



المندوبية السامية للتخطيط
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC
*_**_*
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN
*_**_*_*_*_*_*

INSTITUT NATIONAL
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



Projet de Fin d'Etudes

**Etude de l'impact de l'inflation sur le
provisionnement en assurance non vie**

Préparé par : *M. Salaheddine ASSIM*
M. Anass ELMOUJAOUID

Sous la direction de : *M. Fouad EL ABDI (INSEA)*
M. Achraf LAZRAK (Allianz)

Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du

Diplôme d'Ingénieur d'Etat

Filière : Actuariat-Finance

Devant le jury composé de :

- *M. Fouad MARRI (INSEA)*
- *M. Fouad EL ABDI (INSEA)*
- *M. Achraf LAZRAK (Allianz)*

Résumé

L'assurance est distinguée par l'inversion de son cycle de production, en fait les assurés paient les primes avant la survenance des sinistres. Ce qui oblige les compagnies d'assurance, à constituer les provisions nécessaires pour faire face à ses engagements futurs et que la société soit solvable. Les méthodes de provisionnement classiques n'aboutissent pas aux réserves exactes que-ci certaines hypothèses sont vérifiées parmi lesquelles la stabilité de l'inflation.

L'objectif de notre projet, est l'étude de l'impact de l'inflation sur les provisions en assurance non vie, et sait s'il y a un sous-provisionnement, c'est-à-dire une sous-estimation des réserves.

Dans le commencement, nous allons travailler avec des méthodes classiques afin de les exploiter comme résultat des références pour les parties qui se succèdent. Dans un second temps, nous présentons un modèle qui prend en considération l'effet inflationniste et qui nous indique l'indice qui reflète le mieux notre portefeuille, ensuite nous construisons un modèle de provisionnement qui combine entre le modèle utilisé et la méthode de Chain_Ladder.

Mots-clés

Inflation, Provisionnement, Courbe zéros-coupons, Modèle de Meunier et Lagrange, Sous_provisionnement, Indices des prix sectoriels.

Dédicaces

Je dédie ce travail, comme preuve de respect, de gratitude et de reconnaissance :

- *A mes chers parents, qui n'ont économisé aucun effort afin que je puisse être l'homme que je suis , et qui m'ont toujours aimé et soutenu*
- *A toutes mes sœurs pour leurs encouragements et leurs soutiens.*
- *A mon cher binôme qui sans lui ce travail n'aurait pas vu le jour.*
- *A tout mes amis .*

ASSIM Salaheddine

À ma très chère mère. Je dédie ce travail.

EL MOUJAOUID Anass

Remerciement

En tout premier lieu, nous remercions Dieu, le tout-puissant, de nous avoir donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Nous exprimons notre respect et notre gratitude à l'égard de M. LAZRAK Achraf, pour l'accompagnement et l'encadrement de qualité ainsi que pour la bonne ambiance durant toute la période qui s'est écoulée de mon stage.

Nous adressons notre profonde gratitude à notre encadrant M. Fouad EL ABDI qui nous a honoré d'avoir accepté de nous encadrer sans oublier ses fructueux conseils et remarques tout au long de la réalisation du présent travail.

Nous tenons également à remercier M.MARRI FOUAD, pour avoir accepté d'évaluer ce modeste travail.

Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Table des matières

Résumé	2
Dédicaces	3
Remerciement	4
Introduction	17
1 Contexte et Cadre général du projet	18
1.1 Présentation d'organisme d'accueil :	19
1.1.1 Allianz Maroc :	19
1.1.2 Produit et services d'Allianz Maroc :	20
1.1.3 Chiffres clés :	20
1.1.4 Résultat de placement (actif libre et non libre) :	21
1.1.5 Conseil d'administration :	21
1.1.6 Membres de la comité d'audit :	22
1.1.7 MANAGEMENT :	22

1.2	Généralité de l'assurance non vie :	23
1.2.1	L'inversion du cycle de production :	24
1.2.2	Définition générale des provisions techniques :	25
1.2.3	Provisions techniques en non vie :	25
1.2.4	Les provisions pour sinistres à payer :	25
1.2.5	Provisions pour risque en cours :	25
1.2.6	Provisions pour risque en cours :	26
1.3	L'inflation :	26
1.3.1	Introduction à l'inflation :	26
1.3.2	Évolution modérée des prix à la consommation au Maroc au cours de la période 2000-2021 :	26
1.3.3	Les causes de l'inflation :	27
1.3.4	Conséquence de l'inflation :	27
1.3.5	Mesures de l'inflation :	28
1.3.6	L'inflation et l'assurance :	28
1.4	Description des portefeuilles d'assurance étudiés :	29
2	Provisionnement en assurance non vie	34
2.1	Cadre théorique :	35
2.1.1	Les méthodes déterministes :	38
2.1.2	La méthode de Chain Ladder :	38
2.1.3	London Chain :	41
2.1.4	Avantages et limites des méthodes déterministes :	42
2.1.5	Les méthodes Stochastiques :	43

2.1.6	méthode de Mack :	43
2.1.7	Méthode de Bootstarp-variante chain-ladder :	45
2.2	Cadre pratique :	46
2.2.1	Exemple d'Application : Chain Ladder	46
2.2.2	Exemple d'Application : London Chain.	51
2.2.3	Exemple d'Application : Méthode de Mack.	54
2.2.4	Exemple d'Application : Bootstrap variante Chain Ladder.	55
2.3	Automatisation du calcul :	56
3	Méthode de provisionnement tenant en compte l'inflation	59
3.1	Méthode de séparation de Taylor :	60
3.2	Application de la méthode de séparation de Taylor aux catégories d'assurance :	63
3.3	Modélisation de l'inflation des règlements :	64
3.3.1	Méthode de maximum de vraisemblance :	64
3.3.2	Application de la méthode sur les usages d'assurances :	66
3.3.3	Résultat du modèle amélioré pour chaque Usage :	71
3.4	Estimation des niveaux d'inflation future :	72
4	Intégration de l'inflation dans le calcul du réserve	76
4.1	Elaboration du taux d'actualisation :	77
4.1.1	Définition de la courbe des taux zéro-coupon :	77
4.1.2	La construction de la courbe zero coupon	77
4.1.3	La méthodologie de construction :	78

4.1.4	Interpolation linéaire :	80
4.2	Construction d'un modèle de provisionnement :	82
4.2.1	Application pratique	85
Annexe		89
A	Visualisation des indices :	90
A.1	Voitures automobiles :	90
A.2	Motocycles	91
A.3	Bicyclettes	91
A.4	Pièces de rechanges et accessoires pour véhicules de tourisme	92
A.5	Carburants Et Lubrifiant Pour Véhicules De Tourisme	93
A.6	Entretien et réparation de véhicules particuliers	94
A.7	Services divers liés aux véhicules particuliers	94
A.8	Transport routier de passagers	95
A.9	Appareils électriques pour soins corporels	96
A.10	IPC :	96
B	Résultat de la méthode de séparation de Taylor :	98
C	Résultat de la modélisation des facteurs d'inflation :	105

liste des figures

1	Figure1 :RÉPARTITION DES PRIMES BRUTES ÉMISES PAR BRANCHE . . .	21
2	Figure2 :Comparaison des RÉSULTAT DE PLACEMENT pour les années 2019 et 2020	21
3	Figure3 :Evolution de l'indice de l'inflation au Maroc	27
1	Figure4 :Durée de vie d'un sinistre.	35
2	Figure5 :Courbe des facteurs de developpement	47
3	Figure 6 : Année de développement n+1 en fonction de l'année de dévelop- pement n avec n varie entre 0 et 21	49
4	Figure 7 :Application R shiny pour Chain Ladder	57
5	Figure 8 : Application R shiny pour des méthodes classiques	58
1	Figure9 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode du maximum de vraisemblance appliquée à A_TPL_DC . . .	68
2	Figure10 : QQ plot des résidus relatif au contrat A_TPL_DC	69
3	Figure11 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	70
4	Figure12 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblanceappliquée a C2_TPL_DC	72

1	Figure13 :les transactions sur les bons de tresor	78
2	Figure14 :Taux actuariel	79
3	Figure15 :Taux actuariels pour des maturités spécifiques.	80
4	Figure16 :La courbe du taux zero coupon	81
1	Figure17 :Evolution de l'indice 'Voiture Auto' par rapport aux temps	90
2	Figure18 :Evolution du taux associee a l'indice 'Voiture Auto' par rapport aux temps	90
3	Figure19 :Evolution du taux associee a l'indice 'Motocycles' par rapport aux temps	91
4	Figure20 :Evolution de l'indice 'Motocycles' par rapport aux temps	91
5	Figure21 :Evolution de l'indice 'Bicyclettes' par rapport aux temps	92
6	Figure22 :Evolution du taux associee a l'indice 'Bicyclettes' par rapport aux temps	92
7	Figure23 :Evolution du taux associee a l'indice Pièces de rechanges et ac- cessoires pour véhicules de tourisme par rapport aux temps	93
8	Figure24 :Evolution de l'indice 'Pièces de rechanges et accessoires pour vé- hicules de tourisme' par rapport aux temps	93
9	Figure25 :Evolution de l'indice Carburants Et Lubrifiant Pour Véhicules De Tourismepar rapport aux temps	93
10	Figure26 :Evolution du taux l'indice 'Carburants Et Lubrifiant Pour Véhi- cules De Tourisme' par rapport aux temps	93
11	Figure27 :Evolution du taux associee a l'indice Entretien etréparation de véhicules particuliers' par rapport aux temps	94

12	Figure28 :Evolution de l'indice 'Entretien et réparation de véhicules particuliers' par rapport aux temps	94
13	Figure29 :Evolution de l'indice Services divers liés aux véhicules particuliers par rapport aux temps	95
14	Figure30 :Evolution du taux associee a l'indice 'Services divers liés aux véhicules particuliers' par rapport aux temps	95
15	Figure31 :Evolution de l'indice Transport routier de passagers par rapport aux temps	95
16	Figure32 :Evolution de l'indice 'Transport routier de passagers' par rapport aux temps	95
17	Figure33 :Evolution de l'indice Appareils électriques pour soins corporels par rapport aux temps	96
18	Figure34 :Evolution du taux associee a l'indice 'Appareils électriques pour soins corporels' par rapport aux temps	96
19	Figure35 :Evolution de l'indice 'indice de prix a la consommation' par rapport aux temps	97
20	Figure36 :Evolution du taux associe l'indice 'indice de prix a la consommation' par rapport aux temps	97
1	Figure37 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée a D1_TPL_DC	107
2	Figure38 :Q-Q plot des résidus relatif aux contrat D1_TPL_DC	107
3	Figure39 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	108
4	Figure40 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à D1_TPL_DM	109

5	Figure41 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat D1_TPL_DM	110
6	Figure42 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	110
7	Figure43 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblanceappliquée a C2_TPL_DC	112
8	Figure44 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C2_TPL_DC	112
9	Figure45 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	113
10	Figure46 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à C2_TPL_DM	115
11	Figure47 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C2_TPL_DM	115
12	Figure48 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	116
13	Figure49 :Résultat du test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à C1_TPL_DC .	118
14	Figure50 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C1_TPL_DC	118
15	Figure51 :Régression des résidus sur l'indice Carburant	119
16	Figure52 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblanceappliquée a C1_TPL_DM	121
17	Figure53 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C1_TPL_DM	121
18	Figure54 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	122
19	Figure55 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à A_TPL_DM	124
20	Figure56 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat A_TPL_DM	124
21	Figure57 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles	125

liste des tableaux

1.1	Tableau 1 :Tableau des usages	29
1.2	Tableau 2 :Les portefeuilles étudiés	30
2.1	Tableau 3 : partie supérieure du triangle de liquidation	36
2.2	Tableau 4 : triangle de liquidation complet	37
2.3	Tableau5 :Facteurs du developpement en fonction des années du dévelo- pement	47
2.4	Tableau6 : Provisions Chain_Ladder pour A_TPL_DC	48
2.5	Tableau 7 : l'écart type sur la moyenne du D-Triangle	50
2.6	Tableau 8 : Provisions Chain_Ladder pour chaque usage	51
2.7	Tableau 9 : Estimation des λ_j et β_j correspondants à chaque année de dévelo- ppement	52
2.8	Tableau 10 : Provision de London Chain pour A_TPL_DC	53
2.9	Tableau 11 : Provision de London Chain pour chaque Usage	54
2.10	Tableau 12 : les provisions et les erreurs de prédictions obtenues par la méthode de de Mack.	55

2.11	Tableau 13 : les provisions et les erreurs de prédiction obtenues par la méthode de Bootstrap	56
3.1	Tableau 14 : Méthode de separation de Taylor	62
3.2	Tableau 15 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage A_TPL_DC . . .	63
3.3	Tableau 16 : Estimation des paramètres de chaque indice pour l'Usage A_TPL_DC	67
3.4	Tableau 17 : Le meilleur indice correspondant à chaque catégorie d'assurance	71
3.5	Tableau 18 : Triangle des règlements complets en utilisant les facteurs d'inflation	73
3.6	Tableau 19 :Provisions obtenues par Chain_Ladder et la méthode de Taylor avec projection du taux d'inflation cristallisée	74
4.1	Tableau 20 : provisions obtenus par le modèle construit et l'écart avec la méthode de Chain_Ladder	85
B.1	Tableau 21 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage A_TPL_DM . . .	99
B.2	Tableau 22 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage C1_TPL_DC . .	100
B.3	Tableau 23 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage C1_TPL_DM . .	101
B.4	Tableau 24 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage C2_TPL_DM . .	102
B.5	Tableau 25 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage D1_TPL_DC . .	103
B.6	Tableau 26 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage D1_TPL_DM . .	104
C.1	Tableau 27 :Estimation des paramètres de chaque indice pour D1_TPL_DC .	106
C.2	Tableau 28 :Estimation des paramètres de chaque indice pour D1_TPL_DM	109

C.3	Tableau 29 :Estimation des paramètres de chaque indice pour C2_TPL_DC .	111
C.4	Tableau 30 :Estimation des paramètres de chaque indice pour C2_TPL_DM	114
C.5	Tableau 31 :Estimation des paramètres de chaque indice pour C1_TPL_DC .	117
C.6	Tableau 32 :Estimation des paramètres de chaque indice pour C1_TPL_DM	120
C.7	Tableau 33 :Estimation des paramètres de chaque indice pour A_TPL_DM . .	123

Introduccion

Les méthodes de provisionnement classiques n'aboutissent pas aux réserves exactes que si certaines hypothèses sont vérifiées parmi lesquelles la stabilité de l'inflation. Dans la réalité, il se peut qu'elle ne le soit pas. Ce qui nous mène à prendre en considération la violation de cette hypothèse et de l'intégrer dans le cadre du provisionnement.

En fait, les estimations des facteurs de développement stipulent que l'inflation passée est constante et qu'elle le restera dans le futur, alors un changement va varier les réserves finales ce qui va provoquer un sous sur provisionnement. En effet, au moment de règlement d'un sinistre l'assureur estime les frais d'indemnisation, cependant ces facteurs changent d'une année à l'autre.

Pour pallier cet enjeu, on cherche à étudier l'effet de l'inflation sur l'estimation des réserves. Pour ce faire, on recourt à la méthode de séparation de Taylor qui consiste à extraire les facteurs exogènes des règlements, la stratégie de cette méthode nous engendre des facteurs d'inflation sur les données historiques, mais ne tiennent pas en compte le calcul de la partie inférieure du triangle de liquidation ou l'estimation des réserves.

Notre étude présente un modèle des règlements qui relie les coefficients de Taylor à un taux d'inflation de référence dont les évolutions reflétant le mieux les provisions pour la catégorie d'assurance considérée. L'objectif est de tester une plage du taux d'inflation, chacun est basé sur un indice économique afin de choisir le taux qui influence le mieux notre modèle c'est-à-dire qui a la plus grande influence sur les réserves du contrat d'assurance associée. Ce qui va détecter l'impact de l'effet calendaire inflationniste sur l'incertitude des réserves estimées.

Chapitre **1**

Contexte et Cadre général du projet

1.1 Présentation d'organisme d'accueil :

Dans cette partie, il y a une présentation de l'organisme d'accueil « Allianz Maroc », c'est une filiale de la société Allianz SE de Munich, en Allemagne. Internationalement, Allianz a un classement très important dans les pôles financiers. Cette compagnie a plus de 85 millions assurés particuliers et entreprises. Elle est présentée dans 15 pays africains via Allianz Africa, Allianz Egypte, Allianz Global Corporate Specialty et Euler Hermes Acmar.

Allianz SE et ses filiales (Allianz group) proposent des produits en plusieurs catégories d'assurances parmi lesquels l'assurance vie/santé, non vie, et de gestion d'actifs. Les opérations sont divisées selon les produits et les services en fonction de leurs gestions : activités d'assurance, activités de gestion d'actifs et activités corporate et autres. Les activités d'assurance sont divisées en deux branches : Non Vie et Vie/santé, en raison des risques et de l'allocation des capitaux, ainsi la différence dans la nature des produits.

1.1.1 Allianz Maroc :

Principalement, Allianz développe ses activités dans le secteur des assurances Non vie/santé et sur l'assurance-vie. Elle s'engage avec ses clients de leur assurer des risques et se prémunir contre l'imprévu. Le siège Allianz maroc présente un cœur de métier de l'assurance, avec un réseau de plus de 150 agents généraux réparti sur tout le Maroc, qui offrent un conseil et un accompagnement en cas de sinistre. Il y a plus de 600000 clients au Maroc, elle est considérée parmi les compagnies les plus profitables du marché vu la contribution et l'amélioration continue de ses produits et de ses services.

1.1.2 Produit et services d'Allianz Maroc :

Principalement, Allianz occupe quatre branches :

- l'assurance-dommages : elle assure les biens de l'individu et les dommages qu'elle pourrait causer à autrui, c'est l'assurance du patrimoine, en général il se compose de l'assurance RC, et l'assurance des biens appartenant à l'assuré.
- l'assurance-vie, épargne, retraite : c'est un outil de transmission de capital en cas de décès ou un outil d'épargne en cas de vie.
- l'assurance santé : la finalité de ce produit est de se protéger contre les risques liés à la maladie.
- la gestion des actifs : cette activité est centrée sur la gestion des capitaux en tenant compte des aspects réglementaires et contractuels.

1.1.3 Chiffres clés :

Au titre de l'exercice 2020, les primes émises atteignent 1 572 millions de dirhams, elle est connue une progression de 92 millions de dirhams soit une augmentation de 6,22% par rapport à l'exercice 2019. La part du marché globale est 3.3% en 2020, en vie : 152%, en progression par rapport à 2019 suite au développement des produits IMTYAZ. En Non-Vie : -9,6%, en régression par rapport à 2019. Les primes brutes émises par branche au titre de l'exercice 2020 se présentent comme suit :

- Branche Non-Vie : 1 206 millions de Dirhams (soit 76,72% du chiffre d'affaires).
- Branche Vie : 366,03 millions de Dirhams (soit 23,28% du chiffre d'affaires).

Branche	Branche / sous - branche	Primes émises	Part dans le total des primes émises
	Branche Vie	366,03	23,28%
20	Garantie contre les conséquences d'événements catastrophiques prévue à l'article 64-1 de la loi n°17-99	32,36	2,06%
21	Individuelles accidents - Maladie - Invalidité	159,54	10,15%
22	Accidents de Travail et Maladies Professionnelles	110,49	7,03%
23	Automobile	683,47	43,47%
24	Responsabilité Civile Générale	44,85	2,85%
25	Incendie - Eléments Naturels	90,49	5,76%
26	Risques Techniques	16,38	1,04%
27	Maritime - Marchandises transportées	40,45	2,57%
28	Autres	28,22	1,79%
	Branche Non-Vie	1 206,45	76,72%
	Total Primes Émises	1 572,27	100,00%

Figure1 : RÉPARTITION DES PRIMES BRUTES ÉMISES PAR BRANCHE

1.1.4 Résultat de placement (actif libre et non libre) :

En 2020 le résultat de placement a été 124 million de dirhams, en baisse par rapport à 2019 à cause de la baisse des dividendes des actions influencées par la crise sanitaire du COVID-19.

