



المندوبية السامية للتخطيط
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC
..*.*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
..*.*.*.*.*.*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
INSEA



Projet de Fin d'Etudes

**Elaboration d'un outil de calcul des provisions prudentielles et
du capital de solvabilité requis selon la norme SBR.**

Préparé par : *Mme Kawtar ZINE*
M. Gloire Dorian MAVOUNGOU

Sous la direction de : *M. Mustapha LEBBAR (INSEA)*
M. Yassine BAKOU (ARM CONSULTANTS)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : Actuariat et Finance

Devant le jury composé de :

- *M. Mustapha LEBBAR (INSEA)*
- *M. Khalil SAID (INSEA)*
- *M. Yassine BAKOU (ARM CONSULTANTS)*

Resumé

Afin de palier aux insuffisances du cadre réglementaire actuel au Maroc, l'Autorité de contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale en sigle ACAPS, a mis en place un tout nouveau cadre réglementaire, la Solvabilité basée sur les risques en s'inspirant de la norme réglementaire européenne Solvabilité II.

Notre rapport s'inscrit dans le cadre d'un cahier de charge faisant le tour des aspects techniques de la nouvelle norme en nous basant sur la note de spécifications techniques de la seconde étude d'impacts quantitative (EIQ2) mis en place par l'ACAPS et certains travaux déjà réalisés dans le cadre de ce projet.

Nous avons premièrement aborder le contexte général de la norme SBR en décortiquant d'une manière brève les trois (3) piliers aborder par la nouvelle norme.

Par suite, nous présentons de façon succincte les modèles de taux déterministes et Stochastiques (Vasicek et CIR) nécessaire à l'actualisation ou la capitalisation des flux entrants dans le calcul des provisions techniques prudentielles et du capitale de solvabilité requis (CSR) sous la nouvelle norme abordant ainsi les aspects théoriques et pratiques de ces modèles.

Après ceci, nous avons présenter les formules de calcul détaillées des provisions techniques prudentielles vie et non-vie et du Capital de solvabilité requis en prenant en compte les différents risques liés à l'activité de l'assureur pour les portefeuilles considérés.

Enfin, avec ces ingrédients, nous avons mis en place un outil informatique pouvant servir aux utilisateurs (assureurs et ré-assureurs) pour le calcul des provisions techniques prudentielles et du Capital de solvabilité requis selon les dispositifs du pilier I de la norme SBR et ce moyennant une préparation en amont des bases de données selon la standardisation mis en place dans ce rapport.

Mots clés :

Solvabilité basée sur les risques, provision prudentielle, Capital de Solvabilité Requis, Meilleure estimation, assurance vie et non vie, Chain Ladder, London Chain, GLM, courbe de taux, BlackScholes, Merton, Smith-Wilson, Vasicek, CIR.

Abstract

In order to overcome the deficiencies of the current regulatory framework in Morocco, The Supervisory Authority of Insurance and Social Welfare (ACAPS), after several years of work, has put in place a new regulatory regime, the risk-based Solvency, inspired by the European regulatory Solvency II.

Our report is part of a specification that covers the technical aspects of the new standard based on the technical note of the second quantitative impact study (EIQ2) set up by ACAPS and some work already done in the framework of this project.

We have first addressed the general context of the SBR standard by briefly describing the three pillars addressed by the new standard.

Subsequently, we present briefly the determinist and stochastic rate models (Vasicek and CIR) necessary for the actualization or the capitalization of the incoming flows in the calculation of the prudential technical provisions and the Solvency Capital Requirements (SCR) under the new standard and the required solvency capital (SCR) thus approaching the theoretical and practical aspects of these models.

After this, we have presented the detailed formulas for calculating the prudential life and non-life technical reserves and the Solvency Capital Requirements (SCR) , taking into account the different risks linked to the insurer's activity for the portfolios considered.

Finally, with these components, we have set up an IT tool that can be used by users (insurers and reinsurers) to calculate prudential technical reserves and SCR according to the Pillar I measures of the SBR standard after tpreparation of the databases following the standardization set up in this report.

Key words :

Risk-based solvency, prudential provision, Solvency Capital Requirements, Best Estimate, life and non-life insurance, Chain Ladder, London Chain, GLM, yield curve.

Dédicaces

Je dédie mon travail à ma famille. Un sentiment particulier de gratitude envers mes parents aimants, Saida ZINE et Mohamed ZINE, dont les mots d'encouragement et la poussée de ténacité résonnent dans mes oreilles.

Je dédie également ce travail à mes frères et surtout à ma sœur Najat ZINE pour son soutien moral tout au long du processus et pour sa présence aux moments difficiles.

Je tiens à adresser mes remerciements à mon binôme Gloire pour son sérieux, sa persévérance et pour son grand esprit d'équipe qui rendait agréable toute tâche difficile. C'était un plaisir de collaborer avec toi.

J'adresse également mes remerciements à tous mes amis .

Kawtar ZINE

Dédicaces

A mes chers parents pour leur soutien, leur amour et leurs prières malgré la longue distance qui nous sépare.

A mon oncle KIBA Celestion, grand artisan pendant tout mon parcours au Maroc et pour ses précieux conseils qui ont changé ma façon de voir les choses.

A mon jumeau, ma famille, mes amis et connaissances ainsi qu'à ma binome, Mlle Kawtar ZINE.

Je vous dédie ce modeste travail en guise de considération et d'amour.

Gloire Dorian MAVOUNGOU

Remerciements

Avant tout, nous remercions Allah tout puissant pour les grâces qu'Il ne cesse de nous accorder.

Nous tenons à remercier, en particulier, M. Abdelkrim KHIRAOUI, Président et Fondateur de A.R.M CONSULTANTS, pour avoir accepté notre demande de stage.

Nos remerciements vont également à M. Yassine BAKOU pour avoir été notre encadrant et notre guide tout au long de cette expérience professionnelle, pour avoir consacré son temps à superviser de près notre travail, nous le remercions aussi pour ses conseils éclaircissants et le maximum d'informations qu'il nous a présentées. Nous avons grandement bénéficié de la richesse de vos connaissances. Nous vous sommes extrêmement reconnaissants.

Nous tenons à exprimer notre reconnaissance envers l'ensemble du personnel du cabinet ARM consultant pour leur gentillesse et sympathie

Nous adressons nos profonds remerciements à M. Mustapha LEBBAR, notre professeur, pour avoir accepté de suivre notre travail de près et nous apporté les conseils nécessaires pour la réussite de ce stage. Nous le remercions également pour sa patience et sa modestie.

Nos remerciements vont aussi à M. Khalil SAID, d'abord pour son apport conséquent dans notre formation à l'INSEA, mais aussi pour avoir accepté d'examiner notre travail.

Nous disons aussi grand merci à M. Mourad MENSOURI, l'informaticien du cabinet ARM qui nous a été d'une aide précieuse.

Enfin, nous tenons à rendre hommage à l'ensemble de l'équipe pédagogique de l'INSEA qui, pendant notre cursus a nous a apporté le savoir faire pour pouvoir défendre notre diplôme.

Table des matières

0.1	Introduction :	16
0.2	Présentation de l'organisme d'accueil	18
1	Cadre réglementaire Marocain	20
2	Construction de la courbe des taux	24
2.1	Courbe empirique (réglementaire)	24
2.2	Extrapolation de la courbe des taux zéro-coupon par la méthode de Smith-Wilson	27
3	Valorisation des provisions techniques prudentielles vie	30
3.1	Opérations assurance vie, décès ou capitalisation	30
3.1.1	Meilleure estimation des engagements des opérations d'assurance vie, décès et capitalisation	30
3.1.2	Meilleure estimation des frais de gestion	34
3.1.3	Marge de risque vie	36
3.2	Rentes découlants des opérations non-vie	37
4	Valorisation des provisions techniques prudentielles non-vie hors rentes	38
4.1	Meilleure estimation des engagements pour sinistres	38
4.1.1	Approche déterministe	39
4.1.2	Approche Stochastiques	42
4.2	Meilleure estimation des engagements pour primes	43
4.3	La meilleure estimation des frais de gestion :	44

4.4	Marge de risque Non-vie	45
5	Les provisions techniques prudentielles cédées	46
5.1	La meilleure estimation des engagements cédés :	46
5.1.1	Opérations non vie hors rentes :	46
5.1.2	Opérations vie, décès et capitalisation et des rentes découlant des opérations non-vie	47
5.2	L'ajustement pour défaut de contrepartie :	47
6	Modélisation de l'actif	50
6.1	Modélisation des actions	50
6.1.1	Modèle de Black & Scholes	50
6.1.2	Estimation des paramètres du modèle BS	51
6.2	Modèle de Merton Jump-Diffusion (MJD)	53
6.2.1	Le processus de Poisson	54
6.2.2	Le processus de Poisson composé	55
6.2.3	Introduction du MJD	56
6.2.4	Estimations initiales des paramètres	56
6.2.5	Estimation du maximum de vraisemblance	58
6.2.6	Détermination du choc à la baisse du cours du MASI	59
6.3	Modélisation des courbes des taux	62
6.3.1	Modèle de Vašíček	63
6.3.2	Modèle de CIR	68
6.3.3	Application Rshiny pour la construction des courbes des taux	70
6.3.4	Simulation des modèles et détermination des chocs	72
7	Capital de Solvabilité Requis	75
7.1	Capital de solvabilité requis de base BCSR	78
7.1.1	Risque Marché	78
7.1.2	Risque de souscription vie	81
7.1.3	Risque de souscription non-vie	83
7.1.4	L'exigence de capital relative au risque opérationnel	85

8	Conception et présentation de l’outil	86
8.1	Conception de l’application web	86
8.2	Présentation de l’outil	88
9	Application numérique sur les données d’assurance vie et non-vie	93
9.1	Préparation des données	93
9.1.1	Opérations assurances vie	93
9.1.2	Opérations assurances non-vie hors rentes	99
9.1.3	Données de la Cession	100
9.2	Résultats et interprétations	100
9.2.1	Provisions techniques prudentielles opérations assurances vie, décès ou capitalisation	101
9.2.2	Opérations assurances non-vie hors rentes	102
9.2.3	Part des cessionnaires dans les provisions techniques prudentielles	105
9.2.4	Capital de solvabilité requis-CSR	105
10	Conclusion générale	107
A	Annexe A	109
A.1	Description des inputs	109
A.1.1	Structures des bases de données	109
B	Annexe B	115
B.1	Hypothèses Chain Ladder	115
B.1.1	H1 Indépendance	115
B.1.2	H2 Linéarité	117
C	Annexe C	118
C.1	Calibrage du MJD model :	118

Table des figures

1.1	Piliers SBR	21
1.2	Postes Piliers I	23
2.1	Courbe des taux zéro-coupons au 31/12/2021	27
2.2	Extrapolation de Smith-Wilson de la courbe des taux	29
3.1	Bases techniques pour l'évaluation de la meilleure estimation des garanties probabilisées	32
6.1	Évolution des cours	52
6.2	Évolution des rendements	52
6.3	Test de Jarque-Bera	52
6.4	Test de Shapiro-Wilk	52
6.5	Simulation du processus de Poisson	54
6.6	Simulation du processus de Poisson composé	55
6.7	Évolution des rendements	56
6.8	Simulation du cours de l'indice MASI	61
6.9	Simulation du cours de l'indice MASI	62
6.10	Taux Moyen Pondéré	66
6.11	PACF	66
6.12	Test Dickey-Fuller	67
6.13	Estimation des paramètres du modèle de Vašíček	67
6.14	Estimation des paramètres du modèle CIR	70

6.15	Application Rshiny pour la construction des courbes des taux :	71
6.16	Simulation des trajectoires futurs du TMP	72
6.17	Simulation des trajectoires futurs du TMP	73
7.1	Cartographie de risque	75
7.2	Illustration approche par choc	77
8.1	Représentation simplifiée de la structure d'une application web	87
8.2	Modèle de l'outil	89
8.3	Page identification à l'application	90
8.4	Page d'accueil de l'application	90
8.5	Onglet importation bases de données vie	91
8.6	Onglet importation bases de données Non-vie	91
8.7	Onglet importation bases de données sur la cession	92
8.8	Onglet importation bases de données et paramètre pour le calcul du CSR	92
9.1	Évolution PM, produit épargne individuelle	96
9.2	Évolution PM, produit épargne groupe	97
9.3	Évolution PM, produit épargne Capitalisation	98
9.4	Triangle de reglements cumulés	99
9.5	Résultats des provisions techniques vie, non-vie et cedées	100
9.6	Résultats Marge de risques Vie et non-vie	104
9.7	Details CSR	106
A.1	paramètres année de liquidation	109
A.2	Base de données des taux zéros coupons	110
A.3	Base de données de triangle de développement cumulé	110
A.4	Montant des primes futurs à la date d'inventaire	110
A.5	Historique des PA,PE,PPNA	111
A.6	Paramètre taux de frais de gestion moyen des 3 derniers exercices clos .	111
A.7	Base de données des flux d'encaissements et décaissements	111
A.8	Base de données des placements financiers	112

A.9	Base de données Provisions pour PB,taux de chargement contractuel, PT à la clôture et du taux de PB contractuel	112
A.10	Base de données des flux de fais de gestion futurs	112
A.11	Base de données de l'historique de cession	113
B.1	H2 : Linéarité	117
C.1	Code R	119
C.2	Code R pour la simulation du MJD :	120

Liste des tableaux

1.1	Valorisation des actifs	22
1.2	Valorisation des pacifs	22
2.1	Les taux de BAM	25
2.2	taux zéro-coupons au 31/12/2021	26
5.1	Probabilité de défaut des cessionnaires	48
5.2	Echelle de notation par ratio de Solvabilité	49
6.1	Valeurs des estimations du modèle de Merton	59
6.2	Chocs à appliquer selon les modèles de Vašíček et CIR	74
7.1	Matrice de corrélation des risques	78
7.2	Matrice de corrélation risque Sous-vie solva 2	81
7.3	Matrice de corrélation entre les risques souscription non-vie	84
9.1	Historiques des primes	99
9.2	Récapitulatif des composantes de La meilleure estimation des engage- ments vie	101
9.3	Récap résultats des provisions techniques vie	102
9.4	Facteurs de développement	102
9.5	Cashs Flows	103
9.6	paramètre AT	103
9.7	paramètre de calcul S/P	104

9.8	Cadence de liquidations	104
9.9	Provisions prudentielles cédées non-vie	105
9.10	Provisions prudentielles cédées vie	105
A.1	Estimation des taux zéro coupon	114
B.1	Les écarts types risques souscription non-vie recommandés par la CEIOPS117	

Liste des abréviations

Abréviation	Désignation
<i>ACAPS</i>	<i>Autorité de contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale</i>
<i>AT</i>	<i>Accident de travail</i>
<i>BAM</i>	<i>Bank Al Maghrib</i>
<i>BCSR</i>	<i>Capital de Solvabilité Requis de base</i>
<i>BE</i>	<i>Best Estimate</i>
<i>CIR</i>	<i>Cox Ingersoll Ross</i>
<i>CL</i>	<i>Chain Ladder</i>
<i>CSR</i>	<i>Capital de Solvabilité Requis</i>
<i>EIQ</i>	<i>Etude d'Impact Quantitative</i>
<i>GLM</i>	<i>Modèle Linéaire généralisé</i>
<i>LC</i>	<i>London Chain</i>
<i>MASI</i>	<i>Moroccan All Shares Index</i>
<i>ME</i>	<i>Meilleure Estimation</i>
<i>MR</i>	<i>Marge de Risque</i>
<i>PA</i>	<i>Prime Acquise</i>
<i>PE</i>	<i>Primes émises</i>
<i>PPNA</i>	<i>Provision pour primes non Acquises</i>
<i>PF</i>	<i>Primes Futures</i>
<i>PSAP</i>	<i>Provision pour Sinistre à Payer</i>
<i>SBR</i>	<i>Solvabilité Basée sur les risques</i>
<i>SII</i>	<i>Solvabilité 2</i>
<i>TMG</i>	<i>Taux minimum Garentie</i>
<i>TMP</i>	<i>Taux Moyen Pondéré</i>

0.1 Introduction :

Les entreprises d'assurance et de réassurance doivent être soumises à un contrôle spécifique afin de : Préserver l'impact social de l'assurance c'est-à-dire protéger les assurés et préserver leur confiance dans le système. En effet, l'assurance représente un vecteur de développement socio-économique qui permet d'améliorer les conditions de vie des populations, favoriser l'entrepreneuriat, l'innovation et la création de richesse, aussi afin de préserver le rôle des assurances dans le financement de l'économie car les fonds collectés (le primes) sont placés dans les marchés financiers. Pour ce faire l'ACAPS en se référant à la norme européenne SII a aussi institué une nouvelle norme appelée SBR permettant non seulement de protéger l'activité de l'assureur/ réassureur mais aussi ses engagements envers ses assurés.

De nos jours deux études d'impacts quantitatives ont été faites dans ce sens pour mesurer l'impact des mesures prises par cette nouvelle norme sur le marché des assurances marocains (EIQI et EIQII).

L'étude d'impact quantitative II est une version continue et améliorée de EIQI mise à jour le 30/09/2020. En effet en prenant en compte les conclusions tirées de l'EIQI et des travaux de calibrage des paramètres de calcul de la MR (Marge de risque), du capital de solvabilité requis (CSR) et des fonds propres menés par l'Autorité, l'EIQII propose des méthodes standards de valorisation des provisions techniques prudentielles et de calcul du CSR et annule toute autre version antérieure à la date de 2020.

C'est en nous basant sur cette dernière version et dans le souci de faciliter les acteurs du marché des assurances marocains que nous allons pour ce travail élaborer un outil informatique permettant à ces derniers de valoriser les provisions techniques prudentielles et calculer le CSR comme mis en lumière par l'EIQII.

Pour y parvenir nous allons diviser ce travail en plusieurs parties : Une première partie sur une présentation du nouveau cadre réglementaire, une partie sur la modélisation des courbes des taux plus que nécessaires pour la suite de notre travail, ensuite nous présenterons d'une manière détaillée le mode des calculs de ces provisions prudentielles en assurance vie et non-vie et du CSR, nous allons consacrer une partie à la standardisation des inputs de l'application pour permettre à tout utilisateur de s'en servir, par suite nous présenterons la partie conception très brièvement et la présentation de l'outil

et enfin nous mettrons en service l'application avec un test sur des données disponibles.

0.2 Présentation de l'organisme d'accueil

Pendant notre période de stage de fin d'études (PFE), A.R.M Consultants nous a accueillis au sein de son équipe, et nous allons donc présenter ci-dessous un aperçu historique d'ARM Consultants et de ses missions.

Créée en 1996, A.R.M CONSULTANTS est le premier cabinet conseils indépendants en Actuariat au Maroc, en Afrique francophone et dans la région MENA, spécialisé dans l'actuariat, la gestion des risques et l'ingénierie des assurances. Son capital est détenu à 100% par ses associés, ce qui assure au Cabinet une complète indépendance de tout organisme assureur. Il offre ses services à divers organismes tels que :

- Les institutions financières qui souhaitent innover et maîtriser leurs risques, pour devenir leaders dans les domaines de l'assurance, de la bancassurance, de la réassurance, de la prévoyance sociale, de la retraite ou du crédit bancaire..
- Les entreprises et les établissements publics qui souhaitent optimiser leurs performances en matière de gestion de leurs risques, de leurs assurances et de leurs engagements sociaux.
- Les administrations qui cherchent à élaborer des études actuarielles pour améliorer les systèmes existants de couvertures sociales ou mettre en place de nouveaux régimes de prévoyance sociale.

SERVICES AUX INSTITUTIONNELS :

A.R.M CONSULTANTS conseille ses clients institutionnels, Administrations, assureurs et banquiers, sur les domaines stratégiques et techniques nécessitant une expertise actuarielle pointue. Pour les professionnels, Sociétés d'assurance, Réassurance, Mutuelles, Caisse de retraite, Organisme de Prévoyance, Administrations et Investisseurs, le Cabinet leur assure des services en :

- Création de Produits : Conception de produits, Etude de marché, Refonte technique et juridique de produits, Tarification (vie et non vie), Profit Testing, AMOA pour la mise en production.
- Provisionnement : Revues réglementaire et économique des provisions techniques, Anticipation d'impacts réglementaires.
- Etudes actuarielles : de tarification ou d'équilibre de régime.

- Bilan actuariel : Elaboration et mise à jour du bilan actuariel.
- Assistance actuarielle : en cas de besoin d'actuaire.
- Réassurance : Audit et optimisation des programmes de réassurance.
- Actifs & ALM : Analyse de portefeuille, Modélisations financières, Allocations d'actifs.
- Missions de pilotage stratégique : Fusions Acquisitions, Embedded Value, Appraisal value, Contrôle interne, Rapport de solvabilité, Dossier d'agrément pour création de société, Business Plan, ALM.
- AMOA et conduite de changement : Cahier des spécifications techniques, PMO, AMOA, Recettage.
- Développement de progiciels spécifiques aux activités Assurance.
- Modélisation des risques de crédit.
- Cartographie des risques de crédits.
- Scoring, Tarification des risques

SERVICES AUX ENTREPRISES :

A.R.M CONSULTANTS accompagne ses clients Entreprises privées et Etablissements Publics, dans la valorisation et la préservation de leur Capital Humain et Patrimoine, ainsi que dans la maîtrise de leurs risques :

- IAS 19 : Identification, évaluation et comptabilisation des engagements sociaux.
- Avantages sociaux : Audit de conformité des avantages sociaux, Optimisation des coûts et des couvertures, enquêtes et études de Benchmark.
- Rémunération et Epargne salariale : Etudes d'optimisation et conseil.
- Couvertures et Régimes de prévoyance complémentaire : Conception et assistance dans la mise en place de plans de retraite complémentaire et de couverture médicale, indemnité de fin de carrière.
- Risk Management : Cartographie des risques, Réduction des risques, transfert des risques.
- Assurance : Audit et optimisation des programmes d'assurance du Capital Humain, du Patrimoine, et des Responsabilités Civiles de l'Entreprise.

Cadre réglementaire Marocain

Les insuffisances du cadre prudentiel actuel au Maroc ont poussé l'ACAPS à adopter la norme SBR afin de tenir compte des réalités du marché des assurances et financiers et prenant en compte la diversité des risques et leurs spécificités ainsi que la marge de solvabilité en faisant des changements d'une manière progressive.

La SBR se repose sur trois piliers :

1. **Piliers I : Exigences quantitatives** Pilier sur lequel nous allons baser notre travail, il s'articule autour des thèmes telsque : le bilan prudentiel, les fonds propres éligibles le capital de solvabilité requis/
2. **Piliers II : Exigences qualitatives ou de gouvernance** Il a pour but de renforcer le système de gouvernance des entreprises en leur permettant une bonne gestion des risques, de controle de interne et une amélioration de la qualité des données.
3. **Piliers III : Information** Ayant pour but : l'amélioration de l'information vis-à-vis de l'autorité de controle et du public et aussi permettre la transparence des entreprises.

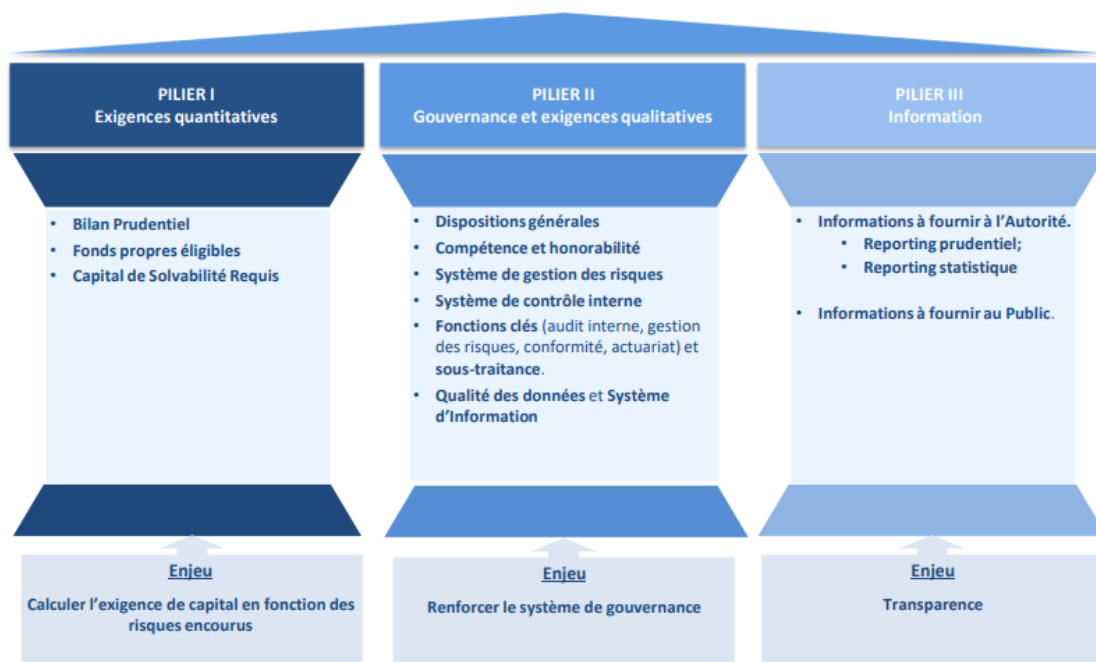


FIGURE 1.1 – Piliers SBR

Dans la suite nous allons nous focaliser sur le piler I objet de notre travail :

Zoom sur le piler I

Comme présenté ci-dessus, ce piler traite le volet quantitative de la norme SBR à savoir : ‘

- **Bilan prudentiel** : Il s’agit d’une vision économique du bilan, le contrôle prudentiel va s’appuyer exclusivement sur ce bilan et non les comptes sociaux ou les normes IFRS 17.

Il est composé des provisions techniques vie et non-vie, des provisions techniques cédées du traitement des frais de gestion et d’autres actifs et passifs. Les provisions techniques prudentielles sont évaluées selon le principe du BE (Meilleure Estimation) en plus d’une évaluation d’une « marge de risque » représentant un coût du capital, l’évaluation ne se fait plus sur le coût historique mais économique.

A noter que le Bilan prudentiel ne se substitue pas au bilan comptable, Les entreprises continueront à produire leurs bilans comptables selon les normes du

plan comptable des assurances (PCA).

Les autres actifs et passifs sont valorisés en suivant une hiérarchie de valorisation qui priorise la valeur de marché.

Actifs du bilan prudentiel	
Types d'actifs	Valorisation
Les actions cotées à la bourse	Dernier cours coté
Les titres OPCV et OPCI	Dernière valeur liquidative
Les titres OPCC et FPCT	Dernière valeur connue
Les titres de créances négociables, obligations et bons	Valeur marché
Immobilisations corporelles	Valeur comptable
Autres créances	Valeur comptable
Immobilisations en non valeur	Valeur nulle
Immobilisation incorporelles	Valeur nulle
Actifs immobilières hors OPCI	Valeur transaction
Autres actifs	Valeur dire expert

TABLE 1.1 – Valorisation des actifs

Passifs hors provisions techniques prudentielles	
Capitaux propres	Valeur comptable
capitaux propres assimilés	Valeur comptable
Dettes de financement	Valeur comptable
Provisions durables pour risques et charges	Valeur comptable
Dettes pour espèces remises par les cessionnaires	Valeur comptable
Dettes passifs circulants	Valeur comptable
Latres provisions durables pour risques et charges	Valeur comptable
La trésorerie-passif	Valeur comptable
Emprunts obligataires	Valeur comptable (sinon valeur nulle)

TABLE 1.2 – Valorisation des passifs

- **Les fonds propres** : Qui constitue l'appréciation réelle de la richesse de l'entreprise, la SBR traite entre autre : la catégorisation des fonds propres, en effet les fonds propres sous SBR sont constitués des fonds propres de catégorie 1 et de fonds propres de catégorie 2 selon leur niveau de qualité et elle traite aussi les règles prudentielles sur les fonds propres.
- **Capital de solvabilité requis (CSR)**

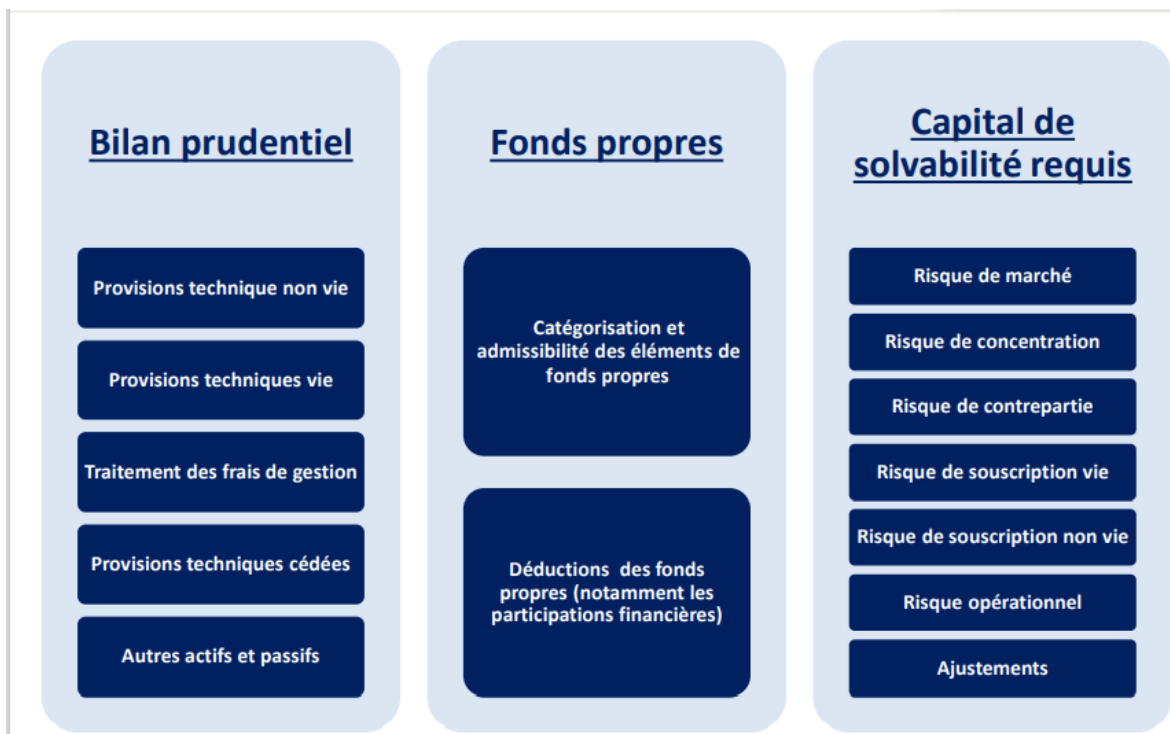


FIGURE 1.2 – Postes Piliers I

Nous allons dans les parties qui viennent traiter en long et en large la valorisation des provisions techniques prudentielles, des provisions techniques cédées et le calcul du CSR.

