

ROYAUME DU MAROC  
\*.\*.\*.\*.\*  
HAUT COMMISARIAT AU PLAN  
\*.\*.\*.\*.\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

**INSEA**



**Projet de Fin d'études  
2008 - 2009**

**Etude de Solvabilité et de Rentabilité d'un  
produit Epargne sous les normes  
« Solvabilité II »**

Préparé par : **Laila CHEIKHANI**

Sous la direction de : **Mr. Kamal BENCHEKROUN (INSEA)**  
**Mr. Ahmed SERHROUCHNI (RMA WATANYA)**

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

***Diplôme d'Ingénieur d'Etat***

**Option : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- **Mr. Kamal BENCHEKROUN (INSEA)**
- **Mr. Said Ramadan NSIRI (INSEA)**
- **Mr. Ahmed SERHROUCHNI (RMA WATANYA)**

**Juin 2009**



## *Résumé*

Sous la nouvelle réforme « Solvabilité II », les compagnies d'assurances sont appelées à mettre en place un dispositif efficace de gestion des risques. L'objectif est de mieux adapter les fonds propres exigés des compagnies d'assurances avec les risques qu'elles encourent dans leurs activités.

L'objectif de ce projet est d'une part, estimer les capitaux réglementaires de « solvabilité II » pour le produit d'épargne « Crescendo » de la RMA Watanya selon l'approche standard et ce, en appliquant les spécifications techniques de la quatrième étude d'impact (QIS4) et élaborer un modèle interne se basant sur des techniques de modélisation stochastique de l'actif et du passif. Le modèle interne vise une optimisation de l'allocation en fonds propres, en effet le capital de solvabilité requis (SCR), pour chaque module de risque, s'est avéré inférieur à celui calculé par l'approche standard.

D'autre part, ce projet vise à étudier la rentabilité du produit et ce, en calculant le gain réalisé par la compagnie depuis la première année de la commercialisation du produit et en évaluant la pénalité du rachat ainsi que le tarif appliqué pour la garantie décès. Les résultats de cette analyse montrent que le produit est très rentable et permet à l'entreprise de réaliser des gains que ça soit au niveau du rendement de l'investissement de l'épargne des assurés ou au niveau des tarifs appliqués aux options du produit.

**Mots clés :** Capital de solvabilité, modélisation stochastique, Provisions, Rentabilité, Risques, simulation, Solvabilité II.

## *Dédicace*

A mes très chers parents,  
Leur amour et affection m'ont permis de  
surmonter toutes les épreuves difficiles de ma  
vie

A mon très aimable mari,  
Pour son grand soutien et l'intérêt qu'il a porté  
à mon travail

A ma sœur Sara et mon petit frère Youssef

A la mémoire de mon cher grand père...  
Ses prestigieux conseils resteront toujours  
gravés dans ma mémoire

A toute ma famille & tous mes amis.

Laila Cheikhani.

## *Remerciement*

Au terme de ce travail, je tiens à remercier vivement **Mr. Ahmed SERHROUCHNI**, Directeur Risk Management de la RMA WATANYA, pour m'avoir offert l'opportunité d'effectuer mon stage au sein de sa direction, pour sa disponibilité et l'intérêt qu'il a porté à mon travail et sa contribution à la réalisation de ce projet.

J'adresse également un grand remerciement à mon professeur **Mr. Kamal BENCHEKROUN**, pour l'effort particulier qu'il a déployé, pour sa disponibilité, son aide prestigieuse, ses conseils et ses encouragements permanents.

Je tiens à remercier aussi le Directeur Général de la **RMA Watanya Mr T.DRHIMEUR** pour l'intérêt particulier qu'il a porté à ce projet, pour ses encouragements et sa disponibilité.

Je remercie également **Mr Y.LHALOUANI, Mme A.BENJELLOUN, M S. ABAID, Mr H.ABOUAYOUB, Mlle A.DAOUDI** pour leur soutien et pour toute l'aide qu'ils m'ont apportée.

Je conserve un remerciement spécial au Professeur **Mr. Said Ramadan NSIRI** pour avoir accepté d'être membre du jury.

Une sincère reconnaissance à tous les enseignants de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée pour leurs efforts et pour la formation qu'ils nous ont inculquée le long de nos études au sein de cet institut.

## *Table des matières*

Table des matières .....	- 6 -
Liste des abréviations .....	- 6 -
Liste des figures .....	- 7 -
Liste des tableaux .....	- 8 -
Introduction Générale.....	- 9 -
<b>CHAPITRE 1 : PRESENTATION DE L'ORGANISME D'ACCUEIL .....</b>	<b>- 10 -</b>
I Historique .....	- 11 -
II Fiche technique : .....	- 11 -
III Chiffres clés de la compagnie : .....	- 12 -
<b>CHAPITRE 2 : PROBLEMATIQUE ET CONCEPTS FONDAMENTAUX .....</b>	<b>- 15 -</b>
I La notion du risque.....	- 16 -
I.1 Le risque de souscription .....	- 16 -
I.2 Le risque de contrepartie.....	- 17 -
I.3 Le risque opérationnel.....	- 17 -
I.4 Le risque de marché .....	- 17 -
I.5 Le risque de taux .....	- 18 -
II La problématique de solvabilité .....	- 18 -
II.1 Définition .....	- 18 -
II.2 De Solvabilité I à Solvabilité II.....	- 18 -
II.3 La réforme « Solvabilité II ».....	- 19 -
<b>CHAPITRE 3 : APPROCHE MODELE STANDARD .....</b>	<b>- 23 -</b>
I Présentation du produit « CRESCENDO ».....	- 24 -
II Le Passif sous « Solvabilité II » .....	- 26 -
II.1 Le Best Estimate .....	- 27 -
II.2 Le Capital de Solvabilité Requis « SCR ».....	- 42 -
II.3 Marge de risque.....	- 56 -
<b>CHAPITRE 4 : APPROCHE MODELE INTERNE.....</b>	<b>- 59 -</b>
I Modélisation stochastique du Passif .....	- 60 -
I.1 Les flux futurs du passif :.....	- 60 -
I.2 Modélisation des provisions techniques : .....	- 62 -
I.3 Best Estimate & SCR <sub>sous-vie</sub> : .....	- 65 -
II Modélisation stochastique de l'actif :.....	- 66 -
II.1 Modélisation du fonds d'actions :.....	- 66 -
I.2 Modélisation du fonds obligataire .....	- 69 -
I.3 SCR marché : .....	- 75 -
I.4 Basic SCR, SCR <sub>op</sub> et Marge de Risque : .....	- 76 -
<b>CHAPITRE 5 : ETUDE DE RENTABILITE DU PORTEFEUILLE .....</b>	<b>- 78 -</b>
I Statistiques descriptives du produit :.....	- 79 -
II La rentabilité du produit :.....	- 83 -
II.1 Rentabilité des versements :.....	- 83 -
II.2 Evaluation et Tarifications des options du produit : .....	- 85 -
Conclusion Générale .....	- 93 -
Bibliographie.....	- 95 -
Annexes.....	- 96 -

## *Liste des abréviations*

ACAM	:	Autorité de Contrôle des Assurances et des Mutuelles
BE	:	Best Estimate
BSCR	:	Basic SCR
CEIOPS	:	Comitee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors.
CRD	:	Capital Requirements Directive
DAPS	:	Direction des assurances et de la prévoyance sociale
QIS	:	Quantitative Impact Studies
TMG	:	Taux Minimum Garantit
SCR	:	Solvency Capital Requirement
VaR	:	Value at Risk
VB	:	Visuel basic.

## Liste des figures

Figure 1: Fiche technique de la RMA Watanya .....	- 11 -
Figure 2 : Evolution de la part du marché de RMA Watanya.....	- 12 -
Figure 3 : Evolution des primes émises en vie & non vie.....	- 13 -
Figure 4 : Evolution des primes émises en assurance vie .....	- 13 -
Figure 5 : Répartition des primes émises de la branche vie en 2007 .....	- 14 -
Figure 6: Le dispositif de Solvabilité II .....	- 20 -
Figure 7: Le passif sous Solvabilité II.....	- 26 -
Figure 8: Algorithme des sorties .....	- 29 -
Figure 9: Exemple d'un axe discriminant.....	- 35 -
Figure 10: Schéma de calcul du SCR.....	- 42 -
Figure 11: Cartographie des risques « Crescendo » .....	- 44 -
Figure 12: Courbe des taux .....	- 51 -
Figure 13: Flux du passif.....	- 60 -
Figure 14: VaP à 99,5% (fonction de densité de la loi normale) .....	- 63 -
Figure 15: Distribution du Best Estimate .....	- 65 -
Figure 16: Evolution du Masi et de l'indice actions de RMA .....	- 67 -
Figure 17: Evolution stochastique du Fonds d'actions .....	- 69 -
Figure 18: Evolution du taux long.....	- 73 -
Figure 19: Evolution du Rendement moyen du fonds.....	- 74 -
Figure 20: Evolution stochastique du Fonds obligataire .....	- 74 -
Figure 21: Simulation du rendement futur de l'actif .....	- 75 -
Figure 22: Chiffre d'affaire "Crescendo" .....	- 79 -
Figure 23: taux de rendement servi .....	- 80 -
Figure 24: La courbe de Lorenz .....	- 82 -
Figure 25: l'Epargne revalorisée par le taux de rendement de l'actif et par les taux servis. -	83 -

## Liste des tableaux

Tableau 1: Résultats de l'exercice 2008 .....	- 14 -
Tableau 2: Les variables de la base de données .....	- 32 -
Tableau 3: Récapitulatif du traitement des observations.....	- 32 -
Tableau 4: Les variables dans l'équation .....	- 33 -
Tableau 5: Tableau de classement.....	- 34 -
Tableau 6: Test d'égalité des moyennes .....	- 37 -
Tableau 7: Résultats de la méthode pas à pas .....	- 38 -
Tableau 8: Le test de Box.....	- 39 -
Tableau 9: Coefficients de la fonction discriminante.....	- 39 -
Tableau 10: Les résultats du classement .....	- 40 -
Tableau 11: Echantillon du BE par contrat .....	- 41 -
Tableau 12: Matrice de corrélation SCR - Source: QIS 4.....	- 44 -
Tableau 13: Matrice de corrélation SCR vie - Source: QIS 4.....	- 46 -
Tableau 14: Matrice de corrélation SCR marché - Source: QIS 4.....	- 49 -
Tableau 15: Les structures par terme modifiées des taux d'intérêts ; source :QIS4.....	- 51 -
Tableau 16: les coefficients de corrélation taux-action.....	- 53 -
Tableau 17: corrélation entre le module de risque marché et souscription vie .....	- 54 -
Tableau 18: Répartition des contrats par durée résiduelle .....	- 61 -
Tableau 19: Récapitulatif du modèle de régression .....	- 71 -
Tableau 20: les coefficients du modèle .....	- 71 -
Tableau 21: Tableau ANOVA.....	- 72 -
Tableau 22: caractéristiques générales du produit .....	- 80 -
Tableau 23: Composition du portefeuille par durée de contrat .....	- 80 -
Tableau 24: Composition selon le sexe des épargnants .....	- 81 -
Tableau 25: Composition par classe d'âge .....	- 81 -
Tableau 26: Evolution du S/P.....	- 85 -
Tableau 27: La prime unique de la garantie décès .....	- 87 -
Tableau 28: la prime annuelle de décès .....	- 88 -
Tableau 29: La prime annuelle pour le plafond .....	- 89 -
Tableau 30: La pénalité de rachat par durée de contrat et par durée écoulée.....	- 91 -
Tableau 31:La pénalité de rachat par durée de contrat.....	- 91 -

# *Introduction Générale*

Le Maroc a connu une progression remarquable sur le plan économique au cours des dernières années, et cela grâce à plusieurs stratégies de développement dans différents secteurs notamment le secteur des assurances qui constitue un élément très important dans l'épanouissement de l'investissement et la relance du cycle économique.

Pour rendre ce secteur plus dynamique et plus efficace, un effort important, en matière de réglementation, a été réalisé par le ministère de l'Economie et des Finances en vue de s'aligner sur les meilleurs standards et normes internationaux, ce qui permettra une meilleure absorption des risques auxquels sont confrontées les différentes compagnies d'assurance et évitera toutes augmentations des tarifs.

Parmi les nouveautés de la Direction des assurances et de la prévoyance sociale (DAPS) en termes de réforme réglementaire, la diffusion d'une circulaire qui préfigure l'avènement de Solvency II au Maroc. Cette réforme détermine les exigences quantitatives à respecter, notamment sur l'harmonisation des provisions et l'instauration de minima de fonds propres et prévoit la mise en place d'un système de contrôle interne, visant à renforcer la sécurité des transactions ainsi que la solvabilité des compagnies d'assurance via une couverture plus exhaustive des risques.

Le présent travail intitulé «Etude de Solvabilité & de Rentabilité d'un produit Epargne sous les normes Solvency II », a été mené dans la perspective de mettre en place dans un premier temps, un modèle standard en appliquant les spécifications techniques de la quatrième étude d'impact de solvabilité II et dans un second, d'élaborer un modèle stochastique interne permettant de renforcer la couverture aux risques d'une façon optimale et en respectant les normes de Solvency II.

Le premier chapitre de ce travail a été consacré à la présentation de la compagnie d'assurance RMA WATANYA.

Le second chapitre présente les différentes notions qui constituent la problématique majeure de ce travail, à savoir la notion du risque, la notion de solvabilité ainsi qu'une présentation de la réforme « solvabilité II ».

Le troisième chapitre est consacré à l'application de l'approche standard de « solvabilité II », en se basant sur les spécifications techniques de la quatrième étude d'impact de solvabilité (QIS 4), concernant les modes de calcul des exigences en capital de solvabilité, à savoir le Best Estimate, les capitaux de solvabilité requis (SCR) pour chaque module de risque et la Marge de Risque.

Le quatrième chapitre a pour objectif de mettre en place un modèle interne permettant d'estimer les capitaux de solvabilité en se basant sur les techniques de modélisation stochastique du passif et de l'actif représentatifs du produit étudié.

En fin, le cinquième chapitre abordera l'aspect rentabilité du produit et ce, en évaluant les différentes sources de gain présentes au niveau du produit.

# ***CHAPITRE 1 : PRESENTATION DE L'ORGANISME D'ACCUEIL***

---

## ***I Historique***

- 1949 : Création de la *Royale Marocaine d'Assurances*
- Janvier 2001 : Absorption de l'*Alliance Africaine* par *Al Wataniya*
- Janvier 2005 : Rapprochement de la Royale Marocaine d'Assurances et d'Al Wataniya, donnant naissance au Numéro 1 de l'assurance au Maroc, RMA Watanya

La **RMA WATANYA** se positionne actuellement comme la première compagnie d'assurance au Maroc, ayant opté pour un actionariat constitué par une majorité marocaine avec la présence de quelques investisseurs étrangers dans son capital. Le groupe *Finance.com* de Othman Benjelloun, y joue un rôle capital. Acquis au prix fort (3.4 milliard de dirhams) en 1999 par Othman Benjelloun à l'assureur français Groupama, les deux compagnies d'assurances, Al Watanya et l'Alliance Africaine, ont fondu dans une seule entité, la RMA Watanya qui s'adjuge désormais une part de marché de 23% devançant de loin Axa Assurance Maroc et bien d'autres compagnies à l'actionariat prestigieux.

## ***II Fiche technique :***

<b><u>Forme juridique</u></b>	<u>Société anonyme</u>
<b><u>Siège social</u></b>	20 000 <u>Casablanca</u> 83, avenue de l'armée royale <u>Maroc</u>
<b><u>Activité(s)</u></b>	Assurances et services financiers ("Protection financière")
<b><u>Produit(s)</u></b>	Assurance vie, assurance dommages et gestion d'actifs
<b>Effectif</b>	800
<b><u>Site d'entreprise</u></b>	<u>rmawatanya.com</u>
<b><u>Fonds propres</u></b>	▲ 5,80 milliards de <u>MAD</u>
<b><u>Chiffre d'affaires</u></b>	▲ 3,06 milliards de <u>MAD</u>
<b><u>Résultat net</u></b>	▲ 574 millions de <u>MAD</u>

Figure 1: Fiche technique de la RMA Watanya

📁 Les Principales catégories de risques assurés :

- Vie : 26%
- Automobile : 24%
- Accident, Responsabilités et Risques : 20%

📁 Les principaux produits :

- Assurance train de vie familial Iltizam
- Assurance décès incapacité invalidité et maladie maternité
- Assurance globale santé assurance temporaire au décès
- Epargne retraite Kenz
- Assurance Kenz Entreprise
- Epargne éducation Tawfik
- Crescendo & Epargne Plus

### III Chiffres clés de la compagnie :

✓ Evolution de la part du marché de la compagnie :

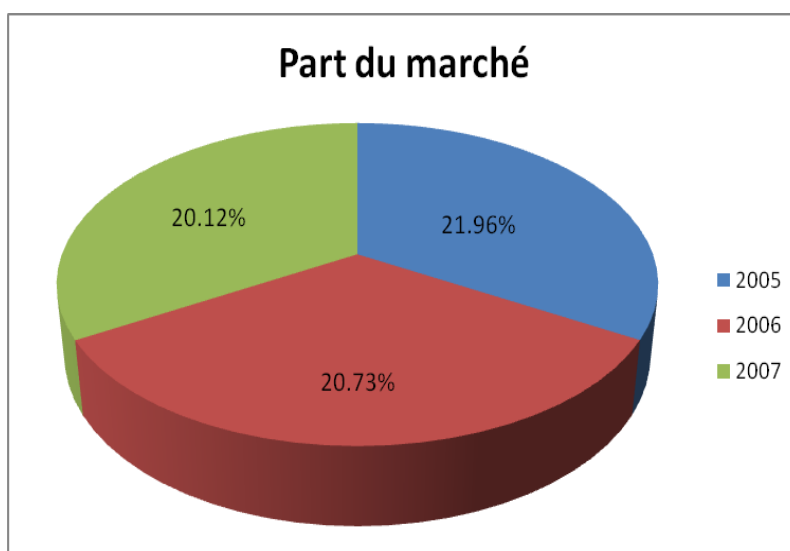


Figure 2 : Evolution de la part du marché de RMA Watanya

La part de la compagnie dans le marché de l'assurance n'a pas beaucoup fluctué pendant la période 2005-2007, elle préserve un niveau de 21% de la globalité du chiffre d'affaire du secteur au Maroc, un niveau lui permettant de garder sa position de leader dans son secteur.

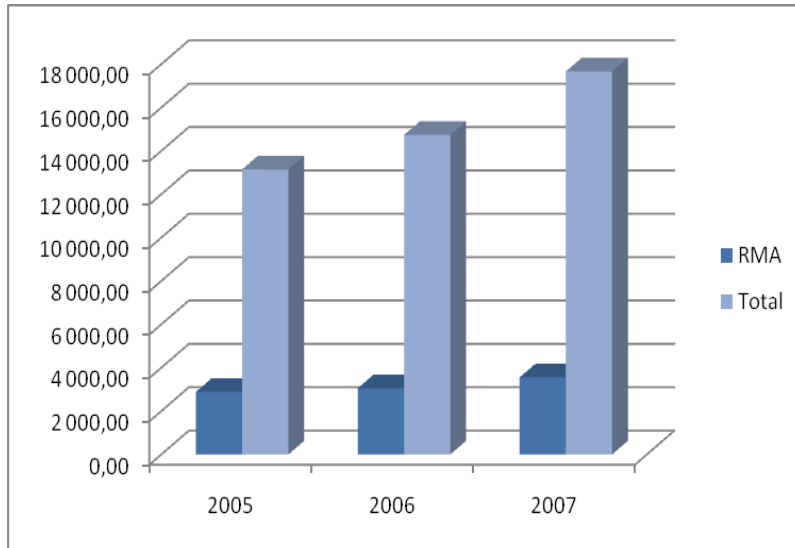


Figure 3 : Evolution des primes émises en vie & non vie

Les primes émises par la compagnie en assurance vie et non vie ont connu une augmentation remarquable au fil des trois années, ceci dit on constate que sa part dans le marché marocain diminue. En effet la compagnie détenait une part importante du marché en 2005 avec presque 22%, cette part a connue une légère dégradation dans les années qui suivent sans que cela affecte sa position de leader.

Dans ce travail nous nous intéresserons en particulier à la branche d'assurance vie, voici alors quelques chiffres de la compagnie relatives à ce secteur d'activité :

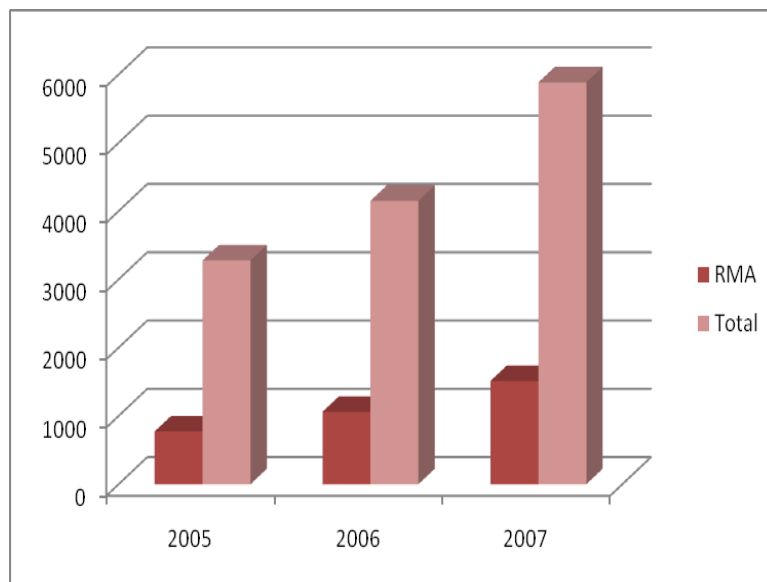


Figure 4 : Evolution des primes émises en assurance vie

Dans le secteur de l'assurance vie, on constate que la part de la RMA Watanya dans le marché est presque stable dans un niveau de 25% et depuis 2006 Wafa Assurance détient la plus grande part du marché dans ce secteur avec une part de 36% en 2007.

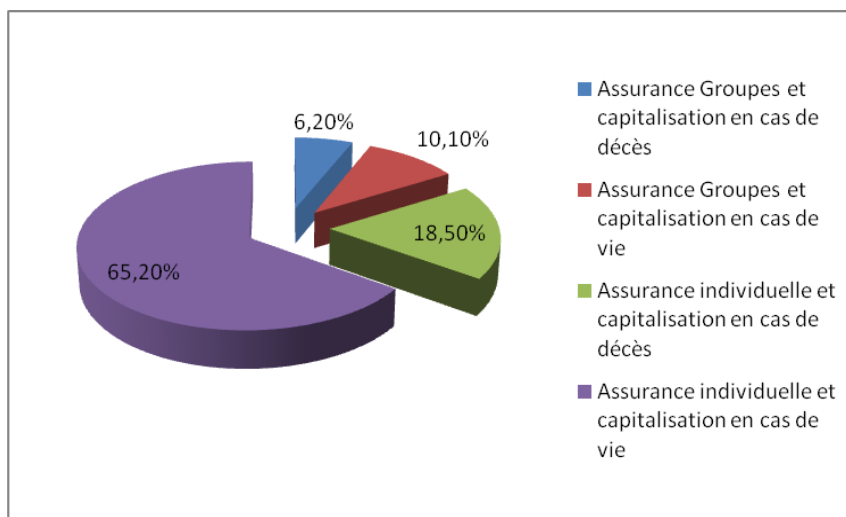


Figure 5 : Répartition des primes émises de la branche vie en 2007

L'assurance individuelle en cas de vie occupe la plus grande place dans les primes émises, suivie en deuxième rang de l'assurance de groupe qui occupe une place moins importante ne dépassant pas un niveau de 18.5%. ce constat reste valable pour l'ensemble du secteur de l'assurance au Maroc.

NB. Source des graphes : Fédération Marocaine des sociétés d'Assurance et de Réassurance

✓ **Résultats 2008 :**

	Montant en millions	Positionnement
Total Bilan	26805	1 <sup>ère</sup>
Fonds Propres	5161	1 <sup>ère</sup>
Total de Placements	21477	1 <sup>ère</sup>
Chiffre d'affaires Total	4001	2 <sup>ème</sup>
Marge de Solvabilité	989%	1 <sup>ère</sup>

Tableau 1: Résultats de l'exercice 2008

D'après le tableau ci-dessus on peut conclure que la RMA WATANYA maintient globalement son leadership, malgré le fait qu'elle soit classée 2<sup>ème</sup> au niveau du chiffre d'affaires total après Wafa assurance.

