère plus de gains en prenant des engagements avec des individus jeunes étant donné que l'on peut avoir plus de primes soit une plus grande NPV. Ce

tableau nous montre bien que, l'épargne est rentable à la compagnie et profitable à l'assuré : dans tous les cas cet engagement fait profiter aux deux parties.

Synthèse de scénarios															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Cellules Variables															
Age	20	22	24	26	28	30	33	35	38	40	45	48	50	55	58
Cellules Résultantes															
NPV	**78,95**	**76,94**	**74,66**	**72,06**	**69,12**	**65,81**	**60,11**	**55,79**	**48,48**	**43,08**	**27,93**	**18,18**	**11,78**	**-1,06**	**-3,13**
NPV/Prime	**0,81**	**0,79**	**0,77**	**0,74**	**0,72**	**0,69**	**0,64**	**0,60**	**0,53**	**0,49**	**0,35**	**0,25**	**0,18**	**-0,02**	**-0,16**
NPV/Capital	**0,07**	**0,07**	**0,07**	**0,07**	**0,07**	**0,07**	**0,06**	**0,06**	**0,06**	**0,06**	**0,05**	**0,04**	**0,03**	**-0,01**	**-0,10**

Tableau 16: Variation de la NPV par rapport à l'âge.

II. Scénario 2 : Variation du taux d'actualisation

Nous avons fait varier le taux de d'actualisation, et ainsi obtenu la tendance qui se dégage suite à cette variation. En effet, quand bien même la réglementation exige du 12 % aux compagnies d'assurances comme actualisation de manière à être le plus prudent possible, ce scénario permet d'avoir une idée sur cette Net Present value avec plus de 12 % ou un peu moins de 12%. Le gestionnaire de scénario nous permet d'avoir :

Synthèse de Scénarios										
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Cellules variables										
Taux actualisation	**0%**	**2%**	**4%**	**6%**	**8%**	**10%**	**12%**	**14%**	**16%**	**18%**
Cellules résultantes										
NPV	**442,79**	**267,90**	**179,60**	**133,98**	**109,87**	**96,83**	**89,60**	**85,49**	**83,10**	**81,67**

Tableau 17: Variation de la NPV par rapport au RDR.

On remarque que la NPV, diminue au fur et à mesure que le taux d'actualisation augmente, ce qui est très normale car plus la contrainte envers les assurés augmente plus les gains générés sont faibles.

Nous avons refait ces scénarios pour la NPV totale en prenant en compte la garantie prévoyance. C'est à dire que nous avons considéré le cas d'un individu de 20 ans qui souscrit

aux deux garanties, comment évoluerait cette NPV ? Etant donné que la garantie prévoyance également donne une NPV positif, la tendance est toujours baissière au fur et à mesure que le taux d'actualisation augmente. Ce que montre le graphe suivant :

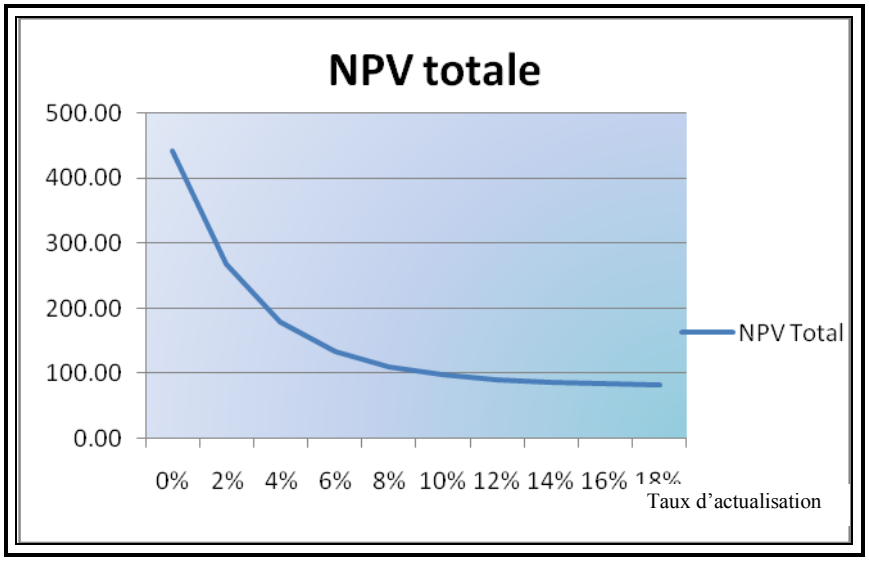


Figure 32 : Evolution de la NPV totale en fonction du taux d'actualisation.

III. Scénario 3: Variation du taux de rendement des actifs

En faisant varier le taux de rendement des actifs, nous remarquons que le NPV diminue, jusqu'à devenir négatif à partir d'un taux égale à 3.75%. Cette négativité est due au fait que le TRA est plus petit que le taux technique. Cela peut s'expliquer par le fait que déjà le taux minimum garanti est de 3% et en plus de ça, il ya une participation aux bénéfices qui vient s'ajouter, ce qui génère un taux technique largement au dessus de 3%.

Synthèse de scénarios								
		Valeurs actuelles :	1	2	3	4	5	6
Cellules variables								
	TRA	4,50%	4,25%	4,00%	3,75%	3,50%	3,25%	3,00%
Cellules résultantes								
	NPV	78,95	52,01	25,19	-1,52	-28,10	-54,62	-81,13

Tableau 18: Variation de la NPV par rapport au TRA.

IV. Scénario 4: Paramètres du produit (T_{chg}, T_{com}, T_{PP})

Nous allons essayer de faire varier certains paramètres du produit et voir ainsi l'impact que cela aura sur la NPV totale, sur la Van le gain espéré et ceci pour un individu âgé de 20 ans. Nous allons le faire sur 2 ans (2009, 2010) étant donné que l'on a fait l'hypothèse selon laquelle la souscription se fait en 2009. Nous allons faire varier leT_{chg}, le T_{com} (taux de commissions), T_{pp} (taux de Prélèvement sur Prévoyance).

Cas 1 : Variation de la T_{chg}

	2009		2010	
TPE	NPV	VAN	NPV	VAN
2,00%	-76,63	-78,26	-81,63	-83,46
1,50%	-21,43	-21,07	-20,42	-20,02
1,00%	33,87	36,22	40,90	43,54
0,75%	61,67	65,03	71,73	75,50
0,50%	89,60	93,97	102,70	107,60
0,25%	117,65	123,03	133,82	139,85
0,00%	145,83	152,23	165,07	172,24

Tableau 19: Variation de la NPV par rapport au taux de chargement sur encours

Quand on fait varier leT_{chg}, on remarque que plus le taux de gestion sur encours est grand, moins les gains sont grands et par conséquent moins la NPV est grande.

Cas 2 : Variation du T_{com}

	2009		2010	
TC	NPV	VAN	NPV	VAN
3,00%	79,89	84,12	93,02	97,76
2,75%	82,32	86,58	95,44	100,22
2,50%	84,74	89,04	97,86	102,68
2,00%	89,60	93,97	102,70	107,60
1,75%	92,02	96,43	105,13	110,06
1,50%	94,45	98,89	107,55	112,52
1,00%	99,31	103,82	112,40	117,45
0,50%	104,17	108,75	117,24	122,38

Tableau 20 : Variation de la NPV par rapport au taux de commissions.

En faisant référence à ce tableau, il apparait que plus le taux de commissions est grand alors plus la VAN et la NPV sont petites. Chose qui s'inscrit tout à fait dans le bon sens étant

donné qu'un taux de commissions plus grand traduirait une charge plus grande encore pour l'entreprise.

Cas 3 : Variation du T_{PB}

En faisant varier le taux de participation aux bénéfices qui est de 90% des bénéfices, on remarque que plus ce dernier est faible, plus la NPV est grande ce qui est tout à fait logique ; il en est de même pour la VAN.

	2009		2010	
TPB	NPV	VAN	NPV	VAN
70,00%	29,28	33,23	45,28	49,71
75,00%	24,41	27,70	37,75	41,43
80,00%	19,53	22,17	30,21	33,16
85,00%	14,66	16,63	22,66	24,87
90,00%	9,77	11,09	15,11	16,59

Tableau 21: Variation de la NPV par rapport au taux de participations aux bénéfices.