Mais avant tout cela, nous allons consacrer un chapitre sur les modèles de taux nécessaire à la construction des courbes de taux.

CHAPITRE 2

Construction de la courbe des taux

Ce chapitre est très important, du fait que la valorisation des provisions techniques prudentielles et le calcul du CSR doivent prendre en compte la valeur temps de l'argent. Donc pour pouvoir actualiser ou capitaliser les flux nous présentons dans ce chapitre, deux méthodes déterministes de constructions des courbes de taux à savoir la méthode bootstrap (méthode réglementaire) et la méthode de SmithWilson.

Méthodes déterministes

2.1 Courbe empirique (réglementaire)

L'objectif étant de déterminer les taux permettant d'actualiser les flux futurs entrant dans le calcul du Best Estimate, nous allons déterminer ces taux d'actualisations pour des maturités pleines. Pour ce faire, nous passons par quatre étapes allant de la transformation des taux de référence des bons de trésor publiés par la BAM BANK AL MAGHRIB à la détermination de taux zéro coupon par maturité pleine.

✓ **Etape n°1 : Transformation des taux monétaires en taux actuariels** Cette étape a consisté mettre les taux de référence des bons de trésor publiés par la BANK AL MAGHRIB, à une date donnée en des taux actuariels et ceci avec la formule suivante :

$$T_{\alpha} = \left(1 + \frac{n}{360} * T_m\right)^{\frac{365}{n}} - 1$$

Où :

T_a : Taux actuariel

T_m : Taux de référence des bons de trésor en forme de taux moyen pondéré

$\frac{n}{360}$: maturité.

Date d'échéance	Transaction	Taux moyen pondéré	Date de la valeur
17/01/2022	31,40	1,530%	30/12/2021
14/02/2022	207,57	1,530%	30/12/2021
9/3/2022	67,90	1,530%	31/12/2021
18/04/2022	121,98	1,538%	31/12/2021
19/09/2022	221,15	1,563%	31/12/2021
17/10/2022	50,71	1,570%	31/12/2021
14/11/2022	30,13	1,581%	31/12/2021
20/03/2023	61,29	1,650%	31/12/2021
3/4/2023	100,41	1,639%	31/12/2021
15/05/2023	38,09	1,660%	31/12/2021
19/06/2023	103,40	1,680%	31/12/2021
17/07/2023	101,26	1,670%	31/12/2021
18/09/2023	156,00	1,691%	31/12/2021
16/10/2023	105,37	1,701%	31/12/2021
15/01/2024	99,95	1,730%	31/12/2021
18/03/2024	30,02	1,759%	31/12/2021
15/04/2024	177,96	1,765%	31/12/2021
14/04/2025	155,74	1,853%	31/12/2021

TABLE 2.1 – Les taux de BAM

✓ **Étape n°2 : Interpolation de la courbe des taux actuariels.** Il existe plusieurs méthodes d'interpolation, la plus utilisée est la méthode d'interpolation linéaire.

En effet nous avons des maturités ayant des valeurs décimales, nous passons à des maturités pleines en appliquant une interpolation linéaire. Cette approche consiste tout d'abord à déterminer le DPL qui correspond, en effet, au Dernier Point Liquide. Le DPL correspond à la maturité pleine pour laquelle le volume cumulé des obligations dont les échéances lui sont supérieures est inférieur à 6% du volume total des transactions prises en compte pour la construction de la courbe des taux zéro-coupon. Il correspond aussi à dernière maturité observable.

La formule d'interpolation est la suivante pour toute maturité j allant de $1, 2, \dots,$

DPL :

$$t_j = t_i + \frac{t_{i+1} - t_i}{n_{i+1} - n_i} * (j - n_i)$$

Où : t_j : Taux actuariels de maturité pleine j compris entre les maturités n_i et n_{i+1} t_i : Taux actuariels de maturités n_i

✓ **Etape n°3 : Transformation des taux actuariels en courbe des taux zéro-coupons par la Méthode du Bootstrap :**

Le Bootstrap est une procédure de reconstitution d'une courbe zéro-coupon pas à pas, c'est à dire segment de maturité par segment de maturité. Cette méthode est basée sur l'hypothèse que le prix théorique d'une obligation est la somme de ses flux actualisés aux taux zéro-coupon de l'échéance de chaque flux.

-Pour une maturité n inférieure ou égale à 1 an : Le taux zéro-coupon est donc le taux actuariel calculé à l'étape 2 de même maturité.

-Pour une maturité n supérieure à 1 an

$$R_{xc}(n) = \sqrt[n]{\frac{1 + t_n}{1 - t_n + \sum_{l=1}^n \frac{1}{(1+R_l)^l}} - 1} \quad (2.1)$$

Où :

t_n : Taux actuariel de maturité n

R_i : Taux zéro-coupon de maturité i

Maturité	Taux actuariel	Taux zéro coupon
1	1.61%	1.61%
2	1.73%	1.73%
3	1.83%	1.83%
4	1.96%	1.96%
5	1.99%	1.99%
6	2.07%	2.08%
7	2.11%	2.12%
8	2.19%	2.20%
9	2.26%	2.28%
10	2.33%	2.36%
11	2.39%	2.42%
12	2.47%	2.48%
13	2.44%	2.51%
14	2.50%	2.54%
15	2.55%	2.60%
16	2.60%	2.67%

TABLE 2.2 – taux zéro-coupons au 31/12/2021

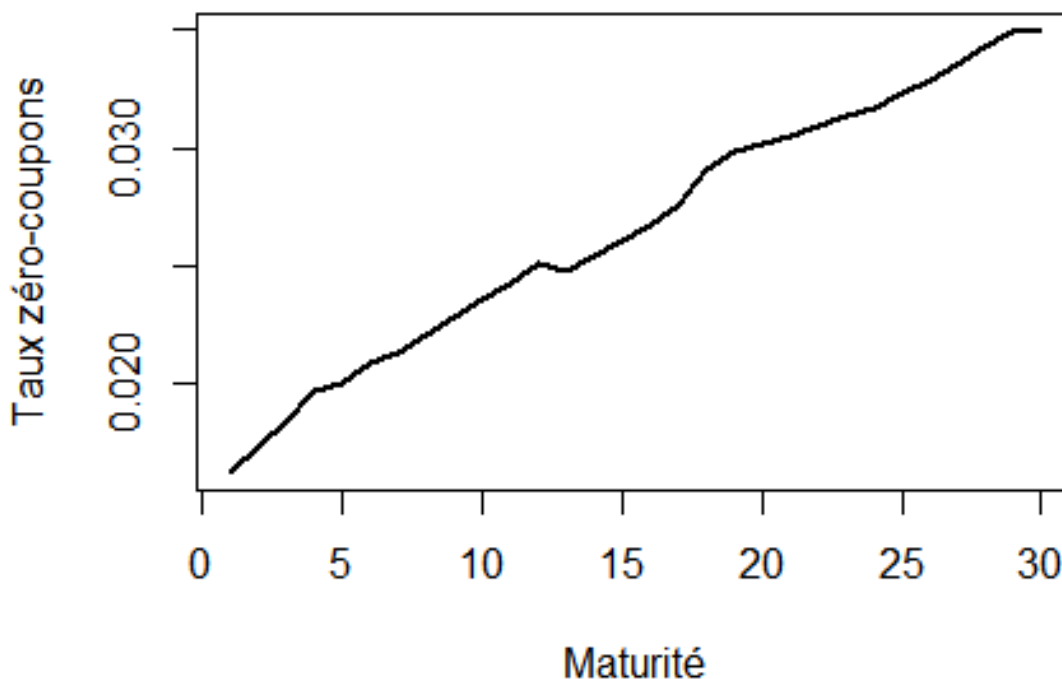


FIGURE 2.1 – Courbe des taux zéro-coupons au 31/12/2021

2.2 Extrapolation de la courbe des taux zéro-coupon par la méthode de Smith-Wilson

La méthode de Smith-Wilson est une des méthodes de construction des courbes de taux zéro-coupon à partir des données du marché.

En effet, sur le marché, nous observons des prix zéro-coupons de différentes maturités u_1, u_2, \dots, u_N .

L'objectif de cette méthode est donc d'estimer les prix zéro-coupon pour d'autres maturités en fonction d'un taux forward long Ultimate Forward Rate (UFR).

A partir de cette fonction de prix zéro-coupon, on va pouvoir alors calculer les taux zéro-coupon.

La fonction de prix utilisée par Smith-Wilson est :

$$P_{ZC}(0, \tau) = e^{-UFR*\tau} + \sum_{j=1}^N \gamma_j * W(\tau, u_j)$$

Avec :

$$W(\tau, u_j) = e^{-UFR*(\tau+u_j)} + \left\{ \alpha * \min(\tau, u_j) - 0.5 * e^{-\alpha*\max(\tau, u_j)} * (e^{\alpha*\min(\tau, u_j)} - e^{-\alpha*\min(\tau, u_j)}) \right\}$$

Appelée, fonction noyau.

Où :

UFR :Taux forward long (Ultimate Forward Rate)

α : est une mesure de la vitesse de convergence vers UFR

N : est le nombre de d'obligations ZC dont le prix est observé (avant extrapolation)

u_1, u_2, \dots, u_N :le vecteur des maturités de ces obligations zéro-coupon

γ_j :Sont des inconnus à ajustés. Pour déterminer ces inconnus, on procède la manière suivante :

A UFR et α constants, le vecteur γ s'obtient comme solution d'un système d'équations linéaires définies par l'expression du prix de chaque obligation ZC considérée.

Soit :

$$m_j = P_{Zc}(0, u_j) = e^{-UFR*u_j} + \sum_{j=1}^N \gamma_j * W(\tau, u_j)$$

Sous forme matricielle, on trouve :

$$m = P = \mu + \gamma * W \Rightarrow \gamma = W^{-1}(P - \mu)$$

Où :

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_N)^T$$

$$P = (P_{ZC}(0, u_1), P_{ZC}(0, u_2), \dots, P_{ZC}(0, u_N))^T$$

$$\mu = (e^{-UFR*u_1}, e^{-UFR*u_2}, \dots, e^{-UFR*u_N})^T$$

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & \dots & W_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{N1} & \dots & W_{NN} \end{pmatrix}$$

$$W_{ij} = W(u_i, u_j) : i = 1 \dots N \text{ et } j = 1 \dots N$$

Après détermination des inconnus, on peut calculer les prix zéro-coupon et par suite déduire les taux zéro-coupon par la formule suivante :

$$R_{zc}(0, t) = \frac{1}{P(0, t)^t} - 1$$

L'UFR est le taux ultime vers lequel convergent les taux. En effet, au-delà d'une certaine limite, le dernier point liquide (Last Liquid Point), les données observables ne sont plus crédibles. De là découle la besoin d'extrapoler à partir de ce point. A partir de ce dernier point, la courbe doit converger vers l'UFR.

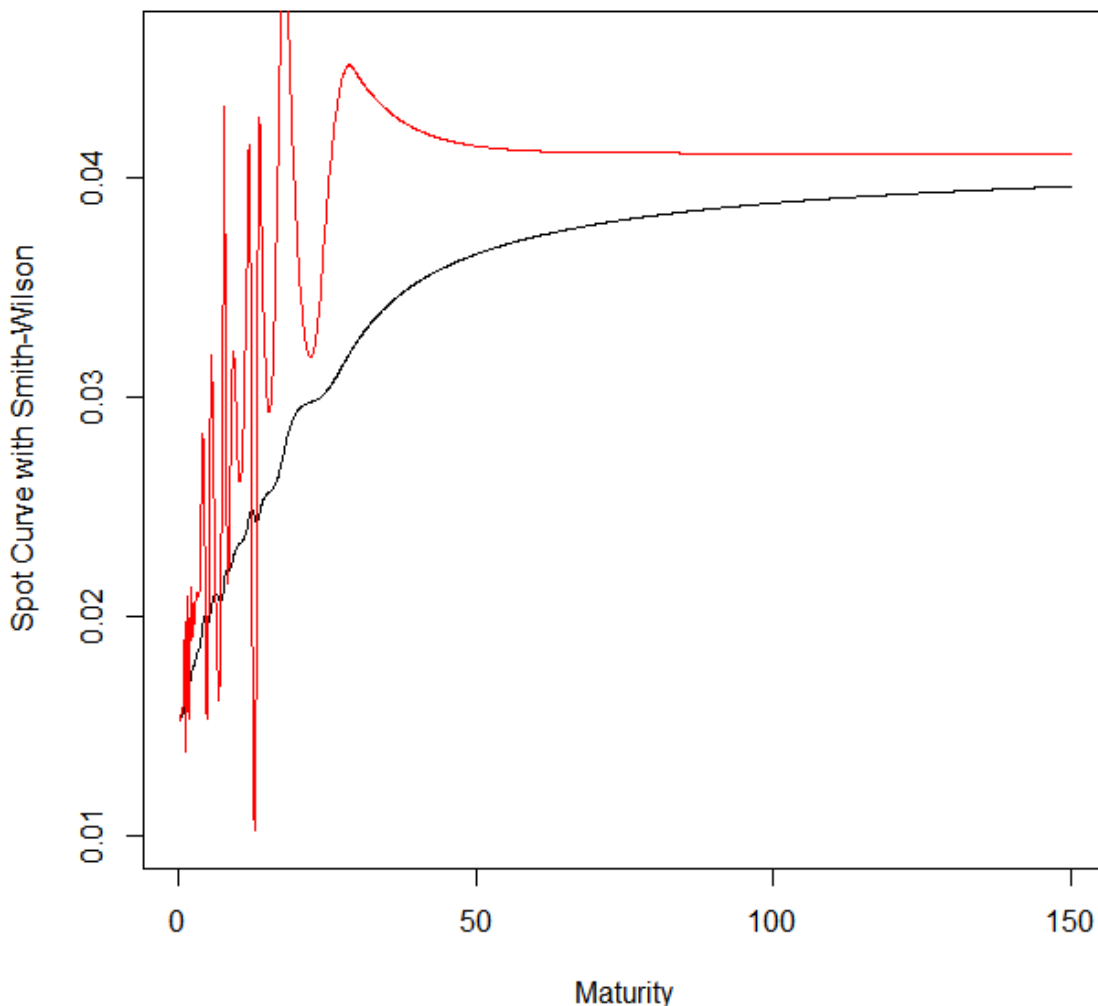


FIGURE 2.2 – Extrapolation de Smith-Wilson de la courbe des taux

Valorisation des provisions techniques prudentielles vie

Les provisions techniques prudentielles vie sont obtenues en faisant la somme entre la meilleure estimation des engagements vie, la meilleure estimation des frais de gestion et la marge de risque vie.

$$PT_{vie} = BE_{eng}^{vie} + BE_{frais} + MR \quad (3.1)$$

avec : PT_{vie} : Provision technique vie ; BE_{eng}^{vie} : Meilleure estimation des engagements vie ;

BE_{frais} : Meilleure estimation des frais de gestion ;

MR : Marge de risque.

Dans ce qui suit, nous allons détailler les formules de calcul de tous ces composants.

3.1 Opérations assurance vie, décès ou capitalisation

3.1.1 Meilleure estimation des engagements des opérations d'assurance vie, décès et capitalisation

La meilleure estimation des engagements vie comprend la meilleure estimation des garanties probabilisées et les bénéfices discrétionnaires futurs.

$$BE_{eng}^{vie} = BEGP + BD$$

- Meilleure estimation des garantie probabilisées (BEGP)

La meilleure estimation des garanties probabilisées est calculée garantie par garantie et tête par tête, en actualisant les flux de trésorerie futurs probabilisés, afférents aux engagements garantis à la date d'inventaire. Toutefois, l'entreprise d'assurances et de réassurance peut procéder à une agrégation en retenant des critères homogènes, notamment l'âge et ce, après accord de l'Autorité. Elle est calculée avec la formule suivante :

$$\boxed{\text{BEGP} = \sum_{i \geq 0} \frac{DF_{i+1} - EF_{i+1}}{(1 + r_{i+1})^{i+1}}} \quad (3.2)$$

où :

EF : Encaissements futurs qui sont les flux correspondants aux engagements des assurés.

DF : Décaissements futurs qui sont les flux correspondants aux règlements de toutes prestations garanties au titre des contrats : Dont l'engagement de l'entreprise est en cours à la date d'inventaire, À tacite reconduction dont la date d'effet intervient postérieurement à la date d'inventaire et dont le préavis de résiliation a expiré à cette date sans qu'il y ait une demande de résiliation.

Les encaissements sont déterminés en tenant compte des engagements contractuels et en utilisant, le cas échéant, les bases techniques suivantes :

<p>Table de mortalité</p>	<ul style="list-style-type: none"> • TV 88-90 pour les assurances en cas de vie • TD 88-90 pour les assurances en cas de décès • Table de mortalité d'expérience, matérialisant la mortalité propre à la population de ses assurés après accord de l'ACAPS
<p>Pour chaque groupe de contrats cohérents en termes de comportement respectivement de rachat, résiliation et rente, l'entreprise est obligée d'établir :</p>	
<p>Table de rachat en montant</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Basée sur un historique de données de rachat en montant propre au portefeuille de contrats et ≥ 10ans • Doit ressortir par ancienneté et/ou par âge de l'assuré le taux de rachat en montant dans l'année TR_n : $TR_n = \frac{R_n}{R_n + \text{Engagement à la date d'inventaire}}$ <p>R_n: montant de rachat de l'année n</p> <ul style="list-style-type: none"> • En absence d'historique de données, la compagnie peut procéder autrement après accord de l'ACAPS
<p>Table de résiliation</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Basée sur un historique de données de résiliation en montant propre au portefeuille de contrats et ≥ 10ans • Doit faire ressortir par ancienneté et/ou par âge de l'assuré le taux de contrats résiliés dans l'année TCR_n : $TCR_n = \frac{CR_n}{CR_n + \text{Contrats en cours à la date d'inventaire}}$ <p>CR_n : nombre de contrats résiliés dans l'année</p> <ul style="list-style-type: none"> • En absence d'historique de données, la compagnie peut procéder autrement après accord de l'ACAPS
<p>Taux de sortie en rente</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Basée sur un historique de données de résiliation en montant propre au portefeuille de contrats et ≥ 10ans • Le taux de sortie en rente est défini par : $TSR_n = \frac{ESR_n}{EOSR_n}$ <p>ESR_n: Engagements convertis en rentes dans l'année $EOSR_n$: engagements relatifs aux contrats arrivés à échéance et prévoyant l'option de sortie en rente dans l'année</p> <ul style="list-style-type: none"> • En absence d'historique de données, la compagnie peut procéder autrement après accord de l'ACAPS

FIGURE 3.1 – Bases techniques pour l'évaluation de la meilleure estimation des garanties probabilisées

Pour chaque ensemble homogène de contrats : (On entend par ensemble homogène de contrats, les contrats ayant les mêmes conditions générales, quant au mode de détermination de la participation des assurés aux bénéfices, autres que les contrats ne comportant pas de valeur de réduction.)

- Bénéfices discrétionnaires futurs

$$BDF = PPB_{\text{cemptable}} + tm_{PB} \times \max\{0, ST + SF\}$$

Où : $PPB_{\text{comptable}}$: Montant de la provision pour participation aux bénéfices, évaluée à la valeur comptable.

Le montant déterminé en multipliant le taux de participation aux bénéfices moyen servi aux assurés par la somme des soldes techniques et financiers tels que définis ci-après, lorsqu'elle est positive.

$-ST + SF$: Somme du solde technique et financier.

$-tm_{PB}$: Taux de participation aux bénéfices moyen servi aux assurés

$$t_{PB} = \frac{D_{\geq 3 \text{ exos clos}}}{(ST + SF)_{3 \text{ exos clos}}}$$

$-D_{\geq 3 \text{ exos clos}}$: Somme des dotations au titre, des trois derniers exercices clos au moins, affectées à la provision pour participation aux bénéfices afférente aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte.

$-(ST + SF)_{3 \text{ exos clos}}$: Somme des résultats techniques et financiers sur la même période.

Les soldes techniques et financiers sont définis comme suit : -Ecart technique de valorisation : la différence entre, d'une part, la somme des montants des provisions mathématiques, et des provisions pour rentes et rachats à payer relatifs aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation, et d'autre part, la meilleure estimation des garanties probabilisées augmentée de la somme actualisée des chargements contractuels futurs pour les contrats qui prévoient leur prélèvement sur la participation aux bénéfices ;

$$ST = PM + PRR - \left(BEGP + \sum_{i \geq 0} \frac{CCF_{i+1}}{(1+r_{i+1})^{i+1}} \mathbf{1}_{\{\text{prélèvement sur la PB} > 0\}} \right)$$

Où :

$-PM + PRR$: Somme des montants des provisions mathématiques, et des provisions pour rentes et rachats à payer relatifs aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation.

$-BEGP$: Meilleure estimation des garanties probabilisées

$-\sum_{i \geq 0} \frac{CCF_{i+1}}{(1+r_{i+1})^{i+1}} \mathbf{1}_{\{\text{prélèvement sur la PB} > 0\}}$: Somme actualisée des chargements contractuels futurs pour les contrats qui prévoient leur prélèvement sur la participation aux bénéfices.

-Ecart financier de valorisation : le produit d'un coefficient de répartition et de la différence entre les montants des actifs affectés aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte et les montants de ces mêmes actifs, évalués en valeur nette comptable, diminuée de la meilleure estimation des frais de gestion de placements. La meilleure estimation des frais de gestion de placement correspond la somme actualisée des flux de frais de gestion futurs relatifs aux placements affectés aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte.

$$SF = r \times \left(MA_{HUC} - \left(MA_{VNC} - \sum_{i \geq 0} \frac{FGFP_i}{(1+r_{i+1})^{i+1}} \right) \right)$$

Où : r : Coefficient de répartition Il correspond au rapport entre le montant des provisions techniques relatives à l'ensemble homogène de contrats concerné et le montant des provisions techniques relatives aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte.

$$r = \frac{PT_{\text{homogène}}}{PT_{HUC}}$$

– ***PT_{homogène}*** : Provisions techniques relatives à l'ensemble homogène de contrats concerné

– ***PT_{HUC}*** : Montant des provisions techniques relatives aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte.

- ***MA_{HUC}*** : Montants des actifs affectés aux opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation hors unités de compte.

- ***MA_{VNC}*** : Montants de ces mêmes actifs, évalués en valeur nette comptable.

3.1.2 Meilleure estimation des frais de gestion

La meilleure estimation des frais de gestion est égale à la somme actualisée des flux de frais de gestion futurs relatifs aux placements.

$$BE_{\text{frais}} = \sum_{i \geq 0} \frac{FGFP_{i+1}}{(1 + r_{i+1})^{i+1}}$$

Les frais de gestion futurs sont estimés sur la base d'une projection qui considère un horizon de projection suffisant pour couvrir la durée de vie des obligations à la date de d'inventaire. Ils sont calculés pour chaque année de la projection en multipliant le

nombre de contrats par les frais de gestion unitaires moyens.

$$FGF_n = nbr_{contrats}^n \times FG_{moy}^{unitaire}$$

$nbr_{contrats}^n$: Nombre de contrats : Déterminé compte tenu des bases techniques suivantes :

✓ Table de mortalité TV 88-90 ou TD 88-90 ou une table d'expérience après accord de l'ACAPS.

✓ Table de rachat en nombre

✓ Table de résiliation Le montant de frais de gestion unitaire moyen est estimé en considérant la moyenne sur les trois derniers exercices clos des montants de frais de gestion unitaires.

Le montant de frais de gestion unitaire moyen est estimé en considérant la moyenne sur les trois derniers exercices clos des montants de frais de gestion unitaires.

Le montant de frais de gestion unitaire au titre de chaque exercice clos, correspond au rapport entre le montant de frais de gestion déterminé par sous-catégories et le nombre de contrats ou d'adhérents pour les contrats d'assurance de groupe, à l'ouverture de l'exercice clos considéré.

$$FG_{moy}^{unitaire} = \frac{FGU_{n-1} - FGU_{n-2} - FGU_{n-3}}{3} = \frac{\frac{FG_{n-1}}{nbr_{contrats}^{n-1}} + \frac{FG_{n-2}}{nbr_{contrats}^{n-2}} + \frac{FG_{n-3}}{nbr_{contrats}^{n-3}}}{3}$$

Le montant de frais de gestion, par catégorie ou sous-catégorie, correspond à la somme des frais de gestion imputables directement et ceux qui ne le sont pas.

$$FG_n = FGID_n + FGNID_n$$

Les frais de gestion non imputables directement, autres que les frais de gestion de placements, sont répartis, par catégorie ou sous-catégorie, par au prorata du rapport entre :

✓ Le total des primes, des prestations et frais payés et de la variation positive des provisions techniques, autres que celles pour primes non acquises, risques en cours, risque tarifaire, risques d'exigibilité, aléas financiers, de capitalisation et de fluctuations de sinistralité, de chaque catégorie ou sous-catégorie d'assurance ;

✓ et le total des primes, des prestations et frais payés et de la variation positive des provisions techniques, autres que celles pour primes non acquises, risques en cours, risque tarifaire, risques d'exigibilité, aléas financiers, de capitalisation et de fluctuations de sinistralité, de l'ensemble des catégories et sous-catégories d'assurance.

3.1.3 Marge de risque vie

La marge de risque qui équivaut au coût de capital et est déterminée suivant la nature des opérations d'assurance et de réassurance. Elle constitue ainsi une marge de prudence dans l'estimation des provisions techniques.

La marge de risque circulaire est calculée séparément pour les engagements vie et rentes découlant des opérations non-vie ainsi que pour les engagements des opérations non-vie comme suit :

$$MR = \alpha \sum_{i=1} \frac{CSR_i}{(1 + r_i)^i}$$

Où :

$\alpha = X\%$ représente le taux du coût du capital.

CSR_i : représente le capital de solvabilité requis projeté a la date i compte non tenu des exigences de capitaux relatives aux risques opérationnel, de marché, de concentration et de contrepartie. Il est calculé comme suit :

$$CSR_i = \frac{ME_{\text{engagement } i}}{ME_{\text{engagement } 0}} \times CSR_{vie} :$$

$ME_{\text{engagement } i}$: correspond à la meilleure estimation des engagements projetée à la date i.

- CSR_{vie} : représente le capital de solvabilité requis à la date d'inventaire compte non tenu des exigences de capitaux relatives aux risques opérationnel, de marché, de concentration et de contrepartie.

- (r_t) : correspond a la structure par terme de la courbe des taux fixée par l'Autorité.

Tout compte fait, on trouve une formule finale, telle que les provisions technique prudentielles pour des opérations d'assurance vie, décès ou capitalisation sont données par :

$$PT_{\text{tech}}^{\text{vie}} = \sum_{i \geq 0} \frac{DF_{i+1} - EF_{i+1}}{(1 + r_{i+1})^{i+1}} + PPB_{\text{comptable}} + \frac{D_{\geq 3 \text{exos clos}}}{(ST + SF)_{3 \text{exos clos}}} \times \max\{0, ST + SF\} + \sum_{i \geq 0} \frac{FGFP_{i+1}}{(1 + r_{i+1})^{i+1}} + \alpha \sum_{i \geq 0} \frac{CSR_{i+1}}{(1 + r_{i+1})^{i+1}}$$

3.2 Rentes découlants des opérations non-vie

La meilleure estimation des engagements, pour les rentes découlant des opérations d'assurance non-vie correspond à la meilleure estimation des garanties probabilisées telle que calculé pour les opérations capitalisation, vie et décès.

$$\boxed{BE_{eng}^{rentes-nonv} = BEGP} \quad (3.3)$$

La meilleure estimation des frais de gestion, pour les rentes découlant des opérations d'assurance non vie est calculé pareillement à celle calculée pour les opérations capitalisation, vie et décès.