Non Vie & Vie	FY 2019	FY 2020	Variation
Revenus nets	146	120	-17%
Provisions pour dépréciation	7,2	-10,5	NA
+/- Values	-11	15	NA
Résultat total des placements	142	124	- 17,3%
Actif moyen (hors immobilier)	4197	4373	+4,1%
Rendement récurrent	3,48%	2,74%	-0,74 Pts
Rendement Total annualisé	3,38%	2,84%	-0,54 Pts

Figure2 : Comparaison des RÉSULTAT DE PLACEMENT pour les années 2019 et 2020

1.1.5 Conseil d'administration :

Jacques RICHIER Président - Échéance du mandat : À l'issue de l'Assemblée Générale Ordinaire qui statuera sur les comptes de l'exercice clos le 31/12/2021.

Joerg WEBER Administrateur Directeur Général - Échéance du mandat : À l'issue de l'Assemblée Générale Ordinaire qui statuera sur les comptes de l'exercice clos le 31/12/2020.

Amine BENABBOU Administrateur - Échéance du mandat : À l'issue de l'Assemblée Générale Ordinaire qui statuera sur les comptes de l'exercice clos le 31/12/2024.

Coenraad VROLIJK Administrateur - Échéance du mandat : À l'issue de l'Assemblée Générale Ordinaire qui statuera sur les comptes de l'exercice clos le 31/12/2024.

Daniel HAEFELI Administrateur - Échéance du mandat : À l'issue de l'Assemblée Générale Ordinaire qui statuera sur les comptes de l'exercice clos le 31/12/2020.

1.1.6 Membres de la comité d'audit :

Coenraad VROLIJK et Anuj AGARWAL occupent une part au Comité d'Audit : Le Directeur Général, l'Auditeur Interne et les Commissaires aux Comptes, mais sans droit de vote.

1.1.7 MANAGEMENT :

l'assemblée générale est composée d'une équipe du management décrite de la manière suivante :

- Joerg WEBER : Directeur Général
- Adja SAMB : Operations/Marketing et Communication, ad Intérim [U+F0D8] Ainane ABBOUDI : Souscription
- Amine EL KERNIGHI : Segment Particuliers et Petites Entreprises
- Christian CARLES : Segment Moyennes et Grandes Entreprises
- Hind MECHBAL : Organisation et Systèmes d'Information
- Lamya NASSOH : Ressources Humaines
- Nadia BENJELLOUN : Sinistres
- Sanae BENSOUDA : Finance

- Tawfik BENZHA : Secrétaire Général Juridique et Conformité
- Rawya Boudou : Audit Interne

1.2 Généralité de l'assurance non vie :

Dans ce mémoire, nous allons travailler sur l'impact de l'inflation sur les méthodes de provisionnement en assurance non vie, donc on est invités à définir les termes associés à l'assurance non-vie.

Comme tout contrat d'assurance, l'exercice d'une telle activité nécessite un agrément administratif. L'assurance non-vie est composée des branches ci-dessous :

- Accidents
- Maladie
- Corps de véhicules terrestres
- Corps de véhicules ferroviaires
- Corps de véhicules aériens
- Corps de véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
- Marchandises transportées
- Incendie et éléments naturels
- Autres dommages aux biens
- R.C. véhicules terrestres automoteurs
- R.C. véhicules aériens
- R.C. véhicules maritimes, lacustres et fluviaux
- R.C. générale
- Crédit

- Caution
- Pertes pécuniaires diverses
- Protection juridique
- Assistance

Selon le plan technique, on peut distinguer trois grandes formes d'assurance non-vie :

- les assurances de responsabilité : le préjudice subi par l'assuré résulte des conséquences pécuniaires de la mise en cause de sa responsabilité à la suite de dommages causés à autrui et dont l'assuré est juridiquement responsable (Responsabilité civile R.C.);
- les assurances de personnes (accident, maladie) : le préjudice subi par l'assuré provient d'une atteinte à sa personne physique suite d'un accident mortel ou de la maladie;
- les assurances de choses ou de biens : le préjudice provient d'une atteinte aux biens de l'assuré.

1.2.1 L'inversion du cycle de production :

Contrairement aux industries, l'assurance est distinguée par l'inversion de son cycle de production, en fait les assurés paient les primes avant la survenance des sinistres. Ainsi, il se peut qu'il y ait un décalage entre la survenance du sinistre et le règlement de ce dernier.

Ce qui oblige les compagnies de l'assurance, d'établir le tarif nécessaire pour la couverture d'un risque, ainsi la constitution des provisions nécessaires pour faire face à ses engagements futurs et que la société soit solvable.

1.2.2 Définition générale des provisions techniques :

Les provisions techniques est le montant que l'assureur doit mettre en réserve pour faire face aux engagements futurs. L'enjeu des provisions est l'estimation des prestations que l'assureur doit verser aux assurés.

En assurance non vie, il n'y'a pas de règles directes pour le calcul des provisions, mais leurs déterminations nécessitent l'utilisation des outils mathématiques et statistiques. La seule règle nécessaire est que ces provisions soient suffisantes pour le règlement des engagements vis-à-vis les assurés.

1.2.3 Provisions techniques en non vie :

Les provisions techniques pour les opérations d'assurance non vie, sont les suivantes :

1.2.4 Les provisions pour sinistres à payer :

Elles désignent les provisions servant à faire face aux sinistres dont le règlement des charges-y afférentes n'a pas encore été effectué. Ainsi, on peut dire que c'est le montant des dépenses pour sinistres non réglés ou celui des dépenses pour sinistres réglés restants à payer à la date de l'inventaire. Cette provision se calcule exercice par exercice, elle est constitué d'une provision dossier par dossier pour les sinistres connus, et d'une provision pour les sinistres survenus mais non déclaré (IBNR=Incurred but not reported).

1.2.5 Provisions pour risque en cours :

$$PSAP = ProvisionDossier / Dossier + IBNR.$$

1.2.6 Provisions pour risque en cours :

C'est la provision qui cherche à couvrir les contrats en cours, la charge des sinistres durant la période s'écoulant entre la date de l'inventaire et le terme du contrat.

1.3 L'inflation :

Dans le cadre de notre étude, nous allons étudier l'impact de l'effet inflationniste sur les provisions en assurance non vie, donc il est nécessaire de présenter l'inflation.

1.3.1 Introduction à l'inflation :

L'inflation est la hausse continue et générale du niveau des prix. Elle est mesurée, entre autres, par l'indice des prix à la consommation. Cet indice est calculé mensuellement sur la base d'un panier représentatif de la consommation des ménages.

1.3.2 Évolution modérée des prix à la consommation au Maroc au cours de la période 2000-2021 :

Durant les 20 dernières années, l'évolution de l'indice des prix a connu une tendance relativement modérée de la hausse des prix. En effet, l'indice des prix à la consommation n'a pas dépassé la barre de 2,0% sauf pour les années 2002, 2006 et 2008 respectivement de 2,8%, 3,3% et 3,9%.

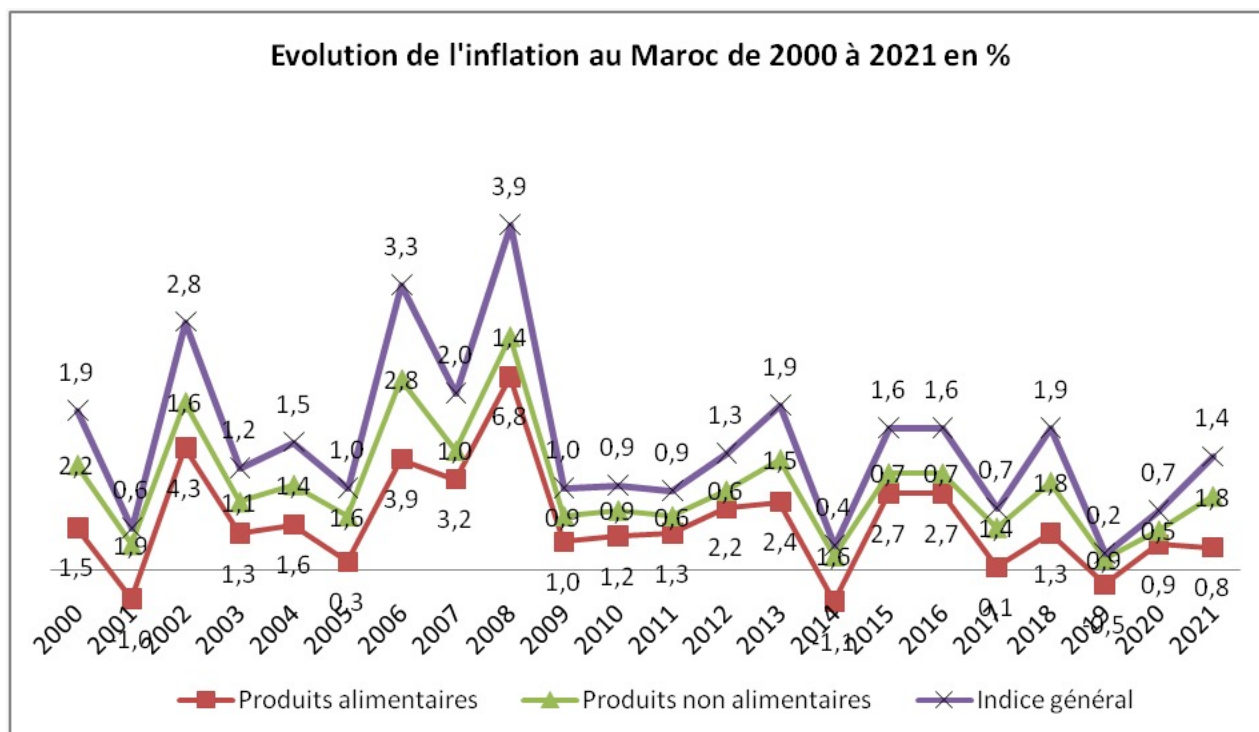


Figure3 :Evolution de l'indice de l'inflation au Maroc

1.3.3 Les causes de l'inflation :

L'inflation est engendrée par plusieurs phénomènes qui peuvent agir séparément ou en combinaison. En effet, elle est due à plusieurs facteurs : l'augmentation excessive de la masse monétaire qui crée un déséquilibre, une demande supérieure à l'offre, financement de la dette publique par la banque centrale, ainsi une augmentation des prix des matières premières d'importation.

1.3.4 Conséquence de l'inflation :

L'effet inflationniste comporte des avantages et des inconvénients. Certainement, l'inflation est défavorable aux détenteurs des valeurs monétaires concernées, créateurs imprévoyants, exportateurs, en effet elle pénalise les épargnants et elle fait baisser le pouvoir d'achat sans oublier le grand dégât sur le commerce extérieur en rendant les produits

relativement plus chers à l'étranger, ainsi elle entraîne des taux d'intérêt élevés, qui n'incitent pas les ménages au crédit à la consommation. D'autre part, l'inflation est favorable aux détenteurs d'actifs et de stocks, crédateurs ayant fait preuve d'anticipation, débiteurs, importateurs et acheteurs de produits importés, en effet l'inflation profite aux emprunteurs car elle allège leur dette, Les entreprises voient leur chiffre d'affaire augmenter ainsi L'inflation masque la baisse du pouvoir d'achat.

1.3.5 Mesures de l'inflation :

L'inflation se calcule à l'aide d'un indice des prix à la consommation (IPC), elle signifie la variation du coût d'un panier de biens et de services qui sont achetés par des groupes spécifiques de ménages. Généralement, Cet indicateur est mesuré par son taux de croissance annuel et exprimé sous forme d'indice. Entre deux dates u et t ($u > t$) on définit le taux d'inflation comme suit :

$$i_{u,t} = \frac{IPC_u - IPC_t}{IPC_t} \text{ Avec } IPC_t, \text{ la valeur de l'IPC en date } t$$

1.3.6 L'inflation et l'assurance :

L'inflation a un impact sur l'activité d'assurance, elle affecte l'actif ainsi que le passif du bilan. Dans notre mémoire, on se concentre sur le passif du bilan. Au passif, l'inversion du cycle de production conduit généralement l'assureur à encaisser les primes, avant de régler, parfois plusieurs années après l'exercice de couverture, les sinistres qui subissent directement la hausse des prix des différentes composantes de la prestation. En effet, au moment du règlement d'un sinistre l'assureur estime les frais d'indemnisation, cependant ces facteurs changent d'une année à l'autre. En effet, pour un même sinistre survenant à des dates différentes, les montants versés en guise d'indemnisation sont sensiblement différents. De manière générale, les montants des règlements augmentent avec le temps.

Ceux-ci peuvent dépendre de divers facteurs : la réglementation, l'évolution de la médecine, le coût de la main d'œuvre. Pour se protéger de l'inflation, les assureurs cherchent à corriger l'inflation et d'étudier l'influence de cette correction sur l'estimation des réserves, et éviter les problèmes de sur/sous provisionnement.

1.4 Description des portefeuilles d'assurance étudiés :

Dans cette partie, nous présentons les portefeuilles utilisés dans notre étude. Nous disposons de huit portefeuilles de quatre usages repartis comme ci-dessus :

Usage	Signification
A	Tourisme
C1	Commerce -3,5T
C2	Commerce +3 , 5T
D1	Vehicules a deux ou trois roues

Tableau 1 :Tableau des usages

On note par :

— **DC** : Dommages Corporels

— **DM** : Dommages matériels

Ainsi nous disposons des huit portefeuilles suivants :

portefeuilles étudiés
A_TPL_DC
A_TPL_DM
C1_TPL_DC
C1_TPL_DM
C2_TPL_DC
C2_TPL_DM
D1_TPL_DC
D1_TPL_DM

Tableau 2 :Les portefeuilles étudiés

Pour chaque portefeuille , Nous avons deux triangles de liquidation :

- le premier concerne les règlements de sinistre.
- le deuxième représente le nombre de sinistre déclaré.

les triangles contiennent 21 années de développement qui correspondent à des années de survenances allant de 2001 jusqu'à 2022.

Parallèlement, nous allons travailler sur des données externes à savoir les indices des prix sectoriels qui vont nous servir de quantifier les provisions en tenant compte de l'inflation,

Pour se faire nous avons collecté huit indices sectoriels des prix à base 100 au 1/1/2006 à savoir :

— **Voitures automobiles** : cet indice sectoriel contient le commerce de véhicules que ce soit neufs ou usagés.

pour le transport des personnes il y a les véhicules automobiles, qui contiennent les véhicules spéciaux tels qu'ambulances, minibus. (3,5 tonnes ou moins)

Elle comprend aussi le commerce de gros et de détail de véhicules automobiles tout terrain (3,5 tonnes ou moins)

— **Motocycles** : Cette sous-classe comprend la fabrication de motocycles, de cyclomoteurs et de cycles équipés d'un moteur auxiliaire

les moteurs pour motocycles

la fabrication de side cars

les parties et d'accessoires pour motocycles

— **Bicyclettes** : cette sous-classe comprend la fabrication de bicyclettes, de triporteurs et autres cycles, sans moteur

les bicyclettes et tricycles utilisés par les enfants

les parties d'accessoires de bicyclettes

les véhicules nvalides, avec ou sans moteur

les parties d'accessoires de véhicules pour invalides

la fabrication de poussettes

— **Pièces de rechanges et accessoires pour véhicules de tourisme** : elle comprend Pneus que ce soient neufs ou d'occasion, batteries, des pièces qui ne sont pas attachés aux véhicules ou des accessoires pour véhicules personnels.

Elle comprend les extincteurs pour le matériel de transport ; produits spécifiques qui ont pour objectif le nettoyage et l'entretien des équipements du véhicule à savoir la peinture, le nettoyage des chromes, produits pour la carrosserie motos.

- **Carburants et lubrifiants pour véhicules de tourisme** : Cet indice contient les prix à la consommation Essence et autres carburants tels que diesel, gaz de pétrole liquéfié, ainsi l'usage de l'alcool et des mélanges en ce qui concerne les lubrifiants, liquides de frein et de transmission, liquides de refroidissement .
- **Entretien et réparation de véhicules particuliers** : C'est les services pour l'entretien et la réparation de véhicules personnels comme : montage de pièces et accessoires, équilibrage des roues, visite de contrôle, services de dépannage, , graissage et lavage vidange.
- **Entretien et réparation de véhicules particuliers** : C'est les services pour l'entretien et la réparation de véhicules personnels comme : montage de pièces et accessoires, équilibrage des roues, visite de contrôle, services de dépannage, , graissage et lavage vidange.
- **Services divers liés aux véhicules particuliers** : elle signifie les locations de garages ou de places de parking non liées à l'habitation (ponts, tunnels, autoroutes); leçons de conduite, examens de conduite et permis de conduire; contrôle technique; location de véhicules personnels sans chauffeur
- **Transport routier de passagers** : Elle correspond aux transports individuels et collectifs de personnes et de bagages par autobus, autocar, taxi et voiture de location avec chauffeur
- **Appareils électriques pour soins corporels** : ils désignent les rasoirs et les tondeuses électriques, sèche-cheveux à usage casque, fers à friser lampes à bronzer, vibromasseurs, brosses à dents électriques et autres appareils électriques pour l'hygiène dentaire.

Pour voir l'évolution des indices au cours du temps , nous allons effectuer des visualisations pour chacun d'eux bien que les taux associés à ces indices. (**Voir Annexe A**)

Remarque :

La base de données est confidentielle, donc nous avons fait une transformation linéaire sur les données.

Chapitre **2**

Provisionnement en assurance non vie

2.1 Cadre théorique :

Comme nous avons évoqué, le cycle de production est inversé, ce qui invite les assureurs à constituer les provisions afin de régler les sinistres.

L'assureur indemnise l'assuré dans le cas de survenance d'un sinistre, en contrepartie le bénéficiaire du contrat paie une prime.

Dans le cas de la survenance du sinistre durant la période de couverture, alors l'assureur qui s'en charge du règlement du sinistre. Ce dernier suit des étapes bien précises : la survenance, la déclaration, le paiement et la clôture.

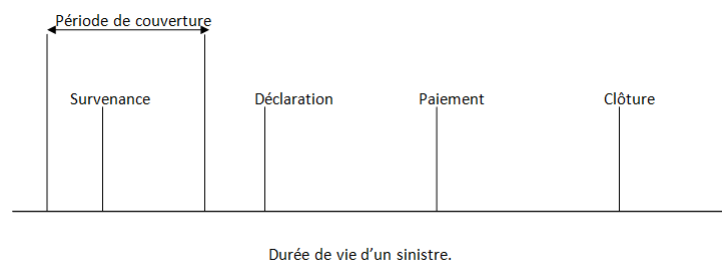


Figure4 :Durée de vie d'un sinistre.

Pour l'estimation des règlements futurs, les compagnies d'assurance utilisent les méthodes de provisionnement, ces valeurs estimatives ne concernent pas seulement les sinistres survenus et déclarés, mais encore les IBNR (Incurred But Not Reported) : les sinistres survenus non déclarés.

Triangle de liquidation :

Dans la suite de notre rapport, nous utilisons les notations suivantes :

- n : nombre maximale d'années pour régler un sinistre en totalité.
- i : l'indice d'une année de survenance , $i \in \{1, \dots, n\}$
- j : l'indice d'une année de développement , $j \in \{1, \dots, n\}$

- $Y_{i,j}$: Les paiements non cumulés survenus l'année i , et payé l'année $i + j - 1$
- $C_{i,j}$: Les paiements non cumulés survenus l'année i , et réglé l'année $i + j - 1$

On dispose initialement d'un triangle non cumulé, on le rend cumulé avec la formule suivante :

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j Y_{i,k}$$

nous aurons le triangle suivant :

Année d'origine	Délai de règlement								
	0	1	...	j	...	n - i	...	n - 1	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$...	$C_{0,j}$...	$C_{0,n-i}$...	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n-i}$...	$C_{1,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$...	$C_{i,j}$...	$C_{i,n-i}$			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					
n - j	$C_{n-j,0}$	$C_{n-j,1}$...	$C_{n-j,j}$					
⋮	⋮	⋮							
n - 1	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$							
n	$C_{n,0}$								

Tableau 3 : partie supérieure du triangle de liquidation

L'objectif est déterminer la partie inférieure, c'est-à-dire il faut trouver $\widehat{C}_{l,j}$ pour $i + j \geq n + 2$,

Année d'origine	Délai de règlement								
	0	1	...	j	...	n - i	...	n - 1	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$...	$C_{0,j}$...	$C_{0,n-i}$...	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n-i}$...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$...	$C_{i,j}$...	$C_{i,n-i}$...	$C_{i,n-1}$	$C_{i,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - j	$C_{n-j,0}$	$C_{n-j,1}$...	$C_{n-j,j}$...	$C_{n-j,n-i}$...	$C_{n-j,n-1}$	$C_{n-j,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - 1	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$...	$C_{n-1,j}$...	$C_{n-1,n-i}$...	$C_{n-1,n-1}$	$C_{n-1,n}$
n	$C_{n,0}$	$C_{n,1}$...	$C_{n,j}$...	$C_{n,n-i}$...	$C_{n,n-1}$	$C_{n,n}$

Tableau 4 : triangle de liquidation complet

L'estimation des $\widehat{C}_{i,j}$ nous permettra de calculer la provision correspondante à chaque année, et la réserve totale. Pour obtenir le montant des provisions, nous devons estimer les montants de la partie inférieure du triangle de liquidation à partir de l'information disponible dans la partie supérieure de celui-ci.