Conclusion

En se référant à ces trois tableaux précédents, nous retiendrons comme scénario Optimiste :

TPE =0.25% TC= 0.5%, TBP = 70%, TRA=4.5%

Et pour scénarios Pessimiste, nous avons retenu :

TPE=2%, TC=3%, TPB=90%, TRA= 4%

V. Simulation de la NPV totale Pour un portefeuille fictif

Nous avons essayé de simuler un petit portefeuille de 2000 personnes en considérant non pas tous les âges mais juste des sauts d'âge, de 5 ans comme l'indique le tableau ci-dessus. Ainsi, nous avons non pas généré aléatoirement des effectifs d'adhésions mais supposé ces effectifs suivant la logique suivante : on a beaucoup d'individus d'âge moyenne situé entre 35 et 40 ans par contre pour les jeunes et les vieux (50-58) les effectifs diminuent.

Nous avons essayé de calculer pour un tel portefeuille, la valeur actuelle nette et NPV de tout le portefeuille. Ce portefeuille considère uniquement la garantie épargne puisque la prévoyance est facultative. Nous avons donc évalué les gains dans le cas du scénario optimiste et pessimiste. Ce calcul s'est effectué pour chaque âge et après une multiplication avec les effectifs nous avons déduit pour l'ensemble.

Cas 1 : Scénario Optimiste

En utilisant le même portefeuille dans le cas du scénario optimiste, on obtient le tableau suivant :

Age	n	Effectif	NPV	VAN	VAN of premium	VAN total	VAN premium total	Pourcentage
20	40	100	89,09	93,43	9795,50	9343,20	979550,21	0,95%
25	35	125	83,72	88,14	9714,00	11017,12	1214250,15	0,91%
30	30	200	76,30	80,76	9570,43	16152,51	1914086,56	0,84%
35	25	350	66,44	70,75	9317,55	24762,62	3261143,01	0,76%
40	20	450	53,83	57,68	8872,18	25953,76	3992482,20	0,65%
45	15	350	38,71	41,65	8087,96	14578,01	2830786,85	0,51%
50	10	200	22,45	24,24	6707,55	4847,71	1341510,58	0,36%
55	5	125	9,35	10,27	4278,48	1284,25	534810,47	0,24%
58	2	100	7,10	7,92	2007,08	791,73	200708,38	0,39%
Total		2000	446,99	474,8	68350,75	108730,91	16269328,41	0,67%

Tableau 22: Résultats de scénario optimiste.

En se basant sur la NPV et VAN estimé, nous avons obtenu le total des gains actuels compte tenu du portefeuille fictif simulé. On remarque que la VAN total est de 108730,91 dh quand aux primes totales, elles sont évaluées à 16.269.328,41, et donc cette VAN des gains représentent 0.67% des VAN des primes encaissées. En conclusion, on remarque que le portefeuille est profitable.

Cas 2 : Scénario Pessimiste

En utilisant le même portefeuille dans le cas des scénarios pessimiste, on obtient le tableau suivant :

Age	N	effectif	NPV	VAN	VAN of premium	VAN total	VAN premium total	Pourcentage
20	40	100	-132,50	-136,20	9795,50	-13619,56	979550,21	-1,39%
25	35	125	-126,07	-129,91	9714,00	-16238,82	1214250,15	-1,34%
30	30	200	-117,06	-121,06	9570,43	-24212,91	1914086,56	-1,26%
35	25	350	-104,83	-108,85	9317,55	-38098,28	3261143,01	-1,17%
40	20	450	-88,72	-92,42	8872,18	-41587,96	3992482,20	-1,04%
45	15	350	-68,27	-71,09	8087,96	-24882,39	2830786,85	-0,88%
50	10	200	-43,51	-44,92	6707,55	-8984,40	1341510,58	-0,67%
55	5	125	-15,93	-15,78	4278,48	-1972,12	534810,47	-0,37%
58	2	100	0,21	0,92	2007,08	91,88	200708,38	0,05%
Total		2000	-696,69	-719,31	68350,75	-169504,57	16269328,41	-1,04%

Tableau 23: Résultats de scénario pessimiste.

En se basant sur le scénario pessimiste précédent, on remarque que pour tout le portefeuille fictif, on n'a pas une rentabilité ces pertes représentent 1.04% de l'ensemble des primes encaissées.

PARTIE IV

Application VBA : Simulation de l'Epargne, Tarification de la Garantie Prévoyance & Profit Testing

Dans cette Partie, nous allons développer une application VBA pour la simulation de l'épargne constituée, la tarification de la garantie « prévoyance », et l'évaluation de la rentabilité de notre contrat.

Introduction

Dans cette partie, nous allons présenter l'application informatique réalisée grâce à l'outil VBA, dans le but de faciliter la simulation de l'épargne, la tarification de la garantie Prévoyance ainsi que le Profit Testing. Nous allons présenter le menu, et les différentes rubriques de ce menu. Cette application peut être considérée pour un assuré comme un simulateur de son épargne, lui permettant d'évaluer automatiquement le montant total mis de côté au bout d'un tel nombre d'années de primes, elle permet en revanche à l'assureur d'évaluer en retour la rentabilité de ce contrat.

I. Présentation de l'Outil

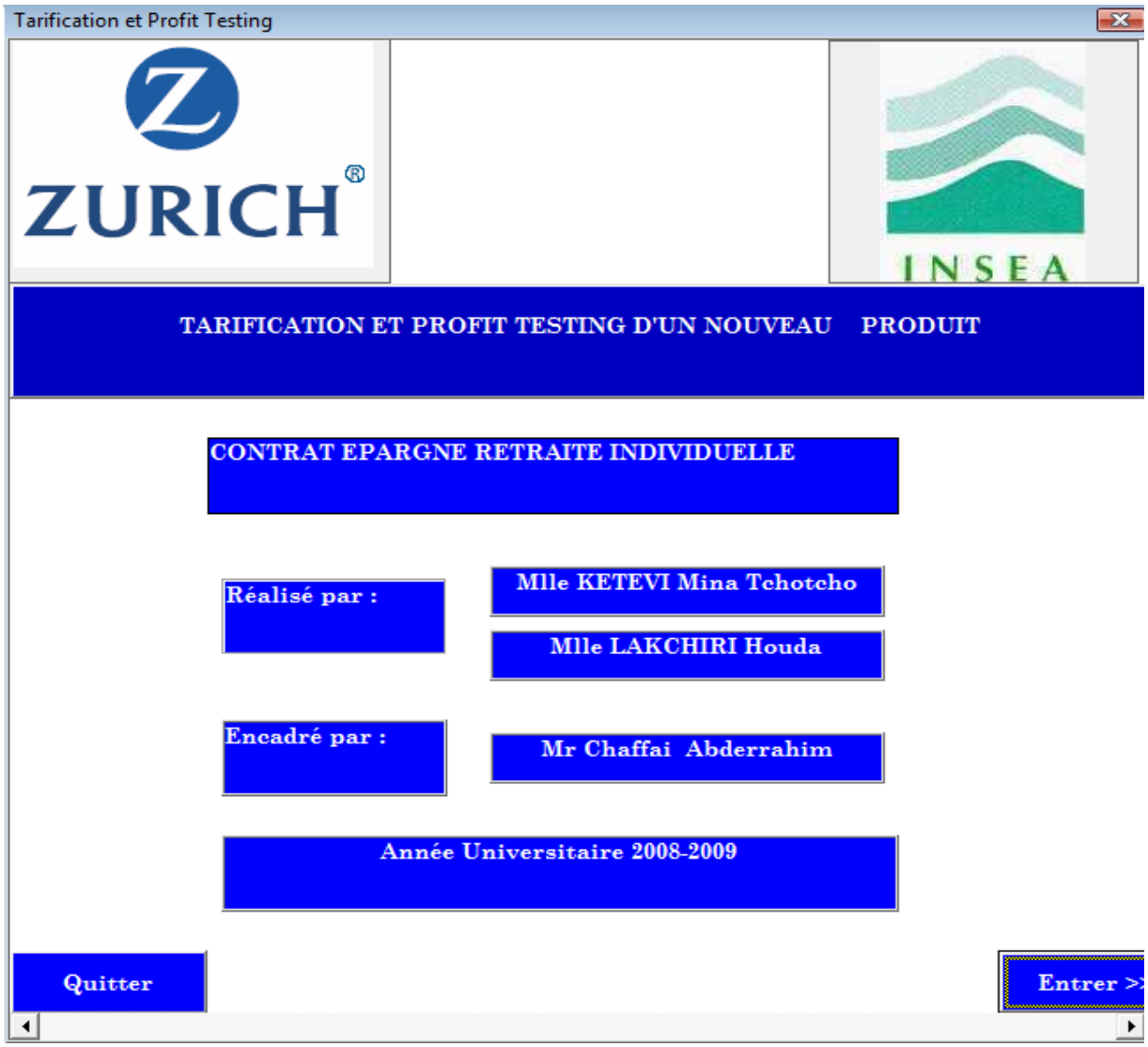
A l'ouverture de ce programme Excel réalisé, une page d'accueil s'affiche montrant le logo de la compagnie d'accueil et celle de l'école, et indiquant le nom de l'outil mis en place, il s'agit en fait d'une page de garde de l'application.

