



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC  
\*\_\*\_\*\_\*\_\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*\_\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE



**INSEA**

## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

**Provisionnement Stochastique en Non Vie : Estimation  
de la marge de risque dans le cadre du test de  
suffisance du passif (LAT, IFRS 4)**

Préparé par : *M. Abass BOUKARI*

Sous la direction de : *M. Mustapha LEBBAR (INSEA)*  
*M. Anass ZOUINE (SAHAM FINANCES)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- **M. EL ORAIBY** (INSEA)
- **M. Mustapha LEBBAR** (INSEA)
- **M. Anass ZOUINE** (SAHAM FINANCES)



## Remerciement

*Je commence d'abord par remercier Dieu de m'avoir permis de finir ce rapport de stage, qui marque un passage très important dans ma carrière professionnelle.*

*Mes remerciements chaleureux vont aussi à l'endroit de ma famille et surtout de ma mère pour tout l'amour et l'affection et le soutien qu'elle m'a accordés.*

*Je tiens à remercier très sincèrement monsieur Anass ZOUINE, Responsable au département Conformité réglementaire à Saham Finances pour sa disponibilité, son expertise et ses conseils judicieux qu'il m'a apportés tout au long de mon stage.*

*Je tiens à remercier monsieur Mustapha Ababri Directeur du département Conformité réglementaire de Saham Finances, pour ses conseils et sa disponibilité à mon égard.*

*Mes remerciements vont également à l'endroit de Mlle Amina Ridouan, actuaire junior qui m'a beaucoup assisté durant mon stage à Saham Finances.*

*Je tiens à remercier monsieur Mustapha LEBBAR, professeur à l'Institut National de Statistiques et d'Economie Appliquée (INSEA), ancien directeur de l'Association Marocaine des Actuaires pour ses conseils et son assistance durant mon stage.*

*Je tiens également à remercier monsieur Fouad MARRI, professeur et responsable de la filière actuariat à l'INSEA qui m'a accompagné durant plusieurs cours, pour ses conseils pendant mon cursus académique à l'INSEA.*

*Ma gratitude va aussi à l'égard de tout le personnel de Saham Finances pour m'avoir accueilli et accompagné tout au long de mon stage.*

*Enfin j'exprime ma reconnaissance envers tout le personnel administratif et le corps enseignant de l'INSEA pour l'apport technique et tout le savoir-faire qu'ils m'ont transmis pendant mon cursus académique.*

## Résumé

Dans le souci de régler leurs sinistres à leurs charges, les compagnies d'assurance constituent leurs provisions. L'objet de notre étude est d'estimer les provisions techniques d'une compagnie d'assurance, filiales du groupe Saham Finances et de s'assurer de leur suffisance. Nous estimerons ainsi la marge de risque et effectuerons le test de suffisance du passif (LAT) selon la norme internationale IFRS 4 concernant les contrats d'assurance.

Après avoir présenté Saham Finances et donné un aperçu de l'espace CIMA auquel appartient la majorité de ses filiales, nous exposons en détail la norme internationale IFRS 4 à travers les 2 phases de son évolution.

Ensuite nous appliquons la méthode de provisionnement déterministe Chain Ladder dont le montant des provisions obtenu servira de benchmark. Les méthodes déterministes présentent généralement l'inconvénient de l'absence de mesure de précision. D'où le recours aux méthodes stochastiques de provisionnement.

Nous appliquons la méthode bootstrap comme méthode de provisionnement stochastique, dont l'aléatoire provient d'une part du modèle utilisé pour estimer les règlements des sinistres et du ré-échantillonnage sans remise du triangle des résidus. Le modèle supposé est le modèle de poisson. Ce dernier est un modèle dont les résultats issus présentent les mêmes résultats que la méthode de Chain Ladder, nous appliquons donc la méthode de Chain Ladder après chaque ré-échantillonnage afin d'obtenir la provision correspondante. Nous choisissons par la suite les Value At Risk à 95% et 99%.

Enfin, nous calculons la marge économique et la marge de risque à partir des provisions et appliquons le test de suffisance du passif. Les résultats montrent que un excédent confortable de la provision réglementaire par rapport aux provisions non actualisé et plus encore rapport aux provisions actualisées. En utilisant la méthode de Chain Ladder. Le LAT relève donc des provisions comptables (réglementaires) suffisantes. La provision réglementaire est aussi suffisante en appliquant la méthode de provisionnement stochastique bootstrap.