Par ailleurs son chiffre d'affaires s'est accru en enregistrant une augmentation de 12,6%. Cette croissance est tirée également par les activités Vie et Non Vie. En effet, l'assurance vie représente 42% de l'activité de la compagnie. Pour le 2<sup>ème</sup> exercice consécutif, le résultat net de la compagnie dépasse le milliard de dirhams en enregistrant un chiffre de 1 064 191 364 DH en 2008.

## ***CHAPITRE 2 : PROBLEMATIQUE ET CONCEPTS FONDAMENTAUX***

---

La maîtrise et la gestion des risques est devenue la priorité majeure des assureurs, en effet l'impact de leur survenance peut se répercuter très négativement sur l'équilibre de la compagnie voir même menacer sa solvabilité. Dans ce chapitre, nous allons présenter dans un premier temps les risques liés à l'activité de l'assurance et dans un second temps nous allons aborder la problématique majeure du projet à savoir la « solvabilité » de l'assureur.

## ***I La notion du risque***

La première définition scientifique du risque a été énoncée par Daniel Bernoulli, en 1738 : « le risque est l'espérance mathématique d'une fonction de probabilité d'événements ». En termes plus simples, il s'agit de la valeur moyenne des conséquences d'événements affectés de leur probabilité. En pratique un "risque" est un événement dont l'arrivée aléatoire, est susceptible de causer un dommage aux personnes ou aux biens ou aux deux à la fois. Dans les relations conventionnelles, l'imprévisibilité qui porte à la fois sur la survenance et sur les conséquences d'un événement, constitue le fondement de l'engagement de l'assureur et de son client, et aussi le fondement de l'engagement du rentier envers son débiteur et réciproquement.

Les risques liés à l'activité de l'assurance sont principalement : le risque de souscription, le risque de contrepartie, le risque opérationnel, le risque de liquidité et le risque de marché.

### ***I.1 Le risque de souscription***

Le risque de souscription est le risque résultant de la souscription de contrats d'assurance vie, qui est associé aux risques couverts et aux procédures suivies dans la gestion de l'activité.

Le risque de souscription vie est composé des risques biométriques (risque de mortalité, risque de longévité et risque d'invalidité/de morbidité), du risque de rachat, du risque de dépenses, du risque de révision et du risque de catastrophe.

Le risque de souscription non vie a trait aux incertitudes relatives aux résultats des souscriptions de l'assureur. Ces incertitudes concernent :

- le montant et le moment des règlements de sinistres liés aux passifs existants ;
- le volume d'affaires qui sera souscrit et les taux de prime auxquels il sera souscrit ;
- les taux de prime qui seraient nécessaires pour couvrir les passifs engendrés par les affaires souscrites.

Le métier de base d'une entreprise d'assurance consiste à accepter des risques de souscription par le biais de polices d'assurances. L'assureur a tout intérêt à constituer un portefeuille diversifié. Ainsi, pour une bonne diversification, les assureurs:

- constituent des portefeuilles importants et homogènes ;
- souscrivent des risques dans plusieurs branches ;
- contrôlent le cumul des risques afin d'éviter une surexposition aux facteurs de risques qui ont des incidences sur plusieurs polices ou plusieurs branches ;
- se réassurent auprès d'un organisme spécialisé.

## ***1.2 Le risque de contrepartie***

Le risque de contrepartie est le risque de pertes résultant d'une défaillance imprévue ou d'une dégradation de la note de crédit des contreparties ou des débiteurs de contrats de réduction des risques, tels que des dispositifs de réassurance, des titrisations et des dérivés, ainsi que des créances auprès d'intermédiaires, et de tout autre exposition de crédit non couverte dans le sous-module Risque de spread.

## ***1.3 Le risque opérationnel***

Le risque opérationnel est le risque de perte résultant de procédures internes inadaptées ou défaillantes, du personnel ou des systèmes, ou d'événements extérieurs. Il comprend également les risques juridiques, mais il exclut les risques de réputation et les risques résultant de décisions stratégiques. Le module Risque opérationnel tient compte des risques opérationnels non explicitement couverts dans d'autres modules de risque.

## ***1.4 Le risque de marché***

Le risque de marché est le risque de perte lié aux variations de la valeur des actifs. Il existe de nombreux types d'actifs et une quantité presque infinie de produits financiers qui tous sont exposés à ce genre de risque.

C'est un risque résultant du niveau ou de la volatilité des cours des instruments financiers. L'exposition au risque de marché est mesurée par l'impact des variations des variables financières telles que les cours des actions, les taux d'intérêt, les cours de l'immobilier, les taux de change, et le spread de signature des instruments de taux sur la valeur de l'actif net de l'entreprise d'assurance.

Les assureurs sont soumis au risque de marché. En effet leur actif est composé en grande partie d'actifs financiers et de durée supérieure à un an dans beaucoup de cas. La méthode la plus couramment utilisée pour évaluer et neutraliser le risque de marché (parmi les méthodes applicables à l'ensemble d'un portefeuille comprenant des actifs à revenu fixe et des actifs à revenu variable), est celle de la valeur en risque (Value at Risk (VaR)).

## ***1.5 Le risque de taux***

Le risque de taux d'un actif financier (respectivement passif financier) est la variation du prix ou de la valorisation de cet actif (respectivement passif) résultant d'une variation des taux d'intérêt. En assurance vie, l'assureur court en plus le risque du taux d'intérêt. En effet, l'assureur garantit un taux minimum qui est fixé par la réglementation, pour y faire face, les placements affectés aux opérations d'assurances doivent générer un taux de rendement supérieur au taux garanti.

## ***II La problématique de solvabilité***

### ***II.1 Définition***

La solvabilité est le fait de pouvoir assurer l'avenir à relativement long terme sans se trouver en défaut de paiement. C'est la capacité d'une entreprise à répondre à ses échéances financières, à tout moment.

La compagnie d'assurance doit pouvoir faire face à ses engagements à une période future ; elle doit être solvable et ne pas faire faillite dans l'intervalle. C'est pourquoi l'État régleme traditionnelement le secteur des assurances, pour assurer cette solvabilité.

### ***II.2 De Solvabilité I à Solvabilité II***

Solvabilité II remplace les exigences de marge de 4 % pour les fonds en euros et de 1 % sur les unités de compte par un système à deux étages : l'exigence minimale de capital (ou MCR) et l'exigence de capital cible (ou SCR). Le second étage détermine le niveau de ruine acceptable conduisant à dimensionner les fonds propres pour obtenir une probabilité de ruine à un an équivalent à 0,5 %. Pour ce calcul, les assureurs peuvent utiliser un modèle standard ou interne.

La différence principale entre Solvabilité II et Solvabilité I, qui correspond aux normes actuelles, se trouve essentiellement au niveau du besoin en capitaux propres. Actuellement déterminé par rapport aux provisions, celui-ci va varier avec le futur référentiel selon l'allocation d'actifs. Plus celle-ci est risquée, plus le besoin de fonds propres sera important.

- Solvabilité I:
  - Evaluation du risque dans les provisions techniques avec une charge en capital forfaitaire.
  - On « mesure » donc plutôt le risque dans les provisions (coût de règlement)
- Solvabilité II:
  - Evaluation du risque dans les provisions : « best Estimate » et marge de risque.

- Discrimination de la charge en capital en fonction de la volatilité des risques (avec un seuil de ruine 99,5% à un an).

→ On mesure donc le risque à la fois dans les provisions et dans le capital.

Les faiblesses de la directive « solvabilité I » sont liées :

- Au fait que les exigences en matière de solvabilité sont quantifiées forfaitairement sur base des certains niveaux d'activités (primes, sinistralité, provisions) sans prise en compte de l'impact des différentes catégories de risques auxquels est confrontée chaque entreprise d'assurances ;
- A l'absence de cohérence du régime en place avec les approches retenues dans le cadre de l'élaboration des normes comptables internationales consacrant l'évaluation des provisions techniques sur les risques ;
- A l'absence de prise en compte de la structure et du fonctionnement du groupe auquel appartient l'entreprise d'assurances ;
- A l'absence d'harmonisation des règles au niveau européen : en effet, Solvabilité I fixe des seuils d'exigence planchers qui peuvent être renforcés par les Etats de l'union européenne, engendrant ainsi des différences concurrentielles au sein du marché européen.

Ainsi Solvabilité II constitue une révolution dans la régulation et la supervision du secteur, qu'il s'agisse des provisions techniques, des obligations financières définies dans le premier pilier des pratiques de gestion et de supervision qui font l'objet du deuxième pilier, ou du « reporting » et des nécessités de communication définies dans le troisième pilier. Ceci sera exposé en détail dans le paragraphe suivant.

### ***II.3 La réforme « Solvabilité II »***

Solvabilité II est un projet de réforme européenne de la réglementation prudentielle s'appliquant au secteur de l'assurance. Dans la lignée de Bâle II pour les banques, son objectif est d'encourager les organismes à mieux connaître et évaluer leurs risques notamment en adaptant les exigences réglementaires aux risques que les entreprises encourent dans leur activité. Cette réforme vise à améliorer la protection des assurés, la compétitivité de l'industrie européenne et l'intégration du marché unique européen. Pour cela il était juger nécessaire de moderniser et harmoniser le régime prudentiel de l'assurance, sur la base d'une évaluation économique des risques.

Dans cette partie, il est question de présenter le projet Solvabilité II dans son ensemble et de faire le point sur les différentes études qui ont été réalisées dans ce cadre.

### II.3.1 Le dispositif « Solvabilité II »

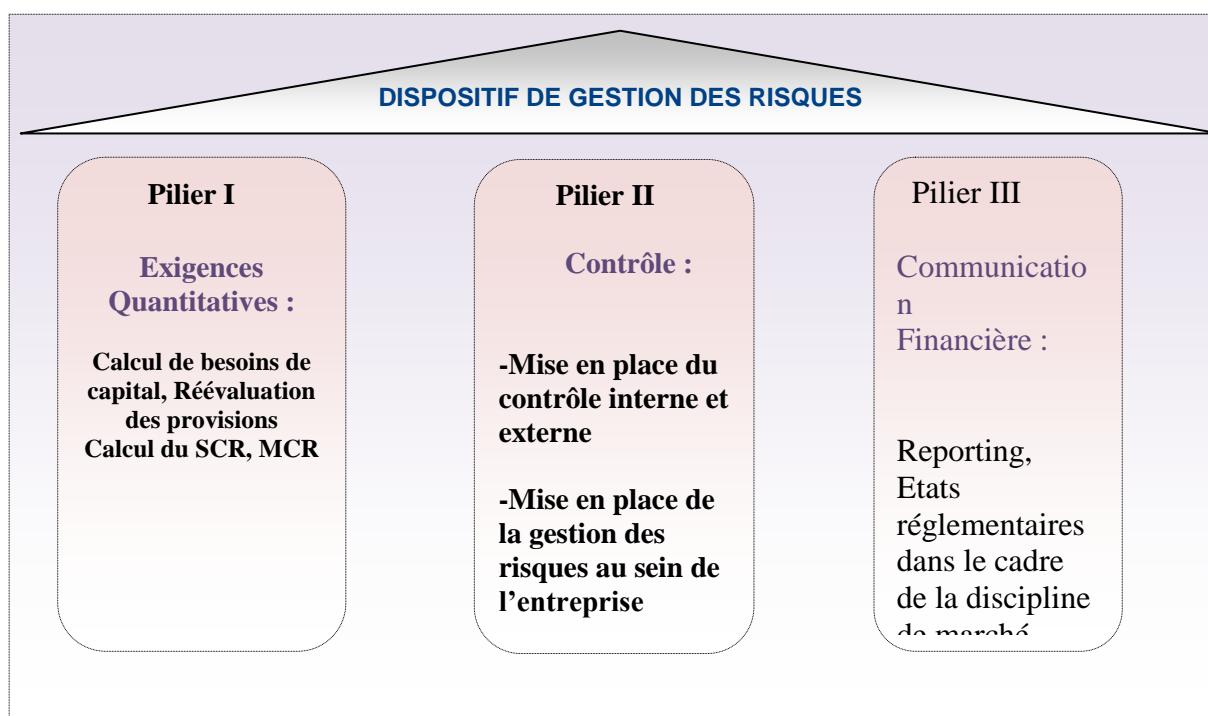


Figure 6: Le dispositif de Solvabilité II

Le **premier pilier** a pour objectif de définir des seuils quantitatifs aussi bien pour les provisions techniques que pour les fonds propres. Ces seuils deviendront des seuils réglementaires.

- le MCR représente le niveau minimum de fonds propres en-dessous duquel l'intervention de l'autorité de contrôle sera automatique ;
- le SCR ou exigence de capital standard =  $\text{Var à } 99,5\% \text{ à l'horizon d'un an}$ , représente le capital cible nécessaire pour absorber les chocs provoqués par les sinistres exceptionnels.
- Les provisions techniques = Best Estimate (moyenne) + Marge de risque
- Recours aux modèles internes.

Le **deuxième pilier** a pour objectif de fixer des normes qualitatives de suivi des risques en interne aux sociétés et comment l'autorité de contrôle doit exercer ses pouvoirs de surveillance dans ce contexte. L'identification des sociétés "les plus risquées" est un objectif et les autorités de contrôle auront en leur pouvoir la possibilité de réclamer à ces sociétés de détenir un capital plus élevé que le montant suggéré par le calcul du SCR et/ou de réduire leur exposition aux risques.

Le **troisième pilier** a pour objectif de définir l'ensemble des informations détaillées que les autorités de contrôle jugeront nécessaires pour exercer leur pouvoir de surveillance. Ce pilier apportera plus de transparence, favorisera l'information, la comparaison entre assureurs, une discipline de marché et un dialogue sur le risque parmi les actionnaires.

### ***II.3.2 Le calendrier du projet de solvabilité II***

- ✓ 2006
  - 1er trimestre : Analyse des résultats de QIS1
  - Avril : le CEIOPS fournit un avis à la commission européenne sur le modèle "standard" permettant de déterminer les différents niveaux de fonds propres MCR et SCR
  - Mai : Lancement du QIS2
  - Fin juillet : Limite de remise des résultats du QIS2 par les compagnies
  - Octobre : Analyse des résultats du QIS2
- ✓ 2007
  - Avril : Lancement du QIS3
  - Juin : Limite de remise des résultats du QIS3 par les compagnies
  - Juillet : le CEIOPS fournit un avis final à la Commission européenne qui publie une proposition de directive. Cette directive ne devrait pas aller au-delà des grands principes généraux et devrait comporter aucune spécification de modèle
  - Octobre : Publication d'un papier de consultation sur le MCR et le SCR (formules standards : modèle et calibrage)
- ✓ 2008
  - Poursuite des travaux du CEIOPS pour la mise en œuvre pratique de la directive comprenant la spécification des modèles.
  - Mars : Avis final du CEIOPS sur les formules standards et début des débats au parlement européen
  - Avril : Début du QIS 4.
  - Juin : Limite de remise des résultats du QIS 4 par les compagnies (questionnaire solo).
  - Juillet : Limite de remise des résultats du QIS 4 par les compagnies (questionnaire groupe).
- ✓ 2009
  - Mars : adoption de la réforme par le parlement européen
  - Transposition de la directive dans les différents droits nationaux
- ✓ 2012
  - Entrée en vigueur de la directive européenne *Solvabilité II*

### ***II.3.3 Les Etudes quantitatives d'impact:***

Le projet Solvabilité II vise à réformer en profondeur les règles de solvabilité auxquelles sont soumises les entreprises d'assurance en Europe. Pour mener à bien ce chantier en concertation avec les organismes d'assurances, la Commission européenne a demandé au CEIOPS qui réunit les autorités de contrôle européennes dont l'ACAM, d'étudier les répercussions quantitatives probables du nouveau système par le biais d'études quantitatives d'impact (QIS, Quantitative Impact Studies). Trois études ont déjà été menées :

- QIS 1 portait sur l'évaluation des provisions techniques en référentiel "best Estimate",
- QIS 2 a élargi le champ pour y intégrer une première structure de la formule standard,
- QIS 3, encore plus détaillée, visait à tester en grande nature le calibrage de la formule standard par organisme ainsi que les aspects relatifs à l'appréciation de la solvabilité des groupes.

La nouvelle étude, QIS 4, permettra d'affiner et de détailler les mesures quantitatives, en particulier sur le calibrage de la future exigence de solvabilité, sur les éléments éligibles du capital et les aspects groupes. Cette 4ème étude comporte un questionnaire détaillé sur l'utilisation des modèles internes. Contrairement aux précédentes études d'impact, celle-ci est directement pilotée par la Commission européenne.

Dans ce projet, il s'agit d'une application des spécifications techniques de la quatrième étude d'impact, la partie suivante fera l'objet de cette application qui permettra d'estimer, selon le modèle standard, les différentes exigences en capital, introduite par la directive de solvabilité II, à savoir le Best Estimate, la marge de risque et le capital de solvabilité requis et ce pour le portefeuille « Crescendo ».

# ***CHAPITRE 3 : APPROCHE MODELE STANDARD***

---

L'objet du présent chapitre est de mettre en place le modèle standard introduit par la quatrième étude d'impact de la directive de solvabilité II pour les contrats d'épargne de la branche « vie ». Les formules de l'étude seront présentées au fur et à mesure que nous évoluerons dans leur mise en œuvre.

La première partie sera consacrée à la présentation du produit objet d'étude, la deuxième entamera la procédure de modélisation des provisions techniques (Best Estimate et Marge de Risque) et la dernière partie sera consacrée à l'estimation du capital de solvabilité requis (SCR) relatif au portefeuille « CRESCENDO ».

## ***I Présentation du produit « CRESCENDO »***

CRESCENDO est un contrat d'assurance d'épargne réservé aux personnes physiques âgées de plus de 18 ans et de moins de 64 ans, titulaires d'un ou de plusieurs comptes auprès de BMCE Bank.

### Les garanties :

- En cas de vie de l'assuré au terme du contrat : le versement du capital constitué ou une rente certaine, dont le montant résulte de la revalorisation des primes, initiale ou complémentaires nettes de frais d'acquisitions, au taux minimum réglementaire en vigueur, majoré du produit de la participation aux bénéfices.
- En cas de décès ou d'invalidité totale absolue et définitive de l'assuré avant le terme du contrat : le versement au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) sur le contrat, à défaut aux ayants droit de l'assuré, du capital constitué à la date du décès ou d'invalidité, auquel s'ajoute un capital complémentaire égale à **50%** du versement initial ; sans toutefois que le capital complémentaire ne puisse dépasser 500.000 DH.

### Les primes :

- La prime est constituée d'une prime unique effectuée à la date de souscription du contrat dont le montant ne pourra pas être inférieur à 50.000 DH
- A tout moment l'assuré a la possibilité de payer des primes complémentaires d'un minimum de 10.000 DH par versement.
- Pour couvrir la prime annuelle de l'assurance décès, l'assureur prélèvera sur le compte de participation aux bénéfices **0,40%** du montant de la **prime initiale** versée par l'assuré.

### Les frais de fonctionnement du contrat :

Pour couvrir les frais de fonctionnement du contrat (acquisition et gestion), il sera prélevé :

- 1) Frais d'acquisition : **0,40%** du montant de chaque prime, initiale ou complémentaire, prélevé en une seule fois à la date de souscription du contrat ou de paiement de la prime complémentaire.
- 2) Frais de gestion : **0,40%** du montant du capital constitué, prélevé à la fin de chaque exercice lors de l'établissement du compte de participation aux bénéfices.

### Participation aux bénéfices:

Le montant de la participation aux bénéfices est arrêté après la clôture de chaque exercice, en tenant compte pour l'année considérée de la différence entre le taux minimum garanti et le taux de rendement des placements financiers et des bénéfices techniques effectivement réalisés. L'assureur s'engage à distribuer **90%** de la participation aux bénéfices ainsi déterminée après prélèvement des frais de gestion et la primes d'assurances décès.

### Le rachat:

A tout moment l'assuré a la possibilité de demander le paiement de tout ou d'une partie de son capital constitué.

- Le rachat total est effectué avant la clôture de la troisième année et concerne la totalité du montant, dans ce cas une retenue de **2%** sera prélevée sur le capital constitué à la date du rachat correspondant aux charges de gestion non amorties.
- Le rachat partiel: l'assuré peut à tout moment demander la récupération d'une partie du capital constitué sous la forme d'un rachat partiel, qui ne peut être accordé plus de deux fois au cours de la durée de vie du contrat. A chaque demande la valeur du rachat ne peut dépasser **50%** du capital constitué, une retenue de **2%** de la valeur du rachat partiel sera prélevée par l'assureur si la demande est formulée avant la clôture de la troisième année d'assurance.

## II Le Passif sous « Solvabilité II »

Dans Solvabilité II, la valeur des provisions techniques devrait correspondre à l'évaluation du montant qu'une entreprise d'assurance s'attendrait à devoir payer aujourd'hui si elle transférait ses droits et obligations contractuels à une autre entreprise, c'est la « valeur de marché » ou « valeur de transfert » des provisions qui intègre, comme le stipule la directive, le calcul d'un Best Estimate et d'une marge de risque.

Solvabilité II prévoit que les assureurs devront disposer d'un montant de provisions techniques leur permettant d'honorer leurs engagements de payer les prestations avec une probabilité de 75 %. Ils devront de plus disposer d'un niveau de fonds propres leur permettant de ne pas être ruiné à un an, avec une très forte probabilité (à priori 99,5 %). Ceci est illustré par le schéma suivant :

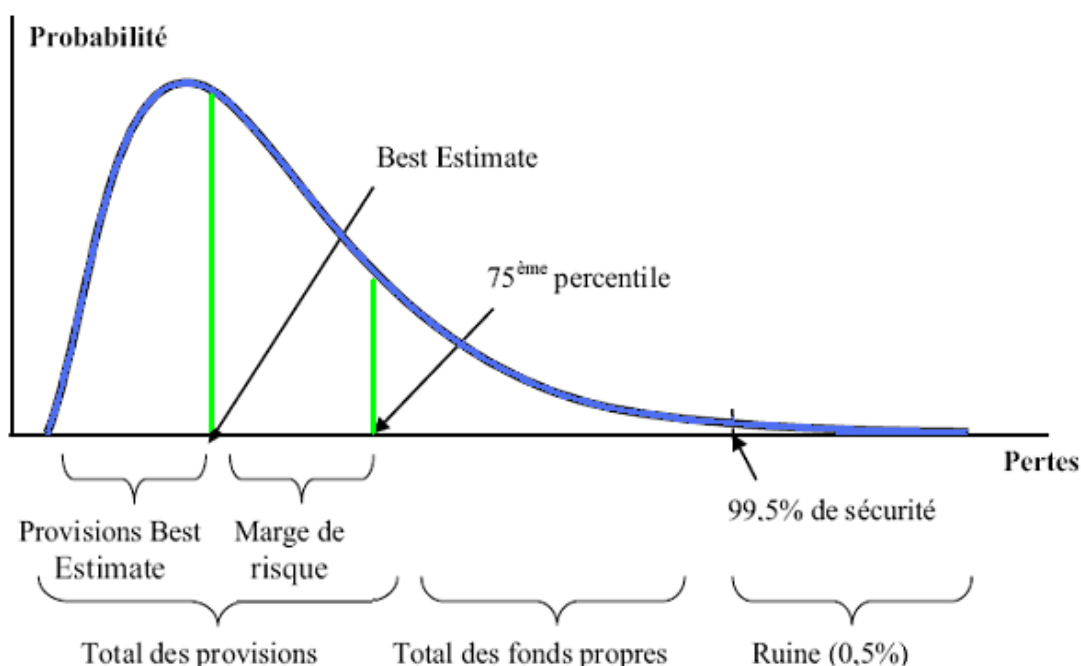


Figure 7: Le passif sous Solvabilité II

## **II.1 Le Best Estimate**

### **II.1.1 Définition**

Le Best Estimate ou « La meilleure estimation des provisions » correspond à la valeur actualisée des flux de paiement de sinistres dans un univers « run off ». La détermination du Best Estimate implique de déterminer et d'évaluer tous les futurs flux de trésorerie susceptibles d'être encourus pour honorer les engagements à l'égard des souscripteurs. Selon le rapport du QIS4, le Best Estimate est donné par la formule suivante :

$$BE = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1 + r_t)^t}$$

où

CF<sub>t</sub> : Cash Flow à l'horizon t

t : l'intervalle de temps entre la date d'actualisation et la date de survenance du flux

F<sub>i</sub>

r<sub>t</sub> : le taux sans risque pour l'échéance t.