Valorisation des provisions techniques prudentielles non-vie hors rentes

Les provisions techniques prudentielles non-vie hors rentes sont composées de :

- Meilleure estimation des engagements pour sinistres
- Meilleure estimation des engagements pour primes engagements futures
- Meilleure estimation des frais de gestion
- Marge de risque.

N. B : Pour l'estimation des flux de règlements futurs probabilisés nets de recours, l'entreprise d'assurances et de réassurance retient une segmentation de ses opérations d'assurance au minimum par sous- catégories telles que prévues à l'article 92 de la circulaire n°01/AS/19 du 02 janvier 2019.

4.1 Meilleure estimation des engagements pour sinistres

Elle correspond à la somme actualisée des flux de règlements futurs probabilisés calculés appliquant la méthode de « chain Ladder avec ajustements » sur un triangle de règlements cumulés des sinistres bruts de réassurance et nets de recours.

$$BE_{\text{sinistres}} = \sum_i \frac{CF_i}{(1 + r_i)^i} \quad (4.1)$$

Où :

CF_i : Représente les flux de règlements futurs probabilisés de l'année i

r_i : Représente le taux zéro-coupon

Le calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres susmentionnée peut se faire selon deux approches : déterministes et Stochastiques.

Nous allons donc dans un premier temps, calculer le $BE_{\text{sinistres}}$ par deux méthodes déterministes : **Chain Ladder et London Chain**.

Ensuite, nous allons calculer le $BE_{\text{sinistres}}$ une méthode Stochastique : La méthode GLM.

4.1.1 Approche déterministe

4.1.1.1 Méthode Chain Ladder

Cette méthode déterministe bien connue et la plus utilisée en générale est parfois aussi appelée " méthode du facteur de développement » ou « méthode du rapport de liaison» est prolongée par la possibilité d'inclure une queue possible du triangle sous-jacent.

Pour effectuer les calculs, nous présentons les données sous formes de triangle de paiement dans lequel on a des paiements des sinistres survenus par année de développement.

Soient i les années de survenance avec $1 \leq i \leq n_1$ et j les années de développement avec $1 \leq j \leq n_2$. Dans le cadre de ce mémoire, nous considérerons que : $n_1 = n_2 = n$: le nombre d'années de développement.

Nous notons également $Y_{i,j}$ le paiement non cumulé (également appelé paiement incrémental) pour la j -ème année de développement des sinistres survenus l'année i .

Soit $C_{i,j}$ le montant cumulé des règlements au titre des sinistres survenus l'année i après j années de développement.

Les sinistres survenant une année i sont déclarés puis payés plus ou moins longtemps après cette année i . Nous regroupons alors ces montants de règlements sous la forme d'un triangle que nous appelons triangle de développement. Ce triangle est représenté sous la forme d'une matrice dont seule la partie supérieure gauche est complétée. Dans la cellule (i, j) , nous trouvons donc le montant $C_{i,j}$.

L'objectif de cette méthode est donc de compléter la partie inférieure du triangle en suivant des étapes bien précises et en supposant que la cadence des paiements dépend de l'année de développement des sinistres et ceci par la formule suivante :

$C_{i,j+1} = f_j * C_{i,j}$ Pour $j = 0, \dots, n - 1$ Où f_j est le facteur de développement de l'année de développement j à $j + 1$. Ainsi, il est possible d'estimer les paiements futurs.

Mais avant de procéder aux calculs, l'application de Chain Ladder requiert la vérification des hypothèses suivantes :

- (H1) : Les paiements cumulés $C_{i,j}$ des années de survenance sont indépendants ;
- (H2) : Les années de développement sont des variables explicatives du comportement des paiements futurs.

étapes de calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres sont les suivantes :

✓ **Etape n°1** : Constitution du triangle de règlements cumulés net de recours et bruts de réassurance comme précisé ci-dessus.

N.B : La profondeur de l'historique doit être suffisante et adaptée à la nature du risque, tout en justifiant le caractère approprié de la méthode utilisée pour sa détermination dans la note méthodologique.

✓ **Etape n°2** : Calcul des facteurs de développement individuels avec la formule suivante :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j-1} C_{i,j}} \text{ Pour } j = 0, 1, \dots, n - 2$$

✓ **Etape n°3** : Vérification des hypothèses de la méthode chain Ladder (H1) et (H2)
Notons que ces hypothèses se vérifient de la manière suivante :

- **Pour (H1) : Indépendance**

Nous allons comparer les $f_{ij} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ pour $i = 1, \dots, n - 1$ et $j = 0, \dots, n - 2$ à \hat{f}_j pour

$j = 1, \dots, n - 2$ calculé plus haut.

Pour ce faire, il faut tracer la droite \hat{f}_j et les points f_{ij} pour chaque j année de survenance : Si les points sont à peu près alignés sur de la droite alors l'hypothèse (H1) est vérifiée.

- **Pour (H2) : Linéarité** : Il suffira de tracer les points $(C_{i,j}; C_{i,j+1})$ Pour chaque année de développement et vérifier si ces points sont à peu près alignés sur la droite passant par l'origine, si c'est le cas alors (H2) est vérifiée.

✓ **Etape n°4** : Calcul des règlements cumulés futurs par année de survenance. Cette étape consiste à remplir le triangle de développement cumulé inférieur en estimant les charges ultimes par exercice avec la formule suivante :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{i,j+1} &= \hat{C}_{i,j} * \hat{f}_j \text{ Pour } i + j > n \\ &= C_{i,n-i} * \prod_{k=n-i}^j \hat{f}_k\end{aligned}$$

✓ **Etape n°5** : Constitution du triangle des règlements décumulés futurs par année de survenance.

$$\begin{cases} Y_{i,0} = C_{i,0}, \forall i = 1, \dots, n \\ Y_{i,j+1} = C_{i,j+1} - C_{i,j}, \forall j > 1 \end{cases}$$

✓ **Etape n°6** : Calcul du $BE_{\text{sinistres}}$

$$BE_{\text{sinistres}} = \sum_i \frac{CF_i}{(1 + r_i)^i}$$

Où les CF_i correspondent à la somme des éléments constitutifs de chaque diagonale du triangle inférieur décumulé.

Et les r_i correspondent aux taux zéro-coupon obtenu avec la courbe de taux construite plus haut.

4.1.1.2 Méthode London Chain

C'est une généralisation de la méthode Chain Ladder, elle suppose que la dynamique d'évolution des règlements futurs cumulés est donnée par :

$$C_{i,j+1} = \lambda_j * C_{i,j} + \alpha_j \forall i = 1, \dots, n \text{ et } j = 0, \dots, n - 1$$

Pour ce faire, cette méthode requiert la validation de l'hypothèse (H2) de Chain Ladder. Par suite, l'objectif de cette méthode est d'estimer $2 * n$ paramètres à savoir les λ_k et α_k par la méthode des moindres carrés ordinaires en résolvant l'équation suivante :

$$(\hat{\lambda}_j; \hat{\alpha}_j) = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=0}^{n-j-1} (C_{i,j+1} - \lambda_j * C_{i,j} - \alpha_j)^2 \right.$$

On obtient :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\frac{1}{n-j} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} * C_{i,j+1} - \hat{C}_j * \hat{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - \hat{C}_j^2} \text{ Et } \hat{\alpha}_j = \hat{C}_{j+1} - \hat{\lambda}_j * \hat{C}_j$$

Avec : $\hat{C}_j = \frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}$ Et $\hat{C}_{j+1} = \frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j+1}$

N.B : On peut aussi estimer $\hat{\lambda}_j = \frac{\operatorname{Cov}(\text{Colonne } j; \text{Colonne } j+1)}{\operatorname{Var}(\text{Colonne } j)}$

Une fois les paramètres estimés, on complète le triangle cumulé inférieur, on décumule et enfin on calcule le $\mathbf{BE}_{\text{sinistres}}$ de la même manière que l'on a procédé avec la méthode Chain Ladder.

4.1.2 Approche Stochastiques

Dans cette partie nous allons travailler la méthode GLM comme méthode stochastique pour pouvoir calculer la meilleure estimation des engagements pour sinistres.

Cette méthode suppose que les paiements $Y_{i,j}$ sont des variables aléatoires indépendants et identiquement distribués dont les distributions appartiennent à la famille exponentielle. On connaît les éléments du triangle supérieur $(Y_{i,j})_{i+j \leq n}$.

Les variables choisies pour expliquer la variable dépendante $Y_{i,j}$ sont :

- L'année de survenance i qui sera paramétrée par un coefficient α_i

- L'année de développement j qui sera paramétrée par un coefficient β_j

Soit le modèle suivant : $g(Y_{i,j}) = \mu + \alpha_i + \beta_j$

Où : g : est la fonction de lien telle que :

- ✓ Si les $Y_{i,j}$ suivent une normale alors g est la fonction identité
- ✓ Si les $Y_{i,j}$ suivent une loi log-normale alors g est la fonction logarithme etc.

Après estimation, on pourra facilement estimer les éléments du triangle inférieur décré-
mentés et par suite calcule la meilleure estimation des engagements pour sinistres.

4.2 Meilleure estimation des engagements pour primes

Elle correspond aux engagements relatifs aux sinistres non encore survenus. Elle se calcule par la différence entre :

- ✓ La somme actualisée des flux de règlements de sinistres futurs probabilisés nets de recours relatifs aux sinistres non encore survenus.
- ✓ Le montant des primes futures probabilisé et actualisé à la date d'inventaire, net des frais d'acquisition relatives aux contrats à tacite reconductions non résiliées à la date d'inventaire.

$$BE_{\text{primes}} = \frac{S}{P} * (PPNA + PF) * \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\text{Cad}_i}{(1 + r_i)^i} - PF(*)$$

Où :

PPNA : Provisions pour primes non acquises

PF : Primes futures

PF(*) : Primes futures nettes des frais d'acquisition

Cad_i : Cadence de liquidation de l'année de projection i

$$\text{Cad}_i = \frac{\sum_{k=1}^n \text{Reglements}_{k,i}}{\sum_{k=1}^n \text{Charges}_{Ultimesk}}$$

-S/P : Le ratio de sinistralité moyen (des 3 dernières années).

$$\frac{S}{P} = \frac{\sum_{i=0}^2 \text{Charges}_{ultimes_{n-i}}}{\sum_{i=0}^2 \text{Primes}_{acquises_{n-i}}}$$

r_i : Représente le taux sans risque

N. B : La charge ultime correspond, par exercice de survénance, à la somme des règlements cumulés et des règlements futurs au titre de l'année de survénance considérée.

4.3 La meilleure estimation des frais de gestion :

Elle correspond à la somme actualisée des flux de frais de gestion futurs des contrats d'engagements en cours et des contrats à tacite reconduction non résiliés à la date d'inventaire. Pour une catégorie/sous-catégorie et une année de projection donnée, les flux de frais de gestion futurs correspondent au produit du taux de frais de gestion moyen par la somme de la meilleure estimation pour sinistres nets de recours et de la meilleure estimation pour primes :

$$BE_{\text{frais gestion}} = Tx_{\text{frais gestion moyen}} * (BE_{\text{sinistres}} + BE_{\text{primes}}) \quad (4.2)$$

Avec :

$$Tx_{\text{frais gestion moyen}} = \text{Moyenne} (Tx_{\text{frais gestion } n-1}, Tx_{\text{frais gestion } n-2}, Tx_{\text{frais gestion } n-3})$$

Et

$$Tx_{\text{frais gestion } k} = \frac{\text{Montant frais de gestion récurrents } k}{(\text{Meilleure estimation des engagements pour sinistres} + \text{Reglements à la cloture})_k}$$

$-Tx_{\text{frais gestion } k}$: Taux de frais de gestion de l'exercice clos k.

4.4 Marge de risque Non-vie

La MR pour les opérations d'assurances non-vie est calculée de la même manière que celle des opérations d'assurances vie. En effet :

$$MR = \alpha \sum_{i=1} \frac{CSR_i}{(1 + r_{i+1})^{i+1}}$$

Avec

$$CSR_i = \frac{ME_{Engagement t}}{ME_{engagement 0}} \times CSR_{non-vie} :$$

$ME_{engagement i}$: correspond à la meilleure estimation des engagements projetée à la date i.

- $CSR_{non-vie}$: représente le capital de solvabilité requis à la date d'inventaire compte non tenu des exigences de capitaux relatives aux risques opérationnel, de marché, de concentration et de contrepartie.

- (r_t) : correspond a la structure par terme de la courbe des taux fixée par l'Autorité.

CHAPITRE 5

Les provisions techniques prudentielles cédées

Elles correspondent à la part des cessionnaires dans les engagements de l'entreprise d'assurances et de réassurance. Elles sont évaluées en considérant la différence entre d'une part, la meilleure estimation des engagements cédés et d'autre part, l'ajustement pour défaut de contrepartie.

5.1 La meilleure estimation des engagements cédés :

Elle est calculée moyennant un ratio de passage à appliquer aux engagements bruts.

5.1.1 Opérations non vie hors rentes :

$$\boxed{BE_{\text{eng cédés}} = BE_{\text{sinistre cédés}} + BE_{\text{primes cédés}}} \quad (5.1)$$

Avec :

$$\text{sinistre cédés} = \frac{PSAP_{\text{cédés}}}{PSAP} * BE_{\text{sinistres}} \quad \text{et} \quad BE_{\text{primes cédés}} = T_{\text{cession}} * BE_{\text{primes}}$$

$$\text{On a : } T_{\text{cession}} = \frac{\text{Primes brutes non vie (cession)}}{\text{Primes émises de l'exercice}} : \text{ Taux de cession}$$

avec :

$PSAP$: Provision pour sinistre à payer ;

$BE_{\text{sinistres}}$: Meilleure estimation des engagements pour sinistres ;

5.1.2 Opérations vie, décès et capitalisation et des rentes découlant des opérations non-vie

$$BE_{engcede} = \text{Taux cession vie} * BE_{eng}^{vie} \quad (5.2)$$

avec BE_{eng}^{vie} la meilleure estimation des engagements vie calculées plus haut.

5.2 L'ajustement pour défaut de contrepartie :

Il correspond à la perte anticipée résultant de la défaillance probable du cessionnaire.

Il est déterminé en suivant les étapes suivantes :

✓ **Étapes n°1** : Calcul des meilleures estimations cédées projetées

- **Pour les opérations d'assurance non-vie hors rentes**

$$BE_{engagements\ cédés\ i} = (BE_{sinistres\ i} * \text{Ratio}_{sinistres\ 0} + BE_{primes\ i} * \text{Ratio}_{primes\ 0})$$

Avec

$BE_{sinistres\ i} = \sum_{t>i} \frac{F_t}{(1+r_t)^t}$ Où (r_t) taux d'actualisation calculé à partir de la courbe de taux fixée par l'autorité.

$BE_{primes\ i}$: correspond à la meilleure estimation des engagements pour primes projetée à la date i

Le terme $\text{Ratio}_{sinistres\ 0}$ et $\text{Ratio}_{primes\ 0}$ correspondent aux ratios de passage utilisés pour le calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres cédés et pour primes cédés respectivement à la date d'inventaire.

- **Pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation** Soit $(F_t)_{t>0}$ les flux de trésorerie futurs probabilisés. La meilleure estimation des engagements cédés au titre de l'année de projection $BE_{eng\ cédés\ i}$ est calculée de la manière suivante :

$$BE_{eng\ cédés\ i} = (BEGP_i + BDF_i) * \text{ratio}_0$$

Avec

- $BEGP_i = \sum_{t>i} \frac{F_t}{(1+r_t)^t}$, Où (r_t) taux d'actualisation calculé à partir de la courbe de taux fixée par l'autorité

- $BDF_i = \frac{BEGP_i}{BEGP_0} * BDF_0 * (1 + r_i)^i$, r_i le taux correspondant à la maturité i de la courbe des taux fixée par l'Autorité.

- BDF_0 : correspond aux bénéfices discrétionnaires futurs à la date d'inventaire. engagements cédés à la date d'inventaire.

- **Pour les rentes découlant des opérations non-vie** Soit $(F_t)_{t>0}$ les flux de trésorerie futurs probabilisés. La meilleure estimation des engagements cédés au titre de l'année de projection $BE_{eng \text{ cédés } i}$ est calculée de la manière suivante :

$$BE_{eng \text{ cédés } i} = (BEGP_i) * ratio_0$$

Avec :

- $BEGP_i = \sum_{t>i} \frac{F_t}{(1+r_t)^t}$, Où (r_t) taux d'actualisation calculé à partir de la courbe de taux fixée par l'autorité.

✓ **Etapes n°2** : Calcul des flux d'ajustement projetés.

$Adj_i = 0,5 * \max(ME_{engagements \text{ cédés } i} - \text{dépôts en espèces et en valeurs } 1+ \text{solde de réassurance } 1; 0) * PD * (1 - PD)^{i-1}$

La probabilité de défaut « PD » annuelle du cessionnaire est établie conformément au tableau

Echelle de notation	1	2	3	4	5
PD annuelle	0,010%	0,050%	0,240%	1.200%	4.200%

TABLE 5.1 – Probabilité de défaut des cessionnaires

-✓ **Etapes n°3** : Calcul de l'ajustement pour défaut de contrepartie

Ajustement défaut = $\sum_{i>0} \frac{Adj_i}{(1+r_i)^i}$ Où (r_t) taux d'actualisation calculé à partir de la courbe de taux fixée par l'autorité

N .B :

✓ L'échelle de notation à retenir correspond à la notation financière la plus récente délivrée, durant les dix-huit (18) derniers mois.

✓ En l'absence de notation financière délivrée, durant les dix-huit (18) derniers mois l'échelle de notation est retenue en fonction du ratio de solvabilité du cessionnaire ‘

Echelle de notation	Ratio de solvabilité
1	Supérieur à 175%
2] 122%; 175%]
3] 95%; 122%]
4] 75%; 95%]
5	Inférieur ou égale à 75%

TABLE 5.2 – Echelle de notation par ratio de Solvabilité

✓ Dans les autres cas, l'échelle de notation la plus faible est retenue

$$\text{Part des cessionnaires dans PT} = BE_{\text{eng cedées}} - \text{Ajustement}_{\text{default}}$$

Modélisation de l'actif

6.1 Modélisation des actions

6.1.1 Modèle de Black & Scholes

Sur le marché financier, le modèle Black-Scholes est un modèle largement utilisé. Par commodité, nous abrégeons le modèle Black-Scholes en modèle BS.

Soit S_t le cours de l'action, son équation de diffusion donnée par BS est :

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sigma B_t)$$

La solution de cette équation s'écrit :

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma B_t}$$

S_0 est le prix de l'action au temps zéro, μ est le rendement attendu de l'action, σ est la volatilité qui exprime l'incertitude du prix de l'action. A partir du modèle BS, le logarithme du prix de l'action est :

$$\begin{aligned} \ln(S_t) &= \ln \left(S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t} \right) \\ &= \ln(S_0) + \ln \left(e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t} \right) \\ &= \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right)t + \sigma W_t \end{aligned}$$

Par la suite les log-rendements $R_{\Delta t}$ du cours de l'action modélisé par la BS sont donnés par :

$$\begin{aligned} R_{\Delta t} &= \ln \left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \right) \\ &= \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma (W_{t+\Delta t} - W_t) \\ &= N \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t, \sigma^2 \Delta t \right) \\ &= \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} N(0, 1) \end{aligned}$$

6.1.2 Estimation des paramètres du modèle BS

Pour ajuster les données empiriques au modèle BS, il est nécessaire d'estimer les paramètres μ et σ .

Soit $E(R_{\Delta t})$ et $Var(R_{\Delta t})$ la moyenne et la variance des log-rendements du cours de l'indice modélisé par BS, respectivement.

$$\begin{cases} E(R_{\Delta t}) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t \\ Var(R_{\Delta t}) = \sigma^2 \Delta t. \end{cases}$$

Sur la base de la dernière formule, il est évident d'estimer les paramètres.

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \frac{2\hat{E}(R_{\Delta t}) + \hat{Var}(R_{\Delta t})\Delta t}{2\Delta t} \\ \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{Var}(R_{\Delta t})}{\Delta t}, \end{cases}$$

A l'aide du logiciel R, nous obtenons :

$$\begin{cases} \mu = 0.0035\% \\ \sigma = 0.007 \end{cases}$$

Nous appliquons, dans cette partie, le modèle BS à l'indice boursier MASI, qui reflète la performance de toutes les sociétés marocaines cotées. Pour ce faire nous nous disposons des données de la période de 01/01/2018 jusqu'à 31/05/2022.

L'évolution des séries de prix et de rendements logarithmiques de cette période est illustrée par les graphes suivants :

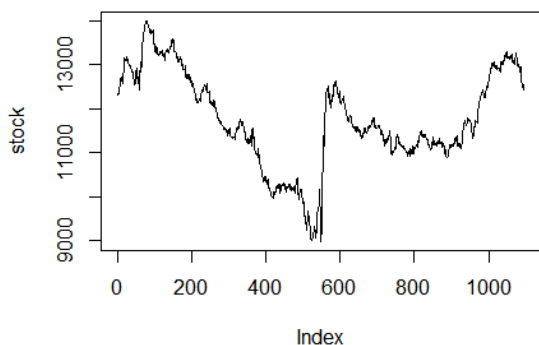


FIGURE 6.1 – Évolution des cours

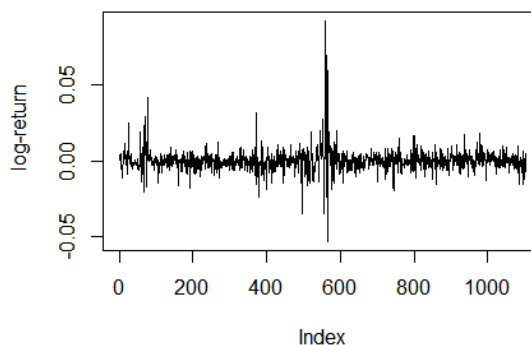


FIGURE 6.2 – Évolution des rendements

Nous appliquons donc deux tests, le test de Jarque-Bera et le test de Shapiro-Wilk, pour déterminer si la fonction de densité de probabilité des données empiriques est distribuée normalement.

```
> jarque.bera.test(log_returns)
Jarque Bera Test
data: log_returns
X-squared = 47613, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

FIGURE 6.3 – Test de Jarque-Bera