## Table des matières

|  |    |
|--|----|
| INTRODUCTION GENERALE .....  | 10 |
| Préliminaire : Cadre de l'étude.....   | 11 |
| 1) Présentation de l'organisme de stage: .....                                     | 11 |
| 2) La présentation de la zone CIMA .....   | 13 |
| 3) La problématique.....   | 15 |
| Chapitre I: Normes Comptables IFRS.....  | 16 |
| I.1. Généralité sur les normes IFRS : .....  | 16 |
| I.2. IFRS 4 Phase I: .....   | 17 |
| I.2.1. Historique IFRS 4 phase I:.....   | 17 |
| I.2.2. Shadow Accounting :.....  | 17 |
| I.2.3 Test de suffisance du passif .....   | 18 |
| I.3. IFRS 4 Phase II: .....  | 18 |
| I.3.1 Historique: IFRS 4 Phase II: .....   | 18 |
| I.3.2. Le contrat d'assurance : .....  | 18 |
| I.3.3. Best estimate : .....   | 19 |
| I.3.4. La marge pour risque: .....   | 19 |
| I.3.5.Présentation du Bilan sous IFRS 4 Phase II:.....                             | 20 |
| I.4. Comparaison IFRS 4 et Solvabilité 2:.....                                     | 20 |
| Chapitre II: Calcul des provisions techniques par les méthodes déterministes ..... | 22 |
| II.1.: Modèle de Chain Ladder .....  | 22 |
| II.1.1 : Approche Théorique : .....  | 22 |
| II.1.2 : Application Chain Ladder SAS: .....                                       | 28 |
| II.1.2.1: Description des données .....  | 28 |
| II.1.2.2: Coefficients de variation.....   | 29 |
| II.1.2.3: Validation des Hypothèses: .....   | 31 |
| II.1.2.4 : Estimation de la marge économique.....                                  | 32 |
| Chapitre III: Calcul des provisions techniques par les méthodes stochastiques..... | 36 |
| III.1 Bootstrap Approche Théorique : .....   | 36 |
| III.1.1 Approche bootstrap .....   | 36 |
| III.1.2 Présentation de la méthode du bootstrap en générale:.....                  | 36 |
| III.1.3 Méthodologie Bootstrap : .....   | 38 |
| II.2 Application sous SAS : .....  | 40 |
| II.2.1 Bootstrap modèle poisson.....   | 40 |

|   |    |
|---|----|
| III2.2.: Estimation de la marge de risque : .....           | 49 |
| III2.3.: Application lognormal : .....                      | 49 |
| CONCLUSION GENERALE .....                                   | 51 |
| Bibliographie et webographie: .....                         | 52 |
| Annexes: Importation du triangle et calcul des résidus..... | 52 |

## Liste des tableaux :

|  |    |
|--|----|
| <b>Tableau 1 : Historique de la norme IFRS4 Phase I</b> .....  | 17 |
| <b>Tableau 2: Historique IFRS phase 2</b> .....  | 18 |
| <b>Tableau 3 : triangle des règlements non cumulés</b> .....   | 24 |
| <b>Tableau 4 : Triangle des règlements cumulés</b> .....   | 24 |
| <b>Tableau 5: Triangles des règlements cumulés</b> .....   | 26 |
| Tableau 6 Extrait du triangle des règlements décumulés.....  | 28 |
| <b>Tableau 7 : Extrait du triangle des règlements cumulés</b> .....  | 28 |
| Tableau 8: Tableau des coefficients individuels et des coefficients de variation.....                      | 30 |
| Tableau 9: Facteurs de développement de la méthode de Chain Ladder.....                                    | 30 |
| <b>Tableau 10: Règlements et Provisions Ultimes</b> .....  | 31 |
| <b>Tableau 11 : Nuage de points des règlements cumulés des années de développements successifs</b>         | 32 |
| Tableau 12 : Extrait du triangle des règlements.....   | 41 |
| <b>Tableau 13:Diagonale pour le passage à l'estimation du triangle des <math>\hat{u}_{ij}</math></b> ..... | 42 |
| <b>Tableau 14:Triangle initial des résidus <math>r_{ij}</math></b> .....                                   | 42 |
| <b>Tableau 15 : Statistiques descriptives provisions non actualisé</b> .....                               | 47 |
| <b>Tableau 16: Quantile des provisions sans actualisation</b> .....  | 48 |
| <b>Tableau 17: Statistiques descriptives des provisions actualisées</b> .....                              | 48 |
| <b>Tableau 18: Quantile des provisions avec actualisation</b> .....  | 49 |
| <b>Tableau 19: Comparaison des provisions bootstrap</b> .....  | 49 |
| <b>Tableau 20: Marge de risque</b> .....   | 49 |

## Liste des figures:

|  |    |
|--|----|
| <b>Figure 1 : Les pôles de Saham GROUPE</b> .....  | 11 |
| <b>Figure 2 : Saham dans le monde</b> .....  | 12 |
| <b>Figure 3: Comparaison des bilans IFRS 4 Phase I et II</b> .....                           | 20 |
| <b>Figure 4 : le cycle de vie d'un sinistre</b> .....  | 22 |
| <b>Figure 5: Les cash-flows futurs</b> .....   | 25 |
| <b>Figure 6 Le développement complet en paiements</b> .....                                  | 26 |
| Figure 7: Traitement des coefficients individuels .....                                      | 30 |
| Figure 8: Facteurs de développement du triangle initial .....                                | 41 |
| <b>Figure 9 : Fixation du nombre total d'éléments à chaque colonne</b> .....                 | 42 |
| <b>Figure 10: Vecteur des résidus <math>rij_0</math> et <math>rij_{84}</math></b> .....      | 43 |
| <b>Figure 11 : Indices des échantillons et nombre aléatoires pour 100 échantillons</b> ..... | 44 |
| <b>Figure 12: Trie des indices échantillons et nombres aléatoires</b> .....                  | 44 |
| <b>Figure 13: Résidus <math>rij_0</math> <math>rij_3</math> et <math>rij_4</math></b> .....  | 45 |
| <b>Figure 14: Comparaison des provisions actualisés et non actualisés</b> .....              | 47 |