Selon le document publié par l'ACAM : « Orientations nationales complémentaires aux spécifications techniques », pour le calcul du Best Estimate des contrats d'épargne, les assureurs doivent évaluer les flux futurs (rachats, capitaux décès,...) qui devront être payés sur la base d'une loi de rachat et/ou de tables de mortalité et de l'évolution de l'épargne ou du capital constitutif, le Best Estimate sera calculé alors contrat par contrat. (Voir la référence des formules de l'approche standard dans la 8<sup>ème</sup> rubrique de la bibliographie).

### **II.1.2 Application**

La projection des flux futurs du passif nécessite une démarche rigoureuse qui permet d'estimer tous les flux probables que l'assureur pourrait décaisser. En effet, pour le cas des produits d'épargne la tâche semble être compliquée puisque ce type de contrat peut connaître plusieurs scénarios de sorties, à savoir des sorties en capitaux complémentaires en cas de décès en plus du capital constitué (pour les épargnant dont l'âge ne dépasse pas 65 ans), des sorties en capitaux rachetés anticipativement et des sorties en capital (au terme du contrat).

En vue d'estimer un montant du Best Estimate qui soit le plus représentatif des engagements futurs de l'assureur, nous avons mis en place un algorithme qui permet de calculer le Best Estimate contrat par contrat tout en tenant compte des différents scénarios de sorties possibles.

Le principe de cet algorithme est le suivant : pour chaque contrat  $i$ , ayant une durée résiduelle  $DR_i$  (i.e. la durée restante avant le terme à compter du 31/12/2008), les états de sortie possibles sont :

- $E_{i1}$ , sortie en décès la 1<sup>ère</sup> année (à compter du 31/12/2008) du contrat  $i$ ,
- $E_{i2}$ , sortie en décès la 2<sup>ème</sup> année du contrat  $i$ ,
- .....
- $E_i [DR_i] + 1$ , sortie en décès la dernière année du contrat  $i$ ,
- $F_{i1}$ , sortie en rachat la 1<sup>ère</sup> année (à compter du 31/12/2008) du contrat  $i$ ,
- $F_{i2}$ , sortie en rachat la 2<sup>ème</sup> année du contrat  $i$ ,
- .....
- $F_i [DR_i] + 1$ , sortie en rachat la dernière année du contrat  $i$ ,
- $T_i$ , sortie en capital au terme du contrat  $i$ ,

Avec  $[DR_i]$  : la partie entière de  $DR_i$ .

A chaque état correspond respectivement une probabilité  $\alpha_{ij}$  et un flux du passif  $M_{ij}$  en cas de sortie en décès la  $j^{\text{ème}}$  année,  $\beta_{ij}$  et  $N_{ij}$  en cas de sortie en rachat la  $j^{\text{ème}}$  année et  $\delta_i$  et  $Q_i$  pour la sortie en capital au terme du contrat  $i$ .

Avec :

$\alpha_{ij}$  Probabilité de décès de l'individu  $i$  en  $t=j$  sachant qu'il n'a ni racheter son contrat ni décédé avant la  $j^{\text{ème}}$  année ;

$\beta_{ij}$  Probabilité de rachat du contrat  $i$  en  $t=j$  sachant que le souscripteur n'a ni racheter son contrat ni décédé avant la  $j^{\text{ème}}$  année,

$\delta_i$  Probabilité de sortie en capital normale en termes de contrat.

Le schéma ci-dessus illustre cet algorithme :

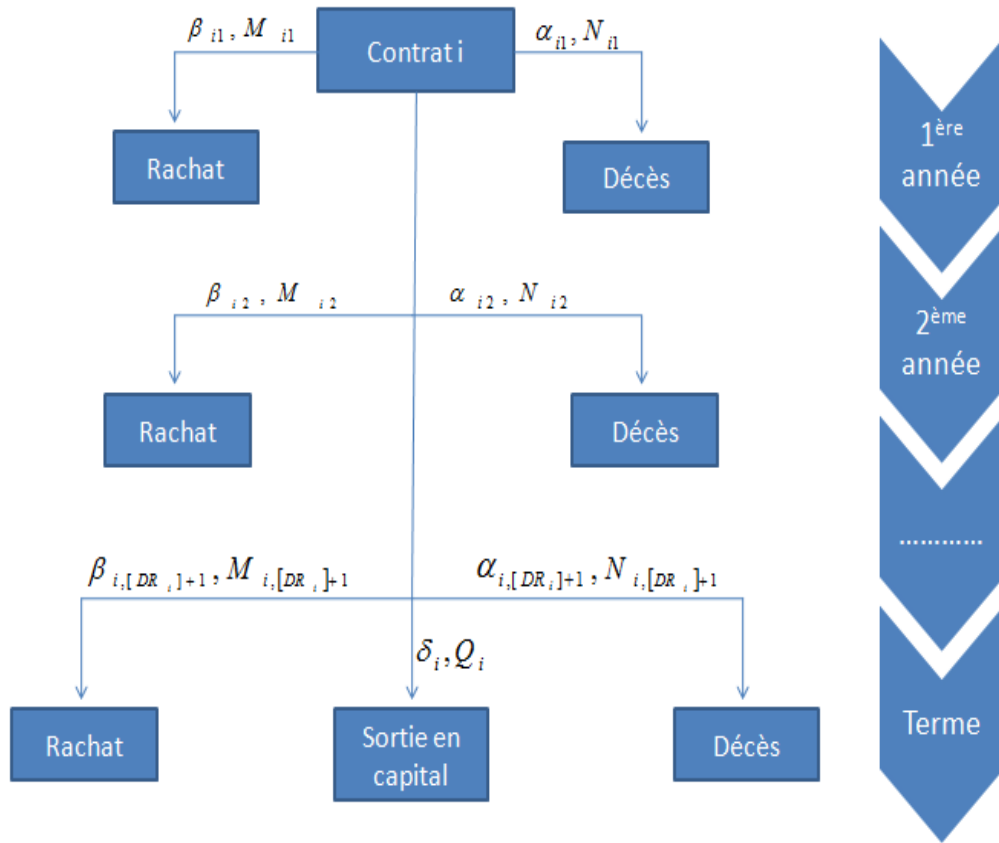


Figure 8: Algorithme des sorties

Avec :  $\alpha_{i1} = {}_1q_x$  et  $\beta_{i1} = (1 - {}_1q_x)f_{i,1}$

$$\text{Et } \forall j \in [1, [DR_i] + 1] \quad \alpha_{ij} = {}_1q_{x+j-1} \prod_{k=1}^{j-1} (1 - {}_1q_{x+k-1})(1 - f_{i,k})$$

$$\beta_{ij} = (1 - {}_1q_{x+j-1})f_{i,j} \prod_{k=1}^{j-1} (1 - {}_1q_{x+k-1})(1 - f_{i,k})$$

$$\delta_i = 1 - \sum_{j=1}^{[DR_i]+1} (\alpha_{i,j} + \beta_{i,j})$$

Le Best Estimate du contrat  $i$  est ainsi donné par la formule de l'espérance mathématique suivante:

$$BE_i = \sum_{j=1}^{[DR_i]+1} (\alpha_{i,j} M_{ij} + \beta_{i,j} N_{ij}) + \delta_i Q_i$$

Il nous reste alors de déterminer les probabilités de décès et de rachat annuelles pour chaque contrat.

## Le décès :

Pour la détermination des probabilités de décès annuelles de chaque épargnant nous allons utiliser les quotients de mortalité donnés par la table de mortalité utilisée par la compagnie : PM 66-67.

## Le rachat :

Il s'agit de déterminer les probabilités de rachat annuelles de chaque contrat, pour ce faire, nous allons utiliser deux techniques, à savoir « la régression logistique » et « l'analyse discriminante de Fisher », ensuite comparer les résultats pour retenir en fin le meilleur modèle.

### 1) La régression logistique

La régression logistique est une technique statistique qui a pour objectif, à partir d'un historique d'observations, de produire un modèle permettant de prédire les valeurs prises par une variable qualitative ou catégorielle, le plus souvent binaire, à partir d'une série de variables explicatives continues et/ou binaires.

Lorsque la variable dépendante est qualitative, le modèle de régression linéaire n'est pas approprié. En effet, en utilisant une variable binaire pour représenter un phénomène, la moyenne de cette variable représente la proportion de fois où elle prend une valeur de 1, ce qui peut être interprété comme une probabilité. La régression linéaire n'est alors pas possible pour deux raisons:

- La régression linéaire peut s'étendre à l'infini lorsque la valeur de la variable indépendante s'accroît jusqu'à l'infini, alors qu'une probabilité, par définition, doit se situer entre 0 et 1.
- La régression avec une variable binaire ne pourrait pas respecter le principe de la distribution normale, car toutes les valeurs se situent à 0 ou à 1.

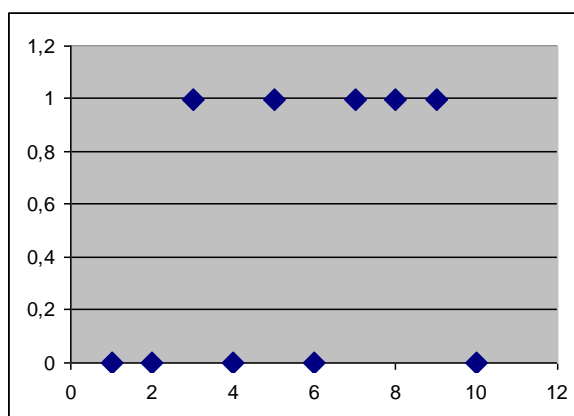


Figure 4: Distribution d'une variable binaire

Dans cette application on codera « 1 » si le client a déjà racheté et « 0 » sinon. A partir de ce codage quantitatif, on établit un lien entre l'espérance mathématique de y conditionnelle à x et la probabilité de y :

$$y = \begin{cases} 1 & \text{avec probabilité } P = F(X, \beta) \\ 0 & \text{avec probabilité } 1 - P = 1 - F(X, \beta) \end{cases}$$

Avec X la matrice des observations et  $\beta$  le vecteur des coefficients à estimer.

L'espérance mathématique de y conditionnelle à x (i.e. la régression de y par rapport à x), s'écrit :  $E(y/x, \beta_0, \beta_1) = 1 \cdot P + 0 \cdot (1-P) = F(x, \beta_0, \beta_1)$

En ayant adopté le codage 0/1, la probabilité de y correspond à son espérance conditionnelle. Cette relation justifie l'utilisation du terme « régression ». Ainsi, lorsque la fonction de répartition est celle de la loi Logistique on obtient le modèle de régression logistique ou plus simplement le modèle Logit. Ce modèle est non linéaire et la distribution de la variable dépendante est Binomiale.

Le modèle Logit est défini comme suit :

$$\ln \frac{p(1/X)}{1 - p(1/X)} = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_J x_J$$

Après transformation de l'équation ci-dessus, nous obtenons :

$$p(1/X) = \frac{e^{b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_J x_J}}{1 + e^{b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_J x_J}}$$

Dans notre cas P (1/X) représente la probabilité de rachat sachant le vecteur des variables explicatives retenues par le modèle.

#### Echantillonnage :

Après avoir assaini notre base de données, nous avons procédé à un tirage stratifié : nous avons subdivisé la base des clients appartenant à la ligne de clientèle du portefeuille « Crescendo » en janvier 2008 en deux strates, une des clients ayant rachetés leurs épargnes au cours de l'année 2008 et l'autre de ceux qui sont restés dans le portefeuille jusqu'à fin 2008. Sur cette base, nous avons tiré aléatoirement 10% des observations pour construire un échantillon pilote qui nous permettra d'évaluer par la suite les méthodes utilisées.

Description des données :

La base de données considérée est celle des contrats en cours au 01/01/2008 avec les variables suivante :

Nom	Type	Largeur	Décimales	Etiquette
contrat	Chaîne	12	0	numéro contrat
Epargnefin0	Numérique	11	9	Epargne fin 08
Duréecontr	Numérique	11	0	Durée contrat
Age	Numérique	13	12	Age en fin 08
Ancienneté	Numérique	13	12	Ancienneté / à 08
sexe	Chaîne	1	0	sexe de l'epargnant
Y	Numérique	11	0	rachat

**Tableau 2: Les variables de la base de données**

- Epargnefin08 : le capital constitué de l'épargnant au 01/01/2008
- Duréecontr : la durée du contrat
- Age : l'âge de l'épargnant au 01/01/2008
- Ancienneté : durée écoulée jusqu'au 01/01/2008
- Sexe = 1, si Masculin  
= 0, si Féminin
- Y : la variable dépendante :  
Y = 1 ; si un rachat a eu lieu entre le 01/01/2008 et le 31/12/2008  
= 0 ; si non

Dans la suite on notera le groupe des rachats par : « Y=1 » et celui des non rachats par « Y=0 »

✓ Résultats :

En exploitant le logiciel SPSS en retrouve les résultats suivants :

**Récapitulatif du traitement des observations**

Observations non pondérées <sup>a</sup>	N	Pourcentage
Observations inclus dans l'analyse sélectionnées	2780	100,0
Observations manquantes	0	,0
Total	2780	100,0
Observations non sélectionnées	0	,0
Total	2780	100,0

<sup>a</sup>. Si le poids est l'effectif, reportez-vous au tableau de classement pour connaître le nombre total d'observations.

**Tableau 3: Récapitulatif du traitement des observations**

Le tableau ci-dessus donne un récapitulatif du nombre d'observations de la base de données utilisée pour l'estimation du modèle.

		Variables dans l'équation					
		B	E. S.	Wald	ddl	Signif.	Exp(B)
Étape 1	Epargnefin08	,000	,000	1,180	1	,277	1,000
	Duréecontrat	-1,556	,150	108,209	1	,000	,211
	Age	-,005	,005	1,299	1	,254	,995
	Ancienneté	1,507	,074	410,433	1	,000	4,512
	sexe(1)	-,094	,116	,657	1	,418	,910
	Constante	1,170	,466	6,299	1	,012	3,222
Étape 2	Epargnefin08	,000	,000	1,263	1	,261	1,000
	Duréecontrat	-1,557	,150	108,283	1	,000	,211
	Age	-,005	,005	1,415	1	,234	,995
	Ancienneté	1,506	,074	409,553	1	,000	4,507
	Constante	1,127	,463	5,923	1	,015	3,085
Étape 3	Epargnefin08	,000	,000	1,524	1	,217	1,000
	Duréecontrat	-1,561	,150	108,650	1	,000	,210
	Ancienneté	1,505	,074	409,017	1	,000	4,503
	Constante	,884	,416	4,517	1	,034	2,421
Étape 4	Duréecontrat	-1,569	,149	110,266	1	,000	,208
	Ancienneté	1,503	,074	409,354	1	,000	4,495
	Constante	,868	,415	4,370	1	,037	2,382

a. Variable(s) entrées à l'étape 1 : Epargnefin08, Duréecontrat, Age, Ancienneté, sexe.

**Tableau 4: Les variables dans l'équation**

En étudiant individuellement les coefficients liés à chaque variable explicative, au risque de 5%, nous constatons que les variables « Ancienneté » et « Durée contrat » sont discriminantes puisque la signification du test est faible (< 5%), alors que les variables « Age », « Epargnefin08 » et « Sexe » ont été éliminées de cette analyse du fait qu'elles n'entraînent pas une différence entre les deux groupes.

D'après le tableau ci-dessus, contenant les  $\hat{\beta}$ , on déduit le modèle logit :

$$P = \frac{\text{Exp} ( 0.868 + 1.503 * X1 - 1.569 * X2 )}{1 + \text{Exp} ( 0.868 + 1.503 * X1 - 1.569 * X2 )}$$

Où X1 : Ancienneté, X2 : Durée du contrat

La règle de décision est alors :

Si  $P > 0,5$  alors le client sera classé dans le groupe « Y= 1 »

Si non, il appartiendra au groupe « Y=0 ».

La probabilité qu'un client ne rachète pas sont contrat est 1-P.

**Tableau de classement<sup>a</sup>**

Observé			Prévu		Pourcentage correct
			rachat		
			0	1	
Etape 1	rachat	0	1985	369	84,3
		1	146	280	65,7
	Pourcentage global				81,4
Etape 2	rachat	0	1997	357	84,4
		1	134	292	68,5
	Pourcentage global				82,3
Etape 3	rachat	0	2053	301	87,2
		1	128	298	69,9
	Pourcentage global				84,5
Etape 4	rachat	0	2083	271	88,4
		1	125	301	70,6
	Pourcentage global				85,7

a. La valeur de césure est ,500

**Tableau 5: Tableau de classement**

Le tableau de classement donne un pourcentage global de **85,7%** de bon classement dans la dernière étape, le modèle est donc très significatif.

## **2) L'Analyse Discriminante linéaire de Fisher :**

L'analyse discriminante linéaire a été introduite pour la première fois par Ronald Fisher, elle permet de construire un modèle de prévision de groupe d'affectation basé sur les caractéristiques observées de chaque observation. La procédure génère une fonction discriminante (ou, pour plus de deux groupes, un ensemble de fonctions discriminantes) basée sur les combinaisons linéaires des variables explicatives qui donnent la meilleure discrimination entre groupes. Les fonctions sont générées à partir d'un échantillon d'observations pour lesquelles le groupe d'affectation est connu. Les fonctions peuvent alors être appliquées aux nouvelles observations avec des mesures de variables explicatives, mais de groupe d'affectation inconnu.

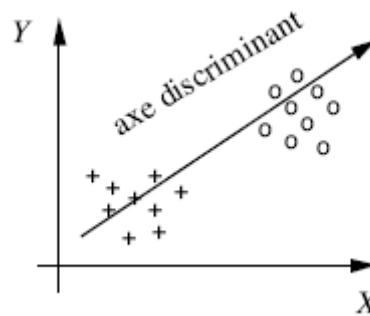


Figure 9: Exemple d'un axe discriminant

L'analyse discriminante de Fisher se base dans sa réalisation sur un critère d'affectation qui permet de mettre en place une règle de décision, les critères les plus utilisés sont : le critère métrique et le critère de décision de Bayes.

### Critère métrique

Cette règle de décision repose sur la comparaison des distances aux centres des groupes. L'individu  $e$  du groupe  $E_i$  est représenté par l'observation  $x = X(e)$  dans le groupe  $G_i$  de l'espace des observations.

D'où :  $e \in E_i \Rightarrow X(e) = x \in G_i$

i.e nous affectons  $e$  à  $E_i$  ssi  $d(x, \mu_i) \leq d(x, \mu_k) \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, g\}$ . (1)

avec :

$$\mu_j = \frac{1}{n_j} \sum_{x_i \in G_j} x_i, n_j \text{ étant le poids du groupe } j \text{ ( } G_j \text{)}$$

Nous avons deux possibilités pour la métrique :

Soit  $M = \Sigma^{-1}$  ou bien  $M = D^{-1}$

Si, on pose :  $d(x, \mu_i) = (x - \mu_i)' M (x - \mu_i)$

(1) s'écrit :  $(x - \mu_i)' M (x - \mu_i) \leq (x - \mu_j)' M (x - \mu_j)$

On pose :  $d_{i,j}(x) = (x - \mu_j)' M (x - \mu_j) - (x - \mu_i)' M (x - \mu_i)$

En appliquant, linéarité et symétrie, on montre que :

$$d_{i,j}(x) = (x - \mu_j)' M (x - \mu_j) - (x - \mu_i)' M (x - \mu_i) = 2 [(\mu_i - \mu_j)' M \left( x - \frac{\mu_i + \mu_j}{2} \right)]$$

D'où l'expression du premier degré, appelée fonction score :

$$f_{i,j}(x) = \frac{1}{2} d_{i,j}(x) = (\mu_i - \mu_j)' M \left( x - \frac{\mu_i + \mu_j}{2} \right) \quad (2)$$

Dans le cas où :  $M = D^{-1}$  on a l'expression :

- $d^2(x, \mu_i) = (x - \mu_i)' M (x - \mu_i)$  : s'appelle le  $d^2$  de Mahalanobis.
- $d(x, \mu_i)$  : s'appelle distance de Mahalanobis entre  $x$  et  $\mu_i$ .

✓ **Cas de deux groupes :**

Au lieu de considérer les deux quantités  $d(x, \mu_1)$  et  $d(x, \mu_2)$ , on considère une seule formule :

$$f(x) = \frac{1}{2} d_{1,2}(x) = (\mu_1 - \mu_2)' M \left( x - \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \right) \quad (2)$$

$$f(x) = \alpha' x + \beta$$

$$\text{ou}' : \quad \alpha = (\mu_1 - \mu_2)' M \quad \text{et} \quad \beta = -(\mu_1 - \mu_2)' M \left( \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \right)$$

La règle de décision est basée sur le signe de cette expression, le nombre 0 constitue un seuil de décision :

- $f(x) > 0 \rightarrow$  on affecte l'individu au groupe 1.
- $f(x) < 0 \rightarrow$  on affecte l'individu au groupe 2.
- $f(x) = 0 \rightarrow$  pas d'affectation.

« f » est la fonction score, toute autre fonction linéaire obtenue par multiplication de f par une constante positive donne le même classement.

**Critère de décision de Bayes : cas de deux groupes**

La règle de décision de Bays repose sur le coût moyen minimum. La définition des régions de décision est la suivante :

$$r_1 = \left\{ x \in X / \pi_2 f_2(x) C_{1/2} \leq \pi_1 f_1(x) C_{2/1} \right\}$$

Avec :

- $\pi_i$  : la probabilité a priori d'appartenir au groupe i.
- $f_i$  : la fonction de densité définie sur le groupe i.
- $C_{ij}$  : le coût d'une affectation d'un individu au groupe i, alors qu'il appartient en réalité au groupe j

D'après cette définition, un individu est affecté à la classe qui minimise le coût moyen d'erreur. On supposera dans la suite que les fonctions de densité conditionnelles sont multinormales et homoscédastiques i.e.

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |D|^{\frac{p}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} (x - \mu_i)' D^{-1} (x - \mu_i)\right)$$

Avec,  $D$  : la variance intra-classes.

Donc,

$$r_1 = \left\{ x \in X / (x - \mu_2)' D^{-1} (x - \mu_2) - (x - \mu_1)' D^{-1} (x - \mu_1) \geq 2 \ln\left(\frac{\pi_2 C_{1/2}}{\pi_1 C_{2/1}}\right) \right\}$$

D'où :

$$r_1 = \left\{ x \in X / (\mu_1 - \mu_2)'D^{-1} \left( x - \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \right) \geq \ln \left( \frac{\pi_2 C_{1/2}}{\pi_1 C_{2/1}} \right) \right\}$$

La fonction discriminante peut être définie comme suit :

$$g(x) = (\mu_1 - \mu_2)'D^{-1} \left( x - \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \right) + \ln \left( \frac{\pi_1 C_{2/1}}{\pi_2 C_{1/2}} \right) \\ = \alpha' x + \beta_1$$

Avec :

$$\alpha' = (\mu_1 - \mu_2)'D^{-1} \text{ et } \beta_1 = -(\mu_1 - \mu_2)'D^{-1} \left( \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \right) + \ln \left( \frac{\pi_1 C_{2/1}}{\pi_2 C_{1/2}} \right)$$

On remarque que par rapport à la fonction score obtenue avec le critère métrique, la fonction score obtenue ici, diffère seulement par une constante additive :

$$\ln \left( \frac{\pi_1 C_{2/1}}{\pi_2 C_{1/2}} \right)$$

Donc, la règle de décision est :

$g(x) > 0$ , l'individu est affecté au groupe 1.

Dans notre étude, et vu le fait que nous ne possédons pas les coûts moyens, nous opterons pour le critère métrique.

✓ Application :

Dans l'application de cette technique on utilisera la même base de données que celle utilisée dans la régression logistique. En exploitant toujours le logiciel SPSS on obtient les résultats suivants :

▪ Le test d'égalité des moyennes :

Cette première analyse permet de déterminer les variables qui discriminent entre les deux groupes : « Y=1 » & « Y=0 ».

