

Royaume du Maroc  
Haut Commissariat au Plan  
Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée



## **RAPPORT DU PROJET DE FIN D'ÉTUDES**

Réalisé par  
Nour El Houda EL MESLOUHI  
Option : ACTUARIAT-FINANCE

**SUJET:**  
**SOLVABILITE II**  
**APPLICATION À UN PRODUIT DE RETRAITE**  
**COMPLÉMENTAIRE**  
**D'AXA ASSURANCE MAROC**

Organisme d'accueil : AXA ASSURANCE MAROC  
Encadrante externe : Mme ARICHI Zineb & M FADILI Soufiane  
Encadrant interne : M. LEBBAR Mustapha



**réinventons** / notre métier

Année universitaire : 2015-2016

# Dédicace

*Je dédie ce rapport à :*

- **Mon très cher père** : quatre ans déjà que tu m'as quitté. Quatre ans que tu manques terriblement et que je prie pour ton bonheur éternel. Tu étais, tu es et tu seras toujours mon protecteur. C'est à toi mon cher papa exceptionnel que je dédie en premier ce travail. Que Dieu ait ton âme et que je trouve toujours le courage d'avancer sans toi.
- **Ma très chère mère** : tu représentes pour moi le symbole de l'amour, de la bonté et la source de la tendresse. Tes prières et ta bénédiction m'ont été d'un grand secours pour mener à bien mes études. Aucune dédicace ne saurait assez éloquente pour exprimer ce que tu mérites pour tous les sacrifices que tu as fait pour moi.
- **Ma petite sœur Sara** : ma chère sœur à qui je porte le sentiment de la maternité. Les mots ne suffisent guère pour exprimer l'amour, l'attachement et l'affection que je porte pour toi.
- **Mon frère Youssef** : malgré la distance qui nous a séparé, tu étais toujours dans mon cœur. Je te souhaite un avenir plein de joie, de bonheur, de réussite et de sérénité.
- **Ma meilleure amie Zineb** : ma deuxième sœur qui illumine ma vie. Tu es celle qui m'écoute, me critique, me taquine, me console ... bref tu es tout pour moi, je t'aime de tout mon cœur.
- **Mon cher ami Soufiane** : tu es celui qui me fait rire, celui qui me rend heureuse, celui qui arrive à me rendre le sourire quand ça ne va pas. Tu es mon idole et tu le seras toujours. Je te souhaite une vie pleine de réussite et de bonheur.
- **Mes tantes et mes oncles** : vous avez été toujours présents pour les bons conseils. Votre affection et votre soutien m'ont été d'un grand secours tout au long de ma vie.

**Nour El Houda EL MESLOUHI**

# Remerciements

J'E saisis cette occasion afin d'exprimer mes vifs remerciements au Directeur Technique et des Marché des Particuliers **M. DBICH Abderrahim** qui m'a offert l'opportunité d'effectuer mon stage de fin d'études au sein de son équipe.

L'achèvement de ce travail n'a pu prendre naissance sans l'assistance de **Mme. ARICHI Zineb**, **M. FADILI Soufiane**, **M. CLAUDE Méricain** et toute l'équipe du département Actuariat, auxquels je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et mes vifs remerciements pour leurs précieux conseils ainsi que leur soutien qu'ils m'ont attribuée tout au long de la période de stage. Ce projet m'a permis d'appliquer mes acquis théoriques et mettre à l'épreuve la formation que m'a dispensée l'Institut.

Ma profonde reconnaissance, mon respect et ma gratitude sont adressés à **M. LEBBAR Mustapha** qui m'a honorée d'avoir accepté de m'encadrer et aux membres du jury pour l'honneur qu'ils me font de juger ce travail.

J'exprime également ma gratitude à l'égard de l'ensemble du personnel du siège d'*AXA ASSURANCE MAROC* qui ont facilité mon incursion, et n'ont pas hésité à me transmettre leurs connaissances, leurs méthodes de travail, leurs expériences, leurs conseils pour surmonter les différentes difficultés que j'ai dû rencontrer lors de cette expérience professionnelle, je les remercie également pour leurs sympathie et soutien incommensurables qu'ils m'ont accordés.

# Résumé

**S**OLVABILITÉ II est une réforme réglementaire européenne du monde de l'assurance. Dans la lignée de *Bâle II*, son objectif est de mieux adapter les fonds propres exigés des compagnies d'assurance et de réassurance aux risques que celles-ci encourent dans leur activité.

Dans le mouvement de la redéfinition de la marge de solvabilité en fonction des risques pour l'ensemble des risques financiers, après la banque et la mise en place de la directive **CRD** (liée à l'accord *Bâle II*), c'est au tour de l'Assurance de voir sa réglementation s'adapter pour intégrer le risque. Après Solvabilité I qui prévoyait une marge de solvabilité déterminée en fonction de pourcentages sur les primes et les sinistres, la réglementation des assurances passe à des règles plus complexes intégrant le risque, soit par l'application d'une formule standard, soit par la prise en compte d'un modèle interne.

Dans ce contexte, on vise à étudier la solvabilité d'un produit de retraite complémentaire qui a montré, au cours de ces dernières années, une progression importante reflétant les changements du comportement des consommateurs marocains qui ont recours de plus en plus aux produits d'assurance offrant un régime fiscal attractif. Pour ce, on se focalisera sur le premier pilier de la réforme *Solvabilité II* en présentant, d'un point de vue théorique et pratique, des méthodes destinées au calcul du capital économique, tout en respectant les spécifications de la cinquième étude quantitative d'impact *QIS 5*.

Ce rapport s'articulera autour de cinq parties :

- La première partie présente l'organisme d'accueil AXA Assurance.
- La deuxième s'attache à définir les normes de la *Solvabilité II*, ses principes, son évolution par rapport à Solvabilité I ainsi que son cadre théorique.
- La troisième partie consiste à introduire les produits de retraite complémentaire, leur cadre fiscal au Maroc ainsi que le produit « F » faisant l'objet de notre étude.
- La quatrième partie présente l'ensemble des modélisations utilisées, à savoir, la modélisation du passif et de l'actif.
- La cinquième partie présente le calcul de l'engagement économique estimé à l'aide des projections du passif du produit « F », de l'actif ainsi que celles des interactions.

## Mots Clés

- *Solvabilité II*, *Produits d'épargne retraite*, *Best Estimate*, *SCR*, *MCR*, *Participation aux Bénéfices*, *Modèles stochastiques*, *Modélisation du rachat*, *Courbe Zéro-Coupons*

# Table des matières

Remerciements . . . . .	0
Résumé . . . . .	0
<b>Table des figures</b>	<b>5</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>6</b>
<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>I Présentation de l'organisme d'accueil</b>	<b>8</b>
<b>1 AXA ASSURANCE MAROC</b>	<b>10</b>
1.1 Présentation . . . . .	10
1.2 Historique . . . . .	10
1.3 Généralités . . . . .	11
1.3.1 Les chiffres clés d'AXA Assurance Maroc . . . . .	11
1.3.2 Métiers . . . . .	12
1.4 Vision . . . . .	12
1.5 Corporate Responsibility . . . . .	13
<b>II LA NORME SOLVABILITÉ II</b>	<b>15</b>
<b>2 Introduction et Définitions</b>	<b>17</b>
2.1 Solvabilité I . . . . .	17
2.1.1 Définition . . . . .	17
2.1.2 Principes de la Solvabilité I . . . . .	17
2.1.3 Calcul de la marge de solvabilité réglementaire . . . . .	17
2.1.4 Limites de la Solvabilité I . . . . .	18
2.2 <i>Solvabilité II</i> . . . . .	18
2.2.1 Objectifs . . . . .	18
2.2.2 Pilier I : Les exigences quantitatives . . . . .	18
2.2.3 Pilier II : Les exigences qualitatives . . . . .	18
2.2.4 Pilier III : Les exigences de communication de l'information . . . . .	18
2.3 Études Quantitatives d'Impact (QIS) . . . . .	19
<b>3 Cadre technique</b>	<b>20</b>
3.1 Les Provisions Techniques . . . . .	20
3.1.1 Le Best Estimate . . . . .	20
3.1.2 Le Risk Margin . . . . .	20
3.2 Les capitaux requis . . . . .	20
3.2.1 Solvency Capital Requirement (SCR) . . . . .	20
3.2.2 Minimum Capital Requirement (MCR) . . . . .	21

<b>4</b>	<b>Calcul du SCR</b>	<b>22</b>
4.1	Cartographie des risques assurantiels	22
4.1.1	Risque de marché	22
4.1.1.1	Risque des taux d'intérêts	22
4.1.1.2	Risque des actions	22
4.1.1.3	Risque immobilier	22
4.1.1.4	Risque spread	22
4.1.1.5	Risque de change	23
4.1.1.6	Risque de concentration	23
4.1.1.7	Risque de liquidité	23
4.1.1.8	Risque de défaut	23
4.1.2	Risque de souscription	23
4.1.2.1	Risque de mortalité	23
4.1.2.2	Risque de longévité	23
4.1.2.3	Risque de rachat	23
4.1.2.4	Risque des frais (dépenses)	23
4.1.2.5	Risque de souscription santé	23
4.1.2.6	Risque de contrepartie	23
4.1.2.7	Risque intangible	23
4.1.2.8	Risque opérationnel	23
4.2	Cartographie des risques : Résumé	24
4.3	Le SCR selon la méthode standard	24
4.3.1	Calcul du Capital Requis de Base : BSCR	25
4.3.1.1	BSCR lié au risque de souscription vie	26
4.3.1.2	BSCR lié au risque de marché	28
4.3.1.3	Agrégation des modules de risque :	30
4.3.2	Le SCR opérationnel	30
4.3.3	L'Ajustement	30
4.4	Le SCR selon la méthode interne	31
4.4.1	La formule interne	31
4.4.2	Le générateur de Scénarios Économiques	31
4.4.2.1	Méthode de <i>Box Muller</i>	32
4.4.3	L'approche « Simulations des Simulations » et capital économique	32

### **III LES PRODUITS D'ÉPARGNE RETRAITE** **33**

<b>5</b>	<b>Introduction et Définitions</b>	<b>35</b>
5.1	L'Assurance Vie	35
5.1.1	Définitions	35
5.1.2	Principaux types de contrats d'Assurance Vie	35
5.1.2.1	Contrats de prévoyance	35
5.1.2.2	Contrats d'épargne	35
5.2	Fiscalité des produits d'épargne retraite au Maroc	36
5.3	Notre produit étudié « F »	36
5.3.1	Définition et contrat	36
5.3.2	Fonctionnement	36
5.3.2.1	Primes d'épargne	36
5.3.2.2	Frais de gestion	36
5.3.2.3	Déductibilité de la prime d'épargne	36
5.3.2.4	Interruption des primes d'épargne	36
5.3.2.5	Revalorisation de l'épargne	36
5.3.2.6	Rachat	37
5.3.3	Focus sur la participation aux bénéfices (PB)	37

<b>IV</b>	<b>MODÉLISATIONS</b>	<b>38</b>
<b>6</b>	<b>Modélisation du passif</b>	<b>40</b>
6.1	Modélisation du rachat	40
6.1.1	Présentation du phénomène de rachat	40
6.1.1.1	Causes	40
6.1.1.2	Deux types de rachat	40
6.1.2	Modèle logistique	41
6.1.2.1	Principe de la régression logistique	41
6.1.2.2	Modèle	41
6.1.2.3	Estimation des paramètres	42
6.1.2.4	Validation du modèle	42
<b>7</b>	<b>Modélisation de l'actif</b>	<b>43</b>
7.1	Choix des modèles	43
7.2	Modèle de Vasiček (1977)	44
7.2.1	Présentation du modèle	44
7.2.2	Estimation des paramètres	44
7.3	Modèle de COX, INGERSOLL, ROSS (CIR) (1985)	45
7.3.1	Estimation des paramètres	46
7.4	Avantages et inconvénients des deux modèles	46
7.5	Estimation à l'aide des séries temporelles	47
7.5.1	Méthodologie de Box Jenkins	47
7.5.2	Implémentation informatique	47
7.6	Estimation à l'aide du modèle économétrique	48
7.6.1	Méthodologie	48
7.6.2	Implémentation informatique	49
7.7	Courbe des taux Zéro-Coupons	49
7.7.1	Courbe empirique (BANK AL MAGHRIB)	49
7.7.1.1	L'interpolation linéaire	49
7.7.1.2	La méthode Bootstrap	49
7.7.2	Courbe théorique	50
7.7.2.1	Calibrage de $\pi$	50
7.8	Modélisation des actions	50
7.9	Modélisation de l'actif immobilier	51
<b>8</b>	<b>Application et résultats</b>	<b>52</b>
8.1	Passif	52
8.1.1	Établissement de la table des rachats	52
8.1.2	Étude de la corrélation entre les variables explicatives	53
8.1.2.1	Modèle logistique	53
8.1.2.2	Implémentation sous VBA	54
8.1.2.3	Répartition des lois de sorties	54
8.2	Actif	56
8.2.1	Modèles des taux (Vasiček)	56
8.2.2	Courbe des taux BAM	60
8.2.3	Courbe des taux stochastique	61
8.2.4	Modélisation des actions	62
<b>V</b>	<b>APPLICATION</b>	<b>65</b>
<b>9</b>	<b>Projections</b>	<b>67</b>
9.1	Projection du passif	67
9.1.1	Hypothèses de projection	67
9.1.2	Résultat technique	68
9.2	Projection de l'actif	70
9.2.1	Hypothèses de projection	70

9.2.2	Résultat financier	71
9.3	Interactions-Participation aux bénéfices	72
9.4	Calcul du <i>Best Estimate</i>	73
<b>10</b>	<b>Calcul du Solvency Capital Requirement (SCR)</b>	<b>74</b>
10.1	Modèle Standard	74
10.1.1	Le risque de mortalité	74
10.1.2	Le risque longévité	75
10.1.3	Le risque rachat	75
10.1.4	Le risque dépenses	75
10.1.5	Le risque action	75
10.1.6	Le risque immobilier	75
10.1.7	Le risque du taux d'intérêt	77
10.2	modèle interne	77
	<b>Conclusion</b>	<b>79</b>
	<b>Bibliographie et Webographie</b>	<b>80</b>
<b>A</b>	<b>Lemme d'Itô, schéma d'Euler et schéma de Milstein</b>	<b>81</b>
A.1	Lemme d'Itô	81
A.2	Schéma d'Euler	82
A.3	Schéma de Milstein	82
<b>B</b>	<b>Tests d'hypothèses</b>	<b>83</b>
B.1	Test de Bartlet	83
B.2	Test de Box-Pierce et test de Ljung-Box	83
B.3	Tests de Dickey-Fuller-Augmentés (AFD)	84
B.4	Test de Goldfeld & Quandt	85
B.5	Test de Breusch-Pagan	85
B.6	Test de Durbin-Watson	85
B.7	Test de Jarque Bera	85
<b>C</b>	<b>Programmes VBA de simulation</b>	<b>87</b>
C.1	Modélisation déterministe de la courbe des taux Zéro-Coupons	87
C.2	Par le modèle de Vasiček	90
C.3	Par le modèle de CIR	92
C.4	Projection des cours des actions - Box-Muller	93
C.5	Projection des obligations : Valeurs, Remboursement, Durations, Coupons, Cash-Flows	94
C.6	Projection Passif	96
C.7	Interactions-Participation aux Bénéfices - Best Estimate	107
C.8	Projections globales - Simulations des simulations	114
	<b>Index</b>	<b>115</b>

# Table des figures

1.1 AXA dans le monde	11
1.2 les chiffres clés 2013 d'AXA Assurance Maroc	11
1.3 Métiers	12
2.1 Piliers de <i>Solvabilité II</i>	19
4.1 Cartographie de risques	24
4.2 NAV Net Asset Value	25
4.3 Calcul du capital requis par risque	26
8.1 Base des rachats	53
8.2 Corrélation Âge/Ancienneté	53
8.3 Paramètres de la régression logistique	54
8.4 Validation du modèle logistique	54
8.5 Loi de rachat	55
8.6 Répartition	55
8.7 TMP	57
8.8 Scénario Moyen(Vasiček)	60
8.9 Scénario Moyen- Taux annuels(Vasiček)	60
8.10 Courbe des taux ZC - BAM	61
8.11 Courbe des taux ZC - Vasiček	61
8.12 Courbe des taux ZC - CIR	62
8.13 Courbe des taux ZC projetée	62
8.14 MASI du 17/05/2012 au 07/08/2015	63
8.15 Rendement du MASI du 17/05/2012 au 07/08/2015	63
8.16 Simulations du MASI	64
9.1 Convergence du <i>BE</i>	73
B.1 Stratégie des test de Dickey-Fuller Augmentés (ADF)	84

# Liste des tableaux

4.1	Matrice de corrélation entre les risques sous solvabilité II	25
4.2	Matrice de corrélation entre les sous modules d'un risque	27
4.3	Chocs pour le risque de mortalité et de longévité	27
4.4	Chocs pour le risque de rachat	27
4.5	Choc pour le risque marché : Pour le cas du choc à la hausse	28
4.6	Choc pour le risque marché : Pour le cas du choc à la baisse	28
4.7	Choc des taux d'intérêts. Hausse et baisse	29
6.1	Valeurs des paramètres du rachat conjoncturel	41
7.1	Avantages et inconvénients des modèles stochastiques des taux d'intérêt	47
7.2	Implémentation informatique des séries chronologiques	48
7.3	Implémentation informatique des modèles économétriques	49
9.1	Loi de sortie en retraite	68
9.2	Répartition des sorties	68
9.3	Hypothèses initiales de l'actif	70
9.4	Portefeuille obligataire	71
9.5	Allocation cible	71
10.1	Capital économique requis au titre du risque mortalité	74
10.2	Capital économique requis au titre du risque longévité	75
10.3	Capital économique requis au titre du risque rachat	76
10.4	Capital économique requis au titre du risque dépenses	76
10.5	Capital économique requis au titre du risque action	76
10.6	Capital économique requis au titre du risque immobilier	76
10.7	Capital économique requis au titre du risque des taux d'intérêt	77
10.8	Corrélation des sous modules du risque vie	77
10.9	Corrélation des sous modules du risque marché	78

# Introduction

L'UNE des principales caractéristiques du secteur de l'assurance est l'inversion du cycle de production, ce qui rend les organismes assureurs particulièrement sensibles à l'évolution de plusieurs facteurs socioéconomiques. L'autre caractéristique bien connue des organismes assureurs est qu'ils jouent un rôle essentiel dans le financement de l'économie via l'investissement des cotisations collectées et en permettant aux assurés d'être créateurs de richesse. Dans ce contexte, les pouvoirs publics accordent une attention particulière aux organismes assureurs, que ce soit au niveau de leurs contrats ou au niveau de leur capacité à honorer leurs engagements. Ainsi, les placements représentatifs des engagements réglementés doivent être sûrs, liquides et rentables pour permettre de faire face aux exigences de revalorisation des provisions techniques.

Les organismes assureurs sont généralement soumis à certaines règles concernant la structure de leur bilan et sont notamment tenus de disposer d'un montant de fonds propres supérieur à un certain montant minimum souhaité. Si Solvabilité I présente l'avantage d'être simple à appréhender et à mettre en œuvre, on lui reconnaît de nombreuses limites (notamment le fait de ne pas être assez fidèle au profil de risque des organismes assureurs). C'est dans ce contexte que s'installe progressivement le dispositif Solvabilité 2. En pratique, le principe général des exigences de fonds propres de ce nouveau dispositif consiste à disposer aujourd'hui d'un montant de fonds propres évalué en « valeur de marché », *Solvency Capital Requirement (SCR)*, permettant d'avoir dans un an des fonds propres positifs dans 99,5% des cas. Pour respecter ces exigences d'évaluation économique de Solvabilité II une modélisation stochastique est de mise. Elle doit tenir en compte les allocations stratégiques d'actifs, les interactions actifs-passifs et le comportement des assurés face à l'évolution du marché.

À cet effet, deux méthodes se présentent à savoir, une formule standard permettant de déterminer le niveau de fonds propres requis aujourd'hui à partir d'hypothèses de mesures et de corrélations des différents risques. Un modèle interne mieux adapté aux caractéristiques du produit en question, permettant ainsi de mieux évaluer les besoins en capitaux requis.

C'est dans ce contexte de la bonne maîtrise des risques et de la conformité aux exigences réglementaires que nous allons estimer l'engagement économique d'AXA Assurance pour un produit de la retraite complémentaire et donc évaluer ses besoins en capital nécessaire pour absorber les chocs éventuels.

## **Première partie**

# **Présentation de l'organisme d'accueil**

*Dans cette première partie du rapport, nous présentons l'organisme d'accueil «AXA ASSURANCE MAROC»*

# Chapitre 1

## AXA ASSURANCE MAROC

### Sommaire

---

<b>1.1 Présentation</b> .....	<b>10</b>
<b>1.2 Historique</b> .....	<b>10</b>
<b>1.3 Généralités</b> .....	<b>11</b>
1.3.1 Les chiffres clés d'AXA Assurance Maroc .....	11
1.3.2 Métiers .....	12
<b>1.4 Vision</b> .....	<b>12</b>
<b>1.5 Corporate Responsibility</b> .....	<b>13</b>

---

### 1.1 Présentation

«  
Chaque jour, nous nous engageons afin d'offrir la meilleure qualité de service à nos clients. Pour y parvenir, nous devons sans cesse intensifier nos efforts en nous appuyant sur les trois attitudes fondamentales AXA « disponible, attentionné et fiable ». Ainsi, il s'agit d'aller au-delà des promesses et d'apporter des preuves concrètes de notre ambition à travers des actions que nous mettons en œuvre. En tant qu'entreprise responsable, nous veillons à agir de manière exemplaire et à entretenir des relations transparentes avec nos assurés et nos partenaires. Portée au quotidien par nos collaborateurs et nos agents généraux, cette démarche vers l'excellence est aujourd'hui essentielle pour faire face aux défis à venir. »

*Philippe Rocard*  
Président Directeur Général AXA Assurance Maroc

### 1.2 Historique

#### Novembre 1996

Rapprochement international AXA-UAP (Offre publique d'Échange d'AXA sur l'UAP, implanté au Maroc avec Assurance Al Amane). Assurance Al Amane devient alors AXA Al Amane.

#### Septembre 1999

AXA Al Amane devient AXA-ONA, holding financier né d'un accord de partenariat entre AXA et ONA, 1er groupe privé marocain exerçant des activités industrielles et financières.

#### Mai 2000

Création d'AXA Assurance Maroc (fusion entre AXA Al Amane, filiale d'AXA, et la compagnie Africaine d'Assurances).

#### Décembre 2006

Le Groupe AXA rachète les 49% détenus par le Groupe ONA. AXA Assurance Maroc devient filiale à 100% du Groupe AXA.

**Décembre 2008**

AXA Assurance Maroc lance sa nouvelle signature pour accompagner le projet « Ambition 2012 » .

**Janvier 2009**

AXA Assurance Maroc apporte les preuves de son engagement.

### 1.3 Généralités

AXA est un groupe international français spécialisé dans l'assurance depuis sa création, et dans la gestion d'actifs depuis 1994. En 2013, il est le numéro un de l'assurance dans le monde en termes de chiffre d'affaires. Axa est un groupe issu de la fusion de plusieurs sociétés d'assurance, dont la plus ancienne date de 1817.

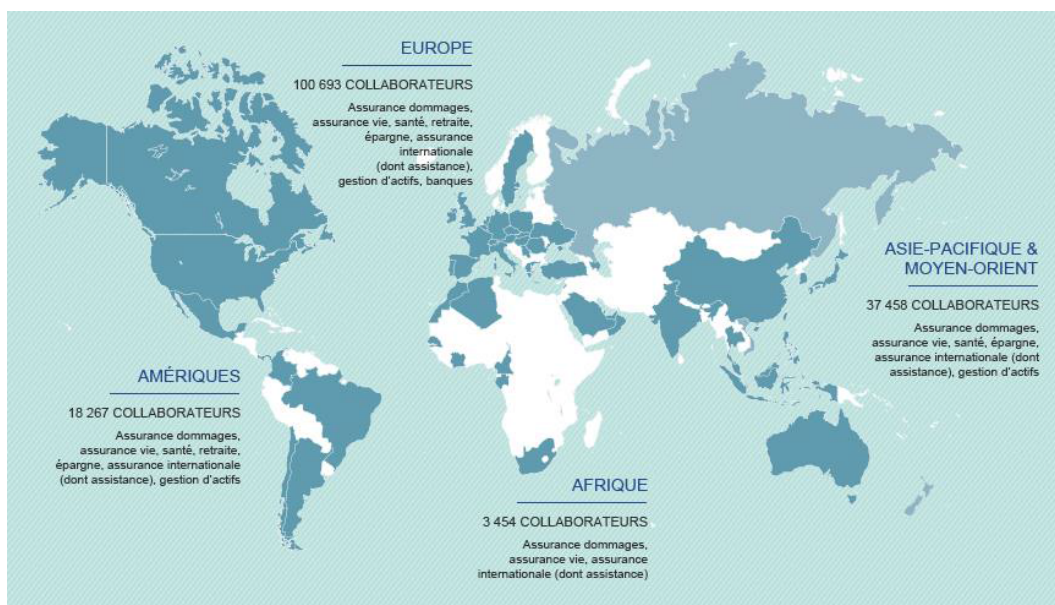


FIGURE 1.1 – AXA dans le monde

#### 1.3.1 Les chiffres clés d'AXA Assurance Maroc

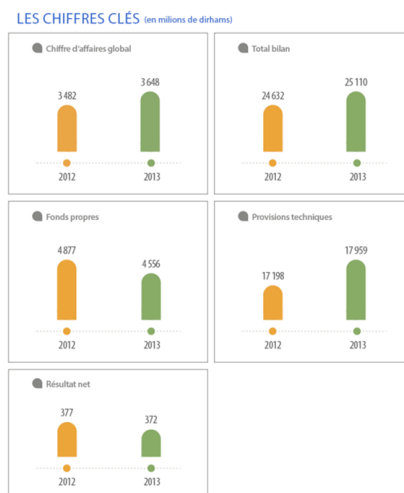


FIGURE 1.2 – les chiffres clés 2013 d'AXA Assurance Maroc

### 1.3.2 Métiers



FIGURE 1.3 – Métiers

## 1.4 Vision

### Mission

AXA Assurance Maroc aide ses clients à vivre confiants jour après jour, en les protégeant, en protégeant leurs familles et leurs biens contre les risques, et en gérant leur épargne.

Parce que chaque jour est différent, elle accompagne ses clients à travers les petites et les grandes difficultés de la vie et leur donne les moyens d'entreprendre et de préparer l'avenir en toute sérénité.

### Valeurs

Cinq valeurs fondent alors la culture du Groupe AXA et expriment la manière dont chacun agit au sein de notre entreprise : professionnalisme, respect de la parole donnée, innovation, esprit d'équipe et réalisme. Ces valeurs sont le fondement de l'ambition d'AXA assurance Maroc. Elles servent de guide pour chaque collaborateur et inspirent ses actions et décisions. Ces valeurs expriment sa façon de faire et de penser pour le bénéfice de ses clients, actionnaires, collaborateurs, parte-

naires extérieurs et la société civile.

### **Attitudes**

Les collaborateurs d'AXA Assurance Maroc font tout ce qui est en leur pouvoir pour satisfaire leurs clients en étant :

– Disponible :

Nous sommes disponibles pour nos clients à tout moment et sommes réellement à leur écoute pour les accompagner dans leur quotidien.

– Attentionné :

Nous traitons nos clients avec tous les égards qui leur sont dus, avec compréhension et considération. Nous répondons à leurs besoins avec des services personnalisés, les conseillons tout au long de leur vie et récompensons leur fidélité.

– Fiable :

Nous sommes sincères et logiques dans notre démarche avec nos clients. Nous réalisons nos promesses et nous tenons nos clients continuellement informés, afin qu'ils puissent nous faire confiance.

AXA Assurance Maroc aide ses clients à vivre confiants jour après jour, en les protégeant, en protégeant leurs familles et leurs biens contre les risques, et en gérant leur épargne.

## **1.5 Corporate Responsibility**

### **La Responsabilité d'entreprise : un engagement concret**

Le Groupe AXA est l'une des plus grandes entreprises au monde. Sa mission : protéger les personnes sur le long terme et contribuer au développement durable de la société.

Conscient de ces enjeux, le Groupe s'est engagé à agir de manière responsable vis-à-vis de l'ensemble de ses parties prenantes. Pour concrétiser cet engagement, AXA Assurance Maroc a mis en place une démarche RSE globale touchant les différents volets de son activité : gouvernance, cadre de travail, relations avec les clients et les fournisseurs, empreinte environnementale, soutien aux associations...

### **Engagements**

AXA exerce sa Responsabilité d'entreprise (Corporate Responsibility) à travers 6 piliers stratégiques, qui représentent 6 groupes de parties prenantes : les actionnaires, les clients, les fournisseurs, les collaborateurs, l'environnement et la société civile.

### **Collaborateurs : la responsabilité au travail**

Pour AXA, l'engagement des collaborateurs est un élément crucial de la stratégie d'entreprise.

En tant qu'employeur responsable, la Compagnie veille à créer un environnement de travail favorisant le bien-être des salariés, fondé sur les valeurs d'AXA.

L'objectif est de garantir la diversité et l'égalité des chances, d'encourager le développement professionnel et de promouvoir la participation des employés.

### **Environnement : la responsabilité environnementale**

AXA s'engage à réduire son impact direct sur l'environnement en gérant efficacement ses déchets, en maîtrisant sa consommation de ressources naturelles et en limitant ses émissions.

Par ailleurs, l'entreprise sensibilise activement ses partenaires aux enjeux écologiques et soutient de nombreuses initiatives en faveur de la protection de l'environnement et de la lutte contre le changement climatique.

## **Clients : la responsabilité dans la relation client et dans nos produits**

Des produits responsables et une relation client transparente AXA entretient une relation responsable avec ses clients grâce à une communication claire et transparente.

L'entreprise met en œuvre un marketing produit conforme à sa déontologie et gère de manière responsable le règlement des sinistres.

En complément des offres classiques, AXA développe des produits et services qui contribuent à réduire l'exclusion sociale, notamment en encourageant les comportements responsables.

## **Fournisseurs : La responsabilité dans le choix et dans les relations avec les fournisseurs**

Entreprise de services financiers, AXA collabore avec de nombreux fournisseurs et prestataires qui interviennent notamment au niveau des sinistres.

Garant de leur éthique vis-à-vis de la société civile, AXA a mis en place un processus de sélection équitable et transparent pour choisir ses partenaires.

## **Société Civile : La responsabilité envers la société civile**

En tant qu'entreprise citoyenne, AXA s'engage à jouer un rôle actif au sein des communautés où elle est implantée. L'assureur apporte un soutien aux associations et encourage le bénévolat auprès de ses collaborateurs.

AXA s'engage également à partager son expertise professionnelle afin de prévenir les risques qui peuvent toucher la société civile (prévention des accidents de la route ou des accidents domestiques).

## **Actionnaires : La responsabilité au cœur de notre modèle de gouvernance**

AXA garantit à ses actionnaires la viabilité à long terme de l'entreprise, mais également un mode de gouvernance solide et transparent.

L'assureur est conscient de l'impact que ses activités ont sur la société au sens large. C'est pourquoi il intègre progressivement les nouveaux enjeux sociaux et environnementaux au cœur de sa gouvernance, de sa gestion des risques et de sa stratégie d'investissement.