Le programme comporte au total 6 parties :

1. ***Page d'accueil***
2. ***Saisie des Hypothèses de simulation***
3. ***Simulation de l'épargne***
4. ***Tarification de la Prévoyance***
5. ***Evaluation des provisions mathématiques***
6. ***Profit Testing***

1. **<u>Etape 1</u>** : Page d'Accueil

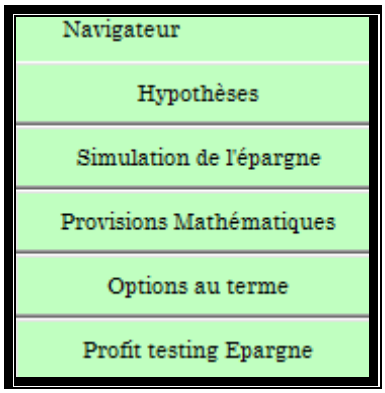
La page d'accueil se présente comme suit :



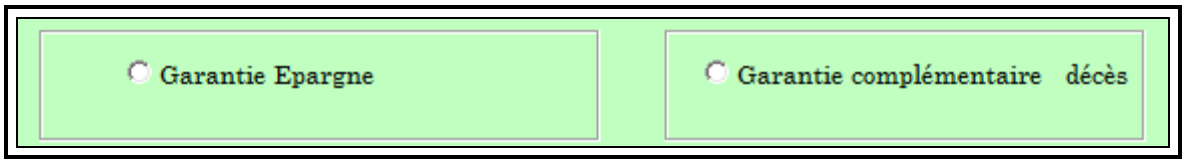
Arrivé sur la page d'accueil, l'individu peut continuer en cliquant sur le bouton « Entrer » pour accéder immédiatement à l'étape suivante.

2. **<u>Etape 2</u>** : Saisie des Hypothèses

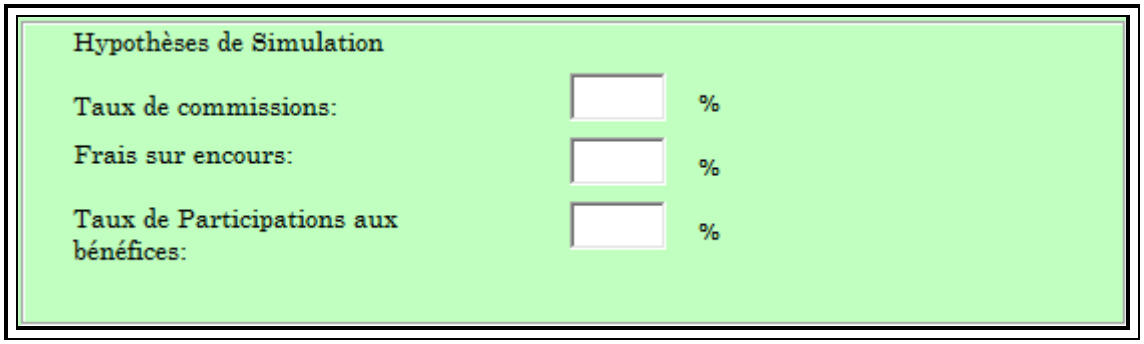
L'outil est doté d'un navigateur qui permet de passer d'une étape à une autre. Ainsi, l'utilisateur peut circuler aisément dans l'application, il peut choisir à son aise la page à laquelle il désire accéder. Toutefois, la saisie des hypothèses demeure une étape importante sans laquelle aucune autre ne peut s'exécuter.



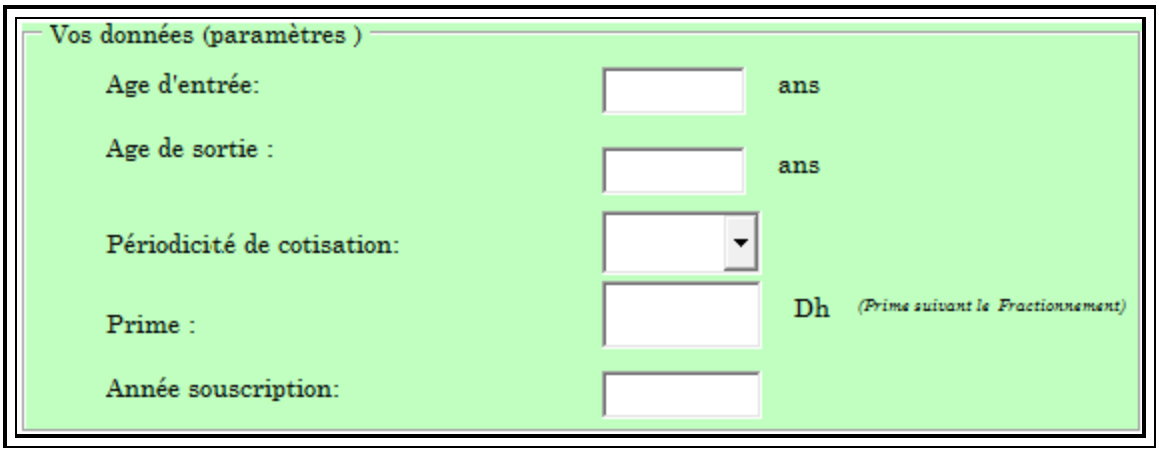
Sur la page des hypothèses, l'utilisateur doit spécifier la garantie à laquelle il veut souscrire, comme l'indique la capture d'écran ci-dessous, il peut souscrire, à une seule garantie (la garantie épargne) ou encore aux deux garanties. La garantie épargne est obligatoire tandis que la garantie prévoyance elle est facultative.



Par la suite l'utilisateur doit saisir les hypothèses relatives au produit lui-même, qui dépendent de l'assureur et non pas de l'assuré, puisque c'est la compagnie qui se doit de fixer ces hypothèses. Nous avons fait mention des taux de commissions, des frais sur encours et des taux de participation aux bénéfices.



Ensuite viennent les paramètres de l'assuré, ces paramètres sont intrinsèques à l'assuré et il s'agit donc de l'âge d'entrée, de l'âge de retraite, de la périodicité de prime, du montant de prime et de l'année de souscription (celle-ci est supposée supérieure ou égale à 2009 étant donnée que le produit est nouveau).

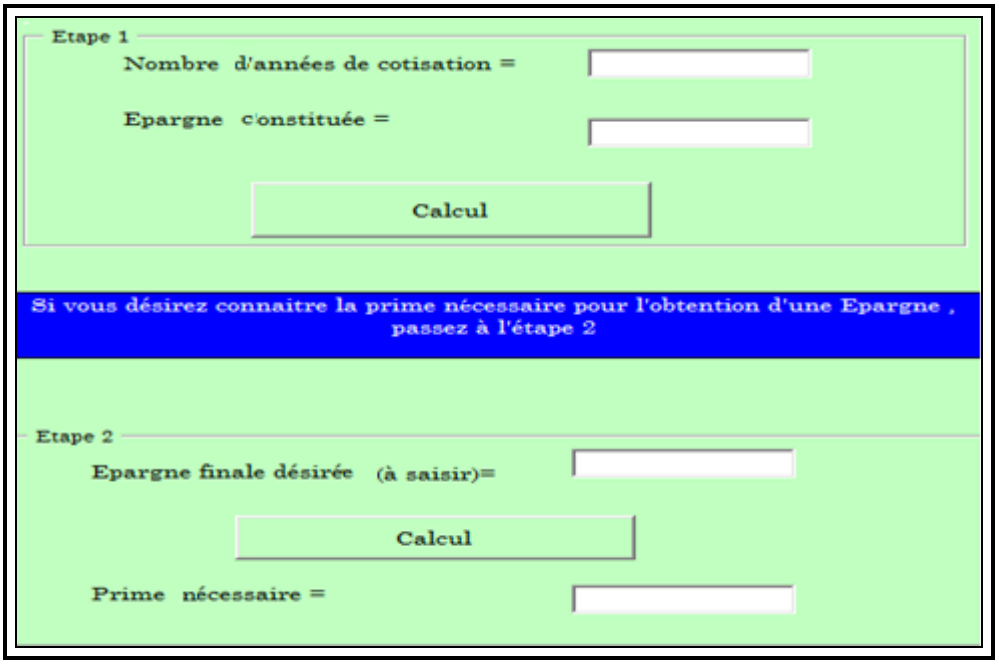


Les boutons de navigation permettent de quitter le programme ou bien d'aller à la page suivante ou encore à la page précédente.