**Tests d'égalité des moyennes des groupes**

	Lambda de Wilks	F	ddl1	ddl2	Signification
Epargne fin 08	,999	1,662	1	3087	,197
Durée contrat	,996	6,579	1	3087	,010
Age en fin 08	,998	5,348	1	3087	,029
Ancienneté / à 08	,893	370,375	1	3087	,000

**Tableau 6: Test d'égalité des moyennes**

On vérifie l'existence de différence entre les groupes grâce à trois indicateurs : la moyenne ou la variance, le F du test de Fisher et le Lambda de Wilks, qui s'interprètent de la façon suivante :

	En cas d'influence	En absence d'influence
Moyenne ou variance	Différence	Similitude
Test du F	F élevé Sig F tend vers 0,000	F faible SIG F >= 0,01 ou 0,05
Lambda de Wilks	<= 0,90	Tend vers 1

D'après le tableau ci-dessus du test d'égalité des moyennes nous constatons que les variables « Durée contrat », « Ancienneté » et « âge » sont retenues comme variables discriminantes, par contre la variable « Epargnefin08 » n'entraîne pas une différence entre les deux groupes.

Par ailleurs nous avons utilisé la méthode « pas à pas » pour le choix des variables discriminantes qui seront retenues dans le modèle, ci-dessous le tableau des résultats :

**Variables de l'analyse**

Pas		Tolérance	F pour éliminer	Lambda de Wilks
1	Ancienneté / à 08	1,000	370,375	
2	Ancienneté / à 08	,853	478,619	,998
	Durée contrat	,853	103,539	,893
3	Ancienneté / à 08	,850	482,179	,998
	Durée contrat	,853	103,302	,892
	Age en fin 08	,996	4,221	,864

**Tableau 7: Résultats de la méthode pas à pas**

Nous réalisons que ceux sont les mêmes variables discriminantes qui ont été retenues par le test d'égalité des moyennes.

- Le test d'égalité des matrices de covariances :

On utilise le test de Box qui permet de voir si la dispersion autour de la moyenne est identique pour les deux groupes. Le tableau ci-dessous donne les résultats de ce test :

**Résultats du test**

M de Box		550,857
F	Approximativement	91,593
	ddl1	6
	ddl2	4025747
	Signification	,000

Teste l'hypothèse nulle de matrices de covariance à égales populations.

**Tableau 8: Le test de Box**

D'après le tableau des résultats on a la signification du test est très faible (< 5%), donc on rejette l'hypothèse nulle d'égalité de la matrice de covariance des deux groupes.

- Estimation des coefficients de la fonction discriminante.

**Coefficients des fonctions discriminantes canoniques**

	Fonction
	1
Durée contrat	-,422
Age en fin 08	-,008
Ancienneté / à 08	1,130
(Constante)	,348

Coefficients non standardisés

**Tableau 9: Coefficients de la fonction discriminante**

Le tableau ci-dessus nous donne les coefficients estimés de la fonction discriminante canonique. Ainsi on en déduit que :

$$F = 0,348 - 0.422 * X1 - 0.008 * X2 + 1.130 * X3$$

- où X1 : Durée du contrat  
 X2 : l'Age  
 X3 : l'ancienneté

La règle de décision est la suivante:

Si

- $f(x) > 0 \rightarrow$  on affecte l'individu au groupe « Y=1 ».
- $f(x) < 0 \rightarrow$  on affecte l'individu au groupe « Y=0 ».

▪ La qualité de représentation :

**Résultats du classement<sup>b,c</sup>**

			Classe(s) d'affectation prévue(s)		Total
			0	1	
Original	Effectif	0	1934	682	2616
		1	123	350	473
	%	0	73,9	26,1	100,0
		1	26,0	74,0	100,0
Validé-croisé <sup>a</sup>	Effectif	0	1933	683	2616
		1	123	350	473
	%	0	73,9	26,1	100,0
		1	26,0	74,0	100,0

a. La validation croisée n'est effectuée que pour les observations de l'analyse. Dans la validation croisée, chaque observation est classée par les fonctions dérivées de toutes les autres observations.

b. 73,9% des observations originales classées correctement.

c. 73,9% des observations validées-croisées classées correctement.

**Tableau 10: Les résultats du classement**

D'après le tableau de classement nous réalisons que le taux de bon classement est de 73.9%, ce qui veut dire que 73.9% des observations traitées sont classées correctement par le modèle.

✓ Choix du modèle :

Pour comparer les deux techniques nous nous sommes basés sur deux indicateurs, à savoir le taux de bon classement des observations utilisées dans la modélisation et le taux de bon classement des observations de l'échantillon pilote. En confrontant les résultats des deux analyses nous constatons que :

- Le taux de bon classement global des observations du modèle est de 85% pour la régression logistique et de 73.9% pour l'analyse discriminante linéaire de Fisher
- Le taux de bon classement des observations de l'échantillon pilote est de 86% pour la régression logistique et 70% pour l'analyse discriminante de Fisher.

On conclut alors que le modèle de régression logistique est meilleur que celui de l'analyse discriminante, ainsi les probabilités de rachats que nous allons utiliser dans l'estimation des flux futurs du passif seront calculées par **le modèle de régression logistique.**

### 3) Application du calcul du Best Estimate :

Pour estimer le Best Estimate global du portefeuille nous avons développé une application sous « VBA », qui permet d'exécuter l'algorithme pour chaque contrat et d'estimer les montants annuels des flux futurs du passif. (Voir Annexe 5).

Nous Signalons que pour l'actualisation des flux nous avons utilisé les taux de bons de trésors des adjudications du 31/12/2008 fournis par BAM, conformément à l'article 15 de l'arrêté du ministre des finances et de la privatisation n° 1548-05 du 6 ramadan 1426 (10 octobre 2005) relatif aux entreprises d'assurances et de réassurance (Voir annexe 4).

Le tableau ci-dessous donne un aperçu sur les résultats contrat par contrat.

Contrat	Best Estimate
01001O010325	394 369
01002N008272	234 307
01002N008274	255 765
01002N008275	512 749
01002O001137	512 211
01002O008068	118 536
01002O008536	225 758
01002O010326	654 937
01002O010328	214 755
01002O010329	1 566 874
01002O010330	1 224 907
01002O010331	60 605
01002O010332	202 717

**Tableau 11: Echantillon du BE par contrat**

Après agrégation des résultats des montants du Best Estimate contrat par contrat, le **Best Estimate** global du portefeuille « Crescendo » est de **1 990 747 281 DH.**

Ce chiffre est ainsi la meilleure estimation des provisions techniques et représente les flux futurs correspondants aux capitaux versés aux clients au titre de leurs épargnes actualisés au 31/12/2008 et ce, en tenant compte des rachats et décès futurs.

Ce chiffre sera majoré par la suite par une marge de risque pour constitué les provisions techniques sous solvabilité II.

## II.2 Le Capital de Solvabilité Requis « SCR »

Sous Solvabilité II, les assureurs et réassureurs seront contraints de bien mesurer leurs risques et de s'assurer qu'ils ont suffisamment de fonds propres pour les couvrir. L'agrégation de ces risques permet d'obtenir le Solvency Capital Requirement (SCR) ou Capital de Solvabilité Requis.

Le **SCR** (capital de solvabilité requis ou *Solvency Capital Requirement*) représente un niveau de capital économique nécessaire dans une optique de continuité d'activité. Le SCR correspond à une probabilité de ruine de 0,5% sur un an. Il pourra être calculé soit en application d'une formule standard, soit, par le biais d'un modèle interne. Il est calculé au moins une fois par an, contrôlé en continu et recalculé dès que le profil de risque de l'entreprise varie sensiblement. En l'état de la proposition de directive, son franchissement à la baisse entrainerait également l'exigence d'un plan de redressement afin de rétablir la couverture du SCR.

Le SCR doit donc refléter le profil de risque global de l'entreprise, compte tenu de tous les risques significatifs quantifiables. Il doit couvrir au minimum les risques suivants: le risque de souscription (en assurance vie, non-vie et santé), le risque de marché, le risque de défaut de contrepartie et enfin le risque opérationnel. Il se calcule selon les étapes du schéma suivant :

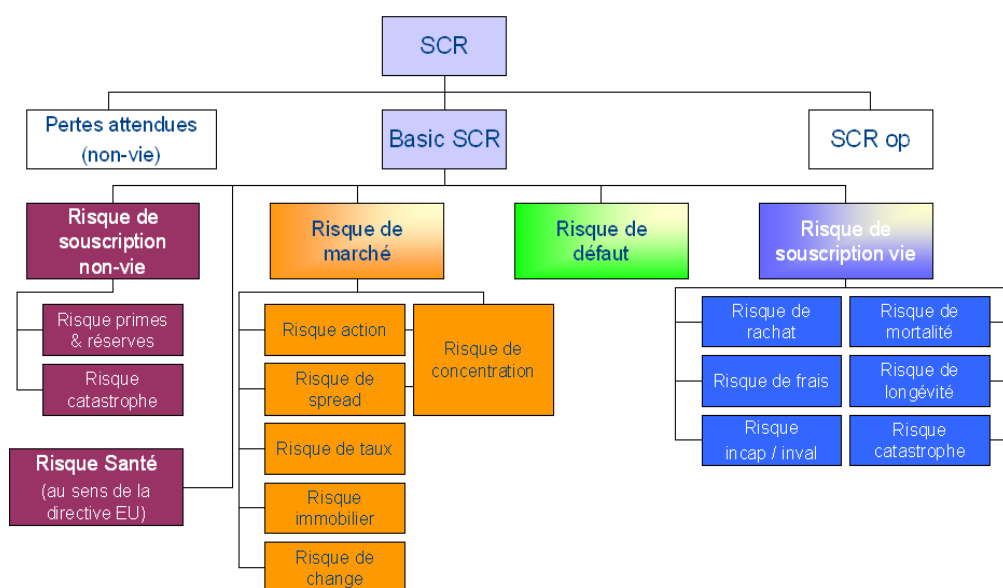


Figure 10: Schéma de calcul du SCR

Avec :

$$\text{SCR} = \text{BSCR} + \text{SCR}_{\text{op}}$$

BSCR = (Basic SCR) SCR de base

SCR<sub>op</sub> = chargement en capital au titre du risque opérationnel.

## II.2.1 Le « Basic SCR »

Le Basic SCR représente l'agrégat des chargements en capital au titre de cinq grandes catégories de risque :

- Le risque de souscription vie qui est composé des risques biométriques (risque de mortalité, risque de longévité et risque d'invalidité/de morbidité), du risque de rachat, du risque de dépenses, du risque de révision et du risque de catastrophes.
- Le risque Santé : c'est un module qui regroupe les risque de souscription santé et ceux liés aux accidents (travail & autres) ;
- Le risque de marché regroupe tous les risques liés aux fluctuations des prix des instruments financiers qui composent un portefeuille. Il peut porter sur le cours des actions, les taux d'intérêts, les taux de change, etc...
- Le risque de défaut de contrepartie : concerne tout risque de pertes dues à une défaillance ou une détérioration d'une contrepartie sur tout contrat d'atténuation du risque tel que (la réassurance, la titrisation, les créances sur les intermédiaires d'assurances ...)
- Le risque de souscription non vie : il est composé du risque de souscription, risque catastrophe et du risque de primes et de réserves non vie ;

Selon les spécifications techniques du QIS 4, le Basic SCR est défini comme suit :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{rxc} CorrSCR_{r,c} \cdot SCR_r \cdot SCR_c}$$

où

$CorrSCR_{r,c}$  = Les corrélations entre les SCR

$SCR_r, SCR_c$  = Chargements en capital au titre des différents risques

Les coefficients de corrélation entre les différents risques sont donnés par le tableau suivant :

$CorrSCR=$	$SCR_{mkt}$	$SCR_{def}$	$SCR_{life}$	$SCR_{health}$	$SCR_{nl}$
$SCR_{mkt}$	1				
$SCR_{def}$	0,25	1			
$SCR_{life}$	0,25	0,25	1		
$SCR_{health}$	0,25	0,25	0,25	1	
$SCR_{nl}$	0,25	0,5	0	0,25	1

Tableau 12: Matrice de corrélation SCR - Source: QIS 4

Il faut noter que ces valeurs ont été calculées par des méthodes statistiques en tenant compte de l'influence des variables les unes sur les autres.

Cette matrice de corrélation traduit le degré de corrélation entre les modules de risque. Les indices utilisés étant respectivement les exigences de capital pour les risques de marché, défaut, souscription vie, de santé et de souscription non vie.

Pour le portefeuille « Crescendo » les modules de risques qui lui sont liés sont schématisés ci-après :

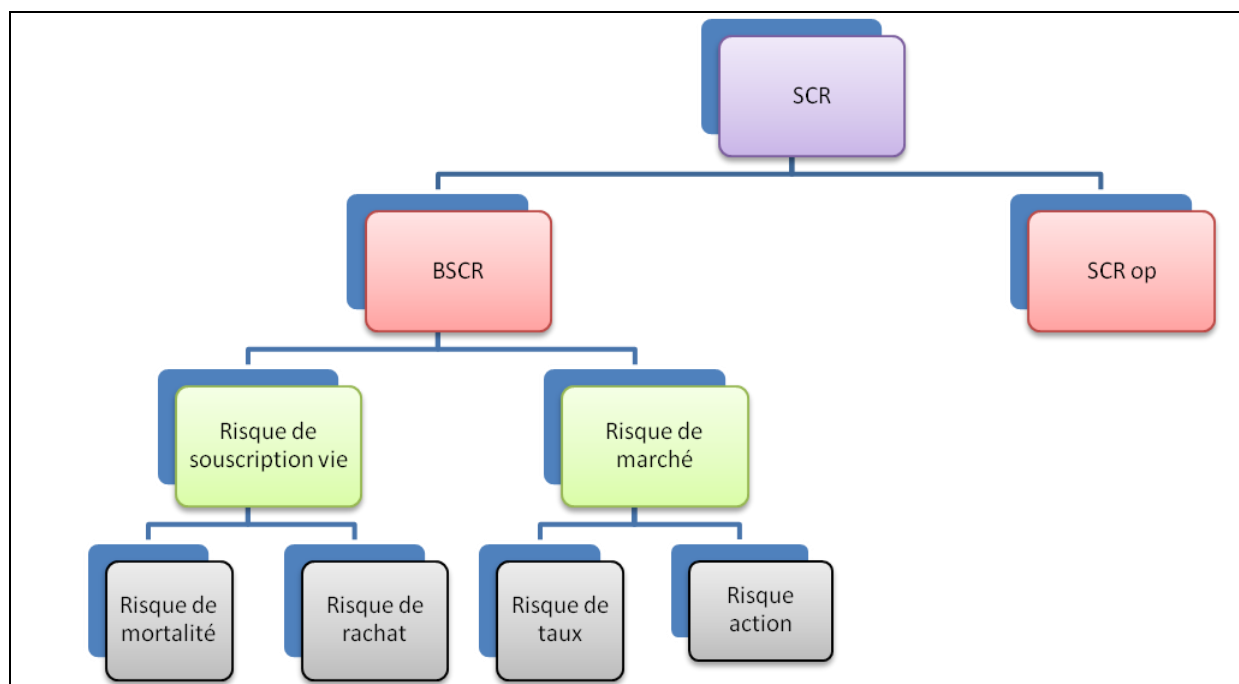


Figure 11: Cartographie des risques « Crescendo »

En effet :

- *Le risque de contrepartie est éliminé puisqu'il n'y a pas de réassurance sur le produit.*
- *Toutes les opérations s'effectuent en dirhams au niveau du produit et donc il n'y aura pas de charge allouée au risque de change.*
- *Le risque de longévité n'est pas présent dans notre cas, puisqu'il s'agit d'un produit de capitalisation dont la garantie cesse une fois le terme est échu et donc ne dépend pas de la longévité de l'assuré.*
- *Le risque de spread n'est pas significatif pour le produit puisque les placements au niveau du produit se font à court terme.*
- *Pas d'investissement en immobilier au niveau du produit.*

### 1) Le risque de souscription vie

Le chargement en capital au titre du risque de souscription vie est une combinaison des chargements en capital au titre des sous-risques en vie suivant la formule suivante :

$$SCR_{life} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrLife^{rxc} \bullet Life_r \bullet Life_c}$$

Où

$SCR_{life}$  = Chargement en capital au titre du risque de souscription vie

$CorrLife^{rxc}$  = Coefficients de corrélation entre les modules de risque

$Life_r, Life_c$  = Chargements en capital au titre des sous-risques de souscription vie

Les coefficients de corrélations sont donnés par le tableau suivant:

<i>CorrLife</i>	<i>Life<sub>mort</sub></i>	<i>Life<sub>long</sub></i>	<i>Life<sub>dis</sub></i>	<i>Life<sub>lapse</sub></i>	<i>Life<sub>exp</sub></i>	<i>Life<sub>rev</sub></i>	<i>Life<sub>CAT</sub></i>
<i>Life<sub>mort</sub></i>	1						
<i>Life<sub>long</sub></i>	-0,25	1					
<i>Life<sub>dis</sub></i>	0,5	0	1				
<i>Life<sub>lapse</sub></i>	0	0,25	0	1			
<i>Life<sub>exp</sub></i>	0,25	0,25	0,5	0,5	1		
<i>Life<sub>rev</sub></i>	0	0,25	0	0	0,25	1	
<i>Life<sub>CAT</sub></i>	0	0	0	0	0	0	1

Tableau 13: Matrice de corrélation SCR vie - Source: QIS 4

Avec :

- Life<sub>rev</sub>* = Chargement en capital au titre du risque de révision
- Life<sub>mort</sub>* = Chargement en capital au titre du risque de mortalité
- Life<sub>long</sub>* = Chargement en capital au titre du risque de longévité
- Life<sub>dis</sub>* = Chargement en capital au titre du risque d'invalidité
- Life<sub>lapse</sub>* = Chargement en capital au titre du risque de rachat
- Life<sub>exp</sub>* = Chargement en capital au titre du risque de dépenses
- Life<sub>CAT</sub>* = Chargement en capital au titre du risque de catastrophe

Comme signalé avant, on ne retiendra que les chargements au titre du risque de mortalité est de rachat.

### **SCR rachat**

✓ Définition :

Les chargements en capital pour le risque de rachat sont calculés à partir d'une comparaison police par police de la valeur de rachat et du *best Estimate* de la provision. Le coût de rachat d'une police se définit comme l'écart entre le montant actuellement dû au rachat et le *best Estimate* de la provision détenue. Le montant dû au rachat doit être calculé net de tous montants recouvrables auprès des souscripteurs ou agents, par exemple net de tous frais de rachat contractuellement applicables.

Le chargement en capital au titre du risque de rachat est défini comme suit :

$$SCR_{rachat} = \max(SCR_{down}; SCR_{up}; SCR_{mass})$$

où

$SCR_{down}$  = Chargement en capital au titre du risque de diminution permanente des taux de rachat

$SCR_{up}$  = Chargement en capital au titre du risque d'augmentation permanente des taux de rachat

$SCR_{mass}$  = Chargement en capital au titre du risque de rachat massif

Avec : 
$$SCR_{down} = \sum_i (\Delta NAV | lapseshock_{down})$$

$$SCR_{up} = \sum_i (\Delta NAV | lapseshock_{up})$$

$lapseshock_{down}$  = Baisse de 50 % des taux de rachat supposés dans les années futures pour les polices pour lesquelles le *coût de rachat* attendu est négatif

$lapseshock_{up}$  = Augmentation de 50 % des taux de rachat supposés dans toutes les années futures pour les polices dont la valeur du *coût de rachat* attendue est positive

NAV : Valeur de l'Actif Net = Actif – Passif

et 
$$\Delta NAV = BE_{choc} - BE_{passif}$$

En exploitant l'application précédente concernant le calcul du Best Estimate, on applique une augmentation de 50% aux taux de rachat pour les contrats ayant un coût de rachat positif et une baisse du même pourcentage pour les contrats ayant un coût de rachat négatif, nous trouvons alors les résultats suivants :

$$SCR_{up} = 963\,784 \text{ DH} \text{ et } SCR_{down} = -541\,332\,573$$

$SCR_{mass}$  est défini comme 30 % de  $S_{up}$  qui est la somme des *coûts* de rachat des polices dont le *coût* de rachat est positif. Il représente la perte encourue en cas de rachat massif :

$$SCR_{mass} = 0,3 * S_{up} = 885\,518,82$$

Finalement en déduit le capital de solvabilité requis pour le risque de rachat:

$$SCR_{rachat} = \max(SCR_{down}; SCR_{up}; SCR_{mass}) = SCR_{up} = 963\,784 \text{ DH}$$

Nous constatons donc que la perte maximale est constatée lorsque le taux de rachat subit un choc haussier, ce qui est tout à fait normale puisque pour les produits d'épargne, plus la durée du contrat est grande plus le rendement de l'actif est important et vice versa.

### **SCR mortalité :**

#### ✓ Définition

Le chargement en capital au titre du risque de mortalité est le résultat d'un scénario de mortalité défini comme suit :

$$SCR_{mort} = \sum_i (\Delta NAV \mid mortshock)$$

où l'indice  $i$  dénote chaque police dans laquelle le versement des prestations est subordonné au risque de mortalité. Pour notre produit tous les épargnants dont l'âge est inférieur à 65 ans disposent d'une garantie décès.

Les autres termes de l'équation représentent :

$\Delta NAV$  = Variation de l'actif net

$mortshock$  = Augmentation (permanente) de 10 % des taux de mortalité pour chaque âge

La variation de l'actif net représente l'écart entre le Best Estimate des provisions et le Best Estimate du scénario choc.

#### ▪ *Application numérique :*

Pour le calcul du Best Estimate choc, nous avons exploité l'algorithme du calcul du Best Estimate en appliquant une augmentation des taux de mortalité de 10% pour chaque âge, nous retrouvons alors :

$$SCR_{mort} = \sum_i (\Delta NAV \mid mortshock) = 152\,084\,864 \text{ DH}$$

Après avoir calculé le chargement en capital au titre du risque de rachat et de décès, nous déduisons donc le chargement au titre du module du risque de souscription vie.

On a selon le tableau des coefficients de corrélation, le risque de rachat et de mortalité sont non corrélés, ainsi la formule du capital de solvabilité requis pour le module « Risque de souscription vie » est :

$$SCR_{life} = \sqrt{SCR^2_{rachat} + SCR^2_{mortalité}} = 152\,087\,918 \text{ DH}$$

Ce montant représente le chargement en capital au titre du module de risque de souscription, en agrégeant le SCR du risque de rachat et de décès. Il représentera alors l'allocation en fonds propres qui permettra à la compagnie de faire face à un scénario choc au niveau du risque de souscription vie.

## 2) Le risque de marché :

L'exposition au risque de marché est mesurée par l'impact des variations des variables financières telles que les cours des actions, les taux d'intérêt, les cours de l'immobilier, les taux de change, et le spread de signature des instruments de taux sur la valeur de l'actif net.

Les assureurs sont soumis au risque de marché. En effet leur actif est composé en grande partie d'actifs financiers et de durée supérieure à un an dans beaucoup de cas.

Selon solvabilité II le risque de marché ( $SCR_{mkt}$ ) est obtenu à partir de l'agrégation des résultats de six sous modules :

$$SCR_{mkt} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrMkt_{r,c} \cdot Mkt_r \cdot Mkt_c}$$

Avec pour matrice de corrélation :

<b>CorrMkt</b>	<b>Mkt<sub>int</sub></b>	<b>Mkt<sub>eq</sub></b>	<b>Mkt<sub>prop</sub></b>	<b>Mkt<sub>sp</sub></b>	<b>Mkt<sub>conc</sub></b>	<b>Mkt<sub>fx</sub></b>
<b>Mkt<sub>int</sub></b>	1					
<b>Mkt<sub>eq</sub></b>	0	1				
<b>Mkt<sub>prop</sub></b>	0,5	0,75	1			
<b>Mkt<sub>sp</sub></b>	0,25	0,25	0,25	1		
<b>Mkt<sub>conc</sub></b>	0	0	0	0	1	
<b>Mkt<sub>fx</sub></b>	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1

Tableau 14: Matrice de corrélation SCR marché - Source: QIS 4

Cette matrice de corrélation traduit le degré de corrélation entre les sous risques.

Les indices utilisés étant respectivement les exigences de capital pour les risques de taux, actions, immobiliers, de spread, de concentration et de change. Comme signalé précédemment, en retiendra les sous modules des risques de taux et d'action.

## Risque de taux d'intérêt

Selon les spécifications techniques de solvabilité II, pour l'évaluation du risque de taux, il faut étudier trois scénarios de calcul de la valeur de l'actif net (NAV).

- Le premier scénario standard doit supposer une évolution normale sans variation importante de la structure des taux.
- Les deux autres scénarios doivent quant à eux quantifier la NAV en supposant une hausse et une baisse des taux d'intérêts.

Ensuite on prend le maximum des écarts observés entre les NAV de ces deux derniers scénarios par rapport à la NAV standard.