## **La Corporate Responsibility en action**

AXA Assurance Maroc mène de nombreuses initiatives en matière de Responsabilité Sociale d'Entreprise. À chaque opération, vous êtes de plus en plus nombreux à vous mobiliser.

### **AXA Atout Cœur**

Depuis 1991, AXA Atout Cœur est le programme de bénévolat international du Groupe AXA destiné à soutenir les personnes en situation d'exclusion. Depuis quelques années, les collaborateurs AXA se mobilisent également autour d'actions environnementales et d'éducation aux risques.

En 2013, plus de 32 156 collaborateurs à travers le monde se sont investis en tant que bénévoles dans différents projets. AXA a offert plus de 76 184 heures pour permettre aux collaborateurs de s'impliquer dans ces initiatives.

## **Deuxième partie**

# **LA NORME SOLVABILITÉ II**

*Dans cette partie du rapport, nous définissons Solvabilité II ,ses principes, son évolution par rapport à Solvabilité I ainsi que son cadre théorique*

# Chapitre 2

## Introduction et Définitions

### Sommaire

---

<b>2.1 Solvabilité I</b> .....	<b>17</b>
2.1.1 Définition .....	17
2.1.2 Principes de la Solvabilité I .....	17
2.1.3 Calcul de la marge de solvabilité réglementaire .....	17
2.1.4 Limites de la Solvabilité I .....	18
<b>2.2 Solvabilité II</b> .....	<b>18</b>
2.2.1 Objectifs .....	18
2.2.2 Pilier I : Les exigences quantitatives .....	18
2.2.3 Pilier II : Les exigences qualitatives .....	18
2.2.4 Pilier III : Les exigences de communication de l'information .....	18
<b>2.3 Études Quantitatives d'Impact (QIS)</b> .....	<b>19</b>

---

*Dans ce chapitre nous présentons tout d'abord la norme Solvabilité I et introduisons ensuite, les principaux agrégats et définitions de Solvabilité II , ainsi que les Études Quantitatives d'Impact connues sous le nom de QIS*

## 2.1 Solvabilité I

### 2.1.1 Définition

Un dispositif imposant aux assureurs de détenir des Fonds Propres équivalents à l'exigence de la marge de solvabilité ou au fonds minimum de garantie.

### 2.1.2 Principes de la Solvabilité I

La réforme solvabilité I repose sur trois grands principes :

- L'évaluation des engagements envers les assurés : Ceci dit, les provisions techniques calculées par l'assureur doivent être suffisantes et prudentes pour pouvoir couvrir intégralement leurs engagements vis-à-vis des assurés.
- La couverture des engagements réglementés : Dans ce contexte, les assureurs doivent disposer d'actifs sûrs, liquides et rentables et d'autres actifs techniques en représentation des engagements.
- La marge de solvabilité : C'est un capital supplémentaire pour faire face aux engagements en cas d'insuffisance éventuelle des réserves techniques.

La marge de solvabilité est calculée par la méthode du « fixed ratio » en fonction des primes, des prestations et des provisions techniques et doit être supérieure à l'Exigence de Marge de Solvabilité « EMS » . Cette dernière représente les fonds propres minimums dont doit disposer tout organisme pour pratiquer des opérations d'assurance.

### 2.1.3 Calcul de la marge de solvabilité réglementaire

Dans le cadre de la Solvabilité I, la marge de solvabilité n'introduit que le risque de tarification. En effet, elle est proportionnelle aux provisions techniques.

Ainsi, le montant calculé doit être inférieur à la marge de solvabilité constituée.

### 2.1.4 Limites de la Solvabilité I

Il s'avère que le dispositif réglementaire de la Solvabilité I se caractérise par sa simplicité, par le fait qu'il soit facilement calculable est peu coûteux. Néanmoins, il comporte de nombreuses limites :

- Une insuffisance prise en compte des risques complexes : en effet, il n'y pas de distinction entre les différents risques supportés par la compagnie.
- Absence de cohérence avec les normes comptables internationale telles que les normes IFRS.
- La non prise en compte des corrélations entre l'Actif et le Passif.
- Une harmonisation insuffisante vu le calcul de provisions que diffère d'un pays à l'autre.
- La non prise en compte des spécificités des organismes dans le calcul de la marge réglementaire.

## 2.2 Solvabilité II

Solvabilité II c'est quoi? C'est est une réforme qui vise à redéfinir les exigences applicables aux compagnies d'assurances en termes de solvabilité et de pilotage des risques.

### 2.2.1 Objectifs

*Solvabilité II* vise principalement à :

- Renforcer la solvabilité des compagnies d'assurance
- Garantir une meilleure gestion des risques
- Opter pour une cohérence avec les normes internationales : IFRS
- Faciliter la mission des autorités de contrôle

Ces objectifs sont repris par les **trois piliers** de *Solvabilité II* .

### 2.2.2 Pilier I : Les exigences quantitatives

Le premier pilier de la réforme fixe les normes quantitatives pour le calcul des provisions techniques, des exigences de solvabilité et de fonds propres. Ces exigences sont fondées sur une approche économique du bilan. En effet, pour être en adéquation avec la réalité économique, les actifs et passifs doivent être évalués à la valeur de marché (« fair value » ou « juste valeur »).

### 2.2.3 Pilier II : Les exigences qualitatives

Le deuxième pilier de la réforme fixe les exigences qualitatives de contrôle interne et gestion des risques au sein des organismes d'assurance. L'objectif de ces normes est de renforcer la gouvernance et la gestion des risques internes afin de garantir une gestion saine, prudente et efficace de l'organisme.

L'évaluation interne des risques et de la solvabilité est l'outil fondamental d'aide à la décision du pilier 2. En effet, Cette évaluation vise à :

- Vérifier l'adéquation entre le profil de risques propre à l'entreprise et les hypothèses retenues pour le calcul du capital réglementaire.
- Veiller au respect des exigences en capital.
- Évaluer un besoin « global » en solvabilité.

### 2.2.4 Pilier III : Les exigences de communication de l'information

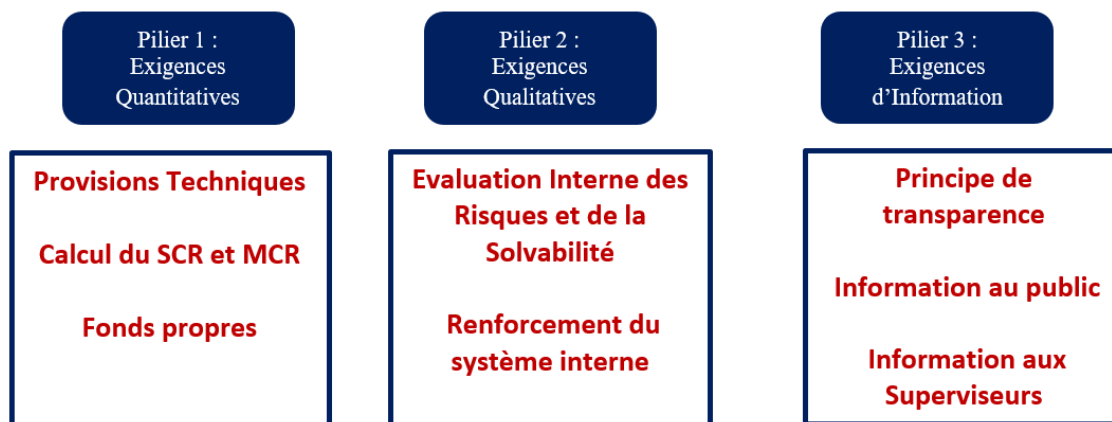
Le pilier 3 énonce l'ensemble des informations détaillées auquel le grand public aura accès d'une part, et un reporting détaillé auquel l'autorité de contrôle aura accès d'autre part.

L'objectif est d'améliorer la transparence financière des assurances en leur imposant de communiquer des informations nécessaires permettant d'évaluer l'adéquation de leurs fonds propres.

Les deux documents à fournir sont :

- Le Rapport de Surveillance Régulière (Regular Supervisory Report, RSR) : il est destiné aux autorités de contrôle et il comprend le calcul de l'exigence en capital.

- Le Rapport sur la Solvabilité et la Situation Financière (Solvency & Financial Condition Report, SFCR) : ce document est public et il fournit les informations concernant la situation financière et la solvabilité des assureurs. L'autorité de contrôle vérifiera que ces informations sont cohérentes avec celles présentées dans le RSR. Il est publié annuellement.

FIGURE 2.1 – Piliers de *Solvabilité II*

### 2.3 Études Quantitatives d'Impact (QIS)

Les études quantitatives ont pour objectifs d'analyser les conséquences de la réforme Solvabilité 2, d'étudier ses répercussions quantitatives et d'évaluer la faisabilité de ses calculs. Dans ce contexte, le CEIOPS a réalisé cinq études quantitatives d'impact depuis 2005 :

- **QIS 1** : Elle portait sur l'évaluation et le calibrage des provisions techniques selon un calcul du Best Estimate et d'une marge de risque.
- **QIS 2** : Elle a introduit la notion du Minimum Capital Requirement (MCR) et le capital de solvabilité requis (SCR).
- **QIS 3** : Elle a fourni des informations supplémentaires sur la faisabilité des calculs demandés, a testé le calibrage de la formule standard et du MCR et a traité, pour la première fois, les problèmes relatifs aux groupes d'assurance sous un angle quantitatif.
- **QIS 4** : a permis d'affiner les mesures quantitatives (simplifications et approximations du calcul des provisions techniques et du SCR, nouveau calcul d'un « MCR combiné »)
- **QIS 5** : propose un nouveau calibrage de la formule standard pour le calcul du capital requis.

# Chapitre 3

## Cadre technique

### Sommaire

---

<b>3.1 Les Provisions Techniques</b> . . . . .	<b>20</b>
3.1.1 Le Best Estimate . . . . .	20
3.1.2 Le Risk Margin . . . . .	20
<b>3.2 Les capitaux requis</b> . . . . .	<b>20</b>
3.2.1 Solvency Capital Requirement (SCR) . . . . .	20
3.2.2 Minimum Capital Requirement (MCR) . . . . .	21

---

*Les études quantitatives d'impact représentent l'outil de base qui permet de mettre en vigueur la Solvabilité 2. L'étude menée dans ce contexte s'est focalisée sur le cinquième niveau de ces études quantitatives d'impact. Dans ce contexte, il paraît opportun de définir quelques notions utiles dans le calcul des exigences en matière de solvabilité 2.*

### 3.1 Les Provisions Techniques

Contrairement à Solvabilité I qui se base sur le principe de prudence pour l'évaluation des provisions techniques, la nouvelle réforme Solvabilité 2 impose de les évaluer au montant qu'elles pourraient être transférées c'est-à-dire à leur valeur économique.

#### 3.1.1 Le Best Estimate

La provision Best Estimate correspond à la somme des cash-flows futurs actualisés. C'est la meilleure estimation des engagements futurs, vue à la date de calcul. Ces flux sont actualisés au taux sans risque fourni par la courbe de taux zéro coupon. Cette provision est calculée brute de réassurance et ne tient pas compte de nouvelles souscriptions (hypothèse de « run-off »).

#### 3.1.2 Le Risk Margin

La marge pour risque, ou « **Risk Margin** », constitue le montant supplémentaire nécessaire pour garantir les engagements. Il s'agit du coût représentant l'immobilisation des fonds propres nécessaires pour faire face aux engagements. Son calcul se base sur la méthode du coût du capital : le montant de la marge pour risque est égal au coût du capital multiplié par le capital immobilisé.

### 3.2 Les capitaux requis

#### 3.2.1 Solvency Capital Requirement (SCR)

Le **SCR** représente le capital cible nécessaire permettant d'éviter la ruine à 99,5% sur un horizon d'un an. La charge en capital est calibrée afin que l'assureur puisse honorer ses engagements et ainsi, que la faillite ne se produise qu'une fois sur 200. Ce capital requis est évalué au moins une fois par an.

Son calcul peut être effectué par la formule standard ou par un modèle interne qui doit être soumis à l'approbation de l'autorité de contrôle prudentielle. Les organismes d'assurance ont aussi la possibilité de mettre en œuvre un modèle interne partiel leur permettant de choisir les risques pour lesquels ils jugent la formule inadaptée.

### **3.2.2 Minimum Capital Requirement (MCR)**

Ce montant est le capital minimum exigé aux sociétés d'assurance par l'autorité de contrôle prudentielle. En-dessous de ce montant, la société d'assurance se voit retirer son agrément. Le **MCR** est calculé au minimum une fois par trimestre. Il est défini autour d'un corridor (25% à 45%) du SCR.

# Chapitre 4

## Calcul du SCR

### Sommaire

---

<b>4.1 Cartographie des risques assurantiels</b> . . . . .	<b>22</b>
4.1.1 Risque de marché . . . . .	22
4.1.2 Risque de souscription . . . . .	23
<b>4.2 Cartographie des risques : Résumé</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>4.3 Le SCR selon la méthode standard</b> . . . . .	<b>24</b>
4.3.1 Calcul du Capital Requis de Base : BSCR . . . . .	25
4.3.2 Le SCR opérationnel . . . . .	30
4.3.3 L'Ajustement . . . . .	30
<b>4.4 Le SCR selon la méthode interne</b> . . . . .	<b>31</b>
4.4.1 La formule interne . . . . .	31
4.4.2 Le générateur de Scénarios Économiques . . . . .	31
4.4.3 L'approche « Simulations des Simulations » et capital économique . . . . .	32

---

*Dans ce chapitre, nous présentons d'abord la cartographie des risques participant au calcul du SCR . Nous présentons par la suite fomule standard et interne pour son calcul.*

### 4.1 Cartographie des risques assurantiels

Les risques qui participent dans le calcul du SCR se répartissent comme suit :

#### 4.1.1 Risque de marché

Ce module correspond au risque de pertes dues aux fluctuations des instruments et produits financiers. Les sous-modules de risques pris en compte sont les suivants :

##### 4.1.1.1 Risque des taux d'intérêts

Le risque taux d'intérêt concerne tous les actifs et les passifs dont la valeur est sensible aux variations de la structure des taux (obligations, options, swaps ...).

##### 4.1.1.2 Risque des actions

Le risque action est un tout risque provenant de la volatilité des cours des actions.

##### 4.1.1.3 Risque immobilier

Le risque action est un tout risque provenant de la volatilité des cours de l'immobilier.

##### 4.1.1.4 Risque spread

Le risque spread reflète la variation du portefeuille due à un mouvement de la courbe de crédit.

#### 4.1.1.5 Risque de change

Le risque devise provient de la volatilité des taux de change.

#### 4.1.1.6 Risque de concentration

Le risque concentration provient de la volatilité du portefeuille qui augmente avec sa concentration sur un même émetteur, dans un même domaine d'activité ou dans une même zone géographique.

#### 4.1.1.7 Risque de liquidité

Le risque liquidité provient d'un changement éventuel de la liquidité du marché (lors des ventes des produits).

#### 4.1.1.8 Risque de défaut

Le risque défaut est le risque qu'un emprunteur n'honore pas ses dettes dans les conditions prévues.

### 4.1.2 Risque de souscription

Ce module fait référence au risque spécifique des contrats d'assurance vie résultant notamment des erreurs de provisionnement. Les sous-modules de risques pris en compte sont les suivants :

#### 4.1.2.1 Risque de mortalité

Le risque de mortalité représente un risque de perte ou de détérioration de la valeur des engagements de la compagnie d'assurance engendré par une augmentation des taux de mortalité.

#### 4.1.2.2 Risque de longévité

Le risque de longévité concerne les engagements d'assurance pour lesquels la compagnie garantit le paiement d'une série de montants jusqu'au décès de l'assuré. Dans ce cas la baisse des taux de mortalité entraîne une augmentation des provisions techniques.

#### 4.1.2.3 Risque de rachat

Le risque de rachat est lié aux pertes au niveau du passif dues au changement des taux servis (hausse des rachat suite à la baisse des taux et hausse de ces derniers chez les concurrents par exemple).

#### 4.1.2.4 Risque des frais (dépenses)

Le risque de dépenses est associé à une augmentation éventuelle des frais de gestion des contrats d'assurance.

#### 4.1.2.5 Risque de souscription santé

Ce module couvre les risques de souscription pour toutes les garanties santé et AT.

#### 4.1.2.6 Risque de contrepartie

Ce module concerne le risque de pertes dues au défaut d'une contrepartie

#### 4.1.2.7 Risque intangible

Ce module intègre le risque de marché et risque propre aux actifs incorporels. Les actifs incorporels représentent les actifs immatériels de l'entreprise (brevet, marque, licence, etc.).

#### 4.1.2.8 Risque opérationnel

Le risque opérationnel concerne le risque de pertes dues à des erreurs de personnels, à des défaillances de systèmes ou processus internes, des évènements.

## 4.2 Cartographie des risques : Résumé

Le schéma ci-après répertorie les modules et sous modules de risques.

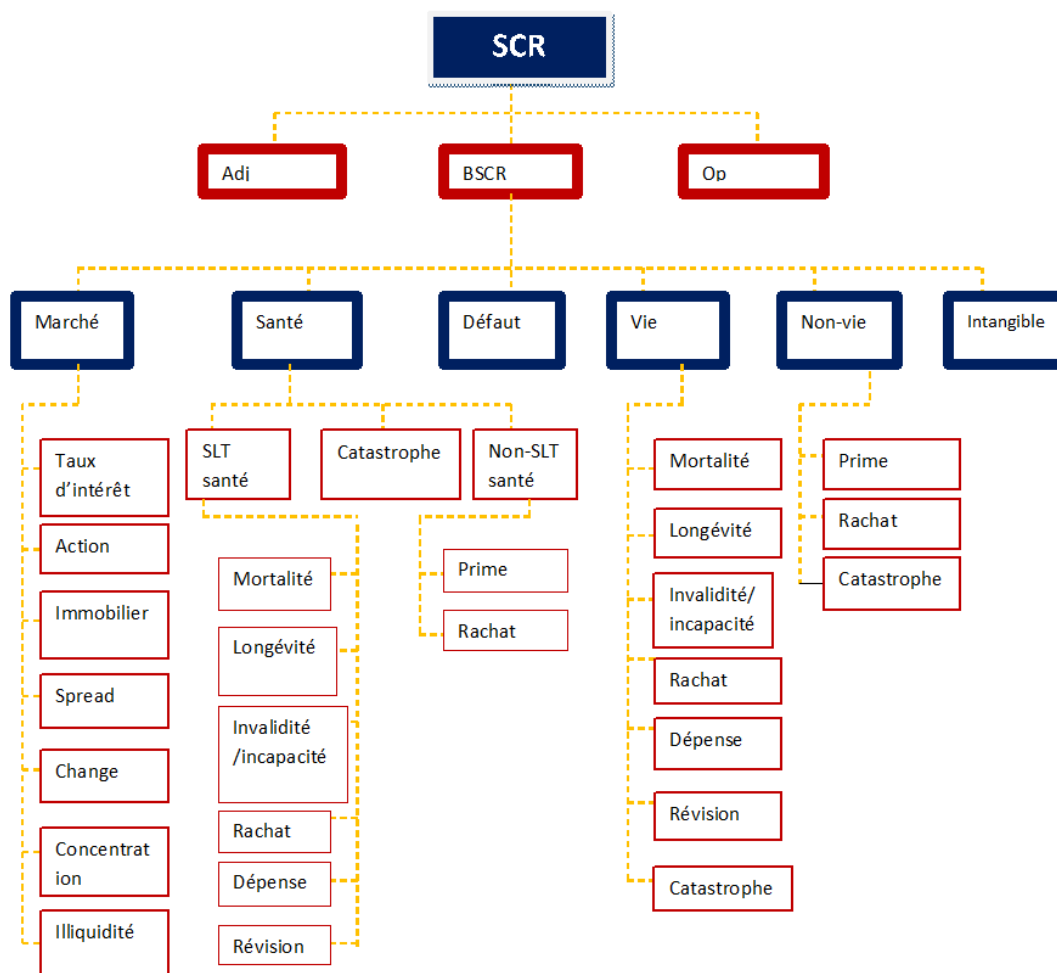


FIGURE 4.1 – Cartographie de risques

## 4.3 Le SCR selon la méthode standard

Le calcul du SCR pour un module de risque repose sur l'agrégation des capitaux requis des sous-modules via une matrice de corrélation permettant de prendre en compte les dépendances entre les risques.

Le SCR « global », capital permettant de faire face aux engagements, se définit à partir du BSCR, du SCR opérationnel et de l'ajustement comme ci-dessous :

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{Op}$$

Avec :

- *BSCR* : Capital de solvabilité requis de base (Basic Solvency Capital Requier) . Il correspond au capital requis avant tout ajustement. Il se définit comme l'agrégation des charges en capital des modules de risques (hormis le risque opérationnel) à partir d'une matrice de corrélation.
- *Adj* : Ajustements dus aux effets d'absorption des provisions techniques
- *SCR<sub>Op</sub>* : correspond à la charge en capital pour faire face au risque opérationnel.

### 4.3.1 Calcul du Capital Requis de Base : BSCR

Le BSCR correspond à la valeur du Capital généré par chaque module de risque sans intégrer le risque opérationnel et les ajustements dus aux effets d'absorption.

Le BSCR se calcule de la manière suivante :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} * SCR_i * SCR_j + SCR_{actifsincorporels}}$$

avec :

	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non-Vie
Marché	1				
Défaut	0.25	1			
Vie	0.25	0.25	1		
Santé	0.25	0.25	0.25	1	
Non-Vie	0.25	0.5	0	0	1

TABLE 4.1 – Matrice de corrélation entre les risques sous solvabilité II

Afin de définir le montant nécessaire pour faire face aux engagements, les organismes d'assurance doivent déterminer les risques qu'elles supportent.

Pour chaque sous-module de risque, la charge en capital nécessaire pour faire face à ce risque est déterminée. Ce capital est calculé à partir de chocs définis réglementairement.

Le capital élémentaire requis correspond à la variation de la Net Asset Value avant et après les chocs. La Net Asset Value correspond à la valeur nette de l'actif diminuée de la valeur nette du passif :

$$NAV_t = A_t - L_t$$

où :

- $A_t$  : la valeur nette de l'actif à la date t.
- $L_t$  : la valeur nette du passif à la date t.



FIGURE 4.2 – NAV Net Asset Value

Ainsi, le capital élémentaire requis est défini comme :

$$\text{Capital élémentaire Requis} = NAV(\text{avant choc}) - NAV(\text{après choc})$$

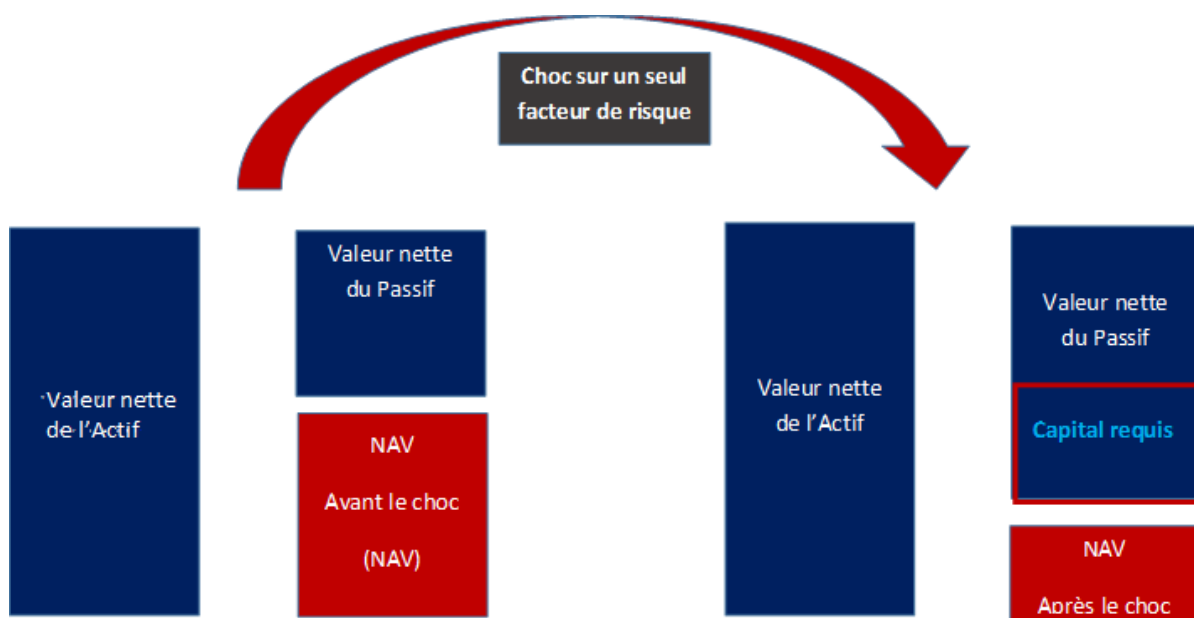


FIGURE 4.3 – Calcul du capital requis par risque

Sous l'hypothèse que les chocs réalisés n'impactent pas la valeur nette de l'Actif, on aura :

$$\text{Valeur nette de l'Actif (Avant le choc)} = \text{Valeur nette de l'Actif (après le choc)}$$

Par ailleurs, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{Capital élémentaire requis} &= \text{NAV}(\text{avant choc}) - \text{NAV}(\text{après choc}) \\ &= \text{Valeur nette du Passif}(\text{après le choc}) - \text{Valeur nette du Passif}(\text{avant le choc}) \end{aligned}$$

#### 4.3.1.1 BSCR lié au risque de souscription vie

Le risque de souscription vie provient des engagements d'assurance vie mais pas seulement. Tout engagement relevant de l'activité non-vie mais dont les méthodes de calcul se fondent sur l'assurance vie comme une rente provenant d'un contrat d'assurance non-vie qui ne serait à l'assurance santé dans le module de souscription vie.

Le risque de souscription vie résulte par exemple d'une tarification insuffisante lors de la souscription. Il est composé des sous modules suivantes : mortalité, longévité incapacitéinvalidité, rachat, dépenses, révision, catastrophe.

Pour obtenir le capital de Solvabilité requis au titre du risque de souscription vie, il faut agréger les capitaux requis de ses sous-modules de la manière suivante :

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{a*b} \text{Corr}(CER(a, b)) * CER_a * CER_b}$$

Avec :

- $CER_a$  : capital élémentaire requis au titre du risque « a »
- $CER_b$  : capital élémentaire requis au titre du risque « b »
- $\text{corr}(CER(a, b))$  : coefficient de corrélation entre les sous modules de risque a et b

Soit La matrice de corrélation des sous modules de risque de souscription vie proposée par QIS 5 :

	Mortalité	Longévité	Invalidité	Rachat	Dépenses	Révision	Catastrophe
Mortalité	1						
Longévité	-0.25	1					
Invalidité	0.25	0	1				
Rachat	0	0.25	0	1			
Dépenses	0.25	0.25	0.5	0.5	1		
Révision	0	0.25	0	0	0.5	1	
Catastrophe	0.25	0	0.25	0.25	0.25	0	1

TABLE 4.2 – Matrice de corrélation entre les sous modules d'un risque

### Capital élémentaire requis lié au risque mortalité

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque mortalité correspond à une augmentation de 15% des taux de mortalité

$$CER_{mort} = \max(\Delta NAV(\text{choc de mortalité}); 0)$$

### Capital élémentaire requis lié au risque longévité

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque mortalité correspond à une diminution de 20% des taux de mortalité.

$$CER_{long} = \max(\Delta NAV(\text{choc de longévité}); 0)$$

choc appliquer	QIS5	
	choc pour le risque de mortalité	choc pour le risque de longévité
	15%	20%

TABLE 4.3 – Chocs pour le risque de mortalité et de longévité

### Capital élémentaire requis lié au risque rachat

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque rachat se détermine en appliquant des chocs à la baisse et à la hausse des taux de rachat.

$$CER_{rachat} = \max(CER_{rh}, CER_{rb}, CER_{rm}; 0)$$

Où :

- $CER_{rh}$  : capital élémentaire requis en cas d'une hausse permanente des taux de rachat
- $CER_{rb}$  : capital élémentaire requis en cas d'une baisse permanente des taux de rachat
- $CER_{rm}$  : capital élémentaire requis en cas d'un rachat massif

Soit le tableau des taux de chocs proposé par QIS 5. Où « R » représente le taux de rachat :

Choc appliqués	QIS5	
	à la baisse	Max(50%R ; R-20%)
	à la hausse	Max(150%R ; 100%)
Rachats massifs		30%

TABLE 4.4 – Chocs pour le risque de rachat

### 4.3.1.2 BSCR lié au risque de marché

Le BSCR lié au risque marché se calcule selon une agrégation intra-modulaire sous choc à la hausse ou à la baisse du taux d'intérêt permet d'obtenir le  $SCR_{marché}$  selon la formule suivante :

$$SCR_{marché} = \max \left( \sqrt{\sum \text{corr}(CER_{mh_{a,b}}) * CER_{mh_a} * CER_{mh_b}}; \sqrt{\sum \text{corr}(CER_{mb_{a,b}}) * CER_{mb_a} * CER_{mb_b}} \right)$$

Où :

- $CER_{mh_a}$  : capital élémentaire requis associé au sous module de risque « a » en cas de choc haussier des taux d'intérêt.
- $CER_{mh_b}$  : capital élémentaire requis associé au sous module de risque « b » en cas de choc haussier des taux d'intérêt.
- $CER_{mb_a}$  : capital élémentaire requis associé au sous module de risque « a » en cas de choc baissier des taux d'intérêt.
- $CER_{mb_b}$  : capital élémentaire requis associé au sous module de risque « b » en cas de choc baissier des taux d'intérêt.
- $\text{corr}(CER_{mh_{a,b}})$  : coefficient de corrélation entre les sous modules de risque « a » et « b » en cas de choc haussier des taux d'intérêt.
- $\text{corr}(CER_{mb_{a,b}})$  : coefficient de corrélation entre les sous modules de risque « a » et « b » en cas de choc baissier des taux d'intérêt.

Soient Les matrices de corrélation des sous modules de risque de marché proposées par QIS 5 en cas des deux chocs des taux d'intérêt : haussier et baissier

CorrMktDown	Intérêts	Actions	Immobilier	Spread	Change	Concentration	Illiquidité
Intérêts	1						
Actions	0	1					
Immobilier	0	0.75	1				
Spread	0	0.75	0.5	1			
Change	0.25	0.25	0.25	0.25	1		
Concentration	0	0	0	0	0	1	
Illiquidité	0	0	0	-0.5	0	0	1

TABLE 4.5 – Choc pour le risque marché : Pour le cas du choc à la hausse

CorrMktDown	Intérêts	Actions	Immobilier	Spread	change	Concentration	Illiquidité
Intérêts	1						
Actions	0.5	1					
Immobilier	0.5	0.75	1				
Spread	0.5	0.75	0.5	1			
Change	0.25	0.25	0.25	0.25	1		
Concentration	0	0	0	0	0	1	
Illiquidité	0	0	0	-0.5	0	0	1

TABLE 4.6 – Choc pour le risque marché : Pour le cas du choc à la baisse

### Capital élémentaire requis lié au risque d'intérêt

$$CER_{int_H} = \Delta NAV(\text{choc à la hausse})$$

$$CER_{int_B} = \Delta NAV(\text{choc à la baisse})$$

Où :

- $CER_{int_H}$  : capital élémentaire requis lié au risque d'intérêt en cas de choc à la hausse.
- $CER_{int_B}$  : capital élémentaire requis lié au risque d'intérêt en cas de choc à la baisse.