3. **<u>Etape 3</u>** : Simulation de l'épargne

Cette étape permet d'évaluer le montant d'épargne que l'assuré aurait mis de coté s'il avait cotisé pendant un certain nombre d'année (Sortie – Entrée) , et compte tenu de son fractionnement.

- Un bouton « Calcul » permet de faire les évaluations.
- Un autre bouton de commande permet d'afficher le graphe montrant l'évolution de cette épargne durant ces années.
- Et enfin, un autre Bouton permettant à l'utilisateur de faire le lien avec les feuilles Excel pour mieux voir les chiffres.

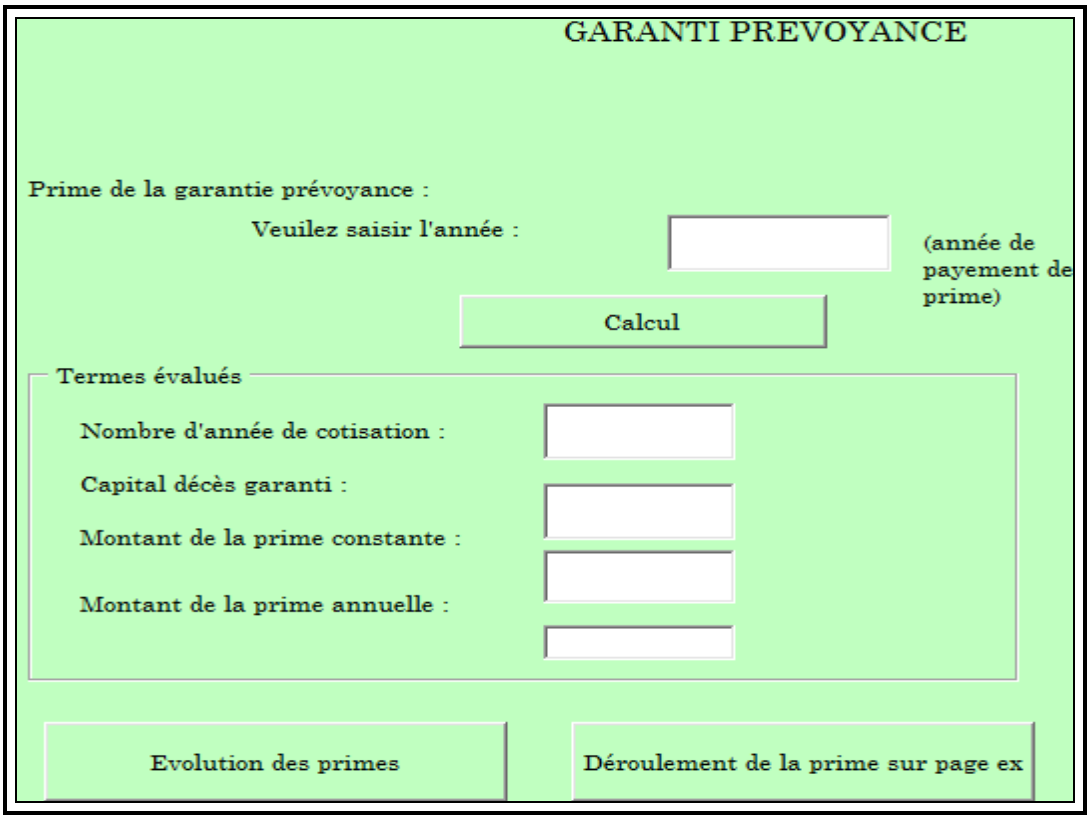


Quant à la deuxième étape, elle permet à l'individu qui désire avoir une épargne finale au bout de ces années de cotisation, de connaitre la prime annuelle qu'elle devra payer. En saisissant le montant désiré, au clic sur calcul, la prime annuelle est affichée.

4. **<u>Etape 4</u>** : Tarification de la garantie Prévoyance

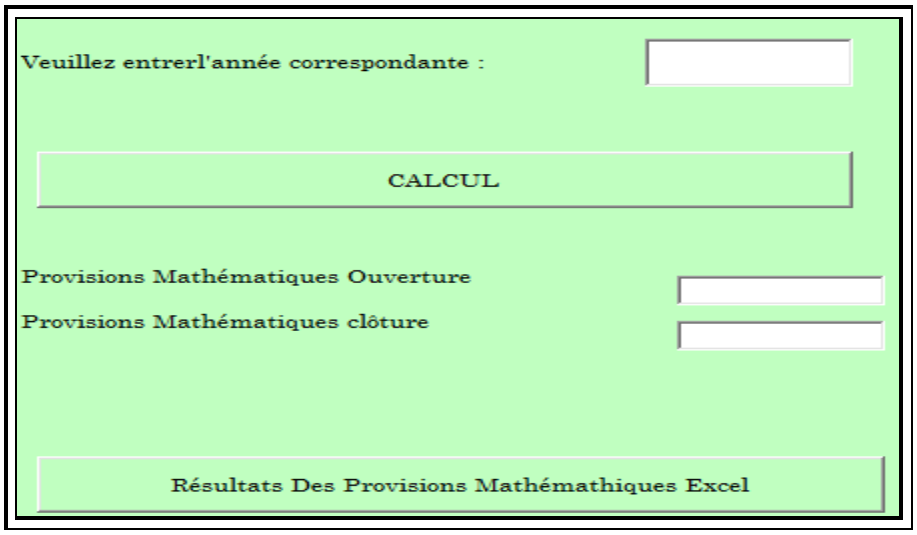
En se basant sur les paramètres que l'utilisateur avait préalablement saisi dans la page des hypothèses, l'utilisateur peut voir le tarif qui aura à payer en cas de souscription à cette garantie, et ce pour chaque année.

- Suite à un clic sur le bouton « Calcul » de la première étape, l'application affiche le capital garanti, la prime annuelle croissante et enfin la prime annuelle constante.
- Deux autres permettent respectivement de visualiser l'évolution de la prime constante et visualiser la page Excel.



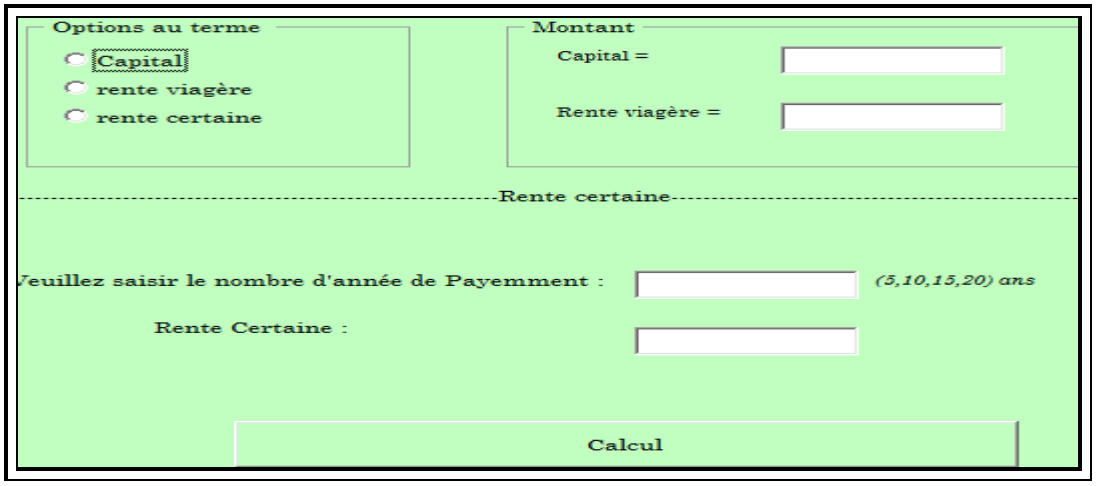
5. **<u>Etape 5</u>** : Provisions mathématiques

Arrivé à cette étape, l'actuaire peut visualiser aisément les provisions mathématiques qu'il devrait proposer à l'entreprise pour faire face à l'engagement pris avec cet assuré. Nous avons évalué les provisions mathématiques d'ouverture et celles de fermeture. L'utilisateur n'aura qu'à entrer l'année correspondante.