Notons :

$Mkt_{int}^{Up}$  = Chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt après un choc haussier

$Mkt_{int}^{Down}$  = Chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt après un choc baissier

$Mkt_{int}$  = Chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt

Le chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt est le résultat d'un scénario prédéfini :

$$Mkt_{int}^{Up} = \Delta NAV|_{upwardshock}$$

$$Mkt_{int}^{Down} = \Delta NAV|_{downwardshock}$$

où  $\Delta NAV|_{upwardshock}$  et  $\Delta NAV|_{downwardshock}$  sont les variations de la valeur de l'actif net résultant de la réévaluation de tous les instruments sensibles aux taux d'intérêt en fonction de structures par terme modifiées.

Les structures par terme modifiées sont dérivées en multipliant la courbe des taux d'intérêt actuelle par  $(1+sup)$  et  $(1+sdown)$ , où  $sup(t)$  est le choc haussier et  $sdown(t)$  est le choc baissier pour les différentes échéances  $t$  sont les suivants :

Échéance $t$ (années)	1	2	3	4	5	6	7
Variation relative $s^{up}(t)$	0,94	0,77	0,69	0,62	0,56	0,52	0,49
Variation relative $s^{down}(t)$	-0,51	-0,47	-0,44	-0,42	-0,40	-0,38	-0,37
Échéance $t$ (années)	8	9	10	11	12	13	14
Variation relative $s^{up}(t)$	0,46	0,44	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
Variation relative $s^{down}(t)$	-0,35	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34
Échéance $t$ (années)	15	16	17	18	19	20+	
Variation relative $s^{up}(t)$	0,42	0,41	0,40	0,39	0,38	0,37	
Variation relative $s^{down}(t)$	-0,34	-0,33	-0,33	-0,32	-0,31	-0,31	

Tableau 15: Les structures par terme modifiées des taux d'intérêts ; source :QIS4

Exemple : le taux d'intérêt à 5 ans en cas de choc haussier  $R_1(5)$  est calculé comme suit :

$$R_1(5) = R_0(5) \cdot (1 + 0,56)$$

où  $R_0(5)$  est le taux d'intérêt à 5 ans basé sur l'actuelle structure par terme des taux d'intérêt.

Le graphe ci-dessous représente la courbe des taux initiaux, des taux en cas de choc haussier et des taux en cas de choc baissier par maturité :

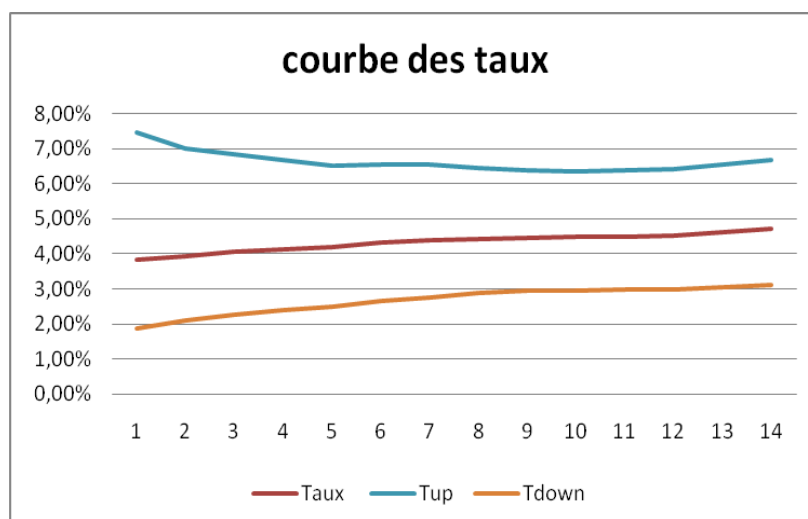


Figure 12: Courbe des taux

En réajustant la structure par terme des taux d'intérêts dans l'application du calcul du Best Estimate on trouve les résultats suivants:

$$Mkt_{int}^{Up} = -972\ 161\ 132\ \text{DH}$$

$$Mkt_{int}^{Down} = 63\ 370\ 507\ \text{DH}$$

La charge de capital finale est donc obtenue par la formule:

$$Mkt_{int} = \text{Max} (Mkt_{int}^{Up} ; Mkt_{int}^{Down})$$

$$\text{D'où } \boxed{Mkt_{int} = \text{Max} (Mkt_{int}^{Up} ; Mkt_{int}^{Down}) = Mkt_{int}^{Down} = 63\ 370\ 507\ \text{DH}}$$

Le chargement en capital au titre du risque de taux d'intérêt correspond à l'allocation en fond propre en cas de choc baissier sur la courbe des taux, nous constatons alors que lorsque les taux d'intérêts baissent le montant des provisions doit être réajusté à la hausse.

### **Risque action :**

Les actions ont une part relativement importante dans le portefeuille des assureurs. En effet ces derniers ont recours dans une certaine limite aux actions afin d'améliorer leur performance financière. Les actions étant connues pour leur variabilité importante, engendrent un risque qui peut fortement impacter le résultat de l'entreprise.

La détermination du chargement en capital au titre du risque sur actions selon le « QIS4 » fait appel à un indice « Global », qui regroupe les actions cotées dans les pays de l'EEE et de l'OCDE, et à un indice « Autres » qui comprend les actions exclusivement cotées sur les marchés émergents, les actions non cotées, les fonds spéculatifs et les autres investissements alternatifs.

Pour chaque indice  $i$ , un chargement en capital est déterminé comme le résultat d'un scénario de choc prédéfini pour cet indice :

$$SCR_{action,i} = \max(\Delta NAV | \text{choc sur actions}_i ; 0)$$

où

$$\text{Choc sur action}_i = \text{Chute prescrite de la valeur de l'indice } i$$

$$SCR_{action,i} = \text{Chargement en capital au titre du risque sur actions relatif à l'indice } i$$

Le résultat du sous module correspond à la perte engendrée par une baisse de 32% du cours des actions de l'indice Global et une baisse de 45% du cours des actions de l'indice Autres.

	<i>Global</i>	<i>Autres</i>
<i>Choc sur action<sub>i</sub></i>	32 %	45 %

Dans notre application seules les actions assimilables à l'indice « Autres » seront pris en compte, puisque la compagnie n'investit que dans les actions cotées à la bourse de Casablanca, classées dans la classe « Autres ». Ainsi la formule utilisée pour le calcul est la suivante :

$$SCR_{\text{action}} = \max(\Delta NAV | \text{choc sur actions}; 0)$$

On note que la part investie par la compagnie en action est de 26%, ainsi une chute de 45% des valeurs des actions implique une variation de l'actif net de :

$$\Delta NAV = 232\ 917\ 432\ \text{DH}$$

D'où

$$SCR_{\text{action}} = \max(\Delta NAV | \text{choc sur actions}; 0) = 232\ 917\ 432\ \text{DH}$$

Après avoir calculé les chargements en capital au titre du risque action et du risque de taux, nous pouvons en déduire le chargement au titre du module du risque de marché qui est obtenu par une agrégation des résultats des sous modules, en utilisant la matrice de corrélation suivante :

<i>CorrMkt</i>	<i>Mkt<sub>int</sub></i>	<i>Mkt<sub>action</sub></i>
<i>Mkt<sub>int</sub></i>	1	
<i>Mkt<sub>action</sub></i>	0	1

Tableau 16: les coefficients de corrélation taux-action

$$SCR_{\text{Marché}} = \sqrt{SCR_{\text{int}}^2 + SCR_{\text{action}}^2} = 241\ 384\ 240\ \text{DH}$$

Ce montant représente ainsi le chargement en capital au titre du risque de marché, en tenant compte du risque de taux et du risque action, ce qui signifie qu'en cas de survenance d'un choc au niveau de la courbe des taux et/ou au niveau des cours des actions, la perte maximale sera de l'ordre de 241,3 millions de dirhams.

Ainsi on peut calculer le « Basic SCR », nous rappelons que les coefficients de corrélations sont les suivants:

$CorrSCR=$	$SCR_{marché}$	$SCR_{vie}$
$SCR_{marché}$	1	
$SCR_{vie}$	0,25	1

**Tableau 17: corrélation entre le module de risque marché et souscription vie**

$$BSCR = \sqrt{0,25 \cdot SCR_{vie} \cdot SCR_{marché} + SCR_{vie}^2 + SCR_{marché}^2} = 300\ 956\ 795\ \text{DH}$$

Ce montant représente l'agrégation des chargements en capitaux au titre des grands modules de risque, à savoir le risque de souscription vie et le risque de marché. Ce montant sera par la suite majoré par un chargement en capital au titre du risque opérationnel pour avoir le SCR global.

### **II.2.2 Le risque opérationnel :**

Le risque opérationnel comme défini avant est le risque de pertes dues à une inadéquation ou à une défaillance des procédures, personnels, systèmes internes ou à des événements extérieurs. Sa modélisation et son évaluation ne sont pas évidentes car il n'existe pas d'outils pour mesurer exactement le risque juridique, la défaillance du personnel ou du système, prévoir une fraude, un bug informatique, ou un incendie des locaux....

Ceci dit il conviendrait de le chiffrer pour pouvoir au moins l'approcher. Un travail très important a été effectué dans ce domaine en ce qui concerne l'élaboration de normes sous Solvabilité II. C'est ce que nous allons exploiter dans ce paragraphe, et plus loin au niveau du pilier II.

Dans les spécifications du QIS 4, le  $SCR_{op}$  se calcule comme suit :

$$SCR_{op} = \min \{ 0.30 \bullet BSCR ; Op_{Inul} \} + 0.25 \bullet Exp_{ul}$$

Où

$BSCR$  = SCR de base

$Op_{Inul}$  = Chargement de base au titre du risque opérationnel pour toutes les activités excepté l'activité en unités de compte

$Exp_{ul}$  = Montant des frais annuels relatifs à l'activité en unités de compte

avec

$$Op_{Inul} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.03 \bullet (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0.02 \bullet Earn_{nl} + 0.02 \bullet Earn_h \\ 0.003 \bullet (Tp_{life} - Tp_{life-ul}) + 0.02 \bullet Tp_{nl} + 0.002 \bullet Tp_h \end{array} \right\}$$

$Tp_{life}$  = Total des provisions techniques d'assurance vie

$Tp_{life-ul}$  = Total des provisions techniques d'assurance vie pour les contrats en unités de compte

$Tp_{nl}$  = Total des provisions techniques d'assurance non-vie

$Tp_h$  = Total des provisions techniques d'assurance santé

$Earn_{life}$  = Total des primes acquises en vie

$Earn_{life-ul}$  = Total des primes acquises en vie pour les contrats en unités de compte

$Earn_h$  = Total des primes acquises en santé

$Earn_{nl}$  = Total des primes acquises en non-vie

En éliminant les termes nuls pour le cas de notre portefeuille, la formule devient :

$$SCR_{op} = \min \left\{ 0.30 \bullet BSCR ; \max \left( 0.03 \bullet Earn_{life} ; 0.003 \bullet Tp_{life} \right) \right\}$$

$Earn_{life}$  = Primes acquises de décès = 8 548 669,92 DH

$$SCR_{op} = 5\,972\,241\,DH$$

Ce montant représente l'allocation en fonds propres au titre du risque de pertes dues à une inadéquation ou à une défaillance des procédures internes, ce qui permettra une couverture des risques opérationnels.

## ***II.3 Marge de risque***

La marge de risque est calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant dont les entreprises d'assurance et de réassurance auraient besoin pour reprendre et honorer leurs engagements d'assurance. Elle est calculée suivant la méthode dite du « coût du capital ».

### ***II.3.1 Méthode du coût du capital***

La méthode consiste à calculer le coût de la mobilisation d'un montant de fonds propres éligibles égal au SCR nécessaire pour assumer les engagements d'assurance et de réassurance sur toute leur durée de vie. Pour ce faire, les participants doivent établir une projection de leurs engagements d'assurance et de réassurance jusqu'à leur extinction puis, pour chaque année, déterminer le montant de SCR que doit présenter une entreprise exposée à de tels engagements:

- ✓ Pour chaque segment d'assurance et de réassurance, trouver un SCR pour l'année  $t = 0$  et pour chaque année future de la durée de vie des engagements pris sur ce segment. Le SCR pour l'année 0 correspond au capital que la société devrait détenir aujourd'hui, à ceci près qu'une partie seulement des risques est prise en compte. Les risques à prendre en compte sont le risque opérationnel, le risque de souscription relatif au portefeuille en cours et le risque de contrepartie relatif aux cessions en réassurance ;
- ✓ Multiplier chacun des futurs SCR par le coût du capital pour obtenir le coût de détention des futurs SCR ;
- ✓ Actualiser chacun des montants calculés à l'étape précédente au moyen de la courbe des taux sans risque en  $t = 0$ . La somme des valeurs actualisées correspond à la marge de risque à associer à le Best Estimate des engagements concernés en  $t = 0$  ;
- ✓ le montant total de la marge de risque est la somme des marges de risque de tous les segments.

**Remarque :** Le coût du capital est égal à 6 % pour tous les assureurs.

En Assurance vie la marge de risque d'un segment basée sur le coût du capital est déterminée par la formule :

$$MR = CoC \cdot (0.5 + Dur_{mod}) \cdot SCR_{lob}^{tf}(0)$$

Où

- $MR$  est la marge basée sur le coût du capital ;
- $CoC$  est le coût du capital ;
- $SCR_{lob}^{tf}(0)$  est le capital de solvabilité requis actuel du segment hors risque de marché et risque de contrepartie;
- $Dur_{mod}$  est la duration modifiée du *Best Estimate* des provisions du segment (nette de réassurance). Dans le cas de notre portefeuille il n'y a pas de risque de contrepartie puisqu'il n'y a pas de réassurance.

### II.3.2 Application

Pour l'estimation de la marge de risque, il nous faudra tout d'abord calculer la duration modifiée du passif.

La duration est la mesure de la durée de vie moyenne des flux d'un instrument financier à taux fixe, pondérée par leurs valeurs actualisées.

La duration  $D$  d'un instrument financier touchant les flux  $Fi$  lors des  $n$  périodes restantes, est donnée par la formule suivante, où  $t(i)$  est l'intervalle de temps, exprimé en années, séparant la date d'actualisation de la date du flux  $Fi$  :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{t(i) \times Fi}{(1+r)^{t(i)}}}{\sum_{i=1}^n \frac{Fi}{(1+r)^{t(i)}}$$

Où  $r$  est le taux d'actualisation.

$$\sum_{i=1}^n \frac{Fi}{(1+r)^{t(i)}} = A = 1\,875\,155\,727$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{t(i) \times Fi}{(1+r)^{t(i)}} = B = 3\,480\,773\,122$$

$$D'ou\ D = B/A = 1,85625816$$

La duration du Best Estimate = 1,85 ans

La duration modifiée mesure la sensibilité aux variations de taux d'intérêts, (en pourcentage), tandis que la duration mesure cette sensibilité en absolue.

$$Dur_{\text{mod}} = \frac{D}{1+r}$$

La duration modifiée du Best Estimate = 1,79 %

Pour le cas de notre portefeuille le SCR (0) se réduit au SCR (0) pour *le risque de souscription et le risque opérationnel*, déjà estimé dans le paragraphe précédent. On retrouve ainsi la valeur de la marge de risque :

$$\text{Marge - Risque} = 6\% \cdot (0.5 + Dur_{\text{mod}}) \cdot SCR_{\text{lob}}^{\text{tf}}(0) = 5\,533\,644,58 \text{ DH}$$

Ce montant s'ajoutera au Best Estimate pour constituer les provisions techniques du portefeuille sous solvabilité II.

 Conclusion :

PROVISIONS TECHNIQUES = BE + MR = 1 995 659 585 DH

SCR = BSCR + SCR op = 306 929 037 DH

Ainsi, comme le stipule la directive solvabilité II, le montant des provisions techniques composé du Best Estimate et de la Marge de Risque correspond à la « valeur de marché » des provisions techniques de la compagnie relatives au portefeuille étudié. Le montant du SCR représente le niveau de fonds propres destiné à l'absorption des pertes imprévues importantes, permettant ainsi une couverture solide pour les différents risques.

Toutefois, ces estimations découlent d'une approche standard et donc ne tiennent pas en compte les spécificités de la compagnie. Dans ce cadre, solvabilité II offre aux assureurs la possibilité d'élaborer des modèles internes propres à leurs compagnies à fin d'éviter les formules standards qui peuvent alourdir leurs allocations en fonds propres. Le chapitre suivant fera l'objet de la mise en place d'un modèle interne.

# ***CHAPITRE 4 : APPROCHE MODELE INTERNE***

---

La proposition de directive Solvabilité II introduit la possibilité pour les organismes d'assurance d'évaluer leurs chargements en capitaux propres à l'aide d'un modèle interne et précise les conditions sous lesquelles les autorités de supervision seraient en mesure d'approuver les modèles utilisés. En effet, la formule standard, par essence, ne donnera toujours qu'une vision imparfaite du profil de risque de l'organisme. Un modèle interne peut, quant à lui, être développé d'une manière cohérente avec les caractéristiques propres à l'activité exercée et avec l'organisation mise en place.

Les modèles internes utiliseront dans le cas général les techniques de simulations et de modélisations stochastiques. Entendons par le terme stochastique l'utilisation de tirages aléatoires respectant des lois de probabilité et permettant d'obtenir une distribution des résultats, et ainsi de représenter le plus fidèlement possible la réalité des risques souscrits, les passifs, et leurs interactions avec les investissements financiers et les actifs. Ainsi Un modèle interne satisfaisant est un modèle utilisant les techniques stochastiques à l'actif et au passif.

## ***I Modélisation stochastique du Passif***

### ***I.1 Les flux futurs du passif :***

Dans ce paragraphe, il s'agit de déterminer les flux annuels du passif i.e. les montants à payer annuellement aux épargnants soit au titre de leurs sorties en capital (pour les contrats ayant atteint leur terme), au titre des rachats ou des décès. Pour ce faire nous allons exploiter l'algorithme développée dans le paragraphe précédent, qui nous a permit d'estimer le Best Estimate global du portefeuille, mais cette fois au lieu d'actualiser les flux futurs à  $t=0$ , nous allons estimer les flux de chaque année futurs jusqu'à extinction du portefeuille en tenant compte de tous les états de sorties probables ainsi que de leurs probabilités. Ci-dessous le graphique des flux futurs du passif

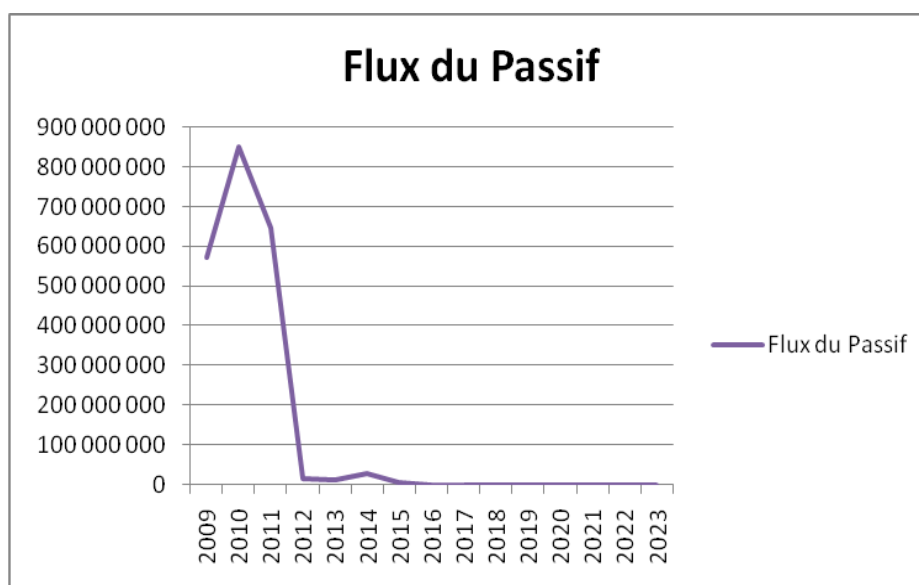


Figure 13: Flux du passif

On remarque que les flux futurs du passif seront très important au cours des trois premières années, en passant d'un niveau de 572 millions en 2009 à 850 millions, puis à 650 millions de dirhams en 2011, ensuite une tendance baissière depuis cette date jusqu'à l'année d'extinction du portefeuille, en supposant toujours qu'il n'y a plus de production nouvelle depuis le 31/12/2008.

La justification de ces résultats découle du fait que la majorité des contrats atteindront leurs termes en 2010 et 2011, ci-dessous un tableau donnant le nombre d'observations par durée résiduelle :

durée résiduelle	Nombre d'obs.	part cumulée
1	779	19,73%
2	1375	54,56%
3	1735	98,51%
4	31	99,29%
5	14	99,65%
6	2	99,70%
7	4	99,80%
8	2	99,85%
9	2	99,90%
10	3	99,97%
14	1	1
Total général	3948	

**Tableau 18: Répartition des contrats par durée résiduelle**

On remarque qu'en fin 2011 on aura liquidé presque 98% de l'ensemble des contrats, puisque la majorité de ceux-ci ont une durée résiduelle entre 1 et 3 ans ce qui justifie la tendance de la courbe des flux futurs du passif.

## ***1.2 Modélisation des provisions techniques :***

Le présent paragraphe fera l'objet d'une modélisation stochastique des provisions techniques relatives aux contrats du portefeuille objet d'étude, en vue de déterminer d'une part le Best Estimate et d'autre part la perte potentielle que peut subir le portefeuille.

Reprenons le schéma du passif sous solvabilité II : le Best Estimate doit représenter la meilleure estimation du montant des provisions techniques permettant d'honorer les engagements futurs de l'assureur avec une probabilité de 50 %. Par ailleurs la compagnie devra de plus disposer d'un niveau de fonds propres suffisant lui permettant de ne pas être ruiné dans un horizon d'un an, avec une très forte probabilité (à priori 99,5 %).

Bref, nous devons estimer les différentes valeurs possibles des flux du passif, à fin de tracer sa courbe. Cette courbe nous permettra de déterminer le Best Estimate qui est le montant moyen des flux, ainsi que la perte potentielle à un niveau donné. La meilleure technique qui nous permettra de tracer cette courbe est la Value at Risk.

### ***1.2.1 La Value At Risk :***

La Value-at-Risk (VaR) désigne un niveau de perte estimé qui ne doit pas être dépassé, pour une période et un niveau de confiance donnés. Par définition, la VaR à un horizon  $h$  et au niveau de confiance  $p$  est le nombre  $VaR(h, p)$  tel que :

$$VaR(h, p) = \inf \{u : P[L_h \leq u] \geq p\}$$

Où  $L_h$  est la perte sur l'horizon  $h$ .

Ceci est équivalent à dire :  $Proba(L_h < VaR(h, p)) = p$ , i.e. avec une probabilité  $p$  on est sûr qu'on ne dépassera jamais la VaR  $(h, p)$  dans l'horizon de temps  $h$ .

Par exemple, la VaR au seuil de confiance de 99% à 1 jour, que l'on notera,  $VaR(99\%, 1j)$ , égale à 1 million de dirhams signifie qu'un jour sur cent en moyenne, le portefeuille est susceptible d'enregistrer une perte supérieure à cette somme de 1 million de dirhams.

En considérant que les variations de valeur d'un portefeuille sont normales, la VaR peut être exprimée graphiquement, comme dans le graphe ci-dessous :

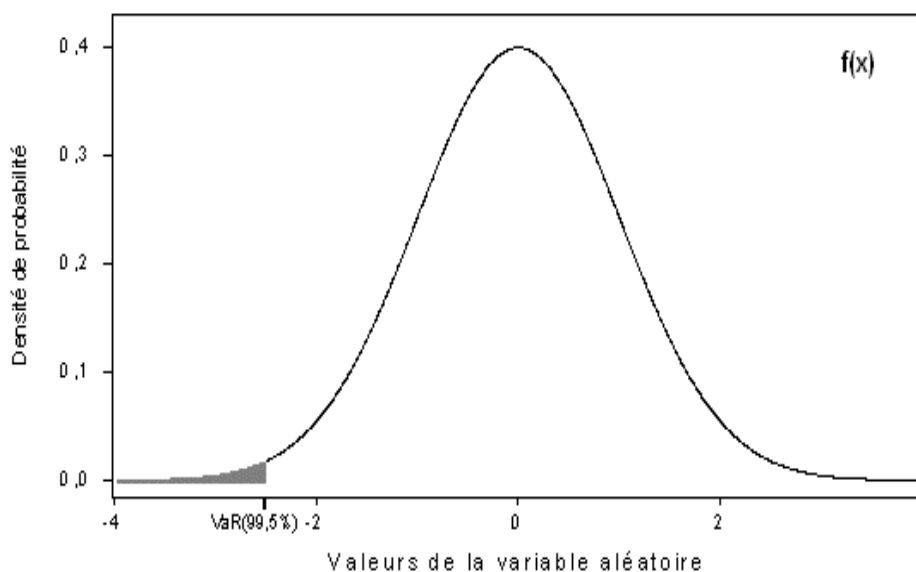


Figure 14: VaP à 99,5% (fonction de densité de la loi normale)

Il existe deux méthodes pour l'estimation de la VaR :

- Les méthodes paramétriques, telles que la méthode **risk-metric** ou encore la méthode **Garch**, ces méthodes suppose que la distribution des pertes et profits suit une loi paramétrique de fonction de densité connue. L'estimation se restreint dès lors à celle des paramètres de la loi en question.
- Les méthodes non paramétriques, telles que **la simulation historique**, la méthode « **Bootstrapp** », la simulation de **Monté Carlo**...Le principe général des méthodes non paramétriques d'estimation de la Value-at-Risk est que l'on impose a priori aucune distribution paramétrique de pertes et profits.