## Liste des abréviations

**SF:** SAHAM Finances

**IFRS:** International Financial Reporting Standards

**ALM:** Asset Liability Management

**LAT:** Liability Adequacy Test

**PSAP:** Provision Pour Sinistres A Payer

**IASC:** International Accounting Standards Committee

**IASB:** International Accounting Standards Board

**ED:** Exposure Draft

**IAS:** International Accounting Standards

**VAR:** Value At Risk

**CICA:** Conférence Internationale des Contrôles d'Assurances

**CNUCED:** Conférence des Nations Unies sur le Commerce Et le Développement

**IIA:** Institut International des Assurances

**FANAF:** Fédération des sociétés d'Assurances de droit National Africaines

**FCFA :** Franc de la Communauté Financière Africaine

**CIMA:** Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances

## INTRODUCTION GENERALE

SAHAM Finances (SF) est une holding des compagnies d'assurance Saham en Afrique, filiale du groupe marocain « Saham Group » et le premier groupe panafricain d'Assurance.

Depuis sa création, SF a adopté cette vision d'expansion continentale, cela a permis au groupe de fortement se positionner sur l'Afrique de l'Ouest et centrale ; avec un développement soutenu en Afrique de l'Est, dans l'Océan indien, en Afrique australe et au Moyen Orient. Grâce aux différentes levées de fond notamment par Abraaj Private Equity Funds ou l'International Financial Corporation, SAHAM Finances a pu conclure des partenariats stratégiques et des acquisitions ciblées pour atteindre ses objectifs en termes d'expansion. La continuité de cette expansion a exigé au groupe de se conformer aux standards internationaux, notamment en termes de gouvernance, gestion des risques ou tenu de la comptabilité en International Financial Reporting Standards (IFRS) et suivre la norme européenne Solvabilité II.

La majorité de ses filiales assurantielles sont régies par le code des assurances commun appelé code « CIMA ». Cette réglementation commune a favorisé le suivi de ces filiales en termes d'évolution de leurs passifs, leurs marges de solvabilité, leurs états financiers exigés par les régulateurs et différents autres éléments.

Outre que répondre aux exigences réglementaires en termes du suivi états financiers, satisfaire les exigences de ses partenaires, notamment ses actionnaires, et préserver la confiance dans le marché, le groupe est amené à tenir une comptabilité selon les normes IFRS, dont la norme IFRS 4 est celle qui présente un impact significatif pour les compagnies d'assurance. L'application de cette norme représentant un projet long et complexe impose certaines exigences, notamment l'application du test de suffisance des passifs (LAT). La première partie de ce mémoire traite et détaille les normes IFRS et en particulier IFRS 4 cette norme ainsi que différentes approches pour la tenue du test LAT. La nouveauté de ce test est d'actualiser les flux futurs à la date du calcul de la provision.

C'est à travers un cas particulier d'une des filiales d'assurance non vie de la zone CIMA, ce mémoire se propose d'appliquer le LAT. C'est au niveau de la fin de la deuxième partie et la troisième partie que le test et l'évaluation de la marge de risque, qui provient de la différence de valeur apporté par le résultat stochastique et le résultat déterministe, s'effectueront. Ces deux parties sont consacrées principalement et respectivement pour le calcul des provisions pour sinistres à payer (PSAP) ; représentant la grande partie du passif ; par les méthodes déterministes et stochastique.

## Préliminaire : Cadre de l'étude

### 1) Présentation de l'organisme de stage:

Le Groupe Saham est une multinationale panafricaine fondée en 1995 par monsieur Moulay Hafid Elalamy. Depuis sa création, le Groupe intervient régulièrement en tant qu'incubateur dans des domaines à forte potentiel. Le groupe est devenu en effet un acteur de référence dans les métiers de service à forte valeur ajoutée : l'Assurance, l'Assistance, l'Offshoring », la Santé, l'Immobilier.

Le groupe est subdivisé en plusieurs pôles :



Figure 1 : Les pôles de Saham GROUPE

- Saham Finances

Saham Finances où nous avons effectué notre stage est spécialisé en assurance et en assistance. Ce pôle connaît une croissance externe continue depuis sa création, tant sur le plan national qu'international. Suite au rachat du groupe Colina en 2010, de GA Seguros Angola et de LIA Insurance en 2012, Saham Finances est présent dans 22 pays à travers 30 filiales. Saham Finances vise des positions de leadership dans l'ensemble de ces pays. Pour accompagner cette croissance, les filiales de Saham Finances ont été structurées autour de 5 zones géographiques par proximité, langue, contexte réglementaire: Maghreb, Afrique de l'Ouest, Afrique Centrale, Moyen-Orient, Afrique de l'Est.