Soit le tableau des chocs à appliquer au taux d'intérêt en cas des chocs : haussier et baissier.

Maturité	Choc à hausse	Choc à baisse
1	70%	-75%
2	70%	-65%
3	64%	-56%
4	59%	-50%
5	55%	-46%
6	52%	-42%
7	49%	-39%
8	47%	-36%
9	44%	-33%
10	42%	-31%
11	39%	-30%
12	37%	-29%
13	35%	-28%
14	34%	-28%
15	33%	-27%
16	31%	-28%
17	30%	-28%
18	29%	-28%
19	27%	-29%
20	26%	-29%
21	26%	-29%
22	26%	-30%
23	26%	-30%
24	26%	-30%
25	26%	-30%
26	25%	-30%
27	25%	-31%
28	25%	-31%
29	25%	-31%
30	25%	-31%
31	25%	-31%
32	25%	-31%
33	25%	-31%
34	24%	-32%
35	24%	-32%
36	24%	-32%
37	24%	-32%
38	24%	-32%
39	24%	-32%
40	24%	-32%
41	23%	-32%
42	23%	-32%
43	23%	-32%
44	23%	-32%
45	23%	-32%
46	23%	-32%
47	22%	-31%
48	22%	-31%
49	22%	-31%

TABLE 4.7 – Choc des taux d'intérêts. Hausse et baisse

### Capital élémentaire requis lié au risque actions

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque action se détermine en appliquant des chocs à la baisse de 30% pour les actions cotées contre une baisse de 40% pour les actions non cotées.

$$CER_{act} = \max(\Delta NAV(\text{choc actions}); 0)$$

### Capital élémentaire requis lié au risque Immobilier

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque immobilier se détermine en appliquant un choc de 25% à la baisse sur la valeur du marché de l'immobilier.

$$CER_{im} = \max(\Delta NAV(\text{choc immobilier}); 0)$$

### Capital élémentaire requis lié au risque de change

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque de change se détermine en appliquant deux chocs de 25% à la hausse et à la baisse de toutes les autres devises face à la devise locale.

$$CER_{dev} = \max(\Delta NAV(\text{choc hausse des devises}); \Delta NAV(\text{choc baisse des devises}); 0)$$

### Capital élémentaire requis lié au risque d'illiquidité

Le calcul du capital élémentaire requis lié au risque de change se détermine en appliquant un choc à la baisse de 65% au niveau de la prime de liquidité.

$$CER_{ill} = \max(\Delta NAV(\text{choc illiquidité}); 0)$$

#### 4.3.1.3 Agrégation des modules de risque :

Une fois les chocs imposés par QIS 5 et associés aux risques encourus par la compagnie d'assurance sont appliqués, une agrégation inter-modulaire permet d'agréger les différents SCR calculés précédemment. En effet, on utilise la matrice de corrélation des risques proposées par QIS 5 pré-citée pour calculer le BSCR, et ce, à l'aide de la relation suivante :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} * SCR_i * SCR_j} + SCR_{actifsincorporels}$$

#### 4.3.2 Le SCR opérationnel

Le SCR opérationnel est déduit du BSCR calculé ci-dessus selon la formule suivante :

$$SCR_{Op} = \min(30\% * BSCR; OP) + 0,25 * DEP$$

Où :

- **OP** : la charge de risque opérationnel de base relative aux contrats autres que les contrats en unité de compte :  
 $OP = 0,04 * Primes + 0,0045 * Provisions Techniques$
- **Dep** : le montant annuel des dépenses, brute de réassurance, relatif aux contrats en unités de comptes.

#### 4.3.3 L'Ajustement

En cas de choc, l'assureur peut, selon sa capacité d'ajustement, réviser sa politique de distribution des excédents et reporter sur l'assuré une partie du choc moyennant une moindre distribution des excédents. Ces propriétés d'absorption des risques peuvent être quantifiées en calculant le SCR brut et le SCR net. Le premier, *SCR* brut, se calcule sous l'hypothèse que l'assureur ne peut pas modifier sa politique de distribution future des excédents en cas de survenance du choc considéré. En revanche, le SCR net, se calcule sous l'hypothèse que l'assureur peut adapter sa politique de distribution des excédents pour absorber un éventuel choc. Pour éviter toute confusion au niveau des notations, les exigences de capital nettes d'effet d'absorption sont notées  ${}_n SCR_i$ .

Le  ${}_n BSCR$ , SCR global net, peut être calculé selon la même méthode modulaire que le BSCR, au moyen des mêmes matrices de corrélation, mais en utilisant cette fois-ci les capitaux élémentaires nets.

Pour calculer les  $SCR_i$  bruts requis au titre des différents risques élémentaires  $i$ , il convient d'abord d'établir le bilan économique à la date d'évaluation tel que :

$$NAV_0 = A_0 - BE_0$$

ou

$$FDB_0 = BE_0 - BEG_0$$

avec :

- $FDB_0$  les futurs excédents discrétionnaires ;
- $BEG_0$  le Best Estimate Garanti.

L'étape suivante consiste en un calcul, pour chaque risque élémentaire  $i$ , des éléments du bilan économique et des futurs excédents discrétionnaires suite à un choc instantané sur le facteur de risque  $i$ . Le « Best Estimate » étant calculé net, le SCR relatif à chaque risque  $i$  qui en est déduit est net aussi :

$$SCR_i = NAV_0 - NAV_{0+i}$$

Enfin, le SCR relatif au risque  $i$  en brut est obtenu par le calcul suivant :

$$SCR_i = {}_n SCR_i + (FDB_0 - FDB_{0+i})$$

En agrégeant les capitaux élémentaires au moyen des matrices de corrélation définies dans les spécifications techniques, il est possible d'obtenir le  $BSCR$  et le  ${}_n BSCR$ .

Ainsi :

$$Adj = -\min(BSCR - {}_n BSCR; FDB)$$

## 4.4 Le SCR selon la méthode interne

### 4.4.1 La formule interne

Dans le cadre d'un modèle interne, le calcul du SCR s'effectue selon plusieurs formules dont principalement la suivante :

$$SCR = VAR_{99,5\%} * \left( \frac{BE_1 + F_1}{R_1} \right) - BE_0$$

Où :

- $BE_0$  : Le Best Estimate à l'instant  $t=0$
- $BE_1$  : Le Best Estimate à l'instant  $t=1$
- $F_1$  : le flux des prestations servies au cours de période 0
- $R_1$  : taux de rendement de l'actif sur la période 0

*Le principe est simple : après avoir calculé le Best Estimate à l'instant  $t = 0$ , qui reflète la meilleure vision de l'engagement de la compagnie, alors l'année prochaine, c'est-à-dire à  $t = 1$ , si l'on le recalcule, en principe le  $BE_1$  devrait, en théorie, refléter exactement l'engagement vue en  $t = 0$  diminué des flux de l'année 1. Si l'équation n'est pas équilibrée, alors le reliquat doit être mis de côté pour éviter la ruine durant la première année : c'est le SCR.*

### 4.4.2 Le générateur de Scénarios Économiques

Un scénario économique correspond à une projection sur un horizon donné, des grandeurs économiques et financières : taux d'intérêt, prix des actions, etc.

Les scénarios économiques permettent le pilotage technique d'une compagnie d'assurance, en terme de décision de désinvestissement ou réinvestissement futur, l'allocation stratégiques d'actifs...).

Dans le contexte IFRS et Solvabilité 2, les scénarios économiques permettent de :

- ne pas sous-estimer les rendements défavorables (pour le calcul du SCR) ;
- disposer simplement des visions historique et risque-neutre ;
- intégrer l'inflation ;
- intégrer les fluctuations de court terme sur la valeur des actifs ;
- être cohérent avec les contraintes économiques de long terme ;

D'un point de vue technique, les scénarios économiques se basent essentiellement sur la génération de loi normale. Pour ce faire, plusieurs méthodes théoriques existe, et, dans le cadre de ce projet, nous utilisons la méthode *Box Muller*.

#### 4.4.2.1 Méthode de *Box Muller*

Cette méthode consiste à générer des paires de nombres aléatoires à distribution normale centrée réduite, à partir d'une source de nombres aléatoires de loi uniforme.

Soient  $U_1$  et  $U_2$  deux variables aléatoires indépendantes uniformément distribuées dans  $]0, 1[$ .

Soient

$$Z_0 = R \cos(\Theta) = \sqrt{-2 \ln U_1} \cos(2\pi U_2)$$

et

$$Z_1 = R \sin(\Theta) = \sqrt{-2 \ln U_1} \sin(2\pi U_2).$$

Alors  $Z_0$  et  $Z_1$  sont des variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale de variance 1.

#### 4.4.3 L'approche « Simulations des Simulations » et capital économique

L'approche **SdS** « simulations dans les simulations » est l'une des méthodes de calcul du capital économique utilisée pour les portefeuilles d'assurance vie et les plus conformes aux critères de *Solvabilité II*.

L'algorithme de cette méthode se décrit comme suit :

- Entre  $t=0$  et  $t=1$  :
  - Simuler l'ensemble des variables financières pour la première année
- A partir de  $t=1$  :
  - Ajuster des scénarios secondaires de manière à tenir compte de l'information obtenue par les simulations primaires à la fin de la première période.
  - Pour chacun des scénarios primaires, un jeu complet de simulations est relancé de  $t=1$  jusqu'à l'horizon de projection des cash-flows du passif.
  - Calculer les moyennes empiriques des résultats pour estimer les valeurs économiques du passif en  $t=1$ .
  - Calculer le capital économique à la fin de la première période.

## **Troisième partie**

# **LES PRODUITS D'ÉPARGNE RETRAITE**

*Dans cette partie, nous introduisons les produits de retraite complémentaire, leur cadre fiscal au Maroc ainsi que le produit «F» objet de notre étude.*

# Chapitre 5

## Introduction et Définitions

### Sommaire

---

<b>5.1 L'Assurance Vie</b> .....	<b>35</b>
5.1.1 Définitions .....	35
5.1.2 Principaux types de contrats d'Assurance Vie .....	35
<b>5.2 Fiscalité des produits d'épargne retraite au Maroc</b> .....	<b>36</b>
<b>5.3 Notre produit étudié « F »</b> .....	<b>36</b>
5.3.1 Définition et contrat .....	36
5.3.2 Fonctionnement .....	36
5.3.3 Focus sur la participation aux bénéfices (PB) .....	37

---

*Dans ce chapitre, nous présentons quelques principes de l'Assurance-Vie, et introduisons le contrat « F » objet d'étude.*

## 5.1 L'Assurance Vie

### 5.1.1 Définitions

### 5.1.2 Principaux types de contrats d'Assurance Vie

Un contrat d'assurance-vie est un contrat qui garantit, moyennant le paiement d'une prime, le versement d'une somme d'argent en cas de survenance d'un événement lié à la vie de l'assuré. Nous distinguons essentiellement trois types de garantie :

- La garantie en cas de vie : il s'agit d'un contrat qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire (le plus souvent l'assuré lui-même) dans le cas où l'assuré est en vie à la fin du contrat.
- La garantie en cas de décès : il s'agit d'un contrat qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire (désigné dans le contrat) en cas de décès de l'assuré.
- La garantie mixte : il s'agit d'un contrat qui assure le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire (désigné dans le contrat) en cas de décès ou de survie de l'assuré.

#### 5.1.2.1 Contrats de prévoyance

Un contrat de prévoyance est un contrat qui protège les personnes contre les événements les plus souvent imprévus (Décès, maladie, invalidité...) qui peuvent modifier leur vie et entraîner des dépenses substantielles. L'assurance prévoyance offre donc des solutions financières ponctuelles ou durables pour pallier ces situations difficiles.

#### 5.1.2.2 Contrats d'épargne

Un contrat d'épargne est un contrat d'assurance vie à long terme qui offre à l'assuré une garantie de versements d'un capital au moins égale aux primes versées, nettes de chargements, revalorisé chaque année d'un rendement constitué d'un taux minimum garanti (TMG) auquel s'ajoute une participation aux bénéfices (PB).

## 5.2 Fiscalité des produits d'épargne retraite au Maroc

Les produits d'épargne retraite au Maroc se soumettent à la circulaire de la DGI (Direction Générale des Impôts) qui fixe, chaque année, la réglementation fiscale.

Les produits d'épargne retraite sont caractérisés par un avantage fiscal de la déductibilité du salaire imposable (i.e, un contribuant peut cotiser de son salaire net imposable au titre d'une retraite complémentaire, avant de payer l'impôt), ce qui peut s'avérer très avantageux.

En outre, à la sortie, ils sont caractérisés par des avantages tels que :

- l'abattement (une partie de l'épargne est exonérée)
- l'étalement (annualisation de l'épargne)
- 4 rachats partiels (loi 2015)

## 5.3 Notre produit étudié « F »

### 5.3.1 Définition et contrat

« F » est un produit d'épargne qui a pour objet la constitution et le service d'une retraite moyennant le versement de primes d'épargne périodiques et éventuellement de versements supplémentaires qui sont affectées au compte retraite de chaque adhérent et revalorisés dans les conditions définies aux articles 8 et 9 ci-dessous.

#### Article 8 - Revalorisation de l'épargne

Pour chaque adhérent, nous constituons un compte retraite individuel alimenté par les primes d'épargne et versements supplémentaires. Au 31 décembre de l'exercice clos, ledit compte est revalorisé à un taux d'intérêt annuel minimum garanti, augmenté de la participation aux bénéfices.

#### Article 9 - Participation aux bénéfices

Au 31 décembre de l'exercice clos, il est affecté à chaque compte épargne une participation aux bénéfices générés par le placement des fonds collectés. Le taux de participation aux bénéfices est fixé à **90%** du solde de l'état de participation aux bénéfices fixé par la réglementation en vigueur (article 100 de la loi n°17-99 portant code des assurances).

### 5.3.2 Fonctionnement

#### 5.3.2.1 Primes d'épargne

Le montant de la prime d'épargne peut être soit forfaitaire, soit exprimé en pourcentage sur le salaire. Le taux de prime d'épargne pour la part de l'adhérent et du souscripteur est laissé au libre choix de ces derniers, il doit être uniforme pour chaque catégorie du personnel. Ledit taux et l'assiette des primes d'épargne sont indiqués aux conditions particulières du contrat.

#### 5.3.2.2 Frais de gestion

Les frais de gestion contractuel sont prélevés sur l'épargne en fin d'année, à concurrence de 0,5%. Ils permettent de faire face aux frais engagés par l'assureur afin de gérer le produit. Dans notre produit, ces frais sont prélevés sur la PM mais financés par la Participation aux Bénéfices.

#### 5.3.2.3 Déductibilité de la prime d'épargne

Conformément à la législation en vigueur, la prime d'épargne relative au contrat « F » est déductible du revenu global imposable.

#### 5.3.2.4 Interruption des primes d'épargne

La possibilité d'interrompre à tout moment le versement des primes d'épargne sans que le compte retraite individuel de chaque adhérent ne soit modifié. Par ailleurs, l'adhérent peut reprendre le versement des primes d'épargne à n'importe quel moment après la date d'interruption.

#### 5.3.2.5 Revalorisation de l'épargne

Chaque année, le compte d'épargne est revalorisé par un taux d'intérêt annuel minimum garanti et augmenté de la participation aux bénéfices

### 5.3.2.6 Rachat

#### Rachat total

Après sa cessation d'activité, l'adhérent peut demander le rachat total des primes d'épargne revalorisées. Le rachat total met fin à l'adhésion.

La valeur de rachat est fixée comme suit : Si la durée d'adhésion est inférieure à 4 ans, elle est égale à 95% des droits revenant à l'adhérent ; Au-delà des 4 années d'adhésion, la valeur de rachat est égale à 100% des droits revenant à l'adhérent.

#### Rachat partiel

À tout moment, l'adhérent peut demander le rachat partiel de ses primes d'épargne revalorisées. La valeur de rachat partiel ne peut être supérieure à 50% de la valeur de rachat de l'épargne gérée. L'adhérent a droit à 4 rachats partiels selon la loi fiscale en vigueur.

### 5.3.3 Focus sur la participation aux bénéfices (PB)

Lors de la souscription d'un contrat d'assurance-vie, il n'y a aucun risque de perte en capital. Même si les perspectives de gains sont limitées, le souscripteur peut compter sur la participation aux bénéfices.

En effet, les primes versées à la compagnie sont revalorisées, d'une manière **viagère** par un Taux Minimum Garanti (TMG), communiqué semestriellement par l'A.C.A.PS et augmentées d'une participation aux bénéfices calculée en fin de chaque année.

Cette rémunération ne doit pas être inférieure à :

– 70% des bénéfices technico-financiers (bénéfices réalisés grâce aux gains réalisés en plaçant l'épargne des titulaires de contrats - bénéfices résultant de la différence entre les frais prélevés par la compagnie d'assurance et les frais réels) ;

Selon la réglementation marocaine, la participation calculée dans une année n'est pas nécessairement distribuée aux assurés la même année, l'assureur peut la mettre dans une provision (pour participation aux bénéfices) et ainsi en tirer profit pour une durée de 3 ans maximum. A la troisième année, celle-ci est obligatoirement distribuée, en fonction du poids de l'épargne de chaque adhérent toujours en vigueur.

Le calcul de la PB se fait selon la nomenclature de l'Etat D19, cependant, notre produit F prévoit, avant de calculer la PB nette à distribuer, le financement des frais d'acquisition et de gestion.

En effet, les frais d'acquisition sont calculés sur les cotisations mais ne sont pas prélevés directement sur celles-ci, c'est la participation aux bénéfices qui les finance. Pareil pour les frais de gestion, ils sont calculés sur l'épargne en fin d'année mais financés par la PB. Cela dit, la compagnie n'est pas seulement obligée de garantir un TMG, mais un TMG implicite intégrant un pourcentage pour les frais de gestion et un autre pour les frais d'acquisition, i.e, les rendements financiers doivent être assez suffisants pour financer :

- TMG
- Les frais d'acquisition
- Les frais de gestion
- Une éventuelle PB

**Quatrième partie**  
**MODÉLISATIONS**

*Nous présentons d'abord dans cette partie le cadre théorique des modélisations utilisées dans cette étude, à savoir, la modélisation du passif (rachat) et de l'actif (modèles stochastiques des taux d'intérêts, courbe zéro-coupons...), ensuite, nous entamons la partie application pour présenter les résultats des différentes modélisations tant pour l'actif que pour le passif.*

# Chapitre 6

## Modélisation du passif

### Sommaire

---

<b>6.1 Modélisation du rachat</b> . . . . .	<b>40</b>
6.1.1 Présentation du phénomène de rachat . . . . .	40
6.1.2 Modèle logistique . . . . .	41

---

*Toute compagnie d'assurance doit prendre en compte les risques qu'elle encourt. Ces risques portent le plus souvent sur le phénomène du rachat, de résiliation et du décès. Dans le présent chapitre, nous présentons d'abord le phénomène du rachat et ensuite nous nous intéressons à la modélisation à l'aide de la régression logistique.*

### 6.1 Modélisation du rachat

#### 6.1.1 Présentation du phénomène de rachat

Chaque contractant a le droit de récupérer son épargne avant le terme de son contrat. C'est le phénomène de *rachat*. Il peut être total ou partiel selon que le contractant récupère la totalité ou une partie de son épargne. Nous nous intéressons au rachat **total**.

##### 6.1.1.1 Causes

Les causes du rachat sont liées à deux facteurs :

**Raison exogène** changement de la situation économique.

**Raison endogène** réputation de l'assureur.

##### 6.1.1.2 Deux types de rachat

**Rachat conjoncturel** risque lié à la conjoncture du pays.

**Rachat structurel** risque lié au comportement de l'assuré.

##### Rachat conjoncturel

Le rachat conjoncturel est lié à la conjoncture économique. L'assuré fait un arbitrage entre le taux servi par l'assureur et celui sur le marché.

Étant donné que les assurés ont une optique différente sur la conjoncture, le rachat conjoncturel est difficile à saisir. Pour cette raison, les orientations nationales complémentaires (QIS 5)<sup>1</sup> propose des bornes inférieure et supérieure au taux de rachat conjoncturel.

Si le taux servi est inférieur au taux attendu (TA) par les assurés, ces derniers auront, l'année suivante, tendance à racheter plus que la courbe de rachats structurels l'indique.

---

1. (Quantitative Impact Studies 5) s'inscrit dans le cadre de l'étude de l'impact des exigences quantitative de la directive solvabilité 2.

Les assureurs peuvent utiliser le TME<sup>2</sup> observé pour estimer le taux attendu par les assurés. Voici une présentation du taux de rachat en fonction du taux servi (noté S) et le taux attendu par les assurés (noté TA) :<sup>3</sup>

$$TxRC = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } S - TA < \alpha \\ RC_{max} * \frac{S-TA-\beta}{\alpha-\beta} & \text{si } \alpha < S - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < S - TA < \gamma \\ RC_{min} * \frac{S-TA-\gamma}{\delta-\gamma} & \text{si } \gamma < S - TA < \delta \\ RC_{min} & \text{si } S - TA > \delta \end{cases}$$

### Interprétations

- $\alpha$  est le seuil en-deçà duquel les rachats conjoncturels sont constants et fixés à  $RC_{max}$ . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.
- $\beta$  et  $\gamma$  sont respectivement les seuils d'indifférence à la baisse et à la hausse du taux servi. Entre ces deux seuils, le comportement de l'assuré n'est pas modifié.
- $\delta$  est le seuil au-delà duquel la diminution du taux de rachat structurel est constante et fixée à  $RC_{min}$ . Ce n'est plus l'écart de taux qui explique le comportement des assurés.

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$RC_{min}$	$RC_{max}$
Plafond max	-4%	0	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

TABLE 6.1 – Valeurs des paramètres du rachat conjoncturel

### Rachat structurel

Le rachat structurel est lié à l'assuré. Plusieurs variables entrent en jeu pour le déterminer.

1. **La fiscalité**
2. **L'ancienneté du contrat** : La durée de vie d'un contrat est la durée qui s'écoule entre la date d'effet et la date d'annulation du contrat. Quand l'annulation est avant le terme du contrat on parle du rachat, quand elle coïncide avec le terme du contrat on parle de l'échéance. Ainsi Les contrats dont le terme est non fixe leur rachat peut être conditionné par la fiscalité, cependant les contrats dont le terme est fixe leur rachat s'effectue quelques mois après la date du terme du contrat, d'où l'effet du terme sur le rachat des contrats.
3. **L'âge de l'assuré** : Un souscripteur âgé opte pour la constitution d'un capital qui va lui servir lors de sa retraite, tandis qu'un souscripteur jeune tend vers une liquidité pour se procurer d'une maison par exemple.

## 6.1.2 Modèle logistique

### 6.1.2.1 Principe de la régression logistique

La régression logistique est un des modèles d'analyse multivariée explicatif couramment utilisé. Son emploi, rendu aisé par l'utilisation de logiciels statistiques, permet le contrôle des biais de confusion. La mesure d'association calculée dans ce modèle est l'odds ratio (ou « la chance »), qui quantifie la force de l'association entre la survenue d'un événement, représentée par une variable dichotomique, et les facteurs susceptibles de l'influencer, représentés par des variables explicatives.

Le choix des variables explicatives intégrées au modèle repose sur une connaissance préalable du phénomène étudié afin de ne pas omettre des facteurs de confusion déjà identifiés.

### 6.1.2.2 Modèle

Soient :

- $X$  : le vecteur des variables explicatives  $X_1, X_2, \dots, X_j$
- $Y$  : la variable expliquée (On se place dans le cadre binaire  $Y \in \{1, 0\}$  ou  $Y \in \{+, -\}$ )

2. Taux moyen d'emprunt d'État : C'est le taux de rendement sur le marché secondaire des emprunts d'État à taux fixe supérieurs à 7 ans.

3. <http://www.pierretherond.fr/wp-content/uploads/presentations/seminar/20100916%20-%20Calibrage>

- $\Pi(X) = P(Y = +|X)$  : la probabilité que  $Y = 1$  sachant l'information contenue dans  $X$   
On définit alors le *logit* de  $\Pi(X)$  de la manière suivante :

$$\text{logit}(\Pi(X)) = \log\left(\frac{\Pi(X)}{1 - \Pi(X)}\right) = a_0 + a_1 X_1 + \dots + a_j X_j$$

On peut donc calculer la probabilité que  $Y = 1$  sachant  $X$  de la manière suivante :

$$\Pi(X) = \frac{e^{a_0 + a_1 X_1 + \dots + a_j X_j}}{1 + e^{a_0 + a_1 X_1 + \dots + a_j X_j}}$$

Et on définit l'odds ratio (le ratio des chances) comme suit :

$$\text{odds ratio} = \frac{\Pi(X)}{1 - \Pi(X)}$$

### 6.1.2.3 Estimation des paramètres

Soient :

- $Y(\omega)$  : la modalité de  $Y$  prise par un individu  $\omega$ , observé
- $(X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_j(\omega))$  : la description d'un individu  $\omega$  dans l'espace des variables explicatives
- $P(Y(\omega) = +|X) = \Pi(X(\omega))$  : la probabilité qu'un individu  $\omega$  quelconque soit  $+$ . C'est la probabilité que nous modélisons.

La vraisemblance s'écrit comme suit :

$$L = \prod_{\omega} \Pi^{Y} (1 - \Pi)^{1-Y}$$

ou encore, la log-vraisemblance :

$$LL = \sum_{\omega} Y * \ln(\Pi) + (1 - Y) * \ln(1 - \Pi)$$

Enfin, pour déterminer le vecteur des coefficients estimés  $\hat{a} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_j)$  nous minimisons la quantité  $-2 * LL$ .

### 6.1.2.4 Validation du modèle

Plusieurs méthodes existent pour valider le modèle, on peut citer entre-autres :

- Le test de rapport de vraisemblance
- l'indice de GINI
- la courbe ROC

# Chapitre 7

## Modélisation de l'actif

### Sommaire

---

<b>7.1 Choix des modèles</b> . . . . .	<b>43</b>
<b>7.2 Modèle de Vasiček (1977)</b> . . . . .	<b>44</b>
7.2.1 Présentation du modèle . . . . .	44
7.2.2 Estimation des paramètres . . . . .	44
<b>7.3 Modèle de COX, INGERSOLL, ROSS (CIR) (1985)</b> . . . . .	<b>45</b>
7.3.1 Estimation des paramètres . . . . .	46
<b>7.4 Avantages et inconvénients des deux modèles</b> . . . . .	<b>46</b>
<b>7.5 Estimation à l'aide des séries temporelles</b> . . . . .	<b>47</b>
7.5.1 Méthodologie de Box Jenkins . . . . .	47
7.5.2 Implémentation informatique . . . . .	47
<b>7.6 Estimation à l'aide du modèle économétrique</b> . . . . .	<b>48</b>
7.6.1 Méthodologie . . . . .	48
7.6.2 Implémentation informatique . . . . .	49
<b>7.7 Courbe des taux Zéro-Coupons</b> . . . . .	<b>49</b>
7.7.1 Courbe empirique (BANK AL MAGHRIB) . . . . .	49
7.7.2 Courbe théorique . . . . .	50
<b>7.8 Modélisation des actions</b> . . . . .	<b>50</b>
<b>7.9 Modélisation de l'actif immobilier</b> . . . . .	<b>51</b>

---

*Dans ce chapitre, nous présentons tous les modèles d'actifs adoptés. VASIČEK, COX-INGERSOLL-ROSS, BLACK-SCHOLES. Ensuite, nous présentons la courbe des taux zéro-coupons ainsi que sa modélisation.*

### 7.1 Choix des modèles

Il existe une grande variété de modèles de taux d'intérêt. On peut cependant distinguer deux grandes familles de modèles stochastiques utilisées dans le cadre de ce mémoire :

- **Les modèles d'arbitrage à une seule variable d'état** (ou bien d'équilibre partiel) comme celui de Vasiček (1977) qui comporte une seule variable d'état et que nous allons traiter par la suite.
- **Les modèles d'équilibre général** qui, prennent en compte la conjoncture économique tels que le modèle de Cox, Ingersoll et Ross (1985) (CIR) que nous allons détailler également dans ce qui suit.

Tous les modèles étudiés par la suite, modélisent le taux court instantané à l'aide de l'équation différentielle stochastique (EDS) suivante :

$$dr_t = \mu(r_t, t)dt + \sigma(r_t, t)dW_t$$

où :

- $\mu$  est le coefficient de dérive (drift).
- $\sigma$  est le coefficient de diffusion.
- $W_t$  processus de Wiener.

En supposant que le marché est parfait (absence de coût de transaction, titre, même niveau d'information chez tous les agents, marché efficient, ...) nous présenterons les modèles suivants :

- Modèle de **Vasiček**
- Modèle de **COX, INGERSOLL, ROSS** : (CIR)

## 7.2 Modèle de Vasiček (1977)

### 7.2.1 Présentation du modèle

Il s'agit d'un processus gaussien basé sur le processus d'**ORNSTEIN UHLENBECK** expliquant l'effet de retour à la moyenne empiriquement observé sur les courbes de taux. Celui-ci s'écrit :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t$$

avec :

- $r_t$  : taux d'intérêt instantané
- $a$  : vitesse de retour à la moyenne
- $b$  : moyenne long terme du taux autour de laquelle évolue le taux court instantané
- $\sigma$  : volatilité
- $W_t$  : processus de WIENER

Nous disposons d'une solution explicite pour cette équation différentielle stochastique, on peut donc discrétiser le processus.

Après calculs (voir **annexes**), nous pouvons écrire le modèle de *Vasiček* de la façon suivante :

$$r_t = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2at}}{2a}} \epsilon_t \quad \text{avec } \epsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

où encore :

$$r_t = r_s e^{-a(t-s)} + b(1 - e^{-a(t-s)}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a(t-s)}}{2a}} \epsilon_t \quad \text{avec } \epsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

Le modèle de *Vasiček* admet donc une solution explicite exacte et, par conséquent, on peut déterminer une discrétisation exacte du processus :

$$\tilde{r}_{t+\delta t} = \tilde{r}_t e^{-a\delta t} + b(1 - e^{-a\delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a\delta t}}{2a}} \epsilon_{t+\delta t} \quad \text{avec } \epsilon_{t+\delta t} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

### 7.2.2 Estimation des paramètres

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour estimer les paramètres du modèle. On peut citer :

- Estimation par maximum de vraisemblance : inutilisable si le processus ne possède pas de discrétisation exacte, car la densité n'est déterminée que de façon approximative. Cela entraîne bien-entendu un biais dans l'estimation. On n'utilisera donc pas cette méthode pour l'estimation des paramètres.
- Estimation par régression : utilisée lorsque le processus peut être assimilé à une série temporelle. C'est le cas des modèles de *Vasiček* et *CIR*. Nous utiliserons donc cette méthode.