Dans notre application et du fait que nous ne disposons pas d'informations concernant la distribution ni l'historique du Best Estimate, nous allons utiliser la méthode non paramétriques de Monté Carlo.

### 1) La simulation Monté Carlo :

La méthode de Monte Carlo consiste à simuler un grand nombre de fois les comportements futurs possibles des facteurs de risque selon un certain nombre d'hypothèses, et d'en déduire une distribution des pertes et profits à partir de laquelle on estime finalement un fractile. L'avantage de cette approche est qu'elle peut s'appliquer, en théorie, quelles que soient les lois de probabilité suivies par les facteurs de risque. Cette méthode convient également à tous les types d'instruments et permet de tester de nombreux scénarios.

La méthode consiste à isoler un certain nombre de variables-clés appelés « facteurs de risque » et à leur affecter une distribution de probabilités. Pour chacun de ces facteurs, on effectue un grand nombre de tirages aléatoires dans les distributions de probabilité déterminées précédemment, afin de déterminer la probabilité d'occurrence de chacun des résultats. Dans le cadre de notre étude le facteur de risque qui influence le montant des provisions est la sorties du souscripteur soit en capital, en rachat ou en décès.

Pour un contrat  $i$ , il existe  $2*[DRi] + 1$  états pour le facteur de risque (sortie) où  $DRi$  est la durée résiduelle pour le contrat en question. A chaque état  $E_{ij}$  correspond une probabilité  $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$  ou  $\delta_i$  (cf. chapitre 2)

Les étapes de la simulation sont les suivantes :

- Etape 1 : Calculer les probabilités cumulées  $PC_{ij}$  de chaque état  $j$  pour le contrat  $i$ ,
- Etape 2 : Générer un nombre aléatoire  $W_i$  compris entre 0 et 1. Soit  $J_0 \in [1, 2*[DRi] + 1]$  tel que :  $PC_{i,(J_0-1)} < W_i < PC_{i,J_0}$  dans ce cas l'état de sortie du contrat  $i$  est  $E_{i,J_0}$  et le montant des provisions  $M_{iJ_0}$  de cet état correspond aux provisions du contrat selon ce scénario  $s_i$ .

On a donc  $BE_{isi} = M_{iJ_0}$  ;

- Etape 3 : calculer le Best Estimate du portefeuille pour un scénario  $s_1$  :

$$BE_{s_1} = \sum_{i=1}^N BE_{i,s_1}$$

- Etape 4 : reprendre depuis l'étape 2 pour d'autres scénarios et tracer la courbe des différentes valeurs du Best Estimate.

Il faudra générer autant de scénarios que possible pour aboutir à une courbe stable du Best Estimate. En vue de rendre cette simulation plus facile, nous avons programmé cet algorithme sous VBA (voir code dans l'annexe -6-). Nous avons ainsi générer un nombre de scénarios allant de 100 à 2000 où l'on a atteint la convergence. Le graphique ci-dessous nous donne l'allure de la courbe de la distribution du Best Estimate obtenue.

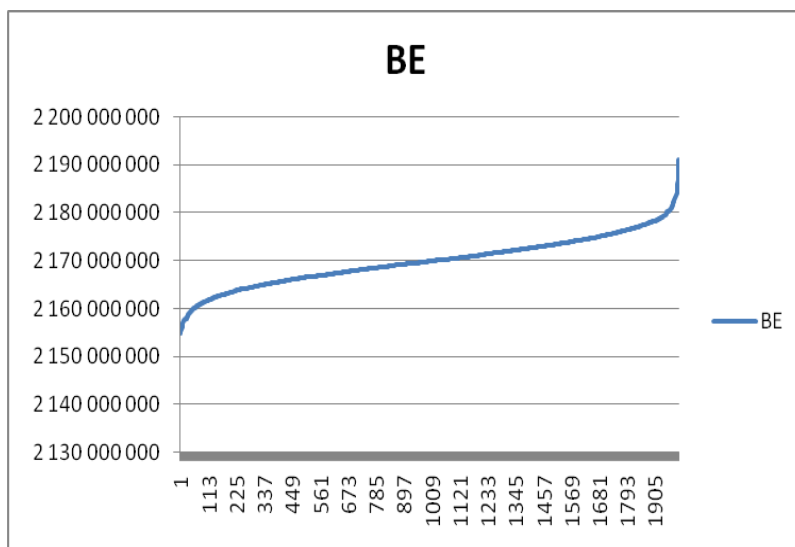


Figure 15: Distribution du Best Estimate

### 1.3 Best Estimate & $SCR_{\text{sous-vie}}$ :

Comme cité précédemment, le Best Estimate et le SCR doivent correspondre respectivement, sous solvabilité II, à la Var à 50% et à la Var à 99.5%. Ainsi d'après les résultats de la simulation de Monté Carlo on trouve :

$$BE = \text{VaR}(1, 50\%) = 2\ 169\ 878\ 027\ \text{DH}$$

$$SCR_{\text{life}} = \text{VaR}(1, 99.5\%) = 26\ 365\ 220\ \text{DH}$$

Rappelons les montants trouvés dans l'approche standard :

$$SCR_{\text{life}} = 152\ 087\ 918\ \text{DH}$$

$$BE = 1\ 990\ 747\ 281\ \text{DH}$$

En confrontant ces résultats, nous constatons que :

BE (Modèle Interne) > BE (Modèle Standard)

SCR (Modèle Interne) < SCR (Modèle Standard)

**Conclusion:** Le modèle interne surestime les provisions et en contrepartie baisse l'allocation en fonds propres, ce qui est très intéressant pour la compagnie puisque les provisions sont destinées à l'investissement, alors que l'allocation en fond propre reste immobilisée.

## **II Modélisation stochastique de l'actif :**

Outre une représentation pertinente du passif, la mise en œuvre d'un modèle interne implique aussi l'intégration de l'actif. Concernant l'actif, les techniques et leurs utilisations sont mieux maîtrisées, et ceci depuis longtemps : il est traditionnel en gestion d'actif d'utiliser les techniques stochastiques. Pour l'évolution d'un taux de rendement dit sans risque correspondant au taux de base des marchés financiers, les modélisations utilisent habituellement un modèle de Vasicek, de Cox Ingersoll Ross ou encore de Heath Jarrow Morton. L'actif considéré dans cette modélisation est constitué d'un fonds d'action et d'un fonds d'obligation. (Voir la référence de la théorie de la modélisation des actifs dans la 4<sup>ème</sup> rubrique de la bibliographie).

### **II.1 Modélisation du fonds d'actions :**

#### **II.1.1 Indice action :**

Pour pouvoir modéliser le fonds d'action nous allons tout d'abord construire un indice actions propre au portefeuille étudié et ce à partir de l'historique des cours de l'ensemble des actions. Cet indice a été construit en calculant la moyenne des cours journaliers des actions pondérée par le produit du nombre détenu de chaque action et de sa valeur nominale à un instant t selon la formule suivante :

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^{Ni} (N_t^i * V^i * S_t^i)}{(\sum_{i=1}^{Ni} N_t^i * V^i)}$$

Avec

$N_t^i$  Le nombre d'action i à l'instant t

$V^i$  La valeur nominale de l'action i

$S_t^i$  Le cours de l'action i à l'instant t

Avant d'entamer la modélisation de fond d'action, nous avons confronté la courbe d'évolution de l'indice de la compagnie à celle de l'indice Masi pour la période allant du 12/01/2000 au 15/05/2009.



Figure 16: Evolution du Masi et de l'indice actions de RMA

On constate que l'indice suit l'évolution du marché et possède la même tendance. Nous signalons tout de même que le niveau du Masi reste supérieur à celui de l'indice RMA tout au long de la courbe. On remarque que depuis le mois de Septembre 2008 jusqu'à début 2009, il y a eu une chute des cours des deux indice, ceci est du à l'influence de la crise financière internationale sur le marché marocain.

### II.1.2 Modélisation du fonds d'action :

Dans ce paragraphe, en vue de prévoir le prix de l'indice action dans les années futurs jusqu'à extinction du portefeuille, nous allons utiliser l'un des processus les plus célèbres de la modélisation des actions, à savoir le mouvement brownien géométrique.

#### 1) Mouvement Brownien standard :

Un processus stochastique  $w$  est dit **mouvement brownien standard** ssi :

- (i)  $w(0) = 0$
- (ii)  $w$  = processus à accroissements indépendants et stationnaires
- (iii)  $w$  = processus gaussien
- (iv)  $\forall t > 0 : E w(t) = 0 ; \text{ var } w(t) = t$

## 2) Mouvement brownien géométrique :

Un mouvement brownien géométrique est un processus stochastique continu dont le logarithme suit un mouvement brownien. Soit  $W$  un mouvement Brownien, le processus  $S(t)$  appelé mouvement Brownien géométrique est défini par l'équation:

$$S(t) = S(0) \exp\left(\left(\delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma w(t)\right)$$

c'est la solution de l'équation différentielle stochastique:  $dS(t) = \delta S(t) dt + \sigma S(t) dw(t)$

Où :

- $S(t)$ : Valeur du fonds d'actions au temps  $t$  ;
- $\mu$  : Rendement moyen du fonds d'action ;
- $\sigma$  : Volatilité du rendement du fonds d'actions ;
- $W(t)$  : Mouvement brownien standard

On note  $\delta = \mu + \frac{\sigma^2}{2}$

Les paramètres du modèle sont estimés à partir de l'historique des rendements de l'indice et sont comme suit:

$$\sigma = 0,3676017 \quad \mu = 0,14885924$$

Nous allons simuler les trajectoires du mouvement brownien sur une durée de 14 ans correspondant à la durée restante pour l'extinction du portefeuille. En procédant à des simulations de 250 scénarios sous Excel, on trouve les différentes trajectoires possibles pour l'évolution du fonds d'actions, on en représentera 10 dans le graphe ci-dessous :

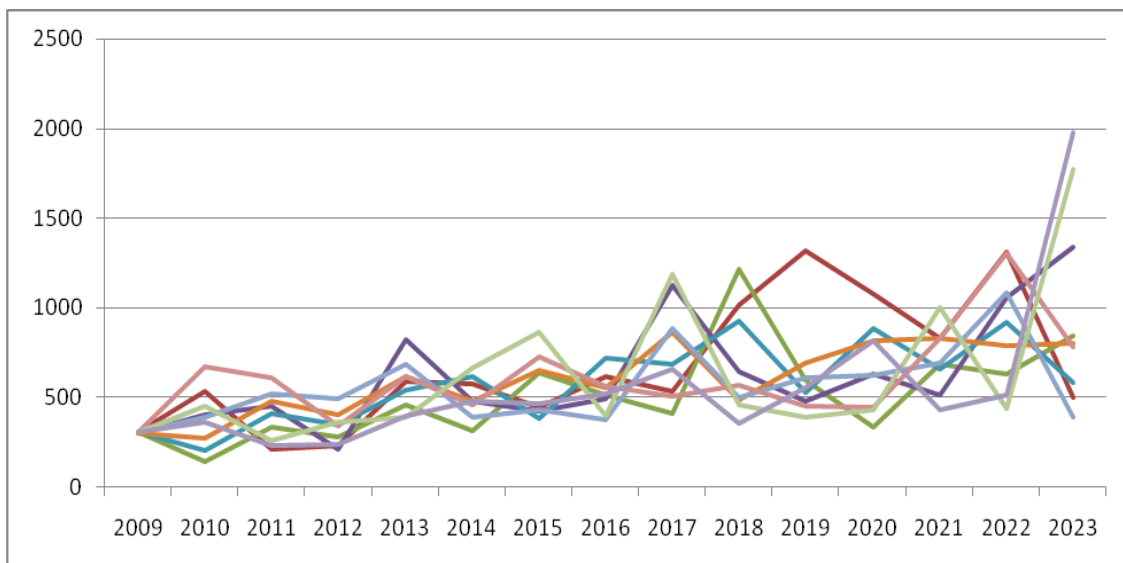


Figure 17: Evolution stochastique du Fonds d'actions

## I.2 Modélisation du fonds obligataire

Pour le portefeuille « Crescendo » et puisque la majorité des contrats ont une durée de 3 à 4 ans, l'investissement obligataire est composé seulement des obligations à maturité de 5 ans.

La modélisation des obligations ou la détermination de leurs prix se fait par un processus brownien géométrique, déjà défini dans le paragraphe précédent, ainsi la valeur du fonds obligataire à un instant  $t$  est donnée par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dP(t) = \mu.P(t) dt + \sigma P(t).dw(t)$$

$P(t)$  : Valeur du fonds obligataire à l'instant  $t$  ;

$\mu$  : Rendement moyen du fonds obligataire ;

$\sigma$  : Volatilité du rendement du fonds obligataire ;

$W(t)$  : Mouvement brownien standard

On note que l'une des particularités des obligations est que le prix dépend du taux d'intérêt. En effet :

$$\mu = y(t, T) + \lambda$$

$y(t, T)$  : Taux à maturité  $T$  à l'instant  $t$  ;

$\lambda$  : Prime de risque du fonds par rapport aux taux de maturité  $T$ .

Avec

$$y(t, T) = -\frac{\ln(P_0(t, T))}{T}$$

Où

$P_0(t, T)$  : Prix de zéro coupon à maturité T en t.

Or, le prix d'un zéro coupon dépend du taux court. Ainsi il nous faudra dans un premier temps estimer la courbe des taux courts qui permettra de déduire le prix du zéro coupon, lui-même interviendra pour l'estimation du rendement moyen du fonds  $\mu$ . Plusieurs modèles existent dans la littérature pour la modélisation des taux courts, nous en retiendrons un des plus célèbres à savoir le modèle « *Vasicek* ».

### 1.2.1 Modélisation du taux d'intérêt

#### 1) Le modèle de Vasicek

Le modèle de Vasicek (1977) est fondé sur l'idée que le taux court est le seul paramètre qui régit les prix des titres obligataires et que celui-ci est censé suivre un processus *d'Ornstein - Uhlenbeck* dont l'évolution stochastique obéit à l'équation différentielle suivante:

$$dr(t) = a(b - r(t))dt + \sigma dw(t)$$

Où :

- $r(t)$  : Taux court en t, qu'on peut assimiler au taux jour-jour
- $a$  : La vitesse de retour à la moyenne, c'est la vitesse d'ajustement du taux court actuel vers sa moyenne de long terme  $\mu$ ,
- $b$  : moyenne à long terme des taux court,
- $\sigma$  : l'écart type des taux court,
- $W(t)$  : mouvement brownien standard.

Cette équation admet comme solution :

$$r(t) = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{as} dw(s)$$

Après discrétisation du processus avec un pas d'un an on trouve l'équation de régression suivante:

$$r(t) = a * b + (1 - a) r_{t-1} + \sigma$$

Cette discrétisation conduit à un processus autorégressif d'ordre 1. Ainsi, nous pouvons estimer les paramètres du modèle en régressant la série des taux courts sur la série décalée d'une période, nous prendrons pour la série de régression l'historique des taux courts du 01/01/1995 au 01/04/2008.

On définit le modèle de régression :

$$r(t) = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \sigma$$

En exploitant le logiciel SPSS, on trouve les résultats suivants :

**Récapitulatif du modèle**

Modèle	R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation
1	,990 <sup>a</sup>	,979	,979	2,3765E-03

a. Valeurs prédites : (constantes), TAUX1

b. Variable dépendante : TAUX

**Tableau 19: Récapitulatif du modèle de régression**

Le tableau ci-dessus donne le résultat de la qualité d'ajustement du modèle. Nous constatons que  $R^2 = 97,9\%$ , ce qui signifie que le modèle est très bien ajusté.

**Coefficients<sup>a</sup>**

Modèle		Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés	t	Signification	Intervalle de confiance à 95% de B	
		B	Erreur standard	Bêta			Borne inférieure	Borne supérieure
1	(constante)	4,426E-04	,000		4,415	,000	,000	,001
	TAUX1	,989	,002	,990	441,830	,000	,985	,994

a. Variable dépendante : TAUX

**Tableau 20: les coefficients du modèle**

Ce tableau donne les valeurs estimées des paramètres du modèle. Nous déduisons que :

$$\hat{\beta}_0 = 0,0004 \quad ; \quad \hat{\beta}_1 = 0,989$$

ANOVA<sup>b</sup>

Modèle		Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Signification
1	Régression	1,103	1	1,103	195213,5	,000 <sup>a</sup>
	Résidu	2,329E-02	4124	5,648E-06		
	Total	1,126	4125			

a. Valeurs prédites : (constantes), TAUX1

b. Variable dépendante : TAUX

Tableau 21: Tableau ANOVA

Selon les résultats du tableau « ANOVA », qui donne la somme des carrés moyens, on déduit que:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{MSE} = 0.0023$$

D'où l'estimation des paramètres :

$$a*b = 0,0004 \quad ; \quad 1 - a = 0.989$$

## 2) Le prix des obligations

Après avoir déterminé les taux courts, on peut maintenant déduire la structure d'un zéro coupon, qui se définit comme suit :

$$P_0(t, s, r) = \exp\left(\frac{1}{a}(1 - e^{-a(s-t)})(K - r) - (s - t)K - \frac{\sigma^2}{4a^3}(1 - e^{-a(s-t)})^2\right)$$

Où  $K = b + \frac{\sigma\lambda}{a} - \frac{\sigma^2}{2a^2}$  et s : échéance

Nous rappelons que  $\lambda$  représente la prime de risque du fonds par rapport au taux de maturité T, sa valeur est supposée constante dans le modèle Vasicek et vaut 1%.

Après estimation des paramètres du modèle on déduit la valeur de  $K$  :

$$K = 3,64\%$$

Maintenant on peut calculer les taux long, on rappelle la formule:

$$y(t, T) = -\frac{\ln(P_0(t, T))}{T}$$

Le graphe ci-dessous donne l'allure de la courbe des taux long à maturité de 5 ans :

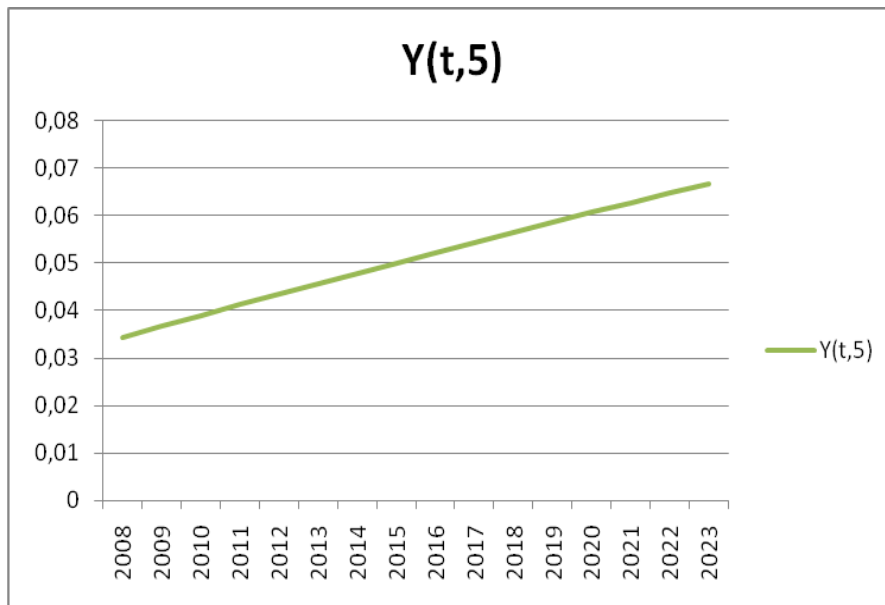


Figure 18: Evolution du taux long

Maintenant que nous avons estimé les taux long, nous pouvons déduire les rendements moyens futurs du fonds obligataires :

$$\mu(t) = y(t, T) + \lambda$$

On représente les résultats dans le graphe ci-dessous :

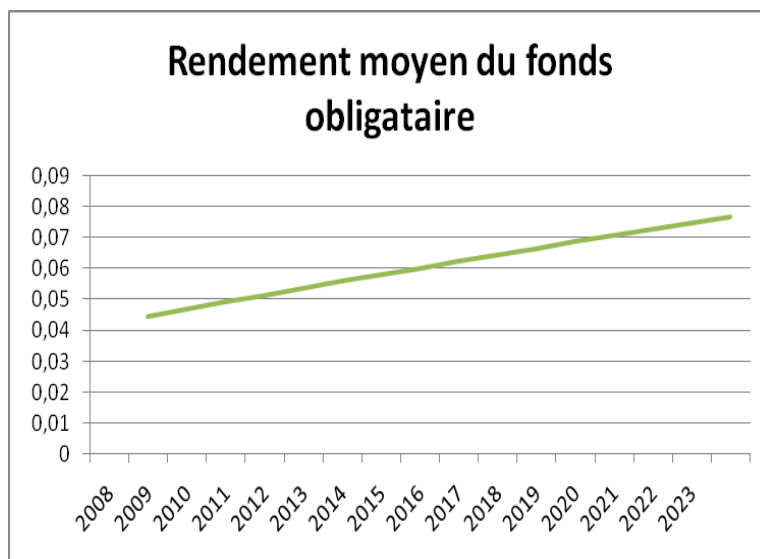


Figure 19: Evolution du Rendement moyen du fonds

Nous rappelons que le fonds obligataire est modélisé par un mouvement brownien géométrique, défini après discrétisation par l'équation suivante :

$$P(t) = P(t - 1) \exp((y(t - 1, t + T - 1) + \lambda - \frac{\sigma^2}{2}) + \sigma.W)$$

Ainsi après simulation de différents scénarios des trajectoires du mouvement brownien sur une durée de 14 ans correspondant à la durée restante pour l'extinction du portefeuille, on peut tracer les différentes trajectoires possibles pour l'évolution du fonds obligataire, on en représente 10 dans le graphe ci-dessous :

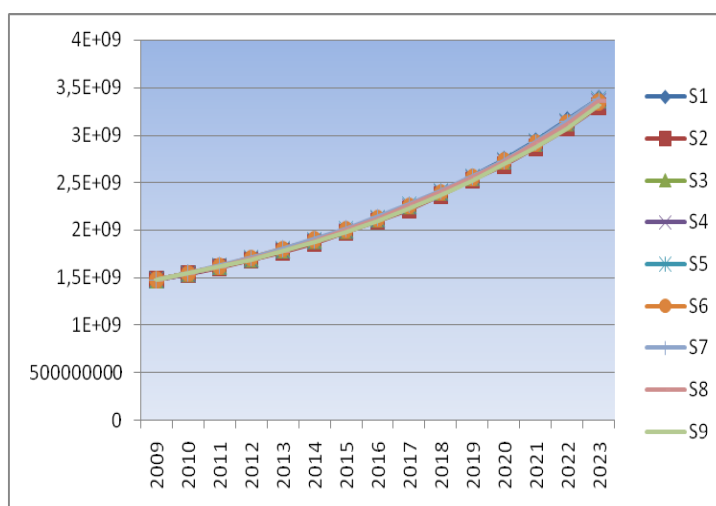


Figure 20: Evolution stochastique du Fonds obligataire

Nous réalisons que les différents scénarios possèdent la même allure et que les valeurs simulées sont très proches.