La détermination, l'envie de se surpasser et de créer la valeur sont les facteurs qui contribuent au développement fulgurant du groupe Saham. Ce développement se traduit par sa présence en Afrique et au Moyen-Orient. Comme La majorité des filiales de Saham Finances étant présente dans l'espace CIMA, il est nécessaire de présenter cet espace.

# CARTE

## DES IMPLANTATIONS

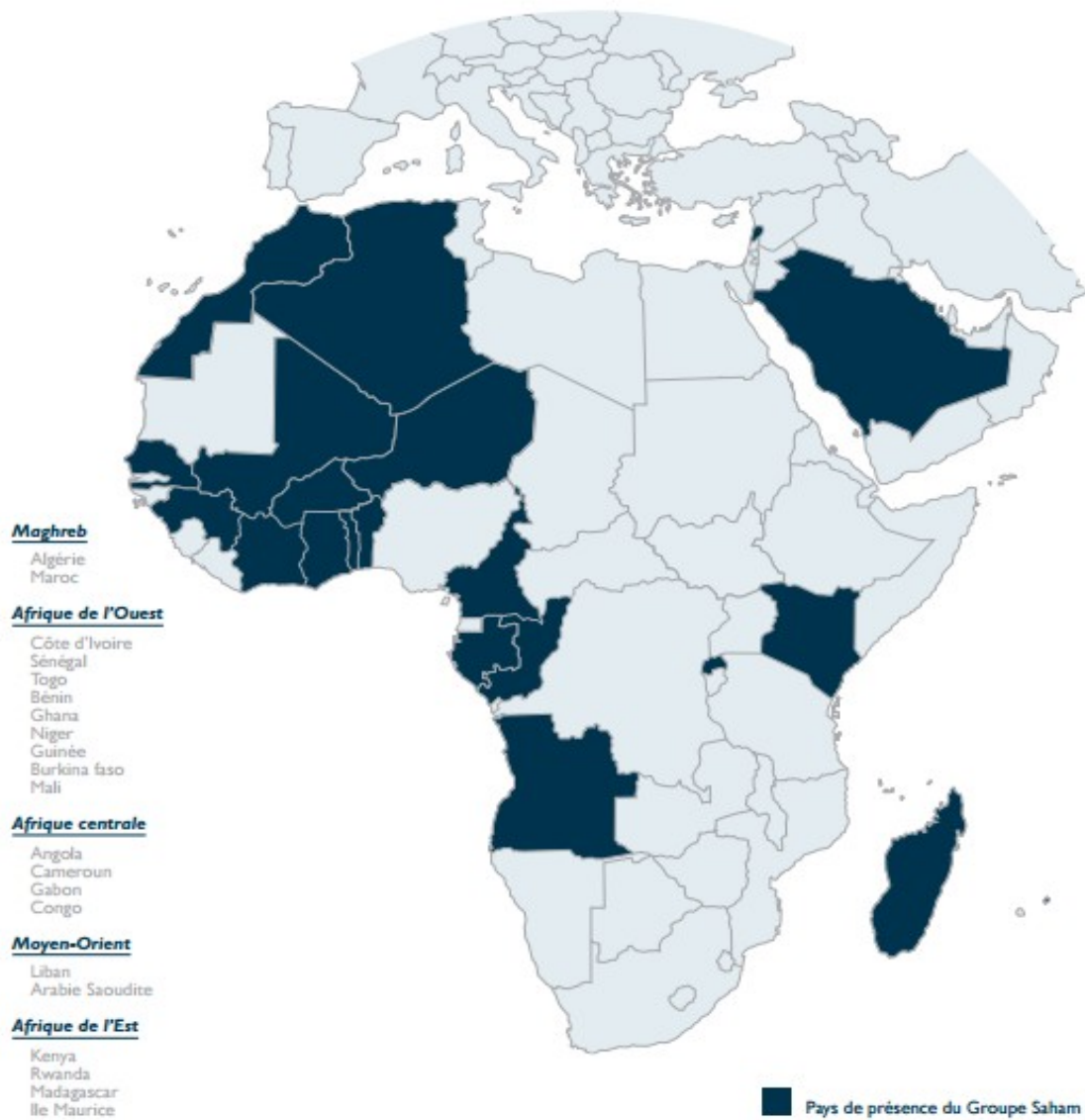


Figure 2 : Saham dans le monde

## 2) La présentation de la zone CIMA

La Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances est une organisation. Intégrée de l'Industrie des Assurances dans les Etats africains, fondée à travers un traité signé le 10 juillet 1992 à Yaoundé (Cameroun) ; par les gouvernements de ses Etats membres, qui sont : Bénin, Burkina Faso, Cameroun, Centrafrique, Comores, Côte d'Ivoire, Gabon, Guinée Equatoriale, Mali, Niger, Sénégal, Tchad et Togo ; et entré en vigueur le 15 février 1995. Il prévoit l'adhésion de tout autre Etat Africain qui le désire. C'est le cas de la Guinée Bissau qui l'a adhéré le 15 avril 2002, et qui est donc le premier État non-francophone de la zone CIMA. Ainsi le nombre des Etats membres est passé de treize à quatorze.