6. **<u>Etape 6</u>** : Options au terme

Cette partie concerne surtout l'assuré, arrivé au terme, il peut choisir une option capital qui suppose le versement immédiat ou encore une option rente viagère trimestrielle et enfin une option rente certaine qui suppose que le payement s'étalera sur un nombre d'années donné (5, 10, 15, 20) ans.



7. **<u>Etape 7</u>** : Profit Testing

Il s'agit de la dernière étape. A cette étape, l'actuaire peut évaluer si ce contrat est rentable ou il ne l'est pas. Cette page affiche deux parties : la première concerne les hypothèses considérées.

Paramètres de Calcul

Age d'entrée	20	ans	Taux sur encours	0,5	%
Age de sortie	60	ans	Taux d'actualisation	12	%
Cotisation	1200	DH	Taux Rendement Actifs	4,5	%
Taux de commisions	2	%	Pénalité de Rachat	5	%
Taux Minimum Garanti	3	%	Taux Marge de Solvabilité	5	%

La deuxième partie permet de faire les calculs relatifs au Profit Testing. Un bouton « Calcul » permet de faire les évaluations. Les calculs effectués, une textbox affiche le message « Contrat Rentable » ou « Contrat Non Rentable » en se basant sur le critère d'évaluation de la Net Present Value.

Resulats obtenues

Prime Actualisée		DH	NPVE Pré MS		DH
Epargne Actualisé		DH	NPVE POST MS		DH
NPV Pré MS (Totale)		DH	NPVP Pré MS		DH
VAN Pré MS (Totale)		DH	NPVP POST MS		DH
NPV/Epargne Actu		%	NPV/Prime Actu		%

Conclusion

Notre projet de fin d'études a coïncidé avec une période où ZURICH Assurances Maroc cherchait à mettre en place un nouveau produit d'assurance vie, « Epargne Retraite Individuelle », lui permettant de faire bénéficier ses assurés d'une retraite complémentaire, de faire face à la concurrence et aux exigences de ses actionnaires, et en même temps de réaliser une marge bénéficiaire convenable. Sur les bases de simulations, nous avons évalué les tarifs des deux garanties « Epargne » et « Prévoyance », par la suite, nous avons calculé les provisions mathématiques et les provisions de gestion sur un horizon de temps donné, et après avoir modélisé les taux de rendement des actifs et les taux de sortie par résiliation, nous sommes passées au Profit Testing.

Nous avons d'abord commencé par la garantie « Epargne » qui est obligatoire. Cette garantie a été tarifée, et nous avons simulé cette épargne compte tenu des hypothèses initiales. Le contrat est souscrit par un assuré dont l'âge d'entrée et l'âge de sortie sont spécifiés. Le contrat proposé par l'entreprise est une police avec participation aux bénéfices, il contient une garantie de taux d'intérêt et de participation dans un surplus de rendement. Le taux technique est supposé constant sur la durée du contrat. Par la suite, une étude de la sensibilité de cet épargne par rapport aux paramètres du produits nous a permis de conclure que plus les paramètres du produit (taux sur encours, taux de commissions) augmentent, moins l'épargne est grande, en revanche plus le taux technique est élevé plus l'épargne est grande.

Le modèle de Profit Testing prend en compte les provisions mathématiques. Pour cela que nous avons simulé ces provisions (les provisions d'ouverture et de clôture) pour chaque police et pour chaque individu d'âge x.

Le marché financier est bien volatile, notamment les taux de rendement de l'actif. Nous avons pris comme hypothèse que le profil d'investissement se base sur les emprunts obligataires de maturité 10ans, et donc nous avons modélisé des taux de rendement sur la période de simulation. A l'aide de la méthode de Vasicek et de la simulation de monte Carlo, nous avons généré plusieurs séries de taux que nous avons utilisé dans le Profit Testing.

Le modèle tient compte de la sortie par échéance, par rachat et par décès. Les taux de décès et d'échéance étant déterminés respectivement par la table de mortalité et par déduction à partir des autres taux, nous avons modélisé les taux de résiliation en se basant sur le modèle de Kaplan Meier.

La dernière étape était le « Profit Testing » en se basant sur les résultats précédemment obtenus. Pour une police donnée, on a mis en place un modèle permettant d'évaluer la rentabilité de ce contrat. Dans le cadre de la prise de décision relative à la commercialisation du produit que ce soit son lancement ou son maintien, d'autres considérations que la VAN peuvent entrer en jeu : analyse de sensibilité, résultat annuel, contrainte commerciale. C'est la

raison pour laquelle on a mis en place une analyse de sensibilité des résultats du portefeuille aux variations des différents paramètres d'assurance. Nous avons aussi fait un découpage annuel des résultats. En effet, en plus d'une rentabilité en valeur actualisée exprimée par la VAN, le contrat doit fournir un résultat annuel.

Le modèle étant valide et utilisable pour un contrat, la compagnie devrait maintenant le tester pour un portefeuille réel, en présence des paramètres effectifs du marché, pour ainsi tester sa solidité effective.

Bibliographie

Supports de cours :

*[1] **ABOUZAID El Mostafa** " Cours d'Assurance Vie ", 2006.*

*[2] **Pierre DEVOLDER** «Modèles Mathématiques de la Finance ».*

*[3] **Frédéric PLANCHET** « Modèles de durée de Vie » 2009.*

*[4] **Darbellay T A , Veraguht C., «** Méthode d'évaluation d'une compagnie d'assurances vie et de ses produits », publication de l'Université de Lausanne, ISA, 1995.*

*[5] **Petauton P.,** « Théorie et Pratique de l'Assurance Vie », Dunod, Paris, 2004.*

Mémoires d'Actuariat :

*[6] **ISMAILI ALAOUI Hasnae & MNASRI Rafik:** «Retraite complémentaire : Profit Testing et Business Plan application à la « Retraite entreprise » et « Addamane Achaabi ».**INSEA, 2006.***

*[7] **Mlle Aurélie GAUMET** « Construction de tables d'expérience pour l'entrée et le maintien en incapacité » **ISFA, 2001.***

*[8] **Corinne Stoffel** « Fair Value et Risque de Défaut en Assurance Vie » , **UCL , 2006.***

*[9] **Mlle. Majdouline SEKKAKI & Mr. Ali RAZAK** « Choix des modèles de Pricing pour les options de taux d'intérêt », **INSEA , 2008**.*

Sites Internet :

- www.zurich.com
- www.bkam.ma
- www.ressources-actuarielles.com

Annexes

Annexe 1: Zurich avenir contrat épargne retraite individuelle.

Article 1 : Bases juridiques du contrat

Le présent contrat par la loi 17-99 portant codes des assurances ainsi que par les Dispositions Générales qui suivent.

Article 2 : Objet du contrat

Le présent contrat a pour objet la constitution progressive d'une épargne retraite qui sera libérée au choix de l'assuré sous forme de capital et/ou rentes.

Une garantie complémentaire décès toutes causes ou invalidité absolue et définitive appelée « Prévoyance », peut être souscrite. Elle prévoit le versement d'un capital aux bénéficiaire(s) désigné(s) en cas de décès ou d'invalidité absolue et définitive de l'assuré avant le terme du contrat. L'âge limite de cette garantie est fixé à 60ans.

Article 3 : Parties prenantes au contrat

Sont dénommés :

Souscripteur : La personne physique ou morale qui signe le contrat et s'engage au paiement des primes.

Assuré : La personne physique sur la tête de laquelle les risques reposent, âgée au plus de 60 ans, sauf stipulations contraires mentionnées aux Dispositions Particulières.