La provision pour l'année i, est donnée par :

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$$

La réserve totale est donc :

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i = \sum_{i=1}^n (\hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1})$$

Dans notre mémoire, nous allons utiliser des méthodes déterministes et stochastiques, pour l'estimation de la partie inférieure, ainsi les calculs des provisions. On commence par présenter la théorie des méthodes stochastiques et déterministes qu'on va utiliser dans la suite de notre rapport.

2.1.1 Les méthodes déterministes :

Ce sont des méthodes qui se basent sur la stabilité des périodes entre la survenance et le règlement, et ignorent l'effet de l'inflation et le changement de structure de portefeuille, sur une durée suffisamment longue les méthodes déterministes sont les premiers outils intéressants pour faire des provisions en se basant sur les règlements du passé.

Dans cette partie, nous allons présenter la théorie de l'ensemble des méthodes déterministes que l'on va utiliser dans notre mémoire, en fait ces données sont basées sur des méthodes qui ne sont pas variables. L'utilisation de ces méthodes est sensible à des hypothèses bien précises. -Stabilité de la gestion du portefeuille. -la structure du portefeuille ne se change pas. -le délai écoulant entre la survenance d'un sinistre et le règlement reste stable, quel que soit l'exercice de survenance. Nous allons travailler sur les méthodes suivantes :

- Méthode de chain-ladder.
- Méthode de london-chain.

2.1.2 La méthode de Chain Ladder :

La méthode de chain-ladder est l'une des méthodes standard les plus utilisées sur les marchés grâce à sa simplicité. Cette méthode est basée sur des ratios de passage par durée

de développement sur des données mises sous forme d'un triangle. On peut l'appliquer à toute forme de triangle que ce soit de dépense, de charge, ou de nombre de sinistres. Pour notre cas, on va l'appliquer au triangle de paiement cumulé.

Hypothèses :

Chain-ladder repose sur les deux hypothèses suivantes :

(H1) : Pour tout i, i' dans $\{1, \dots, n\}$ tels que $i \neq i'$: $\{C_{i,1}, \dots, C_{i,n}\}$ et $\{C_{i',1}, \dots, C_{i',n}\}$ sont indépendants.

(H2) : Pour tout j dans $\{1, \dots, n-1\}$, il existe un paramètre λ_j tel que pour tout i dans $\{1, \dots, n\}$:

$$C_{i,j+1} = \lambda_j \cdot C_{i,j}$$

Principe du calcul :

L'idée c'est que l'évolution des sinistres est régie par des facteurs de développement qui ne dépendent pas des années de survenance.

$$C_{i,j+1} = \lambda_j \cdot C_{i,j}$$

Disposant d'un triangle de n années, l'estimateur du facteur du déroulement λ_k est donné par :

$$\hat{\lambda}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}} \quad \text{Pour } k=1, \dots, n-1$$

Ainsi à partir de ces conditions et de l'estimation des facteurs des facteurs de dévelop-

pement, nous pouvons maintenant compléter la partie inférieure du paiement cumulé :

$$\forall i, j \in \{1, \dots, n\}, \quad C_{i,j} = C_{i,n-i} \cdot \prod_{k=n-i}^{j-1} \lambda_k$$

Nous déterminons maintenant les provisions par année de survenance et la provision totale :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad \hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$$

Le montant total des réserves est :

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i = \sum_{i=1}^n (\hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1})$$

Critiques de la méthode Chain Ladder :

Malgré sa simplicité de comprendre et de mise en oeuvre , Chain ladder pose des problèmes :

- Chain Ladder ne prend pas en considération la loi que peut suivre les coûts de sinistres et leurs fréquences .
- pour deux années de survenances différentes le schéma de développement est le même et correspond à l'équation Mais cela n'est pas toujours le cas :
 - pour raison que les paiement subient à un saut c'est-à-dire que les paiement d'aujourd'hui seront beaucoup plus élevés que s'il avaient lieu l'année dernière .
 - changement de la gestion , c'est-à-dire que la stratégie du traitement des sinistres d'une entreprise peut se déplacer du traitement dans la durée au lieu de payer

rapidement à une position du paiement très rapide à cause des raisons de coûts internes en particulier.

- Comme tous les autres méthodes déterministes, Chain Ladder ne permet pas d'avoir une idée sur la précision des estimations.

2.1.3 London Chain :

Principe de la méthode :

La méthode de London Chain est une généralisation de la méthode de chain-ladder. La finalité de cette méthode est de corriger les résultats de Chain Ladder classique lorsque le nuage de points, relatifs aux paiements cumulés de deux colonnes successives du triangle des paiements, s'ajuste mieux avec une fonction affine. En effet, celle-ci suppose que l'évolution des paiements cumulés est donnée par :

$$C_{i,k+1} = \lambda_k \cdot C_{i,k} + \alpha_k$$

Pour $i = 1, \dots, n$ et $k = 1, \dots, n - 1$ L'ensemble des points $(C_{i,k}, C_{i,k+1})$ sont alignés sur une même droite, ce nouveau modèle nécessitent l'estimation de $2n - 2$ paramètres, à savoir les λ_k et α_k . On recourt à la méthode des moindres carrés : on cherche pour tout k

$$(\hat{\lambda}_k, \hat{\alpha}_k) = \arg \min \left\{ \sum_{i=1}^{n-k} (C_{i,k+1} - \lambda_k C_{i,k} - \alpha_k)^2 \right\}$$

Ainsi, on trouve les résultats suivants :

$$\hat{\lambda}_k = \frac{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k} C_{i,k+1} - C_k^{(k)} C_{k+1}^{(k)}}{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}^2 - (C_k^{(k)})^2}$$

Les $(\hat{\alpha}_k)$ sont données par : $\hat{\alpha}_k = C_{k+1}^{(k)} - \hat{\lambda}_k C_k^{(k)}$ Avec $\hat{\lambda}_k = \frac{\text{cov}(\text{colonne } k, \text{colonne } k+1)}{\text{var}(\text{colonne } k)}$

Critères de la méthode London Chain :

London Chain est une méthode de provisionnement qui peut modéliser la charge totale (Réserves et paiements), ces provisions ne sont pas généralement toujours vrais pour deux raisons ;

- La méthode ne prend pas en considération les sinistres survenus et non pas encore déclarés .
- les provisions sont basées sur des informations initiales rapportées à l'assureur

2.1.4 Avantages et limites des méthodes déterministes :

Avantages :

Les méthodes déterministes sont simples et faciles dans leurs utilisations et ils peuvent être utilisés comme méthodes de base pour les autres méthodes de provisionnement.

Limites :

Ces méthodes constituent une perte d'information, en effet elles ne font pas la séparation entre les types de sinistres et elles varient sensiblement aux données, et elles ne prennent pas en considération l'inflation non constante au cours du temps. Ainsi, ces méthodes ne permettent pas d'estimer les erreurs de prédiction, c'est pourquoi on recourt aux méthodes stochastiques qui permettent de calculer ces erreurs.

2.1.5 Les méthodes Stochastiques :

2.1.6 méthode de Mack :

Principe :

Le modèle stochastique de Mack relatif à la méthode de chain-ladder repose sur les trois hypothèses suivantes :

- (H1) : $\{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,n}\}, \{C_{j,1}, C_{j,2}, \dots, C_{j,n}\}, i \neq j$ sont indépendants;
- (H2) : $E[C_{i,k+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,k}] = \lambda_k C_{i,k}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq n-1$
- (H3) : $\text{Var}[C_{i,k+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,k}] = \sigma_k^2 C_{i,k}, 1 \leq i \leq n$

L'hypothèse (H1) signifie que les années de survenance sont indépendantes entre elles. L'hypothèse (H2) traduit quant à elle deux hypothèses de base de la méthode de chain-ladder. Sous les hypothèses (H1) et (H2), les estimateurs de chain-ladder associés à l'année de développement k sont obtenus par :

$$\hat{\lambda}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}}$$

Ces estimateurs sont sans biais et non corrélés.

Notion d'erreur :

$\hat{C}_{i,n}$ est un estimateur de $C_{i,n}$ mais ne fournit pas sa valeur exacte. Nous calculons l'erreur carrée moyenne, $mse(\hat{C}_{i,n})$ de l'estimateur $\hat{C}_{i,n}$ de $C_{i,n}$ défini par :

$$mse(\hat{C}_{i,n}) = E\left[(\hat{C}_{i,n} - C_{i,n})^2 | D\right]$$

Nous calculons l'erreur quadratique moyenne (MSEP-Mean Square of Error of Predic-

tion) en conditionnant par rapport aux données passées.

$$\text{mse}(\hat{R}_i) = E \left[(\hat{R}_i - R_i)^2 \mid C_{i,j} : i + j \leq n + 1 \right]$$

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n-i+1}$$

$$\hat{R}_i - R_i = \hat{C}_{i,n} - C_{i,n}$$

$$\text{mse}(\hat{R}_i) = \text{mse}(\hat{C}_{i,n})$$

Mack propose d'estimer l'erreur quadratique moyenne du montant de la provision par :

$$\widehat{\text{mse}}(\hat{R}_i) = (\hat{C}_{i,n})^2 \sum_{k=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{\lambda}_k^2} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,k}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{n-k} C_{j,k}} \right)$$

Mack propose également un estimateur sans biais de $\hat{\sigma}_k^2$

$$\forall k \in \{1, \dots, n-2\} \hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=1}^{n-1} C_{i,k} \left(\frac{c_{i,k+1}}{c_{i,k}} - \hat{\lambda}_k \right)^2$$

$$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min \left(\frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-8}^2}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2) \right)$$

Modèle de Mack intervalle de confiance :

Le modèle de Mack permet d'estimer la moyenne de la variable aléatoire R_i par \hat{R}_i , ainsi que l'écart type de R_i par $\widehat{\text{se}}(\hat{R}_i) = \sqrt{\widehat{\text{mse}}(\hat{R}_i)}$

On veut calculer l'intervalle de confiance sur les réserves estimées, pour ce faire nous allons appliquer une distribution normale, l'application de cette dernière nécessitent un nombre suffisant des données. Un intervalle de confiance à 95% est alors donnée par :

$$[\hat{R}_i - 1.96 \widehat{\text{se}}(\hat{R}_i), \hat{R}_i + 1.96 \widehat{\text{se}}(\hat{R}_i)]$$

2.1.7 Méthode de Bootstarp-variante chain-ladder :

La méthode du Bootstrap est une méthode récente qui consiste à fabriquer de l'information et à fournir des réponses là où les autres méthodes ne sont pas applicables (manque d'information, calculs impossibles)

La méthode de Bootsrap est basée sur le rééchantillonnage par remplacement. Dans notre mémoire, nous allons appliquer la méthode du Bootstrap sous les hypothèses de Mack. Cette fois-ci, on interprète L'erreur de prédiction comme la combinaison de deux erreurs sous-jacentes que sont respectivement l'erreur de processus et l'erreur de simulation.

- L'erreur de simulation : cette erreur est engendrée par le ré-échantiollonage en remplaçant les résidus de pearson.
- L'erreur de processus : elle s'agit des erreurs causées des tirages aléatoires des éléments qui construisent la partie inférieure du triangle.

Pour calculer la provision avec l'erreur de prédiction selon la méthode de Bootstrap, on passe par les étapes suivantes :

- Dans le commencement, on calcule le D-triangle $(f_{i,j})$ des (λ_j) et des $\hat{\sigma}_j^2$;
- Ensuite, on calcule le triangle des résidus supérieurs :

$$r_{i,j} = \frac{\sqrt{w_{i,j}} (f_{i,j} - \lambda_j)}{\sigma_j}$$

- Dans cette étape, on va faire le rééchantiollonage, par remplacement des résidus, on utilise la forme suivante :

$$r_{i,j}^{\text{rech}} = \frac{\sqrt{w_{i,j}} (f_{i,j}^{\text{rech}} - \lambda_j)}{\sigma_j}$$

— On calcule maintenant les ratios simulés :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} w_{ij} f_{i,j}^{rech}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} w_{ij}} \text{ avec } f_{i,j}^{rech} = r_{i,j}^{rech} \frac{\sigma_j}{\sqrt{w_{i,j}}} + \lambda_j$$

— On calcule maintenant le triangle inférieur des paiements cumulés $(C_{i,j}^*)$ en utilisant la méthode du cahin-ladder - Simulation par une loi normale des données $\check{C}_{i,j}$ tel que :

$$\check{C}_{i,j} | C_{i,j}^* = N(\check{\lambda}_j C_{i,j}^*, \sigma_j^2 C_{i,j}^*)$$

Nous aurons N estimations de la provision totale dont l'écart type correspond à l'erreur de processus.

2.2 Cadre pratique :

Dans cette partie, nous allons appliquer les méthodes classiques du provisionnement présentées dans la partie théorique.

2.2.1 Exemple d'Application : Chain Ladder

On commence par l'application de la méthode Chain-ladder classique dans un premier temps on va appliquer la demarche du calcul sur le contrat A_TPL_DC .

Délai j	0	1	2	3	4	5	6	7
λ_j	2.910878	1.746900	1.430322	1.292179	1.204806	1.160796	1.134821	1.115041
Délai j	8	9	10	11	12	13	14	15
λ_j	1.101958	1.090492	1.082473	1.076165	1.068666	1.064465	1.062441	1.059362

Délai j	16	17	18	19	20
λ_j	1.057096	1.057195	1.042976	1.041069	1.039756

Tableau5 :Facteurs du developpement en fonction des années du développement

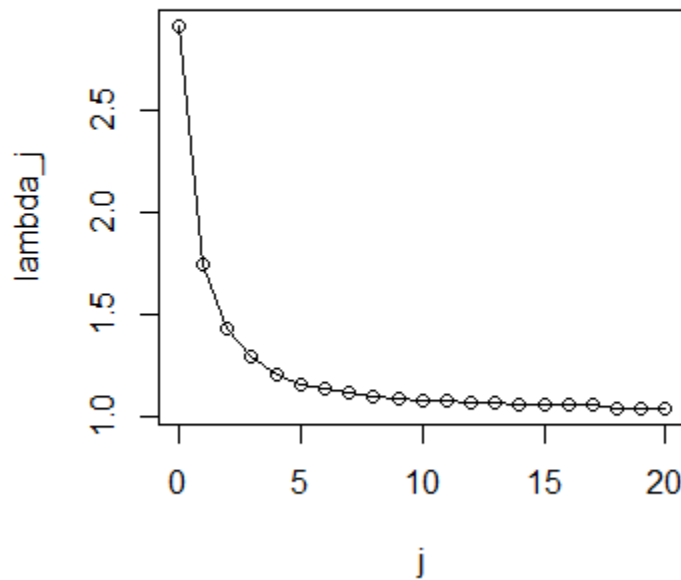


Figure5 :Courbe des facteurs de developpement

D'après le graphique ci-dessus, on remarque qu'il existe une forte décroissance des facteurs du développement en fonction du temps.

la finalité de l'assureur est de trouver le montant des provisions, ainsi nous calculons les réserves correspondants pour chaque année de survenance.

Année	Provision_CL
2001	0
2002	47323657
2003	100154792
2004	166726859
2005	214721776
2006	295346624
2007	492740874
2008	629131937
2009	758172015
2010	1008011602
2011	1285166193
2012	1751078218
2013	2053419480
2014	2633669398
2015	3543576328
2016	3930751865
2017	5167129284
2018	5685638367
2019	5351861532
2020	3405515199
2021	3270063775
2022	279519737
<i>Total</i>	42069719511

Tableau6 : Provisions Chain_Ladder pour A_TPL_DC

Validation du modèle :

Après avoir déterminé la provision totale, nous allons vérifier les hypothèses décrites dans la partie théorique.

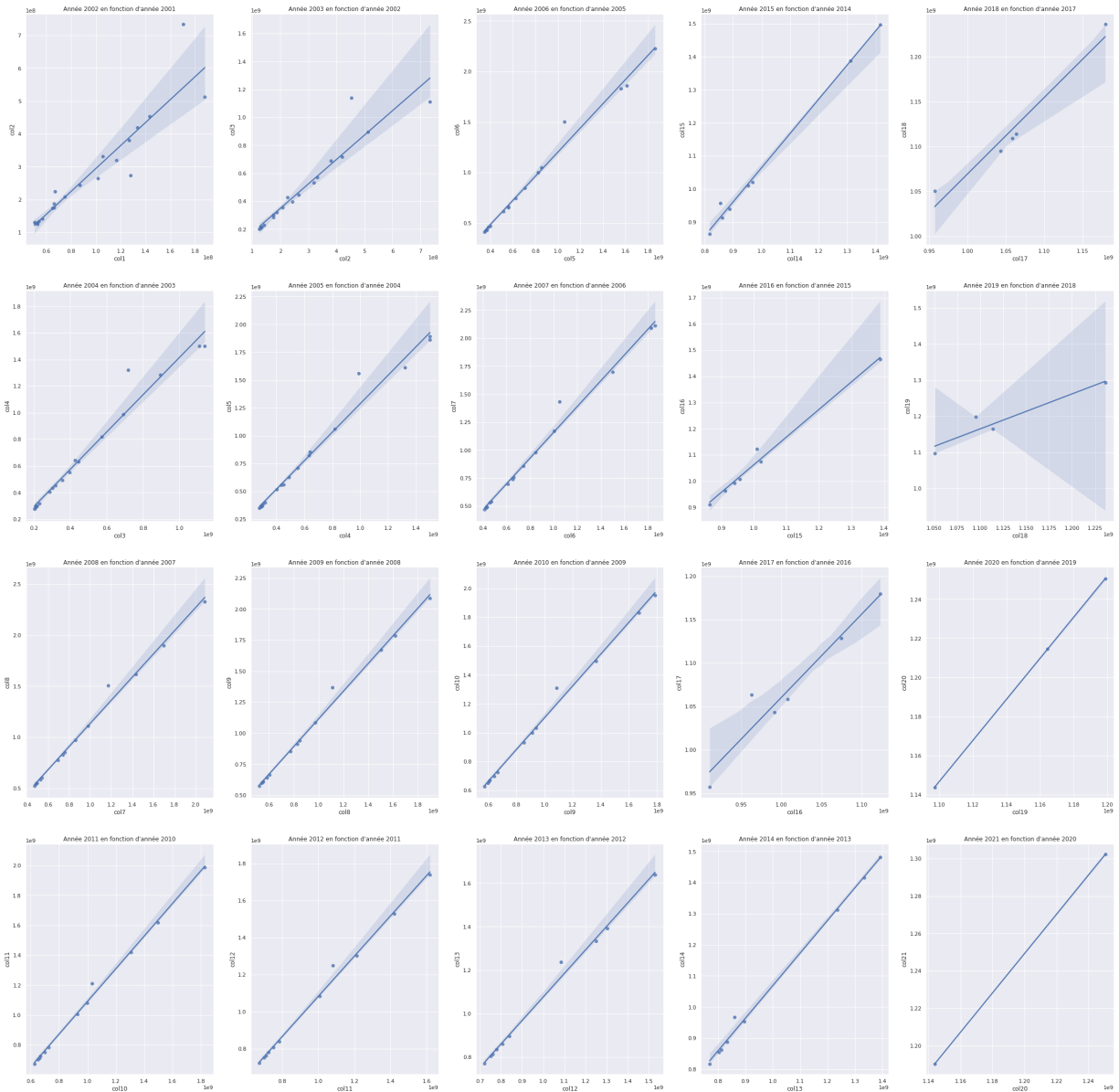


Figure 6 : Année de développement $n+1$ en fonction de l'année de développement n avec n varie entre 0 et 21

La figure ci-dessus montre une visualisation des $(n-1)$ couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$, il paraît raisonnable que les points semblent alignés sur des droites issues de l'origine pour chaque

année de développement, sauf pour deux années.