```
> shapiro.test(log_returns)
shapiro-wilk normality test
data: log_returns
W = 0.76902, p-value < 2.2e-16
```

FIGURE 6.4 – Test de Shapiro-Wilk

Les résultats des deux tests montrent que l'hypothèse d'une distribution normale des log- rendements des cours est rejetée. Par conséquent, le modèle BS n'est pas très adapté au marché boursier réel.

Cela nous incite à considérer le modèle de Merton Jump-Diffusion (MJD) qui est une généralisation du modèle BS permettant des sauts du prix des actions.

6.2 Modèle de Merton Jump-Diffusion (MJD)

Introduction

Le modèle MJD est un modèle de Lévy exponentiel de la forme :

$$S_t = S_0 \times e^{L_t}$$

Où le processus des cours est modélisé comme une exponentielle d'un processus de Lévy. Le choix de Merton pour le processus de Lévy est un mouvement brownien avec drift (processus de diffusion continu) plus un processus de Poisson composé (processus de saut discontinu) tel que :

$$L_t = \left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right)t + \sigma_d W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Q_i$$

W_t ; $0 < t < T$: mouvement brownien standard.

$\left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right)t + \sigma_d W_t$; mouvement brownien avec drift.

$\sum_{i=1}^{N_t} Q_i$ processus de saut de Poisson composé.

La seule différence entre Black-Scholes et MJD est l'ajout du terme $\sum_{i=1}^{N_t} Q_i$.

Un processus de saut de Poisson composé contient deux sources d'aléa. La première est le processus de Poisson avec l'intensité (c'est-à-dire le nombre moyen de sauts par unité de temps) λ qui provoque un saut aléatoire du cours (c'est-à-dire un timing aléatoire). Une fois que le prix de l'actif saute, l'ampleur du saut est également modélisé aléatoirement (c'est-à-dire la taille du saut aléatoire). Merton suppose que le logarithme de la taille du saut du prix de l'action suit une distribution normale.

Que le cours soit représenté par une exponentielle du processus de Lévy signifie que que son log-rendement est modélisé comme un processus de Lévy tel que :

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right) = L_t = \left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right)t + \sigma_d W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Q_i$$

6.2.1 Le processus de Poisson

Les sauts pour le modèle MJD se produisent selon un processus de Poisson. Par conséquent, il sera donc licite de le rappeler :

Soit $\{\tau_i\}_{i \geq 0}$ une suite de variables aléatoires exponentielles de paramètre λ .

Soit $T_n = \sum_{i=1}^n \tau_i$ Alors le processus de Poisson $\{N_t\}_{t \geq 0}$ est défini comme :

$$N_t = \sum_{n \geq 1} 1_{t \geq T_n}$$

où l'intensité λ est le nombre attendu de sauts par unité de temps .

Le processus de Poisson peut être simulé de différentes manières. Notez que :

$$N_{t+\Delta t} - N_t$$

est un processus de poisson distribué avec une moyenne. $\lambda \Delta t$:

Une simulation du processus de Poisson avec $\lambda = 10$ est représentée dans la figure suivante :

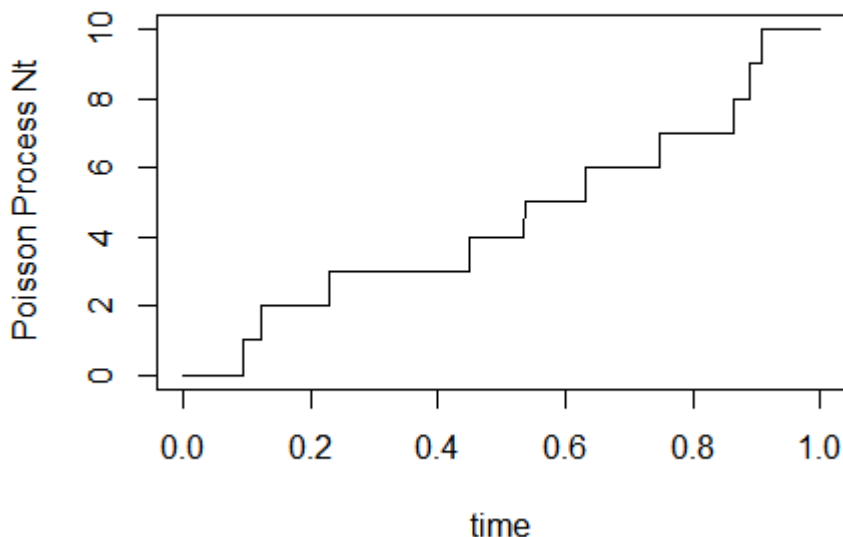


FIGURE 6.5 – Simulation du processus de Poisson

Le nombre cumulé de sauts n'est enregistré qu'aux points $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, 1$ et il est de 11, ce qui n'est pas loin du nombre attendu de sauts $\lambda = 10$.

6.2.2 Le processus de Poisson composé

Pour le modèle MJD, non seulement les temps de saut mais aussi les hauteurs de saut sont aléatoires. Le caractère aléatoire est déterminé par un processus de Poisson composé qui est donc introduit ici.

Soit $\{Q_i\}_{i \geq 0}$ une suite de variables aléatoires i.i.d et $\{N_t\}_{t \geq 0}$ un processus de Poisson avec intensité λ . Alors le processus de Poisson composé $\{Y_t\}_{t \geq 0}$ est défini comme :

$$\begin{cases} Y_t = \sum_{i=1}^{N_t} Q_i \\ Y_t = \sum_{i=1}^0 Q_i = 0 \quad , \quad N_t = 0 \end{cases}$$

Simulation de Y_t :

ΔN_t est déjà simulé par processus de Poisson avec intensité $\lambda \Delta t$. Étant donné un entier aléatoire $\Delta t = k$ disons, $\sum_{i=1}^{N_t} Q_i = \sum_{i=1}^k Q_i$ est généré. Si Q_i est normalement distribuée, $Q_i \sim \mathcal{N}(\mu_j, \sigma_j^2)$, j représente les sauts, alors $\sum_{i=1}^{N_t} Q_i \sim \mathcal{N}(k\mu_j, k\sigma_j^2)$

Une simulation de processus de Poisson composé avec intensité $\lambda = 10$ et des sauts distribués normalement $\mathcal{N}(0.5, 1)$ est illustré dans la figure suivante :

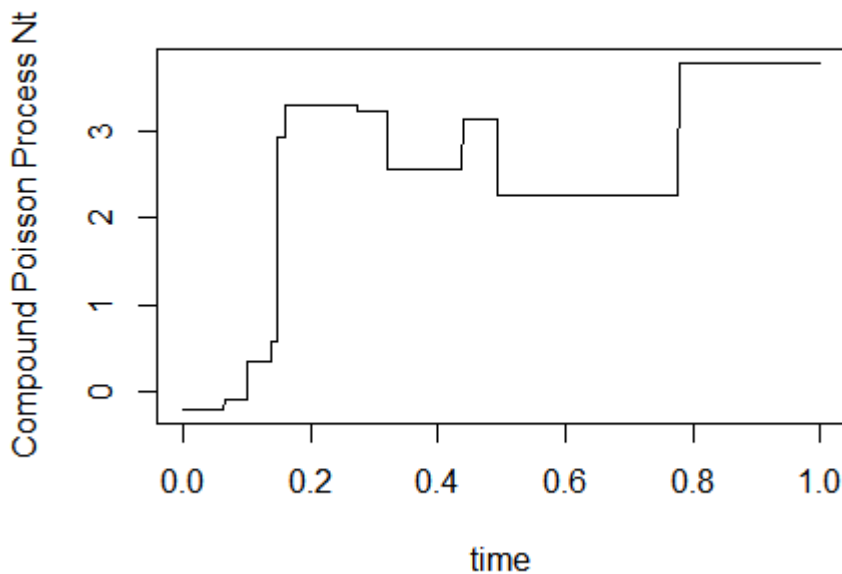


FIGURE 6.6 – Simulation du processus de Poisson composé

6.2.3 Introduction du MJD

Le prix de l'action S_t selon le modèle MJD est :

$$S_t = S_0 e^{(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2})t + \sigma_d W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Q_i}$$

Avec μ_d est le drift , σ_d est la volatilité , $\{W_t\}_{t \geq 0}$ est un mouvement Brownien standard, $\{\sum_{i=1}^{N_t} Q_i\}_{t \geq 0}$ est un processus de Poisson composé d'intensité λ et de sauts suivant la loi $\mathcal{N}(\mu_j, \sigma_j^2)$. Les indices d et j représentent respectivement la diffusion et les sauts du modèle MJD.

Les log-returns sont donnés par :

$$\begin{aligned} R_{\Delta t} &= \ln\left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}\right) \\ &= \left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right)\Delta t + \sigma_d(W_{t+\Delta t} - W_t) + \sum_{i=N_t}^{N_{t+\Delta t}} Q_i \end{aligned}$$

6.2.4 Estimations initiales des paramètres

Pour appliquer la méthode MV, il faut d'abord trouver une estimation initiale des paramètres sur la base des données empiriques.

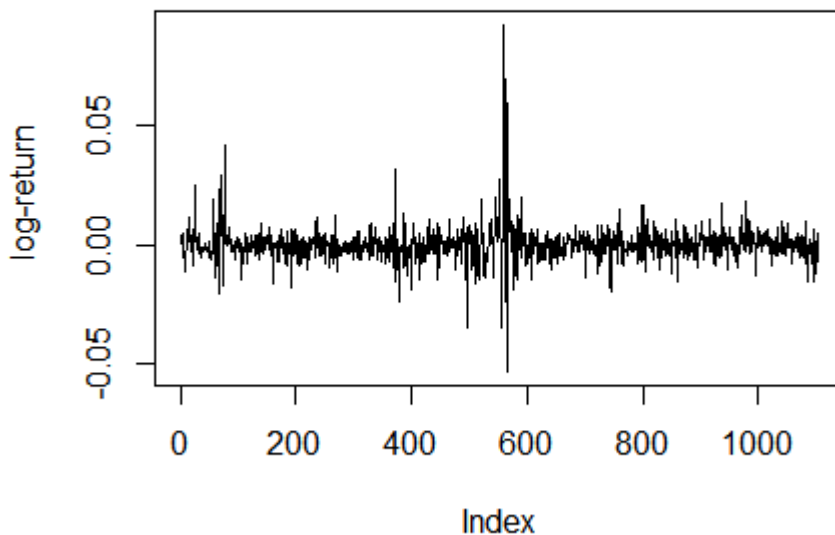


FIGURE 6.7 – Évolution des rendements

La difficulté qui réside au niveau d'estimation est la sensibilité de décider à quel moment il y a un saut.

Ici, la règle de décision est qu'un saut se produit si la valeur absolue du log-rendement est supérieure à une certaine valeur positive ϵ .

Soit λ le nombre de sauts effectués par unité de temps, à savoir :

$$\hat{\lambda} = \frac{\text{nombre total des sauts}}{\text{nombre d'année dans l'échantillon}}$$

Selon la valeur de ϵ , les données empiriques de log-rendement sont divisés en deux groupes G1 et G2 , le premier groupe comprend les log-returns dont la valeur absolue est inférieure à la valeur ϵ . Pour de tels log-returns, nous considérons qu'aucun saut ne se produit. A l'inverse, le second groupe comprend les log-returns dont la valeur absolue est supérieure à la valeur de ϵ donc , nous décidons qu'il y a eu des sauts.

Pour estimer les paramètres initiaux et par souci de simplicité, nous décidons qu'il y a exactement un seul saut pour un log-retour qui appartient au groupe G2 .

Lorsque aucun saut ne se produit :

$$\begin{aligned} \overline{R_{\Delta t}^{G_1}} &= E [R_{\Delta t} | \Delta N_t = 0] \\ &= E \left[\left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2} \right) \Delta t + \sigma_d \Delta W \right] \\ &= \left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2} \right) \Delta t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var} (R_{\Delta t}^{G_1}) &= \text{Var} [R_{\Delta t} | \Delta N_t = 0] \\ &= \text{Var} \left[\left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2} \right) \Delta t + \sigma_d \Delta W \right] \\ &= \sigma_d^2 \Delta t \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{cases} \hat{\mu}_d = \frac{2\overline{R_{\Delta t}^{G_1}} + \text{Var}(R_{\Delta t}^{G_1})\Delta}{2\Delta t} \\ \hat{\sigma}_d^2 = \frac{\text{Var}(R_{\Delta t}^{G_1})}{\Delta t} \end{cases}$$

Lorsque exactement un seul saut se produit :

$$\begin{aligned}
 \overline{R_{\Delta t}^{G_2}} &= E[R_{\Delta t} \mid \Delta N_t = 1] \\
 &= E\left[\left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right) \Delta t + \sigma_d \Delta W + Q_i\right] \\
 &= \left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right) \Delta t + \mu_j
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(R_{\Delta t}^J) &= \text{Var}[R_{\Delta t} \mid N_{t+\Delta t} - N_t = 1] \\
 &= \text{Var}(R_{\Delta t}^J) = \text{Var}[R_{\Delta t} \mid N_{t+\Delta t} - N_t = 1] \\
 &= \text{Var}\left[\left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right) \Delta t + \sigma_d \Delta W + Q_i\right] \text{Var}(R_{\Delta t}^J) \\
 &= \sigma_d^2 \Delta t + \sigma_j^2
 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{cases} \hat{\mu}_j = \overline{R_{\Delta t}^{G_2}} - \left(\hat{\mu}_d - \frac{\hat{\sigma}_d^2}{2}\right) \Delta t \\ \hat{\sigma}_j^2 = \text{Var}(R_{\Delta t}^{G_2}) - \hat{\sigma}_d^2 \Delta t \end{cases}$$

6.2.5 Estimation du maximum de vraisemblance

A partir du paragraphe précédent, nous disposons d'estimations initiales de $\mu_d, \sigma_d, \lambda, \mu_j$ et σ_j . Ces derniers sont alors utilisées pour optimiser numériquement la vraisemblance MJD présentée comme suit :

$$f_{R_{\Delta t}}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(\lambda \Delta t) \varphi\left(x \mid \left(\mu_d - \frac{\sigma_d^2}{2}\right) \Delta t + \mu_j k, \sigma_d^2 \Delta t + \sigma_j^2 k\right)$$

Avec :

$$p_k(\lambda \Delta t) = p(\Delta N_t = k) = \frac{(\lambda \Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda \Delta t}$$

Et ensuite la fonction de vraisemblance des rendements logarithmiques est formulé comme suivant :

$$L(\theta, x) = \prod_{k=0}^n f_{R_{\Delta t}}(x_k)$$

Il est plus pratique de minimiser la fonction de log-vraisemblance :

$$\ln L(\theta, x) = \prod_{k=0}^n \ln f_{R_{\Delta t}}(x_k)$$

En utilisant la fonction `mnk()` pour minimiser $\ln L$ et en important les estimations initiales, nous pouvons estimer les cinq paramètres pour différentes valeurs de ϵ .

Le tableau suivant montre les résultats obtenus :

Valeur de ϵ	Paramètres	Valeurs initiales	Valeurs estimées
0.005	μ_d	-0.02837	-0.028372
	σ_d	0.04086	0.040865
	μ_j	0.00029	0.00040
	σ_j	0.01341	0.01303
	λ	75	93
0.01	μ_d	-0.02928	-0.02837
	σ_d	0.06457	0.040865
	μ_j	0.00136	0.00040
	σ_j	0.02302	0.01303
	λ	21	93

TABLE 6.1 – Valeurs des estimations du modèle de Merton

Bien que nous ayons choisi différentes valeurs de ϵ , les paramètres du maximum de vraisemblance estimés sont les mêmes, à savoir $\mu_d = -0.028372$, $\sigma_d = 0.040865$, $\mu_j = 0.00040$, $\sigma_j = 0.0130384$, $\lambda = 93$. Ceci indique que la méthode MV ne dépend pas fortement de la valeur de ϵ . Cependant, si la valeur ϵ est supérieure à la valeur absolue maximale des log-returns (pas de sauts), Alors le paramètre λ est estimé à 0, et μ_j et σ_j ne peuvent pas être estimés.

6.2.6 Détermination du choc à la baisse du cours du MASI

Dans le cadre de Solvabilité II, les exigences en matière de capital sont déterminées sur la base d'une mesure de la valeur à risque de 99,5% sur un an, ce qui signifie qu'il

faut détenir suffisamment de capital pour couvrir les pertes conformes au marché qui peuvent survenir au cours de l'année suivante avec un niveau de confiance de 99,5% , résultant des variations de la valeur de marché des actifs détenus par les assureurs.

La démarche que nous suivons alors pour estimer le choc à appliquer pour la baisse du prix du MASI consiste à rechercher la probabilité d'une réalisation parmi 200 réalisations.

Nous attribuons la valeur de chaque trajectoire a l'horizon d'un an dans un vecteur et puis nous ordonnons ce dernier d'une manière croissante.

Nous ne retenons pas la plus petite valeur, si nous considérons ce scénario comme la trajectoire contenant la valeur du MASI à l'horizon d'un an, alors la compagnie d'assurance devait faire face à une ruine totale et par conséquent le capital de solvabilité sera lourd.

Pour 5000 scénarios , la la probabilité d'une réalisation parmi 200 correspond a la position 25 du vecteur classé.

$$\text{Taux de baisse} = \frac{\text{MASI}(31/05/2022) - \text{MASI}(31/05/2023)}{\text{MASI}(31/05/2022)}$$

Modèle de Black-Scholes :

Pour les paramètres donnés , 5000 trajectoires de prix d'actions simulées dans le cadre du modèle BS sont illustrées dans la figure ci-dessous :

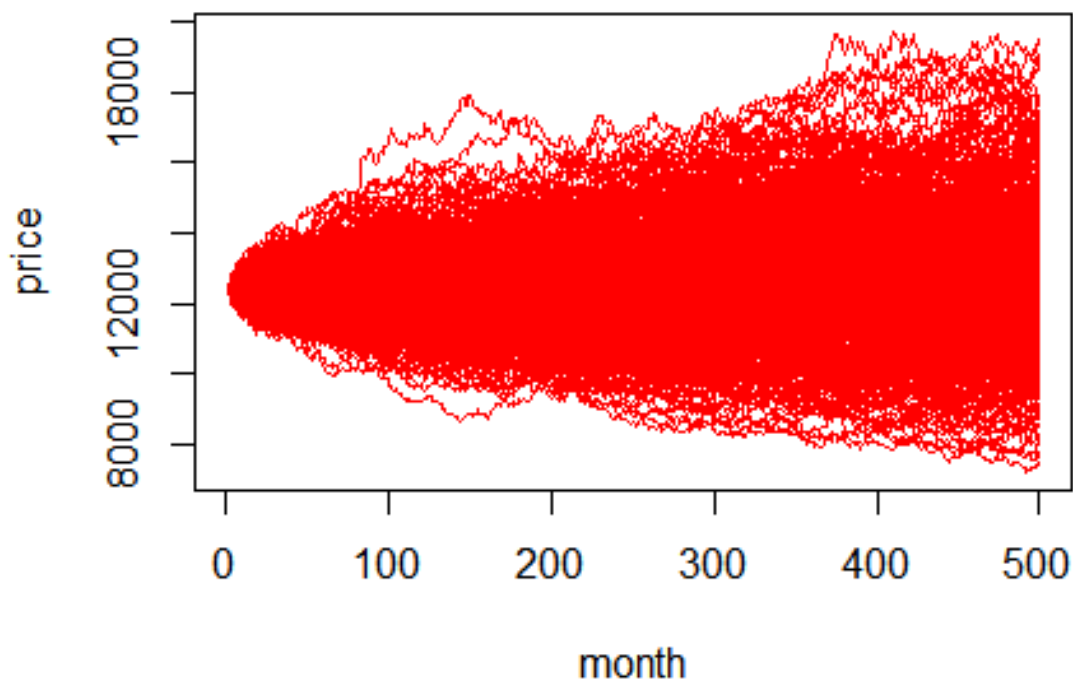


FIGURE 6.8 – Simulation du cours de l'indice MASI

Le 25ème pire scénario estimé correspond à un cours de MASI de 8161.652 .
Le cours de l'indice MASI le 31/05/2022 est de 12339.60 ,le taux de baisse associé au scénario cité ci-dessus est :

$$\text{Taux de baisse}_{25^{\text{ème}}} = \frac{12339.60 - 8161.652}{12339.60} = -33.85\%$$

Modèle de Merton Jump-Diffusion :

5000 trajectoires des prix des actions simulées par le modèle MJD sont présentées dans la figure ci-dessous.

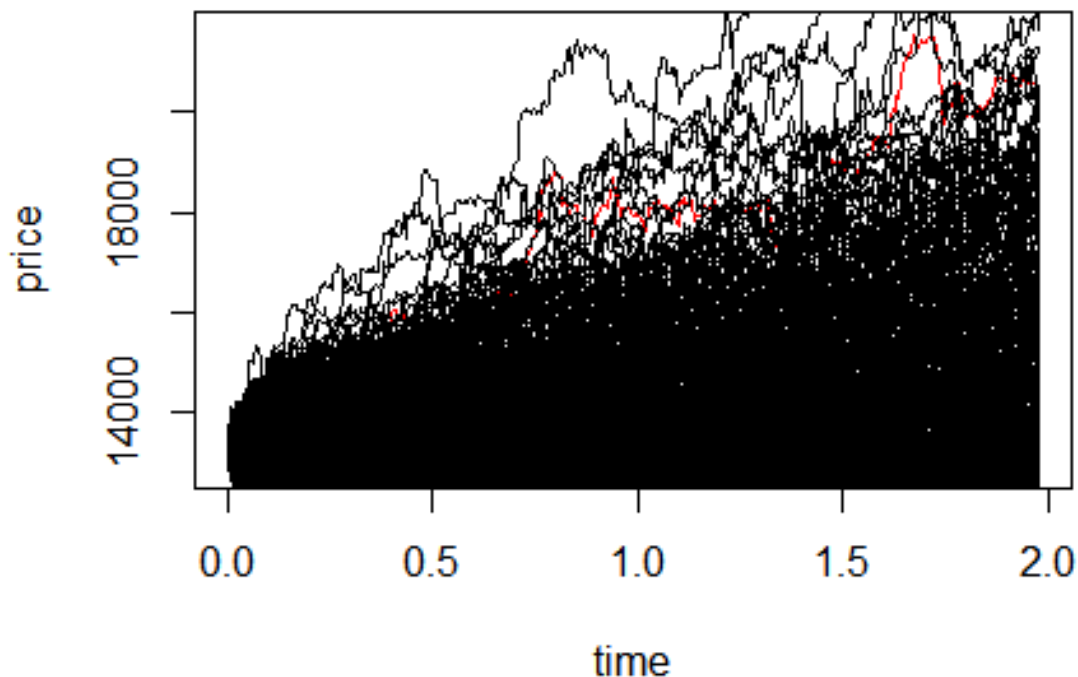


FIGURE 6.9 – Simulation du cours de l'indice MASI

Le 25ème pire scénario estimé correspond à un cours de MASI de 8196.023 .
Le cours de l'indice MASI le 31/05/2022 est de 12339.60 ,le taux de baisse associé au scénario cité ci-dessus est :

$$\text{Taux de baisse}_{25\text{ème}} = \frac{12339.60 - 8196.023}{12339.60} = -33.57\%$$

Les valeurs des chocs calibrées seront utilisées ultérieurement pour évaluer le capital de solvabilité requis sous l'approche de Solvabilité Basée sur les risques.

6.3 Modélisation des courbes des taux

Nous faisons cette modélisation pour pouvoir trouver les taux chocs à appliquer aux actifs et passifs pour l'obtention du CSR.

6.3.1 Modèle de Vašíček

Les modèles à un facteur sont généralement désignés comme des modèles de taux qui sont définis par une seule équation stochastique et ne dépendent donc que d'un seul paramètre. Dans le modèle qui nous intéresse, nous pouvons supposer une dépendance uniquement au taux à court terme. L'un des premiers modèles stochastiques de taux a été développé par Vašíček en 1977. Cette modélisation du taux instantané à court terme, réalisée dans le cadre d'un modèle d'équilibre partiel, utilise le processus autorégressif Orstein-Uhlenbeck. Ce dernier, qui est également un processus d'Itô, est défini comme suit

$$\begin{cases} dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t \\ r(0) = r_0 \end{cases}$$

Dont W est un mouvement brownien standard et r_0 , k , θ et σ sont des constantes positives telles que :

k : force de rappel ou de retour à la moyenne ;

θ : taux d'intérêt de long terme ;

σ : volatilité du taux d'intérêt r_t .

La solution explicite de l'EDS (Equation Différentielle Stochastique) pour tout $s \leq t$ est déterminée par :

$$r_t = r_s e^{-k(t-s)} + \theta(1 - e^{-k(t-s)}) + \sigma \int_s^t e^{-k(t-u)} dW_u$$

Ou encore :

$$r_t = \theta + (r_0 - \theta)e^{-kt} + \sigma \int_0^t e^{-k(t-u)} dW_u$$

Ce processus d'Itô décrit une dynamique régressive, autour d'une valeur « moyenne » θ . En fait, si $r(t)$ passe au-dessus de ce niveau θ , sous l'effet d'un choc aléatoire $\sigma dB(t)$ possif. Dans ce cas, l'espérance de la variation instantanée de $r(t)$ égale à $k(\theta - r_t)$ est négative, et $r(t)$ aura tendance à se trouver plus près de son niveau moyen, à la « vitesse » k . A l'inverse, si θ dépasse $r(t)$, la tendance devient positive. Ainsi, le

processus d'Ornstein-Uhlenbeck illustre la notion de "retour à la moyenne". De ce fait, il est également appelé elastic random walk. L'évolution du taux court résulte de deux forces contradictoires : la force de rappel « équilibrante », et l'aléa « déséquilibrant ». On pallie ainsi un inconvénient majeur du mouvement brownien généralisé, à savoir une espérance et une variance de changement qui tendent vers l'infini

L'espérance et la variance du taux prennent la forme suivante : ($s \leq t$)

$$\begin{cases} \mathbb{E}[r_t/r_s] = r_0 e^{-k(t-s)} + \theta(1 - e^{-k(t-s)}) \\ \text{Var}[r_t/r_s] = \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2k(t-s)}) \end{cases}$$

Dans ce document, nous adopterons l'approche des séries temporelles et effectuerons l'estimation du processus via la solution analytique du modèle de Vasicek.

Procédure d'estimation :

Nous rappelons que La dynamique du processus est suivant :

$$dr = k(\theta - r(t))dt + \sigma dB$$

Pour estimer les paramètres du processus k, θ et σ nous allons utiliser la discrétisation exacte donnée sous la forme suivante :

$$r_t - r_{t-1} = \theta(1 - e^{-k}) + (e^{-k} - 1)r_{t-1} + \epsilon_t$$

Avec :

$$\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2k}))$$

Posant :

$$\begin{cases} a = \theta(1 - e^{-k}) \\ b = e^{-k} \end{cases}$$

L'équation discrétisée devient :

$$r_t = a + br_{t-1} + \epsilon_t$$

Avec :

a et b des constantes positives ;

ϵ_t le résidu de l'équation de régression ;

r_t c'est le taux r à l'instant t .

En se basant sur les données de régression, nous sommes en mesure de trouver les paramètres du modèle :

$$\begin{cases} k = -\ln(\hat{b}) \\ \theta = \frac{\hat{a}}{1-\hat{b}} \\ \sigma = \sigma_\epsilon \sqrt{\frac{2k}{1-e^{-2k}}} \end{cases}$$

Afin de déterminer les taux zéro-coupon, nous passons par la recherche des prix zéro-coupon de différentes maturités.

$$P(t, T) = A(t, T) \exp(-B(t, T)r_t)$$

Avec :

$$\begin{cases} B(t, T) = \frac{1}{k}(1 - \exp(-k(T - t))) \\ A(t, T) = \exp\left(\left(\theta - \frac{\lambda\sigma}{k} - \frac{\sigma^2}{2k^2}\right)(B(t, T) - T + t) - \frac{\sigma^2}{4k}B^2(t, T)\right) \end{cases}$$

Le paramètre λ représente la prime de risque, pour le déterminer , il faut minimiser la somme des écarts entre le prix zéro-coupon du marché et du modèle.

$$\min\left(\sum_i (P_{march}(i) - P_{estim}(i, \lambda))^2\right)$$

Ainsi selon ce modèle, le taux zéro-coupon de maturité T s'écrit à la date t comme :

$$R(t, T) = \frac{-\ln(P(t, T))}{T - t}$$

Pour mener notre étude nous avons utiliser taux moyens pondérés (TMP) publiée quotidiennement par Bank Al Maghrib(BAM).Nous avons travaillé avec des données journalières du TMP de la periode du 28/10/2008 jusqu'à 05/04/2022, ainsi notre base de données contient 3506 observations.

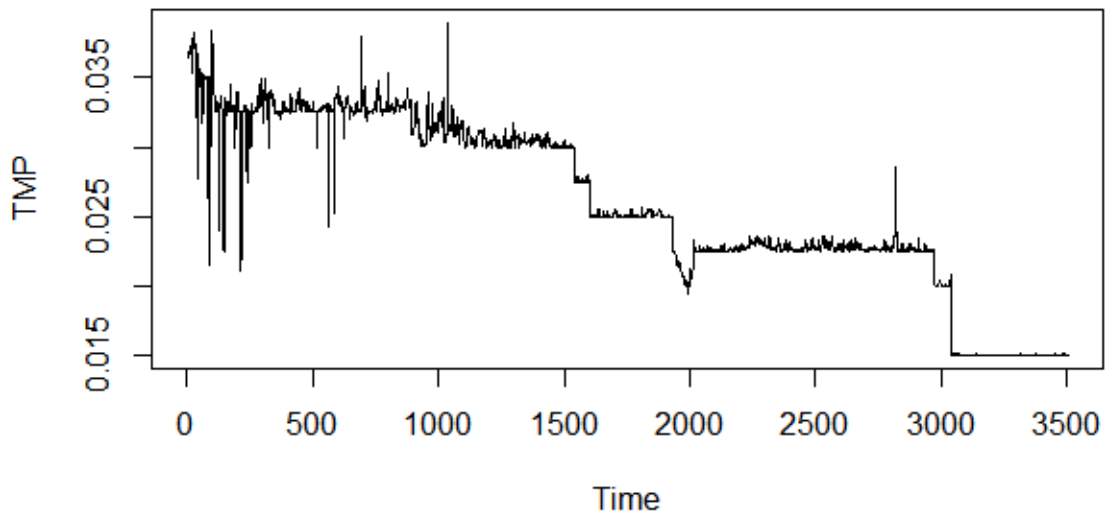


FIGURE 6.10 – Taux Moyen Pondéré

Pour vérifier que la série des taux s'adapte selon un processus auto-régressif d'ordre 1, nous procédons par PACF :

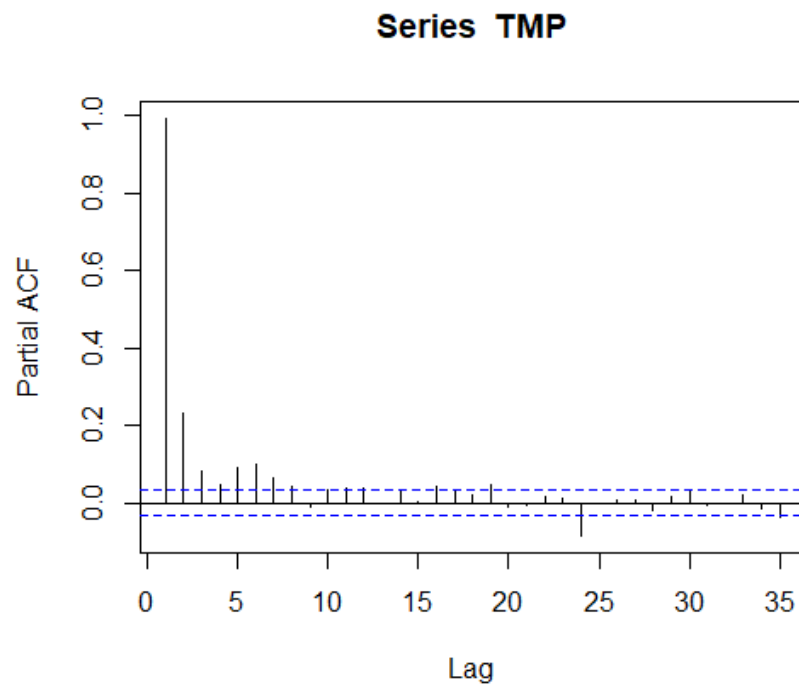


FIGURE 6.11 – PACF

D'après le résultat de figure ci-dessus, nous pourrions dire que la série des taux est un processus AR(1)

Pour assurer la stationnarité des séries des TMP, nous nous appuyons sur le test de racine unitaire proposé par Dickey et Fuller dans le cas de modèles AR(1).

```

Augmented Dickey-Fuller Test

data: TMP
Dickey-Fuller = -3.4135, Lag order = 15, p-value = 0.05106
alternative hypothesis: stationary

```

FIGURE 6.12 – Test Dickey-Fuller

Ainsi, la statistique de Dickey-Fuller affiche une p value ≤ 0.05 ce qui permet de rejeter H_0 (H_0 : La série n'est pas stationnaire) et donc de déduire que la série est stationnaire.

Ayant vérifié que la série est un processus autorégressif d'ordre 1 et stationnaire, nous allons procéder à l'estimation des paramètres a et b de la régression du taux d'intérêt suivant le modèle Vašíček :

```

call:
lm(formula = rt ~ rt_1)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0094793 -0.0000704 -0.0000096  0.0000580  0.0134846

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.746e-04  5.335e-05   3.274  0.00107 **
rt_1        9.931e-01  1.995e-03 497.760 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0007293 on 3503 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9861,    Adjusted R-squared:  0.9861
F-statistic: 2.478e+05 on 1 and 3503 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

FIGURE 6.13 – Estimation des paramètres du modèle de Vašíček

Les résultats de l'estimation des paramètres du modèle Vasicek sont présentés ultérieurement par une application Rshiny.

6.3.2 Modèle de CIR

Le modèle CIR a été développé en 1985 par John C. Cox, Jonathan E. Ingersoll et Stephen A. Ross en tant que dérivé du modèle de taux d'intérêt de Vasicek.

Le CIR est un modèle d'équilibre à un facteur qui utilise un processus de diffusion à racine carrée pour garantir que les taux d'intérêt calculés sont toujours non négatifs sous la condition $2k\theta > \sigma^2$.

$$\begin{cases} dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t \\ r(0) = r_0 \end{cases}$$

Dont W est un mouvement brownien standard et r_0 , k , θ et σ sont des constantes positives telles que :

- k : force de retour à la moyenne ;
- θ : taux d'intérêt de long terme ;
- σ : volatilité du processus.