Bénéficiaire : La personne physique ou morale qui percevra la prestation en cas de décès de l'assuré.

Assureur : Zurich Compagnie Marocaine d'Assurances, appartenant au Groupe Zurich Financial Services, désignée aux Dispositions Particulières.

Article 4 : Période de validité du contrat

Effet du contrat : Le contrat est formé dès sa signature par les deux parties.

Il prend effet à compter de la date indiquée aux Dispositions Particulières.

Pour la garantie Prévoyance définie à l'Article 6, la prise d'effet intervient après réalisation des formalités médicales soumises à l'assuré et qui lui sont précisées à la souscription (questionnaire médical, ou examens médicaux si nécessaire).

Durée du contrat : La première souscription s'arrête le 31 décembre de l'année de souscription et le contrat se renouvelle le 1er Janvier de chaque année, par tacite reconduction pour des périodes successives d'un an. La dénonciation du contrat par l'une des parties est possible, moyennant un préavis de 3 mois au moins avant chaque date de renouvellement, exprimé par lettre recommandée.

Article 5 : Les engagements de l'Assureur

Les garanties en cours de contrat :

Les cotisations reçues par l'Assureur sont capitalisées à compter du 1er jour du mois suivant la date de leur encaissement. Chaque cotisation est versée dans un compte ouvert au nom de l'Assuré.

En cas de décès ou d'invalidité absolue et définitive de l'Assuré en cours de contrat, l'Assureur versera l'intégralité de l'épargne constituée, au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) aux Dispositions Particulières ou éventuellement à l'assuré en cas d'invalidité absolue et définitive.

Les cotisations :

Le souscripteur fixe librement le montant de la cotisation, ainsi que sa périodicité, en respectant les minimums suivants : 100 dh par mois, 300 dh par trimestre, 600 dh par semestre et 1 200 dh par an.
Le souscripteur peut également effectuer à sa guise des versements exceptionnels.

A tout moment, le souscripteur a la possibilité de modifier le montant et la périodicité de ses versements.
En cas de suspension momentanée du versement des cotisations, le capital constitué avant l'interruption continue à être revalorisé, dans les mêmes conditions, que celles définies ci-après.

A la demande du souscripteur, le montant des cotisations peut être augmenté chaque année d'un pourcentage dont le taux est fixé aux Dispositions Particulières.

Le taux minimum garanti :

Les cotisations versées nettes des frais d'acquisition sont revalorisées au taux minimum garanti réglementaire auquel s'ajoute la participation aux bénéfices dégagés par l'Assureur.

La participation aux bénéfices :

Le taux de participation aux bénéfices générés par le placement des fonds collectés par l'Assureur, est fixé à 90% des bénéfices dégagés. Ces bénéfices sont calculés conformément à la réglementation en vigueur.

Les frais :

Ils sont prélevés par l'Assureur pour faire face à ses charges de gestion :

- sur cotisation : Ces frais fixés aux Dispositions Particulières, sont exprimés en pourcentage des cotisations versées périodiquement ou exceptionnellement sans dépasser 4% du montant des versements.
- sur encours : Ces frais de 0,50 % s'appliquent annuellement sur l'épargne gérée et sont prélevés sur la participation aux bénéfices.
- sur arrérage : Ces frais s'appliquent sur chaque arrérage versé conformément à la réglementation en vigueur au moment du service de la rente.

Rachat total ou partiel :

A tout moment, l'assuré peut demander le rachat total ou partiel de son contrat dans les conditions fixées par le règlement général ci-annexé qui précise les modalités de rachat et d'avance sur polices relatives aux assurances sur la vie.

Si la demande de rachat intervient durant les 3 premières années d'adhésion au contrat, l'Assureur opère une retenue forfaitaire de 5%, représentant les frais de gestion non amortis.

Avance :

Sur demande de l'Assuré, l'Assureur peut accorder une avance jusqu'à concurrence de 80% de la valeur de rachat dans les conditions fixées par le règlement général ci-annexé qui précise les modalités de rachat et d'avance sur polices relatives aux assurances sur la vie.

Age de départ à la retraite :

L'âge normal de départ à la retraite est fixé à 60 ans. Toutefois, l'assuré a la possibilité de demander la liquidation de ses droits par anticipation à partir de 50 ans ou proroger son contrat au delà de 60 ans.

Options au terme :

Au terme du contrat, l'Assuré pourra au choix bénéficier de l'épargne constituée sous l'une des formes suivantes :

- Versement intégral du capital constitué.
- Conversion de tout ou d'une partie de ce capital en rente viagère payable trimestriellement à terme échu.
- Versement d'une rente viagère réversible à 100% au profit du conjoint.
- Conversion de tout ou d'une partie du capital en rente certaine payable trimestriellement à terme échu sur 5, 10, 15, 20 ou 25 ans.

  En cas de décès du rentier, au moment du service de la rente certaine, l'Assureur versera la totalité du capital restant dû au(x) bénéficiaire(s) désigné(s).

Le calcul des rentes et des frais de gestion inhérents au règlement des termes de rente est fixé conformément à la réglementation en vigueur.

Article 6 : La garantie complémentaire « Prévoyance »

Sous réserve de stipulations mentionnées aux Dispositions Particulières, le présent contrat garantit également les événements suivants :

Objet de la garantie :

En cas de décès ou d'invalidité absolue et définitive de l'Assuré quelle qu'en soit la cause, l'Assureur versera au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) aux Dispositions Particulières ou éventuellement à l'assuré en cas d'invalidité absolue et définitive, **un capital supplémentaire** égal à l'épargne constituée au terme titre du dernier exercice inventorié déduction faite de toute avance ou rachat effectué.

Définition

L'Assuré est considéré en état d'invalidité absolue et définitive s'il est reconnu définitivement incapable de se livrer à une occupation, ou à un quelconque travail pouvant lui procurer gain ou profit, et que son état le met dans l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une tierce personne pour accomplir les actes de la vie courante.

Exclusions

La garantie Prévoyance n'est pas acquise, si le décès ou l'invalidité absolue et définitive résulte :

- **Du fait volontaire du ou d'un bénéficiaire ;**
- **D'une condamnation judiciaire ;**
- **Des effets de radiations ionisantes de tout genre, en particulier celles résultant de la transmutation du noyau de l'atome, de lésions occasionnées par les rayons X, le radium et ses composés ou dérivés, sauf si ces lésions sont provoquées par un traitement auquel l'assuré est soumis à la suite d'un événement lui-même garanti ;**
- **Des conséquences de blessures ou lésions au cours d'insurrections ou d'émeutes, si l'assuré, en y prenant part, a contrevenu aux lois en vigueur, et de rixes, sauf le cas de légitime défense et d'assistance à personne en danger ;**
- **Des conséquences d'accidents causés par l'usage de stupéfiants ou tranquillisants non prescrits médicalement, par l'éthylisme ou un état d'ivresse de l'assuré ;**
- **Des conséquences de blessures ou lésions provenant de courses de vitesse, matchs ou paris, records, tentatives de records ou essais préparatoires, réalisés à titre professionnel ou privé ;**
- **Du suicide conscient et volontaire de l'assuré, sauf s'il se produit après les deux premières années d'assurance acquises par l'assuré au titre du présent contrat ;**
- **D'accident de navigation aérienne, sauf si le vol est effectué par l'assuré en qualité de simple passager à bord d'un appareil de lignes commerciales pour le transport public de voyageurs, autorisé à voler par un certificat valable de navigabilité et conduit par un pilote possédant un brevet ou une licence non périmée ;**
- **Des vols d'essai ou de prototype, vols acrobatiques, exhibitions, raids, participation à un meeting, compétitions, tentatives de record, sauts en parachute ou en parapente,**

pratique de l'aile volante sous toutes ses formes ;

- **De guerre civile ou entre Etats, le risque sera couvert dans les conditions qui seront déterminées par la législation à intervenir sur les Assurances sur la Vie en temps de guerre ;**
- **La pratique par l'assuré de sports réputés dangereux tels que l'alpinisme, le bobsleigh, la plongée sous-marine, la spéléologie, le saut à l'élastique, etc…**
- **De maladies et accidents constatés ou survenus antérieurement à la souscription du contrat.**

Cotisations - Modalités de paiement

Au 1er Janvier de chaque année, l'Assureur détermine le montant de la prime de la garantie Prévoyance, en fonction de l'âge de l'assuré à cette date et de l'épargne constituée au terme de l'exercice écoulé (déduction faite de toute avance ou rachat effectué).
Le montant de ladite prime sera prélevé du compte individuel du contrat.