Le traité instituant la CIMA a été ratifié par tous les Etats signataires à l'exception des Comores. Les objectifs principaux poursuivis par ces Etats lors de la signature de ce Traité sont les suivants :

- Renforcer leur coopération dans le domaine des assurances ;
- Améliorer la couverture des risques en les adaptant aux réalités africaines ;
- Développer les organismes d'assurances et de réassurance ;
- Favoriser l'investissement local des provisions générées ;
- Poursuivre la formation des cadres et techniciens d'assurances ;

Créer des structures communes chargées de l'étude et de la mise en œuvre des orientations politiques et des décisions afin de favoriser le développement des entreprises d'assurances, de favoriser la constitution d'un marché élargi et intégré sur l'ensemble des pays membres et de mettre en place de nouveaux instruments financiers ;

Poursuivre la politique d'harmonisation et d'unification des dispositions législatives et réglementaires.

La CIMA est le fruit d'un long processus et issue de l'évolution de la Conférence Internationale des Contrôles d'Assurances(CICA) qui a été le premier régulateur et contrôleur commun en zone CIMA. La première convention de la CICA est signée en 1962 à Paris par tous les pays cités ci-dessus à l'exception des Comores et en plus du Madagascar et la France. Les objectifs principaux de la CICA étaient: l'harmonisation des législations et réglementations nationales, et la coordination de l'exercice du contrôle des entreprises et de la formation des cadres africains d'assurances.

Suite à la formation des cadres africains, les Etats africains membres de la CICA ont pris conscience de l'importance du secteur d'assurance pour le développement de l'économie de leurs pays. Lors de l'Assemblée générale de la Conférence des Nations Unies sur le Commerce Et le Développement (CNUCED) en 1972, cette perception a été recommandée en favorisant la création des sociétés à capitaux totalement ou majoritairement nationaux et dirigées par des cadres nationaux et en se préoccupant de limiter la fuite des capitaux par le biais de la réassurance.

Dans le but de pratiquer ces recommandations et donc de rendre africaines les sociétés opérant sur les marchés de la CICA, certains pays ont eu recours à la nationalisation des opérateurs du secteur, d'autres ont favorisé la création de sociétés de droit local entièrement privées et opérant dans un marché ouvert et concurrentiel.

Rendre plus africaine la CICA était la plus importante mesure suivante à établir, c'est l'idée principale derrière la signature par les Etats africains seulement (à l'exception de Madagascar) d'une seconde convention CICA le 27 novembre 1973. Et par la suite transférer le siège de la CICA de Paris à Libreville (République Gabonaise).

D'après un diagnostic mené par la CICA, en 1990, afin d'effectuer son bilan de trente ans d'existence, une dégradation persistante des marchés d'assurance a été constatée en raison, entre autres, d'une mauvaise gestion de la plupart des sociétés nationales, de l'impuissance de la CICA comme organe de contrôle et d'harmonisation au niveau régional, de tarifs inadaptés, du nombre pléthorique des intermédiaires, d'absence du marché financier, d'absence d'un barème d'indemnisation adapté au tarif en assurance automobile, d'où des condamnations disparates et exagérées au niveau des tribunaux, la faiblesse de l'assurance-vie, ou encore des marchés nationaux trop exigus pour permettre un développement satisfaisant de l'industrie des assurances.

Selon ce même diagnostic, de précieuses réalisations qui ont vu le jour sous l'égide de la CICA ont été repérées, telles que la création : des sociétés nationales et des services nationaux de contrôle des assurances, de l'Institut International des Assurances (IIA), de la Fédération des sociétés d'Assurances de droit National Africaines (FANAF) ou encore de la compagnie commune de réassurance des Etats membres de la CICA (CICA-RE).

### 3) La problématique

Les compagnies d'assurances cherchent à se conformer aux normes IFRS dans l'optique de fournir des informations financières et comptables fiables, transparentes et comparables aux autres compagnies. En effet cette démarche favorise l'intérêt des investisseurs pour la compagnie et met en confiance les assurés. La norme IFRS 4 « contrat d'assurance » est spécifique au secteur des assurances.

C'est donc dans le souci de se conformer à cette norme que mon projet chez Saham Finances, holding des filiales d'assurance Saham en Afrique s'inscrit. En particulier, la norme IFRS 4 exige l'application du test de suffisance du passif qui passe notamment par l'estimation des flux de trésorerie futurs et leurs actualisations en utilisant une courbe des taux . Ces flux étant pour la plus grande partie des règlements de sinistres et encaissements de primes, nous utiliserons plusieurs méthodes pour estimer ces règlements futurs et les provisions à constituer.

Nous distinguons les méthodes déterministes de provisionnement plus courantes et les méthodes stochastiques qui sont plus précises. La différence des résultats entre ces deux méthodes constituera la marge de risque. Nous appliquerons ces méthodes de provisionnement aux données de la branche Non-Vie d'une des filiales de Saham Finances.