La solution explicite de l'EDS est pour un instant donnée t est :

$$r_t = r_0 + \int_0^t k(\theta - r_s)ds + \int_0^t \sigma\sqrt{r_s}dW_s$$

Et les premiers moments de r sont donnés par :

$$\begin{cases} \mathbb{E}[r_t] = r_0e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) \\ Var[r_t] = r_0\frac{\sigma^2}{k}(e^{-kt} - e^{-2kt}) + \theta\frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-kt})^2 \end{cases}$$

Comme dans le modèle de Vašíček, le passage par la discrétisation de la dynamique de ce modèle aussi est nécessaire vu la nature des données disponibles qui sont discrètes. Ainsi, dans ce mémoire, nous nous appuyons sur le procédé de discrétisation d'Euler qui consiste à l'approximation du processus continu r_t par un autre discret noté \hat{r}_t et défini par :

$$\hat{r}_{t+\gamma} = \hat{r}_t + k(\theta - \hat{r}_t) + \sigma\sqrt{\hat{r}_t}\epsilon_t$$

Où :

ϵ_t : une variable aléatoire normale centrée réduite ;

γ : une petite variation temporelle. Ainsi, en prenant une variation γ constante et égale à une période de 1, l'estimation des paramètres de ce processus peut s'effectuer en se basant sur l'équation stochastique discrétisée pour obtenir :

$$\frac{r_t}{r_{t-1}} = \frac{k\theta}{\sqrt{r_{t-1}}} + (1 - k)\sqrt{r_{t-1}} + \sigma\epsilon_t$$

Nous allons retenir la deuxième forme de régression en choisissant pour taux de référence le taux TMP utilisé dans le modèle précédent et nous posons :

$$Y = \frac{r_t}{\sqrt{r_{t-1}}} \quad X = \frac{1}{\sqrt{r_{t-1}}} \quad Z = \sqrt{r_{t-1}}$$

Ainsi, l'équation de régression devient :

$$Y = k\theta X + (1 - k)Z + e_t$$

Avec $e_t \sim N(0, \sigma^2)$ correspond au résidu de la régression.

Cherchons tout d'abord le prix d'une obligation zéro-coupon de maturité T à une date t qui prend la forme suivante :

$$P(t, T) = a(t, T)e^{b(t, T)r_t}$$

Avec :

$$a(t, T) = \left(\frac{2\gamma e^{\frac{k+\gamma}{2}(T-t)}}{2\gamma + (\hat{k} + \gamma)(e^{\gamma(T-t)} - 1)} \right)^{\frac{2k\theta}{\sigma^2}} \quad b(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\hat{k} + \gamma)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

Et :

$$\hat{k} = k + \lambda\sigma \quad \gamma = \sqrt{2\sigma^2 + \hat{k}^2}$$

Ainsi, du prix zéro-coupon, nous pouvons extraire le taux zéro-coupon de maturité T à la date t , qui est décrit selon ce modèle, par :