Frais :

Conformément à l'Instruction n° 20 du Ministre des Finances, il est appliqué un chargement égal à 0,75‰ du capital garanti par année de durée de contrat.

Article 7 : Information de l'Assuré

Relevé d'Information :

L'Assuré recevra au cours du 1er semestre de chaque année un relevé annuel mentionnant les informations suivantes :

- L'épargne constituée au 31/12 de l'exercice précédent l'exercice clos ;
- Le montant des cotisations versées durant l'exercice clos ;
- Le montant de la cotisation de la garantie Prévoyance (si elle est souscrite) ;
- Le taux de revalorisation dégagé lors de l'exercice clos ;
- le montant de l'épargne retraite constituée au 31/12 de l'exercice clos.

Sur simple demande adressée à l'Assureur, l'Assuré obtiendra toute information souhaitée sur les caractéristiques de son contrat.

Article 8 : Eléments juridiques particuliers

Arbitrage :

En cas de litige concernant l'application d'une des clauses du contrat, l'Assuré et l'Assureur désigneront chacun un expert indépendant pour arbitrer. En cas de désaccord entre eux, ces deux arbitres s'en adjoindront un troisième pour les départager. A défaut d'entente sur cette désignation, le choix sera fait sur simple requête de la partie la plus diligente, par le président de la juridiction compétente. Chacune des parties supportera les honoraires de son arbitre et par moitié ceux les frais d'arbitrage.

Prescription :

Toute action dérivée du présent contrat est prescrite par deux ans à compter de la date de survenance de l'événement qui y donne naissance.

Retrait d'agrément :

En cas de retrait d'agrément de l'Assureur, le présent contrat sera résilié le 20ème jour à midi, à compter de la publication du Bulletin Officiel de l'arrêté prononçant le retrait. La portion de prime afférente à la période non garantie sera remboursée au souscripteur (article 3 de l'arrêté du 20 Mars 1942).

Annexe 2 : Table de Mortalité

TD 88-90		
Age	**px**	**Lx**
0	100,00%	100000
1	99,13%	99129
2	99,06%	99057
3	99,01%	99010
4	98,98%	98977
5	98,95%	98948
6	98,92%	98921
7	98,90%	98897
8	98,88%	98876
9	98,86%	98855
10	98,84%	98835
11	98,81%	98814
12	98,79%	98793
13	98,77%	98771
14	98,75%	98745
15	98,71%	98712
16	98,67%	98667
17	98,61%	98606
18	98,52%	98520
19	98,41%	98406
20	98,28%	98277
21	98,14%	98137
22	97,99%	97987
23	97,83%	97830
24	97,68%	97677
25	97,52%	97524
26	97,37%	97373
27	97,22%	97222
28	97,07%	97070
29	96,92%	96916
30	96,76%	96759
31	96,60%	96597
32	96,43%	96429
33	96,26%	96255
34	96,07%	96071
35	95,88%	95878
36	95,68%	95676
37	95,46%	95463
38	95,24%	95237
39	95,00%	94997
40	94,75%	94746
41	94,48%	94476
42	94,18%	94182
43	93,87%	93868
44	93,52%	93515
45	93,13%	93133

TV 88-90		
Age	**px**	**Lx**
0	100,00%	100000
1	99,35%	99352
2	99,29%	99294
3	99,26%	99261
4	99,24%	99236
5	99,21%	99214
6	99,19%	99194
7	99,18%	99177
8	99,16%	99161
9	99,15%	99145
10	99,13%	99129
11	99,11%	99112
12	99,10%	99096
13	99,08%	99081
14	99,06%	99062
15	99,04%	99041
16	99,02%	99018
17	98,99%	98989
18	98,96%	98955
19	98,91%	98913
20	98,87%	98869
21	98,82%	98823
22	98,78%	98778
23	98,73%	98734
24	98,69%	98689
25	98,64%	98640
26	98,59%	98590
27	98,54%	98537
28	98,48%	98482
29	98,43%	98428
30	98,37%	98371
31	98,31%	98310
32	98,25%	98247
33	98,18%	98182
3	98,11%	98111
35	98,03%	98031
36	97,94%	97942
37	97,85%	97851
38	97,75%	97753
39	97,65%	97648
40	97,53%	97534
41	97,41%	97413
42	97,28%	97282
43	97,14%	97138
44	96,98%	96981
45	96,81%	96810

46	92,73%	92727
47	92,30%	92295
48	91,83%	91833
49	91,33%	91332
50	90,78%	90778
51	90,17%	90171
52	89,51%	89511
53	88,79%	88791
54	88,01%	88011
55	87,17%	87165
56	86,24%	86241
57	85,26%	85256
58	84,21%	84211
59	83,08%	83083
60	81,88%	81884
61	80,60%	80602
62	79,24%	79243
63	77,81%	77807
64	76,30%	76295
65	74,72%	74720
66	73,08%	73075
67	71,37%	71366
68	69,56%	69559
69	67,66%	67655
70	65,65%	65649
71	63,54%	63543
72	61,29%	61285
73	58,91%	58911
74	56,42%	56416
75	53,82%	53818
76	51,09%	51086
77	48,25%	48251
78	45,28%	45284
79	42,20%	42203
80	39,04%	39041
81	35,82%	35824
82	32,52%	32518
83	29,22%	29220
84	25,96%	25962
85	22,78%	22780
86	19,73%	19725
87	16,84%	16843
88	14,13%	14133
89	11,63%	11625
90	9,39%	9389
91	7,44%	7438
92	5,76%	5763
93	4,35%	4350
94	3,21%	3211
95	2,32%	2315
96	1,64%	1635
97	1,12%	1115

46	96,62%	96622
47	96,42%	96424
48	96,22%	96218
49	96,00%	95995
50	95,75%	95752
51	95,49%	95488
52	95,20%	95202
53	94,89%	94892
54	94,56%	94560
55	94,22%	94215
56	93,85%	93848
57	93,45%	93447
58	93,01%	93014
59	92,55%	92545
60	92,05%	92050
61	91,52%	91523
62	90,95%	90954
63	90,34%	90343
64	89,69%	89687
65	88,98%	88978
66	88,23%	88226
67	87,41%	87409
68	86,51%	86513
69	85,52%	85522
70	84,44%	84440
71	83,25%	83251
72	81,94%	81936
73	80,48%	80484
74	78,88%	78880
75	77,10%	77104
76	75,14%	75136
77	72,98%	72981
78	70,60%	70597
79	67,96%	67962
80	65,04%	65043
81	61,85%	61852
82	58,38%	58379
83	54,61%	54614
84	50,63%	50625
85	46,46%	46455
86	42,13%	42130
87	37,74%	37738
88	33,34%	33340
89	28,98%	28980
90	24,74%	24739
91	20,70%	20704
92	16,96%	16959
93	13,58%	13580
94	10,64%	10636
95	8,12%	8118
96	6,06%	6057
97	4,38%	4378

98	0,74%	740
99	0,45%	453
100	0,26%	263
101	0,15%	145
102	0,08%	76
103	0,04%	37
104	0,02%	17
105	0,01%	7
106	0,00%	2

98	3,10%	3096
	2,18%	2184
100	1,48%	1479
101	0,96%	961
102	0,60%	599
103	0,36%	358
104	0,21%	205
105	0,11%	113
106	0,06%	59
107	0,03%	30
108	0,01%	14
109	0,01%	6
110	0,00%	2

Tableau 24: Table de Mortalité (TV 88-90) et (TD 88-90)

<u>Annexe 3:</u> Calcul du plafond du Taux Minimum Garanti suivant la Méthode Réglementaire de la DAPS