### I.3 SCR marché :

La modélisation du fonds obligataire et du fonds d'actions permet d'estimer les rendements futurs des actions et des obligations selon différents scénarios, chaque scénario donne une valeur estimée du rendement global de l'actif. Ainsi nous pouvons d'une part estimer la valeur moyenne du rendement et d'autre part calculer **la variation de l'actif net** suite à un scénario de choc, qui représente, selon solvabilité II, le **SCR marché** puisqu'il tient compte de la variation au niveau des actions ainsi qu'au niveau du taux d'intérêt via les obligations.

Le rendement moyen de l'actif est défini par la formule suivante :

$$R_{Actif} = LN\left(\frac{A_t}{A_{t-1}}\right) = LN\left(\frac{O(t) + A_c(t)}{O(t-1) + A_c(t-1)}\right) = LN\left(\frac{e^{r_o(t)}O(t-1) + e^{r_A(t)}A_c(t-1)}{O(t-1) + A_c(t-1)}\right)$$

avec  $A_t$  : Valeur de l'actif en t

$O(t)$  : Valeur du fonds obligataire

$A_c(t)$  : Valeur du fonds d'actions

$r_o(t)$  : Taux de rendement moyen futurs du fonds obligataire en t

$r_A(t)$  : Taux de rendement moyen futurs du fonds d'actions en t

Et selon la répartition de l'actif on a :  $A(t) = 0.74 O(t) + 0.26 A_c(t)$  et donc après simplification on trouve la formule:

$$R_{Actif} = LN(0.74 e^{r_o(t)} + 0.26 e^{r_A(t)})$$

Le tableau ci-dessous donne les résultats des scénarios simulés du rendement de l'actif :

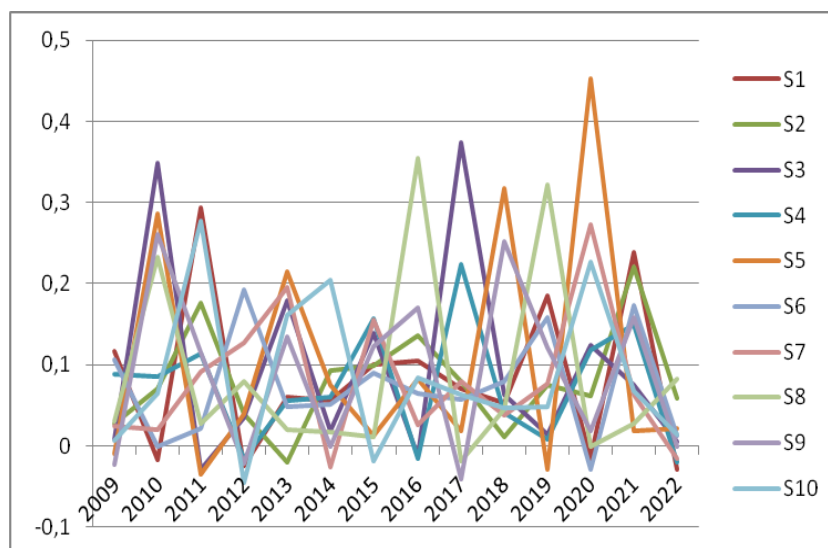
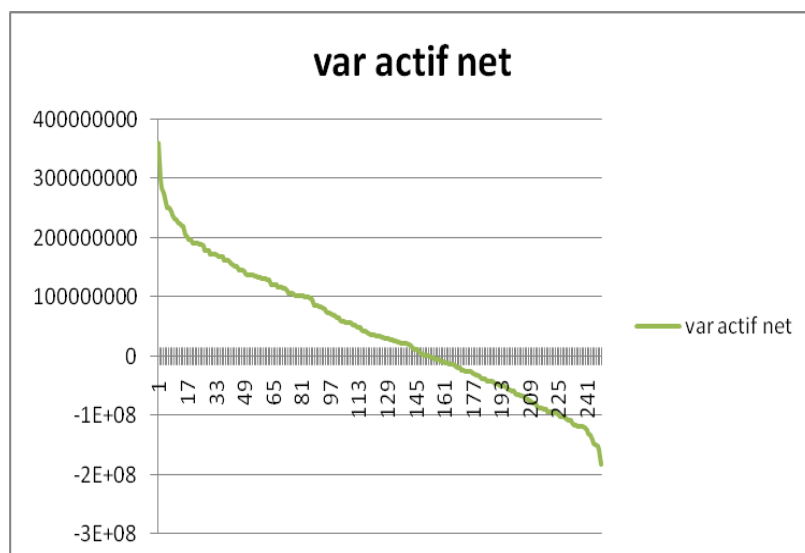


Figure 21: Simulation du rendement futur de l'actif

Le Best Estimate des provisions techniques est investi par la compagnie pour assurer un rendement aux assurés ainsi qu'à son propre compte. De là, en capitalisant ce montant par les rendements moyens estimés tout en tenant compte des flux futurs du passif de chaque exercice (déjà estimés dans le premier paragraphe du présent chapitre), on déduit la valeur de l'actif net. En simulant plusieurs scénarios du rendement de l'actif on trouve l'allure de la variation de l'actif net représentée dans le graphe suivant :



Ce qui permet donc de calculer le SCR marché qui est égal à la VaR à 99,5% de la variation de l'actif net, d'où:

$$SCR_{\text{marché}} = 151\,923\,102 \text{ DH}$$

#### ***1.4 Basic SCR, $SCR_{op}$ et Marge de Risque :***

En reprenons les définitions du Basic SCR, du SCR<sub>op</sub> et de la Marge de Risque et en injectant les nouvelles valeurs du Best Estimate, du SCR marché et souscription vie de l'approche stochastique, on trouve les résultats suivants:

$$BSCR = \sqrt{0,25 \cdot SCR_{\text{vie}} \cdot SCR_{\text{marché}} + SCR_{\text{vie}}^2 + SCR_{\text{marché}}^2} = 157\,407\,513 \text{ DH}$$

$$SCR_{op} = \min \left\{ 0,30 \cdot BSCR ; \max(0,03 \cdot Earn_{\text{life}} ; 0,003 \cdot Tp_{\text{life}}) \right\} = 6\,509\,634,08 \text{ DH}$$

$$\text{Marge de Risque} = 1\,021\,708 \text{ DH}$$

Nous concluons dans la fin de ce chapitre que l'approche modèle interne optimise la politique d'allocation en fonds propres de la compagnie. En effet la modélisation stochastique a permis de réduire les montants des capitaux de solvabilité requis (SCR) pour les différents modules de risque ainsi qu'au niveau de la marge de risque.

## ***CHAPITRE 5 : ETUDE DE RENTABILITE DU PORTEFEUILLE***

---

L'objectif de ce chapitre est de mettre l'accent sur l'aspect rentabilité du produit d'épargne « CRESCENDO ». Cette rentabilité peut être étudiée selon deux étapes :

- **Etape 1** : consiste à comparer les versements des clients capitalisés, d'une part par les taux de revalorisation servis par la compagnie en terme de participation aux bénéfices et ce, à la date prévisionnelle du sortie du client (en tenant compte des sorties en rachat, en décès et en capital) et d'autres part capitalisés par le rendement moyen réalisé par la compagnie en investissant ces versements (nous rappelons que 90% des bénéfices sont distribués).
- **Etape 2** : consiste à comparer les prix appliqués aux options du produit (possibilité de rachat, prime décès) avec ceux constatés réellement à partir de l'historique du produit et proposer une tarification basée sur la modélisation mathématique de ces options.

Avant d'entamer cette étude, nous allons dans un premier temps faire une analyse statistique descriptive du portefeuille.

## I Statistiques descriptives du produit :

### I.1.1 Chiffre d'affaire du produit par exercice en DH:

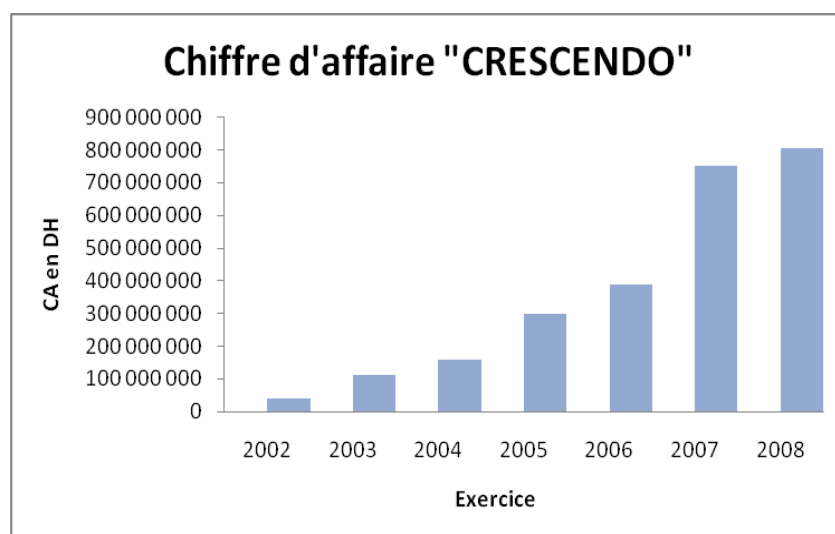
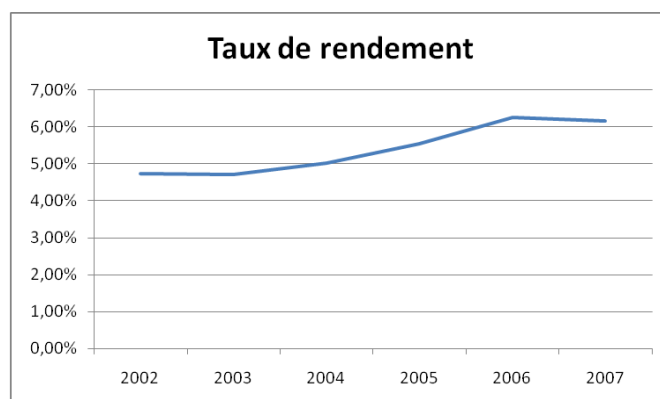


Figure 22: Chiffre d'affaire "Crescendo"

Nous remarquons que le chiffre d'affaire du produit a enregistré une forte augmentation dans les dernières années, il a presque doublé en deux ans en passant de 389 Million de DH en 2006 à 806 Millions de DH en 2008.

### ***1.1.2 Evolution du taux de rendement servi par exercice :***



**Figure 23: taux de rendement servi**

Le taux de rendement a connu une tendance haussière pendant la période 2002 - 2006, en passant de 4,73% à 6,25% pour ensuite baisser légèrement à un niveau de 6,15% en 2007 puis à 5,5% en 2008.

### ***1.1.3 Caractéristiques du portefeuille au 31/12/2008 :***

#### **1) Caractéristiques générales :**

âge moyen	48 ans
cotisation moyenne	419 360,51 DH
Durée de contrat moyenne	3,1 ans

**Tableau 22: caractéristiques générales du produit**

#### **2) Composition selon la durée du contrat :**

Durée du contrat	Nombre observations	Total cotisations	%
3	1942	779669305	96,6%
4	34	14587800	1,8%
5	11	4639000	0,6%
6	22	3709509	0,5%
7	7	2694000	0,3%
8	3	660000	0,1%
10	7	890000	0,1%
Total général	2026	806849614	100,0%

**Tableau 23: Composition du portefeuille par durée de contrat**

Les contrats de durée de 3 ans sont les plus demandés par les souscripteurs et représente presque 96% du total des cotisations, ceci est justifié puisque la durée minimale est de 3ans et le rachat avant la date terme choisie implique des pénalités.

### 3) Composition selon le sexe des cotisants :

Sexe	Effectif	Part de l'effectif global	Cotisations	Part de l'encours global
Féminin	1993	40,66%	660659344	31,83%
Masculin	2909	59,34%	1415239522	68,17%
Total	4902	100,00%	2075898866	100,00%

**Tableau 24: Composition selon le sexe des épargnants**

Les épargnants de sexe masculin représentent presque 60% de l'ensemble des épargnants et détiennent 68% de l'encours global.

### ✓ Composition selon l'âge des cotisants :

Classe d'âge	Effectif	Part de l'effectif total	Cotisations	Part de l'encours
[18,20[	6	0,12%	79 200	0,004%
[20,40[	1269	25,89%	407 724 772	19,65%
[40,60[	2703	55,14%	1 095 605 650	52,80%
[60,80[	869	17,73%	496 323 031	23,92%
[80,100[	55	1,12%	75 453 413	3,64%
Total	4902	100,00%	2 075 186 066	100%

**Tableau 25: Composition par classe d'âge**

Plus que la moitié des épargnants appartient à la classe d'âge [40,60[et détient 52% de l'encours global.

✓ Courbe de Lorenz :

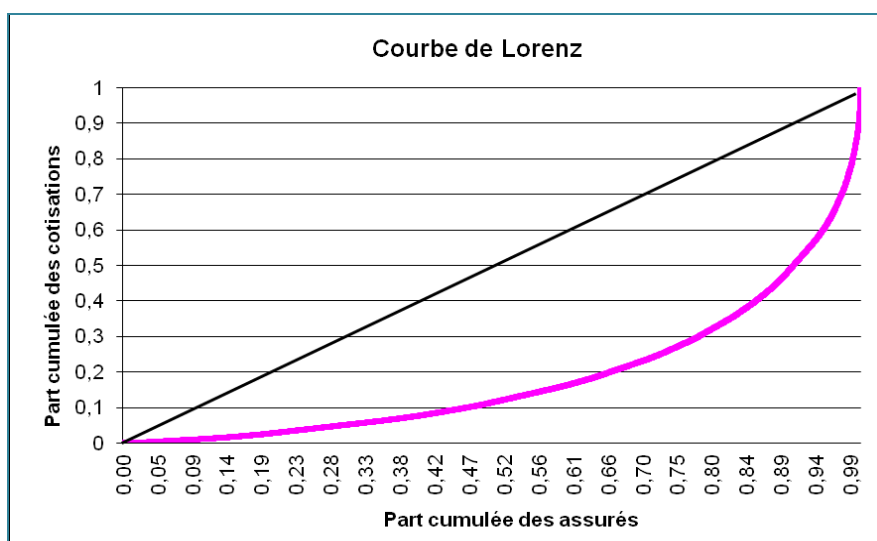


Figure 24: La courbe de Lorenz

Au 31/12/2008, **50%** des cotisants détiennent **90%** de l'épargne totale, cela représente un risque important pour la compagnie. En effet un rachat massif des contrats de cette population peut être très dangereux, puisque cette population minoritaire détient la majorité de l'épargne globale. Nous signalons également que ces épargnants se caractérisent par un âge moyen de **52 ans** et des contrats de durée moyenne de **3 ans**.

## II La rentabilité du produit :

### II.1 Rentabilité des versements :

Dans cette partie nous allons d'une part comparer les versements cumulés de chaque client et capitalisés par les taux de revalorisation déjà servi et ce, au 31/12/2008 (montant de l'épargne constitué par client) avec la valeur du marché de ces versements (le rendement réel de l'actif) et d'autre part, nous allons faire des projections sur les années futures jusqu'à extinction du dernier contrat.

#### II.1.1 Taux de rendement historiques et taux de revalorisation servis :

En capitalisant les versements globaux des clients selon les deux scénarios, nous retrouvons les résultats représentés dans le graphe ci-dessous par deux séries:

Série 1 : représente les versements totaux revalorisés par le taux de rendement moyen de l'actif.

Série 2 : représente les versements totaux revalorisés par l'historique des taux servis par la compagnie.

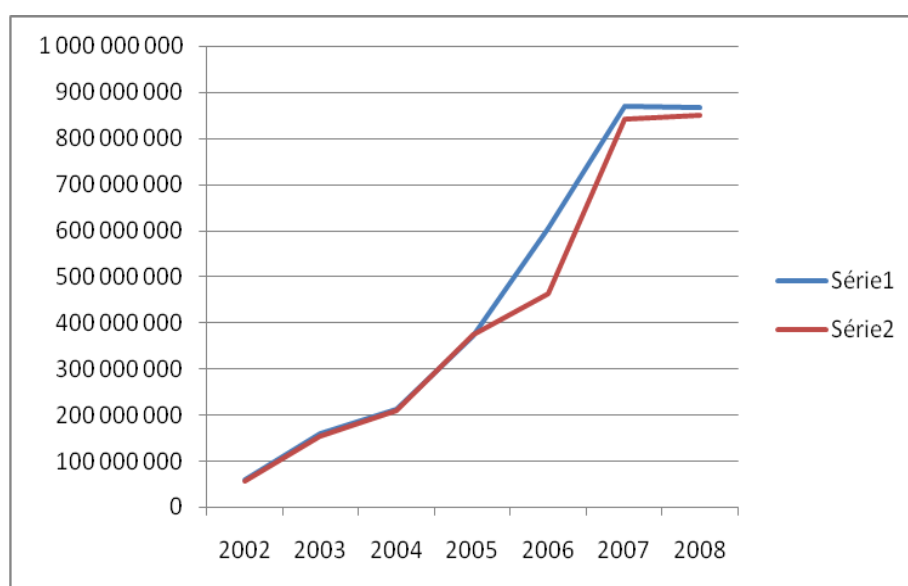


Figure 25: L'Épargne revalorisée par le taux de rendement de l'actif et par les taux servis

On pose :

P = l'épargne des clients constitué au 31/12/2008 par les taux servis  
= 2 948 785 933 DH

A = capitalisation des versements au 31/12/2008 par le taux de rendement moyen de l'actif

= 3 150 161 035 DH

Donc :  $P < A$  et  $A-P = 201\,375\,103$  DH

Et par conséquent nous constatons que jusqu'au 31/12/2008, la compagnie a réalisé une rentabilité d'environ 200 millions de dirhams sur le portefeuille « Crescendo».

### ***II.1.2 Projection des flux futurs :***

Cette partie consiste à faire des prévisions sur la rentabilité future du portefeuille en cours de gestion. Pour ce faire, nous avons besoin du taux de rendement futur de l'actif et des taux de revalorisation de l'épargne pour les années futures.

La modélisation des taux de rendements de l'actif a fait l'objet du chapitre précédent, nous allons donc exploiter ces résultats pour estimer la valeur de l'actif dans les années futures. Concernant les taux de revalorisation de l'épargne, il est composé du taux minimum garanti (3.25%) et la participation aux bénéfices (90% du bénéfice réalisé sur l'actif).

Le taux moyen de rendement futur de l'actif est estimé à 8.72%, ce taux est utilisé pour la capitalisation des versements. Quand aux flux annuels du Passif (cf. chapitre 4) et qui sont estimés avec le taux minimum garanti, seront augmentés de 90% du bénéfice sur l'actif pour tenir compte de la participation au bénéfice.

En effectuant ces calculs, nous retrouvons que le montant estimé du bénéfice de la compagnie sur les versements des années futures est de : 6 682 524 DH.

### **Conclusion :**

La comparaison de l'épargne constitué pour l'ensemble des clients avec le rendement des versements de ces derniers, montre que le produit « Crescendo » est très rentable pour la compagnie. Néanmoins, d'autres facteurs (rachat, capital décès...) doivent être pris en compte à fin de mieux évaluer cette rentabilité et c'est ce que nous allons voir dans la partie qui suit.

## II.2 Evaluation et Tarifications des options du produit :

### II.2.1 Le Décès :

Le contrat du produit CRESCENDO garantit un capital en cas du décès du souscripteur égal à 50% du montant du versement initial à hauteur de 500 000 DH. La prime annuelle de cette garantie est de 0.4% du versement initial. L'objectif de cette partie est d'une part, évaluer la prime appliquée par la compagnie et d'autre part, la comparer à celle obtenue suite à l'application des techniques actuarielles de tarification.

#### 1) Evaluation de la prime actuelle :

Le tableau ci-dessous donne les montants des primes encaissées et ceux des sinistres réglés au 31/12/2008.

Année	Sinistres	Primes	S/P
2002	0	8 439 817	0,00%
2003	0	8 349 623	0,00%
2004	150 000	1084000	13,84%
2005	45 000	2 167 838	2,08%
2006	104 000	3 559 251	2,92%
2007	1 130 000	6 178 295	18,29%
2008	925 000	8 548 669	10,82%
Total	2 354 000	38 327 495	6,14%

Tableau 26: Evolution du S/P

Nous constatons que le ratio S/P prend des valeurs faibles allant de 2% à 18%, ce qui signifie que les montants encaissés au titre de la prime décès dépassent significativement ceux des sinistres survenus.

Cependant, ces primes concernent aussi les clients qui ont des contrats en cours de gestion et par conséquent, auront droit au capital décès en cas d'un sinistre futur.

Nous allons donc estimer le montant futur des sinistres à payer jusqu'à extinction du dernier contrat. L'estimation de ce montant par client se fait comme suit :

Pour un client ayant un âge  $x_i$ , une durée restante  $d_i$  et un capital en cas de décès  $M_i$ , le montant espéré (probable) du sinistre  $i$  (sous l'hypothèse que le décès survient au milieu de la durée restante) est :

$$S_i = {}_{d_i}q_{x_i} * M_i / (1 + r_{(d_i/2)})^{d_i/2}$$

Avec  ${}_{di}q_x$  : le quotient de mortalité entre l'âge x et l'âge (x+di),

$r_{(di/2)}$  : Le taux sans risque à maturité di/2.

Et par conséquent le montant moyen espéré des sinistres pour tout le portefeuille en cours de gestion est de :

$$S_{futur} = \sum_{i=1}^N S_i \quad \text{Avec } N : \text{ nombre de clients}$$

En appliquant cette formule à notre portefeuille nous trouvons que :  $S_{Futur} = 10\,653\,728$  DH

Ainsi  $S_{total} = S_{passé} + S_{futur} = 13.007.728$  DH et  $P_{passé} = 38.327.495$  DH

Nous constatons que  $P_{passé} > S_{total}$  sachant que d'autres primes seront encaissés les années futures (ceux des contrats en cours). Nous concluons donc que le tarif actuel permet à la compagnie de réaliser un gain important au niveau de cette garantie.

## 2) Tarification :

La garantie en cas de décès est égale au Min (500 000 DH ; 50% Versement initial)

✓ **Cas 1 : Min (500 000 DH ; 50% Versement initial) = 50% Versement initial**

Considérons un client ayant une durée résiduelle di, un versement initial Vi et un âge xi. La variable aléatoire Xi, correspondant au montant du sinistre, est définie comme suit :

- 0 avec une probabilité  $(1-{}_{di}q_{xi})$
- 50% Vi avec une probabilité  ${}_{di}q_{xi}$

Sous l'hypothèse que le décès survient au milieu de la durée, on a la prime pure :

$$(1) \quad P_i = 50\% * Vi * {}_{di}q_{xi} / (1 + r_{(di/2)})^{di/2}$$

$$P_i = \alpha_i * Vi \quad \text{où} \quad \alpha_i = 50\% * {}_{di}q_{xi} / (1 + r_{(di/2)})^{di/2}$$

Nous constatons que la prime pure dépend de la durée du contrat et de l'âge de chaque client. Or, pour le produit Crescendo, cette prime doit être unique pour tous les clients quelque soit leurs âges et leurs durées de contrat. Pour ce faire, nous allons donc calculer une prime moyenne en déterminant les valeurs moyennes retrouvées par clients, pondérée par les montants à risque selon l'historique du portefeuille.

Les valeurs des  $\alpha_i$  par contrat :

Durée	$\alpha_i$
3	1,18%
4	1,64%
5	1,24%
6	2,62%
7	2,44%
8	4,82%
9	1,40%
10	4,03%
18	7,83%
Moyenne	1,26%

**Tableau 27: La prime unique de la garantie décès**

Nous constatons que les valeurs des  $\alpha_i$  varient de 1,18% à 7,83%, avec une valeur moyenne de 1,26% ; à ce stade nous ne pouvons faire aucune comparaison puisque cette tarification nous permet de déterminer une prime unique pour la garantie décès, cependant la compagnie applique une prime annuelle (0,4% du versement initial). Pour pouvoir comparer la prime actuarielle avec la prime annuelle, nous allons estimer un coefficient ( $\beta$ ) qui permet de passer d'une prime unique à une prime annuelle.

Soit ( $\beta$ ) le pourcentage par rapport à  $V_i$  que le souscripteur règle annuellement pour la garantie décès.

Les différents versements sont :

- $\beta * V_i$  la 1<sup>ère</sup> année, avec une probabilité de  ${}_1p_x$ ,
- $\beta * V_i$  la 2<sup>ème</sup> année avec une probabilité  ${}_1p_{(x+1)}$ ,
- .....
- $\beta * V_i$  la  $D_i$ <sup>ème</sup> année avec une probabilité  ${}_1p_{(x+D_i-1)}$ ,

Où  ${}_1P_{x+i}$  la probabilité de survie de l'assurée entre  $(x+i)$  et  $(x+i+1)$ .