Rappelons donc la discrétisation exacte du modèle de *Vasiček* :

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{t+1} &= \tilde{r}_t e^{-a} + b(1 - e^{-a}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}} \epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon_{t+1} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1) \\ &\rightarrow \tilde{r}_{t+1} = \alpha_1 + \alpha_2 \tilde{r}_t + \alpha_3 \epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon_{t+1} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1) \quad (2) \end{aligned}$$

avec :

- $\alpha_1 = b(1 - e^{-a})$
- $\alpha_2 = e^{-a}$
- $\alpha_3 = \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}}$

C'est donc un processus autorégressif d'ordre 1 ( $\mathcal{AR}(1)$ ) avec :

- $\hat{a} = -\ln(\hat{\alpha}_2)$
- $\hat{b} = \frac{\hat{\alpha}_1}{1 - \hat{\alpha}_2}$

$$- \hat{\sigma} = \hat{\alpha}_3 \sqrt{\frac{2 \ln(\hat{\alpha}_2)}{\hat{\alpha}_2^2 - 1}} \text{ où } \hat{\alpha}_3 = \hat{\sigma}_{reg} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_{t+1}^2}{n-2}}$$

Nous pouvons donc procéder par une régression linéaire simple pour estimer les paramètres. Cependant, avant d'entamer les estimations, il est nécessaire de vérifier si la série des taux est **stationnaire au sens large (SSL)**. Rappelons donc ce qu'est un processus SSL :

**Définition** (Processus stationnaire au sens large). *Un processus  $X_t$  est dit stationnaire au sens large (SSL) si et seulement si :*

1.  $\mathbb{E}(X_t)$  est constante
2.  $\mathbb{E}(X_t^2) < \infty$
3. La fonction d'auto-covariance  $\gamma_k = cov(X_t, X_{t+k}) = \mathbb{E}\{(X_t - \mathbb{E}(X_t))(X_{t+k} - \mathbb{E}(X_{t+k}))\}$  est indépendante de  $t$ .

La plupart des séries financières sont non-stationnaires, il faut donc procéder à la stationnarisation. Différents tests permettent de détecter une non-stationnarité et éventuellement la bonne méthode pour stationnariser la série en question. Le plus célèbre est le test de **Dickey-Fuller** qui estime d'abord la régression :

$$X_t = \Phi X_{t-1} + a_t$$

par la méthode des moindres carrés et teste si  $\Phi = 1$ .

- si  $\Phi = 1$  alors la série est non stationnaire.
- si  $|\Phi| < 1$  la série est stationnaire.

Le test est conduit en estimant **trois modèles** en recherche de la présence d'une racine unitaire<sup>1</sup>. Ces modèles sont les suivants :

- $\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \alpha + \beta t + a_t$
- $\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \alpha + a_t$
- $\Delta X_t = \rho X_{t-1} + a_t$

avec  $a_t \rightsquigarrow BB(0, \sigma^2) i.i.d$ . On cherche donc à tester l'hypothèse de racine unitaire :

$$\begin{cases} H_0 & \rho = 0 \\ H_0 & \rho < 0 \end{cases}$$

si  $t_{\hat{\rho}} > t_{tabulé}$  on accepte  $H_0$  : la série est non SSL. Par hypothèse, le processus  $a_t$  dans le test de **Dicker-Fuller** est un bruit blanc. Cependant, il n'y a aucune raison pour que les résidus le soient réellement. On fait donc appel aux tests de **Dickey-Fuller Augmentés (ADF)** pour prendre en compte cette hypothèse. Les trois modèles deviennent :

- **Modèle 3** :  $\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \alpha + \beta t + \sum_{j=1}^n \Phi_j \Delta X_{t-j} + a_t$
- **Modèle 2** :  $\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \alpha + \sum_{j=1}^n \Phi_j \Delta X_{t-j} + a_t$
- **Modèle 1** :  $\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \sum_{j=1}^n \Phi_j \Delta X_{t-j} + a_t$

avec  $a_t \rightsquigarrow BB(0, \sigma^2) i.i.d$ , et on cherche toujours à tester la même hypothèse, à savoir :

$$\begin{cases} H_0 & \rho = 0 \\ H_0 & \rho < 0 \end{cases}$$

La stratégie proposée pour les tests de **Dickey-Fuller augmentés (ADF)** est résumée par le schéma fourni en **annexe**.

### 7.3 Modèle de COX, INGERSOLL, ROSS (CIR) (1985)

Le modèle de *Vasiček* présente l'inconvénient majeur de pouvoir ressortir des taux négatifs du fait que la loi normal est centrée réduite. Dans ce contexte, CIR ont eu recours au processus « racine carré » dont la dynamique du modèle est donnée par l'EDS suivante :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma \sqrt{r_t} dW_t$$

1. D'où l'appellation (*Unit Root Test*).

Malheureusement, comme dans la plupart des cas, ce processus n'admet ni une solution explicite, ni une discrétisation exacte. Dans ce cas, le recours aux méthodes numériques est essentiel. La plus célèbre est le développement d'Itô-Taylor. Le développement d'Itô-Taylor d'ordre 1, connu sous le nom du **schéma d'Euler<sup>2</sup>**, fournit une première approximation discrète du taux court :

$$\tilde{r}_{t+\delta t} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta t + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\delta t\epsilon_{t+\delta t} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

La simulation d'un schéma d'Euler est extrêmement simple puisqu'il suffit de simuler les variables gaussiennes. Cependant, ce schéma d'Euler peut être amélioré. En fait, l'idée est simple, plus le développement d'Itô-Taylor est détaillé, plus l'approximation est bonne au sens de la convergence forte. C'est dans cette optique que *Milshstein* propose un schéma d'ordre 2<sup>3</sup>. Dans ce cas, l'approximation du taux dans le modèle de CIR s'écrit :

$$\tilde{r}_{t+\delta t} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t)\delta t + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\delta t\epsilon_{t+\delta t} + \frac{\sigma^2}{4}\delta t(\epsilon_{t+\delta t}^2 - 1) \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

Faute de temps, ce modèle ne fera pas objet de notre modélisation.

### 7.3.1 Estimation des paramètres

Rappelons la discrétisation approximative d'ordre 1 du processus du modèle de CIR :

$$\tilde{r}_{t+1} = \tilde{r}_t + a(b - \tilde{r}_t) + \sigma\sqrt{\tilde{r}_t}\epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

En divisant par  $\sqrt{\tilde{r}_t}$  on remarque que :

$$\frac{\tilde{r}_{t+1}}{\sqrt{\tilde{r}_t}} = ab\frac{1}{\sqrt{\tilde{r}_t}} + (1-a)\frac{\tilde{r}_t}{\sqrt{\tilde{r}_t}} + \sigma\epsilon_{t+1} \quad \epsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

et en posant donc :  $Y_t = \frac{\tilde{r}_{t+1}}{\sqrt{\tilde{r}_t}}$ ,  $X_t^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{r}_t}}$  et  $X_t^{(2)} = \frac{\tilde{r}_t}{\sqrt{\tilde{r}_t}}$  on obtient :

$$Y = abX_t^{(1)} + (1-a)X_t^{(2)} + \sigma\epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$$

$$Y = \alpha_1 X_t^{(1)} + \alpha_2 X_t^{(2)} + \sigma\epsilon_{t+1} \quad \text{avec } \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1) \quad (3)$$

équation à estimer par régression linéaire également avec :

- $\alpha_1 = ab$
- $\alpha_2 = 1 - a$
- $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_{t+1}^2}{n-3}}$

## 7.4 Avantages et inconvénients des deux modèles

Dans cette courte section, on synthétise les avantages et les inconvénients des deux modèles dans le tableau suivant :

2. voir [annexes](#).

3. voir [annexes](#).

	Avantages	Inconvénients
Vasicek	<p>Le modèle prend en compte l'effet de retour à la moyenne (qui est réellement observé dans le marché). Une baisse des taux est généralement suivie par une hausse et inversement.</p> <p>Le modèle est à un seul facteur ce qui le rend facile à comprendre sur le plan théorique</p> <p>Le modèle est facilement programmé de point de vue informatique</p>	<p>Le processus de <math>r_t</math> est gaussien ce qui fait que le taux <math>r_t</math> peut être négatif avec une probabilité non nulle.</p> <p>Tous les paramètres de diffusion sont constants, c'est-à-dire que le seul facteur qui peut déformer la courbe c'est le taux instantané lui-même. Ce qui suppose une corrélation parfaite des taux.</p>
CIR (Cox, Ross, Ingersoll)	<p>Le modèle est intuitif du fait de l'interprétation de ses paramètres</p> <p>Le modèle est simple à programmer de point de vue informatique</p> <p>Le modèle permet de prendre en compte l'effet de retour à la moyenne constaté sur les taux d'intérêt</p> <p>Les taux ne peuvent jamais être négatifs car le modèle n'a plus le caractère gaussien</p>	<p>Les paramètres de diffusion sont constants</p>

TABLE 7.1 – Avantages et inconvénients des modèles stochastiques des taux d'intérêt

## 7.5 Estimation à l'aide des séries temporelles

### 7.5.1 Méthodologie de Box Jenkins

La procédure de Box & Jenkins est une méthodologie en 4 étapes permettant de fournir les meilleures prévisions possibles d'un processus stationnaire au sens large.

1. **Identification** : à cette étape, on identifie les ordres « p » et « q » du processus. En effet, en utilisant le test de Bartlet<sup>4</sup> on peut déterminer l'ordre du processus (« p » pour  $\mathcal{AR}(p)$  et « q » pour  $\mathcal{MA}(q)$ ).
2. **Estimation** : on ne retient que les modèles dont tous les coefficients ont un *t-student* en valeur absolue supérieur à **1.96 (au risque de 5%)**.
3. **Validation** : il faut par la suite vérifier si les résidus du modèle sont un bruit blanc à l'aide du test de *Box-Pierce* ou *Box-Ljung*<sup>5</sup>.
4. **Prévision** : finalement, on projette notre série chronologique sur un horizon de 60 ans.

### 7.5.2 Implémentation informatique

Le tableau suivant résume les différentes étapes empruntées, les packages de **R** appelés ainsi que les fonctions utilisées.

4. Voir annexes.

5. Voir annexes.

Étape de travail	Package	Fonctions	Autres
Test de stationnarité ( <i>Dickey-Fuller Augmentés (ADF)</i> )	<i>tseries</i>	<i>adf.test( )</i>	si $p\text{-value} < 0.05 \rightarrow$ S.S.L <sup>a</sup> . <hr/> a. série Stationnaire au Sens Large.
Identification des paramètres « p » et « q » (à l'aide des corrélogrammes et du test de <i>Bartlett</i> )	<i>tseries</i>	– autocorrélations ( $\mathcal{M}\mathcal{A}$ ) : <i>acf( )</i> . – autocorrélations partielles ( $\mathcal{AR}$ ) : <i>pacf( )</i>	voir le schéma pour détecter le « p » et le « q »
Estimation	<i>stats</i> ou <i>tseries</i>	<i>arima( ,order=c(p,0,q))</i>	le « 0 » dans (order) signifie que la série n'est pas dérivée.
Validation (tests de <i>Box-Pierce</i> et <i>Ljung-Box</i> )	<i>stats</i>	<i>Box.test( )</i>	si $p\text{-value} > 0.05 \rightarrow$ les résidus sont un bruit blanc
Prévision	<i>forecast</i> ou <i>stats</i>	<i>predict.Arima( ,h=10)</i> ou <i>forecast.Arima( ,h=10)</i>	« h » est le nombre de prévisions à estimer

TABLE 7.2 – Implémentation informatique des séries chronologiques

## 7.6 Estimation à l'aide du modèle économétrique

### 7.6.1 Méthodologie

L'approche ici n'est pas totalement différente. En effet, il s'agit de :

1. S'assurer que la série est stationnaire et la stationnariser dans le cas contraire en la dérivant éventuellement.
2. Estimer les régressions : *Vasiček* et *Cox-Ingersoll-Ross*.
3. Valider si le modèle obtenu est significatif ou non ( $R^2$ , test de *Fisher*).
4. Vérifier si les résidus sont non-corrélés à l'aide du test de *Durbin-Watson*.
5. Vérifier l'homoscédasticité à l'aide du test de *Breusch-Pagan* ou celui de *Goldfeld-Quandt*.
6. Procéder à la prévision sur un horizon de 60 ans.

### 7.6.2 Implémentation informatique

Étape de travail	Package	Fonctions	Autres
Test de stationnarité (Dickey-Fuller Augmentés (ADF))	<i>tseries</i>	<i>adf.test( )</i>	si $p\text{-value} < 0.05 \rightarrow$ S.S.L. <sup>a</sup> .  a. série Stationnaire au Sens Large.
Estimation des modèles	<i>base</i>	<i>lm(Y ~ X)</i>	pour une régression sans constante (CIR) : $lm(Y \sim X1 + X2 + 0)$
Validation	<i>base</i> et <i>lmtest</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Breush-Pagan</b> : <i>bptest(lm)</i>.</li> <li>- <b>Goldfeld-Quandt</b> : <i>gqtest(lm)</i>.</li> <li>- <b>Durbin-Watson</b> : <i>dwttest(lm)</i>.</li> <li>- <b>R<sup>2</sup></b></li> </ul>	« lm » est un objet de type « linear model (lm sous R) »
Prévision	<i>base</i>	boucle	

TABLE 7.3 – Implémentation informatique des modèles économétriques

## 7.7 Courbe des taux Zéro-Coupons

La courbe Zéro Coupons, communément notée *courbe ZC*, est assimilée à la probabilité sans risque et donc permet d'actualiser les cash-flows futurs. En effet, si on veut rencontrer très probablement un montant futur en investissant un capital initial, alors, l'estimation la plus prudente de ce dernier est obtenue en actualisant le montant futur à l'aide de la courbe zéro coupons. Cette courbe, reflète le niveau des taux d'emprunt de l'Etat, qui est considéré généralement comme un acteur sans risque.

Dans cette section, nous présentons le modèle empirique ainsi que stochastique pour l'élaboration de la courbe ZC.

### 7.7.1 Courbe empirique (BANK AL MAGHRIB)

La Banque Centrale, publie chaque jour (hors les weekends) une courbe des taux zéro-coupons. Cependant, les taux zéro coupons dans cette courbe ne sont pas en lecture directe, il est impératif de passer par quelques étapes à savoir :

- Trouver les taux pour les maturités pleines à l'aide des méthodes d'interpolation
- Calculer le taux ZC à l'aide d'une méthode de reconstitution telle que la méthode Bootstrap ou Nelson Siegel.

#### 7.7.1.1 L'interpolation linéaire

Avec cette méthode, interpoler linéairement entre deux points de la courbe des taux représentative d'une fonction, et qui ne contient pas forcément des maturités pleines, revient à considérer qu'entre ces deux points, la fonction peut être remplacée par une fonction affine, et on se retrouve avec la construction d'une courbe d'interpolation qui n'est qu'une succession de segments.

Pour ce faire, on veut interpoler le taux  $R(0, t_p)$  de maturité  $t_p$  où  $p$  correspond à une date pleine, tout en connaissant le taux  $R(0, t_i)$  de maturité  $t_i$  et le taux  $R(0, t_j)$  de maturité  $t_j$  avec :  $t_p \in [t_i; t_j]$ .

On trouve donc  $R(0, t_p)$  à partir de la relation :

$$R(0, t_p) = \frac{(t_j - t_p) * R(0, t_i) + (t_p - t_i) * R(0, t_j)}{t_j - t_i}$$

#### 7.7.1.2 La méthode Bootstrap

Quand on utilise la méthode théorique directe dite Bootstrapping, on pratique en premier lieu des méthodes d'interpolation pré-citée, en se basant sur le principe suivant : « Le prix théorique d'une obligation égalise la somme de ses flux actualisés aux différents taux zéro-coupon respectifs aux maturités de chacun de ces mêmes flux. »

Cette méthode consiste à, calculer les taux à maturité proche à l'aide des titres d'horizon court car pour les maturités inférieures ou égales à 1 an, il n'y a pas de flux intermédiaire, les taux sont des zéro-coupon à la base, et à en déduire, de proche en proche, les taux ZC correspondants aux maturités plus éloignées.

En général, la formule calculant le taux zéro-coupon pour toute maturité  $n > 1$  an et pour un nominal  $N$ , s'écrit comme suit,  $C_a$  étant le flux à verser :

$$t_{zca} = \left( \frac{N + C_a}{N - C_a \sum_{i=1}^{n-1} (1 + t_{zci}^{-i})} \right)^{\frac{1}{a}} - 1$$

### 7.7.2 Courbe théorique

La courbe théorique se déduit des coefficients obtenus par les modèles Vasicek et CIR. En effet, La solution à l'équation différentielle partielle à laquelle doit obéir le prix d'un titre est la suivante :

$$P(t, T) = A(t, T) * e^{-B(t, T) * r(t)}$$

où

- Dans le cas de Vasicek :

-

$$A(t, T) = e^{(B(t, T) - (T-t)) * \left( b + \frac{\sigma * \pi}{a} - \frac{\sigma^2}{2 * a} \right) - \frac{\sigma^2 * B^2(t, T)}{4 * a}}$$

-

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a * (T-t)}}{a}$$

- $\pi$  : la prime de risque.

- Dans le cas de CIR :

-

$$A(t, T) = \left( \frac{2 * \gamma * e^{\frac{(a + \pi + \gamma) * (T-t)}{2}}}{(a + \pi + \gamma) * (e^{\gamma * (T-t)} - 1) + 2 * \gamma} \right)^{\frac{2 * a * b}{\gamma^2}}$$

-

$$B(t, T) = \frac{2 * (e^{\gamma * (T-t)} - 1)}{(a + \pi + \gamma) * (e^{\gamma * (T-t)} - 1) + 2 * \gamma}$$

-

$$\gamma = \sqrt{(a + \pi)^2 + \sigma^2}$$

- $\pi$  : la prime de risque.

#### 7.7.2.1 Calibrage de $\pi$

La prime de risque assure une sorte d'homogénéisation entre les provenances des taux ZC, qui sont relatifs aux transactions des bons de trésors dans le marché secondaire et qui sont ici obtenus suite au mouvement d'un taux qui est interbancaire (TMP) au jour le jour.

Dans un souci d'amélioration des résultats générés par notre modèle, la prime de risque supposée constante a été retrouvée par une minimisation de la différence (pratiquement l'écart) entre les prix empiriques observés et ceux théoriques, par la méthode des moindres carrés ordinaires.

En pratique, la prime de risque est calculée en rapprochant la courbe théorique et la courbe empirique (celle de BAM), en minimisant l'écart au carré des prix de chacune des courbes.

## 7.8 Modélisation des actions

La projection de scénarios de cours d'actions est intéressante pour deux raisons :

- Elle donne accès à une distribution de chroniques de rendement, permettant de simuler les évolutions possibles du portefeuille d'actions de l'assureur.
- Dans une optique plus spéculative, elle permet de modéliser l'évolution du prix de nombreuses classes de produits dérivés dont le sous-jacent est le cours d'une action.

Les hypothèses formulées dans le modèle de **Black-Scholes** sont les suivantes :

- L'achat et la vente de titres s'effectue de manière continue dans le temps.

- L'action modélisée ne produit pas de dividende .
- Il n'existe pas de frais relatifs à l'achat et à la vente de titres sur le marché .
- La vente à découvert est autorisée .
- Il n'existe pas d'opportunités d'arbitrage .

Sous ces hypothèses, le rendement  $S$  du prix de l'action s'écrit :

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Où  $W_t$  est un mouvement brownien standard sous la probabilité historique  $P$ , et  $\mu$  et  $\sigma$  sont des paramètres positifs de valeur moyenne et de volatilité, respectivement.

Cette équation régit la dynamique du rendement sous la probabilité historique *i.e.* dans l'approche « monde réel ». On cherche à présent une nouvelle probabilité  $Q$  sous laquelle le rendement espéré du cours  $S^*$  est égal au taux sans risque  $r$ .  $Q$  est alors appelée probabilité *risque-neutre*.

En appliquant le **lemme d'Itô** à  $Y_t = \ln(S_t)$  et la condition à l'origine  $S(0) = S_0$ , nous obtenons une solution explicite de l'équation différentielle stochastique :

$$S_t = S_0 e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t}$$

de cette formule découle ainsi la discrétisation employée pour la modélisation de l'actif :

$$S_{t+1} = S_t e^{\mu - \frac{\sigma^2}{2} + \sigma(W_{t+1} - W_t)}$$

et le rendement du fond d'actions s'écrit sous la forme suivante :

$$r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma(W_t - W_{t-1})$$

ce rendement suit une loi normale de moyenne  $(\mu - \frac{\sigma^2}{2})$  et de variance  $\sigma^2$  suite aux propriétés du processus de Wiener  $W_t$

## 7.9 Modélisation de l'actif immobilier

L'évolution des prix des biens immobiliers renseigne sur l'évolution du risque immobilier et son impact sur le secteur financier. C'est dans ce cadre que *Bank Al-Maghrib* et l'*ANCFCC* : Agence Nationale De Conservation Foncière Du Cadastre et de la Cartographie ont mis en place un indice des biens immobiliers. La modélisation de l'actif immobilier peut dès lors correspondre à :

$$Imm_{N+1} = (1 + i) * Imm_N$$

Avec :

- $Imm_N$  : valeur de marché de l'immobilier de l'année  $N$  ;
- $i$  : indice des prix des actifs immobiliers.

Dans le cadre de notre étude, nous avons pris un indice des prix constant sur toute la période de la projection. Cet indice s'élève à 0.25%.

# Chapitre 8

## Application et résultats

### Sommaire

---

<b>8.1 Passif</b> .....	<b>52</b>
8.1.1 Établissement de la table des rachats .....	52
8.1.2 Étude de la corrélation entre les variables explicatives .....	53
<b>8.2 Actif</b> .....	<b>56</b>
8.2.1 Modèles des taux (Vasiček) .....	56
8.2.2 Courbe des taux BAM .....	60
8.2.3 Courbe des taux stochastique .....	61
8.2.4 Modélisation des actions .....	62

---

*Afin de se soumettre aux directives de la Solvabilité 2, un calcul du capital économique s'impose. Pour ce, on applique la formule standard proposée par la cinquième étude quantitative d'impact, ainsi qu'un modèle interne mieux adapté aux caractéristiques du produit « F ». On présente alors, dans ce chapitre, l'ensemble des modélisations du passif d'une part et de l'actif d'une autre part faites à cet effet.*

### 8.1 Passif

Dans notre étude, le comportement des assurés, en termes de rachat, diffère selon leurs âges et l'ancienneté de leurs contrats. Une modélisation de la loi de rachat s'avère alors importante pour pouvoir faire les projections du passif.

#### 8.1.1 Établissement de la table des rachats

Afin d'obtenir la table représentative des rachats en fonction des âges et des anciennetés des affiliés, une analyse des bases de données « affiliés » et « sinistres » nous permet de préparer les données à intégrer dans le modèle logistique. Ainsi, à l'aide d'un programme SAS, on aboutit à la base suivante :

	Age	Anciennete	Rachat
57348	37	4	0
57349	37	3	0
57350	37	5	0
57351	37	1	0
57352	37	4	0
57353	37	3	0
57354	37	2	0
57355	37	6	0
57356	37	9	0
57357	37	10	0
57358	37	2	0
57359	37	10	0
57360	37	4	1
57361	37	1	0
57362	37	2	0
57363	37	13	0
57364	37	13	0
57365	37	12	1
57366	38	7	0
57367	38	6	0
57368	38	4	0
57369	38	5	0
57370	38	1	0
57371	38	3	0
57372	38	8	0
57373	38	12	0
57374	38	12	0
57375	38	2	0
57376	38	8	0
57377	38	8	0
57378	38	1	0

FIGURE 8.1 – Base des rachats

### 8.1.2 Étude de la corrélation entre les variables explicatives

Afin d’estimer le modèle, il est impératif de s’assurer que les variables explicatives ne sont pas corrélées entre elle. Pour ce faire, la procédure de corrélation définie sous SAS comme suit : « PROC CORR » à la table des rachats préétablie permet d’avoir les résultats suivants :

Statistiques simples

Variable	N	Moyenne	Ecart-type	Somme	Minimum	Maximum
newage	168061	43.59046	10.86868	7325856	0	79.00000
newanciennete	168061	5.29972	3.90151	890676	1.00000	50.00000

Coefficients de corrélation de Pearson, N = 168061  
Prob > |r| sous H0: Rho=0

	newage	newanciennete
newage	1.00000	0.36835 <.0001
newanciennete	0.36835 <.0001	1.00000

FIGURE 8.2 – Corrélation Âge/Ancienneté

On remarque bien que le coefficient de corrélation de Pearson est à l’ordre de 30%(inférieur à 70%). On peut donc déduire que les variables « Age » et « Ancienneté » ne sont pas corrélées.

#### 8.1.2.1 Modèle logistique

Pour expliquer la probabilité de rachat par les variables explicatives « Age » et « Ancienneté », on a recours à une procédure sous SAS qui permet facilement de faire la régression logistique et d’obtenir l’estimation des paramètres. Celle ci, donne les résultats suivants :

Le Système SAS 12:56 Saturda

Procédure LOGISTIC

Analyse des estimations de la vraisemblance maximum

Paramètre	newrachat	DDL	Valeur estimée	Erreur type	Khi-2 de Wald	Pr > Khi-2
Intercept	1	1	-2.0872	0.0526	1576.9438	<.0001
newage	1	1	-0.0296	0.00135	477.7024	<.0001
newanciennete	1	1	0.00656	0.00379	5.5	<.0001

FIGURE 8.3 – Paramètres de la régression logistique

Cette figure montre que les variables explicatives proposées « Age » et « Ancienneté » sont significatives. D’après les valeurs des estimateurs, Il s’avère que la variable « Age » explique négativement le rachat alors que ce dernier augmente avec l’ancienneté.

Par ailleurs, les tests de validation quand à eux ressortent les constats suivants :

Statistiques d’ajustement du modèle

Critère	Coordonnée à l’origine uniquement	Coordonnée à l’origine et covariables
AIC	51743.040	51203.518
SC	51753.072	51233.615
-2 Log L	51741.040	51197.518

Test de l’hypothèse nulle globale :  $BETA=0$

Test	Khi-2	DDL	Pr > Khi-2
Rapport de vrais	543.5219	2	<.0001
Score	534.6670	2	<.0001
Wald	526.2238	2	<.0001

FIGURE 8.4 – Validation du modèle logistique

Comme nous pouvons le remarquer, l’hypothèse de la nullité de Beta est rejetée. On peut donc déduire que le modèle est globalement **significatif** à un niveau de 5%.

### 8.1.2.2 Implémentation sous VBA

Afin de calculer la matrice des probabilités de rachat pour chaque âge et chaque ancienneté, nous avons eu recours à un calcul simple sous VBA qui permet d’aboutir à la table de rachat suivante, utilisée pour les projections que nous entamerons par la suite :

### 8.1.2.3 Répartition des lois de sorties

Dans le cas d’un produit d’épargne, il existe différents types de sortie, à savoir : le rachat, le décès, l’échéance.... Vu que ces sorties ont un caractère aléatoire de survenance, il s’est avéré difficile d’estimer l’ordre de réalisation de chacune, et donc de lui affecter le montant réel équivalent.

Pour pallier ce problème, nous avons calculé estimation empirique de la répartition des lois de sorties . En effet, cela nous a permis, lors des projections, de répartir le montant total des versements calculé sur l’ensemble des sorties énumérées précédemment. A partir des données historiques, cette estimation s’est réalisée en 4 étapes :

- Calcul du montant annuel versé, toutes sorties confondues
- Calcul du montant annuel versé pour chaque sortie

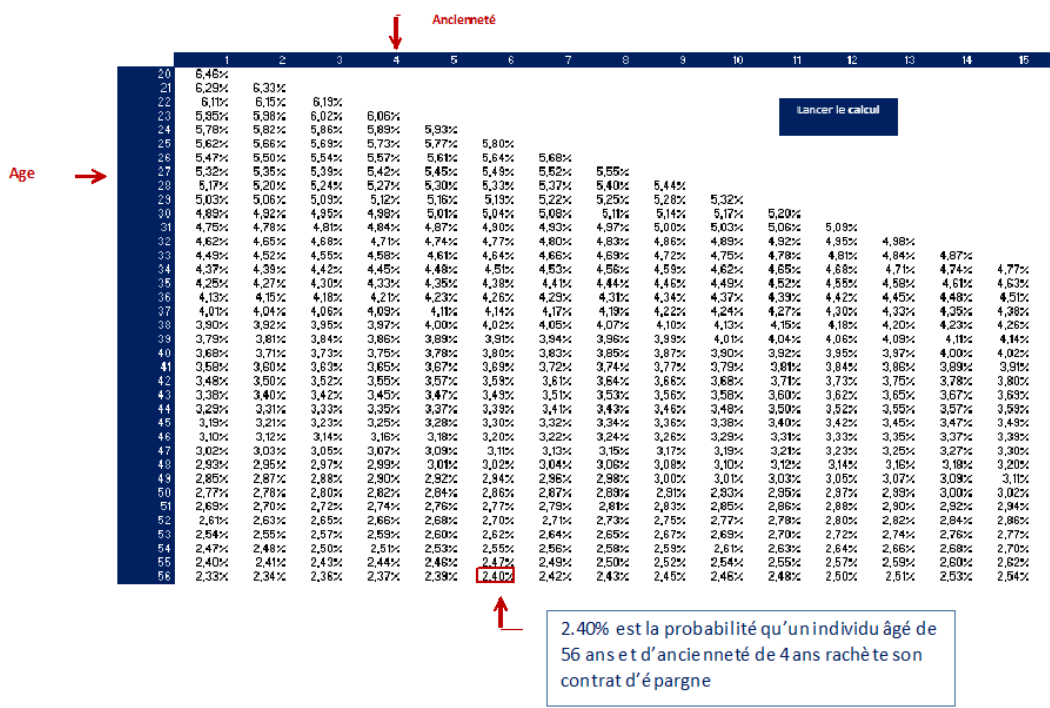


FIGURE 8.5 – Loi de rachat

- Calcul des taux annuels de sortie
- Calcul de la moyenne empirique de ces taux

On obtient donc la répartition ci-dessous :

TX_Rachat	TX_Décès	TX_Liquidation	TX_Rente
82,04%	1,25%	16,59%	0,11%

FIGURE 8.6 – Répartition

Comme nous le remarquons, la majorité des sorties enregistrées sur ce produit sont des rachats.

## 8.2 Actif

Nous présentons dans ce chapitre, les résultats du modèle de Vasiček, les résultats de la modélisation empirique et stochastique de la courbe des Taux ZC et finalement les résultats du modèle Black & Scholes

### 8.2.1 Modèles des taux (Vasiček)

D'abord, on vide la mémoire de tous les objets présents éventuellement, et on permet à **R** d'utiliser toute la mémoire si nécessaire avec les commandes suivantes :

```
rm(list=ls());
memory.limit(4000);
```

```
[1] 4000
```

ensuite, on charge les packages nécessaires comme décrits dans les deux sections précédentes :

```
library("tseries"); # voir les tableaux précédemment cités.
library("stats");
library("forecast");
library("lmtest");
```

on fixe le germe des nombres aléatoires pour pouvoir reproduire les mêmes résultats à l'aide de la syntaxe suivante :

```
set.seed(10) # le nombre 10 est choisi arbitrairement
```

on importe à présent la base de données des taux qu'on stocke dans l'objet `bd`

```
bd=read.table("TMP.csv",sep=";",dec=".",header=T);
```

la fonction suivante permet d'avoir les noms de toutes les colonnes :

```
names(bd);
```

```
[1] "Rendement" "Date"
```

on stocke alors la première colonne dans un objet nommé "`TMP`" et on calcul sa distribution :

```
TMP=bd[,1];
summary(TMP);
```

```
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
0.0248090 0.025430 0.025890 0.026540 0.026810 0.028190
```

à ce stade, on convertit la série en une série temporelle de type "`ts`" pour pouvoir l'utiliser par les fonctions du packages `tseries`<sup>1</sup>

```
TMP=as.ts(TMP);
```

la série apparait comme le montre la figure suivante :

---

1. Le langage **R** est très intuitif, pour convertir par exemple un objet numerique "`x`" en caractère il suffit d'exécuter la commande `x=as.character(x)`.