Mois	Taux moyen des emprunts	Taux calculé	Taux retenu
août-05	4,37%	3,06%	3,06%
sept-05	4,35%	3,05%	3,05%
oct-05	4,31%	3,01%	3,01%
nov-05	4,26%	2,98%	2,98%
déc-05	4,20%	2,94%	2,94%
janv-06	4,13%	2,89%	2,89%
févr-06	4,05%	2,84%	2,84%
mars-06	3,99%	2,79%	2,79%
avr-06	3,92%	2,74%	2,74%
mai-06	3,84%	2,68%	2,68%
juin-06	3,73%	2,61%	2,61%
juil-06	3,63%	2,54%	2,54%
août-06	3,55%	2,48%	2,48%
sept-06	3,47%	2,43%	2,43%
oct-06	3,43%	2,40%	2,40%
nov-06	3,41%	2,39%	2,39%
déc-06	3,44%	2,41%	2,41%
janv-07	3,48%	2,43%	2,43%
févr-07	3,52%	2,46%	2,46%
mars-07	3,57%	2,50%	2,50%
avr-07	3,67%	2,57%	2,57%
mai-07	3,76%	2,64%	2,64%
juin-07	3,85%	2,70%	2,70%
juil-07	3,95%	2,77%	2,77%
août-07	4,05%	2,83%	2,83%
sept-07	4,11%	2,88%	2,88%
oct-07	4,13%	2,89%	2,89%
nov-07	4,16%	2,91%	2,91%
déc-07	4,19%	2,93%	2,93%
janv-08	4,20%	2,94%	2,94%

Tableau 25 : Plafond du taux Minimum Garanti Réglementaire

Annexe 4: **Provisions de gestion de l'Année 2009**

	Va des produits	Va des charges	Provisions
20	3322,94853	15312,1326	11989,1841
21	3183,62246	14617,1424	11433,52
22	3046,11892	13937,049	10890,9301
23	2910,50316	13271,9151	10361,4119
24	2776,87237	12621,8054	9844,93307
25	2645,27541	11986,787	9341,51158
26	2515,75777	11366,9284	8851,17064
27	2388,40622	10762,3003	8373,8941
28	2263,30119	10172,9756	7909,67444
29	2140,51698	9599,02984	7458,51287
30	2020,12461	9040,5406	7020,41599
31	1902,20263	8497,58803	6595,3854
32	1786,83287	7970,2543	6183,42142
33	1674,11469	7458,62487	5784,51018
34	1564,144	6962,78816	5398,64416
35	1456,99896	6482,83594	5025,83698
36	1352,77194	6018,86311	4666,09117
37	1251,53819	5570,96736	4319,42917
38	1153,3832	5139,24979	3985,86659
39	1058,4254	4723,81469	3665,38928
40	966,750375	4324,77031	3358,01993
41	878,467375	3942,22873	3063,76136
42	793,690506	3576,30678	2782,61628
43	712,516661	3227,12608	2514,60942
44	635,050095	2894,81324	2259,76315
45	561,409182	2579,50019	2018,09101
46	491,706415	2281,32457	1789,61816
47	426,056622	2000,4303	1574,37367
48	364,578637	1736,96749	1372,38885
49	307,398211	1491,09339	1183,69518
50	254,642767	1262,97272	1008,32995
51	206,438327	1052,77831	846,339982
52	162,912245	860,690493	697,778248
53	124,201813	686,897685	562,695873
54	90,4490248	531,596647	441,147622
55	61,7933175	394,993282	333,199964
56	38,3782453	277,301821	238,923576
57	20,3484597	178,742665	158,394205
58	7,85549458	99,5376645	91,6821699
59	1,00896164	39,8986558	38,8896942

Tableau 26 : Provisions de gestion en 2009 par âge

Annexe 5 : Epargne

n	K_n^1	K_n^2	K_n^3
0	0.00	0.00	0.00
1	1,184.82	1,184.82	1,178.90
2	2,378.53	2,378.53	2,366.63
3	3,581.19	3,581.19	3,563.28
4	4,792.86	4,792.86	4,768.90
5	6,013.63	6,013.63	5,983.56
6	7,243.55	7,243.55	7,207.33
7	8,482.70	8,482.70	8,440.29
8	9,731.14	9,731.14	9,682.48
9	10,988.94	10,988.94	10,934.00
10	12,256.18	12,256.18	12,194.90
11	13,532.92	13,532.92	13,465.26
12	14,819.24	14,819.24	14,745.14
13	16,115.20	16,115.20	16,034.63
14	17,420.89	17,420.89	17,333.78
15	18,736.36	18,736.36	18,642.68
16	20,061.71	20,061.71	19,961.40
17	21,396.99	21,396.99	21,290.00
18	22,742.29	22,742.29	22,628.57
19	24,097.67	24,097.67	23,977.19
20	25,463.23	25,463.23	25,335.91

Tableau 27 : Simulation de l'épargne constituée

Annexe 6 : Prévoyance

Pour un individu d'âge x = 20 ans

Année	Prime
2009	6.97492193
2010	15.1482241
2011	24.1317335
2012	31.8982842
2013	40.5481691
2014	48.819779
2015	57.8917794
2016	67.6899922
2017	68.58065
2018	79.9265763
2019	93.1235972
2020	107.956437
2021	123.964893
2022	144.319797
2023	165.685691
2024	188.828119
2025	215.873094
2026	247.360665
2027	282.705217
2028	317.260488
2029	365.198919
2030	424.482996
2031	482.85482
2032	577.040978
2033	662.491674
2034	745.83785
2035	839.317101
2036	947.947223
2037	1084.3215
2038	1263.05169
2039	1456.29567
2040	1664.3324
2041	1906.72008
2042	2167.23781
2043	2464.13122
2044	2818.99856
2045	3145.27309
2046	3490.00008
2047	3937.891
2048	4372.13473

Tableau 28 : Tarif de la garantie prévoyance

Annexe 7 : Provisions Mathématiques.

Provisions d'ouverture	
Année	**PMt**
2009	0.00
2010	8,461.28
2011	13,487.91
2012	18,674.03
2013	24,028.75
2014	29,556.15
2015	35,259.01
2016	41,145.54
2017	47,204.32
2018	53,461.51
2019	59,915.35
2020	66,574.30
2021	73,429.33
2022	80,503.88
2023	87,786.96
2024	95,307.54
2025	103,050.16
2026	111,020.32
2027	119,254.74
2028	127,734.63
2029	136,463.05
2030	145,447.43
2031	154,737.61
2032	164,255.07
2033	174,100.47
2034	184,240.74
2035	194,681.17
2036	205,481.10
2037	216,545.48
2038	227,985.85
2039	239,708.10
2040	251,838.72
2041	264,326.20
2042	277,185.51
2043	290,423.16
2044	304,045.10
2045	318,085.27
2046	332,623.81
2047	347,495.48
2048	362,799.24

Provision de clôture	
Année	**PMt**
2009	4,771.69
2010	9,624.75
2011	14,626.34
2012	19,790.70
2013	25,128.64
2014	30,643.89
2015	36,337.90
2016	42,220.46
2017	48,271.82
2018	54,528.41
2019	60,984.72
2020	67,650.56
2021	74,509.61
2022	81,593.39
2023	88,882.88
2024	96,418.02
2025	104,172.13
2026	112,150.01
2027	120,402.95
2028	128,900.06
2029	137,640.19
2030	146,630.90
2031	155,944.26
2032	165,454.15
2033	175,312.57
2034	185,465.03
2035	195,913.31
2036	206,740.54
2037	217,798.77
2038	229,247.24
2039	240,944.74
2040	253,074.41
2041	265,551.62
2042	278,395.47
2043	291,607.51
2044	305,187.92
2045	319,193.14
2046	333,729.86
2047	348,534.31
2048	363,763.20

Variation des PM	
Année	**ΔPMt**
2009	4,771.69
2010	1,163.47
2011	1,138.43
2012	1,116.68
2013	1,099.89
2014	1,087.73
2015	1,078.89
2016	1,074.92
2017	1,067.49
2018	1,066.90
2019	1,069.37
2020	1,076.26
2021	1,080.28
2022	1,089.51
2023	1,095.92
2024	1,110.47
2025	1,121.97
2026	1,129.68
2027	1,148.21
2028	1,165.42
2029	1,177.13
2030	1,183.47
2031	1,206.65
2032	1,199.09
2033	1,212.10
2034	1,224.29
2035	1,232.14
2036	1,259.44
2037	1,253.29
2038	1,261.39
2039	1,236.64
2040	1,235.69
2041	1,225.42
2042	1,209.95
2043	1,184.36
2044	1,142.82
2045	1,107.88
2046	1,106.05
2047	1,038.83
2048	963.96

Tableau 29 : Provisions Mathématiques de clôture et d'ouverture.