# Chapitre I: Normes Comptables IFRS

## I.1. Généralité sur les normes IFRS :

L'international Accounting Standards Committee (IASC) fut créé en juin 1973 par un accord entre les ordres d'expert comptables d'Allemagne, d'Australie, du Canada, des États Unis, de France, d'Irlande, du Japon du Mexique, des Pays-Bas et du Royaume Unis. Ces pays constituèrent alors le conseil d'administration (Board) de l'IASC, qui fut rebaptisé International Accounting Standards Board (IASB) en avril 2001 suite à une réorganisation interne. Il s'agit d'un organisme privé chargé, dans l'intérêt public d'harmoniser les pratiques comptables nationales et d'élaborer des états financiers uniques internationaux. Pour cela, l'IASB coopère avec les législateurs comptables à travers le monde afin d'unifier la comptabilisation de comptes suivants des normes internationales unifiées. Les normes internationales qui régissent les états financiers imposés par l'IASB sont communément appelées en anglais International Financial Reporting Standards (IFRS, anciennement IAS).

Les normes comptables internationales ont pour objectif essentiel d'accroître la confiance des investisseurs, en leur offrant une information comptable et financière qui soit :

- Transparente
- Cohérente entre pays
- Facilement comparables entre types d'industries,
- Fondée sur des approches comptables peu subjectives.

Evolution des

Il existe sept principales normes qui affectent les sociétés d'assurances :

- IAS 1 : Présentation des états financiers
- IAS 12 : Impôt sur le résultat
- IAS 32 : Comptabilisation des avantages au personnel
- IAS 39/IFRS 9 : Présentation des instruments financiers
- IFRS 4 : Contrat d'assurance
- IFRS 7 : Documentation sur les instruments financiers.

En effet, la mise en place de nouvelles normes comptables internationales en assurance s'initie par:

Un projet d'exposé des principes comptables (« Draft Statement Of Principles » ou DSOP constitué de quatorze chapitres réalisé en 2000/2001 dont trois sont d'une grande importance pour les actuaires :

- Chapitre 4 : concerne l'estimation des montants et horizons des flux de trésorerie (« Estimating the amount and timing of cash-flows ») ;
- Chapitre 5: concerne les ajustements pour risques et incertitude (« Adjustments for risks and uncertainty ») ;
- Chapitre 6 : se concentre sur le taux d'actualisation (« Discount Rates »).

Par la suite, le projet d'exposé 5 (« Exposure Draft 5 ») publié le 31 juillet 2003 distingue deux phases pour la mise en place de ces normes :

- Une « phase I » exigeant en particulier d'informations détaillées en annexe sur les contrats d'assurance
- Une « phase II » dans laquelle sont reportés les changements fondamentaux restant à négocier.

Publié le 31 Mars 2004, l'IFRS 4 a repris l'essentiel du contenu de l'ED5 pour finaliser, de manière concrète, les exigences de la phase I.

## I.2. IFRS 4 Phase I:

La norme IFRS 4 est la première norme pour traiter les contrats d'assurance. Elle est a été élaboré en plusieurs phases.

### I.2.1. Historique IFRS 4 phase I:

Il est nécessaire de débiter par un bref historique de la norme IFRS 4 en particulier sa 1ere phase.

|         | Date                   | Développement  | Commentaires  |
|---------|------------------------|--|---|
| Phase I | <u>01 Avril 2001</u>   | Projet complet de contrats d'assurance reporté de l'IASB à nouveau IASB      | <u>Historique du projet global</u>                                      |
|         | <u>Mai 2002</u>        | Projet à court terme des contrats d'assurance scindée de projet global       | <u>Historique du projet à court terme</u>                               |
|         | <u>31 Juillet 2003</u> | ED 5 contrats d'assurance publiés  | Commentaire date limite du 31 Octobre 2003                              |
|         | <u>31 Mars 2004</u>    | IFRS 4 Contrats d'assurance émis   | Vigueur pour les exercices ouverts à compter du Janvier 2005 ou après 1 |
|         | <u>18 Août 2005</u>    | Modifié par contrats de garantie financière (Amendements à IAS 39 et IFRS 4) | Vigueur pour les exercices ouverts à compter du Janvier 2006 ou après 1 |

Tableau 1 : Historique de la norme IFRS4 Phase I

L'IFRS 4 dans sa phase 1 comprend 2 principaux concepts à savoir le shadow accounting et le Liabilities Adequacy Test (LAT).

### I.2.2. Shadow Accounting :

Les compagnies d'assurance rencontrent le problème de décalage entre l'actif et le passif. Ce décalage est appelé **accounting mismatch**. En effet, les assureurs comptabilisent la grande partie de leur actif en juste valeur soit par contre-partie des capitaux propres soit par contrepartie du résultat, tandis que le passif est évalué au coût historique. Il s'ensuit que toute modification de la valeur de marché de l'actif impactera négativement les fonds propres voir le résultat.