En fait, la validation essentielle repose sur l'étude du triangle de développement, dit D-triangle, défini dans la partie théorique.

j	1	2	3	4	5	6	7	
(écart type)/moyenne	26.8%	15.6%	12.3%	10.5%	9.3%	8.4%	7.7%	
	8	9	10	11	12	13		
	7.1%	6.5%	5.9%	5.4%	4.9%	4.4%		
	14	15	16	17	18	19	20	21
	3.9%	3.4%	2.8%	2.4%	1.9%	1.4%	0.9%	0.0%

Tableau 7 : l'écart type sur la moyenne du D-Triangle

La méthode de Chain_Ladder repose sur l'hypothèse de l'indépendance des années de survenance i . Pour la vérification de cette condition, nous calculons l'écart type sur la moyenne des données du D_triangle. Pour $j=2, \dots, 13$, nous observons une variation maximale de 15.6% par rapport à la valeur moyenne, contrairement aux $j=1$ où la variation minimale est de 26.8%. Donc Pour la première année de développement l'hypothèse d'égalité des coefficients sur les années de survenance n'est pas réalisée, le coefficient dans cette année est volatile autour de la moyenne, à partir de la deuxième année l'hypothèse est bien vérifiée car les facteurs sont relativement stables et les coefficients de variations sont inférieurs à 20%. La première hypothèse relative à l'indépendance des années de survenance est supposée vérifiée. Nous supposons alors l'hypothèse vérifiée dans notre étude.

Nous utilisons la même démarche pour les autres contrats, ainsi nous trouvons les résul-

tats suivants :

<i>Usage</i>	Provision par Chain_ladder
<i>A_TPL_DC</i>	42069719511
<i>A_TPL_DM</i>	18188930413
<i>C1_TPL_DC</i>	8617372489
<i>C1_TPL_DM</i>	23543149948
<i>C2_TPL_DC</i>	4782949223
<i>C2_TPL_DM</i>	1190832347
<i>D1_TPL_DC</i>	9636771220
<i>D1_TPL_DM</i>	272408641

Tableau 8 : Provisions Chain_Ladder pour chaque usage

Jusqu'à présent, nous avons calculé les provisions obtenues par la méthode de chain_ladder.

Dans la suite, nous allons appliqué les autres méthodes classiques de provisionnement sur l'ensemble des contrats de notre portefeuille.

2.2.2 Exemple d'Application : London Chain.

Cette section représente un exemple d'application de la méthode London Chain sur le contrat le contrat A_TPL_DC. Nous commençons par la détermination des estimations

des paramètres.

j	λ_j	β_j
1	3.4921640	-54152383.3
2	1.7453642	416133.5
3	1.4010885	13749513.6
4	1.2779942	9061631.8
5	1.1968511	6066830.0
6	1.1499595	9071702.7
7	1.1332781	1382065.7
8	1.1159961	-880953.0
9	1.1044946	-2402902.6
10	1.0915402	-1014996.0
11	1.0871470	-4540419.1
12	1.0837640	-7467918.4
13	1.0492735	19257739.3
14	1.0352277	29490265.4
15	1.0538003	8753966.8
16	0.9596878	100847522.5
17	0.8520833	217411729.3
18	0.9702000	97777770.6
19	1.0521634	-10596619.7
20	1.0488873	-9360222.9
21	1.0397562	0.0

Tableau 9 : Estimation des λ_j et β_j correspondants à chaque année de développement

Après la détermination des paramètres du London Chain, nous calculons les réserves associés pour chaque année de survenance et ceci pour le contrat A_TPL_DC.

<i>Année</i>	<i>Provision_LC</i>
2001	0
2002	47323657
2003	100296830
2004	169350616
2005	216581375
2006	274949052
2007	297400556
2008	375693392
2009	454710238
2010	552922454
2011	701367595
2012	923428752
2013	1133789622
2014	1469339421
2015	1983681957
2016	2309193637
2017	3050493078
2018	3483884587
2019	3463021201
2020	2490264482
2021	2502851577
2022	339198587
<i>Total</i>	26339742666

Tableau 10 : Provision de London Chain pour A_TPL_DC

Ainsi, nous appliquons la même démarche pour les autres usage afin de calculer les provisions correspondantes à chaque contrat, nous trouvons les résultats suivants :

<i>Usage</i>	<i>London_Chain</i>
<i>A_TPL_DC</i>	26339742666
<i>A_TPL_DM</i>	9646298477
<i>C1_TPL_DC</i>	7808291396
<i>C1_TPL_DM</i>	26703442538
<i>C2_TPL_DC</i>	5294797148
<i>C2_TPL_DM</i>	1314174672
<i>D1_TPL_DC</i>	10176679338
<i>D1_TPL_DM</i>	308952152

Tableau 11 : Provision de London Chain pour chaque Usage

Ce tableau nous donne les provisions obtenues par le méthode de London_Chain pour chaque contrat d'assurance.

2.2.3 Exemple d'Application : Méthode de Mack.

Dans cette partie, nous appliquons la méthode de Mack décrite dans la partie théorique de provisionnement, ainsi elle nous calcule les provisions avec l'erreur des estimations.

<i>Usage</i>	<i>Provision</i>	<i>Erreur de la prédiction</i>
<i>A_TPL_DC</i>	42,069,719,510.84	2,263,387,814.59
<i>A_TPL_DM</i>	18,188,930,412.61	994,388,944.49
<i>C1_TPL_DC</i>	8,617,372,489.26	462,884,382.61
<i>C1_TPL_DM</i>	23,543,149,947.76	340,321,882.03
<i>C2_TPL_DC</i>	4,782,949,222.89	277,579,172.17
<i>C2_TPL_DM</i>	1,190,832,346.85	70,329,205.15
<i>D1_TPL_DC</i>	9,636,771,220.26	490,830,732.29
<i>D1_TPL_DM</i>	272,408,641.40	17,083,477.51

Tableau 12 : les provisions et les erreurs de prédictions obtenues par la méthode de de Mack.

Le tableau ci-dessus nous représente les résultats obtenus par la méthode de Mack. En effet, elle nous confirme les résultats obtenus par la méthode de chain_ladder, ainsi elle nous engendre les erreurs de prédiction associées aux provisions.

2.2.4 Exemple d'Application : Bootstrap variante Chain Ladder.

Dans cette partie, nous appliquons la méthode de Bootstrap variante de Chain_Ladder sur nos contrats.

Usage	<i>Bootstrap_variante_chain_ladder</i>	Erreur de la prédiction
<i>A_TPL_DC</i>	39146907788	2843643148
<i>A_TPL_DM</i>	18543291148	1309072731
<i>C1_TPL_DC</i>	7943576735	606773371
<i>C1_TPL_DM</i>	23026350441	708387676
<i>C2_TPL_DC</i>	4216282664	332760470
<i>C2_TPL_DM</i>	1165262486	84097844
<i>D1_TPL_DC</i>	8324011540	716028627
<i>D1_TPL_DM</i>	226559042	22504163

Tableau 13 : les provisions et les erreurs de prédiction obtenues par la méthode de Bootstrap

Nous avons utilisé la méthode de Bootstrap en faisant une simulation de 10^4 , ainsi nous avons calculé les provisions et les erreurs d'estimation correspondantes à chaque contrat du portefeuille.

2.3 Automatisation du calcul :

Le but de cette partie est l'automatisation du calcul, pour ce faire, nous avons créé deux applications R-shiny .

Shiny est un package R qui crée des applications web interactives en utilisant seulement le logiciel R, ainsi on peut héberger ces applications sur une page web..

Dans notre projet, nous avons créé deux application R shiny interactives qui automatisent nos calculs.

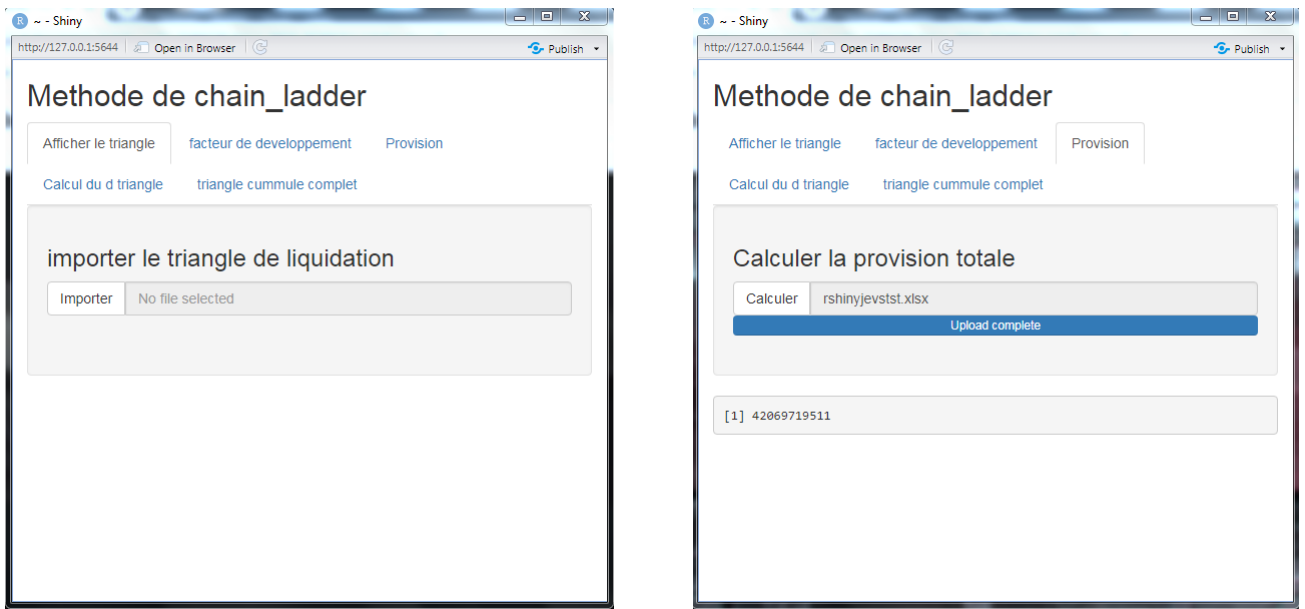


Figure 7 :Application R shiny pour Chain Ladder

Cette application automatise le calcul de chain ladder, l'objectif de cette dernière est de faciliter à l'utilisateur l'usage de la méthode. En fait, on importe notre triangle de liquidation, et on aura notre output. Nous disposons de cinq onglets, chaqu'un d'eux correspond à l'une caractéristique de la méthode de chain_ladder, en effet le premier onglet nous engendre le triangle de liquidation, les autres onglets nous donnent respectivement comme output les facteurs de développement, le d_{triangle} , le triangle cumulé complet, et un onglet pour la provision correspondante.

Cette application nous donne les sorties des ingrédients de Chain_Ladder en raison de leurs utilités pour la validation de cette méthode de provisionnement, ainsi c'est la méthode de base, et la plus utilisée dans le marché grâce à sa simplicité, ce qui nous a emmené de la spécifier à part comme une application réactive.



Figure 8 : Application R shiny pour des méthodes classiques

Cette deuxième application nous présente une automatisation des méthodes classiques utilisées dans ce mémoire, elle nous engendre les provisions correspondantes pour chaque méthode, en effet nous importons notre triangle de liquidation et nous choisissons l'une des méthodes classiques présentées dans la partie théorique à savoir la méthode de Chain_Ladder, London Chain, Mack, Bootstrap variante Chain, ainsi nous aurons les résultats des provisions pour la méthode choisie.

Chapitre **3**

Méthode de provisionnement tenant en
compte l'inflation

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'impact de l'inflation sur les réserves. Pour ce faire, nous procédons par un modèle qui intègre les indices de l'inflation dans l'étude.

Nous commençons d'abord, par la méthode de séparation de Taylor, qui va nous servir d'extrapoler les facteurs d'inflation, ensuite nous utilisons le modèle de Menuier et de Lagrange afin de détecter l'indice de prix sectoriel qui reflète le mieux notre contrat. Enfin, nous générons les facteurs d'inflation futurs, ainsi nous aurons les provisions.

3.1 Méthode de séparation de Taylor :

Les méthodes de provisionnement classiques ne prennent pas en compte les facteurs exogènes propres comme l'inflation. Mais, ces facteurs peuvent avoir un impact important sur les règlements, ce qui va engendrer un sous/sur provisionnement.

Dans cette partie, on cherche à isoler l'influence de l'inflation sur le montant des provisions. On est invités donc de traiter d'autres méthodes de provisionnement. Méthode de séparation arithmétique de Taylor : Dans cette partie, on représente la méthode de séparation de Taylor. Dans cette méthode, on définit s_{ij} par la formule suivante :

$$s_{ij} = \frac{X_{ij}}{n_i} = \frac{C_{i,j} - C_{i,j=1}}{n_i}$$

Avec n_i le nombre de sinistres survenus l'année i .

La finalité de ce modèle est d'écrire s_{ij} sous la forme suivante (composante colonne et composante diagonale) : $s_{ij} = \alpha_j \lambda_{i+j-1} \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$ avec :

a_j : s' identifie aux cadences de règlements non cumulés en monnaie constante

λ_k : est le coefficient qui permet de mesurer l'effet des facteurs exogènes sur le montant des provisions.

La contrainte suivante sur les cadences est : $\sum_{j=0}^n a_j = 1$ identifie les paramètres. dont la

finalité de décomposer le triangle (s_{ij}) , on définit deux vecteurs d_k et c_j comme suit :

$$d_k = \sum_{i=0}^k s_{i,k-i} = \lambda_k \sum_{j=0}^k a_j$$

$$c_j = \sum_{i=0}^{n-j} s_{i,j} = a_j \sum_{k=j}^n \lambda_k$$

D'après $\sum_{j=0}^n a_j = 1$, on remarque $d_n = \lambda_n$, on déduit que :

$$a_n = \frac{c_n}{\lambda_n}$$

D'une manière récurrente, on trouve :

$$\lambda_i = \frac{d_i}{1 - \sum_{j=i+1}^n a_j}$$

et

$$a_i = \frac{c_i}{\sum_{j=i}^n \lambda_j}$$

Grâce à la méthode de séparation de Taylor, on peut écrire notre triangle sous la forme suivante :

Année d'origine	Délai de règlement								
	0	1	...	j	...	n - i	...	n - 1	n
0	$a_0 \cdot \lambda_0$	$a_1 \cdot \lambda_1$...	$a_j \cdot \lambda_j$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{n-i}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_{n-1}$	$a_n \cdot \lambda_n$
1	$a_0 \cdot \lambda_1$	$a_1 \cdot \lambda_2$...	$a_j \cdot \lambda_{j+1}$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{n-i+1}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_n$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
i	$a_0 \cdot \lambda_i$	$a_1 \cdot \lambda_{i+1}$...	$a_j \cdot \lambda_{i+j}$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_n$			
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					
n - j	$a_0 \cdot \lambda_{n-j}$	$a_1 \cdot \lambda_{n-j+1}$...	$a_j \cdot \lambda_n$					
⋮	⋮	⋮							
n - 1	$a_0 \cdot \lambda_{n-1}$	$a_1 \cdot \lambda_n$							
n	$a_0 \cdot \lambda_n$								

Tableau 14 : Méthode de separation de Taylor

La méthode de Taylor permet de réécrire le triangle supérieur sous la forme ci-dessus.

Généralement, Elle ne nous permet pas de d'estimer la partie inférieure du triangle, ou de calculer la provision, en effet elle ne nous fournit pas la partie inférieure du triangle de liquidation ni d'estimer les réserves associées, Cependant, cette méthode de séparation de Taylor nous permet de calculer les facteurs d'inflation.

Le but de cette modélisation est de prolonger le développement de la séparation de Taylor jusqu'à l'ultime afin d'évaluer les provisions. Dans un premier paragraphe, nous représentons un modèle qui met en relation les coefficients de Taylor avec un taux de référence dont les évolutions reflètent au mieux les paiements de la catégorie d'assurance considérée.

3.2 Application de la méthode de séparation de Taylor aux catégories d'assurance :

Cette partie concerne l'application de la méthode de séparation de Taylor afin d'extraire les facteurs d'inflation qu'on va les modéliser dans la partie suivante. Nous représentons les résultats associés au contrat A_TPL_DC.

Délai j	λ_j	a_j	Délai j	λ_j	a_j
0	31098.71	10.10%	11	76622.50	2.75%
1	35107.14	12.66%	12	74875.70	2.43%
2	35553.44	11.89%	13	85758.06	2.15%
3	39172.73	10.22%	14	100381.79	1.93%
4	41919.94	8.52%	15	113515.22	1.76%
5	44446.99	6.82%	16	130892.64	1.57%
6	48016.21	5.67%	17	146703.45	1.44%
7	51531.25	4.88%	18	322280.63	1.34%
8	54979.35	4.18%	19	208899.11	1.09%
9	61609.16	3.61%	20	269437.04	0.97%
10	68919.49	3.14%	21	343390.30	0.88%

Tableau 15 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage A_TPL_DC

Les résultats des autres contrats sont représentés dans L'Annexe B.

3.3 Modélisation de l'inflation des règlements :

3.3.1 Méthode de maximum de vraisemblance :

On veut modéliser les facteurs d'inflation issus de la méthode de séparation de Taylor, on procède par le modèle suivant proposé par LAGRANGE et MEUNIER :

$$(*) \lambda_k = \lambda_0 (1 + p_{i_0}) \dots (1 + p_{i_{k-1}}) + \gamma_k \forall k \in \{1, \dots, n\}$$

Où γ_k représente le risque spécifique associé à l'année calendaire k , et p un paramètre positif, et les $(i_k)_{k=1, \dots, n}$ sont les taux d'inflation entre les années k et $k + 1$. On suppose que les $(y_k)_{k=1, \dots, n}$ sont indépendants et identiquement distribués selon une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. La fonction de vraisemblance s' écrit comme suit :

$$\mathcal{L}(\mu, \sigma^2, \gamma_1, \dots, \gamma_n) = \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\gamma_k - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Classiquement, en composant par le log népérien, on obtient :

$$\ln(\mathcal{L}(\mu, \sigma^2, \gamma_1, \dots, \gamma_n)) = l(\mu, \sigma^2, \gamma_1, \dots, \gamma_n) = -\frac{n}{2} (\ln(2\pi) + \ln(\sigma^2)) - \sum_{k=1}^n \left(\frac{(\gamma_k - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

De l'équation (*) on remplace γ_k par λ_k , on trouve :

$$l(\mu, \sigma^2, \gamma_1, \dots, \gamma_n) = -\frac{n}{2} (\ln(2\pi) + \ln(\sigma^2)) - \sum_{k=1}^n \left(\frac{(\lambda_k - \lambda_0 \prod_{j=0}^{k-1} (1 + p_{i_j}) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

On veut déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance de p, μ et σ^2 . On remarque que le problème n'est pas identifiable puisque nous avons trouvé :

$$l(p_1 = 0, \mu_1 = 0, \sigma_1^2 = \sigma^2) = l(p_2 = 0, \mu_2 = \lambda_1, \sigma_2^2 = \sigma^2)$$

On pose $\mu = 0$ afin de rendre le modèle identifiable, c'est-à-dire on suppose que le risque spécifique est de moyenne nulle.