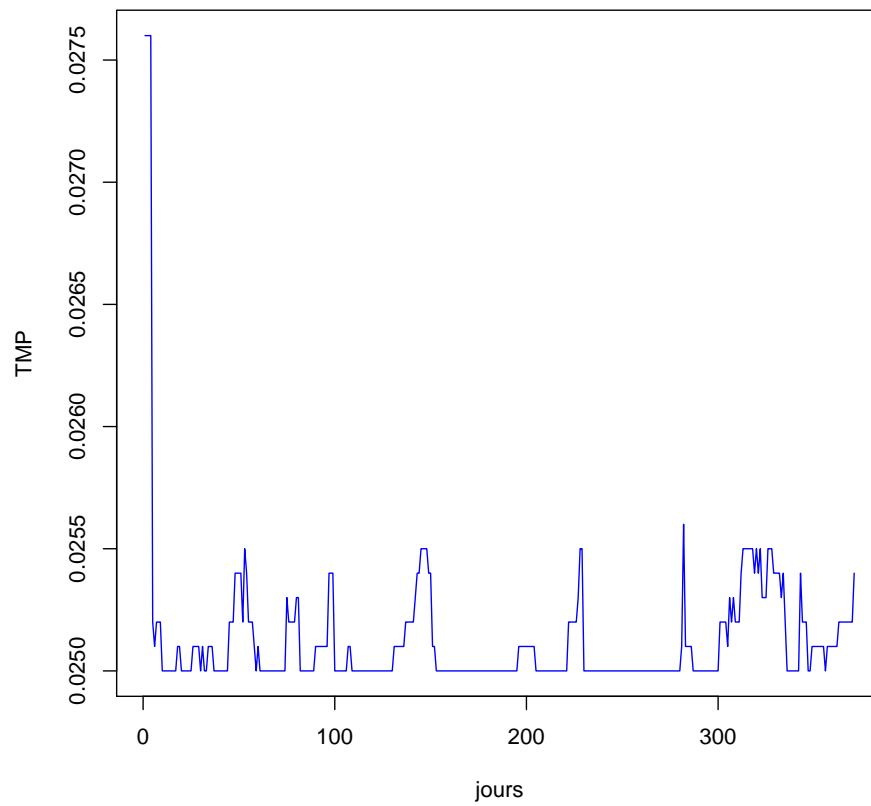


FIGURE 8.7 – TMP

Vérifions à présent si la série est stationnaire, on fait donc appel aux tests augmentés de *Dickey-Fuller* :

```
adf=adf.test(TMP);
adf;
```

#### Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: rendement
Dickey-Fuller = -5.9864, Lag order = 13, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

nous remarquons que la série est bien stationnaire.

Comme nous l'avons montré précédemment, l'idée est d'estimer l'équation suivante :

$$Y = \alpha_1 + \alpha_2 X + \epsilon_{t+1} \quad \text{avec} \quad \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1) \quad \}$$

avec :

- $Y = \tilde{r}_{t+1}$
- $X = \tilde{r}_t$

```
n=length(TMP);
Y=TMP[2:n];
X=TMP[1:(n-1)];
regVAS=lm(Y~X);
summary(regVAS);
\end{Sinput}
```

```

\begin{Soutput}
Call:
lm(formula = Y ~ X)
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0137734 -0.0002719  0.0000459  0.0001873  0.0157256
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.0056199  0.0005386   8.578  <2e-16 ***
X             0.7794454  0.0065887  32.192  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.001528 on 2498 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8914,    Adjusted R-squared:  0.8914
F-statistic: 2.05e+04 on 1 and 2498 DF,  p-value: < 2.2e-16

const=as.numeric(regVAS$coeff[1]);
coeff=as.numeric(regVAS$coeff[2]);
sd=sqrt(sum(regVAS$residuals^2)/(n-2));

```

Nous remarquons que le  $R^2$  est satisfaisant. A ce stade, on vérifie s'il y a hétéroscédasticité à l'aide du test de *Test de Goldfeld & Quandt*:

```

gqtest(regVAS); ## Hétéroscédasticité

      Goldfeld-Quandt test
data:  regVAS
GQ = 0.3865, df1 = 1248, df2 = 1248, p-value = 1

```

Nous concluons alors qu'il y a homoscedasticité et on vérifie enfin s'il y a auto-corrélation des erreurs en recourant au test de *Durbin-Watson*:

```

dwtest(regVAS); ## Auto-corrélation des erreurs

      Durbin-Watson test
data:  regVAS
DW = 1.9503, p-value = 0.1037
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

```

la  $p$ -value étant supérieure à 0.05%, il n'y a donc pas d'auto corrélation des résidus.  
Pour valider la normalité des résidus, on fait appel au test de *Jarque Bera*:

```

jarque.bera.test(regVAS$residuals) ; ## normalité des résidus.

```

```

Jarque Bera Test

data:  regVAS$residuals
X-squared = 92214.85, df = 2, p-value < 2.2e-16

```

Nous remarquons que la normalité des résidus est l'unique hypothèse non vérifiée. L'absence de cette hypothèse n'entrave pas notre étude puisque les séries des taux portent généralement ce caractère.

cela étant fait et ayant tous les ingrédients, nous pouvons désormais attaquer les projections à l'aide de la discrétisation du modèle de *Vasiček*:

$$\rightarrow \tilde{r}_{t+1} = \alpha_1 + \alpha_2 \tilde{r}_t + \alpha_3 \epsilon_{t+1} \quad \text{avec} \quad \epsilon \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

avec :  
-  $\alpha_1 = 0.00009$

- $\alpha_2=0.249$
- $\alpha_3=0.00011$
- $\epsilon$  généré aléatoirement suivant une loi  $\mathcal{N}(0,1)$  à l'aide de la fonction `rnorm(1)`;

Afin d'obtenir plusieurs scénarios, nous avons eu recours à la méthode de *Monte-Carlo*<sup>2</sup>, pour cela, on définit le nombre de scénarios ainsi que l'horizon de projections (en jours ouvrable sur 60 ans) :

```
nsimulation=1000;
horizon=60*(365-52*2);
```

et on crée un vecteur pour les taux futurs de chaque scénario initialisé par le taux au 31/12/2015 :

```
r=numeric();
r[1]=Y[length(Y)];
```

ainsi qu'une matrice pour regrouper les scénarios :

```
tauxsimul=matrix(0,horizon,nsimulation);
```

et finalement, on crée un vecteur pour le scénario moyen :

```
tauxderendement=numeric(horizon);
```

à l'aide de la boucle suivante, on obtient les taux de rendement futurs du scénario moyen, et afin de tenir compte du temps de calcul, on calcul la différence de temps entre le début de la boucle et sa fin :

```
t0=Sys.time();
for(j in 1:nsimulation){
for(i in 1:horizon){
r[i+1]=r[i]*coeff+const+sd*rnorm(1);
}
for(i in 1:horizon){
tauxsimul[i,j]=r[i];
}
}
for(i in 1:horizon){
for(j in 1:nsimulation){
TAUX_MOY[i]=TAUX_MOY[i]+tauxsimul[i,j];
}
TAUX_MOY[i]=TAUX_MOY[i]/nsimulation;
}
tf=Sys.time();
tempscalcul=tf-t0;
```

le temps de calcul est de 2.1 minutes avec un processeur I5 4 coeurs 2,5 Ghz et une mémoire de 8 Go.

D'autre part, on trace sur un graphique l'allure du scénario moyen afin d'avoir une idée sur le schéma moyen que les taux de rendements futurs pourraient emprunter :

```
plot(TAUX_MOY,type="l",col=colors()[floor(60)],xlab="Jours",ylab="TMP");
title(main="Simulation Monte-Carlo du taux (Vasiček)", col.main="red", font.main=4)
```

---

2. Nous simulerons **1000 scénarios**.

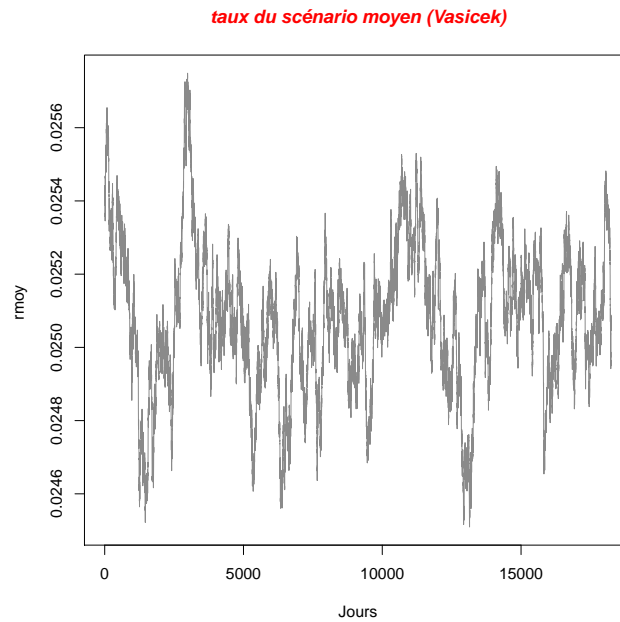


FIGURE 8.8 – Scénario Moyen(Vasiček)

Ensuite, nous annualisons les taux obtenus afin de projeter la courbe des taux sur un horizon lointain, ce qui donne :

**taux-Vasicek**

1	2,5265%	26	2,5114%
2	2,5118%	27	2,5114%
3	2,5082%	28	2,5129%
4	2,5092%	29	2,5073%
5	2,5083%	30	2,5011%
6	2,5091%	31	2,5061%
7	2,5062%	32	2,5045%
8	2,5049%	33	2,4977%
9	2,5097%	34	2,5044%
10	2,5058%	35	2,5040%
11	2,5078%	36	2,5036%
12	2,5069%	37	2,5083%
13	2,5072%	38	2,5157%
14	2,5105%	39	2,5070%
15	2,4967%	40	2,5065%
16	2,5051%	41	2,5029%
17	2,5095%	42	2,5082%
18	2,5083%	43	2,5103%
19	2,5032%	44	2,5077%
20	2,5096%	45	2,5058%
21	2,5174%	46	2,5074%
22	2,5225%	47	2,5011%
23	2,5116%	48	2,5025%
24	2,5139%	49	2,5029%
25	2,5102%	50	2,5081%

FIGURE 8.9 – Scénario Moyen- Taux annuels(Vasiček)

## 8.2.2 Courbe des taux BAM

Nous présentons dans cette section les résultats de la modélisation de la courbe des taux zero-coupons empirique (BAM).

Les étapes sont les suivantes :

- Téléchargement des données du site de la Banque Centrale
- Interpolation pour les maturités pleines
- Bootstrap pour calculer les Taux ZC

Notre outil, fait sous VBA, permet, à partir d'un simple clic, de télécharger, interpoler, calculer les taux ZC et enfin de tracer la courbe des taux.

Comme nous travaillerons sur les données du 31/12/2015, nous avons calculé la courbe vue à cette date.

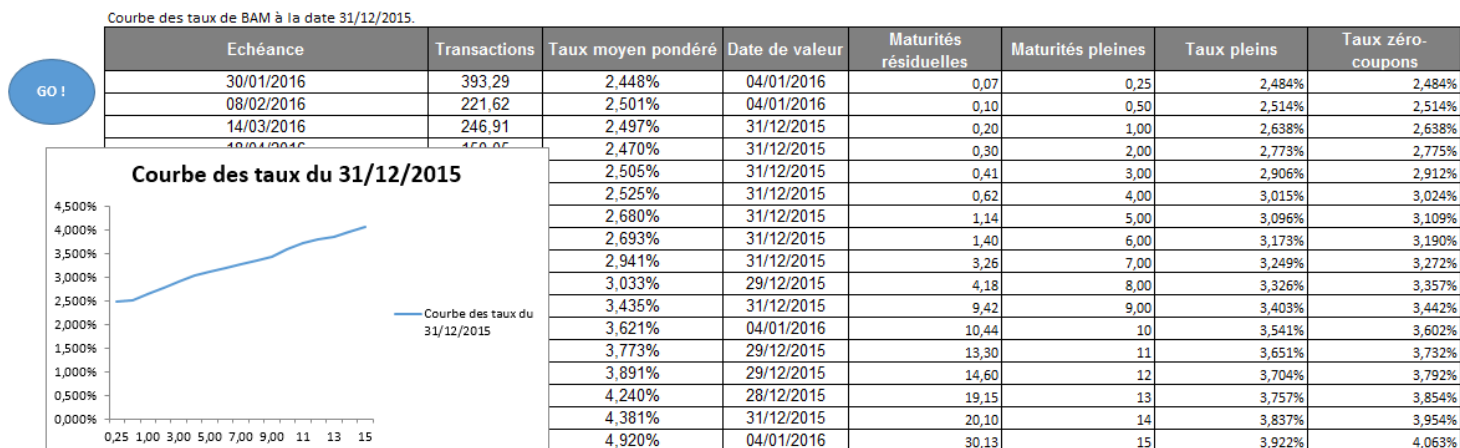


FIGURE 8.10 – Courbe des taux ZC - BAM

### 8.2.3 Courbe des taux stochastique

Dans cette section, nous présentons les résultats de l'élaboration de la courbe des taux à partir de la modélisation des modèles de taux, Vasicek et CIR.

Comme nous l'avons dit auparavant, cette modélisation se base entre autre sur l'estimation de la prime de risque.

- Pour le modèle de Vasicek :  $\pi = -0,08$
- Pour le modèle de CIR :  $\pi = 17,43$

ce qui permet de s'aligner parfaitement sur la courbe empirique :

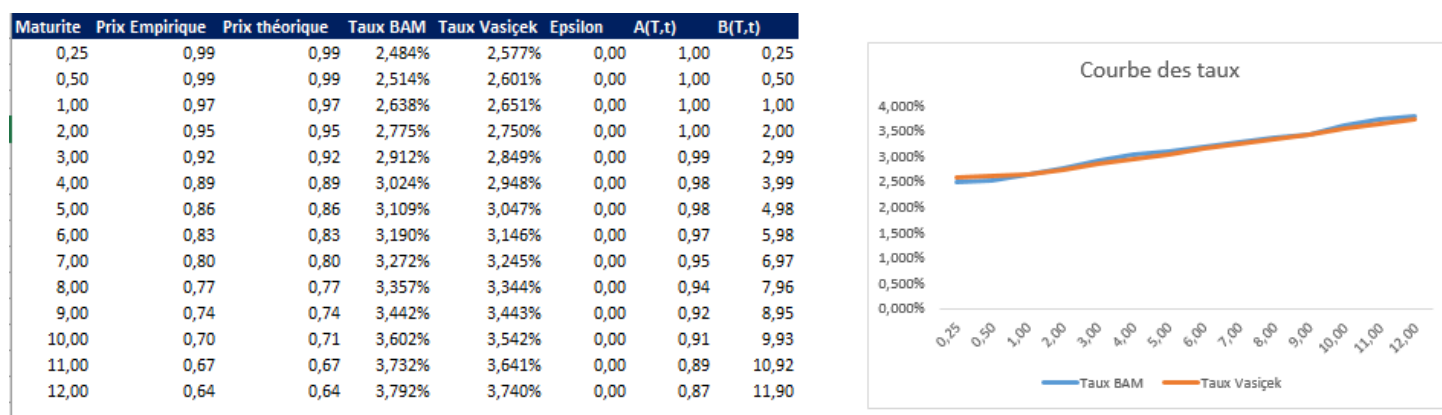


FIGURE 8.11 – Courbe des taux ZC - Vasicek

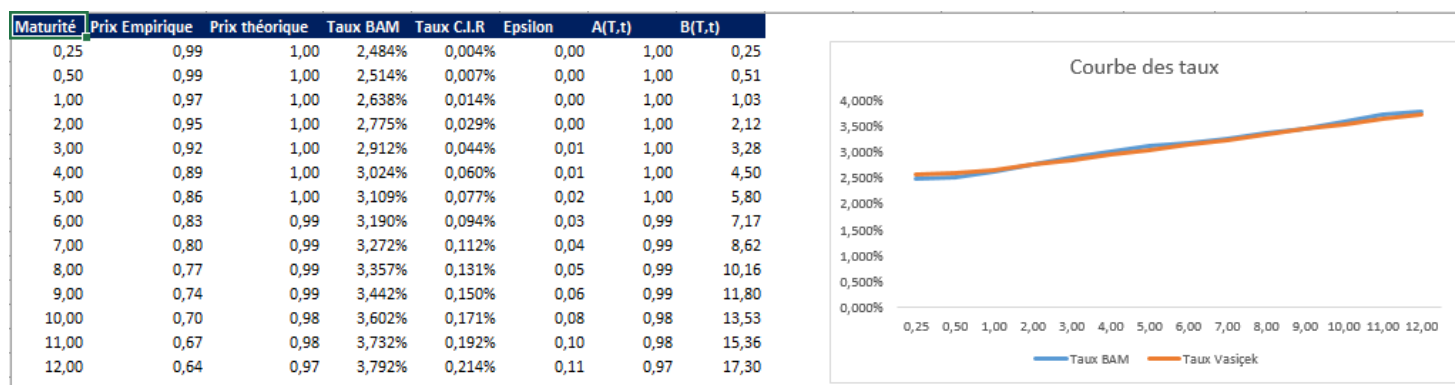


FIGURE 8.12 – Courbe des taux ZC - CIR

Cela étant fait, nous entamons la modélisation des courbes des taux futurs à l'aide des taux annuels que nous avons présentés dans la section précédente ainsi que les résultats de la modélisation de la prime de risque :

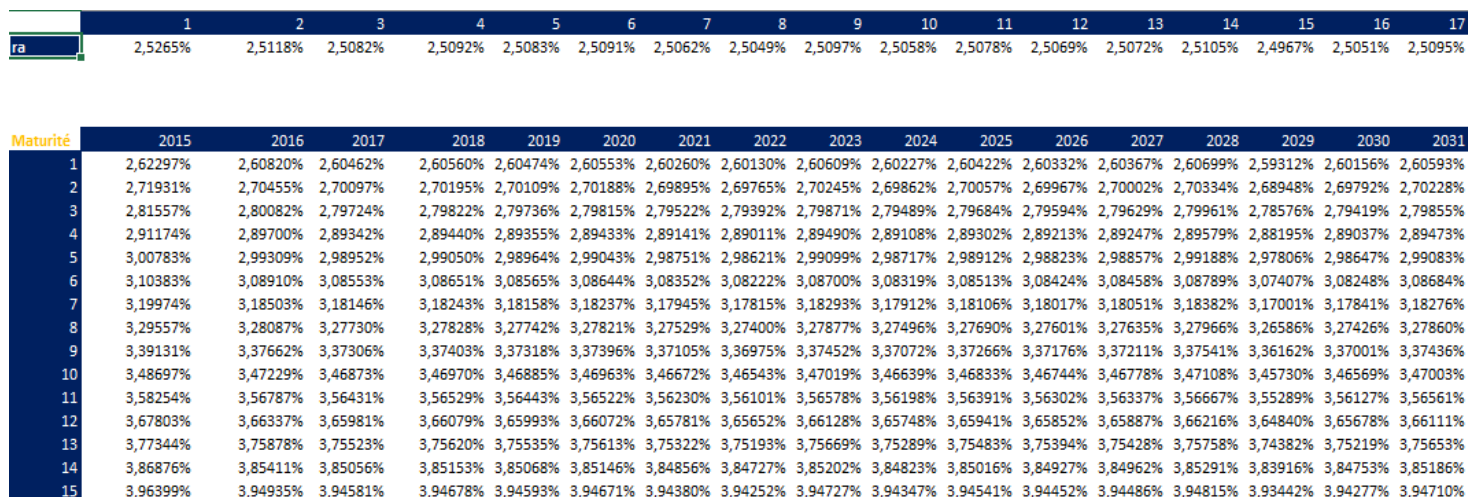


FIGURE 8.13 – Courbe des taux ZC projetée

### 8.2.4 Modélisation des actions

Rappelons tout d'abord la formule de B&S qui représente le cours d'une action à l'instant t, sachant un spot donné. Elle s'écrit comme suit :

$$S_t = S_0 e^{(r - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t}$$

Le calcul du rendement des actions est donc le suivant :

$$r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma(W_t - W_{t-1})$$

On cherche alors à estimer les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  permettant de calculer les cours des actions pour différentes valeurs de t. Pour ce faire, on suppose que les rendements des actions de notre portefeuille sont égaux à ceux du marché (MASI). On prend donc les données journalières des cours du MASI disponibles sur le site de la bourse.

Le graphe ci-dessous représente les cours MASI du 17/05/2012 jusqu'au 07/08/2015

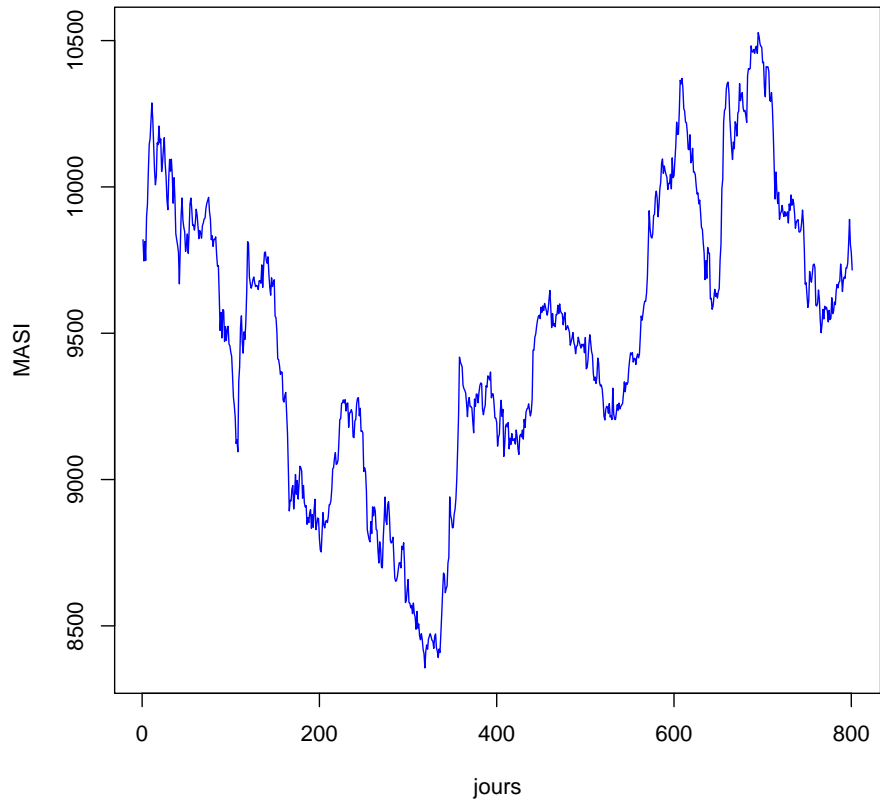


FIGURE 8.14 – MASI du 17/05/2012 au 07/08/2015

Ensuite, sous R, on calcule les rendement MASI, on obtient donc le graphe suivant :

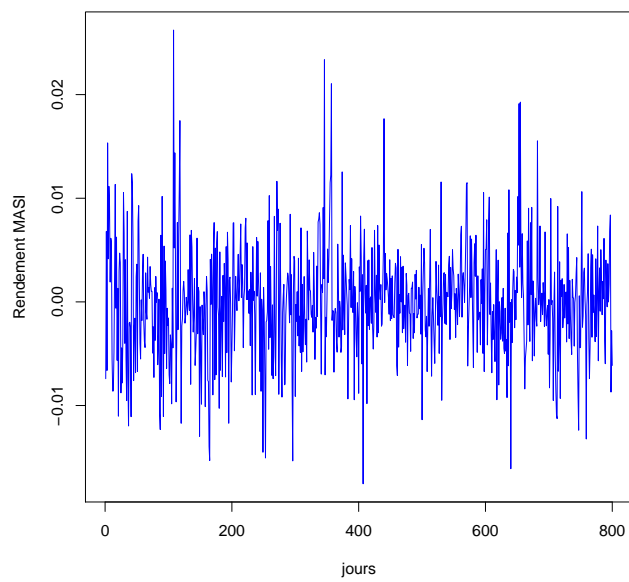


FIGURE 8.15 – Rendement du MASI du 17/05/2012 au 07/08/2015

On mensualise les rendements obtenus et on en calcule la moyenne et l'écart type. On en déduit donc les valeurs de  $\mu$  et  $\sigma$  :

- $\mu = 0.000172$
- $\sigma = 0.038709$

Sous VBA, on génère des gaussiennes à l'aide de la méthode de *Box Muller*, on se fixe un *spot*  $S_0 = 100$ , et on réalise 1000 simulation de *Monte Carlo* sur un horizon de 25 ans.

Le graphe ci-dessous représente 50 simulations de l'évolution des cours sur un horizon de 25 ans

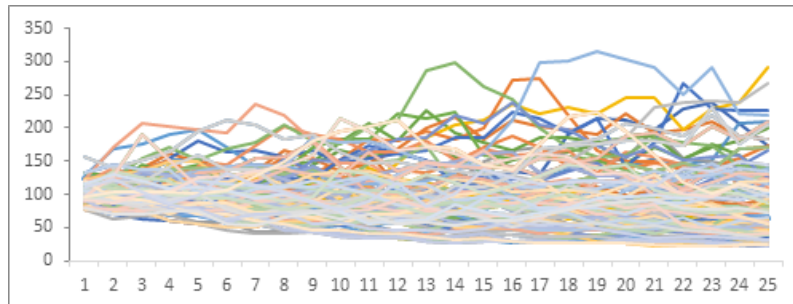


FIGURE 8.16 – Simulations du MASI

## **Cinquième partie**

# **APPLICATION**

*Dans cette dernière partie du rapport, nous présentons le fruit de notre travail à travers la projection du passif de notre produit « F », celle de l'actif ainsi que celle des interactions (Participation aux bénéfices). Ensuite, nous calculerons le Best Estimate, en recourant à notre générateur de scénarios économiques pré-cité. Celui ci servira au calcul du SCR par le modèle standard ainsi que l'interne.*

# Chapitre 9

## Projections

### Sommaire

---

<b>9.1 Projection du passif</b> . . . . .	<b>67</b>
9.1.1 Hypothèses de projection . . . . .	67
9.1.2 Résultat technique . . . . .	68
<b>9.2 Projection de l'actif</b> . . . . .	<b>70</b>
9.2.1 Hypothèses de projection . . . . .	70
9.2.2 Résultat financier . . . . .	71
<b>9.3 Interactions-Participation aux bénéfices</b> . . . . .	<b>72</b>
<b>9.4 Calcul du <i>Best Estimate</i></b> . . . . .	<b>73</b>

---

### 9.1 Projection du passif

Face au nombre rédhitoire d'assurés du produit « F », la projection de leurs engagements un à un s'avère être une tâche couteuse en temps de calcul. La méthode « d'agrégation en modèle point » vient alors résoudre ce problème en agrégeant judicieusement et par TMG les assurés ayant les **mêmes âges et anciennetés**.

En effet, chaque classe agrégée porte l'empreinte d'un comportement particulier et commun à sa population.