Pour résoudre le décalage existant entre l'actif comptabilisé en fair value (juste valeur) et le passif au coût historique, nous appliquons le Shadow Accounting. Il consiste à comptabiliser au passif, les plus-values ou moins-values latentes de l'actif comme si elles étaient effectivement réalisées, et à les partager entre l'assureur et l'assuré. La part de l'assuré généralement 85% en assurance vie est la participation aux bénéfices et la part de l'assurance s'ajoute aux capitaux propres. Le shadow accounting permet donc une bonne réduction du mismatch dans le cas des contrats avec une forte participation aux bénéfices.

### I.2.3 Test de suffisance du passif

Par ailleurs, le test de suffisance du passif (Liability Adequacy Test (LAT)) permet de comparer les passifs d'assurances sur le plan international. Il se résume à une comparaison entre la valeur comptable des passifs d'assurances (...) et les estimations actuelles des flux de trésorerie futurs générés par les contrats d'assurances. L'insuffisance du passif doit être provisionnée. Ce test doit être effectué à chaque arrêté de compte. Le paragraphe 15 d'IFRS 4 apporte des précisions à ce niveau :

« Un assureur doit vérifier à chaque date de reporting si ses passifs d'assurance comptabilisés sont insuffisants, en utilisant les estimations actuelles de flux de trésorerie futurs générés par ses contrats d'assurance. Si cette évaluation indique que la valeur comptable de ses passifs d'assurance (diminuée des coûts d'acquisition différés correspondants et des immobilisations incorporelles liées) est insuffisante au regard des flux de trésorerie futurs estimés, l'insuffisance totale doit être comptabilisée en résultat. »

### I.3. IFRS 4 Phase II:

La phase II de la norme IFRS 4 est aussi passée par différentes étapes qui ont été très importantes pour son évolution, le tableau ci-dessous illustre cette évolution.

#### I.3.1 Historique: IFRS 4 Phase II:

Le tableau ci-dessous résume les plus grandes étapes de la phase 2 de la norme IFRS.

|                 |             |  |
|-----------------|-------------|--|
| <b>Phase II</b> | <u>2007</u> | Discussion paper : Proposition d'une comptabilisation des passifs à leur valeur de Transfert |
|                 | <u>2010</u> | 1er ED: Proposition d'une comptabilisation des passifs à leur valeur d'Exécution.            |
|                 | <u>2013</u> | 2ème ED: Propositions alternatives suite au rejet du 1er ED par le secteur.                  |
|                 | <u>2015</u> | Date prévisionnelle de publication de la norme finale d'IFRS 4 Phase 2.                      |
|                 | <u>2018</u> | Date prévisionnelle d'entrer en vigueur d'IFRS 4 Phase 2.                                    |

Tableau 2: Historique IFRS phase 2

#### I.3.2. Le contrat d'assurance :

Le règlement IFRS 4 phase II définit le contrat d'assurance comme :

« Un contrat selon lequel une partie (l'assureur) accepte un risque d'assurance significatif d'une autre partie (le titulaire de la police) en convenant d'indemniser le titulaire de la police si un événement futur incertain spécifié (l'événement assuré) affecte de façon défavorable le titulaire de la police.»

La notion de transfert de risque d'assurance du titulaire d'un contrat vers un assureur est donc nécessaire. Le risque d'assurance est un risque autre que le risque financier. Il est lié à un événement futur incertain. Cette incertitude porte sur l'un au moins des trois éléments

suivant: la survenance effective de l'évènement, la date de survenance et le montant des dommages engendrés. Par exemple, un contrat d'assurance Responsabilité Civile Automobile prévoit l'indemnisation d'une tierce victime d'un accident regroupe à la fois ces trois points d'incertitudes. Un autre exemple en assurance vie, est un contrat qui garantit un taux de rendement minimal à l'assuré (risque financier) mais prévoit en plus capital en cas de décès (risque de mortalité qui est un risque d'assurance). La significativité du risque d'assurance est évalué par l'assureur.

### I.3.3. Best estimate :

Elle définit des principes pour projection des flux de trésorerie dans le cadre de l'évaluation du Best Estimate du passif :

- Flux explicite sans les taux d'actualisation
- Refléter les points de vue de l'entité en cohérence avec le marché
- Etre précis sur le montant, les dates et l'incertitude liés au flux de trésorerie
- Utiliser toute l'information disponible à la date d'évaluation.

### I.3.4. La marge pour risque:

La marge pour risque est un élément du passif qui mesure l'écart entre les flux de trésorerie (essentiellement les prestations) attendus et ceux effectivement effectués pour se protéger contre les hausses inattendues (choc). Elle est réévaluée chaque année. Nous distinguons trois méthodes de calcul de cette marge :

#### 1) La méthode du quantile:

Cette méthode consiste à estimer la Value At Risk (VAR) pour un niveau de confiance donnée  $\alpha$ . La valeur des prestations ne devrait pas dépasser la VAR avec une probabilité donnée  $1-\alpha$ .

$$VAR(\alpha) = \inf\{x \in R, F(x) \geq 1-\alpha\}.$$

C'est la probabilité que le résultat réel soit dans un intervalle spécifié :

- Plus facile à communiquer et à calculer par rapport à d'autres techniques
- Pas utile pour les distributions de probabilité qui ne sont pas statistiquement normales.