On dérive maintenant les log-vraisemblance par rapport à p et σ^2 pour déterminer les racines : En raison de simplification, on pose pour tout $k \in \{0, \dots, n\}$

$$f_k(p) = \prod_{j=0}^k (1 + pi_j)$$

La fonction f est dérivable sur \mathfrak{R} pour tout k . Comme dérivé, on trouve : $f'_0(p) = i_0$ et pour tout $k \in \{1, \dots, n\}$

$$f'_k(p) = f'_{k-1}(p) (1 + pi_k) + f_{k-1}(p)i_k$$

Donc les dérivés de I par rapport à p et σ^2 s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial L(p, \sigma^2, \lambda_1, \dots, \lambda_n)}{\partial p} = \sum_{k=1}^n \frac{(\lambda_k - \lambda_0 f_{k-1}(p))}{\sigma^2} \lambda_0 f'_{k-1}(p) (**)$$

$$\frac{\partial l(p, \sigma^2, \lambda_1, \dots, \lambda_n)}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\lambda_k - \lambda_0 f_{k-1}(p)}{\sigma^2} \right)^2 (**)$$

D'après(*) on cherche la racine de cette équation afin de trouver p . Après avoir trouvé l'estimateur de p , σ^2 est calculé à partir de la formule suivante :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\lambda_k - \lambda_0 f_{k-1}(\hat{p}))^2$$

Nous présentons la version améliorée du modèle décrit ci-dessus. Ce modèle suppose que les λ_k s'écrivent sous la forme suivante :

$$\lambda_k = q\lambda_0 (1 + pi_0) \dots (1 + pi_{k-1}) + \gamma_k \forall k \in \{1, \dots, n\}$$

Où q est positif et γ_k représente le risque spécifique associé à l'année calendaire k_s et p

un paramètre positif, et les $(i_k)_{k=1,\dots,n}$ sont les taux d'inflation entre les années k et $k + 1$. On suppose aussi que les $(\gamma_k)_{k=1,\dots,n}$, sont indépendants et identiquement distribués selon une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, Ainsi, γ_k s'écrit sous la forme suivant :

$$\gamma_k = \lambda_k - q\lambda_0 f_{k-1}(p)$$

Donc log-vraisemblance s'écrit comme ci-dessus :

$$l(p, q, \mu, \sigma^2, \lambda_1, \dots, \lambda_n) = -\frac{n}{2} \left(\ln(2\pi) + \ln(\sigma^2) \right) - \sum_{k=1}^n \left(\frac{(\lambda_k - q\lambda_0 f_{k-1}(p) - \mu)^2}{2\sigma^2} \right)$$

Comme auparavant pour assurer que le modèle est identifiable, on suppose que $\mu = 0$, ainsi on cherche les estimateurs p, q et σ^2 du maximum de vraisemblance.

$$\begin{aligned} \frac{dl(p, q, \sigma^2, \lambda_1, \dots, \lambda_n)}{dp} &= \sum_{k=1}^n \frac{(\lambda_k - q\lambda_0 f_{k-1}(p))}{\sigma^2} q\lambda_0 f'_{k-1}(p) \\ \frac{dl(p, q, \sigma^2, \lambda_1, \dots, \lambda_n)}{dq} &= \sum_{k=1}^n \frac{(\lambda_k - q\lambda_0 f_{k-1}(p))}{\sigma^2} \lambda_0 f_{k-1}(p) \\ \frac{dl(p, q, \sigma^2, \lambda_1, \dots, \lambda_n)}{d\sigma^2} &= -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\lambda_k - q\lambda_0 f_{k-1}(p)}{\sigma^2} \right)^2 \end{aligned}$$

On va estimer p en utilisant le solveur sur excel, quant à q et σ^2 , nous allons les retrancher des équations ci-dessus, ainsi on trouve :

$$\begin{aligned} \hat{q} &= \frac{\sum_{k=1}^n \lambda_k}{\lambda_0 \sum_{k=1}^n f_{k-1}(\hat{p})} \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\lambda_k - \hat{q}\lambda_0 f_{k-1}(\hat{p}))^2 \end{aligned}$$

3.3.2 Application de la méthode sur les usages d'assurances :

Dans cette partie, Nous appliquons la méthode de maximum de vraisemblance amélioré décrite dans la partie théorique sur les facteurs d'inflation associées à chaque usage,

nous représentons les estimations des paramètres du modèle correspondantes au contrat A_TPL_DC.

A_TPL_DC :

indice	p	q	σ
<i>Voitures automobiles</i>	134.23	2.58	168.25
Motocycles	142.45	3.14	164.72
<i>Bicyclettes</i>	121.54	2.52	204.01
<i>Pices de rechange et accessoires pour véhicules de tourisme</i>	151.23	2.79	332.75
<i>Carburant et lubrifiants pour véhicules de tourisme</i>	120.11	4.09	628.93
<i>Entretien et réparation de véhicules particuliers</i>	123.87	1.87	259.02
<i>Services divers liés aux véhicules particuliers</i>	121.54	3.01	205.08
<i>Transport routier de passagers</i>	125.45	2.34	292.08
<i>Appareils électriques pour soins corporels</i>	128.67	1.58	167.52

Tableau 16 : Estimation des paramètres de chaque indice pour l'Usage A_TPL_DC

Ce tableau nous représente les estimations des paramètres de notre modèle pour chaque indice. Nous choisissons l'indice à volatilité minimale, c'est-à-dire l'indice qui a plus de précision, Pour le contrat A_TPL_DC nous retenons l'indice **Motocycles**.

Ainsi, nous validons les hypothèses du modèle pour l'indice sélectionné.

Validation du Modèle :

La validation de notre modèle repose la vérification des hypothèses citées dans la partie théorique, pour ce faire, nous procédons par des tests statistiques.

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-61,6$, et il est significativement non nulle car la p-value est supérieur à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide.

```
> t.test(gamma_k_A_TPL_DC)

      One Sample t-test

data:  gamma_k_A_TPL_DC
t = -1.7814, df = 12, p-value = 0.1002
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -136.96808  13.74636
sample estimates:
mean of x
-61.61086
```

Figure9 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode du maximum de vraisemblance appliquée à A_TPL_DC

QQ plot des résidus :

La plupart des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

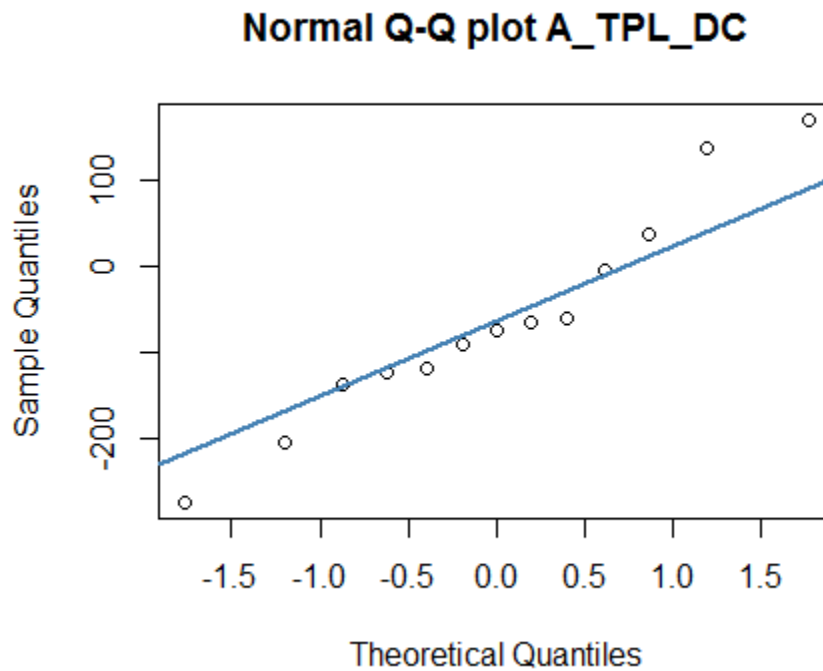


Figure10 : QQ plot des résidus relatif au contrat A_TPL_DC

Dans la suite, on régresse les résidus sur l'indice **Motocycles**, on remarque qu'il ne laisse pas apparaître des coefficients significativement non nul.

Après la vérification de toutes les hypothèses du modèle, nous pouvons conclure que notre modèle est valide et que l'indice Motocycles est l'indice le plus adéquat pour ce contrat.

```

> summary(reg_A_TPL_DC)

Call:
lm(formula = gamma_k_A_TPL_DC ~ indice_motoo, data = test_A_TPL_DC)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-192.57  -54.50   15.15   43.18  170.68

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   -69.13     32.79  -2.108  0.0587 .
indice_motoo -6429.74    3969.08  -1.620  0.1335
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 117 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1926,    Adjusted R-squared:  0.1192
F-statistic: 2.624 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.1335

```

Figure11 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles

Nous faisons la même démarche pour les autres usages afin de choisir l'indice qui reflète le mieux le contrat associé, les résultats correspondants à chaque contrat sont détaillés dans l'annexe C.

3.3.3 Résultat du modèle amélioré pour chaque Usage :

Catégorie d'assurance	Meilleur indice
<i>A_TPL_DC</i>	Motocycles
<i>A_TPL_DM</i>	Motocycles
<i>C1_TPL_DC</i>	Carburants et lubrifiants pour véhicules de tourisme
<i>C1_TPL_DM</i>	Motocycles
<i>C2_TPL_DM</i>	Appareils électriques pour soins corporels
<i>D1_TPL_DC</i>	Motocycles
<i>D1_TPL_DM</i>	Motocycles

Tableau 17 : Le meilleur indice correspondant à chaque catégorie d'assurance

Ce tableau représente le meilleur indice qui reflète le mieux notre problématique, c'est-à-dire l'indice qui modélise le mieux nos facteurs d'inflation; en effet le choix est dû à l'indice qui a plus de précision par rapport aux autres indices.

Remarque :

Pour le contrat *C2_TPL_DC* le modèle n'est pas valide, en effet l'hypothèse $\mu = 0$ n'est pas vérifiée, pour la tester nous faisons un test de student.

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-273,13$ et il est significativement nulle car la p-value est inférieur à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ n'est pas valide.

```

> t.test(gamma_k_C2_TPL_DC)

      One Sample t-test

data:  gamma_k_C2_TPL_DC
t = -3.0251, df = 12, p-value = 0.01056
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -469.86062  -76.41124
sample estimates:
mean of x
-273.1359

```

Figure12 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée a C2_TPL_DC

On peut conclure que le modèle n'est pas généralisable pour tout les contrats, donc il faut reconsidérer le modèle dans ces cas.

3.4 Estimation des niveaux d'inflation future :

Nous avons vu dans le paragraphe de séparation de Taylor, qu'on peut identifier les cadences ainsi que les facteurs d'inflation, mais cette méthode ne peut pas estimer la partie inférieure du triangle. L'objectif de cette partie est l'estimation des facteurs d'inflation future $(\lambda_k)_{k=n+1, \dots, 2n}$ qu'ils vont nous permettre de compléter la partie inférieure.

Année d'origine	Délai de règlement								
	0	1	...	j	...	n - i	...	n - 1	n
0	$a_0 \cdot \lambda_0$	$a_1 \cdot \lambda_1$...	$a_j \cdot \lambda_j$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{n-i}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_{n-1}$	$a_n \cdot \lambda_n$
1	$a_0 \cdot \lambda_1$	$a_1 \cdot \lambda_2$...	$a_j \cdot \lambda_{j+1}$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{n-i+1}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_n$	$a_{n-1} \cdot \lambda_{n+1}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$a_0 \cdot \lambda_i$	$a_1 \cdot \lambda_{i+1}$...	$a_j \cdot \lambda_{i+j}$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_n$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_{n+i-1}$	$a_n \cdot \lambda_{n+i}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - j	$a_0 \cdot \lambda_{n-j}$	$a_1 \cdot \lambda_{n-j+1}$...	$a_j \cdot \lambda_n$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{2n-j-i}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_{2n-j-1}$	$a_n \cdot \lambda_{2n-j}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n - 1	$a_0 \cdot \lambda_{n-1}$	$a_1 \cdot \lambda_n$...	$a_j \cdot \lambda_{n+j-1}$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{2n-i-1}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_{2n-2}$	$a_n \cdot \lambda_{2n-1}$
n	$a_0 \cdot \lambda_n$	$a_1 \cdot \lambda_{n+1}$...	$a_j \cdot \lambda_{n+j}$...	$a_{n-i} \cdot \lambda_{2n-i}$...	$a_{n-1} \cdot \lambda_{2n-1}$	$a_n \cdot \lambda_{2n}$

Tableau 18 : Triangle des règlements complets en utilisant les facteurs d'inflation

Pour la génération de l'inflation future, nous utilisons la formule suivante :

$$\forall k \in \{n + 1, \dots, 2n - 1\}$$

$$\lambda_k = \lambda_1 \hat{q} (1 + \hat{p}i_1) \dots (1 + \hat{p}i_{n-1}) (1 + \hat{p}'i'_n) \dots (1 + \hat{p}'i'_{k-1}) + \gamma_k$$

La série $(i'_k)_{k \in (n, \dots, k-1]}$ sont les indices d'inflation futurs.

les γ_k sont supposés indépendants et suivre une loi normale $(0, \hat{\sigma}^2)$, avec $\hat{\sigma}^2$ l'EMV de σ^2 .

Génération des flux future avec cristallisation de l'inflation :

Cristalliser l'inflation signifie qu'on va la supposer constante pour supprimer l'effet de volatilité. Dans ce cas, on peut prendre l'inflation future comme moyenne de l'inflation

historique $(i_j)_{j \in \{1, \dots, n\}}$. Donc en tenant compte de la cristallisation de l'inflation, on aura :
 $\forall k \in \{n + 1, \dots, 2n - 1\}$

$$\lambda_k = \lambda_1 \hat{q} (1 + \hat{p}i_1) \dots (1 + \hat{p}i_{n-1}) (1 + \hat{p}\hat{I}) \dots (1 + \hat{p}\hat{i}) + \gamma_k$$

Avec \hat{p} et \hat{q} sont les estimateurs de p et q .

les γ_k sont supposés indépendants et suivre une loi normale $(0, \hat{\sigma}^2)$, avec $\hat{\sigma}^2$ l'EMV de σ^2 .

Et

$$\bar{i} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} i_j$$

Après la génération des facteurs d'inflation futures, on peut compléter le triangle comme décrit dans le tableau 15, ainsi on s'intéresse à la charge ultime pour le calcul du réserve correspondant à chaque année de survenance, ainsi nous aurons la provision par cette méthode qui intègre l'effet inflationniste.

Le tableau ci-dessous représente les provisions obtenues par notre modèle.

Usage	Chain_ladder	Modele	Ecart
A_TPL_DC	42069719511	44250233822	4.93%
A_TPL_DM	18188930413	19085111615	4.70%
C1_TPL_DC	8617372489	9222567612	6.56%
C1_TPL_DM	23543149948	24123265781	2.40%
C2_TPL_DM	1190832347	1317628563	9.62%
D1_TPL_DC	9636771220	9949861342	3.15%
D1_TPL_DM	272408641	281369532	3.18%

Tableau 19 :Provisions obtenues par Chain_Ladder et la méthode de Taylor avec projection du taux d'inflation cristallisée

Le tableau ci-dessus, nous montre l'écart entre les provisions calculées par la méthode de Chain_Ladder et les provisions calculées par le modèles. On remarque qu'il y a un sous_provisionnement pour tous les contrats, ce qui montre que l'hypothèse qui stipule la stabilité de l'inflation d'une année de survenance à une autre sous-estime les provisions. En fait, cela nous invite à ré_évaluer nos calculs des provisions et de prendre en considération une augmentation importante de l'inflation.

Chapitre **4**

Intégration de l'inflation dans le calcul du
réserve

4.1 Elaboration du taux d'actualisation :

Dans les parties qui se succèdent, nous allons présenter une modélisation stochastique qui consiste à actualiser les règlements du triangle qui ont à la charge de l'assureur. Pour ce faire nous aurons besoin des taux d'intérêt qui vont nous servir pour l'actualisation de nos règlements. Donc la finalité de cette partie, est la construction de la courbe du taux zero coupon.

4.1.1 Définition de la courbe des taux zéro-coupon :

Une obligation zero coupon est une obligation qui ne verse aucun coupon (flux intermédiaire) et qui donne lieu à un seul flux de remboursement à la date d'échéance. Un zéro coupon de maturité T est un contrat qui garantit au détenteur 1 unité de monnaie payée à la date T .

4.1.2 La construction de la courbe zero coupon

Dans cette partie, nous nous intéressons à la construction de la courbe des taux zero coupon, pour ce faire nous allons extrapoler les taux moyens pondérés à partir du site BANK AL MAGHRIB, c'est un taux qui correspond aux prêts accordés au jour le jour sur le marché monétaire, qui représentent les transactions des bons de trésors du marché monétaire. Dans notre mémoire, nous nous focalisons sur les données de 31/12/2021. Ces taux sont des taux monétaires pour les maturités inférieures ou égales à un an, et un taux actuariel pour les maturités supérieures à un an.

Date d'échéance	Transaction	Taux moyen pondéré	Date de la valeur
17/01/2022	31,4	1,53%	30/12/2021
14/02/2022	207,57	1,53%	30/12/2021
09/03/2022	67,9	1,53%	31/12/2021
18/04/2022	121,98	1,54%	31/12/2021
19/09/2022	221,15	1,56%	31/12/2021
17/10/2022	50,71	1,57%	31/12/2021
14/11/2022	30,13	1,58%	31/12/2021
20/03/2023	61,29	1,65%	31/12/2021
03/04/2023	100,41	1,64%	31/12/2021
15/05/2023	38,09	1,66%	31/12/2021
19/06/2023	103,4	1,68%	31/12/2021
17/07/2023	101,26	1,67%	31/12/2021
18/09/2023	156	1,69%	31/12/2021
16/10/2023	105,37	1,70%	31/12/2021
15/01/2024	99,95	1,73%	31/12/2021
18/03/2024	30,02	1,76%	31/12/2021
15/04/2024	177,96	1,77%	31/12/2021
14/04/2025	155,74	1,85%	31/12/2021
02/06/2025	50,71	1,86%	31/12/2021
20/10/2025	23,51	1,92%	31/12/2021
20/04/2026	170,74	2,01%	31/12/2021
19/10/2026	294,5	1,97%	31/12/2021
19/04/2027	60,25	2,01%	31/12/2021
14/06/2027	121,01	2,04%	31/12/2021
19/06/2028	198,33	2,10%	31/12/2021
18/06/2029	85,25	2,13%	31/12/2021
06/08/2029	124,97	2,17%	31/12/2021
17/06/2030	242,17	2,22%	31/12/2021
05/08/2030	164,66	2,22%	31/12/2021
16/06/2031	128,91	2,30%	31/12/2021
18/07/2033	405,66	2,42%	31/12/2021
31/03/2034	41,84	2,49%	31/12/2021
19/02/2035	70,36	2,43%	31/12/2021
16/07/2035	295,36	2,47%	31/12/2021
16/08/2038	130,87	2,64%	31/12/2021
16/04/2040	65,84	2,83%	31/12/2021
19/02/2046	311,17	3,01%	31/12/2021
20/02/2051	433,91	3,22%	31/12/2021
Total	5 280,35		

Figure13 :les transactions sur les bons de tresor

4.1.3 La méthodologie de construction :

Le but de cette partie est la construction de la courbe des taux zero coupon, nous disposons initialement des taux de rendement correspondants à certaines maturités. Pour cette fin, nous allons transformer d'abord les taux monétaires en taux actuariels.

Pour ce faire, nous allons utiliser la formule suivante qui consiste à harmoniser les bases de calculs des taux.

$$t_a = 1 + \left(\frac{t_m * n}{360} \right)^{\frac{365}{n}} - 1$$

Avec :

— t_a : le taux actuariel

— t_m : le taux monetaire

— n : le nombre de jours entre la date de la valeur et la date d'échéance

Pour ce faire, nous allons utiliser la formule suivante qui consiste à harmoniser les bases de calculs des taux.

maturité(jours)(n)	maturité(année)	taux actuariel
18	0,049315068	0,01562742
46	0,126027397	0,015618063
68	0,18630137	0,015610721
108	0,295890411	0,015679399
262	0,717808219	0,015882436
290	0,794520548	0,015944007
318	0,871232877	0,016046061
444	1,216438356	0,0165
458	1,254794521	0,01639
500	1,369863014	0,0166
535	1,465753425	0,0168
563	1,542465753	0,0167
626	1,715068493	0,01691
654	1,791780822	0,01701
745	2,04109589	0,0173
808	2,21369863	0,01759
836	2,290410959	0,01765
1200	3,287671233	0,01853
1249	3,421917808	0,01863
1389	3,805479452	0,01922
1571	4,304109589	0,02007
1753	4,802739726	0,01974
1935	5,301369863	0,0201
1991	5,454794521	0,02042
2362	6,471232877	0,02095
2726	7,468493151	0,02128
2775	7,602739726	0,02165
3090	8,465753425	0,02215

Figure14 :Taux actuariel

Après avoir trouvé les taux pour certaines maturités, nous voulons les trouver pour des maturités qui sont spécifiques, pour cela nous allons passer par des méthodes d'interpo-

lation.