$$\begin{aligned} R(t, T) &= -\frac{\ln(P(t, T))}{T - t} \\ &= -\frac{b(t, T)r_t - \ln(a(t, T))}{T - t} \end{aligned}$$

```

Call:
lm(formula = y ~ x + z + 0)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.053902 -0.000373 -0.000054  0.000305  0.092077

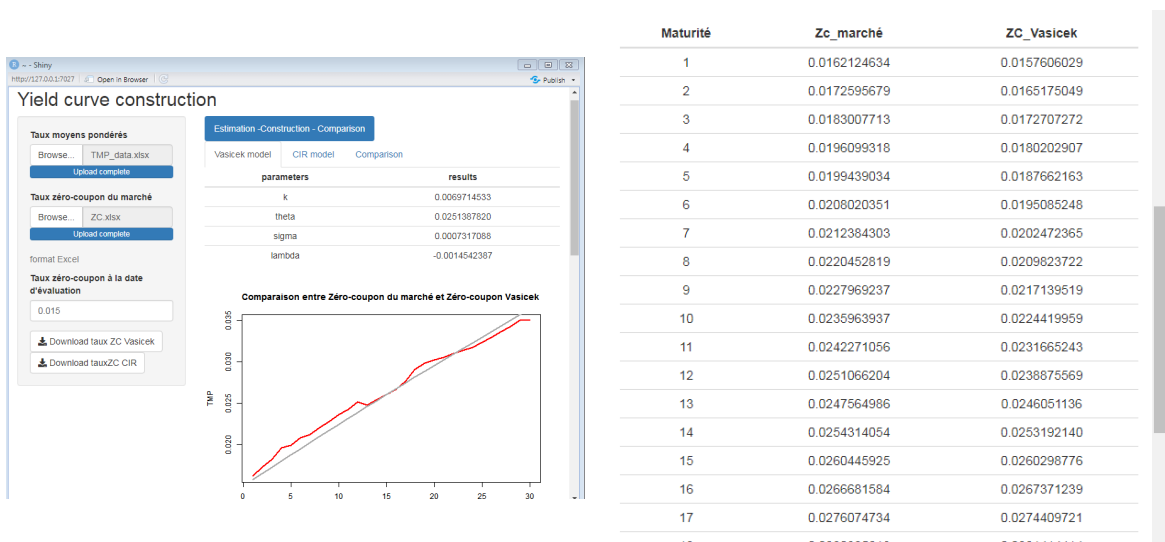
Coefficients:
    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
x 1.161e-04  4.505e-05   2.577   0.01 *
z 9.953e-01  1.791e-03 555.830 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

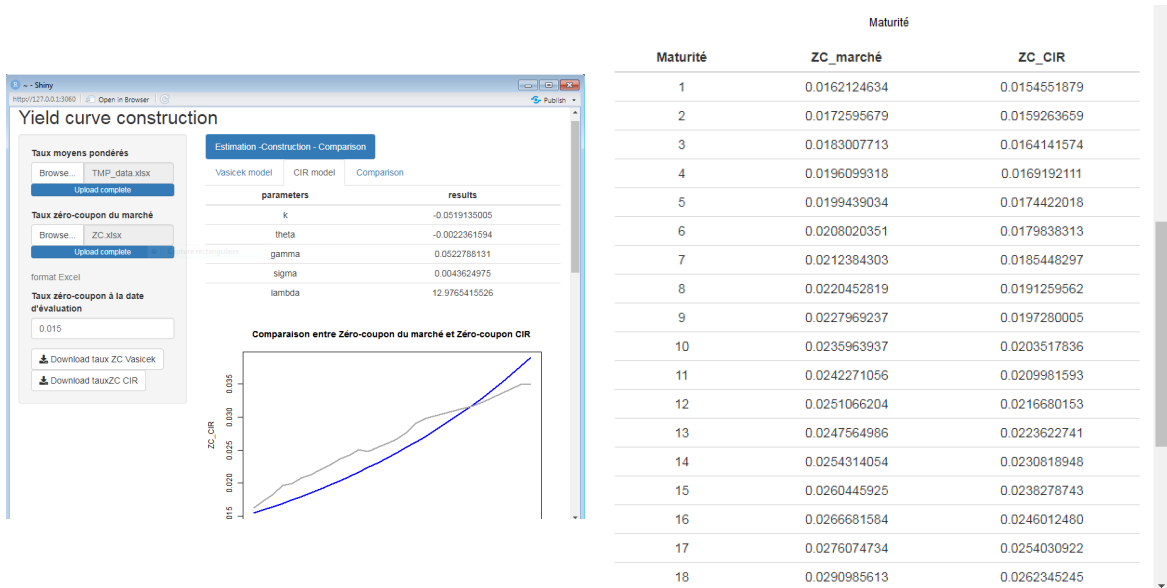
Residual standard error: 0.004363 on 3503 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9993,    Adjusted R-squared:  0.9993
F-statistic: 2.394e+06 on 2 and 3503 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

FIGURE 6.14 – Estimation des paramètres du modèle CIR

6.3.3 Application Rshiny pour la construction des courbes des taux





Maturité	ZC_marché	ZC_CIR
1	0.0162124634	0.0154551879
2	0.0172595679	0.0159263659
3	0.0183007713	0.0164141574
4	0.0196099318	0.0169192111
5	0.0199439034	0.0174422018
6	0.0208020351	0.0179838313
7	0.0212384303	0.0185448297
8	0.0220452819	0.0191259562
9	0.0227969237	0.0197280005
10	0.0235963937	0.0203517836
11	0.0242271056	0.0209981593
12	0.0251066204	0.0216680153
13	0.0247564986	0.0223622741
14	0.0254314054	0.0230818948
15	0.0260445925	0.0238278743
16	0.0266681584	0.0246012480
17	0.0276074734	0.0254030922
18	0.0290985613	0.0262345245

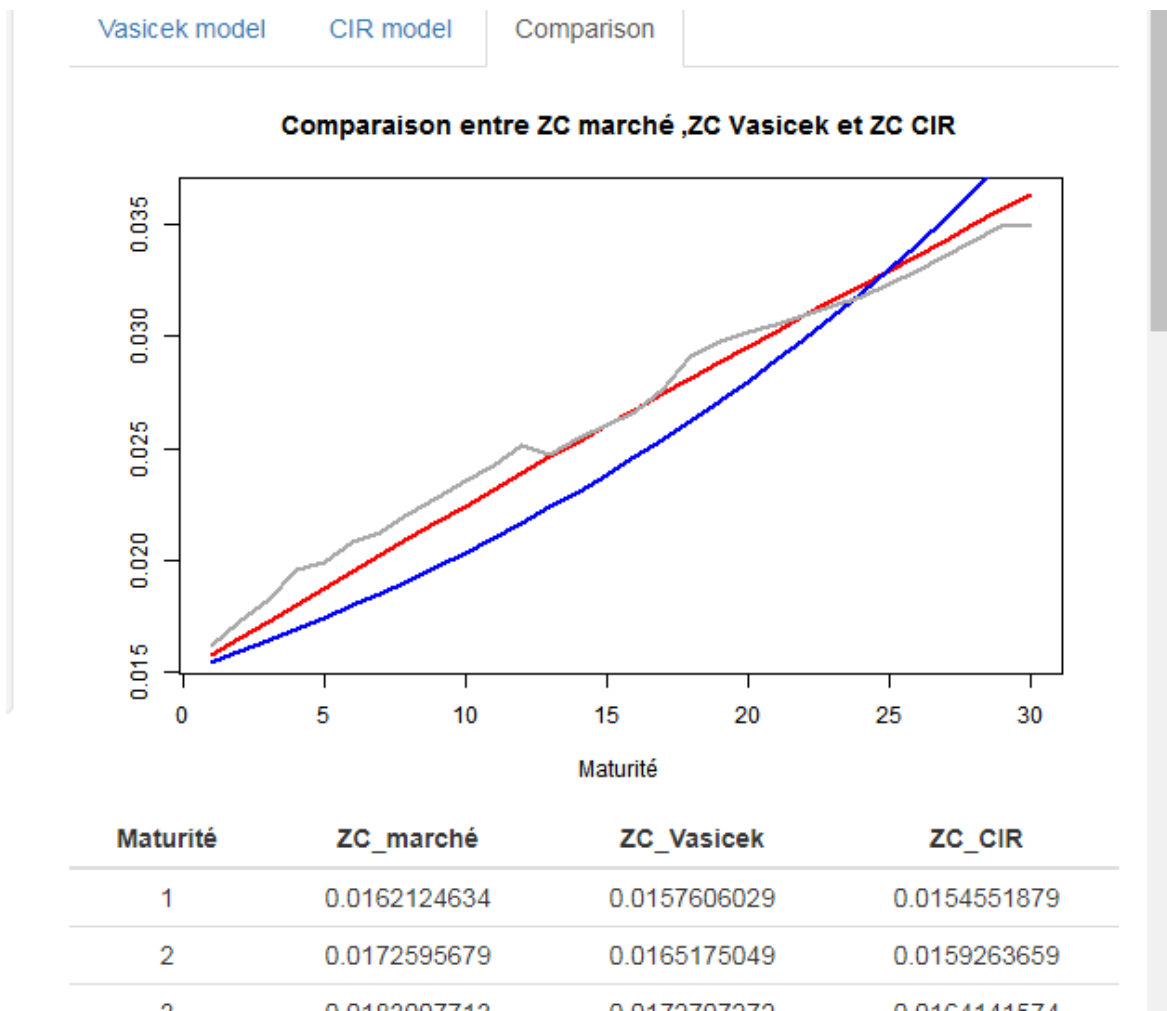


FIGURE 6.15 – Application Rshiny pour la construction des courbes des taux :

On distingue clairement que les écarts entre la courbe zéro-coupon estimée par le modèle Vašíček et la courbe réelle sont relativement plus faibles par rapport à ceux du modèle CIR.

6.3.4 Simulation des modèles et détermination des chocs

Modèle de Vasicek

Ayant estimé les paramètres du modèle de Vasicek par l'application Rshiny, nous poursuivons avec la simulation des scénarios TMP sur un horizon d'un an.

Pour trouver les taux de hausse et de baisse, nous optons pour une simulation de 5000 trajectoires, comme le montre le graphique suivant :

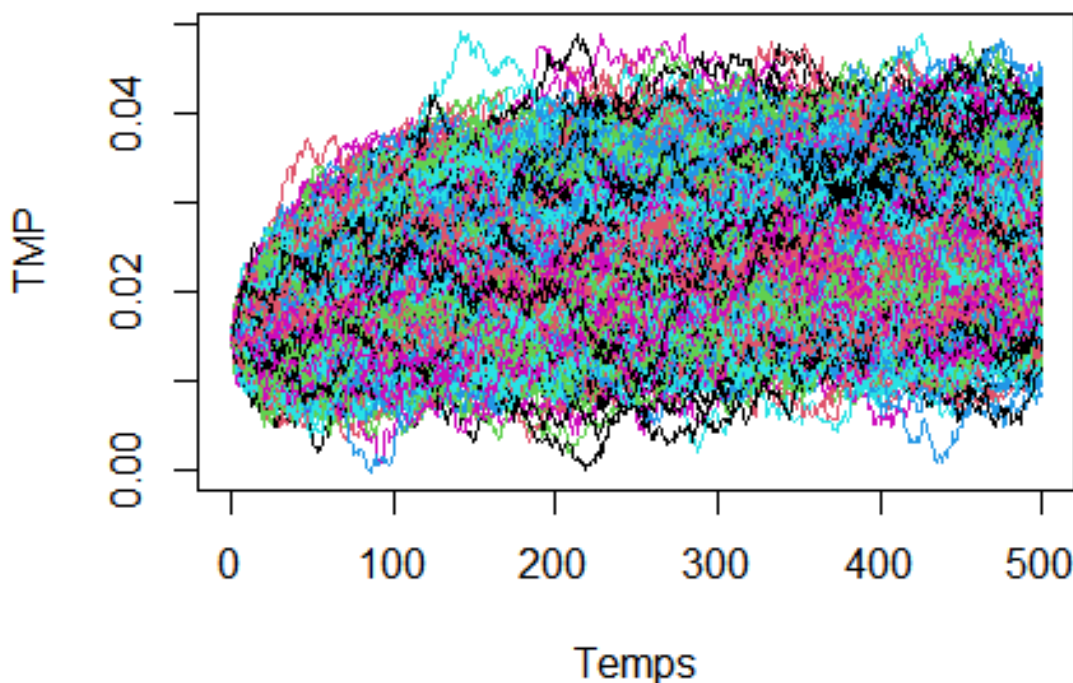


FIGURE 6.16 – Simulation des trajectoires futurs du TMP

Modèle de CIR :

Ayant estimé les paramètres du modèle de CIR par l'application Rshiny, nous

poursuivons avec la simulation des scénarios TMP sur un horizon d'un an.

Pour trouver les taux de hausse et de baisse, nous optons pour une simulation de 5000 trajectoires, comme le montre le graphique suivant :

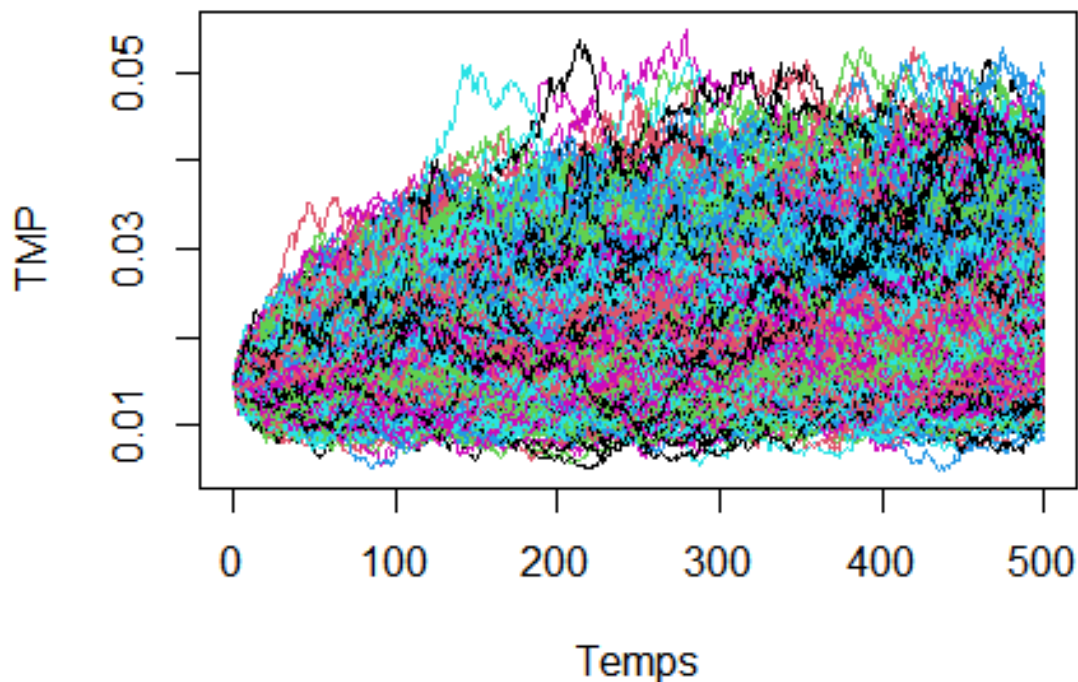


FIGURE 6.17 – Simulation des trajectoires futurs du TMP

Nous retenons, pour les deux modèles, parmi les 5000 valeurs finales du TPM, la 4975^{ème} valeur comme la situation reflétant le risque à la hausse du taux d'intérêt et la 25^{ème} valeur comme la situation reflétant le risque à la baisse du taux d'intérêt et nous calculons les taux zéro-coupon à la hausse et à la baisse.

Les résultats obtenus sont récapitulé dans le tableau suivant :

Maturité	Tx ZC marché	Vasicek Model				CIR Model			
		tx_baisse	Chocs_baisse	tx_hausse	Chocs_hausse	tx_baisse	Chocs_baisse	tx_hausse	Chocs_hausse
1	1.62%	0.88%	45.47%	4.12%	60.68%	0.87%	50.99%	4.36%	62.81%
2	1.73%	1.19%	42.23%	4.15%	58.43%	1.07%	50.13%	4.47%	61.39%
3	1.83%	1.36%	41.11%	4.17%	56.10%	1.22%	49.91%	4.50%	59.36%
4	1.96%	1.40%	40.62%	4.19%	53.18%	1.19%	49.32%	4.51%	56.56%
5	1.99%	1.49%	40.60%	4.19%	52.39%	1.29%	48.99%	4.52%	55.86%
6	2.08%	1.55%	40.23%	4.20%	50.42%	1.35%	47.95%	4.57%	54.46%
7	2.12%	1.55%	39.22%	4.21%	49.52%	1.34%	47.06%	4.59%	53.69%
8	2.20%	1.62%	38.53%	4.22%	47.77%	1.38%	46.92%	4.60%	52.07%
9	2.28%	1.65%	37.79%	4.23%	46.07%	1.44%	46.90%	4.60%	50.46%
10	2.36%	1.65%	37.55%	4.23%	44.19%	1.41%	46.61%	4.61%	48.85%
11	2.42%	1.71%	36.91%	4.23%	42.74%	1.46%	46.45%	4.62%	47.60%
12	2.51%	1.74%	36.90%	4.23%	40.69%	1.49%	46.32%	4.63%	46.63%
13	2.48%	1.77%	36.81%	4.24%	41.65%	1.51%	46.14%	4.64%	45.74%
14	2.54%	1.78%	36.05%	4.25%	40.23%	1.52%	45.32%	4.65%	45.27%
15	2.60%	1.83%	32.68%	4.27%	39.01%	1.54%	42.91%	4.66%	44.07%
16	2.67%	1.85%	31.14%	4.28%	37.62%	1.59%	40.98%	4.67%	42.88%
17	2.76%	1.86%	30.89%	4.28%	35.49%	1.58%	40.74%	4.67%	40.90%
18	2.91%	1.86%	30.78%	4.28%	32.01%	1.59%	40.47%	4.69%	37.92%
19	2.98%	1.88%	30.06%	4.28%	30.39%	1.58%	40.23%	4.69%	36.43%
20	3.02%	1.90%	29.94%	4.28%	29.57%	1.61%	40.06%	4.70%	35.78%
21	3.05%	1.93%	29.65%	4.28%	28.71%	1.64%	39.87%	4.70%	34.98%
22	3.09%	1.93%	29.53%	4.29%	27.96%	1.64%	39.52%	4.70%	34.26%
23	3.13%	1.95%	28.61%	4.29%	27.04%	1.69%	38.92%	4.72%	33.62%
24	3.17%	1.95%	28.53%	4.31%	26.32%	1.68%	37.80%	4.73%	32.91%
25	3.23%	1.96%	27.68%	4.31%	25.06%	1.68%	37.60%	4.75%	31.91%
26	3.29%	1.97%	27.02%	4.34%	24.07%	1.64%	36.96%	4.76%	30.87%
27	3.36%	1.99%	26.60%	4.35%	22.88%	1.71%	36.80%	4.86%	30.87%
28	3.42%	2.02%	25.86%	4.36%	21.43%	1.72%	35.34%	4.87%	29.68%
29	3.49%	2.02%	25.52%	4.45%	21.55%	1.71%	35.18%	4.89%	28.53%
30	3.49%	2.07%	25.40%	4.45%	21.55%	1.77%	33.53%	4.89%	28.52%

TABLE 6.2 – Chocs à appliquer selon les modèles de Vašíček et CIR

Capital de Solvabilité Requis

L'une des spécificité de la SBR est la prise en compte des différents risques liés à l'activité des entreprises d'assurance et de réassurance. Ainsi le Capital de Solvabilité requis est le montant à immobiliser pour faire face à ces différents facteurs qui peuvent subvenir d'une manière tout à fait inattendue avec une faible probabilité.

Les risques susmentionnés sont représentés la cartographie de risque suivant :

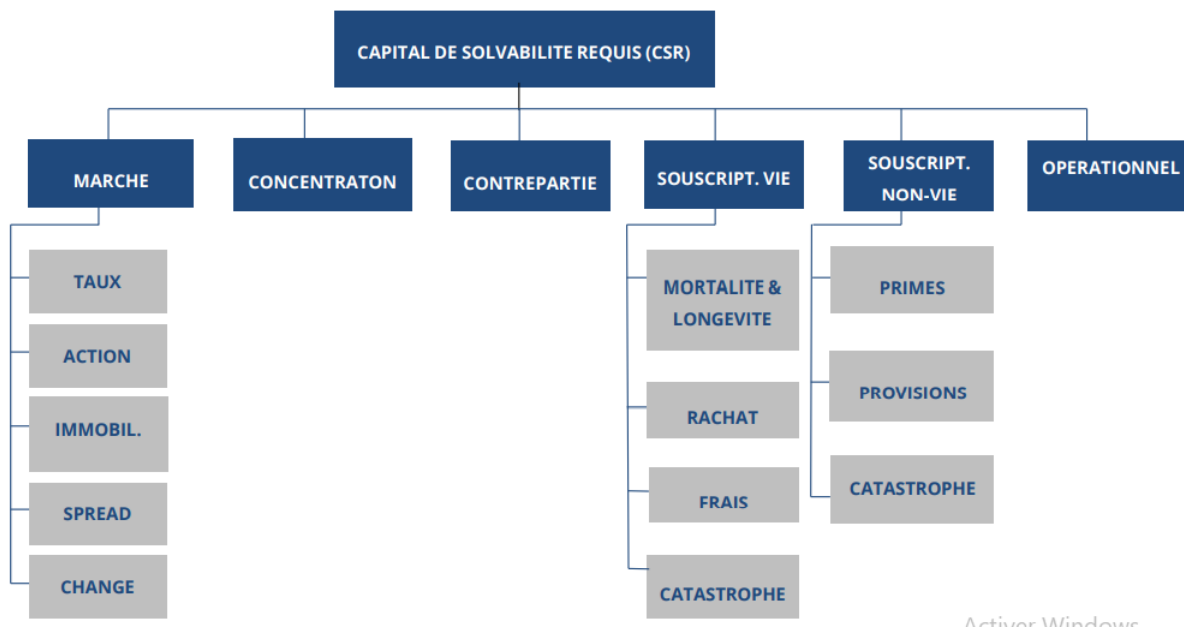


FIGURE 7.1 – Cartographie de risque

-Risque de souscription : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière, en raison d'hypothèses inadéquates en matière de sinistralité, de

tarification et de provisionnement ;

✓ Risque de souscription en vie : tient compte du risque de mortalité ou de longévité, risque de rachat, risque de frais de gestion et risque de catastrophe.

✓ Risque de souscription en non-vie : est mesuré en fonction du risque de primes, du risque de provisions, et du risque catastrophe.

-Risque de marché : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant, directement ou indirectement, de fluctuations affectant le niveau de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers ;

-Risque de spread (marge de crédit) : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant des changements touchant les marges additionnelles par rapport aux taux de référence exigées par les investisseurs sur les emprunts émis par des entités autres que l'Etat.

-Risque de contrepartie : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant d'un défaut de paiement d'une contrepartie ou d'une dégradation de sa qualité de crédit.

-Risque opérationnel : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant de procédures internes, de membres du personnel, de systèmes inadéquats ou défectueux, ou d'événements extérieurs ;

-Risque de concentration : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant d'un manque de diversité des émetteurs auxquels l'entreprise d'assurances et de réassurance est exposée. Autrement, il correspond à la perte des fonds propres qui résulterait de la baisse des actifs associés à un ensemble d'émetteurs appartenant au même groupe.

Le Capital de solvabilité requis (CSR) sous la norme SBR peut se faire selon deux approches différentes : l'approche par facteur et l'approche par scénario

-Approche par facteur

Le CSR est calculée à partir d'une formule mathématique et se compose de :

- ✓ Le capital de solvabilité requis de base (BCSR) ;
- ✓ L'exigence de capital relative au risque opérationnel ;
- ✓ L'ajustement visant à tenir compte de la capacité d'absorption des pertes par les assurés ;
- ✓ L'ajustement visant à tenir compte de la capacité d'absorption des pertes par les impôts différés.

$$\boxed{CSR = BCSR + CSR_{op} - \max(0; Adj)} \quad (7.1)$$

-Approche par scénario Cette approche consiste à simuler des chocs sur les flux de l'assureur afin de savoir quels en seraient les impacts. Ces chocs sont des variations brutales dans la perspective de mesurer les risques relatifs au portefeuille. Les scénarios de choc reflétant la perte maximale sont construits à partir du scénario central, et ce en appliquant des coefficients de choc.

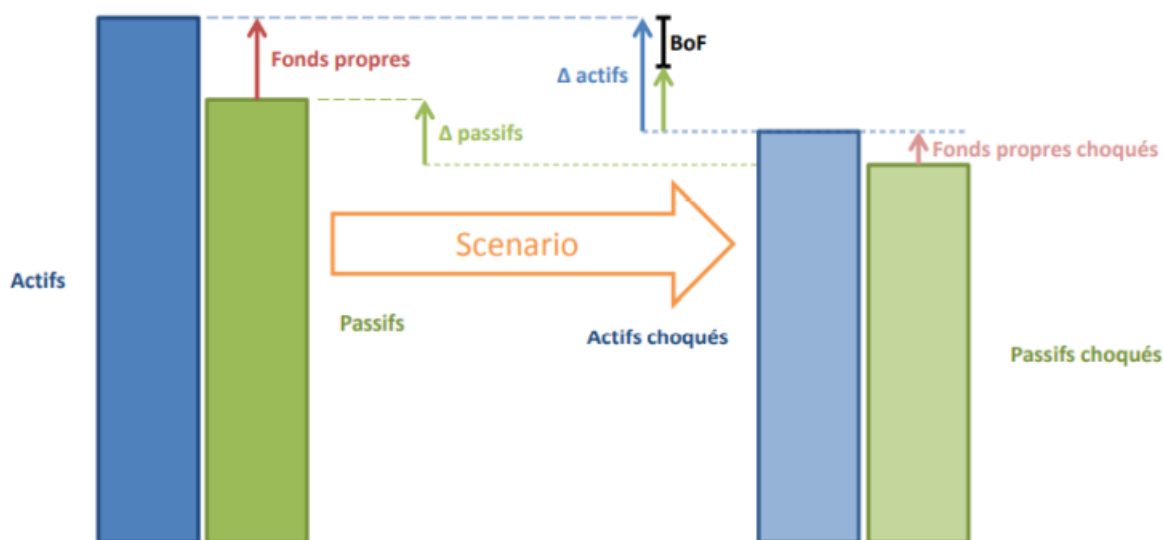


FIGURE 7.2 – Illustration approche par choc

$$CSR = BE_{\text{AprèsChoc}} - BE_{\text{Central}} \quad (7.2)$$

Dans ce qui suit, nous allons détailler le calcul des CSR selon le risque et les sous-risques y afférents.

7.1 Capital de solvabilité requis de base BCSR

Le capital de solvabilité requis de base correspond à la somme agrégée des exigences de capitaux relatives aux risques de marché, de concentration, de contrepartie, de souscription vie et de souscription non-vie et ce, après application des coefficients de corrélations.

$$BCSR = \sqrt{\sum_{i,j} \text{Corr}_{i,j} CSR_i CSR_j} \quad (7.3)$$

Avec $i, j \in \{ \text{Marché, Vie, Non - Vie, Concentration, Contrepartie} \}$

La matrice de corrélation entre les risques est :

Coeff. de corrélation	Marché	Concentration	Contrepartie	Vie	Non Vie
Marché	1	0	0.25	0.25	0.25
Concentration	0	1	0	0	0
Contrepartie	0.25	0	1	0.25	0.5
Vie	0.25	0	0.25	1	0
Non Vie	0.25	0	0.5	0	1

TABLE 7.1 – Matrice de corrélation des risques

7.1.1 Risque Marché

L'exigence de capital relative au risque de marché correspond à la somme agrégée des exigences de capitaux relatives aux sous-risques action, taux, immobilier, écart de taux et change et ce, après application des coefficients de corrélations.

$$\boxed{CSR_{\text{Marché}} = \sqrt{CSR_{\text{action}}^2 + CSR_{\text{immobilier}}^2 + CSR_{\text{taux}}^2}} \quad (7.4)$$

7.1.1.1 SCR action

L'exigence de capital relative au risque action correspond à la perte de fonds propres résultant des baisses simultanées des valeurs des actions, il vise donc à quantifier l'impact de ces baisses sur le bilan prudentiel.

Les taux de baisse à appliquer pour le calcul de l'exigence précitée sont fixés pour les catégories d'actions suivantes :

- Actions cotées à long terme
- Autres actions cotées
- Actions non cotées à long terme
- Autres actions non cotées
- Entités d'infrastructures.

Pour trouver ce taux de baisse, nous utiliser un modèle stochastique pour décrire la dynamique des actions et ainsi en faisant plusieurs simulations nous obtiendrons le taux de baisse modélisation la pire situation de baisse de l'action considéré.

$$\boxed{CSR_{\text{Action}} = BE_{eng}(\text{Après choc baisse action}) - BE_{eng}(\text{scénario central})} \quad (7.5)$$

Sachant que lors du calcul de ME_{eng} seul les placements sont touchés par la baisse des actions, donc il s'agira de choquer la valeur du marché qui sera remplacée par :

$$VM_{\text{action après choc}} = VM_{\text{Action}} * (1 - t_{\text{Action}})$$

7.1.1.2 Risque de taux

L'exigence de capital relative au risque de taux correspond à la **perte maximale** de fonds propres qui résulterait de l'application de coefficients à la baisse ou à la hausse à la courbe des taux sur tout actif ou passif.

Remarque : C'est la même procédure que le risque d'action (des modèles puis des simulations et ensuite préciser le taux de choc).

$$\begin{cases} CSR_{\text{taux}} = BE_{\text{Après choc}} - BE_{\text{Central}} \\ CSR_{\text{taux}} = \max(CSR_{\text{taux hausse}} ; CSR_{\text{taux baisse}} ; 0) \end{cases} \quad (7.6)$$

7.1.1.3 Risque immobilier

L'exigence de capital relative au risque immobilier correspond à la perte de fonds propres résultant d'une baisse de X% de la valeur des actifs immobiliers. Pour la SII le choc à appliquer à la valeur de marchés des actifs immobiliers est fixé à 25%.

$$CSR_{\text{immobilier}} = BE_{\text{eng}}(\text{Après choc immobilier}) - BE_{\text{eng}}(\text{scénario central}) \quad (7.7)$$

Pareil que le cas de CSR action, on remplace la valeur des placements immobilières par :

$$VM_{\text{immobilier aprschoc}} = VM_{\text{immobilier}} * (1 - t_{\text{immobilier}})$$

7.1.1.4 Risque de change

L'exigence de capital pour risque de change pour chaque devise étrangère est égale à la plus élevée des exigences de capitaux suivantes :

- ✓ L'exigence de capital pour risque d'augmentation de la valeur de la devise étrangère par rapport au dirham ;
- ✓ L'exigence de capital pour risque de diminution de la valeur de la devise étrangère par rapport au dirham.

7.1.1.5 Risque d'écart de taux

L'exigence de capital relative au risque d'écart de taux correspond à la perte de fonds propres qui résulterait de l'application des taux de baisse à la valeur des titres de créances non émis ou non garantis par l'Etat.

Les taux de baisse à appliquer sont calculés en fonction de la duration et de la prime de risque à l'émission.

7.1.2 Risque de souscription vie

L'exigence de capital relative au risque de souscription vie correspond à la somme agrégée des exigences de capitaux relatives aux sous-risques de mortalité, de longévité, de rachat, de frais et de catastrophe et ce, après application des coefficients de corrélations.

$$CSR_{vie} = \sqrt{\sum_{r,z} CSR_{r,z} * Corr_{r,z} CSR_{r,z}^T} \quad (7.8)$$

Avec : $r, z \in \{ \text{Mortalité, Rachat, Dépenses, Catastrophe} \}$

Avec la matrice de corrélation est la matrice d'identité, c'est-à-dire :

Coeff. de corrélation	Mortalité	Rachat	Dépense	Catastrophe
Mortalité	1	0	0	0
Rachat	0	1	0	0
Dépense	0	0	1	0
Catastrophe	0	0	0	1

TABLE 7.2 – Matrice de corrélation risque Sous-vie solva 2

Où :

$CSR_{mortalité}$

L'exigence de capital pour risque de mortalité correspond à la perte de fonds propres qui résulterait de la hausse de X% des taux de mortalité retenus pour le calcul des provisions techniques prudentielles.

Puisque le régulateur marocain n'a pas encore fixé le taux de choc correspondant à ce risque, nous allons se servir des taux déjà fixés par la SII :

Ce risque correspond à une augmentation de taux de mortalité de 15% :

$$q_{\text{apres choc}} = q_{\text{avant choc}} \times (1 + 15\%) \quad (7.9)$$

$$CSR_{mortalité} = BE_{\text{apres choc}} - BE_{\text{central}}$$

La hausse des taux de mortalité précitée ne s'applique qu'aux contrats d'assurance pour lesquels une hausse des taux de mortalité entraîne une augmentation des provisions techniques prudentielles.

$CSR_{\text{longévité}}$:

L'exigence de capital pour risque de longévité correspond à la perte de fonds propres qui résulterait de la baisse de X% des taux de mortalité retenus pour le calcul des provisions techniques prudentielles.

Le risque de longévité correspond à une diminution de mortalité de 20% :

$$q_{\text{après choc}} = q_{\text{avant choc}} \times (1 - 20\%)$$

$$CSR_{\text{longévité}} = BE_{\text{après choc}} - BE_{\text{central}}$$

La baisse des taux de mortalité précitée ne s'applique qu'aux contrats d'assurance pour lesquels une baisse des taux de mortalité entraîne une augmentation des provisions techniques prudentielles.

CSR_{rachat}

L'exigence de capital pour risque de rachat est égale à la plus élevée des exigences de capitaux suivantes :

✓ L'exigence de capital pour risque de hausse des taux de rachat : cette exigence correspond à la perte de fonds propre qui résulterait d'une revalorisation des provisions techniques prudentielles suite à une hausse de X% des taux de rachat retenus, en montant et en nombre. Toutefois, les taux de rachat augmentés de la hausse précitée ne doivent pas dépasser X%. La hausse des taux de rachat précitée ne s'applique qu'aux contrats d'assurance pour lesquels une hausse des taux de rachat entraîne une augmentation des provisions techniques prudentielles.

✓ L'exigence de capital pour risque de baisse des taux de rachat : cette exigence correspond à la perte de fonds propre qui résulterait d'une revalorisation des provisions technique prudentielles suite à une baisse de X% des taux de rachat retenus, en montant et en nombre. La baisse des taux de rachat précitée ne s'applique qu'aux contrats d'assurance pour lesquels une baisse des taux de rachat entraîne une augmentation des

provisions techniques prudentielles.

- Hausse soudaine permanente de 50% des taux de rachats en montant et 50% en nombre.
- Baisse soudaine permanente de 50% des taux de rachats en montant et 50% en nombre.

$$CSR_{\text{rachat}} = BE_{\text{apres choc}} - BE_{\text{central}}$$

$$CSR_{\text{rachat}} = \max(CSR_{\text{rachat,baisse}} ; CSR_{\text{rachat,hausse}} ; 0)$$

CSR_{frais}

L'exigence de capital relative au risque de frais correspond à la perte de fonds propres qui résulterait des augmentations combinées de :

✓ X% du montant de frais de gestion unitaire moyen retenu pour le calcul des provisions techniques prudentielles des opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation et des rentes découlant des opérations non-vie et ce, par sous-catégorie ;

✓ X% par année de projection du montant de frais de gestion unitaire moyen précité.

Ce risque correspond à une augmentation de 10% des montants des frais de gestion et une majoration de 1% de ces frais, et par la suite le CSR_{frais} est calculé à travers la différence entre les meilleures estimations des frais de gestion.

$$CSR_{\text{frais}} = BEFG_{\text{apres choc}} - BEFG_{\text{central}}$$

$CSR_{\text{catastrophe}}$

L'exigence de capital relative au risque de catastrophe vie correspond à l'application d'un coefficient de X% aux montants des capitaux sous risque relatifs aux garanties en cas de décès nets de réassurance.

Ce risque traduit l'augmentation de mortalité due à une circonstance particulière telle qu'une épidémie, un tremblement de terre ou une autre catastrophe naturelle, il correspond à une hausse de la mortalité de 0.15%.

7.1.3 Risque de souscription non-vie

L'exigence de capital relative au risque de souscription non-vie correspond à la somme agrégée des exigences de capitaux relatives aux sous-risques de primes, de provisions et de catastrophe non-vie et ce, après application des coefficients de corrélations.

$$CSR_{\text{Non-vie}} = \sqrt{\sum_{i,j} CSR_i * Corr_{i,j} * CSR_j^T} \text{ Avec } i, j \in \{ \text{Primes, Provisions, Catastrophe} \}$$

Matrice de corrélation des risques de souscription non-vie est :

Coeff. de corrélation	Primes	Provisions	Catastrophe
Primes	1	0.5	0.25
Provisions	0.5	1	0.25
Catastrophe	0.25	0.25	1

TABLE 7.3 – Matrice de corrélation entre les risques souscription non-vie

CSR provisions

L'exigence de capital relative au sous-risque de provisions correspond à la somme agrégée des exigences de capitaux relatives aux sous-risques de provision par sous-catégorie et ce, après application des coefficients de corrélations.

Pour chaque sous-catégorie, l'exigence de capital afférente au sous risque de provision est égale à X fois le produit de l'écart-type de provisions et du montant de la meilleure estimation des engagements pour sinistres nette de réassurance.

$$CSR_{\text{Provisions}} = X \times \sigma_{\text{provisions}} \times BE_{\text{sinistres}}$$

$\sigma_{\text{provisions}}$: L'écart-type de provisions.

CSR primes

L'exigence de capital relative au sous-risque de primes correspond à la somme agrégée des exigences de capitaux relatives aux sous-risques de primes par sous-catégorie et ce, après application des coefficients de corrélations.

Pour chaque sous-catégorie, l'exigence de capital afférente au sous risque de primes est égale à X fois le montant de la meilleure estimation pour prime.

$$CSR_{\text{Primes}} = X * \sigma_{\text{primes}} * BE_{\text{primes}}$$

CSR catastrophe

L'exigence de capital relative au risque de catastrophe non-vie est égale à la racine carrée de la somme des carrés des exigences de capitaux relatives au sous-risque de catastrophe non-vie des garanties suivantes :

- ✓ Individuelles accidents et Invalidité ;
- ✓ Maladie ; Accidents du travail et maladies professionnelles ;
- ✓ Responsabilité civile automobile des véhicules terrestres à moteur ;
- ✓ Responsabilité civile (autre que la responsabilité civile automobile et la responsabilité civile résultant de l'emploi de véhicules fluviaux ou maritimes ou de l'emploi des aéronefs) ;
- ✓ Incendie ;
- ✓ Maritime corps, facultés et responsabilité civile résultant de l'emploi de véhicules fluviaux et maritimes ;
- ✓ Aviation corps et responsabilité civile résultant de l'emploi des aéronefs ;
- ✓ Marchandises transportées par voie terrestre ;
- ✓ Assurance récolte, grêle ou gelée et éléments naturels ;
- ✓ Crédit et caution

7.1.4 L'exigence de capital relative au risque opérationnel

L'exigence du capital relative au risque opérationnel correspond à 30% du capital de solvabilité requis de base.

$$CSR_{\text{Opérationnel}} = 30\% * BCSR$$

Conception et présentation de l’outil

Dans cette partie il est question de montrer le principe de fonctionnement de l’outil, quels seront les inputs et comment seront données les outputs à l’utilisateur.

Comme outil, nous avons choisit de concevoir une application web qui va utiliser des inputs standards, que nous allons présenter dans la partie annexe, pour fournir des outputs souhaiter.

8.1 Conception de l’application web

Les applications web sont des programmes interactifs manipulables directement en ligne via l’utilisation d’un navigateur. Contrairement aux logiciels classiques, ils ne nécessitent pas d’installation locale sur les machines des utilisateurs et s’apparentent à des sites internet. Ces systèmes bénéficient par conséquent d’une accessibilité optimisée depuis n’importe quel type de poste et sans problématique de compatibilité de systèmes d’exploitation (l’utilisation d’un navigateur suffit). De plus, la mise à jour des systèmes est automatique et permet aux usagers de bénéficier de la version la plus récente de l’application.

Les moteurs de recherche, les opérateurs de géolocalisation, les messageries ou les logiciels professionnels en ligne sont des exemples classiques d’applications web. La structure de ces systèmes est illustrée de façon simplifiée en figure figure 8.1.

Le mécanisme général d'une application web (comme d'une page internet) s'articule autour du serveur d'application qui reçoit des requêtes relatives à des pages web de la part du navigateur (aussi appelé client) selon les actions de l'utilisateur. Le serveur web, qui peut être accompagné d'un serveur de base de données répond alors à ces demandes en envoyant les pages résultantes au navigateur. Les opérations se font selon le code source du logiciel applicatif qui est couramment placé directement dans des pages web stockées par le serveur. Ainsi, lorsque l'utilisateur effectue une action depuis son navigateur, le serveur web exécute les instructions de la page associée en faisant éventuellement appel au serveur de base de données.

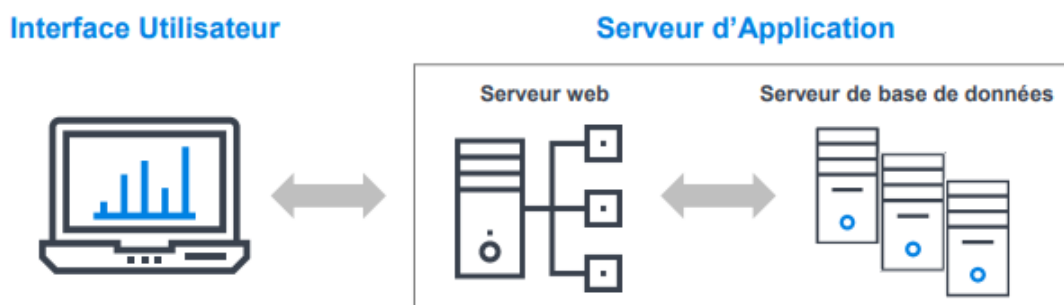


FIGURE 8.1 – Représentation simplifiée de la structure d'une application web

Différents langages web interviennent au cours du processus de mise en œuvre d'une application web.

Pour notre part nous allons travailler avec le langage Java.

Nous divisons notre application web en trois parties :

Une partie présentation, une partie service ou métier (partie utilisée pour implémenter tout le code de calcul) et une partie Dao nécessaire pour connecter nos données avec les classes Java en utilisant le framework HIBERNATE.

Le fonctionnement se fait de la manière suivante :

L'utilisateur envoie une requête à travers une interface web (une page web), on utilise un contrôleur, dans notre cas c'est le TomCat qui envoie la requête dans la partie interface de service qui lui interroge la partie interface de donnée, une fois les données fournies, on repart dans la partie service pour effectuer les calculs et retourner un output à l'utilisateur.

Le langage employé par les développeurs informatiques et leur maîtrise nécessite des compétences avancées que nous ne saurions mettre en œuvre dans le cadre de ce rapport.

8.2 Présentation de l'outil

L'outil sera présenté par le modèle suivant :

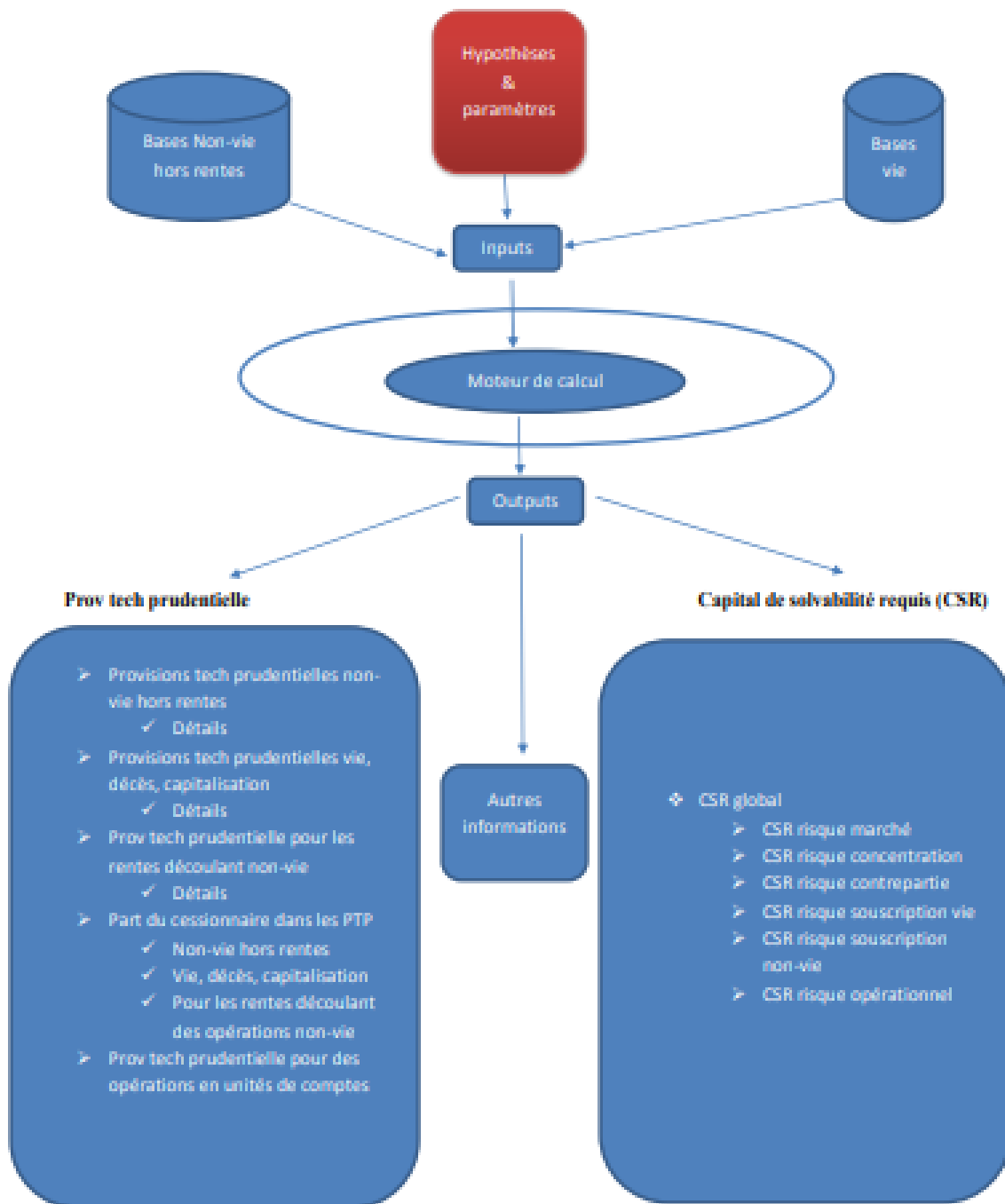


FIGURE 8.2 – Modèle de l'outil

Pour pouvoir utiliser l'outil, l'utilisateur devra faire un travail spécifique de traitement des données afin de les présenter selon les standards de ce rapport (voir en annexe A).

une fois que l'utilisateur saisi l'adresse [Https](https://localhost:8080/CalculSbr/) dans le navigateur (Chrome, microsoft Edge etc...) ici l'utilisateur devra saisir **CalculSbr/**, il ya une page d'authentification comme suite :

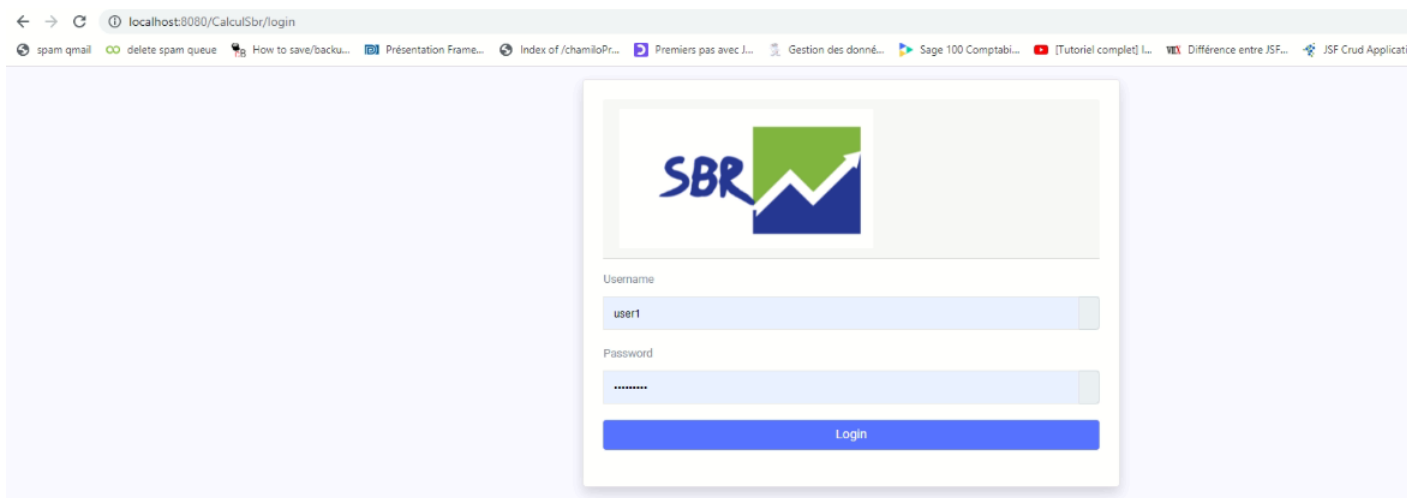


FIGURE 8.3 – Page identification à l'application

Une fois l'accès autorisé, on a une page d'accueil avec un menu à trois onglets :

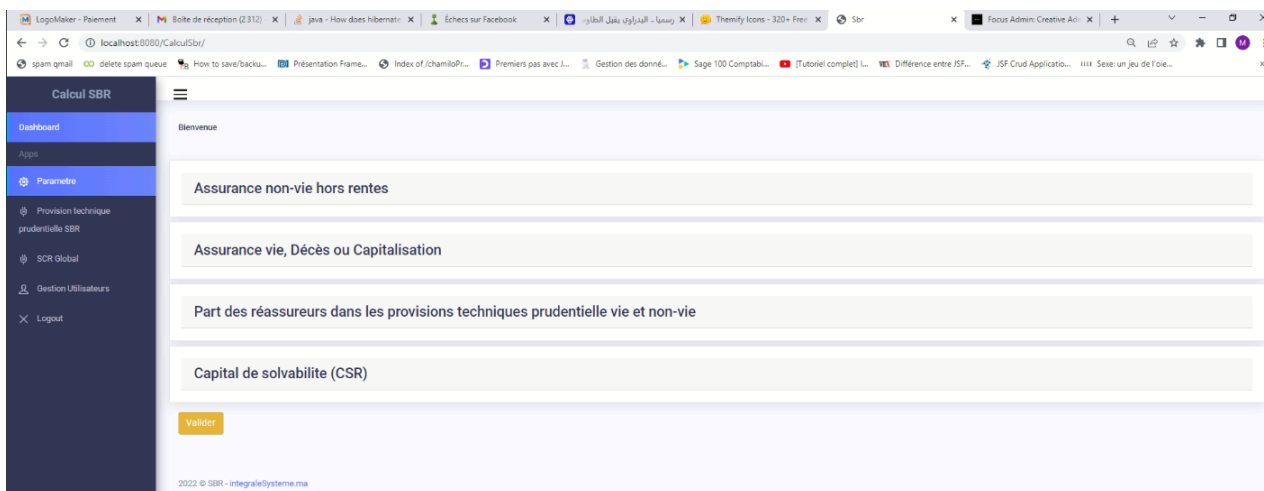


FIGURE 8.4 – Page d'accueil de l'application

- **Paramètre** : Ici, l'utilisateur devra charger toutes les bases de données nécessaires au calcul (Provisions techniques prudentielles, pour chaque opération et/ CSR).

N.B : Les bases de données doivent être impérativement présentée comme dans l'annexe A.

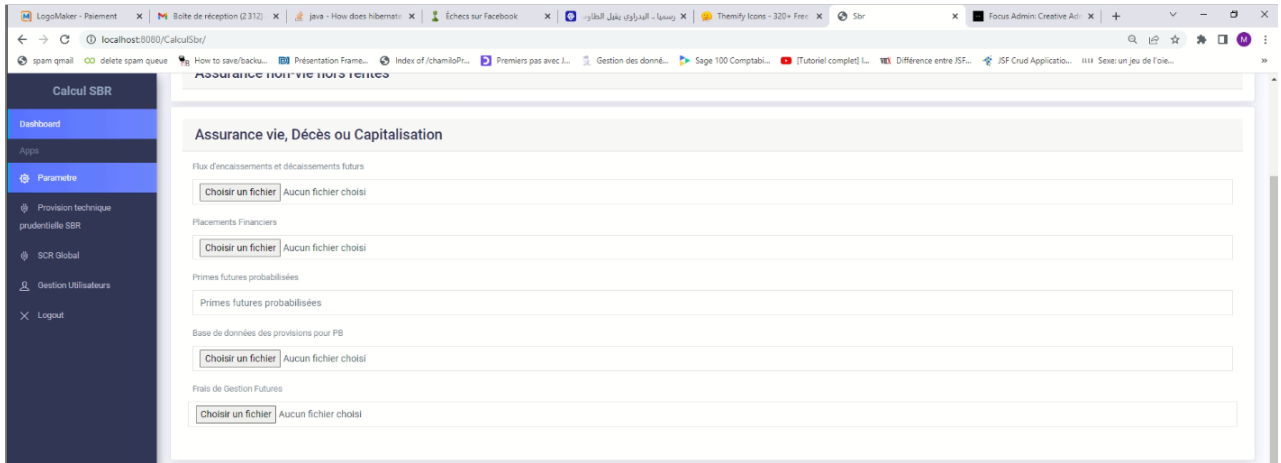


FIGURE 8.5 – Onglet importation bases de données vie

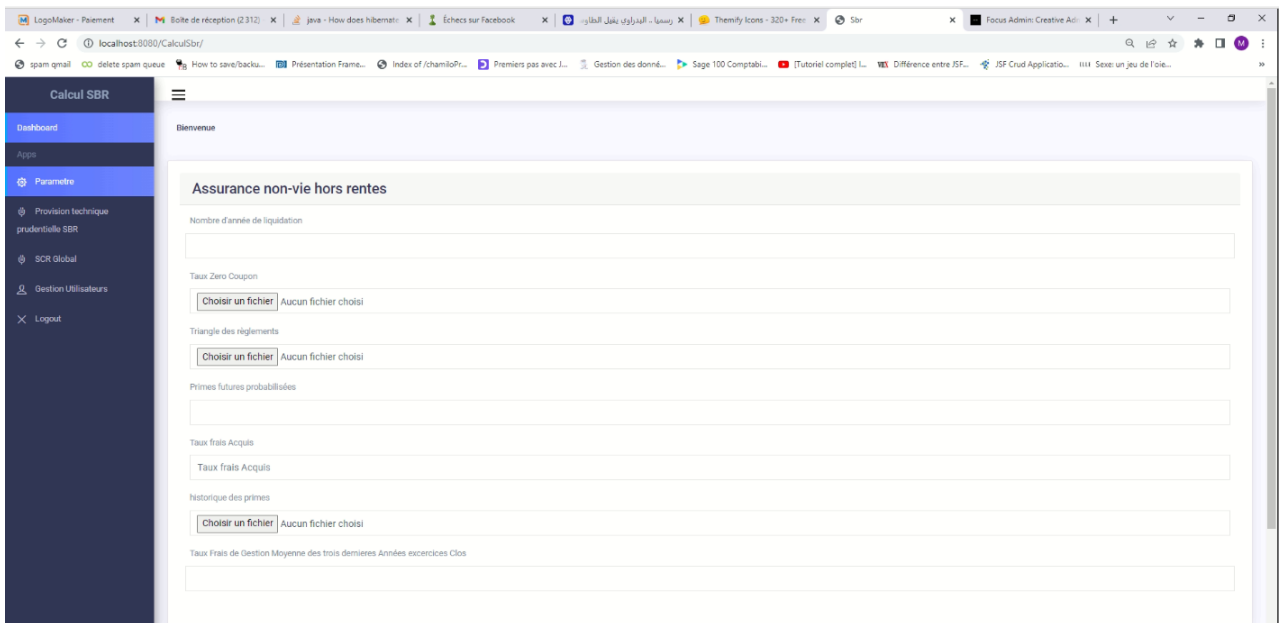