#### 9.1.1 Hypothèses de projection

Pour procéder à la projection, on opte pour les hypothèses suivantes :

- horizon de projection : 50 ans.
- Les probabilités de décès, notées  $q_x$ , sont calculées à partir de la table TD88 – 90.
- Les probabilités de rachat, notées  $r_x$ , sont celles issues de la régression logistique.
- Les probabilités de sortir en capital, notées  $ret_x$ , sont les suivantes :

Age	ret_x
≤ 49	0,00%
50	0,31%
51	0,53%
52	0,54%
53	0,68%
54	0,75%
55	1,77%
56	2,23%
57	3,20%
58	3,46%
59	3,15%
60	40,62%
61	19,76%
62	5,66%
63	3,41%
64	2,56%
≥ 65	100,00%

TABLE 9.1 – Loi de sortie en retraite

- Le taux des pénalités de rachat, noté  $T_{PR}$ , est à l'ordre de 5% pour une sortie dont l'ancienneté est inférieure à 4 ans.
- Le taux de gestion des rentes, noté  $T_{GR}$ , s'élève à 3%.
- Le taux des charges de gestion, noté  $T_{CG}$ , est à l'ordre de 0.5%.
- Les frais réels de gestion, supposés fixes, sont à hauteur de 0.3%.
- Toutes les sorties surviennent au milieu de l'année et sont réparties selon les proportions suivantes :

Répartition des sorties	(Age>=50)	(Age<50)
<b>Rachat (<math>R_x</math>)</b>	82,04%	95%
<b>Décès (<math>D_x</math>)</b>	1,25%	5%
<b>Capital (<math>C_x</math>)</b>	16,59%	0%
<b>Rentes (<math>Re_x</math>)</b>	0,11%	0%

TABLE 9.2 – Répartition des sorties

- Le taux de la participation aux bénéfices, noté  $T_{PB}$ , s'élève à 90%

### 9.1.2 Résultat technique

Le calcul du résultat technique nécessite l'appréciation des entités suivantes :

- Le  $TMG$  actuariel est l'agrégation des  $TMG$  en tenant compte de la part d'épargne affectée à chacun. En d'autres termes, c'est le  $TMG$  pondéré par les épargnes. Il se calcule comme suit :

$$TMG_{actuariel} = \frac{\sum_i TMG_i * Epargne_{initiale_i}}{\sum_i Epargne_{initiale_i}}$$

- L'âge actuariel : c'est l'âge équivalent à la pondération des âges par les épargnes moyennes. Il se calcule de la manière suivante :

$$Age_{actuariel} = \frac{\sum_i \hat{Age}_i * Epargne_{moyenne_i}}{\sum_i Epargne_{moyenne_i}}$$

Où :

$$Epargne_{moyenne} = \frac{Epargne_{initiale} + Epargne_{finale}}{2}$$

- L'ancienneté actuarielle : c'est l'ancienneté équivalente à la pondération des anciennetés par les épargnes moyennes. Elle se calcule comme suit :

$$Ancienneté_{actuarielle} = \frac{\sum_i Ancienneté_i * Epargne_{moyenne_i}}{\sum_i Epargne_{moyenne_i}}$$

- L'épargne initiale : représente les provisions destinées à faire face aux engagements futurs de l'assureur vue en début d'année, nommées autrement, le **report**.

$$Epargne_{initiale}(N, g) = Epargne_{finale}(N-1, g) + PB(N-1) * \frac{Epargne_{finale}(N-1, g)}{Epargne_{finale}(N-1)}$$

$$Epargne_{initiale}(N) = \sum_g Epargne_{initiale}(N, g)$$

Où :

- $N$  : l'année de projection
- $g$  : la génération
- Les sorties : représentent l'ensemble des prestations payées par l'assureur. Elles sont définies comme suit :

$$Sorties(N, g) = Epargne_{initiale}(N, g) * (1 + g)^{\frac{1}{2}} * (1 - (1 - q_x) * (1 - r_x) * (1 - ret_x))$$

$$Sorties(N) = \sum_g Sorties(N, g)$$

- Les rachats : représentent le montant payé par l'assureur suite à une interruption du contrat par l'assuré. Pour les contrats d'épargne cette somme correspond à l'épargne constituée.

$$Rachat(N) = R_x * Sorties(N)$$

- Les décès : représentent le montant payé par l'assureur suite au décès de ses assurés. Pour les contrats d'épargne cette somme correspond à l'épargne constituée.

$$Décès(N) = D_x * Sorties(N)$$

- Les capitaux : représentent le montant payé par l'assureur pour les contrats à terme.

$$Capitaux(N) = C_x * Sorties(N)$$

- Les règlements rentes : représentent le montant payé par l'assureur pour les sorties en rentes. Elles sont calculées comme suit :

$$Règlement\ rentes(N) = \frac{Re_x * Sorties(N)}{(1 + T_{GR}) * a_x}$$

Où :

- $a_x$  : le coefficient de rente viagère, c'est le prix d'1 Dhs de rente viagère pour une personne d'âge  $x$ , étant donné un taux technique et une table de mortalité :  $a_x = \sum_{i=1}^{\omega-x} i p_x * (1 + taux_{technique})^{-i}$
- Les intérêts crédités : notés  $IC$  et se calculent comme suit :

$$IC(N) = \left[ Epargne_{initiale}(N) * (1 + g)^{\frac{1}{2}} - Epargne_{initiale}(N) \right]$$

+

$$\left[ \left( Epargne_{initiale}(N) * (1 + g)^{\frac{1}{2}} - Sorties(N) \right) * (1 + g)^{\frac{1}{2}} - \left( Epargne_{initiale}(N) * (1 + g)^{\frac{1}{2}} - Sorties(N) \right) \right]$$

- L'épargne finale : par récurrence, c'est l'épargne initiale augmentée des intérêts crédités après déduction des prestations (En supposant que nous n'avons plus de primes-projection *run-off*).

$$Epargne_{finale}(N) = Epargne_{initiale}(N) + IC(N) - Sorties(N)$$

- Les Pénalités : représentent le montant retiré de l'épargne de l'assuré suite à un rachat (avant l'échéance du contrat). Elle se calculent comme suit :

$$Pénalités(N) = T_{PR} * Rachats(N)$$

- Les charges de gestion : représentent les frais nécessaires pour gérer les contrats. Etant donné que les frais de gestion son financés par la PB, leur calcul s'effectue comme suit, :

$$charges\ de\ gestion(N) = Epargne_{finale}(N) * \frac{T_{CG}}{T_{PB}}$$

Et on a finalement :

$$Résultat\ technique(N) = IC(N) - [Sorties(N) + charge\ de\ gestion(N) + (Epargne_{finale}(N) - Epargne_{initiale}(N))]$$

## 9.2 Projection de l'actif

*Dans cette section, nous présentons d'abord les hypothèses émises pour la projection de l'actif et ensuite, les résultats, l'objectif étant de calculer le résultat financier sur toute la durée de projection (50 ans).*

### 9.2.1 Hypothèses de projection

On suppose avoir un portefeuille constitué des obligations, actions et immobiliers répartis comme suit :

<b>31/12/2015</b>	<b>Valeur de marché</b>	<b>Valeur Comptable</b>	<b>Plus-Moins Value Latente</b>
Actions	204 025 219	185 662 949	18 362 270
Immobilier	148 381 977	121 673 221	26 708 756
Obligations	1 502 367 518	1 472 320 168	30 047 350
<b>Total</b>	<b>1 854 774 714</b>	<b>1 779 656 338</b>	<b>75 118 376</b>

TABLE 9.3 – Hypothèses initiales de l'actif

Le portefeuille obligataire est constitué comme suit :

Nom	Emission	Échéance	Nominal	Tx Facial	Titres	VM	VNC	taux-actuarial
						1 854 774 714	1 779 656 338	
Obligation 1	15/10/2008	15/10/2016	100 000	3,05%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,09%
Obligation 2	26/12/2008	26/12/2017	100 000	3,16%	1 159	1 600 000	1 535 200	6,77%
Obligation 3	14/07/2010	14/07/2018	100 000	3,27%	1 159	1 600 000	1 535 200	4,70%
Obligation 4	30/06/2011	30/06/2019	100 000	3,38%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,10%
Obligation 5	20/10/2011	20/10/2020	100 000	3,50%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,60%
Obligation 6	06/07/2012	06/07/2021	100 000	3,62%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,62%
Obligation 7	22/11/2012	22/11/2022	100 000	3,75%	1 159	1 600 000	1 535 200	4,77%
Obligation 8	20/12/2012	20/12/2023	100 000	3,88%	1 159	1 600 000	1 535 200	4,11%
Obligation 9	21/01/2013	21/01/2024	100 000	4,02%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,38%
Obligation 10	26/02/2008	26/02/2025	100 000	4,17%	1 159	1 600 000	1 535 200	6,04%
Obligation 11	12/12/2008	12/12/2026	100 000	4,32%	1 159	1 600 000	1 535 200	6,06%
Obligation 12	31/12/2008	31/12/2027	100 000	4,47%	1 159	1 600 000	1 535 200	6,18%
Obligation 13	01/05/1905	25/01/2028	100 000	4,63%	1 159	1 600 000	1 535 200	4,40%
Obligation 14	05/03/2010	05/03/2029	100 000	4,80%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,06%
Obligation 15	21/07/2010	21/07/2030	100 000	4,98%	1 159	1 600 000	1 535 200	6,00%
Obligation 16	16/12/2010	16/12/2031	100 000	5,16%	1 159	1 600 000	1 535 200	5,12%

TABLE 9.4 – Portefeuille obligataire

En outre, nous nous sommes basés sur les hypothèses suivantes :

- Période de projection : 50 ans
- Sur toute la période de projection, on a :
  - Le revenu des actions(Dividendes) est fixé à 3.5% de leur valeur du marché.
  - Le revenu de l’immobilier est fixé à 8% de sa valeur du marché.
  - Le taux des charges de placements est à l’ordre de 0.05%.
  - La réallocation de l’Actif se fait selon les proportions suivantes :

Actions	<b>15%</b>
Immobilier	<b>10%</b>
Obligations	<b>75%</b>

TABLE 9.5 – Allocation cible

## 9.2.2 Résultat financier

Pour calculer le résultat financier, on suit les étapes suivantes :

- Calculer les charges de placement comme suit :

$$\text{Charges de placement} = 0.05\% * VM$$

où :

- $VM$  : la valeur de marché de l’ensemble des actifs
- Ré-allouer le portefeuille d’Actif selon les proportions citées précédemment.
- Calculer la plus ou moins-value ( $PMV$ ) de chaque actif après la ré-allocation selon la formule suivante :

$$PMV = (VM - VC)_{\text{avant ré-allocation}} - (VM - VC)_{\text{après ré-allocation}}$$

où :

- $VM$  : la valeur marché de chaque actif
- $VC$  : la valeur comptable de chaque actif
- Calculer, vers la fin de l’année, les revenus des actions, immobiliers et obligations selon les hypothèses citées ci-dessus. On obtient alors le revenu total des placements
- On calcule le total des produits financiers comme suit :

$$\text{Total des produits financiers} = \text{revenu total des placements} + PMV$$

- Calculer le résultat Financier selon la formule suivante :

$$\text{Résultat Financier} = \text{Total des produits financiers} - \text{charges de placement}$$

- Calculer les liquidités liées aux Remboursements des obligations qui sont non nulles si l'année de projection coïncide avec l'échéance d'une ou de plusieurs obligations.
- On calcule le solde selon la formule suivante :

$$\text{solde} = \text{Revenu des placements} + \text{liquidités liées aux remboursements obligataires} - \text{Prestations}$$

- Répartir le solde sur les actifs selon les allocations de l'hypothèse et on recalcule les nouvelles  $VM$  et  $VC$  qui représenteront les valeurs des actifs de l'année qui suit.

### 9.3 Interactions-Participation aux bénéfices

Cette partie concerne la détermination du montant de revalorisation de l'épargne par la participation aux bénéfices à attribuer aux assurés compte tenu des rendements cibles et du TMG. Le calcul de ce montant nécessite l'appréciation des entités suivantes :

- Le résultat technico-financier : représente la somme des deux résultats calculés précédemment : Résultats technique et financier.

$$\text{Résultat}_{TF}(N) = \text{Résultat technique}(N) + \text{Résultat financier}(N)$$

- La participation aux bénéfices de l'exercice, notée

$$PB_{exercice}$$

, représente la PB générée par le résultat de l'année en cours. Elle se calcule comme suit :

$$PB_{exercice}(N) = T_{PB} * (\text{Résultat}_{TF}(N) - IC(N))$$

- Taux cible : représente le taux affiché par la compagnie d'assurance pour un exercice donné. Pour des fins concurrentielles, ce taux est toujours supérieur au  $TMG$ .
- La participation aux bénéfices cible : c'est la

$$PB$$

obtenue en tenant compte du taux cible. Elle se calcule comme suit :

$$PB_{cible}(N) = \frac{T_{cible} - TMG_{actuariel}}{TMG_{actuariel}} * IC(N)$$

- La participation aux bénéfices à attribuer : c'est la  $PB$  prise en compte dans la revalorisation de l'épargne des assurés. Elle se calcule comme suit :

$$PB_{\text{attribuer}}(N) = \begin{cases} PB_{cible}(N) & \text{si } PB_{cible}(N) \leq PB_{exercice}(N) + Stock(N) \\ PB_{exercice}(N) + Stock(N) & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec :

- $Stock$  : le stock des provisions pour participation aux bénéfices.
- Le taux de revalorisation, noté  $T_{revalo}$ , représente le taux servi en fonction du rendement du portefeuille et du taux Minimum garanti ( $TMG$ ). Il se calcule comme suit :

$$T_{revalo} = \frac{PB_{\text{attribuer}}(N)}{Epargne_{finale}(N)}$$

Ainsi, la revalorisation des épargnes s'effectue comme suit :

$$Epargne_{initiale}(N+1, g) = (1 + T_{revalo}) * Epargne_{finale}(N, g)$$

## 9.4 Calcul du *Best Estimate*

Dans cette étape, on cherche à estimer l'engagement économique de l'assureur. Ce dernier représente l'espérance des flux probables actualisés par rapport à la courbe des taux sans risques. Sa formule est la suivante :

$$BE = \sum_t \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

où :

- $i$  : le taux sans risque
- $CF$  : les flux de l'année  $t$ , calculés selon la formule suivante :

$$CF(N) = \begin{cases} Sorties(N) + Frais_{réels}(N) - \text{charges de gestion}(N) & ; \text{ si } Epargne_{finale} \geq 0 \\ Sorties(N) + Frais_{réels}(N) - \text{charges de gestion}(N) + PB_{exercice}(N) + Stock(N) & ; \text{ sinon} \end{cases}$$

Le calcul des flux, puis du *Best Estimate* qui s'en déduit sont effectués par le générateur de scénarios économiques. Les prix des actifs sont calculés en absence d'opportunité d'arbitrage afin de fournir une évaluation cohérente des actifs et du passif. Du fait de la réalisation d'un nombre important de simulations, la méthode de **Monte Carlo** a été utilisée pour la convergence du *Best Estimate*. Le graphe ci-dessous montre la convergence du BE en fonction du nombre de simulations.

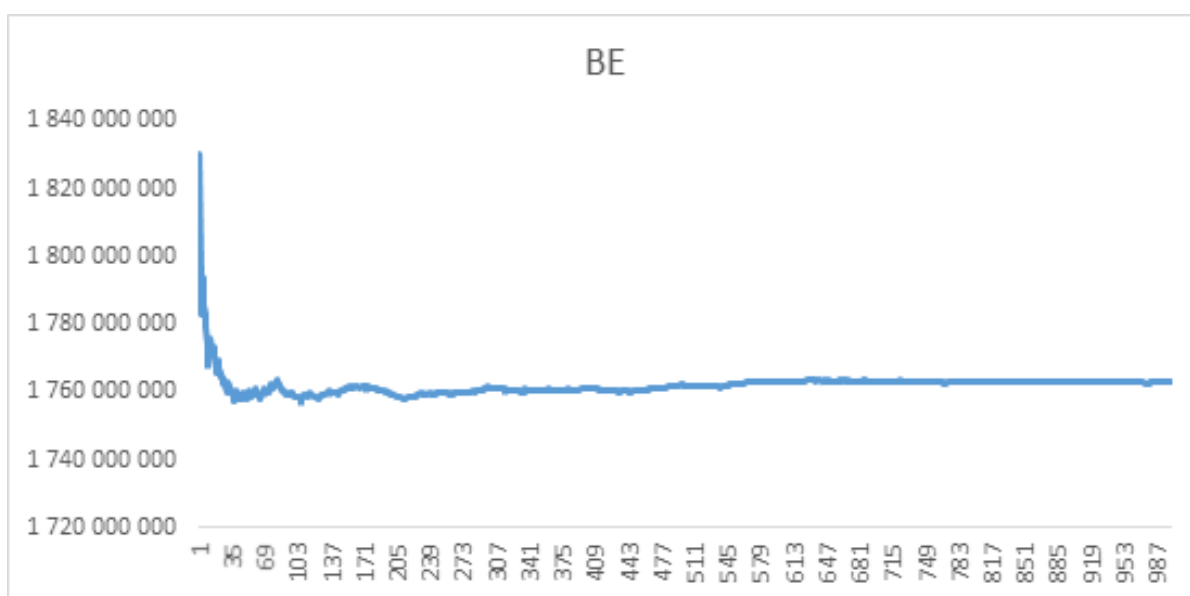


FIGURE 9.1 – Convergence du *BE*

Comme le montre le graphique ci-dessus, le *BE* converge après 200 simulations.

# Chapitre 10

## Calcul du *Solvency Capital Requirement* (SCR)

### Sommaire

---

<b>10.1 Modèle Standard</b> . . . . .	<b>74</b>
10.1.1 Le risque de mortalité . . . . .	74
10.1.2 Le risque longévité . . . . .	75
10.1.3 Le risque rachat . . . . .	75
10.1.4 Le risque dépenses . . . . .	75
10.1.5 Le risque action . . . . .	75
10.1.6 Le risque immobilier . . . . .	75
10.1.7 Le risque du taux d'intérêt . . . . .	77
<b>10.2 modèle interne</b> . . . . .	<b>77</b>

---

*Cette partie est consacrée à l'application des deux méthodes recommandées par QIS 5 au niveau du premier pilier de Solvabilité II . Il s'agit de l'application de la formule standard et de l'élaboration d'un modèle interne approprié au portefeuille du produit « F » .*

### 10.1 Modèle Standard

Nous nous sommes restreints, pour calculer le *SCR*, aux modules de risques susceptibles d'impacter notre portefeuille « F » notamment, les risques de souscription vie et de marché. Dans ces deux modules, seuls les principaux risques ont été pris, à savoir : le risque de mortalité, le risque de longévité, le risque de rachat et le risque dépense pour le module de souscription vie, le risque action, le risque immobilier et le risque taux d'intérêt pour le module marché. Etant donné que chacun de ces risques n'impactent que le passif de la compagnie, l'exigence élémentaire en capital qui leur est associée n'est autre que la variation du *Best Estimate* suite aux chocs préconisés par la cinquième étude quantitative d'impact *QIS 5*.

#### 10.1.1 Le risque de mortalité

Représente un risque de perte ou de détérioration de la valeur des engagements de la compagnie d'assurance engendré par une augmentation des taux de mortalité. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du *QIS 5* est de **2 054 159 Dhs**. Elle a été calculée comme suit :

	<b>Mortalité</b>	<b>Actif</b>	<b>Passif</b>	<b>NAV</b>
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606	
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 772 440 267	82 334 447	
<b>Variation NAV</b>	<b>2 054 159</b>			
<b>CER_mort</b>	<b>2 054 159</b>			

TABLE 10.1 – Capital économique requis au titre du risque mortalité

### 10.1.2 Le risque longévité

Concerne les engagements d'assurance pour lesquels la compagnie garantit le paiement d'une série de montants jusqu'au décès de l'assuré. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du QIS 5 est de **0 Dhs**. Elle a été calculée comme suit :

Longévité	Actif	Passif	NAV
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 767 600 841	87 173 873
<b>Variation NAV</b>	<b>-2 785 267</b>		
<b>CER_long</b>	<b>0</b>		

TABLE 10.2 – Capital économique requis au titre du risque longévité

Le capital élémentaire requis pour le risque de longévité est nul. De ce fait, une diminution de 20% des taux de mortalité n'entraîne pas une augmentation des engagements futurs de l'assureur.

### 10.1.3 Le risque rachat

Lié aux pertes au niveau du passif dues au changement des taux servis. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du QIS 5 est de **164 750 300 Dhs**. Elle a été calculée comme suit :

Rachat hausse	Actif	Passif	NAV
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 800 285 078	54 489 636
<b>Variation NAV</b>	<b>29 898 970</b>		
<b>CER_Rh</b>	<b>29 898 970</b>		

Rachat baisse	Actif	Passif	NAV
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 756 341 187	98 433 527
<b>Variation NAV</b>	<b>-14 044 921</b>		
<b>CER_Rh</b>	<b>0</b>		

où :

$$CER_{Rac} = \max(CER_{Rh}; CER_{Rb}; CER_{Rm}; 0)$$

### 10.1.4 Le risque dépenses

Associé à une augmentation éventuelle des frais de gestion des contrats d'assurance. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du QIS 5 est de **3 Dhs**. Elle a été calculée comme suit : Le capital élémentaire requis pour le risque de dépenses est très faible. De ce fait, une hausse de 10% des dépenses futures par rapport aux anticipations du *Best Estimate* n'augmente que très sensiblement ce dernier.

### 10.1.5 Le risque action

Provient de la volatilité des cours des actions. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du QIS 5 est de **12 021 651 Dhs**. Elle a été calculée comme suit :

### 10.1.6 Le risque immobilier

Provient de la volatilité des cours de l'immobilier. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du QIS 5 est de **0 Dhs**. Elle a été calculée comme suit :

Le capital élémentaire requis pour le risque immobilier est nul. De ce fait, une diminution de 25% de la valeur du marché de l'immobilier n'entraîne pas une augmentation des engagements futurs de l'assureur.

<b>Rachat massif</b>	<b>Actif</b>	<b>Passif</b>	<b>NAV</b>
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 935 136 408	-80 361 694
<b>Variation NAV</b>	<b>164 750 300</b>		
<b>CER_Rh</b>	<b>164 750 300</b>		
<b>CER_Rac</b>	<b>164 750 300</b>		

TABLE 10.3 – Capital économique requis au titre du risque rachat

<b>Dépenses</b>	<b>Actif</b>	<b>Passif</b>	<b>NAV</b>
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 111	84 388 603
<b>Variation NAV</b>	<b>3</b>		
<b>SCR_Dep</b>	<b>3</b>		

TABLE 10.4 – Capital économique requis au titre du risque dépenses

<b>Action</b>	<b>Actif</b>	<b>Passif</b>	<b>NAV</b>
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 782 407 760	72 366 954
<b>Variation NAV</b>	<b>12 021 651</b>		
<b>CER_Action</b>	<b>12 021 651</b>		

TABLE 10.5 – Capital économique requis au titre du risque action

<b>Immobiliers</b>	<b>Actif</b>	<b>Passif</b>	<b>NAV</b>
<b>Avant le choc</b>	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
<b>Après le choc</b>	1 854 774 714	1 758 506 148	96 268 566
<b>Variation NAV</b>	<b>-11 879 960</b>		
<b>CER_Imm</b>	<b>0</b>		

TABLE 10.6 – Capital économique requis au titre du risque immobilier

### 10.1.7 Le risque du taux d'intérêt

Concerne tous les actifs et les passifs dont la valeur est sensible aux variations de la structure des taux. La valeur du capital élémentaire lié à ce risque sous les spécifications du QIS5 est de **15 898 319 Dhs**. Elle a été calculée comme suit :

Taux_hausse	Actif	Passif	NAV
Avant le choc	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
Après le choc	1 854 774 714	1 774 681 357	80 093 357
Variation NAV	<b>4 295 249</b>		
CER_Th	4 295 249		

Taux_baisse	Actif	Passif	NAV
Avant le choc	1 854 774 714	1 770 386 108	84 388 606
Après le choc	1 854 774 714	1 786 284 427	68 490 287
Variation NAV	<b>15 898 319</b>		
CER_Tb	<b>15 898 319</b>		
CER_Taux	<b>15 898 319</b>		

TABLE 10.7 – Capital économique requis au titre du risque des taux d'intérêt

où :

$$CER_{taux} = \max(CER_{Th}; CER_{Tb}; 0)$$

L'agrégation des sous modules de risque de souscription vie selon les matrices de corrélations proposées par QIS 5 permet d'obtenir le tableau suivant :

corr SCR_vie	CER_mort	CER_long	CER_Rachat	CER_Dépenses
CER_mort	4 219 569 370 045	0	0	1 477 054
CER_long	0	0	0	0
CER_Rachat	0	0	27 142 661 355 723 700	236 929 230
CER_Dépenses	1 477 054	0	236 929 230	8

TABLE 10.8 – Corrélation des sous modules du risque vie

la valeur du besoin en capital lié au risque de souscription vie est de l'ordre de : **164 763 107**.

D'une autre part, l'agrégation des sous modules du risque de marché selon les matrices de corrélations proposées par QIS 5 permet d'obtenir le tableau suivant :

la valeur du besoin en capital lié au risque de marché est de **19 931 800 Dhs**.

En agréant les deux modules de risque à l'aide de la matrice de corrélation proposée par QIS 5. La valeur du *Basic Capital Requirement (BSCR)* est de : **170 839 605 Dhs**

Quant au SCR opérationnel, il s'obtient directement en appliquant la formule simplifiée suivante dans la mesure où ce portefeuille ne comporte pas de garantie en unité de compte :

$$SCR_{op} = \min(30\%BSCR; OP) + 0.25Dep = \mathbf{8\ 346\ 486\ Dhs}$$

En sommant le BSCR et le besoin en capital au titre du risque opérationnel, nous obtenons :

$$SCR_{Standard} = \mathbf{179\ 186\ 091\ Dhs}$$

Ce montant correspond au montant des fonds propres dont doit disposer la compagnie pour faire face à une ruine économique à horizon un an au niveau de confiance 99,5%.

## 10.2 modèle interne

Rappelons que notre portefeuille est directement impacté par les niveaux de la mortalité et les taux de rachats dans la mesure où l'assureur se trouve contraint à payer l'épargne cumulée selon les options et les garanties cachées inscrites dans le contrat, en cas de rachat ou de mortalité. Quant au risque taux, il s'avère être naturel de le prendre en considération du

<b>CorrCER_marché</b>	<b>CER_Taux</b>	<b>CER_Action</b>	<b>CER_Imm</b>
<b>CER_Taux</b>	252 756 539 971 414	0	0
<b>CER_Action</b>	0	144 520 101 126 956	0

TABLE 10.9 – Corrélalion des sous modules du risque marché

moment qu'il s'agit d'une assurance vie et par conséquent d'un engagement qui couvre une période étalée sur plusieurs années.

La méthode retenue pour le calcul du SCR pour ce portefeuille est la *simulation des simulations (SdS)*. Nous effectuons d'abord **1000** simulations primaires dans le but de projeter les flux de l'année  $t = 0$ . Ensuite, à partir de l'année  $t = 1$  et à l'issu de chaque simulation primaire, on effectue **200** simulations sur l'horizon de la projection (25 ans). En calculant les moyennes empiriques des résultats obtenus et en utilisant la courbe des taux sans risque, nous obtenons **200** valeurs du capital économique à la fin de la première période que nous trions par ordre croissant pour faire apparaître la 99<sup>ème</sup> et 100<sup>ème</sup> valeurs. On prend alors comme  $VAR_{99,5\%}(BE_1)$  la moyenne de ces deux quantités.

Selon la formule du modèle interne, nous obtenons le résultat suivant :

$$SCR_{interne} = 41\ 199\ 404\ \text{Dhs}$$

Ce montant correspond au montant des fonds propres dont doit disposer la compagnie pour faire face à une ruine économique à horizon un an au niveau de confiance 99,5%.

# Conclusion

NUL doute que la directive *Solvabilité II* a refondu entièrement le cadre prudentiel du secteur de l'assurance en se substituant au régime *Solvabilité I* issu des directives des années 70. Tout en maintenant un niveau élevé de protection des assurés, *Solvabilité II* vise à moderniser les exigences prudentielles et à harmoniser le cadre Marocain de l'assurance.

La cinquième étude quantitative d'impact menées par **European Insurance Occupational Authority** met à la disposition des compagnies d'assurance et de réassurance un cadre d'application de *Solvabilité II* en leur proposant deux méthodes différentes de calcul du capital économique à savoir la formule standard et le modèle interne.

La première méthode a été développée afin de permettre aux entreprises d'assurance de mesurer le niveau du capital nécessaire en tenant compte des risques propres à leur activité. Néanmoins, cette formule standard ne reflète que le profil de risque moyen des entreprises d'assurance et ne constitue donc qu'une approximation du risque réel de chaque compagnie d'assurance d'où, le recours à un modèle interne qui, prenant en compte l'ensemble des risques, contribue à améliorer la maîtrise des risques. L'exigence en capital calculée à partir de ce modèle est donc logiquement inférieure à l'exigence résultant de l'application de la formule standard.

Le capital économique calculé pour un portefeuille de la retraite complémentaire dévoile la différence entre les résultats obtenus moyennant la formule standard et le modèle interne. Ainsi, face à ce dilemme, recourir à un modèle intermédiaire prenant en compte certaines spécificités en matière de risques.

# Bibliographie et Webographie

- [1] Marri Fouad .*Séries chronologiques*. Partie 7. 2012. INSEA. RABAT.
- [2] Mostapha ABOUZAID. *Réforme de la retraite marocaine*. 2015. INSEA. RABAT.
- [3] Pierre Devolder. *Prévoyance et assurances de groupe*. 2015. INSEA .RABAT.
  
- [4] EUROPEAN COMMISSION – QIS5 Technical Specifications
- [5] ACP – Orientations Nationales Complémentaires aux Spécifications Techniques du QIS5- 2013
- [6] Dossier Optimind - Solvabilité II : Point d'étape, actualités de la réforme et enjeux du Moment
- [7] Fédération marocaine des sociétés d'assurance et de réassurance - Situation liminaire 2011
- [8] Gerber G. Allocations d'actifs sous solvabilité 2 en cas de l'assurance vie épargne, thèse de Master, Université Paris Dauphine..
- [9] LeVallois F. Tosetti A. Paris B. et Palsky P. Gestion Actif Passif en Assurance Vie : Réglementation, Outils, Méthodes. Economica. 2003.
- [10] Planchet F, Thérond P et Kamega A. Scénarios économiques en assurance. Economica, 2009.
- [11] TRABELSI I. Calcul du capital économique d'assurance vie via les approches : les simulations dans les simulations, le Replicating Portfolio et l'accélérateur SdS. université Pierre et Marie Curie. 2010.
  
- [12] Site officiel de R : <http://cran.r-project.org>
- [13] Site officiel de la fédération [www.fmsar.org.ma](http://www.fmsar.org.ma)
  
- [14] Site de « EUROPEAN COMMISSION » <https://eiopa.europa.eu>
  
- [15] Ressources Actuarielles <https://Ressources-actuarielles.net>

## Annexe A

# Lemme d'Itô, schéma d'Euler et schéma de Milstein

### A.1 Lemme d'Itô

**Lemme** (d'Itô). *Ayant un processus de diffusion de la forme :*

$$dX_t = \mu dt + \sigma dW_t$$

*On désire obtenir le processus suivi par  $Y_t = f(X_t, t)$ . L'idée est très simple : on effectue un développement de Taylor d'ordre 2, et on ne garde que les termes dont la puissance du temps est inférieure à 1. Effectuons donc le développement de Taylor d'ordre 2 pour  $Y_t = f(X_t, t)$ . On a :*

$$dY_t = df(X_t, t) = \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial X_t} dX_t + \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial t} dt + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(X_t, t)}{\partial X_t^2} dX_t^2 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(X_t, t)}{\partial t^2} dt^2$$

$$dY_t = df(X_t, t) = \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial X_t} dX_t + \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial t} dt + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(X_t, t)}{\partial X_t^2} dX_t^2 \text{ puisque } dt^2 \rightsquigarrow 0$$

*En remplaçant  $dX_t$  par sa valeur, on obtient :*

$$dY_t = df(X_t, t) = \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial X_t} (\mu dt + \sigma dW_t) + \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial t} dt + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(X_t, t)}{\partial X_t^2} (\mu dt + \sigma dW_t)^2 \quad (1)$$

*Or :*

$$dX_t^2 = (\mu dt + \sigma dW_t)^2 = \mu^2 (dt)^2 + 2\mu\sigma dt dW_t + \sigma^2 dW_t^2$$

*sachant que  $dW_t^2 = dt$  on obtient alors, en négligeant les facteurs dont la dimension temps est supérieure à 1 :*

$$dX_t^2 = (\mu dt + \sigma dW_t)^2 = \sigma^2 dt$$

*et en remplaçant dans l'équation (1) on obtient :*

$$dY_t = df(X_t, t) = \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial X_t} (\mu dt + \sigma dW_t) + \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial t} dt + \frac{1}{2!} \sigma^2 \frac{\partial^2 f(X_t, t)}{\partial X_t^2} dt$$

*d'où :*

$$dY_t = df(X_t, t) = \left( \mu \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial X_t} + \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial t} + \frac{1}{2!} \sigma^2 \frac{\partial^2 f(X_t, t)}{\partial X_t^2} \right) dt + \left( \sigma \frac{\partial f(X_t, t)}{\partial X_t} \right) dW_t$$

A ce stade, on applique le **lemme d'Itô** à  $x_t = e^{at} \cdot r_t$  on obtient :

$$dx_t = \left( \mu \frac{\partial x_t}{\partial r_t} + \frac{\partial x_t}{\partial t} + \frac{1}{2!} \sigma^2 \frac{\partial^2 x_t}{\partial r_t^2} \right) dt + \left( \sigma \frac{\partial x_t}{\partial r_t} \right) dW_t$$

$$= \{e^{at} (a(b - r_t) + ar_t)\} dt + \{e^{at} * \sigma\} dW_t$$

En intégrant de 0 à  $t$  on obtient :

$$\int_0^t d(e^{as} r_s) ds = \int_0^t [\{e^{as} (a(b - r_s) + ar_s)\} dt + \{e^{as} * \sigma\} dW_s] ds$$

$$r_t e^{at} - r_0 = b e^{at} - b + \sigma \int_0^t e^{as} dW_s$$

d'où :

$$r_t = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{as} dW_s$$

Où  $\int_0^t e^{as} dW_s$  est une intégrale de WIENER qui suit donc une loi normale de moyenne nulle et de variance :

$$\int_0^t (e^{as})^2 ds = \frac{e^{2at} - 1}{2a}$$

## A.2 Schéma d'Euler

Le but étant de trouver un schéma d'ordre **1** approchant la solution d'une équation différentielle stochastique n'admettant pas une discrétisation exacte. Soit  $X_t$  un processus solution de :

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(X_s) ds + \int_0^t \sigma(X_s) dW_s \quad (1)$$

Soit  $n$  le nombre d'intervalles de discrétisation et  $h = \frac{T}{n}$ . Une approximation de  $X_h$ , peut être donnée par :

$$X_h \simeq X_0 + b(X_0)h + \sigma(X_0)(W_h - W_0)$$

Par récurrence, on obtient le schéma d'Euler pour l'EDS : (1) :

$$X_0^n = X_0,$$

$$X_{(k+1)h}^n = X_{kh}^n + b(X_{kh}^n)h + \sigma(X_{kh}^n)(W_{(k+1)h}^n - W_{kh}^n)$$

Il suffit donc de générer des variables gaussiennes.