4.1.4 Interpolation linéaire :

La méthode d'interpolation linéaire est une méthode qui consiste à joindre des points par segments de droite.

Si on dispose des taux de rendements de maturités t_1 et t_2 , et on souhaite interpoler le taux de maturité t qui est compris entre t_1 et t_2 . Le taux de rendement $R(t)$ de maturité t est défini par :

$$R(0, t) = \frac{(t_2 - t)R(0, t_1) + (t - t_1)R(0, t_2)}{t_2 - t_1}$$

Nous obtenons comme résultat, le tableau suivant qui représente le taux actuariel pour chaque maturité.

maturité	taux actuariel
1	0,016215388
2	0,017252198
3	0,018276154
4	0,019551593
5	0,01369863
6	0,020704286
7	0,021124973
8	0,021880159
9	0,022576159
10	0,023308257
11	0,023882307
12	0,024658438
13	0,024401108
14	0,023311297
15	0,025501846
16	0,026026513
17	0,026781494
18	0,028196937
19	0,028502956
20	0,028808974
30	0,032567915

Figure15 :Taux actuariels pour des maturités spécifiques.

Après avoir calculé les taux actuariels, nous nous basons sur la méthode de Bootstrap pour calculer les taux zero coupon. La méthode de Bootstrap :

C'est une technique qui permet de construire une courbe des taux zero coupon, en déterminant les taux zero coupon à partir des taux actuariels, en supposant que la valeur

nominale des obligations des bons de trésor égale leur prix d'émission. Pour les maturités inférieure ou égale un an, aucun coupon n'est payé avant l'échéance, donc le taux actuariel égal au taux zero coupon.

Généralement, le calcul des taux zero-coupons se fait d'une manière récursive. La formule générale utilisée dans le calcul est la suivante :

$$y_n = \left[\frac{1 + C_n}{1 - C_n \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(1+y_i)^i}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Ainsi; la courbe du taux zero coupon obtenue en appliquant cette méthode est :

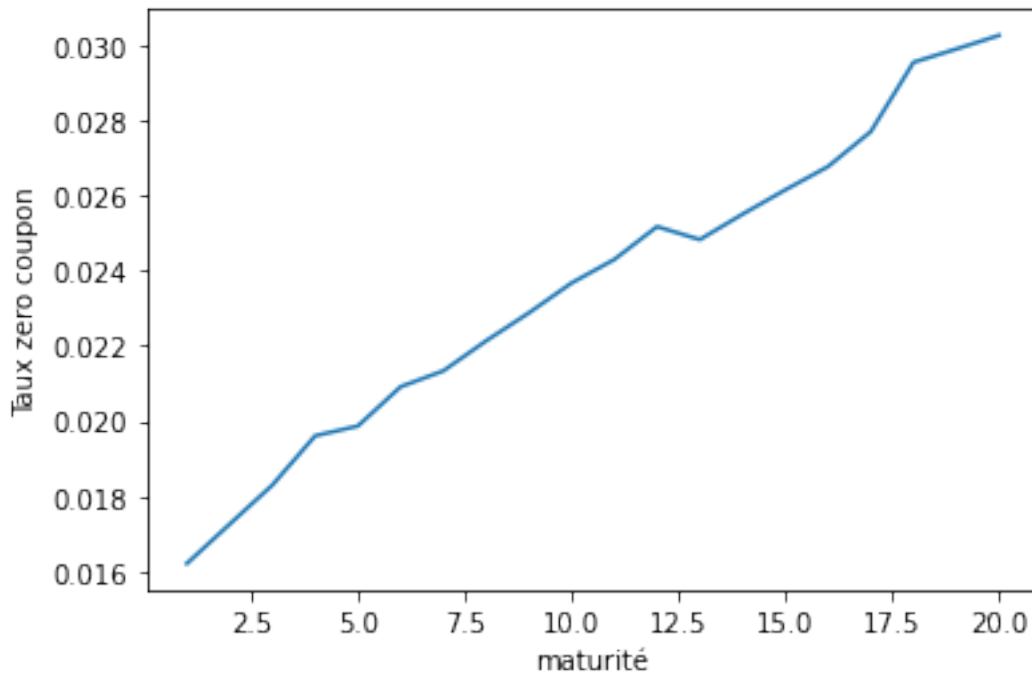


Figure16 :La courbe du taux zero coupon

4.2 Construction d'un modèle de provisionnement :

Nous développons un modèle de provisionnement stochastique qui consiste à utiliser les facteurs d'inflation calculés dans le chapitre précédent. La méthode consiste à utiliser les résultats vus auparavant. Dans le commencement, nous travaillons avec les règlements cumulés sans exogénéité, puis nous simulons l'exogénéité future $\{\lambda_{n+1}, \dots, \lambda_{2n+1}\}$ selon l'équation suivante :

$$\forall k \in \{n+1, \dots, 2n-1\}$$

$$\lambda_k = \lambda_1 \hat{q} (1 + \hat{p}i_1) \dots (1 + \hat{p}i_{n-1}) (1 + \hat{p}i'_n) \dots (1 + \hat{p}i'_{k-1}) + \gamma_k$$

Pour ce faire, on commence par la détermination du triangle des règlements cumulés sans exogénéité. Le règlement non cumulé sans exogénéité noté $(t_{i,j})$ est défini par :

$$t_{i,j} = \frac{X_{i,j}}{\lambda_{i+j-1}} = \frac{n_i s_{i,j}}{\lambda_{i+j-1}}$$

Ainsi, le règlement cumulé sans exogénéité qu'on va le noter $(T_{i,j})$ est défini comme suit :

$$T_{i,j} = \sum_{k=1}^j t_{i,k} \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$$

Après avoir supprimé l'effet inflationniste des règlements, nous appliquons simplement la méthode de Chain_Ladder.

Nous appliquons la méthode de Chain_Ladder puisqu'elle est considérée comme méthode de base. Nous avons l'utiliser pour l'estimation de la partie inférieure du triangle $T_{i,j}$, ensuite nous simulons les $\{\lambda_{n+1}, \dots, \lambda_{2n-1}\}$ pour déterminer $(X_{i,j})_{i \in \{2, \dots, n\}, j \in \{n-i+2, \dots, 2n-1\}}$ et trouver enfin les provisions.

Démarche de la construction du modèle de provisionnement :

Dans la partie de la modélisation de l'inflation, nous avons pu extraire la composante inflation, ainsi nous avons généré l'érogénéité future. Nous allons baser sur ces résultats afin de construire un modèle qui va nous permettre d'obtenir les provisions en tenant compte de l'inflation.

Cette partie de modélisation nécessite un taux d'intérêt pour actualiser les règlements. Pour ce faire nous utilisons les taux zero coupon que nous avons modélisé dans la partie précédente. D'abord, nous déterminons le triangle du règlement cumulé sans tenir compte de l'exogénéité.

Nous définissons le règlement cumulé sans exogénéité, qu'on va le noter $q_{i,j}$, par :

$$q_{i,j} = \frac{x_{i,j}}{\lambda_{i+j-1}} \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$$

Ainsi le règlement cumulé, noté $Q_{i,j}$, sera :

$$Q_{i,j} = \sum_{k=1}^j q_{i,k} \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$$

Ainsi, nous avons retiré l'effet inflationniste des règlements, nous générons seulement les provisions pour sinistres sans tenant compte de l'inflation. Nous appliquons dans un second temps les facteurs d'exogénéité λ_k .

La génération des $(Q_{i,j})_{i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{n-i+2, \dots, n-i+1\}}$ défini par :

$$Q_{i,j} = \sum_{k=1}^j \frac{x_{i,k}}{\lambda_{i+k-1}}$$

Ainsi, après avoir retiré la composante inflation des règlements, nous supposons que les années de survenance sont indépendantes, et nous utilisons la méthode de chain ladder afin d'estimer la partie inférieure du triangle $Q_{i,j}$. Nous allons chercher nos facteurs d'exo-

généité futures $\{\lambda_{n+1}, \dots, \lambda_{2n-1}\}$ Nous cherchons à trouver $\hat{\lambda}_i \forall i \in \{n+1, \dots, 2n-1\}$

$$\hat{\lambda}_k = \lambda_1 (1 + \hat{p}i_0) \dots (1 + \hat{p}i_{n-1}) (1 + \hat{p}i_n^*) \dots (1 + \hat{p}i_{k-1}^*) + \gamma_k, \forall k \in \{n+1, \dots, 2n-1\}$$

Ensuite, nous allons calculer une estimation $(\hat{X}_{i,j})_{i \in \{2, \dots, n\}, j \in \{n-i+2, \dots, n\}}$ du montant des règlements futurs :

$$\hat{X}_{i,j} = (\hat{Q}_{i,j} - \hat{Q}_{i,j-1}) \hat{\lambda}_{i+j-1}, \forall i \in \{2, \dots, n\}, j \in \{n-i+2, \dots, n\}$$

Après nous allons actualiser les $\hat{X}_{i,j}$ par les taux sans risque, pour cela nous utilisons les taux calculés dans la partie précédente. Les règlements estimés $\hat{X}_{i,j}$ sont actualisés comme suit :

$$\hat{X}_{i,j}^{\text{actualisé}} = \frac{\hat{X}_{i,j}}{(1 + r_{i+j-1-n})^{i+j-1-n}}$$

Ainsi nous pouvons calculer les réserves associés à chaque année de survenance :

$$\hat{R}_i = \sum_{j=n-i+2}^n \hat{X}_{i,j}^{\text{actualisé}}$$

Le montant actualisé total des réserves est :

$$\hat{R} = \sum_{i=n-i+2}^n \hat{R}_i$$

Ainsi nous trouvons la provision totale en tenant compte de l'effet inflationniste.

4.2.1 Application pratique

Usage	chain_ladder	Modèle de provisionnement	écart
<i>A_TPL_DC</i>	42069719511	51543776408	18,38%
<i>A_TPL_DM</i>	18188930413	23568871232	22,83%
<i>C1_TPL_DC</i>	8617372489	9865314512	12,65%
<i>C1_TPL_DM</i>	23543149948	29317866541	19,70%
<i>C2_TPL_DM</i>	1190832347	1787654165	33,39%
<i>D1_TPL_DC</i>	9636771220	12096391548	20,33%
<i>D1_TPL_DM</i>	272408641	354129873	23,08%

Tableau 20 : provisions obtenus par le modèle construit et l'écart avec la méthode de Chain_Ladder

Le tableau ci-dessus nous présente le montant des provisions obtenus par le modèle construit, nous pouvons dire que l'inflation a un effet sur les réserves calculés, et il y a un sous provisionnement, donc l'effet inflationniste doit se remettre en question. Ainsi, on conclut que cette méthode est beaucoup plus prudente que la méthode précédente, cependant, elle présente un écart très important qui nous mène à reconsidérer ce modèle construit.

Conclusion générale :

Les provisions constituent une partie importante du passif de l'assurance, ainsi une sous-estimation de ces réserves peut rendre les sociétés insolvables, ce qui exige aux responsables de prendre en considération les facteurs exogènes qui peuvent rendre les provisions plus importantes.

Ainsi, durant ce mémoire on s'est intéressé à cette problématique, et plus spécifiquement l'effet inflationniste sur les réserves. Dans un second lieu, nous avons vu comment la variation des prix peut se manifester.

Dans un premier lieu, nous avons présenté certaines méthodes classiques pour les utiliser comme des méthodes de référence.

Après, nous avons modéliser les facteurs d'inflation issus de la méthode de séparation de Taylor avec des indices des prix sectoriels, et nous avons choisi l'indice reflétant le mieux notre contrat, ainsi la génération des facteurs d'inflation futurs nous permettent d'obtenir les réerves avec inflation non contante en passant d'une année de survenance à une autre.

Enfin, nous avons construit un modèle de provisionnement qui consiste à combiner entre les résultats des facteurs obtenus dans la partie du modélisation, et l'utilisation de la méthode de Chain_Ladder, qui nous donne les provisions en tenant compte de l'inflation.

Bibliographie

- [1]: Arthur Charpentier, Michel Denuit, MATHEMATIQUES DE L'ASSURANCE NON-VIE, TOME II : TARIFICATION ET PROVISIONNEMENT.
- [2]: FOUAD MARRI , PROVISIONNEMENT EN NON VIE, INSEA.
- [3]: P.D. England et R.J. Verall (2012) Stochastic claims reserving in general insurance
- [4]: G.C. Taylor Separation of inflation and other effects from the distribution of non-life insurance claim delays
- [5]: LAGRANGE Laure-Anne et MEUNIER Pierre. "Intégration de l'inflation dans l'évaluation du risque de provisionnement pour un assureur non-vie sous solvabilité 2". Master's thesis, ENSAE Paris Tech
- [6]: G. C. TAYLOR. "Separation of inflation and other effects from the distribution of non-life insurance claim delays". Macquarie University, Australie et Government's Actuary Department, UK, 1977.
- [7]: MEMOIRE ACTUARIAT Par Yvan Murzeau Titre : Etude de l'inflation dans le processus d'inventaire non-vie

Sites Internet :

- <http://www.ressources-actuarielles.net/>
- <https://www.actuarialab.net/>
- <https://www.bkam.ma/>
- <https://www.institutdesactuaire.com>
- <https://shiny.rstudio.com/>
- <https://www.hcp.ma/>

Annexe

Visualisation des indices :

Cette annexe représente les données externes que nous avons utilisé dans notre projet, elle nous donne une visualisation des indices des prix sectoriels, ainsi que leurs taux correspondants.

A.1 Voitures automobiles :

cet indice sectoriel contient le commerce de véhicules que ce soit neufs ou usagés.

pour le transport des personnes il y a les véhicules automobiles, qui contiennent les véhicules spéciaux tels qu'ambulances, minibus. (3,5 tonnes ou moins)

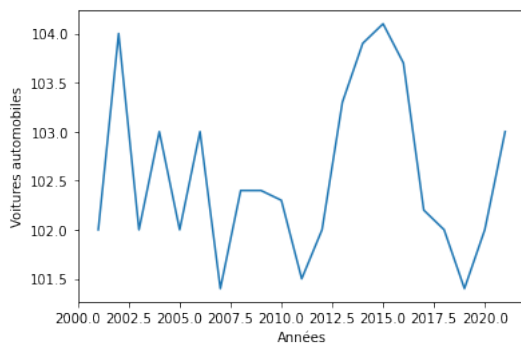


Figure17 :Evolution de l'indice 'Voiture Auto' par rapport aux temps



Figure18 :Evolution du taux associee a l'indice 'Voiture Auto' par rapport aux temps

A.2 Motocycles

Cette sous-classe comprend la fabrication de motocycles, de cyclomoteurs et de cycles équipés d'un moteur auxiliaire

les moteurs pour motocycles

la fabrication de side cars

les parties et d'accessoires pour motocycles

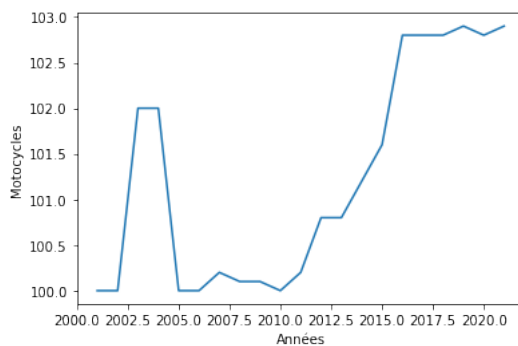


Figure19 :Evolution du taux associée a l'indice 'Motocycles' par rapport aux temps



Figure20 :Evolution de l'indice 'Motocycles' par rapport aux temps

A.3 Bicyclettes

cette sous-classe comprend la fabrication de bicyclettes, de triporteurs et autres cycles, sans moteur

les bicyclettes et tricycles utilisés par les enfants

les parties d'accessoires de bicyclettes

les véhicules nvalides, avec ou sans moteur

les parties d'accessoires de véhicules pour invalides

la fabrication de landaus et de poussettes

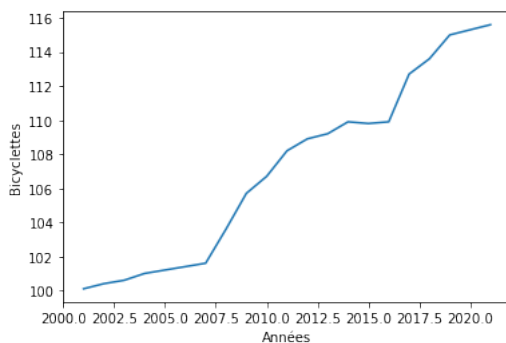


Figure21 :Evolution de l'indice 'Bicyclettes' par rapport aux temps

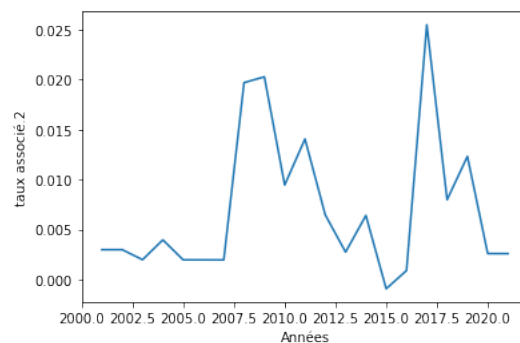


Figure22 :Evolution du taux associée a l'indice 'Bicyclettes' par rapport aux temps

A.4 Pièces de rechanges et accessoires pour véhicules de tourisme

Cette classe comprend Pneus (neufs, d'occasion ou rechapés), chambres à air, bougies d'allumage, batteries, amortisseurs, filtres, pompes et autres pièces détachées ou accessoires pour véhicules personnels.

Cette classe comprend aussi Extincteurs pour le matériel de transport; produits spécifiques pour le nettoyage et l'entretien des équipements du véhicule tels que la peinture, le nettoyage des chromes, produits d'étanchéité et produits pour la carrosserie; housse pour voitures, motos, etc.

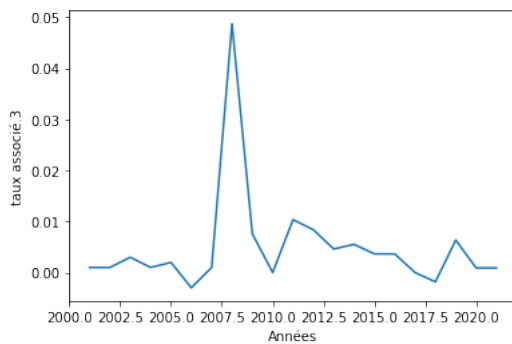


Figure23 :Evolution du taux associee a l'indice Pièces de rechanges et accessoires pour véhicules de tourisme par rapport aux temps

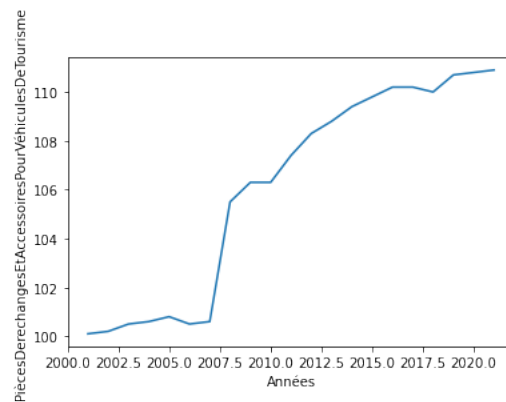


Figure24 :Evolution de l'indice 'Pièces de rechanges et accessoires pour véhicules de tourisme' par rapport aux temps

A.5 Carburants Et Lubrifiant Pour Véhicules De Tourisme

Ce secteur contient les prix a la consommation Essence et autres carburants tels que diesel, gaz de pétrole liquéfié, alcool et mélanges pour deux temps ; lubrifiants, liquides de frein et de transmission, liquides de refroidissement et additifs.