FIGURE 8.6 – Onglet importation bases de données Non-vie

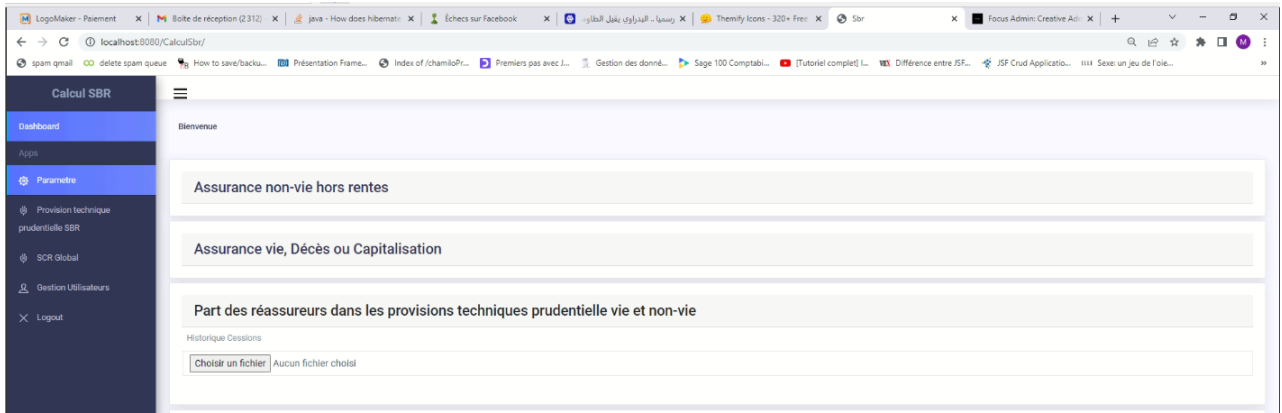


FIGURE 8.7 – Onglet importation bases de données sur la cession

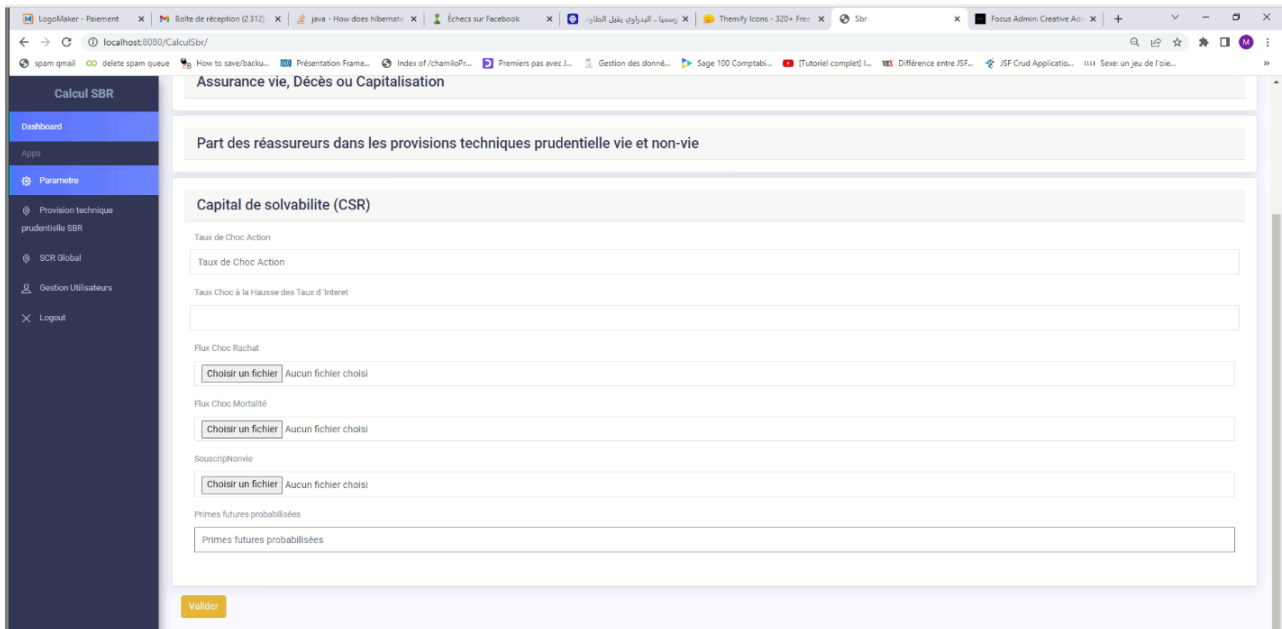


FIGURE 8.8 – Onglet importation bases de données et paramètre pour le calcul du CSR

- **Provisions techniques prudentielles SBR** : Cet onglet est dédié à l’affichage des résultats : Provisions techniques pour opération d’assurance vie, décès ou capitalisation par détail (BE_{GP} , BE_{FG} et MR), opérations assurance non-vie Hors rentes ($BE_{Sinistres}$, BE_{Primes} , BE_{FG} et MR), la part des cessionnaires dans les provisions techniques vie et/ non-vie.
- **SCR global** : Il donne les résultats sur le Capital de Solvabilité requis détaillés par risque (Marché, Souscription vie, souscription non-vie, risque concentration, risque Contrepartie et risque opérationnel).

Application numérique sur les données d'assurance vie et non-vie

Dans cette partie, nous allons préparer les données comme dans l'annexe A et par la suite utiliser les formules développées plus haut pour obtenir les résultats et faire des interprétations

9.1 Préparation des données

Pour ce rapport, nous allons faire une application numérique sur des bases de données d'assurance vie et non-vie.

Pour ce faire, nous avons, pour les opérations d'assurance vie : une base de données sur des produits épargnes (Épargne retraite individuel, retraite groupe et capitalisation). Et pour les opérations d'assurance non-vie hors rentes on a une base de données sur l'assurance AT (Accident travail).

9.1.1 Opérations assurances vie

Comme précisé ci-dessus, on a un portefeuille de produits épargne (épargne retraite individuel, retraite groupe et capitalisation). L'objectif étant de présenter les bases de données selon la forme standard présentée plus bas.

Premièrement pour obtenir les flux d'encaissements et de décaissements, projeter les

flux de la bases de données. En effet pour les encaissements nous avons fait l'hypothèse selon laquelle les flux sont encaissés juste à la fin de la date d'inventaire, donc pour les années futures, nous n'avons pas d'encaissements.

Donc : $DF_i = 0$ si $i > 1$

Pour des décaissements nous allons projeter les provisions mathématiques et ce pour chaque produit. La projection se fera tête par tête avec les hypothèses et paramètres suivants :

Hypothèses et paramètres

✓ On suppose que les seules sorties pour les trois produits sont des sorties en rachat partiels. Donc comme base technique nous avons construit une table de taux de rachat par âge.

✓ Nous avons utiliser une table de TMG (taux minimum garantie par contrats et part produits).

La projection des Provisions mathématiques se fait avec les formules suivantes :

Produit épargne retraite individuelle

$$\begin{aligned}
 PM_{t,k} = \max & \left[(PM_{(k-1)} + PB_{(k-1)} - 100 \times I\{0, 1\} - PDC * I\{0, 1\} * J\{0, 1\} \right. \\
 & - PDA * I\{0, 1\} * K\{0, 1\}) * (1 + TMAG_k)^{\frac{t - FNA(k-1)}{N_{jours}(k)}} \\
 & + \sum_j PRP_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t - dE_{j,k})}{Nbours(k)}} + \sum_j PRS_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t - dE_{j,k})}{Nbours(k)}} \\
 & \left. - \sum_j VR_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t - dE_{j,k})}{N_{jours}(k)}} \right] * \left(1 - \beta * \frac{t - dF_k}{Nbours(k)} \right); 0
 \end{aligned}$$

Où :

$$-FNA(k - 1) = 31/12/K - 1.$$

- Nbjours ($k - 1$) : Nombre de jours de l'année k-1 (on peut supposer 365 jours pour simplification)
- $DE_{t,j}$: La prochaine quinzaine qui suit la date d'encaissement de la prime d'épargne j (le 01 ou le 16 de chaque mois)
- $DR_{t,j}$: Date de règlement du rachat j
- PM_{k-1} : Provision mathématique au 31/12/k-1.
- $PRP_{i,k}$: Prime périodique i encaissée dans l'année k nette des frais d'acquisition
- $PRS_{i,k}$: Prime supplémentaire i encaissée dans l'année k nette des frais d'acquisition
- $VR_{i,k}$: Valeur de rachat j réglée dans l'année k.
- $TMA G_k$: Taux Minimum Annuel Garanti pour l'année k
- β : Taux de frais de gestion fixé dans les conditions particulières.
- $dF_k = 01/01/N$ ou bien la date d'effet = date du premier encaissement pour les nouvelles souscriptions de l'année N.

$$I\{0, 1\} : \begin{cases} 1 \text{ si l'âge de l'assuré est inférieur ou égale à 60 ans} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

$$J\{0, 1\} : \begin{cases} 1 \text{ si l'assuré a choisi la garantie Décès/IAD} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

$$K\{0, 1\} : \begin{cases} 1 \text{ si l'assuré a choisi la garantie Décès Accidentel} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Avec :

$$PB_k = [PM_{t,k}(TREV_k) - PM_{t,k}(TMA G_k)]$$

où

- $TREV_k$: Taux de revalorisation ou taux de rendement pour l'année k
- $TMA G_k$: Taux Minimum Annuel Garanti pour l'année k

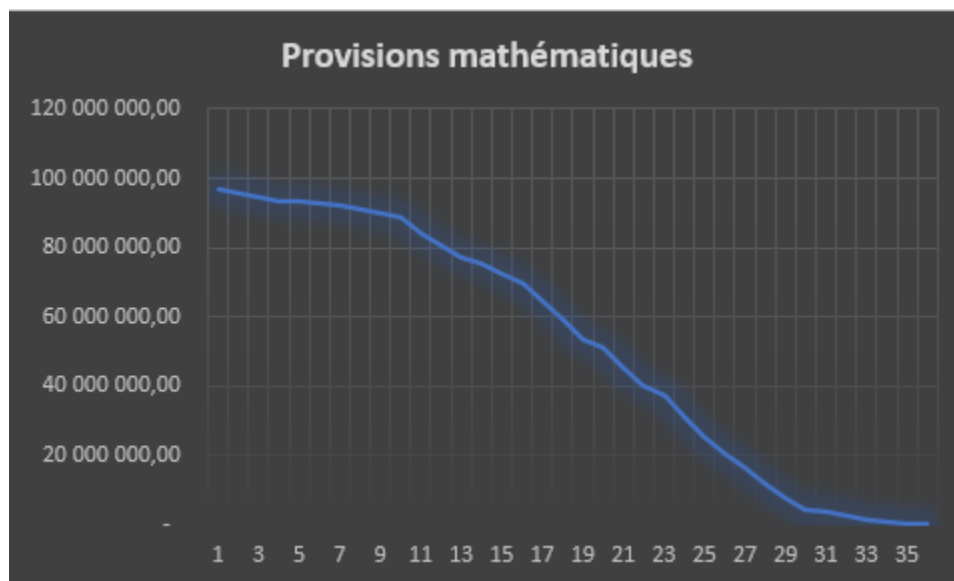


FIGURE 9.1 – Évolution PM, produit épargne individuelle

Produit épargne retraite groupes

$$PM_{t,k} = \max \left[\left(PM_{(k-1)} + PB_{(k-1)} - 100 \times I\{0, 1\} \right) * (1 + TMAG_k)^{\frac{t - FNA(k-1)}{Nbjours(k)}} \right. \\ \left. + \sum_j PRP_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t - dE_{j,k})}{Nbjours(k)}} + \sum_j PRS_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t - dE_{j,k})}{Nbjours(k)}} \right. \\ \left. - \sum_j VR_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t - dE_{j,k})}{Nbjours(k)}} \right] * \left(1 - \beta * \frac{t - dF_k}{Nbjours(k)} \right); 0$$

Où :

- $FNA(k - 1) = 31/12/K - 1$.
- $Nbjours(k - 1)$: Nombre de jours de l'année k-1 (on peut supposer 365 jours pour simplification)
- $DE_{t,j}$: La prochaine quinzaine qui suit la date d'encaissement de la prime d'épargne j (le 01 ou le 16 de chaque mois)
- $DR_{t,j}$: Date de règlement du rachat j
- PM_{k-1} : Provision mathématique au 31/12/k-1.
- $PRP_{i,k}$: Prime périodique i encaissée dans l'année k nette des frais d'acquisition
- $PRSS_{i,k}$: Prime supplémentaire i encaissée dans l'année k nette des frais d'acquisition

- $VR_{i,k}$: Valeur de rachat j réglée dans l'année k.
- $TMAg_k$: Taux Minimum Annuel Garanti pour l'année k
- β : Taux de frais de gestion fixé dans les conditions particulières.
- $dF_k = 01/01/N$ ou bien la date d'effet = date du premier encaissement pour les nouvelles souscriptions de l'année N

$$I \in \{0, 1\} : \begin{cases} 1 & \text{si l'age de l'assuré est inférieur ou égale à 60 ans} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les participations aux bénéfices futures se calculent de la même manière que présenté dans la partie retraite individuelle.

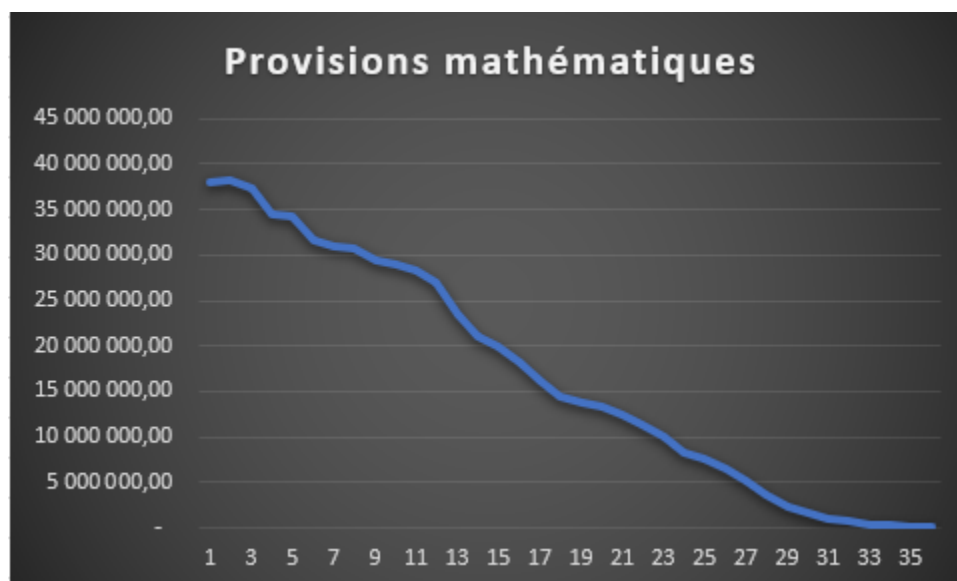


FIGURE 9.2 – Évolution PM, produit épargne groupe

Produit capitalisation

$$PM_{t,k} = \max \left(\left[PM_{(k-1)} + PB_{(k-1)} - 100 * I\{0,1\} - PDC * I\{0,1\} * J\{0,1\} - PDA * I\{0,1\} * K\{0,1\} \right] * (1 + TMAG_k)^{\frac{t-FNA(k-1)}{Nbjours(k)}} + \sum_j PRP_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t-dE_{j,k})}{Nbjours(k)}} + \sum_j PRS_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t-dE_{j,k})}{Nbjours(k)}} - \sum_j VR_{j,k} * (1 + TMAG_k)^{\frac{(t-dE_{j,k})}{Nbjours(k)}} \right] * \left(1 - \beta * \frac{t-dF_k}{Nbjours(k)} \right); 0 \right)$$

Où : - $FNA(k-1) = 31/12/K - 1$.

- $Nbjours(k-1)$: Nombre de jours de l'année k-1 (on peut supposer 365 jours pour simplification)

- DE_{tj} : La prochaine quinzaine qui suit la date d'encaissement de la prime d'épargne j (le 01 ou le 16 de chaque mois)

- $DR_{t,j}$: Date de règlement du rachat j

- PM_{k-1} : Provision mathématique au 31/12/k-1.

- $PRP_{i,k}$: Prime périodique i encaissée dans l'année k nette des frais d'acquisition

- $PRSS_{i,k}$: Prime supplémentaire i encaissée dans l'année k nette des frais d'acquisition

- $VR_{i,k}$: Valeur de rachat j réglée dans l'année k .

- $MMAG_k$: Taux Minimum Annuel Garanti pour l'année k

- β : Taux de frais de gestion fixé dans les conditions particulières.

- $dF_k = 01/01/N$ ou bien la date d'effet = date du premier encaissement pour les nouvelles souscriptions de l'année N .

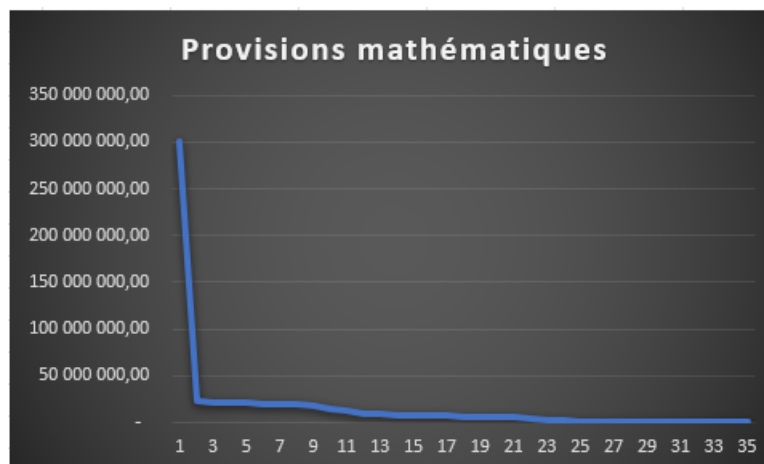


FIGURE 9.3 – Évolution PM, produit épargne Capitalisation

9.1.2 Opérations assurances non-vie hors rentes

Pour l'application, nous avons un triangle de règlements cumulés des sinistres par année de survenance et par année de développement et une historique des primes acquises et des primes émises.

Les données se présentent comme suites :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2011	3 504.00	17 838.65	29 762.13	37 354.13	48 113.13	54 288.92	60 990.92	64 953.92	67 075.06	67 961.14	69 073.14
2012	4 774.24	14 225.85	24 891.85	38 451.85	45 605.98	54 219.98	57 611.98	61 752.56	62 906.74	64 306.33	
2013	3 821.92	12 489.92	28 284.92	39 782.63	46 485.63	51 429.63	53 462.05	54 797.99	55 771.01		
2014	4 074.00	19 021.00	35 729.00	50 865.00	58 417.00	62 138.27	63 510.56	64 673.57			
2015	5 070.00	19 512.00	41 560.00	51 917.00	59 168.44	66 278.59	69 647.56				
2016	3 817.00	17 940.00	27 339.00	33 666.67	37 893.96	41 649.41					
2017	7 838.00	23 756.00	34 489.85	42 665.27	51 181.77						
2018	7 690.00	29 440.55	43 027.97	56 870.69							
2019	8 935.00	27 985.56	42 675.50								
2020	4 979.97	21 154.81									
2021	5 818.64										

FIGURE 9.4 – Triangle de reglements cumulés

Année	Primes _{Acq}	Primes _{Emises}	PPNA
2011	0	0	0
2012	0	0	0
2013	0	0	0
2014	0	0	0
2015	0	0	0
2016	0	0	0
2017	0	0	1863
2018	133625.657	69.44806	2365.7
2019	133944.083	-318.97771	2137
2020	115787.193	3576.01907	1800
2021	86292.8649	87472.28786	1824.41742

TABLE 9.1 – Historiques des primes

9.1.3 Données de la Cession

Ici pour chaque opération, l'utilisateur devra renseigner une base de données sur la cession comportant :

- **Pour l'assurance non-vie** : Le nom du cessionnaire, le montant des PSAP cédées, le taux de cession des primes et l'échelle de notation du cessionnaire.
- **Pour l'assurance vie** : Le nom du cessionnaire, le taux de cession des primes et l'échelle de notation du cessionnaire.

9.2 Résultats et interprétations

Une fois toutes bases de données importées et tous les paramètres renseignés, l'application nous donne les résultats suivants :

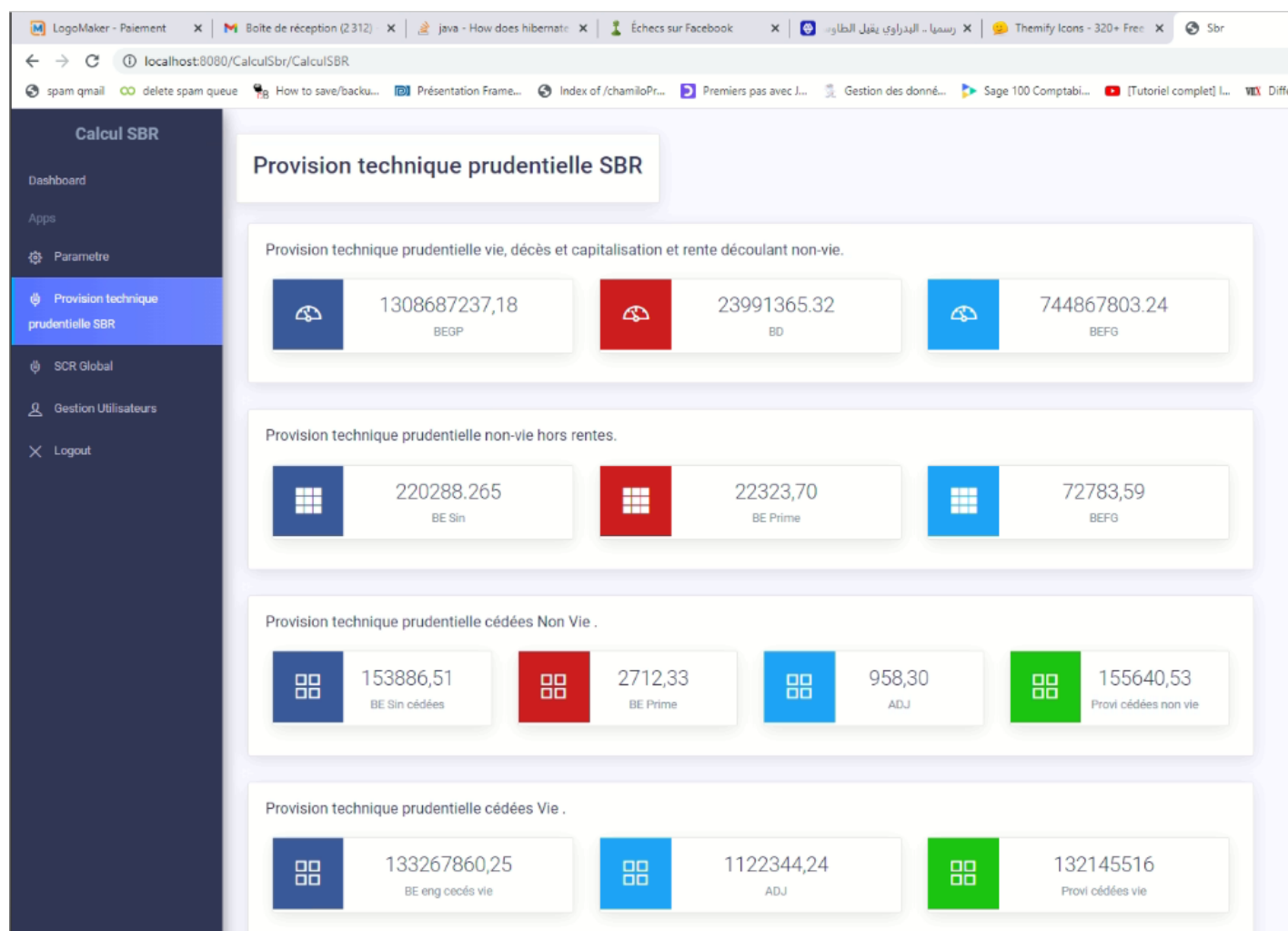


FIGURE 9.5 – Résultats des provisions techniques vie, non-vie et cedées

9.2.1 Provisions techniques prudentielles opérations assurances vie, décès ou capitalisation

Nous allons ici présenter et commenter que des résultats du produit épargne individuel.

Donc on importe les bases des données nécessaires.

En rappelle, Les provisions techniques pour les opérations assurances vie, décès ou capitalisation s'obtiennent en faisant la somme de la *MEGP*, des Bénéfices discrétionnaires futurs, la meilleure estimation des frais de gestion futurs et la marge de risque.

Meilleure estimation des engagements vie

Les résultats des composantes Meilleure estimation des engagements vie de la obtenus sont résumés dans le tableau ci-après :

Meilleure estimation des engagements	
Meilleure estimation des garanties probabilisées	1308687237.18
Ben discrétionnaires futurs	23991365.32

TABLE 9.2 – Récapitulatif des composantes de La meilleure estimation des engagements vie

Donc la meilleure estimation des engagements vie est obtenue en sommant les deux composantes : $BE_{eng}^{Vie} = 1332678602.50$ MAD.

Meilleure estimation des frais de gestion

Après avoir actualisé les flux des frais de gestion futurs projetés sur un horizon de 30 ans, on trouve : $BE_{frais} = 744867803.24$ MAD.

Marge de risque Vie

Pour calculer la marge de risque ici, nous avons tout d'abord calculer le CSR_{vie} (voir partie calcul CSR), nous avons ensuite projeter et la meilleure estimation des engagements pour ensuite ensuite projeter et actualiser les $CSR_i = \frac{BE_i}{BE_0} * CSR_{vie}$

comme indiqué plus haut.

On obtient donc $MR_{vie} = 91462060.47$ MAD.

Donc pour garantir ses engagements vis-à-vis des ses assurés dans le futur, cet assureur devrait avoir au total comme provisions technique

$$PT_{vie} = 2169008466.21403$$

MAD.

Provisions techniques totales	
MEengVie	1332678602.50
MEfraisGest	744867803.24
MR	91462060.47
2169008466.21	

TABLE 9.3 – Récap résultats des provisions techniques vie

9.2.2 Opérations assurances non-vie hors rentes

Nous n'allons tester ici pour le calcul des provisions que des calculs avec la méthode Chain Ladder et ce pour l'opération assurance accident de travail (AT).

Meilleure estimation des engagements pour sinistres avec Chain Ladder

Ainsi, après calcul et en suivant les étapes précitées, on obtient les facteurs de développements, présentés dans la table suivante :

Facteur de développements									
f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
3.731	1.689	1.326	1.177	1.116	1.058	1.045	1.023	1.017	1.016

TABLE 9.4 – Facteurs de développement

En utilisant ces facteurs de développements et en constatant que les hypothèses de Chain Ladder sont bien vérifiées (Voir Annexe) on peut estimer les règlements futurs et ce en remplissant le triangle de règlements inférieur et par la suite déduire les flux de règlements futurs, on obtient donc :

	Cash flows
2022	69516.6729
2023	53526.8162
2024	38666.1429
2025	26538.9534
2026	17684.0154
2027	11191.5016
2028	7543.36654
2029	4294.61109
2030	2445.06904
2031	1204.14971

TABLE 9.5 – Cashs Flows

Par la suite, il suffit d'actualiser les flux obtenus avec la courbe des taux zéros coupons et sommer :

$$BE_{Sinistres} = 220\,288.265 \text{ MAD}$$

Meilleure estimation des engagements pour primes

Pour calculer la meilleure estimation des engagements pour primes, on a besoin du montant des primes futurs probabilisées à la date d'inventaire, du taux des frais d'acquisition, de la *PPNA* à la date d'inventaire, des cadences de liquidations projetés, des primes acquises des trois dernières années de survenance et du ratio de sinistralité. Soit :

Primes futurs	1000000
Taux de frais d'acquisition	0.6
S/P	0.69854374
PPNA	1824.41742

TABLE 9.6 – paramètre AT

Sachant que : $S/p = \frac{\text{somme des charges ultimes des dernières années de sur}}{\text{somme des primes acquises des dernières années de sur}}$

Année	Primes _{ACQ}	Charge ultim
2019	133944.083	87047.28204
2020	115787.193	72883.15155
2021	86292.8649	74797.12635

TABLE 9.7 – paramètre de calcul S/P

<i>Cad_i</i>										
Cad ₀	Cad ₁	Cad ₂	Cad ₃	Cad ₄	Cad ₅	Cad ₆	Cad ₇	Cad ₈	Cad ₉	Cad ₁₀
0.089	0.084	0.07	0.088	0.99	0.062	0.086	0.11	0.11	0.093	0.096

TABLE 9.8 – Cadence de liquidations

Par la suite, il suffit de calculer et on trouve $BE_{primes} = 213\,187.026$ MAD

Meilleure estimation des frais de gestions

Pour calculer la MEFG, on a un taux de frais de gestion moyen des trois dernières années d'exercices clos $Taux_{moyen\,frais\,de\,Gest} = 0.3$ donc on a $BE_{frais} = 130\,042.58$ MAD

Marge de risque non vie

Le calcul se fait de la même manière que pour les opérations d'assurances vie. On a donc : $MR_{non-vie} = 27\,350.41$ MAD.

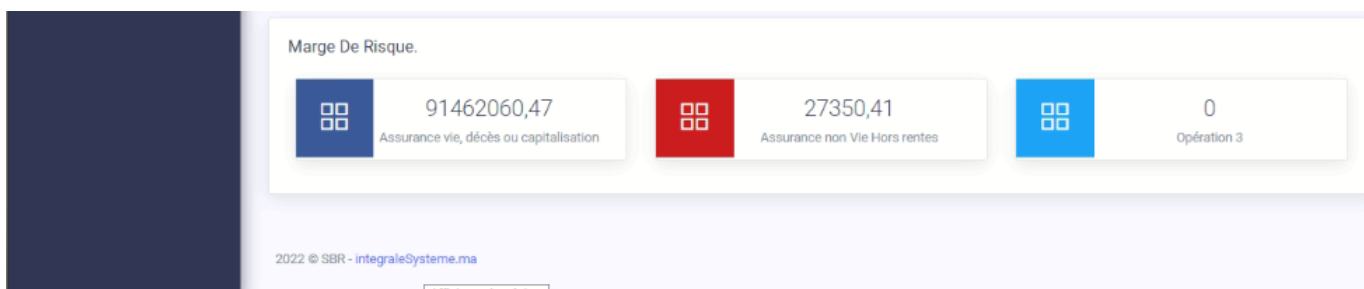


FIGURE 9.6 – Résultats Marge de risques Vie et non-vie

9.2.3 Part des cessionnaires dans les provisions techniques prudentielles

Provisions techniques non-vie cédées et vie

Meilleure estimation des sinistres cédés	153886.51
Meilleure estimation des primes cédées	2712.33
Ajustement pour défaut de contrepartie	958.3
Provision technique prudentielles cédées	155640.53

TABLE 9.9 – Provisions prudentielles cédées non-vie

Meilleure estimation des engagements cédés	133267860.3
Ajustement pour défaut de contrepartie	1122344.24
Provision technique prudentielles cédées	13214516

TABLE 9.10 – Provisions prudentielles cédées vie

9.2.4 Capital de solvabilité requis-CSR

Dans cette partie, nous présentons les résultats sur le calcul du SCR, en effet la norme prévoit de prendre en compte certains risques liés à l'activité des entreprises d'assurance/réassurance.

Pour ce travail, nous n'avons pris en compte que les risques de marché, souscription vie et non-vie. Ce qui nous permettra de calculer le CSR globale.

Les résultats obtenus sont les suivants :

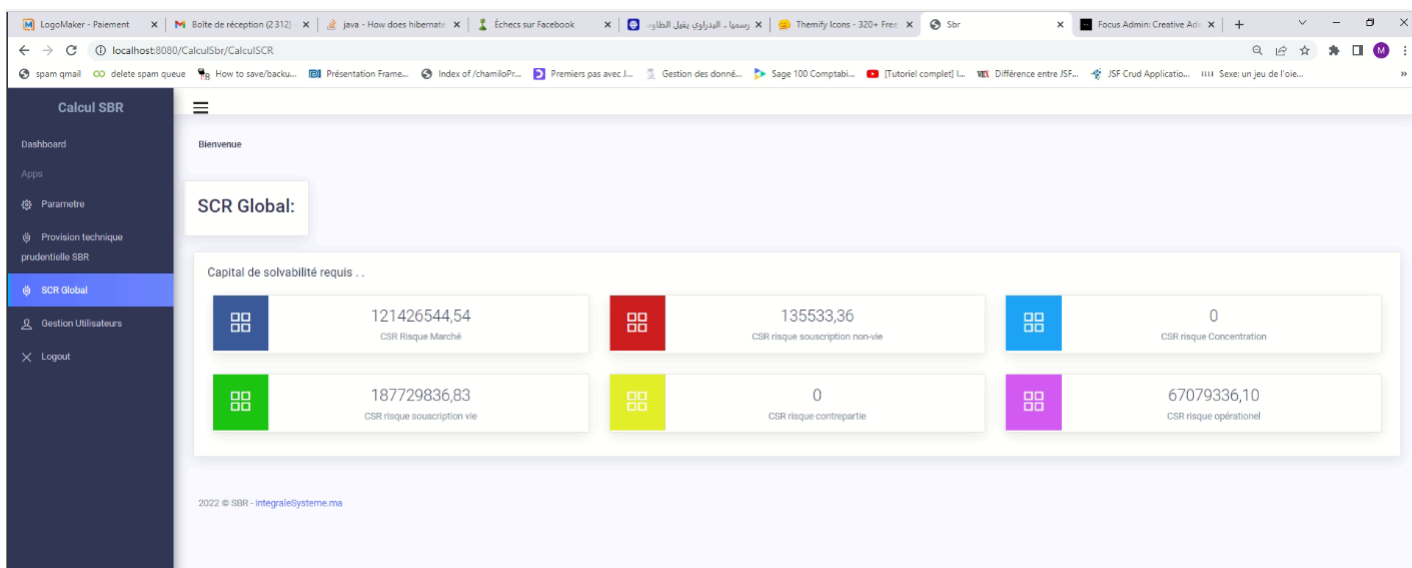


FIGURE 9.7 – Details CSR

Notons que pour le produit épargne retraite nous considérons que le portefeuille ainsi fait est exposé qu'au seul sous risque de souscription : Baisse rachat et hausse dépense, donc la compagnie n'a pas à immobiliser des moments pour faire face aux risques de mortalité, longévité ou catastrophe.

Concernant le risque marché, nous pris en compte que les sous risques : Hausse et baisse de taux, baisse action et baisse immobilier.

Et enfin pour l'assurance AT, nous utiliser les ecart-type provisions et primes recommandés par la *CEIOPS* ou *EIOPA* (voir annexe B).

Il en ressort les conclusions suivantes :

- En envisageant les pires scénarios sur le marché des actions et actifs immobiliers, la compagnie d'assurance devrait immobiliser une somme de 121 426 544.54 MAD pour faire face à cette situation de baisse de la valeur des actions et immobiliers.
- Une augmentation défavorable des rachats emmènerait et des frais de dépenses les entreprises d'assurances à immobiliser une somme 187 729 836.83 MAD.
- Pour faire face aux sous risques d'une mauvaises provisionnement ou une augmentation des sinistres, l'entreprise devrait immobiliser une somme de 135 533.36 MAD.

CHAPITRE 10

Conclusion générale

Le marché des assurances au Maroc est l'un des plus grands en Afrique et est en pleine expansion. Pour ce faire une norme telle que la SBR est une réalisation de plus logique pour permettre la solvabilité de ces derniers afin de maintenir une relation de confiance avec les clients et les différents collaborateurs.

Les méthodes de valorisations des provisions techniques et du capital de solvabilité requis proposé par la norme permettent en effet à l'ACAPS d'effectuer son rôle avec aisance.

Les entreprises d'assurances/Réassurances sont tenues donc d'envoyer à l'autorité de contrôle les résultats des leurs provisions techniques prudentielles évaluées selon la norme SBR, cet à effet que cette application de calcul des provisions techniques est un outil de plus important facilitant le calcul à ses utilisateurs.

Le choix d'une application web Java JEE n'est pas anodin car elle ne nécessite pas une installation d'un quelconque logiciel mais plutôt juste un moteur de recherche sur internet et d'un accès à l'application pour pouvoir produire les résultats souhaités.

Bien que pratique et facile à utiliser le seul inconvénient de l'outil reste l'impossibilité d'effectuer une modélisation Stochastique (du moins à notre niveau).

Prenant en compte cet inconvénient, ce travail reste ouvert et offre la possibilité d'être amélioré par une équipe d'actuaire et de développeurs.

Bibliographie

- [1] *Solvabilité basée sur les risques (SBR) : Spécifications techniques de la seconde étude d'impacts quantitative (EIQ2)*, ACAPS, Version 01/10/2020.
- [2] *Étude comparative de la nouvelle norme marocaine Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) et la norme Solvabilité II*, AYOLA Komi Maza-Balo T, Octobre 2020.
- [3] *Stochastic Analysis of Jump-Diffusions for Financial Log-Return Processes*, Hanson, Floyd B., Westman, John J..
- [4] *Génération de scénarios économiques Modélisation des taux d'intérêt*, Pierre-E Théron, 22 novembre 2013
- [5] https://www.actuarialab.net/wp-content/uploads/12_AF_ZINEB_CHALAOUANE.pdf
- [6] https://www.actuarialab.net/wp-content/uploads/4_AF_DAZAHRA_MOHAMED_AMINE.pdf
- [7] <https://www.bkam.ma/>
- [8] <https://www.acaps.ma/>
- [9] <https://www.ressources-actuarielles.ma/>
- [10] <https://www.ceiops-calibration-paper-solvency-ii.pdf>
- [11] https://www.actuarialab.net/wp-content/uploads/BIHI_ELAZZOUZI.pdf

Annexe A

A.1 Description des inputs

Il s'agira ici de décrire le contenu de chaque base de données et des paramètres entrant dans le calcul des provisions technique prudentielle et du capital de solvabilité requis.

Pour ce faire, nous allons décrire les bases de données et les paramètres nécessaires aux calculs des provisions techniques prudentielles non-vie hors rentes, vie décès et capitalisation, part des cessionnaires dans les provisions techniques prudentielles vie tout comme non-vie, les provisions pour les rentes découlant des opérations non-vie, les provisions pour les produits en unité de compte et enfin toutes bases de données nécessaires pour le calcul du CSR risques par risque.

A.1.1 Structures des bases de données

Assurance non-vie hors rentes

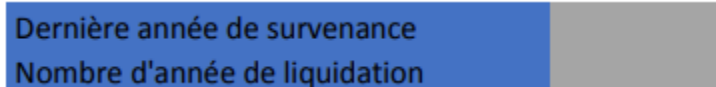


FIGURE A.1 – paramètres année de liquidation

Maturité	Taux zéro coupon
1	
2	
3	
5	
6	
7	

50	

FIGURE A.2 – Base de données des taux zéros coupons

Année de survenance i	Année de développement j							
	1	2	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	$C_{2,n-1}$	
.		
.		
.		
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$						
n	$C_{n,1}$							

FIGURE A.3 – Base de données de triangle de développement cumulé



FIGURE A.4 – Montant des primes futurs à la date d'inventaire

Année	Primes acquises	Primes émises	PPNA
Année 1			
Année 2			
Année 3			
.....			
.....			
Année n			

FIGURE A.5 – Historique des PA,PE,PPNA

Taux frais gestion moyen des 3 derniers exercices clos
--

FIGURE A.6 – Paramètre taux de frais de gestion moyen des 3 derniers exercices clos

Assurance vie, décès ou capitalisation

Meilleure estimation des garanties probabilisé (MEGP)		
Année	Flux encaissement	Flux décaissement
Année 1		
Année 2		
Année 3		
.....		
.....		
Année n		

FIGURE A.7 – Base de données des flux d'encaissements et décaissements

Placements admis en remplacement des Prov. Tech	Valeur comptable net d'amortissement	Valeur selon SBR
Immobilier		
Obligations		
Bons et titres de créance négociables		
Actions & part social		
Prêts et effets assimilés		
Dépôts en compte indisponible		
Dépôts auprès des cédantes		
Autres placements		

FIGURE A.8 – Base de données des placements financiers

Catégorie/sous-catégorie	Provisions pour PB	Taux de chargement contractuel	Prov Tech à la clôture	Taux de PB contractuel
Cat 1				
Cat 2				
...				

FIGURE A.9 – Base de données Provisions pour PB,taux de chargement contractuel, PT à la clôture et du taux de PB contractuel

Année	Nombre de contrats	Flux frais futurs
Année 1		
Année 2		
...		
Année N		

FIGURE A.10 – Base de données des flux de fais de gestion futurs

Nom du cessionnaire	Année traité	PSAP cédées	Taux de cession de primes	Echelle de notation

FIGURE A.11 – Base de données de l'historique de cession

Capital de solvabilité requis

- ✓ Table de rachat en montant
- ✓ Table de résiliation en nombre de contrats
- ✓ Taux de sortie en rentes
- ✓ Table de mortalité (TV 88-90 & TD 88-90)
- ✓ Cout de capital (par défaut = 6%, SII)
- ✓ Matrice de corrélation des risques
- ✓ Les matrices de corrélation des sous-risques
- ✓ Coefficient de choc pour le sous risque de change
- ✓ Coefficient de choc pour le sous risque immobilier (par défaut= 25%)
- ✓ Coefficient de choc pour le sous risque de mortalité (par défaut = 15%)
- ✓ Coefficient de choc pour le sous risque de longévité (par défaut = 20%)
- ✓ Coefficient de choc pour le sous risque frais de gestion (par défaut = 10%)
- ✓ Coefficient de choc pour le sous risque catastrophe
- ✓ Taux d'inflation
- ✓ Ecart-type Primes, écart-type provisions
- ✓ Coefficient de multiplication risque souscription non-vie
- ✓ Coefficient de choc taux de rachat.

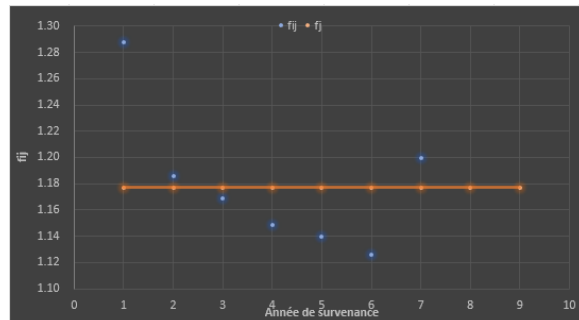
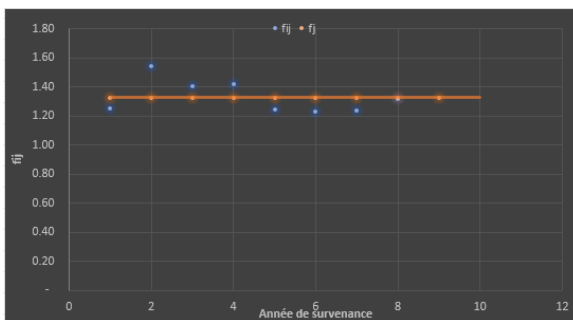
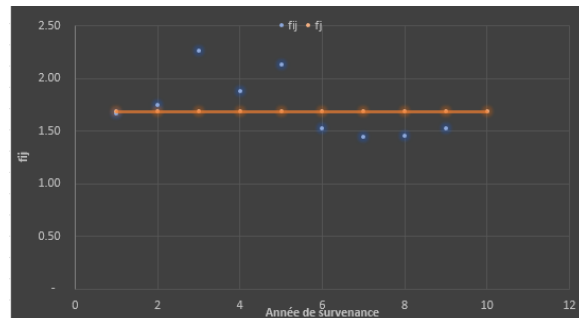
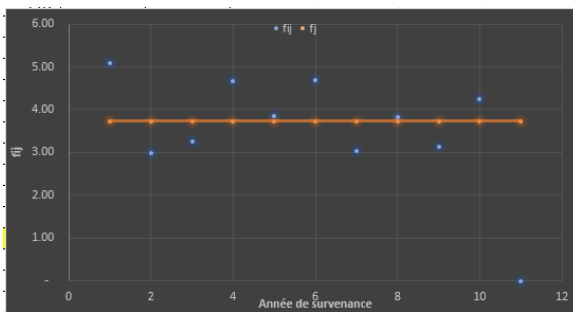
Maturité	ZC_marché	ZC_Vasicek	ZC_CIR
1	1.62%	1.59%	1.55%
2	1.73%	1.68%	1.59%
3	1.83%	1.77%	1.64%
4	1.96%	1.86%	1.69%
5	1.99%	1.94%	1.74%
6	2.08%	2.02%	1.80%
7	2.12%	2.10%	1.85%
8	2.20%	2.18%	1.91%
9	2.28%	2.26%	1.97%
10	2.36%	2.33%	2.04%
11	2.42%	2.41%	2.10%
12	2.51%	2.48%	2.17%
13	2.48%	2.55%	2.24%
14	2.54%	2.62%	2.31%
15	2.60%	2.68%	2.38%
16	2.67%	2.75%	2.46%
17	2.76%	2.81%	2.54%
18	2.91%	2.87%	2.62%
19	2.98%	2.93%	2.71%
20	3.02%	2.99%	2.80%
21	3.05%	3.04%	2.89%
22	3.09%	3.10%	2.99%
23	3.13%	3.15%	3.09%
24	3.17%	3.21%	3.19%
25	3.23%	3.26%	3.30%
26	3.29%	3.30%	3.41%
27	3.36%	3.35%	3.53%
28	3.42%	3.40%	0.36%
29	3.49%	3.44%	3.77%
30	3.49%	3.49%	3.90%

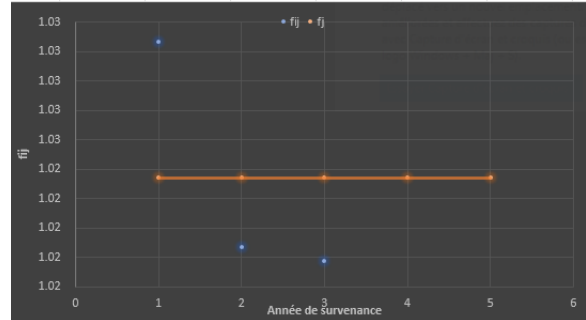
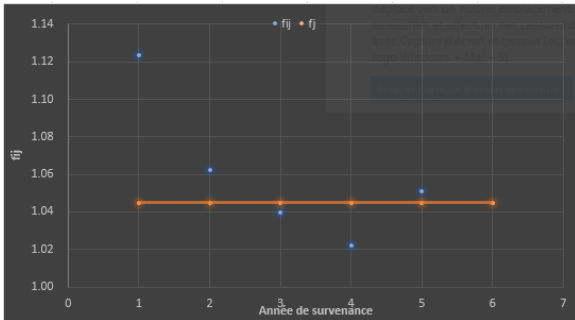
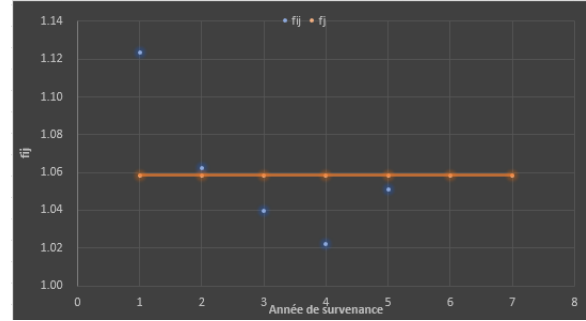
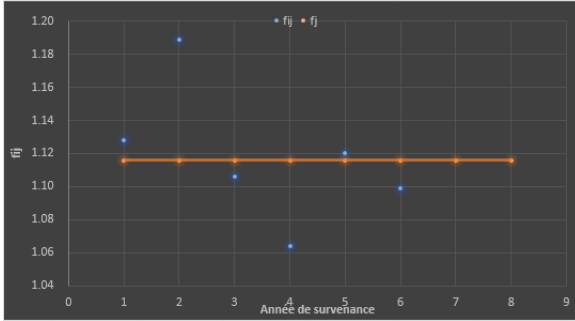
TABLE A.1 – Estimation des taux zéro coupon

Annexe B

B.1 Hypothèses Chain Ladder

B.1.1 H1 Indépendance





On peut constater que les f_{ij} sont à peu près alignés autour des f_j ce qui nous pousse à valider la première hypothèse de CL.

B.1.2 H2 Linéarité

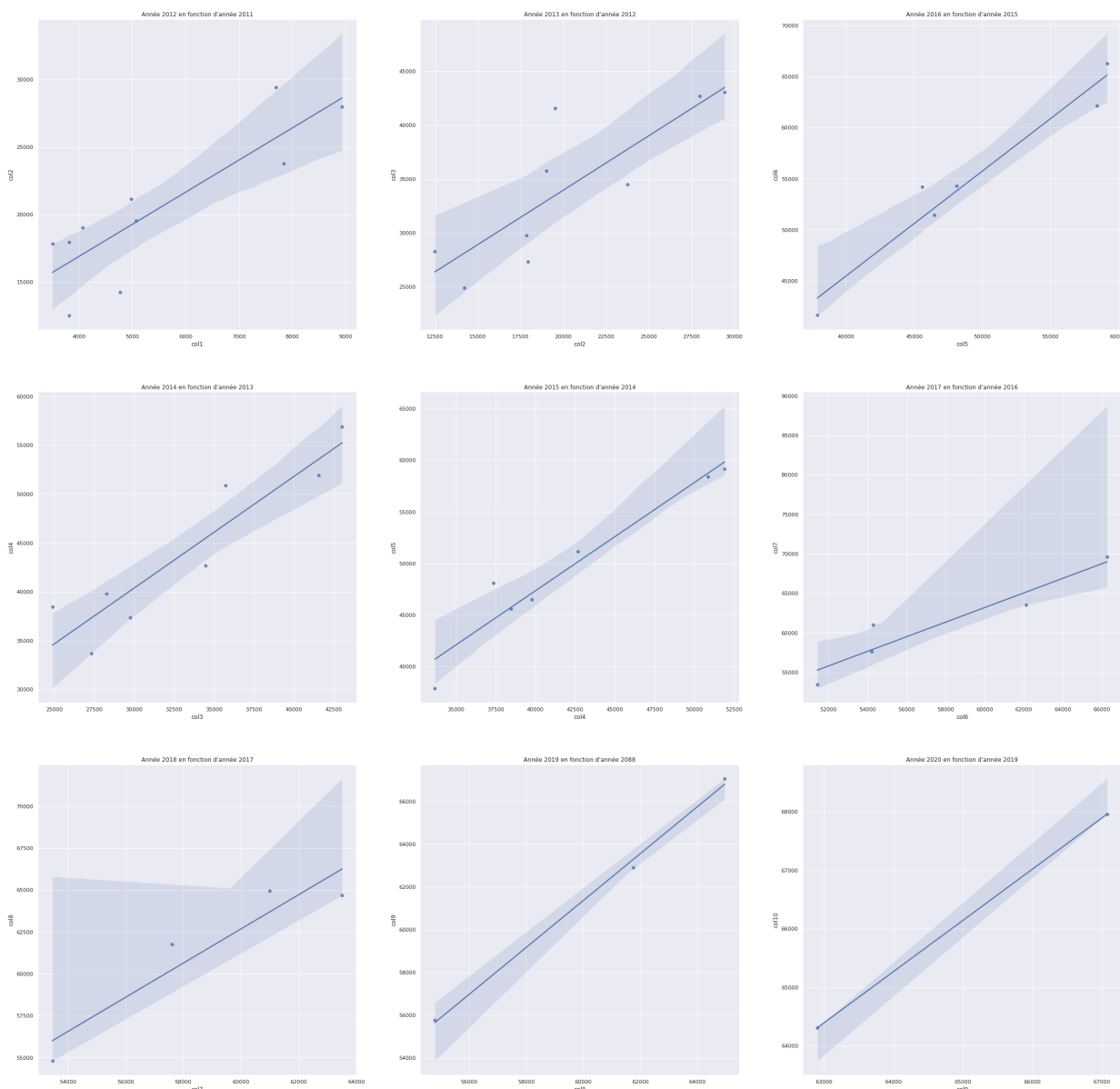


FIGURE B.1 – H2 : Linéarité

On voit que les points sont plus ou moins autour de la droite et comme développé ci-dessus, on valide l'hypothèse H2.

Sous/catégorie	Ecart type provisions	Ecart type primes
AT	17.50%	12.50%

TABLE B.1 – Les écarts types risques souscription non-vie recommandés par la CEIOPS

Annexe C

C.1 Calibrage du MJD model :