D'où : la prime totale du contrat  $i$  perçue par la compagnie est:

$$(2) \quad P_i = \sum_{j=0}^{d_i-1} \beta * V_i * {}_1P_{(x+j)} / (1 + r_{(j)})^j = \beta * V_i * A_i$$

Où, 
$$A_i = \sum_{j=0}^{di-1} {}_1P_{(x+j)} / (1 + r_{(j)})^j$$

De (1) et (2) on a 
$$\beta = \alpha_i / A_i$$

Nous constatons que pour chaque client correspond une valeur de  $\beta$ , mais puisque nous devons déterminer un seul coefficient, nous allons estimer la valeur moyenne de  $\beta$  par durée de contrat.

Durée	$\alpha_i$	$A_i$	$\beta$
3	1,18%	2,75	0,43%
4	1,64%	3,58	0,46%
5	1,24%	4,42	0,28%
6	2,62%	5,13	0,51%
7	2,44%	5,91	0,41%
8	4,82%	6,58	0,73%
9	1,40%	7,32	0,19%
10	4,03%	7,79	0,52%
18	7,83%	14,07	0,56%
Moyenne	1,26%	2,89	0,44%

Tableau 28: la prime annuelle de décès

Nous constatons donc que le taux actuariel qu'il faut appliquer au versement initial au titre de la prime de la garantie décès est de 0,44 %. Ce taux est proche de celui appliqué actuellement par la compagnie (0,4 %), ce qui nous permet de conclure que le tarif RMA Watanya est adéquat.

✓ **Cas 2 : Min (500 000 DH ; 50% Versement initial) = 500 000 DH**

Dans ce cas il s'agit de reprendre les mêmes formules, la seule différence réside dans le fait que le capital décès est de 500 000 DH au lieu de 50% du versement initial.

La prime pure pour un contrat  $i$  devient dans ce cas :

$$P_i = 500\,000 * {}_{di}q_x / (1 + r_{(di/2)})^{di/2}$$

La prime totale du portefeuille est donc:

$$P = \sum_{i=1}^N \delta_i P_i$$

où  $\delta_i$  : Montant à risque du client  $i$  / Montant à risque total

La prime encaissée par la compagnie reste inchangée :

$$P = \sum_{j=0}^{di-1} \beta * Vi * {}_1P_{(x+j)} / (1 + r_{(j)})^i = \beta * A_i$$

Ici  $\beta = P/A_i$  dépend du versement initial du contrat  $i$ , nous donnons différentes valeurs pour  $\beta$  en fonction du versement initial :

versement initial	$A_i$	$\beta_i$
1 000 000	2 927 666	0,45%
1 200 000	3 513 199	0,37%
1 500 000	4 391 499	0,30%
1 800 000	5 269 799	0,25%
2 000 000	5 855 332	0,22%

**Tableau 29: La prime annuelle pour le plafond**

Nous constatons que la valeur de  $\beta$  est inversement proportionnelle au versement initial, ce qui signifie que si on applique un taux unique pour tous les versements, le client n'a pas intérêt à verser un montant très important puisque la prime sera aussi importante alors que le capital décès ne changera pas.

Afin de remédier à ce problème, nous proposons que la prime annuelle payée par le client soit plafonnée à 4500 DH qui correspond à la prime annuelle pour un versement initial égal 1 000 000 DH.

### **Conclusion :**

Nous avons constaté que la prime appliquée par la compagnie au titre de la garantie décès est très proche de la tarification actuarielle. Cependant, cette tarification dépend significativement des pondérations utilisées, qui correspondes aux montants à risque par âge et par durée de contrat du portefeuille actuel, et tous changements de la structure du portefeuille peut influencer soit positivement soit négativement ce tarif. Afin de faciliter le suivi du tarif, nous avons créé un fichier Excel qui donne la valeur de  $\beta$  automatiquement en mettant à jour les pondérations.

Cependant, et malgré le fait que le tarif appliqué est proche du tarif actuariel, nous avons remarqué que la compagnie réalise un gain très important sur cette garantie, ceci est dû au fait que la table de mortalité utilisée dans la tarification surestime le risque décès.

### II.2.2 Le Rachat :

Les versements effectués par un client au titre de son épargne, sont investis par la compagnie en lui permettant de réaliser des bénéfices annuels (en fonction du rendement de l'actif) jusqu'au terme de son contrat. Ces bénéfices sont ventilés comme suit :

- 90 % du bénéfice réalisé est accordé aux clients sous forme de participation aux bénéfices,
- 10 % de ce montant représente le gain de la compagnie.

Les contrats du produit Crescendo donne droit à l'assuré de racheter la totalité de ces versements avant la date terme de son contrat. Ce rachat causera à la compagnie d'une part, un manque à gagner égale à sa partie du bénéfice sur le rendement de l'actif et d'autre part lui causera un problème de liquidité puisque les versements sont tous investis sur le marché.

De ce fait, la compagnie applique une pénalité en cas de rachat pour faire face aux pertes éventuelles. Cette pénalité doit être égale au bénéfice attendu sur les versements du client. Nous allons estimer, dans cette partie, la pénalité à appliquer en cas de rachat et la comparer à celle appliquée actuellement par la compagnie et qui égale à 2% du montant total de l'épargne au moment du rachat.

Soit un client  $i$ , ayant une *durée restante*  $di$  et un montant total de *l'épargne cumulé*  $Mi$  à la date de rachat  $t$ . Et soit  $\alpha$  *la pénalité de rachat*.

- ✓ En cas de rachat : la prime de pénalité encaissée par la compagnie est de  $Gr = \alpha * Mi$
- ✓ En cas de non rachat : le bénéfice sur les versements est  $[Mi (1+R)^{di} - Mi]$ , avec  $R$  c'est le taux de rendement moyen de l'actif, dont 90% sera versé au client (participation au bénéfice) et 10% comme bénéfice net de la compagnie.

Le gain de la compagnie dans ce cas est de :  $Gnr = 10\% * [Mi (1+R)^{di} - Mi]$

On doit avoir normalement :  $Gr (1+r_{di})^{di} = Gnr$  ou  $r_{di}$  c'est le taux sans risque à maturité  $di$ .

Après simplification, on trouve :  $\alpha = 10\% [(1 + R)^{di} - 1] / (1 + r_{di})^{di}$

Nous constatons que la pénalité dépend de la durée du contrat restante, ci-dessous un tableau donnant la valeur de  $\alpha$  pour différentes durées en fonction de la durée déjà écoulée.

Durée écoulée < à	Durée					
	3	4	5	6	7	10
1	2,53%	3,38%	4,23%	5,06%	5,89%	8,43%
2	1,68%	2,53%	3,38%	4,23%	5,06%	7,58%
3	0,84%	1,68%	2,53%	3,38%	4,23%	6,73%
4		0,84%	1,68%	2,53%	3,38%	5,89%
5			0,84%	1,68%	2,53%	5,06%
6				0,84%	1,68%	4,23%
7					0,84%	3,38%
8						2,53%
9						1,68%
10						0,84%

**Tableau 30: La pénalité de rachat par durée de contrat et par durée écoulée**

Nous constatons que la valeur de la pénalité de rachat diminue avec le temps, ce qui est très logique puisque plus la durée écoulée est grande plus le bénéfice déjà réalisé par la compagnie est important et par conséquent la pénalité baisse.

Afin de déterminer une pénalité unique pour tous les clients quelque soit la durée passée, nous allons pondérer ces valeurs par le montant à risque et qui est dans ce cas le montant total des versements des clients capitalisé au 31/12/2008. Nous retrouvons les résultats suivants :

Durée écoulée < à	Durée					
	3	4	5	6	7	10
1	1,31%	0,53%	4,23%	1,01%	0,00%	0,00%
2	0,68%	0,68%	0,00%	0,00%	0,00%	5,50%
3	0,07%	0,67%	0,00%	0,00%	0,00%	1,85%
4		0,15%	0,00%	1,21%	0,00%	0,00%
5			0,00%	0,39%	0,00%	0,00%
6				0,08%	0,00%	0,00%
7					0,84%	0,00%
8						0,00%
9						0,00%
10						0,00%
Valeur de $\alpha$	2,05%	2,02%	4,23%	2,68%	0,84%	7,35%

**Tableau 31: La pénalité de rachat par durée de contrat**

La valeur de  $\alpha$  varie de 0,84% à 7,35% avec une moyenne générale de 2,09%. La pénalité actuellement appliquée par la compagnie est de 2%, ce qui signifie que le prix de l'option est très adéquat et permet alors à la compagnie de récupérer ces gains en cas de rachat.

## ***Conclusion Générale***

L'estimation des exigences en capitaux selon l'approche standard de solvabilité II a nécessité la mise en place d'un algorithme permettant d'estimer le Best Estimate en tenant compte des différents états de sorties possibles, à savoir : la sortie en capital au terme du contrat, la sortie en rachat et la sortie en décès. Les probabilités de décès ont été estimées par les quotients de mortalité calculés à partir de la table de mortalité PM 66-67, quant à l'estimation des probabilités de rachat, nous avons élaboré deux modèles statistiques via l'analyse discriminante de Fisher et la régression logistique. Le modèle de régression logistique a été retenu suite à la comparaison des deux modèles et ainsi nous avons trouvé un Best Estimate d'environ 1 990 747 281 DH et une marge de risque de 5 533 644 DH, et par conséquent le montant de la « valeur de marché » des provisions techniques de la compagnie relatives au portefeuille étudié est de 1 995 659 585 DH. Quant aux capitaux de solvabilité requis (SCR), les résultats sont comme suit : 152 millions de DH pour le risque de souscription vie, 241,3 millions de DH pour le risque marché et 5,9 millions de DH pour le risque opérationnel. Le SCR global de la compagnie, qui représente le niveau des fonds propres destinés à l'absorption des pertes imprévues importantes, est d'environ 306,9 millions de DH.

Par ailleurs, nous avons mis en place un modèle interne permettant d'estimer le Best Estimate et les capitaux de solvabilité requis en se basant sur des techniques de modélisation stochastique. En effet, nous avons utilisé, d'une part, la simulation de Monté Carlo pour tracer la courbe des différentes valeurs possibles des provisions, le Best Estimate correspondant à la VaR à 50%, est alors estimé à un montant d'environ 2,1 milliards de DH, le SCR de souscription vie dont la valeur coïncide avec la VaR à 99,5% est de 26,3 millions de DH.

D'autre part, l'utilisation des modèles mathématiques de la finance, en particulier la théorie des mouvements browniens géométriques pour la modélisation du fonds obligataire et du fonds d'actions, a permis la détermination du rendement moyen de l'actif et la simulation des différents scénarios de la variation de l'actif net. La VaR à 99,5%, qui coïncide avec le SCR marché, est de 151,9 millions de DH, par conséquent le Basic SCR est de 157,4 millions de DH, une marge de risque de 1,02 millions de DH et le SCR opérationnel est de 6,5 millions de DH.

La confrontations des résultats de l'approche standard et du modèle interne a montré que ce dernier réduit les montants des capitaux de solvabilité requis (SCR) pour les différents modules de risque ainsi qu'au niveau de la marge de risque, ce qui permet à la compagnie d'alléger ses allocations en fonds propres, et de favoriser l'investissement sur l'immobilisation des fonds propres.

En outre et en étudiant la rentabilité du produit, nous avons constaté d'un coté que la compagnie a réalisé, sur la période 2002-2008, un bénéfice d'environ 200 millions de dirhams sur le produit « Crescendo ». Ce montant sera augmenté de 6,5 millions de dirhams au titre du rendement futur de l'épargne et ce, jusqu'à extinction du portefeuille en supposant qu'il n'y a plus de production nouvelle.

D'un autre coté, l'évaluation de la garantie décès a montré que la compagnie applique un tarif très proche du tarif actuariel et réalise un gain très important, au niveau de cette garantie, dû au faite que la table de mortalité utilisée dans la tarification surestime le risque de décès.

Concernant l'option de rachat, la pénalité est estimée à 2,09% du montant de l'épargne constitué à la date du rachat, ce pourcentage est très proche de la pénalité appliquée actuellement par la compagnie (2%), ce qui signifie que la compagnie couvre parfaitement cette option.

Néanmoins, ce travail peut être compléter d'une part par une modélisation des taux de décès propres au portefeuille en vue d'élaborer une table de mortalité plus adaptée aux caractéristiques des clients et d'autre part, en tenant compte de l'évaluation des frais de gestions des contrats.

## ***Bibliographie***

- [1] ACAM : « Conférence de Contrôle », 15 avril 2008.
- [2] ACAM : « Principaux enseignements de la quatrième étude quantitative d'impact (QIS4) », décembre 2008.
- [3] ACAM : « Orientations nationales complémentaires aux spécifications techniques », Avril 2008.
- [4] Pierre DEVOLDER, Modèles mathématiques de la finance, INSEA-Rabat, 2009.
- [5] Fouzia AMGHAR & Sarra DADI : Exigence en capital sous solvabilité II, Application au portefeuille CIMR de la RMA Watanya, Mémoire INSEA, Juin 2008.
- [6] Naoual FALIOUNI & Lyne Essossyounam TELOU : Mesures de risque Application à l'assurance vie, Mémoire INSEA, Juin 2008.
- [7] DIALLO Cheick Oumar : Solvabilité II & IFRS : QIS 4 et impact « bilantaire » du passage aux normes IFRS pour une société d'assurance non-vie, Mémoire INSEA, Juin 2008.
- [8] CEIOPS : Rapport de la quatrième étude d'impact de solvabilité (QIS4), Bruxelles, le 31 mars 2008.
- [9] Albayrak Adem et Arnoult Benoit : « Méthodes de Calcul de la Value-at-Risk », Master ESA, Université d'Orléans, Janvier 2007

### Sites Web :

- [WWW.ACAM-FRANCE.FR](http://WWW.ACAM-FRANCE.FR)
- [WWW.CEIOPS.ORG](http://WWW.CEIOPS.ORG)
- [WWW.QIS4.FR](http://WWW.QIS4.FR)
- [WWW.INSTITUTDESACTUAIRES.COM](http://WWW.INSTITUTDESACTUAIRES.COM)
- [WWW.FINANCE-RESEARCH.NET](http://WWW.FINANCE-RESEARCH.NET)
- [WWW.BOURSEDECASABLANCA.MA](http://WWW.BOURSEDECASABLANCA.MA)
- [http://ec.europa.eu/internal\\_market/insurance/solvency/index\\_fr.htm](http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/solvency/index_fr.htm)

# Annexes

## I. Base de modélisation du rachat :

contrat	Epargne fin 08	Durée contrat	Age	Ancienneté	sexe	Y	
780860000830	Epargne fin 08	120	3	57,813699	,090410959	1	0
780150028217	20554645,687		3	64,547945	,452054795	0	0
810030014773	18116758,909		3	71,043836	,106849315	1	0
780660009000	17483137,090		3	48,454795	1,47123288	1	0
50002N020133	11003444,358		3	35,098630	1,24383562	1	0
810190072812	10158743,611		3	34,989041	,260273973	1	0
720010060309	10018253,111		3	81,980822	,030136986	1	0
010080008281	9172370,1429		6	49,389041	2,29863014	1	0
810020074506	8214967,5514		3	44,317808	,030136986	0	0
787040000120	6505390,2826		3	71,832877	,016438356	1	0
78015N094218	6122591,0158		3	43,706849	,334246575	0	0
810010000175	5870115,5801		7	56,679452	4,96438356	1	0
780130019628	5821698,4324		10	49,030137	2,58356164	1	0
780280005670	5755920,4708		10	42,512329	3,29315068	1	0

## II. Base de validation du modèle de régression logistique :

DUREE	Ancienneté	Y réel	proba logit	Y estimé	classement	
3	1,23835616	0	0,12155882	0	1	nb observation bien classées 2440
3	0,03013699	0	0,02201643	0	1	Total observation 2800
3	0,05205479	0	0,02273701	0	1	Pourcentage de bon classement 87,14%
3	0,08767123	0	0,02395737	0	1	
3	0,08767123	0	0,02395737	0	1	
3	1,00821918	0	0,0891834	0	1	
3	0,48493151	0	0,0426906	0	1	
3	0,64383562	0	0,05358992	0	1	
3	0,46575342	1	0,04152799	0	0	
3	1,02465753	0	0,09121081	0	1	
3	0,78082192	0	0,06504466	0	1	
3	1,06027397	0	0,09574628	0	1	
3	1,21917808	1	0,11851428	0	0	
3	1,46849315	0	0,16357643	0	1	
3	1,58356164	0	0,18863458	0	1	
3	1,58356164	0	0,18863458	0	1	
3	0,12876712	0	0,02544497	0	1	

III. Base de validation de l'Analyse discriminante :

DUREE	Ancienneté	age	Y réel	discriminante	Y discrim	calssement disc	
3	1,238356164	64,0410959	0	-0,030986301	0	1	$F = 0,348 - 0,422 * X1 - 0,008 * X2 + 1,130 * X3$ taux bon classement <b>55,77%</b>
3	0,052054795	63,0383562	0	-1,363484932	0	1	
3	0,087671233	41,5287671	0	-1,151161644	0	1	
3	0,087671233	32,4575342	0	-1,078591781	0	1	
3	1,008219178	72,0465753	0	-0,355084932	0	1	
3	0,484931507	28,4356164	0	-0,597512329	0	1	
3	0,643835616	36,4794521	0	-0,48230137	0	1	
3	0,465753425	47,539726	1	-0,772016438	0	0	
3	1,024657534	43,0246575	0	-0,104334247	0	1	
3	0,780821918	55,0328767	0	-0,475934247	0	1	
3	1,060273973	56,5424658	0	-0,172230137	0	1	
3	1,219178082	47,9780822	1	0,075846575	1	1	
3	1,468493151	62,0383562	0	0,245090411	1	0	
3	1,583561644	39,5260274	0	0,555216438	1	0	
3	1,583561644	48,969863	0	0,479665753	1	0	
3	0,128767123	49,0876712	0	-1,165194521	0	1	
3	2,178082192	72,3424658	0	0,964493151	1	0	
3	0,216438356	40,1424658	0	-0,994564384	0	1	

IV. Courbe des taux sans risque :

Maturité	Taux
0	0%
1	3,84%
2	3,95%
3	4,05%
4	4,12%
5	4,18%
6	4,31%
7	4,39%
8	4,43%
9	4,45%
10	4,48%
11	4,50%
12	4,53%
13	4,62%
14	4,71%

Source : BAM

V. Programme VBA du calcul du BE :

```
Sub Ellipse1_Clic() 'Calcul des pi' & qi'
```

```
Dim i, j, k, t as Integer
```

```
Dim A as Double
```

```
j = 4
```

```
Do While (Worksheets("décé").Cells(j, 2) <> "")
```

```
t = Worksheets("montant").Cells(j, 5)
```

```
Worksheets("rachat1").Cells(j, 2) = Worksheets("rachat").Cells(j, 2) * (1 -  
Worksheets("décé").Cells(j, 2))
```

```
Worksheets("décé1").Cells(j, 2) = Worksheets("décé").Cells(j, 2)
```

```
For i = 2 To t
```

```
k = 1
```

```
A = 1
```

```
Do While (k < i)
```

```
A = A * (1 - Worksheets("décé").Cells(j, (k + 1))) * (1 - Worksheets("rachat").Cells(j, (k  
+ 1)))
```

```
k = k + 1
```

```
Loop
```

```
Worksheets("décé1").Cells(j, (i + 1)) = A * Worksheets("décé").Cells(j, (i + 1))
```

```
Worksheets("rachat1").Cells(j, (i + 1)) = A * (1 - Worksheets("décé").Cells(j, (i + 1))) *  
Worksheets("rachat").Cells(j, (i + 1))
```

```
Next i
```

```
j = j + 1
```

```
Loop
```

```
End Sub
```

```
*****
```

```
Sub montant_Ellipse1_Clic() 'capitalisation de l'Epargne
```

```
Dim i, j, t As Integer
```

```
i = 4
```

```
Do While (Cells(i, 4) <> "")
```

```
t = Cells(i, 5) 'durée de contrat
```

```
For j = 1 To (t - 1)
```

```
Cells(i, (9 + j)) = Cells(i, 8) * ((1 + 0.0325) ^ j) 'capitalisation année par année
```

```
Next j
```

```
Cells(i, (t + 9)) = Cells(i, 9) 'capital au terme
```

```
i = i + 1
```

```
Loop
```

```
End Sub
```

```
*****
```

```
Sub BE_Ellipse1_Clic() ' Calcul du Best Estimate  
Dim i, j, t As Integer
```

```
Dim BE, m As Double  
i = 4
```

```
Do While (Cells(i, 1) <> "")  
t = Worksheets("Montant").Cells(i, 5) ' durée résiduelle Arrodie
```

```
m = Worksheets("Montant").Cells(i, 3) ' durée résiduelle  
BE = 0  
'traitement des année complètement incluses dans la durée  
For j = 1 To (t - 1)
```

```
BE = BE + ((Worksheets("Décé1").Cells(i, (j + 1)) * (Worksheets("Montant").Cells(i, (j +  
9)) + Worksheets("Montant").Cells(i, 6)) + Worksheets("rachat1").Cells(i, (j + 1)) *  
Worksheets("Montant").Cells(i, (j + 9))) / ((1 + Worksheets("taux actu").Cells(i, (j + 1)))  
^ j))
```

```
Next j
```

```
'Ajout de l'année terme:
```

```
BE = BE + ((Worksheets("Décé1").Cells(i, (t + 1)) * (Worksheets("Montant").Cells(i, (t +  
9)) + Worksheets("Montant").Cells(i, 6)) + Worksheets("rachat1").Cells(i, (t + 1)) *  
Worksheets("Montant").Cells(i, (t + 9))) / ((1 + Worksheets("taux actu").Cells(i, (t + 1)))  
^ m))
```

```
'la formule totale de l'Espérance du BE en ajoutant le montant capitalisé à la date terme  
pondéré de la proba de rester jusqu'au terme
```

```
BE = BE + ((Worksheets("proba terme").Cells(i, 2) * Worksheets("Montant").Cells(i, 9))  
/ ((1 + Worksheets("taux actu").Cells(i, (t + 1))) ^ m))
```

```
Worksheets("BE").Cells(i, 2) = BE
```

```
i = i + 1
```

```
Loop
```

```
End Sub
```

## VI. Programme VBA du calcul de la VaR du Best Estimate :

```
Sub Feuil2_Ellipse1_Clic()
```

```
Dim i, j, k, l, t As Integer
```

```
Dim BE, m, alea, som As Double
```

```
Dim sc As Long
```

```
sc = Cells(1, 8) ' nbr scen
```

```
l = 1
```

```
Do While (l < (sc + 1)) ' l (el)éme scénario
```

Annexes

```
i = 4
Do While (Worksheets("probcumul").Cells(i, 1) <> "")
t = Worksheets("Montant").Cells(i, 5) ' durée res arrondi sup

m = Worksheets("Montant").Cells(i, 3) 'durée res réelle d'actu
Randomize
alea = Rnd
j = 2
Do While (alea > Worksheets("probcumul").Cells(i, j))
j = j + 1
Loop
If (j < (t + 1)) Then
BE = (Worksheets("Montant").Cells(i, (j + 8)) + Worksheets("Montant").Cells(i, 6)) / ((1
+ Worksheets("taux actu").Cells(i, j)) ^ (j - 1))
ElseIf (j = (t + 1)) Then
BE = (Worksheets("Montant").Cells(i, (j + 8)) + Worksheets("Montant").Cells(i, 6)) / ((1
+ Worksheets("taux actu").Cells(i, j)) ^ m)
ElseIf (j < (2 * t + 1)) Then
BE = Worksheets("Montant").Cells(i, ((j - t) + 8)) / ((1 + Worksheets("taux actu").Cells(i,
(j - t))) ^ ((j - t) - 1))
ElseIf (j = (2 * t + 1)) Then
BE = (Worksheets("Montant").Cells(i, ((j - t) + 8)) + Worksheets("Montant").Cells(i, 6)) /
((1 + Worksheets("taux actu").Cells(i, (j - t))) ^ m)
Else
BE = (Worksheets("Montant").Cells(i, 9)) / ((1 + Worksheets("taux actu").Cells(i, (t + 1)))
^ m)
End If
Cells(i, 5) = BE
i = i + 1
Loop

som = 0
For k = 4 To 3951
som = som + Cells(k, 5)
Next k
Cells((l + 1), 2) = som ' l: nombre de scenarios
l = l + 1
Loop
```