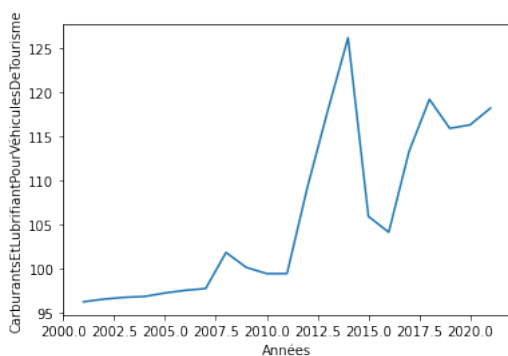


Figure25 :Evolution de l'indice Carburants Et Lubrifiant Pour Véhicules De Tourisme par rapport aux temps



Figure26 :Evolution du taux l'indice 'Carburants Et Lubrifiant Pour Véhicules De Tourisme' par rapport aux temps

A.6 Entretien et réparation de véhicules particuliers

C'est les services pour l'entretien et la réparation de véhicules personnels comme : montage de pièces et accessoires, équilibrage des roues, visite de contrôle, services de dépannage, , graissage et lavage vidange

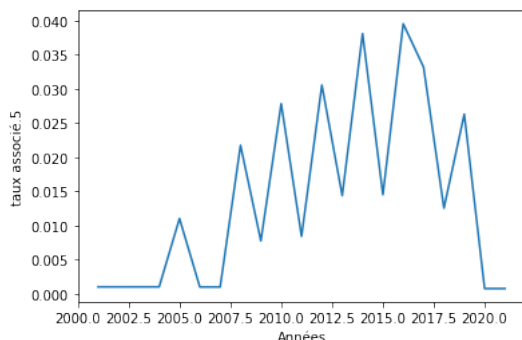


Figure27 :Evolution du taux associee a l'indice Entretien etréparation de véhicules particuliers' par rapport aux temps

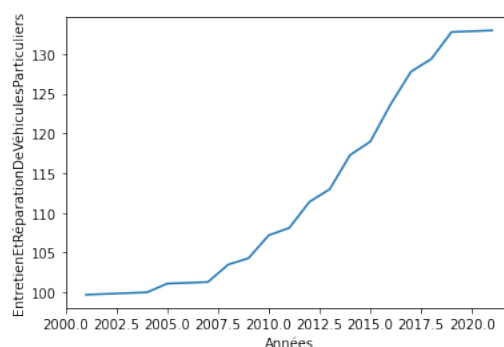


Figure28 :Evolution de l'indice 'Entretien et réparation de véhicules particuliers' par rapport aux temps

A.7 Services divers liés aux véhicules particuliers

Location de garages ou de places de parking non liées à l'habitation; péages (ponts, tunnels, ferries, autoroutes) et parcmètres; leçons de conduite, examens de conduite et permis de conduire; contrôle technique; location de véhicules personnels sans chauffeur

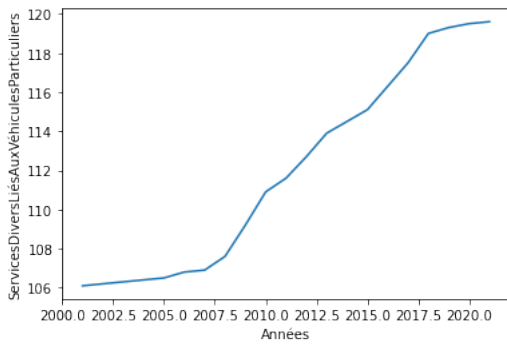


Figure29 :Evolution de l'indice Services divers liés aux véhicules particuliers par rapport aux temps

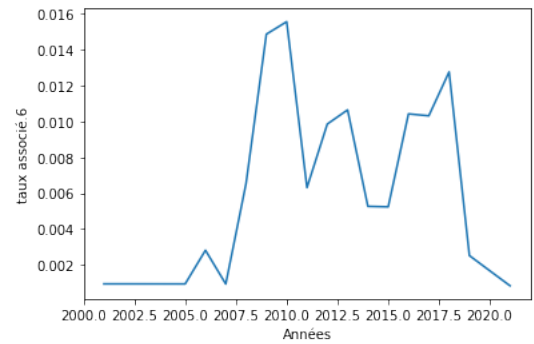


Figure30 :Evolution du taux associee a l'indice 'Services divers liés aux véhicules particuliers' par rapport aux temps

A.8 Transport routier de passagers

Transport individuels et collectifs de personnes et de bagages par autobus, autocar, taxi et voiture de location avec chauffeur

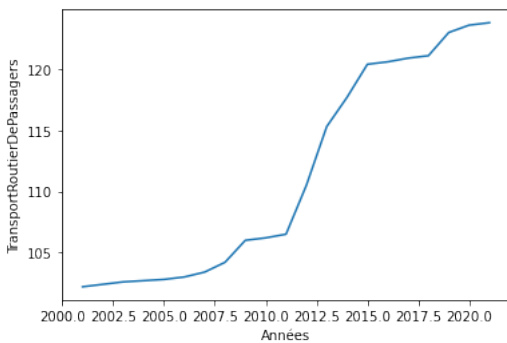


Figure31 :Evolution de l'indice Transport routier de passagers par rapport aux temps

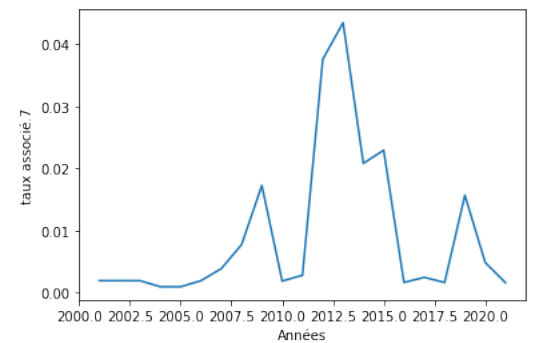


Figure32 :Evolution de l'indice 'Transport routier de passagers' par rapport aux temps

A.9 Appareils électriques pour soins corporels

Rasoirs et tondeuses électriques, sèche-cheveux à main, sèche-cheveux casque, fers à fri-ser et peignes soufflants, lampes à bronzer, vibromasseurs, brosses à dents électriques et autres appareils électriques pour l'hygiène dentaire, etc.

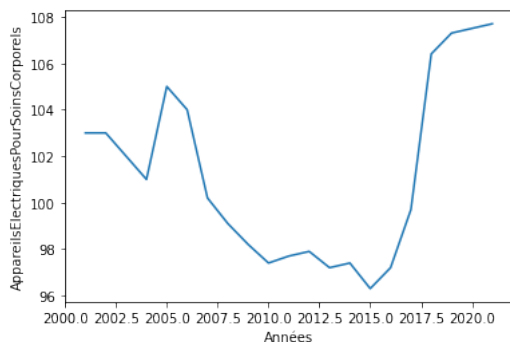


Figure33 :Evolution de l'indice Appareils électriques pour soins corporels par rapport aux temps



Figure34 :Evolution du taux associee a l'indice 'Appareils électriques pour soins corporels' par rapport aux temps

A.10 IPC :

L'indice des prix à la consommation (IPC) est l'instrument de mesure de l'inflation. Il permet d'estimer, entre deux périodes données, la variation moyenne des prix des produits consommés par les ménages.

Il est basé sur l'observation d'un panier fixe de biens et services, actualisé chaque année. Chaque produit est pondéré, dans l'indice global, proportionnellement à son poids dans la dépense de consommation des ménages.

Il est publié chaque mois au Journal Officiel. L'indice des prix hors tabac sert à indexer de nombreux contrats privés, des pensions alimentaires, des rentes viagères et aussi à indexer le SMIC.

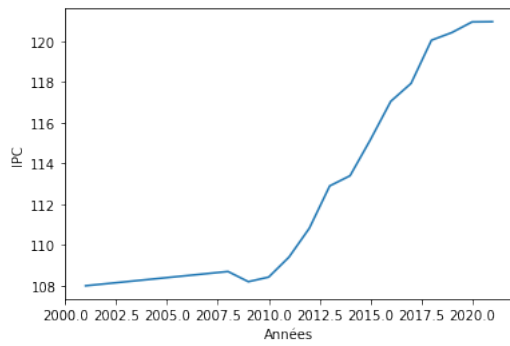


Figure35 :Evolution de l'indice 'indice de prix a la consommation' par rapport aux temps

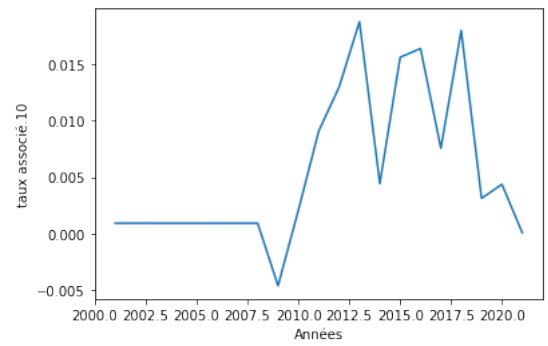


Figure36 :Evolution du taux associe l'indice 'indice de prix a la consommation' par rapport aux temps

Annexe **B**

Résultat de la méthode de séparation de
Taylor :

Pour la catégorie A_TPL_DM :

Délai j	λ_j	a_j
0	4072.26	10.91%
1	4788.91	10.27%
2	5140.06	8.78%
3	5709.21	7.65%
4	6160.36	6.78%
5	6979.77	6.16%
6	6791.32	5.72%
7	7236.97	5.18%
8	7276.63	4.78%
9	9946.38	4.37%
10	10739.67	4.02%
11	12010.73	3.62%
12	11615.87	3.33%
13	12343.35	2.93%
14	13536.69	2.64%
15	14575.09	2.42%
16	15594.47	2.20%
17	16854.17	2.04%
18	35748.10	1.91%
19	21513.44	1.64%
20	25878.41	1.41%
21	33688.22	1.24%

Tableau 21 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage A_TPL_DM

Pour la categorie C1_TPL_DC :

Délai j	λ_j	a_j
0	32609.86	9.35%
1	38322.45	12.62%
2	42595.78	11.70%
3	45941.31	9.99%
4	50861.00	8.32%
5	52776.35	6.74%
6	59637.99	5.66%
7	63544.82	4.90%
8	66604.68	4.20%
9	73313.92	3.68%
10	80049.01	3.28%
11	90901.96	2.79%
12	90853.65	2.52%
13	99251.36	2.32%
14	118307.29	2.04%
15	127771.89	1.88%
16	143093.70	1.84%
17	162232.91	1.57%
18	358119.21	1.44%
19	227679.48	1.27%
20	300771.64	1.00%
21	383253.26	0.87%

Tableau 22 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage C1_TPL_DC

Pour la categorie C1_TPL_DM :

Délai j	λ_j	a_j
0	4993.95	10.00%
1	6259.89	9.66%
2	6619.81	8.40%
3	7276.49	7.46%
4	7725.59	6.72%
5	8523.30	5.94%
6	8879.87	5.73%
7	9316.55	5.26%
8	9236.62	4.69%
9	13157.59	4.55%
10	14307.37	4.06%
11	15351.18	3.80%
12	14607.75	3.42%
13	15071.42	2.96%
14	16531.80	2.87%
15	17396.66	2.43%
16	18526.29	2.25%
17	19335.26	2.25%
18	40608.66	2.10%
19	23896.20	1.78%
20	28627.15	1.84%
21	37196.51	1.81%

Tableau 23 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage C1_TPL_DM

Pour la categorie C2_TPL_DC :

Délai j	λ_j	a_j
0	68855.90	7.83%
1	61604.97	12.07%
2	63714.34	11.83%
3	68385.70	9.94%
4	68259.31	8.86%
5	80241.11	6.93%
6	83655.12	6.00%
7	88169.99	5.17%
8	92479.41	4.24%
9	100055.33	3.78%
10	107947.64	3.17%
11	114968.84	2.86%
12	120126.83	2.57%
13	134085.12	2.20%
14	163483.88	1.90%
15	182399.31	1.81%
16	205203.83	1.66%
17	242552.50	1.60%
18	528402.46	1.65%
19	348099.01	1.34%
20	437919.12	1.29%
21	529344.67	1.29%

Tableau 24 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage C2_TPL_DM

Pour la categorie D1_TPL_DC :

Délai j	λ_j	a_j
0	20221.87	12.76%
1	20087.71	15.40%
2	21213.08	14.01%
3	22993.21	11.39%
4	24332.27	9.08%
5	25522.40	6.54%
6	27542.53	5.05%
7	29199.75	4.07%
8	31952.51	3.47%
9	36137.65	2.93%
10	40909.07	2.43%
11	46650.20	2.09%
12	43442.40	1.77%
13	48691.04	1.50%
14	57839.01	1.31%
15	66113.97	1.18%
16	76348.94	1.08%
17	89707.11	0.97%
18	204341.98	0.96%
19	138848.70	0.76%
20	190428.29	0.64%
21	261242.68	0.62%

Tableau 25 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage D1_TPL_DC

Pour la categorie D1_TPL_DM :

Délai j	λ_j	a_j
0	6966.66	15.66%
1	7820.71	15.36%
2	3750.48	12.63%
3	4683.26	10.18%
4	4070.05	7.46%
5	4043.00	6.02%
6	3616.73	5.19%
7	3493.38	4.20%
8	2899.01	3.48%
9	6567.04	2.86%
10	7184.60	2.27%
11	9340.05	1.91%
12	6989.79	1.63%
13	6276.96	1.45%
14	7092.67	1.49%
15	8014.28	1.39%
16	8866.90	1.43%
17	9673.96	1.36%
18	21110.34	1.31%
19	13350.48	1.10%
20	18199.91	0.84%
21	23162.58	0.78%

Tableau 26 : Cadences et Facteurs d'inflation pour l'Usage D1_TPL_DM

Annexe **C**

Résultat de la modélisation des facteurs
d'inflation :

Cette annexe nous donne les résultats du maximum de vraisemblance avec la validation de l'indice retenu.

D1_TPL_DC :

Les résultats du modèle amélioré appliqué aux indices sont reportés dans le tableau ci-dessous. Le maximum de vraisemblance est atteint pour l'indice Motocycles.

indice	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>sigma</i>
<i>Voitures automobiles</i>	313.08	3.26	221.52
Motocycles	300.31	2.83	116.60
<i>Bicyclettes</i>	99.22	3.13	129.94
Pieces de rechanges et accessoires pour vehicules de tourisme	202.12	2.99	265.89
<i>Carburant et lubrifiants pour vehicules de tourisme</i>	120.11	3.26	740.91
<i>Entretien et réparation de vehicules particuliers</i>	111.10	2.34	176.75
<i>Services divers liés aux vehicules particuliers</i>	150.12	3.33	158.13
<i>Transport routier de passagers</i>	123.15	2.77	199.96
<i>Appareils électriques pour soins corporels</i>	185.47	1.76	149.84

Tableau 27 : Estimation des paramètres de chaque indice pour D1_TPL_DC

Validation du Modèle :

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-41,84$ et il est significativement non nulle car la p-value est supérieure à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide.

```

> t.test(gamma_k_D1_TPL_DC)

      One sample t-test

data:  gamma_k_D1_TPL_DC
t = -1.332, df = 12, p-value = 0.2076
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -110.30048  26.60544
sample estimates:
mean of x
-41.84752

```

Figure37 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée a D1_TPL_DC

Q-Q plot :

La plupart des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

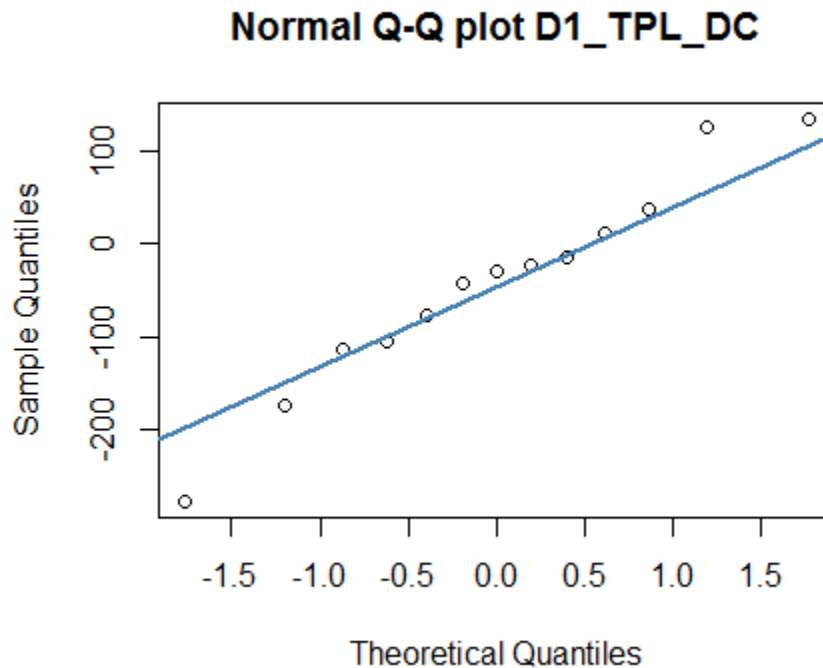


Figure38 :Q-Q plot des résidus relatif aux contrat D1_TPL_DC

La régression des résidus sur l'indice **Motocycles** ne laisse pas apparaître des coefficients significativement non nul

```
> summary(reg_D1_TPL_DC)

Call:
lm(formula = gamma_k_D1_TPL_DC ~ indice_motocycle, data = test_D1_TPL_DC)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-219.40  -35.21   34.55   59.98  151.47

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    -48.21     30.26  -1.593   0.139
indice_motocycle -5433.65    3662.82  -1.483   0.166

Residual standard error: 108 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1667,    Adjusted R-squared:  0.09095
F-statistic: 2.201 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.166
```

Figure39 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles

D1_TPL_DM :

Les résultats du modèle amélioré appliqué aux indices sont reportés dans le tableau ci-dessous. Le maximum de vraisemblance est atteint pour l'indice Motocycles.

indice	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>sigma</i>
<i>Voituresautomobiles</i>	306.84	2.26	20.02
Motocycles	164.83	2.67	8.65
<i>Bicyclettes</i>	280.87	1.59	18.72
Pieces de rechanges et accessoires pour vehicules de tourisme	298.56	2.03	33.20
<i>Carburantsetlubrifiantspourvehiculesdetourisme</i>	50.90	3.23	41.53
<i>Entretienetrparationdevehiculesparticuliers</i>	179.81	1.32	18.48
<i>Servicediverslisauxvehiculesparticuliers</i>	189.14	2.35	15.65
<i>Transportroutierdepassagers</i>	173.12	1.82	21.99
<i>Appareilslectriquespoursoinscorporels</i>	208.12	1.24	15.75

Tableau 28 :Estimation des paramètres de chaque indice pour D1_TPL_DM

Validation du Modèle :

Test de student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-3,14$ et il est significativement non nulle car la p-value est supérieur à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide

```
> t.test(gamma_k_D1_TPL_DM)

One sample t-test

data:  gamma_k_D1_TPL_DM
t = -1.3532, df = 12, p-value = 0.2009
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -8.214828  1.920217
sample estimates:
mean of x
-3.147306
```

Figure40 :Résultat Test de Studentde la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à D1_TPL_DM

Q-Q plot :

La majorité des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

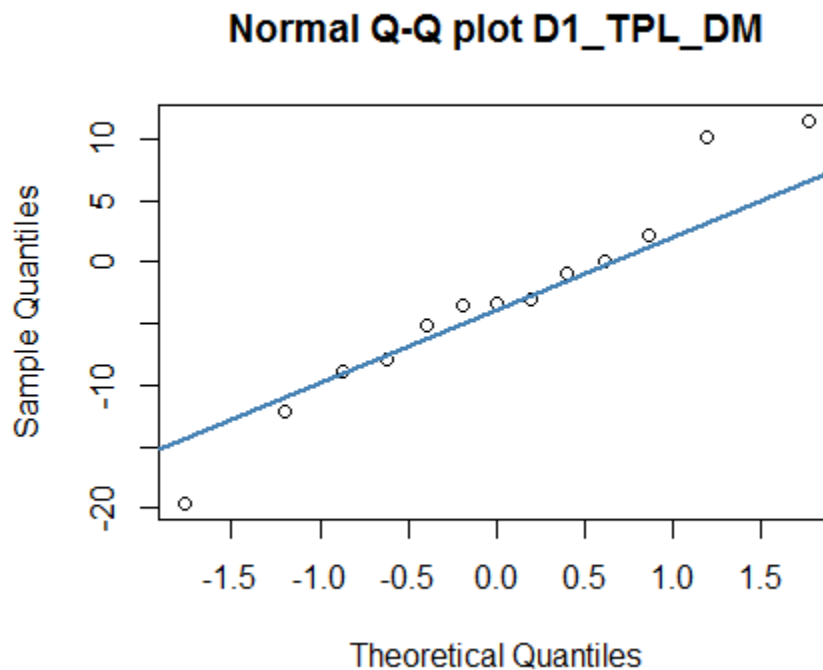


Figure41 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat D1_TPL_DM

La Régression des résidus sur l'indice **Motocycles** ne laisse pas apparaitre des coefficients significativement non nul

```
> summary(reg_D1_TPL_DM)
Call:
lm(formula = gamma_k_D1_TPL_DM ~ indice_motocycle, data = test_D1_TPL_DM)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-15.224  -2.040   2.113   4.399  11.383

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    -3.608     2.250  -1.604   0.137
indice_motocycle -393.525    272.317  -1.445   0.176

Residual standard error: 8.03 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1596,    Adjusted R-squared:  0.08315
F-statistic: 2.088 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.1763
```

Figure42 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles

C2_TPL_DC :

Les résultats du modèle amélioré appliqué aux indices sont reportés dans le tableau ci-dessous.

indice	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>sigma</i>
<i>Voitures automobiles</i>	176.45	0.46	529.67
<i>Motocycles</i>	165.43	2.85	433.40
<i>Bicyclettes</i>	198.43	1.98	415.25
Pieces de rechanges et accessoires pour vehicules de tourisme	165.89	2.57	578.92
<i>Carburantsetlubrifiantspourvehiculesdetourisme</i>	120.11	2.13	559.73
<i>Entretienetparationdevehiculesparticuliers</i>	110.28	1.87	420.81
<i>Servicesdiverslisauxvehiculesparticuliers</i>	198.76	2.49	429.66
<i>Transportroutierdepassagers</i>	207.65	1.78	606.64
<i>Appareilslectriquespoursoinscorporels</i>	214.43	1.32	492.20

Tableau 29 :Estimation des paramètres de chaque indice pour C2_TPL_DC

Validation du Modèle : le modèle n'est pas valide il faut reconsidérer le modèle.