## A.3 Schéma de Milstein

Le schéma de *Milstein* est un schéma d'ordre **2** qui converge à une vitesse supérieure. Il est donné par :

$$\hat{X}_t^n = \hat{X}_{t_k}^n + \sigma(\hat{X}_{t_k}^n)(W_t - W_{t_k}) + \sigma(\hat{X}_{t_k}^n)\sigma'(\hat{X}_{t_k}^n) \int_{t_k}^t (W_s - W_{t_k}) dW_s$$

Le terme intégral est calculé par l'intégrale d'Itô :

$$\int_{kh}^{(k+1)h} (W_s - W_{kh}) dW_s = \frac{1}{2} ((W_{(k+1)h} - W_{kh})^2 - h)$$

Le schéma de *Milstein* s'écrit donc :

$$\tilde{X}_{(k+1)h}^n = \tilde{X}_{kh}^n + \left( b(\tilde{X}_{kh}^n) - \frac{1}{2} \sigma'(\tilde{X}_{kh}^n) \sigma(\tilde{X}_{kh}^n) \right) h + \sigma(\tilde{X}_{kh}^n) (W_{(k+1)h} - W_{kh}) + \frac{1}{2} \sigma'(\tilde{X}_{kh}^n) \sigma(\tilde{X}_{kh}^n) (W_{(k+1)h} - W_{kh})^2$$

# Annexe B

## Tests d'hypothèses

### B.1 Test de *Bartlet*

$$\begin{cases} H_0 : \rho_k = 0 \\ H_1 : \rho_k \neq 0 \end{cases}$$

Sous  $H_0$ , le test montre que  $\sqrt{T}\hat{\rho}_k \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$  avec  $T$  est le nombre d'observation de la série et  $\rho_k$  est le coefficient d'auto-corrélation théorique de  $X_t$ . Pour déterminer les ordres de la séries, le test de *Bartlet* propose la stratégie suivante, en posant  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  le fractile au seuil de  $\alpha\%$  de la loi normale centrée réduite :

- Les  $q$  premiers FAC (fonction d'auto-corrélation) sont en dehors de l'intervalle  $\left(\frac{-z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{T}}, \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{T}}\right)$  : **MA(q)**.
- Les  $p$  premiers FACP (fonction d'auto-corrélation partielle) sont en dehors de l'intervalle  $\left(\frac{-z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{T}}, \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{T}}\right)$  : **AR(q)**.

### B.2 Test de *Box-Pierce* et test de *Ljung-Box*

Ce test vérifie si les résidus sont un bruit blanc. Il s'écrit :

$$\begin{cases} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho_k = 0 \\ H_1 : \text{Il existe un } j \text{ tel que } \rho_j \neq 0 \end{cases}$$

La statistique du test est  $Q = T \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_j^2$  où :

- $T$  : le nombre d'observations dans la série.
- $k$  : la longueur du retard.
- $\hat{\rho}_j$  est l'auto-corrélation estimée.

Sous  $H_0$  on a  $Q \rightsquigarrow \chi_{k-(p+q)}^2$

Le test de *Ljung-Box* est quant à lui basé sur la statistique  $Q = T(T+2) \sum_{j=1}^k \frac{\hat{\rho}_j^2}{T-j}$ . Le reste est similaire au test de *Box-Pierce*.

### B.3 Tests de *Dickey-Fuller-Augmentés* (AFD)

La stratégie est résumée par la figure suivante :

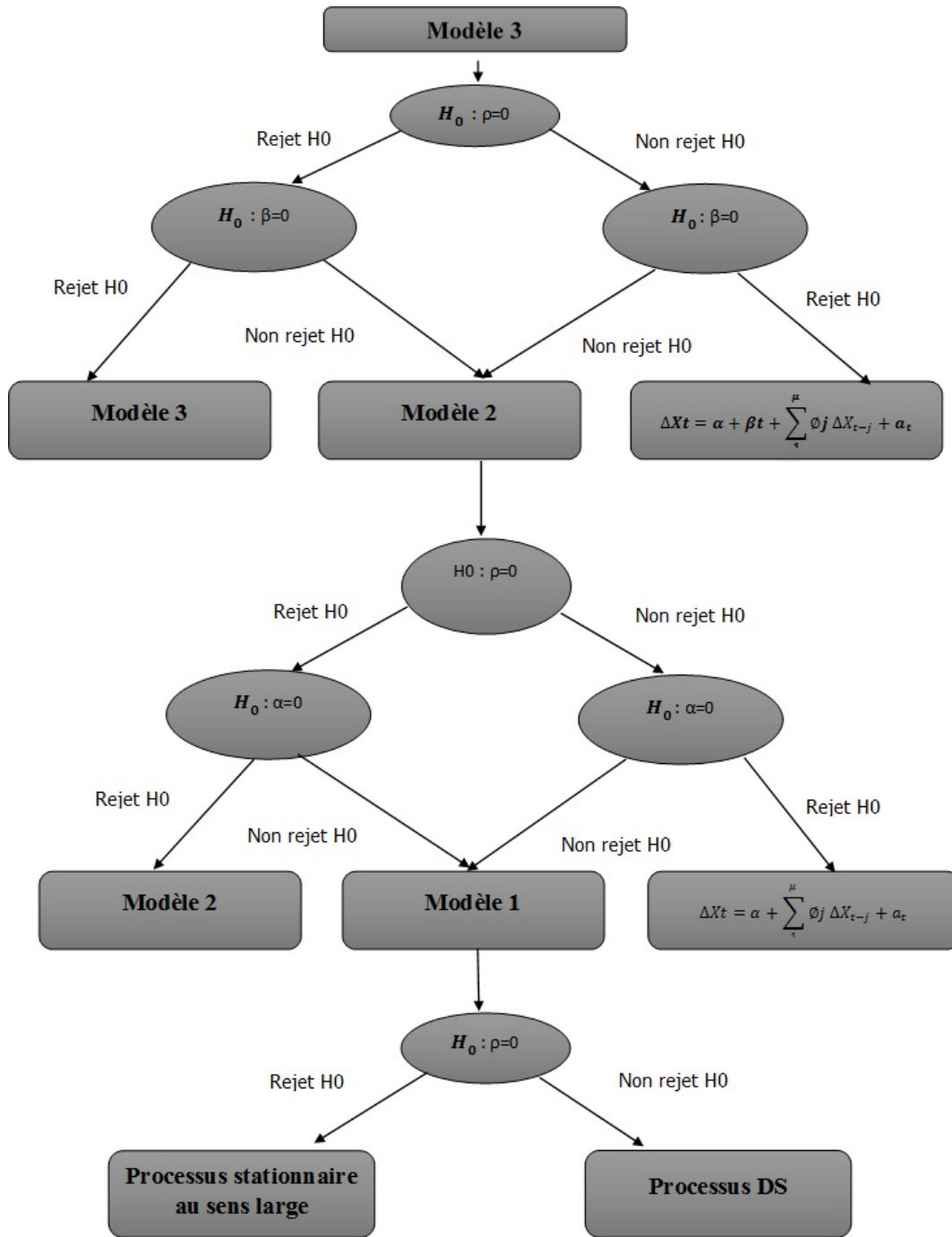


FIGURE B.1 – Stratégie des test de Dickey-Fuller Augmentés (ADF)

## B.4 Test de Goldfeld & Quandt

Ce test est utilisé en économétrie afin de savoir si les résidus sont homoscedastiques. Il s'appuie sur la loi de Fisher et est acheminé selon la procédure suivante :

1. On ordonne les variables explicatives par ordre croissant ou décroissant.
2. On élimine un nombre  $e$  d'observations centrales dans l'échantillon classé.
3. On obtient alors **deux** échantillons de taille  $\frac{(n-e)}{2}$ .
4. On effectue la régression par moindres carrés dans les deux échantillons et on obtient  $SCR_1$  et  $SCR_2$  la somme des carrés des résidus .
5. L'hypothèse nulle est que les résidus sont homoscedastiques c'est-à-dire que  $\sigma_1 = \sigma_2$ . On rejette alors l'hypothèse nulle si  $\frac{SCR_2}{SCR_1} > f_\alpha$  où  $f_\alpha$  est la valeur critique d'une loi de Fisher de paramètres  $\left(\frac{(n-e-k)}{2}, \frac{(n-e-k)}{2}\right)$ ; avec  $k$  est le nombre de variables exogènes.

## B.5 Test de Breusch-Pagan

Ce test permet de valider l'hypothèse d'homoscedasticité du terme d'erreur d'un modèle de régression linéaire en respectant les étapes suivante :

1. On estime la régression avec moindres carrés et on en tire le vecteurs des résidus.
2. On effectue la régression des carrés des résidus sur  $p$  exogènes et on en tire un coefficient de détermination :  $R^2$ .
3. Sous l'hypothèse nulle (absence d'hétéroscedasticité), la statistique  $LM = nR^2$  où  $n$  est le nombre d'observations, suit asymptotiquement la loi de  $\chi^2_{p-1}$

## B.6 Test de Durbin-Watson

Ce test permet de détecter une auto-corrélation des erreurs d'ordre un en estimant un modèle autorégressif de premier ordre pour les résidus estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires :

$$\hat{\epsilon}_t = \rho \cdot \hat{\epsilon}_{t-1} + v_t$$

L'hypothèse nulle est l'absence d'auto-corrélation :  $H_0 = \rho = 0$  et la statistique de *Durbin-Watson* est donnée par :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\epsilon}_t - \hat{\epsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t^2}$$

Cette statistique est par construction comprise entre **0** et **4**.  $H_0$  est acceptée lorsque sa valeur est proche de **2**. Des valeurs critiques au seuil de 5% :  $d_1$  et  $d_2$ , avec  $d_1 > d_2$ , ont été tabulées par *Durbin-Watson*. On interprète alors le résultat de la statistique comme suit :

- Si  $DW < d_1$  : il existe une auto-corrélation positive (ou  $\rho > 0$ ).
- Si  $d_2 < DW < 4 - d_2$  : pas d'auto-corrélation.
- Si  $DW > 4 - d_1$  il existe une auto-corrélation négative (ou  $\rho < 0$ )
- Si  $DW$  est en dehors de ces intervalles, alors on ne peut pas conclure.

## B.7 Test de Jarque Bera

Le test de *Jarque Bera* est un test d'hypothèse visant à vérifier la normalité des données. Son hypothèse nulle est la normalité des données contre leur non-normalité. La statistique s'écrit :

$$JB = \frac{n-p}{6} \left( S^2 + \frac{(K-3)^3}{4} \right)$$

avec :

- $n$  = Nombre d'observations

- $p$  = Nombre de variables explicatives dans le cas où les données proviennent des résidus d'une régression linéaire. Sinon,  $p=0$ .
- $S$  = Coefficient d'asymétrie de l'échantillon testé.
- $K$  = Kurtosis de l'échantillon testé.

On rappelle que  $S$  et  $K$  sont définis par :

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

et

$$K = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2}$$

avec  $\hat{\mu}_3$  et  $\hat{\mu}_4$  les estimateurs du troisième et quatrième moments.

La statistique JB suit asymptotiquement une loi du  $\chi^2$  à 2 degrés de liberté.

En effet, l'idée est simple : une loi normale a un coefficient d'asymétrie = 0 et une kurtosis = 3. Si les données suivent une loi normale, le test s'approche alors de 0 et on accepte  $H_0$  à un risque d'erreur  $\alpha$ .

## Annexe C

# Programmes VBA de simulation

### C.1 Modélisation déterministe de la courbe des taux Zéro-Coupons

```
'***** taux-empirique*****'  
  
Public date1 As Date  
Sub actualiser()  
'Pour supprimer tous les graphiques deja presents dans la feuille.  
For Each graphique In ActiveSheet.ChartObjects  
graphique.Delete  
Next  
  
Dim aide As String  
  
Dim a As Range  
Dim v As Variant  
Dim ligne As Integer  
Dim colonne As Integer  
Dim b As Integer  
  
Dim wb0 As String  
wb0 = ThisWorkbook.Name  
Feuil6.Select  
Range("B:I").Clear  
  
Dim classeur As New Workbook  
  
date1 = CDate(InputBox("Veuillez renseigner la date de vue (format jj/mm/AAAA)", "Date à renseigner", CStr(  
DateSerial(Year(Now()), Month(Now()), Day(Now()) - 2))))  
b = Weekday(date1, vbUseSystemDayOfWeek)  
If b = 6 Then  
MsgBox "Attention, le " & CStr(date1) & " correspond à un Samedi. BAM ne publie pas de courbe des taux pendant  
les Week-End.", vbCritical  
Exit Sub  
ElseIf b = 7 Then  
MsgBox "Attention, le " & CStr(date1) & " correspond à un Dimanche. BAM ne publie pas de courbe des taux  
pendant les Week-End.", vbCritical  
Exit Sub  
End If  
  
If date1 = DateSerial(Year(Now()), Month(Now()), Day(Now()) - 2) Or date1 = DateSerial(Year(Now()), Month(Now()  
()), Day(Now()) - 1) Then  
MsgBox "Attention, BAM ne publie pas de courbe des taux pour le jour de vue ni sa veille.", vbCritical  
Exit Sub  
End If  
  
Set classeur = Workbooks.Open("http://www.bkam.ma/wps/PA_1_G_15H/LoadOperationMarMon?dateDe=" & CStr(date1) &  
"&locale=fr")  
classeur.Activate  
For i = 1 To 100  
If Cells(i, "A") = "éEchance" Then  
Exit For  
End If  
Next i
```

```

Cells(i, "A").Select
Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select

Selection.Copy
Workbooks(wb0).Activate
Feuil6.Select
Cells(2, "B").Select
ActiveSheet.Paste
classeur.Close False

Workbooks(wb0).Activate
Feuil6.Select
Cells(1, "B") = "Courbe des taux de BAM à la date " & CStr(date1) & "."
For i = 3 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1
aide = Replace(Cells(i, "D"), "%", "", 1)
Cells(i, "D").Value = CDb1(aide) / 100
Next i
For i = 3 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B"))
aide = Replace(Cells(i, "C"), ".", "", 1)
Cells(i, "C").Value = Format(CDb1(aide), "#,##0.00")
Next i
>>>

Set a = Range("C3:C" & CStr(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B"))))

For Each cell In a
ligne = cell.Row
colonne = cell.Column
v = cell.Value
Cells(ligne, colonne) = CDb1(v)
Next
a.Select
Selection.NumberFormat = "#,##0.00"

Set a = Range("D3:D" & CStr(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B"))))
a.Select
Selection.NumberFormat = "0.000%"

'ÉEsthétique
Cells.Select
Cells.EntireRow.AutoFit
Selection.ColumnWidth = 31.29
Cells.EntireRow.AutoFit
Cells.EntireColumn.AutoFit
Selection.ColumnWidth = 20.29
Cells.Select
Cells.EntireColumn.AutoFit
Range("B2").Select

Call Interpoler

MsgBox "Job done!", vbInformation

End Sub

Sub Interpoler()
Dim aide As Integer
Dim étauxinterpol As Double
Dim numerateur As Double
Dim édnominateur As Double

Dim tzc As Double

Dim a As Integer, b As Integer

Cells(2, "E").Select
Selection.Copy
Range("F2:I2").Select
ActiveSheet.Paste

Cells(2, "F") = "éMaturits érsiduelles"
Cells(2, "G") = "éMaturits pleines"

```

```

Cells(2, "H") = "Taux pleins"
Cells(2, "I") = "Taux ézro-coupons"

'''' éMaturits érsiduelles
For i = 3 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1
Cells(i, "F").Value = Round(DateDiff("d", Cells(i, "E").Value, Cells(i, "B").Value) / 365.25, 2)
Next i

'''' éMaturits pleines
Cells(3, "G").Value = 0.25
Cells(4, "G").Value = 0.5
For i = 5 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1
Cells(i, "G").Value = i - 4
Next i

Range("G3:G13").Select
Selection.NumberFormat = "#,##0.00"

Dim tauxbam() As Double
ReDim tauxbam(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 3)

Dim ématuritsbam() As Double
ReDim ématuritsbam(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 3)

For i = 3 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1
tauxbam(i - 2) = Cells(i, "D").Valueé
maturitsbam(i - 2) = Cells(i, "F").Value
Next i

Dim diff() As Double
ReDim diff(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 3)

For i = 3 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1
aide = existe(Cells(i, "G").Value, ématuritsbam())
If aide <> 0 Then
Cells(i, "H").Value = Cells(aide + 2, "D").Value

Else

For j = 3 To WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1
diff(j - 2) = Cells(i, "G").Value - ématuritsbam(j - 2)
Next j

a = Min(diff()) + 2
b = Max(diff()) + 2é

tauxinterpol = ((Cells(b, "F").Value - Cells(i, "G").Value) * Cells(a, "D").Value + (Cells(i, "G").Value -
Cells(a, "F").Value) * Cells(b, "D").Value) / (Cells(b, "F").Value - Cells(a, "F").Value)

Cells(i, "H").Value = étauxinterpol

End If

' bootstrap
If Cells(i, "G").Value <= 1 Then
Cells(i, "I").Value = Cells(i, "H").Value
Elseé

numrateur = 100 * (1 + Cells(i, "H").Value)é

dnominateur = 100

For j = 1 To (Cells(i, "G").Value - 1)é
dnominateur = édnominateur - Cells(i, "H").Value * 100 * (1 + Cells(j + 4, "i").Value) ^ (-Cells(j + 4, "G").
Value)
Next j

tzc = (énumrateur / édnominateur) ^ (1 / Cells(i, "G").Value) - 1
Cells(i, "I").Value = tzc
End If

Next i

Range("F3:F" & CStr(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1)).Select

Selection.NumberFormat = "#,##0.00"

```

```

Range("H3:I" & CStr(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1)).Select

Selection.NumberFormat = "0.000%"

' Esthétique
Range("F3").Select
Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
Selection.Borders(xlDiagonalDown).LineStyle = xlNone
Selection.Borders(xlDiagonalUp).LineStyle = xlNone
With Selection.Borders(xlEdgeLeft)
    .LineStyle = xlContinuous
    .Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeTop)
    .LineStyle = xlContinuous
    .Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeBottom)
    .LineStyle = xlContinuous
    .Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeRight)
    .LineStyle = xlContinuous
    .Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlInsideVertical)
    .LineStyle = xlContinuous
    .Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlInsideHorizontal)
    .LineStyle = xlContinuous
    .Weight = xlThin
End With
Range("F3").Select

' Graphique

Set graph = Sheets(1).Shapes.AddChart()
With graph.Chart
    .SetSourceData Source:=Range("I3:I" & CStr(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1))
    .ChartType = xlLine
    .ChartStyle = 250
    ' .SeriesCollection(1)
    .Name = "Courbe des taux du " & CStr(date1)
    .XValues = Range("G3:G" & CStr(WorksheetFunction.CountA(Range("B:B")) - 1))
End With
End With

End Sub

```

## C.2 Par le modèle de *Vasiček*

```

Sub Vasicek()
Feuil7.Select

Dim a As Double, b As Double, sigma As Double, pi As Double, rt As Double
Dim maturite As Single, prix_theorique As Double, rendement_empirique As Double, prix_empirique As Double, At
    As Double, Bt As Double
Dim rendement_estime As Double, epsilon As Double, somme_a_minimiser As Double

a = Feuil1.Cells(23, "P").Value
b = Feuil1.Cells(24, "P").Value
sigma = Feuil1.Cells(23, "R").Value
pi = -50
rt = Feuil1.Cells(24, "R").Value

somme_a_minimiser = 99

Do While (somme_a_minimiser > 0.0001)

somme_a_minimiser = 0

```



### C.3 Par le modèle de CIR

```

' *****
' ***** C.I.R *****
' *****
Sub CIR()
Feuil8.Select

Dim a As Double, b As Double, sigma As Double, pi As Double, rt As Double, maturite As Double,
    rendement_empirique As Double, rendement_estime As Double, epsilon As Double, At As Double, Bt As Double
Dim prix_theorique As Double, prix_empirique As Double

a = Feuil1.Cells(15, "P").Value
b = Feuil1.Cells(16, "P").Value
sigma = Feuil1.Cells(15, "R").Value
pi = Feuil1.Cells(17, "P").Value
Gamma = (((a + pi) ^ (2)) + sigma ^ (2)) ^ (1 / 2)

For i = 2 To 15
maturite = Feuil6.Cells(i + 1, "G").Value
rendement_empirique = Feuil6.Cells(i + 1, "I").Value
prix_empirique = (1 + rendement_empirique) ^ (-maturite)

Bt = (2 * (Exp(Gamma * maturite) - 1)) / ((a + pi + Gamma) * (Exp(Gamma * maturite) - 1) + 2 * Gamma)

At = ((2 * Gamma * Exp((a + Gamma + pi) * maturite / 2)) / ((a + pi + Gamma) * (Exp(Gamma * maturite) - 1) + 2
    * Gamma)) ^ (2 * a * b / (sigma) ^ (2))

prix_theorique = At * Exp(-Bt * rt)
rendement_estime = (1 / prix_theorique) ^ (1 / maturite) - 1
epsilon = (prix_empirique - prix_theorique) ^ (2)
somme_a_minimiser = somme_a_minimiser + epsilon

Cells(i, "A").Value = maturite
Cells(i, "B").Value = prix_empirique
Cells(i, "C").Value = prix_theorique
Cells(i, "D").Value = rendement_empirique
Cells(i, "E").Value = rendement_estime
Cells(i, "F").Value = epsilon
Cells(i, "G").Value = At
Cells(i, "H").Value = Bt

Next i

For i = 1 To 50
For j = 1 To 50

maturite = Cells(i + 22, "A").Value
rt = Cells(18, j + 1).Value
Bt = (2 * (Exp(Gamma * maturite) - 1)) / ((a + pi + Gamma) * (Exp(Gamma * maturite) - 1) + 2 * Gamma)

At = ((2 * Gamma * Exp((a + Gamma + pi) * maturite / 2)) / ((a + pi + Gamma) * (Exp(Gamma * maturite) - 1) + 2
    * Gamma)) ^ (2 * a * b / (sigma) ^ (2))
pt = At * Exp(-Bt * rt)
Cells(i + 22, j + 1) = -Log(pt) / maturite

Next j
Next i

' pourcentage

Range("B23").Select
Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
Selection.style = "Percent"
Selection.NumberFormat = "0.00000%"

MsgBox "done!", vbInformation

Cells(1, 1).Select

End Sub

```

## C.4 Projection des cours des actions - Box-Muller

```

Sub simulation()
    Feuil10.Select

    Dim x As Double, y As Double, a As Double, R As Double, z As Double, u As Double, v As Double, mu As Double,
        sigma As Double, spot As Double, st As Double
    Dim nbsimulation As Double, horizon As Long

    mu = Feuil1.Cells(30, "B").Value
    sigma = Feuil1.Cells(31, "P").Value
    spot = Feuil1.Cells(32, "P").Value
    nbsimulation = Feuil1.Cells(30, "R").Value
    horizon = Feuil1.Cells(31, "R").Value

    Randomize

    Range("H7:XFD7").Clear
    Range("F9:F20000").Clear

    pi = Application.WorksheetFunction.pi()

    For i = 1 To nbsimulation
        s = spot
        Cells(i + 7, "F").Value = i
        Call style(i + 7, 6)

    For j = 1 To horizon
        sommenorm = 0

    If i = 1 Then
        Cells(7, j + 6).Value = j
        Call style(7, j + 6)
    End If

    For l = 0 To 11

        unif1 = Rnd()
        unif2 = Rnd()
        sommenorm = sommenorm + Sqr(-2 * Log(unif1)) * Cos(2 * pi * unif2)
    Next l

        s = s * Exp(12 * mu - 12 * ((sigma * sigma) / 2) + sigma * sommenorm)
        Cells(i + 7, j + 6) = s
    Next j
    Next i

    Cells(7, 6).Select
    'MsgBox "Done!", vbInformation

    End Sub

Sub style(ligne, colonne)

Cells(ligne, colonne).Select

    With Selection.Interior
        .Pattern = xlSolid
        .PatternColorIndex = xlAutomatic
        .Color = 6299648
        .TintAndShade = 0
        .PatternTintAndShade = 0
    End With
    With Selection.Font
        .ThemeColor = xlThemeColorDark1
        .TintAndShade = 0
    End With
    Selection.Font.Bold = True

    Selection.NumberFormat = "#,##0"

End Sub

```

## C.5 Projection des obligations : Valeurs, Remboursement, Durations, Coupons, Cash-Flows

```

Public nb_obligations As Integer
Option Base 1
Public s As Long

Public Sub projection_obligations()

Dim echeance_max As Integer
Dim facteurs_actualisation() As Double
Dim coupons() As Double
Dim remboursements() As Double

Dim modele As String

modele = Feuil1.Cells(7, "P").Value
echeance_max = annee_projection

Feuil9.Select

nb_obligations = Application.WorksheetFunction.CountA(Range("B5:B25"))

Range("B34:ZZ" & CStr(34 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B56:ZZ" & CStr(56 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B76:ZZ" & CStr(76 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B98:ZZ" & CStr(98 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B121:ZZ" & CStr(121 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B142:ZZ" & CStr(142 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B164:ZZ" & CStr(164 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B186:ZZ" & CStr(186 + nb_obligations - 1)).ClearContents
Range("B208:ZZ" & CStr(208 + nb_obligations - 1)).ClearContents

ReDim taux_actuariel(nb_obligations)
ReDim vecteur_coupons(nb_obligations)
ReDim vecteur_remb(nb_obligations)
ReDim vecteur_coup_actualises(nb_obligations)
ReDim vecteur_remb_actualises(nb_obligations)
ReDim titre_debut(nb_obligations)
ReDim titre_avant_rebalancement(nb_obligations, horizon)
ReDim titre_apres_rebalancement(nb_obligations, horizon)
ReDim titre_apres_prestations(nb_obligations, horizon)
ReDim Actualisation_act(nb_obligations)

ReDim vecteur_avant_rebalancement(nb_obligations)
ReDim vecteur_apres_rebalancement(nb_obligations)
ReDim vecteur_apres_prestation(nb_obligations)

For i = 1 To nb_obligations

If Year(Cells(i + 4, "D").Value) > echeance_max Then
echeance_max = Year(Cells(i + 4, "D").Value)
End If

taux_actuariel(i) = Feuil9.Cells(i + 4, "J").Value

Next i

For s = 1 To echeance_max - annee_projection
Cells(33, s + 2).Value = annee_projection + s
Next s

? *****
? ***** Coupons *****
? *****

For i = 34 To 34 + nb_obligations - 1

```

```

annee_echeance = Year(Feuil9.Cells(i - 29, "D").Value)
Cells(i, "B").Value = "Obligation " & CStr(i - 34 + 1)

For s = 1 To echeance_max - annee_projection
If s + annee_projection <= annee_echeance Then
Cells(i, s + 2).Value = Cells(i - 29, "E").Value * Cells(i - 29, "F").Value
Else
Cells(i, s + 2).Value = 0
End If

Next s

Next i

' *****
' ***** Sommes des coupons éactualiss *****
' *****

For i = 56 To 56 + nb_obligations - 1

Cells(i, "B").Value = "Obligation " & CStr(i - 56 + 1)

For k = 1 To echeance_max - annee_projection

ReDim facteurs_actualisation(echeance_max - annee_projection - k + 1)
ReDim coupons(echeance_max - annee_projection - k + 1)

For s = k To echeance_max - annee_projection
coupons(s - k + 1) = Cells(i - 22, s + 2).Value

facteurs_actualisation(s - k + 1) = (1 / (1 + Sheets(modele).Cells(s - k + 1 + 22, k + 1).Value)) ^ (s - k + 1)
Next s

Cells(i, k + 2).Value = sommeprod2(coupons(), facteurs_actualisation())

Next k

Next i

' *****
' ***** Remboursements *****
' *****

For i = 76 To 76 + nb_obligations - 1

annee_echeance = Year(Feuil9.Cells(i - 71, "D").Value)
Cells(i, "B").Value = "Obligation " & CStr(i - 76 + 1)
For s = 1 To echeance_max - annee_projection
If s + annee_projection = annee_echeance Then
Cells(i, s + 2).Value = Cells(i - 71, "E")
Else
Cells(i, s + 2).Value = 0
End If

Next s

Next i

' *****
' ***** Sommes des remboursements éactualiss *****
' *****

ReDim remboursements(echeance_max - annee_projection)

```

```

For i = 98 To 98 + nb_obligations - 1

Cells(i, "B").Value = "Obligation " & CStr(i - 98 + 1)

For k = 1 To echeance_max - annee_projection

ReDim facteurs_actualisation(echeance_max - annee_projection - k + 1)
ReDim remboursements(echeance_max - annee_projection - k + 1)

For s = k To echeance_max - annee_projection

remboursements(s - k + 1) = Cells(i - 22, s + 2).Value

facteurs_actualisation(s - k + 1) = (1 / (1 + Sheets(modele).Cells(s - k + 1 + 22, k + 1).Value)) ^ (s - k +
1)

Next s

Cells(i, k + 2).Value = sommeprod2(remboursements(), facteurs_actualisation())

Next k

Next i

' *****
' ***** Sommes des Cash_Flows éactualiss*****
' *****

For i = 121 To 121 + nb_obligations - 1
Cells(i, "B").Value = "Obligation " & CStr(i - 121 + 1)

For s = 1 To echeance_max - annee_projection
Cells(i, s + 2).Value = Cells(i - 23, s + 2).Value + Cells(i - 65, s + 2).Value

Next s

Next i

' *****
' ***** Actualisation au taux actuariel d'achat*****
' *****

For i = 208 To 208 + nb_obligations - 1

Cells(i, "B").Value = "Obligation " & CStr(i - 208 + 1)

For k = 1 To echeance_max - annee_projection
ReDim coupons(echeance_max - annee_projection - k + 1)
ReDim remboursements(echeance_max - annee_projection - k + 1)

For s = k To echeance_max - annee_projection

coupons(s - k + 1) = Cells(34 + i - 208, s + 2).Value
remboursements(s - k + 1) = Cells(76 + i - 208, s + 2).Value

Next s

Cells(i, k + 2).Value = 0
For s = 1 To UBound(coupons())
Cells(i, k + 2).Value = Cells(i, k + 2).Value + coupons(s) / ((1 + taux_actuariel(i - 208 + 1)) ^ (s))
Cells(i, k + 2).Value = Cells(i, k + 2).Value + remboursements(s) / ((1 + taux_actuariel(i - 208 + 1)) ^ (s))
Next s
Next k

Next i

End Sub