```
#nmk {dfoptim}
#Nelder-Mead optimziation algorithm for derivative-free optimization

library(dfoptim)
MASI$Price # the stock price
n=length(MASI$Price)
pt_1=MASI$Price[1:(n-1)]
pt=MASI$Price[2:n]
r=log(pt/pt_1)
plot(r,type = "l")
|
delta_t = 1/252
#Split data into 2 groups

split <- function(eps, R){ #values to verify jumps
  G1 = c()
  G2 = c()
  for (i in R) {
    if (abs(i) < eps){ #if true consider as jump
      G1=c(G1,i)
    }
    else {
      G2=c(G2,i)
    }
  }
  l=list(G1,G2)
  return(l)
}
```

```

}
#Calculate the initial parameters for the 2 groups
G1_cal = function(t, G){
  mu_d = (2*mean(G)+var(G)*t)/(2*t)
  sigma_d=var(G)/t
  return(c(mu_d, sigma_d))}
G2_cal = function(t, G, par_d){
  mu_j = mean(G) - (par_d[1] - par_d[2]/2)*t
  sigma_j=var(G) - par_d[2]*t
  return(c(mu_j, sigma_j))}
#Calculate the number of jumps
lambda = function(G, R){
  return(length(G)*252/length(R)) }
L=c(lambda(split(0.01,r)[[2]],r),G1_cal(delta_t,split(0.01,r)[[1]])
  ,G2_cal(delta_t,split(0.01,r)[[2]],split(0.005,r)[[1]]))
#-----
density = function(x, par, t){
  mu = (par[2] - par[3]/2)*t + (0:100) * par[4]
  sig = par[3] * t + (0:100) * par[5]
  lambda = par[1] * t

  den = dpois(0:100, lambda) * dnorm(x, mu, sqrt(abs(sig)))
  return(sum(den))
}
minus_ML = function(par){
  ML = 0
  for (x in r){
    ML = ML + log(density(x, par, delta_t))
  }
  return(-ML)}
#-----
l = split(eps, r) # in our case we took eps=c(0.005 , 0.1)
par_d = G1_cal(delta_t, l[[1]])
par_j = G2_cal(delta_t, l[[2]], par_d)
lambda = function(G, R){
  return(length(G)*252/length(R))
}
lambda = lambda(l[[2]], r)
par0 = c(lambda, par_d, par_j) #initial parameters
par = nmk(par = par0, fn=minus_ML) #Optimize the maximum of likelihood

```

FIGURE C.1 – Code R

```

#Poisson Process Simulation
library(pracma)
Ns=1
T = 1
lambda=10
ngrid = 1000
t=linspace( 0,T,ngrid)
dt=t[2]-t[1]
N=cumsum (rpois(length(t),lambda*dt))
plot(t,N,type = "l",ylab = "Poisson Process Nt",xlab = "time")
#Compound Poisson
Ns=1
T = 1
lambda=10
m=0.5
sd=1
ngrid = 1000
t=linspace( 0,T,ngrid)
dt=t[2]-t[1]
dN=rpois(length(t),lambda*dt)
sumD=m*dN+sd*sqrt(dN)*rnorm( length(t))
Yt=cumsum(sumD)
plot( t,Yt ,type = "l",ylab = "Compound Poisson Process Nt",xlab = "time")

# MJD simulation|
Ns=5000;
dt =1/252;
t=linspace(0 ,(500-1 )*dt , 500)
mu=-0.028372; sigma =sqrt(0.00167); lambda=93;muj =0.00040;
sigmaj =sqrt(0.00017); S0=12420.15
dN=matrix(0,length(t),Ns)
Y=matrix(0,length(t),Ns)
dw=matrix(0,length(t),Ns)
Rsim=matrix(0,length(t),Ns)
set.seed(1)
for (j in 1:Ns){
  for (i in 1:length(t)) {

    dN[i,j]=rpois(1,lambda*dt)
    Y[i,j]=muj*dN[i,j]+sigmaj*sqrt(dN[i,j])*rnorm(1)
    dw[i,j]=sqrt(dt)*rnorm(1)
    Rsim[i,j]=(mu-(sigma^2)/2 )*dt+sigma*dw[i,j]+Y[i,j]
  }
}
plot(t,S0*exp(cumsum(Rsim[,1])), type="l", col="red",ylab = "price",xlab = "time")
for (i in 2:Ns){
  lines(t,S0*exp(cumsum(Rsim[,i])), type="l")
}

```

FIGURE C.2 – Code R pour la simulation du MJD :