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-273,13$ et il est significativement nulle car la p-value est inférieur à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ n'est pas valide.

```

> t.test(gamma_k_C2_TPL_DC)

      One Sample t-test

data:  gamma_k_C2_TPL_DC
t = -3.0251, df = 12, p-value = 0.01056
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -469.86062  -76.41124
sample estimates:
mean of x
-273.1359

```

Figure43 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée a C2_TPL_DC

Q-Q plot :

La majorité des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

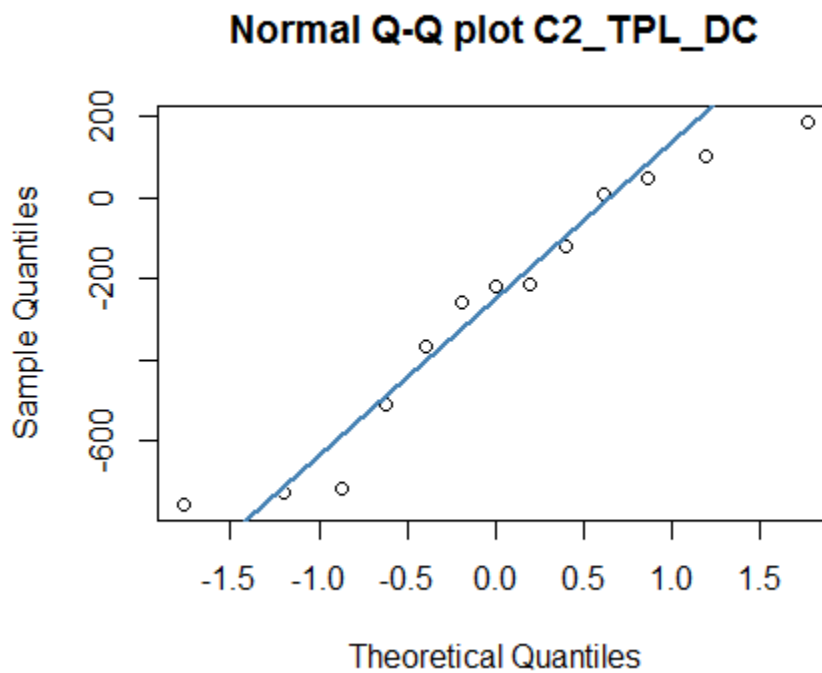


Figure44 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C2_TPL_DC

La Régression des résidus sur l'indice **Bicyclette** ne laisse pas apparaitre des coefficients significativement non nul

```
> summary(reg_C2_TPL_DC)

Call:
lm(formula = gamma_k_C2_TPL_DC ~ indice_bicyclette, data = test_C2_TPL_DC)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-509.74 -236.45   61.43  290.39  446.57

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    -325.3     148.7   -2.188   0.0511 .
indice_bicyclette  5349.9    11850.9    0.451   0.6604
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 336.9 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.01819,    Adjusted R-squared:  -0.07107
F-statistic: 0.2038 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.6604
```

Figure45 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles

C2_TPL_DM :

Les résultats du modèle amélioré appliqué aux indices sont reportés dans le tableau ci-dessous Le maximum de vraisemblance est atteint pour l'indice Appareils électriques

pour soins corporels.

indice	p	q	σ
<i>Voitures automobiles</i>	201.53	0.55	37.96
<i>Motocycles</i>	197.56	0.92	35.82
<i>Bicyclettes</i>	187.54	1.31	34.70
<i>Pices de rechange et accessoires pour véhicules de tourisme</i>	208.54	1.71	48.27
<i>Carburant et lubrifiants pour véhicules de tourisme</i>	120.11	3.65	69.13
<i>Entretien et réparation de véhicules particuliers</i>	123.53	1.14	35.49
<i>Services divers liés aux véhicules particuliers</i>	154.64	1.78	32.45
<i>Transport routier de passagers</i>	178.53	1.24	35.83
Appareils électriques pour soins corporels	206.75	0.86	26.07

Tableau 30 : Estimation des paramètres de chaque indice pour C2_TPL_DM

Validation du Modèle :

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-19,39$ et il est significativement non nulle car la p-value est supérieur à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide.

```

> t.test(gamma_k_C2_TPL_DM)

      One Sample t-test

data:  gamma_k_C2_TPL_DM
t = -0.49031, df = 12, p-value = 0.6328
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -105.58352  66.79274
sample estimates:
mean of x
-19.39539

```

Figure46 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à C2_TPL_DM

Q-Q plot :

La majorité des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

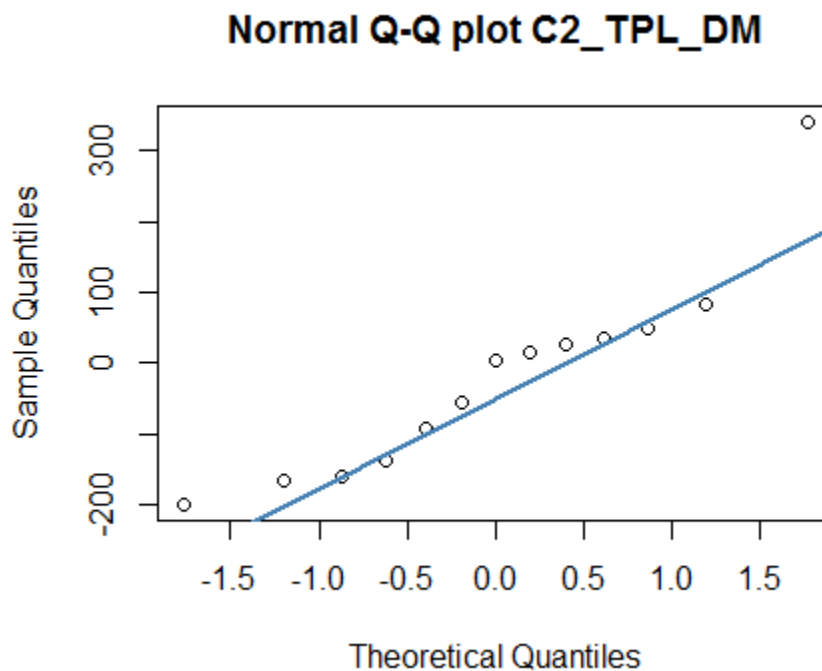


Figure47 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C2_TPL_DM

La Régression des résidus sur l'indice **Appareil électrique** ne laisse pas apparaître des coefficients significativement non nul

```
> summary(reg_C2_TPL_DM)

Call:
lm(formula = gamma_k_C2_TPL_DM ~ indice_apa_ele, data = test_C2_TPL_DM)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-185.02 -115.52   19.63   57.31  334.11

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    -10.97     41.79  -0.262   0.798
indice_apa_ele -1498.40    1977.26  -0.758   0.464

Residual standard error: 145.2 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.04962,    Adjusted R-squared:  -0.03678
F-statistic: 0.5743 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.4645
```

Figure48 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles

C1_TPL_DC :

Les résultats du modèle amélioré appliqué aux indices sont reportés dans le tableau ci-dessous Le maximum de vraisemblance est atteint pour l'indice Carburants et lubrifiants pour véhicules de tourisme.

indice	p	q	σ
<i>Voitures automobiles</i>	133.35	2.62	189.09
<i>Motocycles</i>	265.97	2.34	181.63
<i>Bicyclettes</i>	121.65	2.25	223.42
Pieces de rechanges et accessoires pour vehicules de tourisme	143.54	2.52	353.78
Carburants et lubrifiants pour véhicules de tourisme	120.11	1.05	107.86
<i>Entretien et réparation de véhicules particuliers</i>	79.32	2.06	243.64
<i>Services divers liés aux véhicules particuliers</i>	104.63	2.76	208.32
<i>Transport routier de passagers</i>	113.45	2.16	304.41
<i>Appareils électriques pour soins corporels</i>	127.54	1.41	163.12

Tableau 31 : Estimation des paramètres de chaque indice pour C1_TPL_DC

Validation du Modèle :

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-32,24$ et il est significativement non nulle car la p-value est supérieur a 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide

```

> t.test(gamma_k_C1_TPL_DC)

One Sample t-test

data:  gamma_k_C1_TPL_DC
t = -0.22037, df = 12, p-value = 0.8293
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -351.0238  286.5380
sample estimates:
mean of x
-32.24289

```

Figure49 :Résultat du test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à C1_TPL_DC

Q-Q plot :

La majorité des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens. gaussiens.

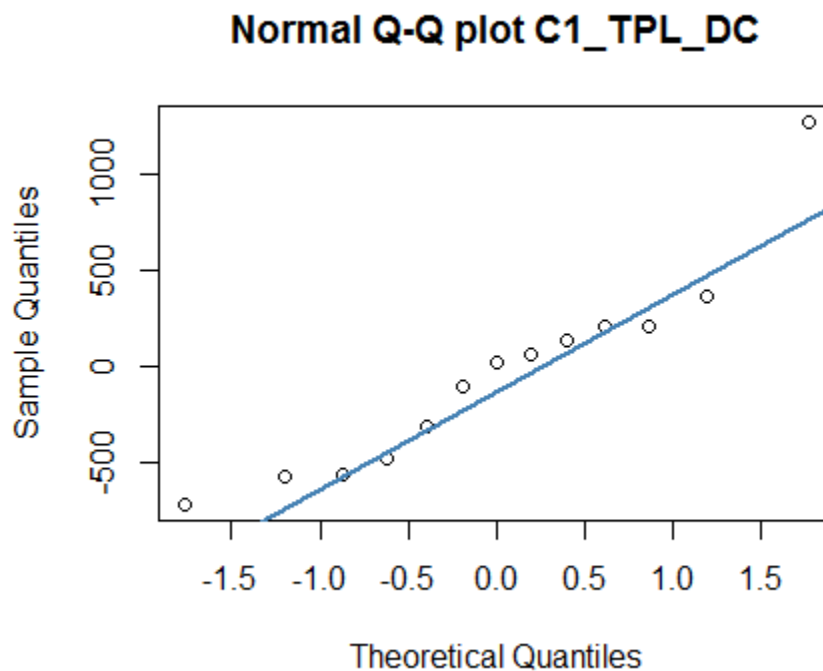


Figure50 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C1_TPL_DC

La Régression des résidus sur l'indice **Carburant et lubrifiant** ne laisse pas apparaître des coefficients significativement non nul.

```
> summary(reg_c1_TPL_DC)

Call:
lm(formula = gamma_k_c1_TPL_DC ~ indice_car, data = test_c1_TPL_DC)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-710.4 -414.3  142.3  184.7 1264.2

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    79.57    335.85   0.237   0.817
indice_car -13062.17  34996.20  -0.373   0.716

Residual standard error: 547.5 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.01251,    Adjusted R-squared:  -0.07727
F-statistic: 0.1393 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.7161
```

Figure51 :Régression des résidus sur l'indice Carburant

C1_TPL_DM :

indice	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>sigma</i>
<i>Voituresautomobiles</i>	201.53	0.55	17.96
Motocycles	197.56	1.92	15.82
<i>Bicyclettes</i>	187.54	1.31	24.70
<i>Piecesderechangesetaccessoirespourvehiculesdetourisme</i>	208.54	1.72	48.27
<i>Carburantsetlubrifiantspourvehiculesdetourisme</i>	120.11	3.65	69.13
<i>Entretienetparationdevhiculesparticuliers</i>	123.53	1.14	25.49
<i>Servicesdiverslisauxvhiculesparticuliers</i>	154.64	1.78	22.45
<i>Transportroutierdepassagers</i>	178.53	1.24	35.83
<i>Appareilslectriquespoursoinscorporels</i>	206.75	0.86	26.07

Tableau 32 :Estimation des paramètres de chaque indice pour C1_TPL_DM

Validation du Modèle :

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-61,6$ et il est significativement non nulle car la p-value est supérieur a 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide

```

> t.test(gamma_k_C1_TPL_DM)

      One sample t-test

data:  gamma_k_C1_TPL_DM
t = -1.0961, df = 12, p-value = 0.2946
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -14.256654  4.713513
sample estimates:
mean of x
 -4.77157

```

Figure52 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée a C1_TPL_DM

QQ plot :

La majorité des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

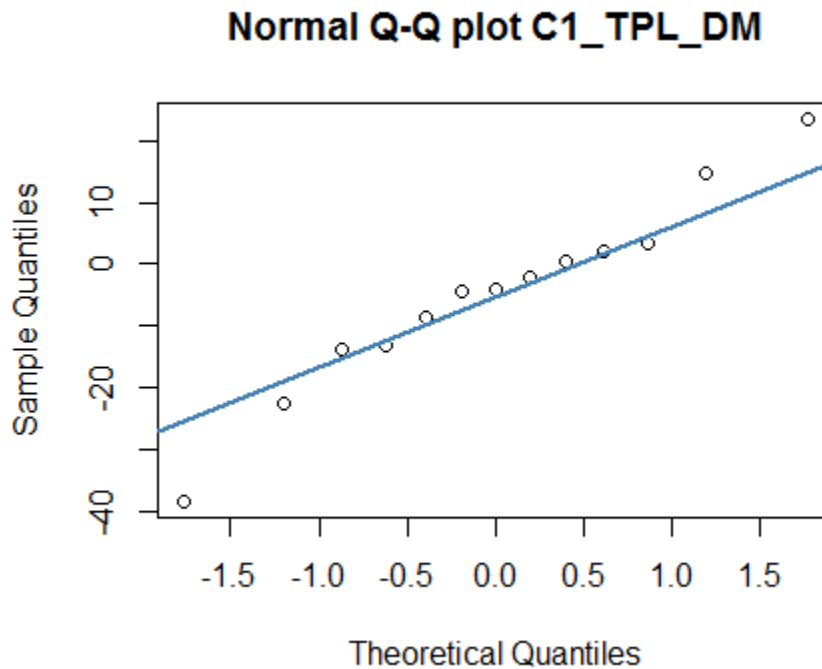


Figure53 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat C1_TPL_DM

La Régression des résidus sur l'indice **Motocycles** ne laisse pas apparaître des coefficients significativement non nul

```
> summary(reg_C1_TPL_DM)

Call:
lm(formula = gamma_k_C1_TPL_DM ~ indice_motocycle, data = test_C1_TPL_DM)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-31.342  -3.552   5.080   7.740  18.578

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    -5.628     4.216  -1.335   0.209
indice_motocycle -731.919    510.317  -1.434   0.179

Residual standard error: 15.05 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1575,    Adjusted R-squared:  0.08096
F-statistic: 2.057 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.1793
```

Figure54 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles

A_TPL_DM :

Les résultats du modèle amélioré appliqué aux indices sont reportés dans le tableau ci-dessous Le maximum de vraisemblance est atteint pour l'indice Motocycles.

indice	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>sigma</i>
<i>Voitures automobiles</i>	132.44	2.67	20.62
Motocycles	122.15	2.49	12.17
<i>Bicyclettes</i>	131.65	1.769	19.64
Pieces de rechanges et accessoires pour vehicules de tourisme	118.54	2.28	29.44
<i>Carburantsetlubrifiantspourvehiculesdetourisme</i>	120.11	1.46	80.34
<i>Entretienetparationdevehiculesparticuliers</i>	125.65	1.32	23.94
<i>Servicesdiversis auxvehiculesparticuliers</i>	131.84	2.17	19.52
<i>Transportroutierdepassagers</i>	127.63	1.68	28.09
<i>Appareilslectriquespoursoinscorporels</i>	126.89	1.16	14.98

Tableau 33 :Estimation des paramètres de chaque indice pour A_TPL_DM

A_TPL_DM :

Validation du Modèle :

Test de Student :

La figure montre que la moyenne du risque spécifique est $-5,03$ et il est significativement non nulle car la p-value est supérieur à 5% est donc l'hypothèse $\mu = 0$ est valide

```

> t.test(gamma_k_A_TPL_DM)

One Sample t-test

data:  gamma_k_A_TPL_DM
t = -1.5738, df = 12, p-value = 0.1415
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -12.00555  1.93575
sample estimates:
mean of x
-5.034898

```

Figure55 :Résultat Test de Student de la moyenne de risque spécifique issus de la méthode maximum de vraisemblance appliquée à A_TPL_DM

Q-Q plot :

La majorité des points sont alignés sur la même droite : il semblerait que les résidus soient gaussiens.

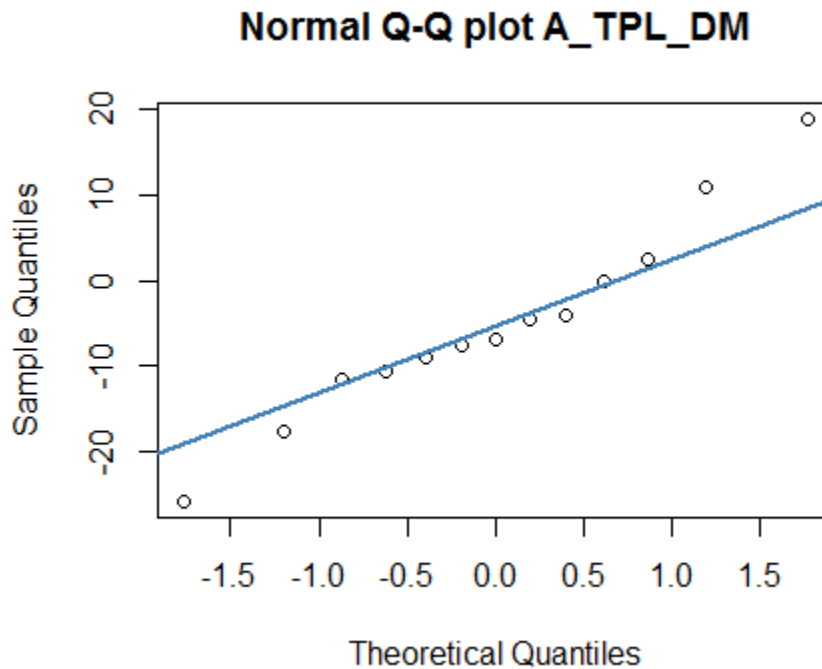


Figure56 :Q-Q plot des résidus relatif au contrat A_TPL_DM

La Régression des résidus sur l'indice **Motocycles** ne laisse pas apparaitre des coefficients significativement non nul

```
> summary(reg_A_TPL_DM)

Call:
lm(formula = gamma_k_A_TPL_DM ~ indice_moto, data = test_A_TPL_DM)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-18.905  -3.893   1.598   4.446  16.174

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   -5.712     3.053   -1.871  0.0881 .
indice_moto  -578.515    369.497   -1.566  0.1457
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.9 on 11 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1822,    Adjusted R-squared:  0.1079
F-statistic: 2.451 on 1 and 11 DF,  p-value: 0.1457
```

Figure57 :Régression des résidus sur l'indice Motocycles