```

## C.6 Projection Passif

```

Public lignemax As Long, horizon As Integer
Public temps_debut As Date
Public temps_fin As Date
Public constante As Double
Public coeff_age As Double
Public coeff_anciennete As Double
Public part_rachats As Double
Public part_capitaux As Double
Public part_rentes As Double
Public part_deces As Double
Public gestion_rentes As Double
Public nb_tmg As Integer
Public annee_projection As Integer
Public frais_de_gestion As Double

'***** Variables de projection
Public age_initial() As Integer
Public anciennete_initiale() As Integer
Public Epargne_initiale() As Double
Public Sorties() As Double
Public rachats() As Double
Public deces() As Double
Public capitaux() As Double
Public rentes() As Double
Public Reglements_rentes() As Double
Public IC() As Double
Public Epargne_finale() As Double
Public tmg() As Double
Public age_synthese() As Integer
Public anciennete_synthese() As Integer
Public epargne_synthese() As Double
Public penalites_rachats() As Double

Public penalite As Double
Public j As Integer

Public Sub initialiser_passif()

nb_tmg = Application.WorksheetFunction.CountA(Feuil2.Range("1:1")) - 2

annee_projection = Year(Feuil1.Cells(7, "D").Value)
lignemax = Application.WorksheetFunction.CountA(Feuil2.Range("A:A"))

'*****
'*****

'Sheets("Projection Passif").Select
'Range("B4:D20000").ClearContents

'Cells(2, "C").Value = annee_projection

'For i = 2 To lignemax
'Cells(i + 2, "B").Value = feuil2.Cells(i, "A").Value
'Cells(i + 2, "C").Value = feuil2.Cells(i, "B").Value
'Next i
'*****
'*****
constante = Feuil1.Cells(15, "D").Value
coeff_age = Feuil1.Cells(16, "D").Value
coeff_anciennete = Feuil1.Cells(17, "D").Value
penalite = Feuil1.Cells(31, "I").Value
'*****
ReDim age_initial(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim anciennete_initiale(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim Epargne_initiale(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim Sorties(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim rachats(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim deces(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim capitaux(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim rentes(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim Reglements_rentes(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim IC(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim Epargne_finale(lignemax, horizon, nb_tmg)
ReDim penalites_rachats(lignemax, horizon, nb_tmg)

ReDim tmg(nb_tmg)
ReDim age_synthese(lignemax)
ReDim anciennete_synthese(lignemax)

```

```

ReDim epargne_synthese(lignemax)
'*****

gestion_rentes = Feuil1.Cells(23, "I").Value
frais_de_gestion = Feuil1.Cells(25, "I").Value
End Sub

Public Sub Projection_passif()

Call initialiser_passif
Call initialiser_actif
Call initialiser_actif2

Feuil5.Select

Range("U4:AZ2000").Clear

Dim qx As Double
Dim rx As Double
Dim retx As Double
Dim ax As Double

For j = 1 To horizon
For k = 1 To nb_tmg
tmg(k) = Right(Feuil2.Cells(1, k + 2).Value, 3) / 10000

For i = 2 To lignemax
age_initial(i - 1, 1, k) = Feuil2.Cells(i, "A").Value
anciennete_initiale(i - 1, 1, k) = Feuil2.Cells(i, "B").Value
'Cells(i + 2, "D").Value = feuil2.Cells(i, k + 2).Value
Epargne_initiale(i - 1, 1, k) = Feuil2.Cells(i, k + 2).Value

Next i

For i = 2 To lignemax

If age_initial(i - 1, j, k) <= 100 Then
qx = Application.WorksheetFunction.VLookup(age_initial(i - 1, j, k), Feuil3.Range("I3:N2000"), 6, False)
Else
qx = 1
End If

rx = Exp(constante + coeff_age * age_initial(i - 1, j, k) + coeff_anciennete * anciennete_initiale(i - 1, j, k)
) / (1 + Exp(constante + coeff_age * age_initial(i - 1, j, k) + coeff_anciennete * anciennete_initiale(i
- 1, j, k)))

'rx = 30 / 100

If age_initial(i - 1, j, k) <= 85 Then
retx = Application.WorksheetFunction.VLookup(age_initial(i - 1, j, k), Feuil1.Range("C24:D200"), 2, False)
Else
retx = 0
End If

Sorties(i - 1, j, k) = Epargne_initiale(i - 1, j, k) * (1 + tmg(k)) ^ (1 / 2) * (1 - (1 - qx) * (1 - rx) * (1
- retx))

If age_initial(i - 1, j, k) >= 50 Then

part_rachats = Feuil1.Cells(15, "I").Value
part_deces = Feuil1.Cells(16, "I").Value
part_capitaux = Feuil1.Cells(17, "I").Value
part_rentes = Feuil1.Cells(18, "I").Value
Else
part_rachats = Feuil1.Cells(15, "J").Value
part_deces = Feuil1.Cells(16, "J").Value
part_capitaux = Feuil1.Cells(17, "J").Value
part_rentes = Feuil1.Cells(18, "J").Value

```

```

End If

rachats(i - 1, j, k) = Sorties(i - 1, j, k) * part_rachats

If anciennete_initiale(i - 1, j, k) < Feuil1.Cells(32, "I").Value Then
penalites_rachats(i - 1, j, k) = penalite * rachats(i - 1, j, k)
Else
penalites_rachats(i - 1, j, k) = 0
End If

deces(i - 1, j, k) = Sorties(i - 1, j, k) * part_deces
capitaux(i - 1, j, k) = Sorties(i - 1, j, k) * part_capitaux
rentes(i - 1, j, k) = Sorties(i - 1, j, k) * part_rentes

If age_initial(i - 1, j, k) <= 100 Then
ax = Application.WorksheetFunction.VLookup(age_initial(i - 1, j, k), Feuil3.Range("AA4:AG2000"), 7, False)
Reglements_rentes(i - 1, j, k) = rentes(i - 1, j, k) / ((1 + gestion_rentes) * ax)
Else
Reglements_rentes(i - 1, j, k) = 0
End If

IC(i - 1, j, k) = (Epargne_initiale(i - 1, j, k) * (1 + tmg(k)) ^ (1 / 2) - Epargne_initiale(i - 1, j, k)) + _
((Epargne_initiale(i - 1, j, k) * (1 + tmg(k)) ^ (1 / 2) - Sorties(i - 1, j, k)) * (1 + tmg(k)) ^ (1 / 2) - (
Epargne_initiale(i - 1, j, k) * (1 + tmg(k)) ^ (1 / 2) - Sorties(i - 1, j, k)))

Epargne_finale(i - 1, j, k) = Epargne_initiale(i - 1, j, k) + IC(i - 1, j, k) - Sorties(i - 1, j, k) + rentes(
i - 1, j, k) - Reglements_rentes(i - 1, j, k)

If j < horizon Then
age_initial(i - 1, j + 1, k) = age_initial(i - 1, j, k) + 1
anciennete_initiale(i - 1, j + 1, k) = anciennete_initiale(i - 1, j, k) + 1
Epargne_initiale(i - 1, j + 1, k) = Epargne_finale(i - 1, j, k)
End If

PM_fin(j) = PM_fin(j) + Epargne_finale(i - 1, j, k)
PM_debut(j) = PM_debut(j) + Epargne_initiale(i - 1, j, k)
IC_actif(j) = IC_actif(j) + IC(i - 1, j, k)
prestations(j) = prestations(j) + Sorties(i - 1, j, k) - rentes(i - 1, j, k) + Reglements_rentes(i - 1, j, k)
TMG_moyen(j) = TMG_moyen(j) + Epargne_finale(i - 1, j, k) * tmg(k)
penalites(j) = penalites(j) + penalites_rachats(i - 1, j, k)

Next i

Next k

If PM_fin(j) <> 0 Then
TMG_moyen(j) = TMG_moyen(j) / PM_fin(j)
End If

Call synthese_Actif.synthese_Actif(j)

For i = 2 To lignemax
For k = 1 To nb_tmg

If j < horizon Then

If taux_reval(j) > 0 Then
Epargne_initiale(i - 1, j + 1, k) = Epargne_initiale(i - 1, j + 1, k) + PB_a_attribuer(j) * (Epargne_initiale(
i - 1, j + 1, k)) / (PM_fin(j))
End If

End If

Next k

Next i

Next j

```

```

'Call synthese_passif
'Call Esthetique_passif

'Call synthese_annees
'Call Esthetique_annees

End Sub

Public Sub synthese_passif()
Dim c As Integer

Feuil5.Select

Range("C4:O2000").Clear
Dim aide As Double

For k = 1 To nb_tmg
For j = 1 To horizon

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, 3).Value = tmg(k)
Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, 4).Value = annee_projection + j

For i = 1 To lignemax
age_synthese(i) = age_initial(i, j, k)
anciennete_synthese(i) = anciennete_initiale(i, j, k)
epargne_synthese(i) = (Epargne_initiale(i, j, k) + Epargne_finale(i, j, k)) / 2
Next i

'***** Âge
c = 5
aide = 0

If somme(epargne_synthese()) <> 0 Then
aide = sommeprod(age_synthese(), epargne_synthese()) / somme(epargne_synthese())
Else
aide = 0
End If

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

'*****
'***** Anciennet
c = c + 1
aide = 0

If somme(epargne_synthese()) <> 0 Then
aide = sommeprod(anciennete_synthese(), epargne_synthese()) / somme(epargne_synthese())
Else
aide = 0
End If

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

'*****
'***** Epargne initiale
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + Epargne_initiale(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

'*****
'***** Sorties
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + Sorties(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

```

```

' *****
' ***** Rachats
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + rachats(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

' *****

' ***** éèDcs
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + deces(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

' *****

' ***** Capitaux
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + capitaux(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

' *****

' ***** Rentes
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + rentes(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

' *****

' ***** èRglements rentes
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + Reglements_rentes(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

' *****

' ***** éèIntrts éécrcdits
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + IC(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide

' *****

' ***** Epargne finale
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + Epargne_finale(i, j, k)
Next i

```

```

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide
' *****

' ***** ééPnalits
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
aide = aide + penalites_rachats(i, j, k)
Next i

Cells(3 + j + (k - 1) * horizon, c).Value = aide
' *****

TMG_moyen(j) = Feuil13.Cells(2, j + 7).Value

Next j
Next k

End Sub

Public Sub synthese_annees()

Dim c As Integer
Feuil5.Select

Dim aide As Double

For j = 1 To horizon

Cells(3 + j, "U").Value = annee_projection + j

For i = 1 To lignemax
age_synthese(i) = age_initial(i, j, 1)
anciennete_synthese(i) = anciennete_initiale(i, j, 1)
epargne_synthese(i) = 0

For k = 1 To nb_tmg
epargne_synthese(i) = epargne_synthese(i) + (Epargne_initiale(i, j, k) + Epargne_finale(i, j, k)) / 2
Next k

Next i

' ***** Âge
c = 22
aide = 0

If somme(epargne_synthese()) <> 0 Then
aide = sommeprod(age_synthese(), epargne_synthese()) / somme(epargne_synthese())
Else
aide = 0
End If

Cells(3 + j, c).Value = aide

' *****

' ***** éAnciennet
c = c + 1
aide = 0

If somme(epargne_synthese()) <> 0 Then
aide = sommeprod(anciennete_synthese(), epargne_synthese()) / somme(epargne_synthese())
Else
aide = 0
End If

Cells(3 + j, c).Value = aide

' *****

```

```
'***** Epargne initiale
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + Epargne_initiale(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

'*****

'***** Sorties
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + Sorties(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

'*****

'***** Rachats
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + rachats(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

'*****

'***** éèDcs
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + decés(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

'*****

'***** Capitaux
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + capitaux(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

'*****

'***** Rentes
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + rentes(i, j, k)
Next k
Next i
```

```

Cells(3 + j, c).Value = aide
' *****

' ***** èRglements rentes
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + Reglements_rentes(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

' *****

' ***** éèIntrts éécredits
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + IC(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

' *****

' ***** Epargne finale
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + Epargne_finale(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

' *****

' ***** ééPnalits
c = c + 1
aide = 0

For i = 1 To lignemax
For k = 1 To nb_tmj
aide = aide + penalites_rachats(i, j, k)
Next k
Next i

Cells(3 + j, c).Value = aide

' *****

' *****

Next j

End Sub

Public Sub Esthetique_passif()
Range("C3").Select
Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
Selection.Borders(xlDiagonalDown).LineStyle = xlNone

```

```

Selection.Borders(xlDiagonalUp).LineStyle = xlNone
With Selection.Borders(xlEdgeLeft)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeTop)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeBottom)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeRight)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlInsideVertical)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlInsideHorizontal)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
Selection.Borders(xlDiagonalDown).LineStyle = xlNone
Selection.Borders(xlDiagonalUp).LineStyle = xlNone
With Selection.Borders(xlEdgeLeft)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlEdgeTop)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlEdgeBottom)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlEdgeRight)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlInsideVertical)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlInsideHorizontal)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
Range("C3").Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
Selection.style = "Percent"
Selection.NumberFormat = "0.0%"
Selection.NumberFormat = "0.00%"
Range("D4").Select
Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
Selection.NumberFormat = "#,##0"

```

```

Range("C3").Select
ActiveWorkbook.Save
End Sub

Public Sub Esthetique_annees()
Feuil5.Select

Range("U3").Select
Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
Selection.Borders(xlDiagonalDown).LineStyle = xlNone
Selection.Borders(xlDiagonalUp).LineStyle = xlNone
With Selection.Borders(xlEdgeLeft)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeTop)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeBottom)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlEdgeRight)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlInsideVertical)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Selection.Borders(xlInsideHorizontal)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = 0
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
Selection.Borders(xlDiagonalDown).LineStyle = xlNone
Selection.Borders(xlDiagonalUp).LineStyle = xlNone
With Selection.Borders(xlEdgeLeft)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlEdgeTop)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlEdgeBottom)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlEdgeRight)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThick
End With
With Selection.Borders(xlInsideVertical)
.LineStyle = xlDouble
.Color = -10477568
.TintAndShade = 0

```

```

        .Weight = xlThick
    End With
    With Selection.Borders(xlInsideHorizontal)
        .LineStyle = xlDouble
        .Color = -10477568
        .TintAndShade = 0
        .Weight = xlThick
    End With
    Range("U4").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
    Selection.NumberFormat = "#,##0"

    Range("U3").Select
    ActiveWorkbook.Save
End Sub

```

## C.7 Interactions-Participation aux Bénéfices - Best Estimate

```

Option Base 1

Public inflation As Double

Public VC_Apres_reinv() As Double

Public VM_Apres_reinv() As Double

Public Al_Apres_reinv() As Double

' *****
Public VC_Apres_rebal() As Double

Public VM_Apres_rebal() As Double

Public Al_Apres_rebal() As Double

Public PMV_rebal() As Double

' *****
Public VC_Apres_var() As Double

Public VM_Apres_var() As Double

Public Revenus() As Double

' *****
Public liquidites_oblig() As Double
Public prestations() As Double
Public solde() As Double

' *****
Public VC_Apres_prest() As Double
Public VM_Apres_prest() As Double

' *****
Public Produits_financiers() As Double
Public charges_placements() As Double
Public taux_charges_placements As Double
Public resultat_financier() As Double
Public PM_debut() As Double
Public PM_fin() As Double
Public charges_de_gestion() As Double
Public penalites() As Double
Public TMG_moyen() As Double
Public IC_actif() As Double
Public resultat_technique() As Double
Public resultat_technico_financier() As Double
Public taux_pb() As Double
Public PB_exercice() As Double
Public PB_N1() As Double
Public PB_N2() As Double
Public PB_N3() As Double
Public taux_cible() As Double
Public PB_cible() As Double
Public PB_a_attribuer() As Double
Public taux_reval() As Double
Public frais_reels() As Double
Public CF() As Double
Public rentabilite_actions() As Double

```

```

Public rentabilite_immobilier() As Double
Public revenu_immobilier() As Double
Public revenu_actions() As Double

Public titre_debut() As Double
Public titre_avant_rebalancement() As Double
Public titre_apres_rebalancement() As Double
Public titre_apres_prestations() As Double
Public Actualisation_act() As Double
Public taux_actuariel() As Double
Public vecteur_coupons() As Double
Public vecteur_remb() As Double
Public vecteur_coup_actualises() As Double
Public vecteur_remb_actualises() As Double
Public vecteur_avant_rebalancement() As Double
Public vecteur_apres_rebalancement() As Double
Public vecteur_apres_prestation() As Double
Public sorties_cf() As Double

Public Sub initialiser_actif()

ReDim VC_Apres_reinv(4, horizon)
ReDim VM_Apres_reinv(4, horizon)
ReDim AL_Apres_reinv(4, horizon)
' *****
ReDim VC_Apres_rebal(4, horizon)
ReDim VM_Apres_rebal(4, horizon)
ReDim AL_Apres_rebal(4, horizon)
ReDim PMV_rebal(4, horizon)
' *****
ReDim VC_Apres_var(4, horizon)
ReDim VM_Apres_var(4, horizon)
ReDim Revenus(4, horizon)
' *****
ReDim liquidites_oblig(horizon)
ReDim prestations(horizon)
ReDim solde(horizon)
' *****
ReDim VC_Apres_prest(4, horizon)
ReDim VM_Apres_prest(4, horizon)
' *****
ReDim Produits_financiers(horizon)
ReDim charges_placements(horizon)
ReDim resultat_financier(horizon)
ReDim PM_debut(horizon)
ReDim PM_fin(horizon)
ReDim charges_de_gestion(horizon)
ReDim penalites(horizon)
ReDim TMG_moyen(horizon)
ReDim IC_actif(horizon)
ReDim resultat_technique(horizon)
ReDim resultat_technico_financier(horizon)
ReDim PB_exercice(horizon)
ReDim PB_N1(horizon + 1)
ReDim PB_N2(horizon + 1)
ReDim PB_N3(horizon + 1)
ReDim taux_cible(horizon)
ReDim PB_cible(horizon)
ReDim PB_a_attribuer(horizon)
ReDim taux_pb(horizon)
ReDim taux_reval(horizon)
ReDim frais_reels(horizon)
ReDim CF(horizon)
ReDim sorties_cf(horizon)

ReDim rentabilite_actions(horizon)

```

```

ReDim rentabilite_immobilier(horizon)
ReDim revenu_immobilier(horizon)
ReDim revenu_actions(horizon)

inflation = Feuil1.Cells(28, "X").Value

End Sub

Public Sub initialiser_actif2()

For i = 5 To 5 + nb_obligations - 1
titre_debut(i - 4) = Feuil9.Cells(i, "G").Value
titre_avant_rebalancement(i - 4, 1) = titre_debut(i - 4)
Next i

PB_N1(1) = Feuil1.Cells(39, "I").Value
PB_N2(1) = Feuil1.Cells(40, "I").Value
PB_N3(1) = Feuil1.Cells(41, "I").Value

For j = 1 To horizon
Al_Apres_rebal(1, j) = 1
Al_Apres_rebal(2, j) = Feuil4.Cells(5, j + 6).Value
Al_Apres_rebal(3, j) = Feuil4.Cells(6, j + 6).Value
Al_Apres_rebal(4, j) = Feuil4.Cells(7, j + 6).Value
taux_pb(j) = Feuil1.Cells(42, "I").Value
Next j

For j = 1 To horizon
rentabilite_actions(j) = Feuil4.Cells(7, j + 59).Value
rentabilite_immobilier(j) = Feuil4.Cells(11, j + 58).Value
revenu_actions(j) = Feuil1.Cells(21, j + 23).Value
revenu_immobilier(j) = Feuil1.Cells(22, j + 23).Value
Next j

End Sub

Public Sub synthese_Actif(j As Integer)

taux_charges_placements = Feuil1.Cells(27, "X").Value

? *****titre_debut*****/
? *****

? *****/
? ***** àAprs érinvestissement *****/
? *****/

If j = 1 Then
VC_Apres_reinv(2, j) = Feuil4.Cells(6, "C").Value
VC_Apres_reinv(3, j) = Feuil4.Cells(7, "C").Value
VC_Apres_reinv(4, j) = Feuil4.Cells(8, "C").Value

```

```

VC_Apres_reinv(1, j) = 0
For i = 2 To 4
VC_Apres_reinv(1, j) = VC_Apres_reinv(1, j) + VC_Apres_reinv(i, j)
Next i

VM_Apres_reinv(2, j) = Feuil4.Cells(6, "B").Value
VM_Apres_reinv(3, j) = Feuil4.Cells(7, "B").Value
VM_Apres_reinv(4, j) = Feuil4.Cells(8, "B").Value

VM_Apres_reinv(1, j) = 0
For i = 2 To 4
VM_Apres_reinv(1, j) = VM_Apres_reinv(1, j) + VM_Apres_reinv(i, j)
Next i

Else

VC_Apres_reinv(2, j) = VC_Apres_prest(2, j - 1)
VC_Apres_reinv(3, j) = VC_Apres_prest(3, j - 1)
VC_Apres_reinv(4, j) = VC_Apres_prest(4, j - 1)
VC_Apres_reinv(1, j) = VC_Apres_prest(1, j - 1)

VM_Apres_reinv(2, j) = VM_Apres_prest(2, j - 1)
VM_Apres_reinv(3, j) = VM_Apres_prest(3, j - 1)
VM_Apres_reinv(4, j) = VM_Apres_prest(4, j - 1)
VM_Apres_reinv(1, j) = VM_Apres_prest(1, j - 1)

For i = 1 To nb_obligations
titre_avant_rebalancement(i, j) = titre_apres_prestations(i, j - 1)
Next i

End If

If VM_Apres_reinv(1, j) = 0 Then

For i = 1 To 4
Al_Apres_reinv(i, j) = 0
Next i

Else

For i = 1 To 4
Al_Apres_reinv(i, j) = VM_Apres_reinv(i, j) / VM_Apres_reinv(1, j)
Next i

End If

' ***** /
' ***** Rebalancement ***** /
' ***** /

VM_Apres_rebal(1, j) = VM_Apres_reinv(1, j)

For i = 2 To 4
VM_Apres_rebal(i, j) = Al_Apres_rebal(i, j) * VM_Apres_reinv(1, j)
Next i

VC_Apres_rebal(1, j) = 0

For i = 2 To 4

If Al_Apres_rebal(i, j) <= Al_Apres_reinv(i, j) Then
VC_Apres_rebal(i, j) = VC_Apres_reinv(i, j) * (1 + (VM_Apres_rebal(i, j) - VM_Apres_reinv(i, j)) /
VM_Apres_reinv(i, j))
Else
VC_Apres_rebal(i, j) = VC_Apres_reinv(i, j) + (VM_Apres_rebal(i, j) - VM_Apres_reinv(i, j))
End If

VC_Apres_rebal(1, j) = VC_Apres_rebal(1, j) + VC_Apres_rebal(i, j)
Next i

PMV_rebal(1, j) = 0
For i = 2 To 4
PMV_rebal(i, j) = (VM_Apres_reinv(i, j) - VC_Apres_reinv(i, j)) - (VM_Apres_rebal(i, j) - VC_Apres_rebal(i, j)
)
PMV_rebal(1, j) = PMV_rebal(1, j) + PMV_rebal(i, j)
Next i

```

```

' *****/
' ***** Variation des cours *****/
' *****/

VM_Apres_var(2, j) = VM_Apres_rebal(2, j) * (1 + rentabilite_actions(j))
VM_Apres_var(3, j) = VM_Apres_rebal(3, j) * (1 + rentabilite_immobilier(j))

For i = 1 To nb_obligations

  If VM_Apres_reinv(4, j) = 0 Then
    titre_apres_rebalancement(i, j) = 0
  Else
    titre_apres_rebalancement(i, j) = titre_avant_rebalancement(i, j) * VM_Apres_rebal(4, j) / VM_Apres_reinv
    (4, j)
  End If

  vecteur_apres_rebalancement(i) = titre_apres_rebalancement(i, j)
  vecteur_coup_actualises(i) = Feuil9.Cells(i + 55, j + 2).Value
  vecteur_remb_actualises(i) = Feuil9.Cells(i + 97, j + 2).Value

'Feuil9.Cells(141 + i, j + 2).Value = titre_avant_rebalancement(i, j)
'Feuil9.Cells(163 + i, j + 2).Value = titre_apres_rebalancement(i, j)

Next i

VM_Apres_var(4, j) = sommeprod2(vecteur_apres_rebalancement(), vecteur_coup_actualises()) + sommeprod2(
  vecteur_apres_rebalancement(), vecteur_remb_actualises())

VM_Apres_var(1, j) = 0
For i = 2 To 4
  VM_Apres_var(1, j) = VM_Apres_var(1, j) + VM_Apres_var(i, j)
Next i

' *****/
' *****/

VC_Apres_var(2, j) = VC_Apres_rebal(2, j)
VC_Apres_var(3, j) = VC_Apres_rebal(3, j)

For i = 1 To nb_obligations
  Actualisation_act(i) = Feuil9.Cells(i + 207, j + 2).Value
Next i

' *****/
VC_Apres_var(4, j) = sommeprod2(Actualisation_act(), vecteur_apres_rebalancement())
' *****/

VC_Apres_var(1, j) = 0
For i = 2 To 4
  VC_Apres_var(1, j) = VC_Apres_var(1, j) + VC_Apres_var(i, j)
Next i

Revenus(2, j) = VM_Apres_rebal(2, j) * revenu_actions(j)
Revenus(3, j) = VM_Apres_rebal(3, j) * revenu_immobilier(j)

For i = 1 To nb_obligations
  vecteur_coupons(i) = Feuil9.Cells(33 + i, j + 2).Value
Next i

' *****/
Revenus(4, j) = sommeprod2(vecteur_apres_rebalancement(), vecteur_coupons())
' *****/

Revenus(1, j) = 0
For i = 2 To 4
  Revenus(1, j) = Revenus(1, j) + Revenus(i, j)
Next i

' *****/
' ***** àAprs prestation *****/

```

```

'*****/
For i = 1 To nb_obligations
vecteur_remb(i) = Feuil9.Cells(i + 75, j + 2).Value
Next i

liquidites_oblig(j) = sommeprod2(vecteur_apres_rebalancement(), vecteur_remb())

solde(j) = liquidites_oblig(j) + Revenus(1, j) - prestations(j)

If solde(j) >= 0 Then

VM_Apres_prest(2, j) = VM_Apres_var(2, j) + A1_Apres_rebal(2, j) * solde(j)
VM_Apres_prest(3, j) = VM_Apres_var(3, j) + A1_Apres_rebal(3, j) * solde(j)
VM_Apres_prest(4, j) = VM_Apres_var(4, j) + A1_Apres_rebal(4, j) * solde(j)

Else

For i = 2 To 4

If VM_Apres_var(i, j) + A1_Apres_rebal(i, j) * solde(j) >= 0 Then
VM_Apres_prest(i, j) = VM_Apres_var(i, j) + A1_Apres_rebal(i, j) * solde(j)
Else
VM_Apres_prest(i, j) = 0
End If

Next i

End If

VM_Apres_prest(1, j) = 0
For i = 2 To 4
VM_Apres_prest(1, j) = VM_Apres_prest(1, j) + VM_Apres_prest(i, j)
Next i

VC_Apres_prest(1, j) = 0
For i = 2 To 4

If solde(j) >= 0 Then
VC_Apres_prest(i, j) = VC_Apres_var(i, j) + A1_Apres_rebal(i, j) * solde(j)
Else
If VM_Apres_var(i, j) = 0 Then
VC_Apres_prest(i, j) = VC_Apres_var(i, j)
Else
VC_Apres_prest(i, j) = VC_Apres_var(i, j) + ((VM_Apres_prest(i, j) - VM_Apres_var(i, j)) / VM_Apres_var(i, j)) * VC_Apres_var(i, j)
End If
End If

VC_Apres_prest(1, j) = VC_Apres_prest(1, j) + VC_Apres_prest(i, j)
Next i

For i = 1 To nb_obligations

If VM_Apres_var(4, j) = 0 Then
titre_apres_prestations(i, j) = 0
Else
titre_apres_prestations(i, j) = titre_apres_rebalancement(i, j) * VM_Apres_prest(4, j) / VM_Apres_var(4, j)
End If

'Feuil9.Cells(185 + i, j + 2).Value = titre_apres_prestations(i, j)

Next i

'*****/
'***** Produits Financiers *****/
'*****/
Produits_financiers(j) = PMV_rebal(1, j) + Revenus(1, j)
taux_charges_placements = taux_charges_placements '*****
charges_placements(j) = taux_charges_placements * VM_Apres_reinv(1, j)
resultat_financier(j) = Produits_financiers(j) - charges_placements(j)
charges_de_gestion(j) = (frais_de_gestion / taux_pb(j)) * PM_fin(j)

resultat_technique(j) = IC_actif(j) + penalites(j) - (prestations(j) + charges_de_gestion(j) + (PM_fin(j) - PM_debut(j)))
resultat_technico_financier(j) = resultat_financier(j) + resultat_technique(j)

```



## C.8 Projections globales - Simulations des simulations

```

Public nb_scenarii As Integer
Public scenario As Integer

Sub Solvency_II()
Application.Calculation = xlCalculationManual
Application.ScreenUpdating = False

temps_debut = Now()
horizon = 50

Call initialiser_passif
Call initialiser_actif
Call obligations.projection_obligations
Call initialiser_actif2

nb_scenarii = InputBox("Veuillez renseigner le nombre de scénarii!")

For z = 1 To 1000

Call actions.simulation
Application.Calculation = xlCalculationManual

Feuil14.Select
Range("A1:CW2000").ClearContents
Cells(1, 1).Value = "éAnne"
annee_projection = Year(Feuil1.Cells(7, "D").Value)

For i = 1 To horizon
Cells(i + 1, "A").Value = i + annee_projection
Next i

For scenario = 1 To nb_scenarii

Application.StatusBar = "éScenario no " & scenario & " BE no " & CStr(z)
Application.Calculation = xlCalculationManual

Feuil14.Cells(1, scenario + 1).Value = "éScenario " & CStr(scenario)

For s = 1 To horizon
Feuil4.Cells(6, 58 + s).Value = Feuil10.Cells(scenario + 7, s + 6).Value

If s <> 1 Then
Feuil4.Cells(7, 58 + s).Value = (Feuil4.Cells(6, 58 + s).Value - Feuil4.Cells(6, 57 + s).Value) / Feuil4.Cells
(6, 57 + s).Value
End If

Next s

Call Projection_passif.Projection_passif

Next scenario
Application.Calculation = xlCalculationAutomatic

Feuil14.Select
Cells(z + 1, "DD").Value = Cells(2, "DA").Value
Next z

Feuil14.Select
Cells(1, 1).Select

temps_fin = Now()

duree_calcul = DateDiff("s", temps_debut, temps_fin, vbUseSystemDayOfWeek)

If duree_calcul >= 60 Then
MsgBox "Nice try^^! Le temps de calcul est de " & CStr(CInt(duree_calcul / 60)) & " minute(s)", vbInformation
Else
MsgBox "Nice try^^! Le temps de calcul est de " & CStr(CInt(duree_calcul)) & " seconde(s)", vbInformation
End If

Application.ScreenUpdating = True
Application.Calculation = xlCalculationAutomatic

End Sub

```

# Index

## A

AXA ASSURANCE MAROC, 9

## B

Best Estimate, 19, 20, 31, 66, 73–75, 107

Black & Scholes, 56

Box

Jenkins, 47

Box Muller, 31

BSCR, 24–26, 28, 30, 31, 77

## C

CIR, 45, 92

## E

EDS, 43, 44, 82

Estimation, 44, 47, 48

## M

MCR, 21

Modèle

Interne, 7, 21, 31, 52, 74, 77–79

Standard, 7, 19, 21, 52, 74, 79

## Q

QIS, 19, 74, 75, 77

## R

Retraite, 34

## S

Séries chronologiques, 48

SCR, 20

Solvabilité II, 16

Stochastique, 43, 44, 47, 82

## T

Test de

Bartlet, 47, 83

Box

Ljung, 47, 48, 83

Pierce, 47, 48, 83

Breusch-Pagan, 85

Dickey-Fuller-Augmentés, 84

Durbin-Watson, 48, 85

Goldfeld & Quandt, 58, 85

Jarque Bera, 58, 85

## V

Vasiček, 43, 44

VBA, 87