#### 2) La méthode de l'espérance conditionnelle unilatérale:

Cette méthode est appropriée pour les variables à queue de distribution épaisse et s'exprime par :

$$TVAR(\alpha) = E(X / X > VAR).$$

- Elle reflète les pertes extrêmes et se concentre sur la répartition des probabilités et reflète les aspects de l'Assurance
- Elle émet un jugement requis pour déterminer la bande et peut-être le besoin de

changer dans les périodes futures.

### 3) La méthode du coût du capital:

Cette méthode permet d'immobiliser le coût d'opportunité consenti par un investisseur en immobilisant les capitaux propres afin de pouvoir exercer l'activité d'assurance. Elle est appliquée dans les prix, les évaluations, les rapports réglementaires (par exemple, la marge de risque Solvabilité II) etc...

- Elle reflète le coût de la possession du capital requis pour faire face aux obligations avec une forte confiance.
- Elle évalue le taux du capital qui reflète le risque lié à la responsabilité.

#### I.3.5. Présentation du Bilan sous IFRS 4 Phase II:

La phase II a apporté plusieurs modifications au bilan des compagnies d'assurances. La figure ci-dessous présente une comparaison avant et après la phase 2.

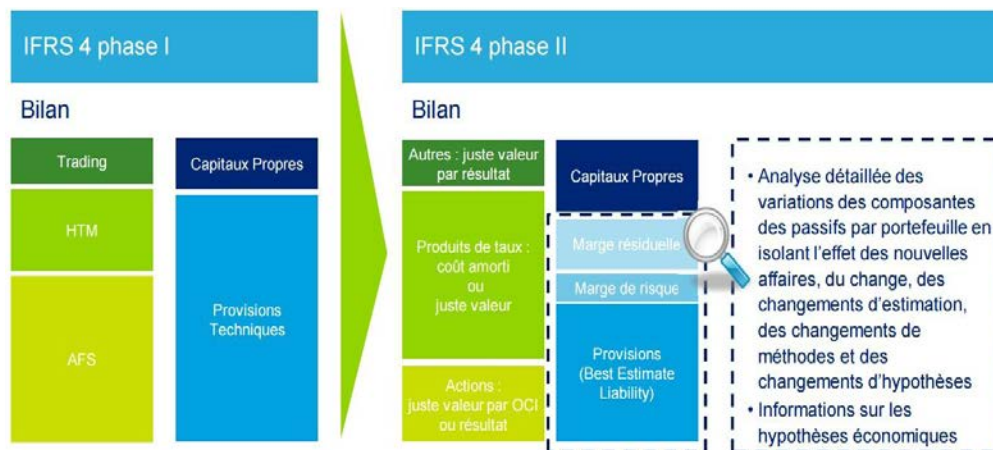


Figure 3: Comparaison des bilans IFRS 4 Phase I et II

#### I.4. Comparaison IFRS 4 et Solvabilité 2:

Sur le plan international IFRS 4 phase 2 et dans l'union européenne Solvabilité 2 définissent chacun un cadre réglementaire de fonctionnement des sociétés d'assurance. Le principal objectif étant de contribuer à une harmonisation favorable à une comparaison entre ces compagnies. Il existe ainsi plusieurs convergences dans le contenu de ces deux dispositifs réglementaires.

Les provisions techniques sous la réforme solvabilité 2 et sous IFRS 4 phase 2 sont identiques. En effet, sous solvabilité 2 nous distinguons : les passifs répliquables (ou couvrables) valorisés selon la valeur de marché des portefeuilles répliquants et les passifs non répliquables (ou non couvrables) selon la formule Best Estimate + marge de risque. Mais d'après l'IASB décompose les provisions techniques en Best Estimate + marge de risque + marges résiduelle.

Les définitions du best estimate selon l'EIOPA et selon la norme IFRS 4 phase 2 sont très proches. L'EIOPA définit le best estimate comme de « la meilleure estimation (Best estimate) qui correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des futurs flux de

trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle probable des flux futurs de trésorerie), laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. » Tandis que La norme IFRS 4 Phase 2 définit le Best Estimate comme la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie dans le cadre de l'exécution d'obligations d'un contrat d'assurance.

Cependant, il existe quelques points de divergence notamment:

- Le calcul du best estimate sous solvabilité 2 est effectué par Line Of Business et devises tandis qu'il est classé par portefeuille de contrats homogène sous la norme IFRS 4.
- Les normes IFRS ont un rôle informatif tandis que Solvabilité 2 a un objectif prudentiel.
- Les actifs sous solvabilité 2 sont comptabilisés en valeur de marché (juste valeur). Par contre en IFRS 4, ces derniers sont valorisés par catégories. Les actifs amortissables sont valorisés au coût amorti. Les autres actifs sont comptabilisés en juste valeur par résultats ou en juste valeur par capitaux propres.
- En ce qui concerne le taux d'actualisation, dans le cadre de solvabilité 2 nous avons la courbe des taux sans risque ajusté par une prime d'illiquidité. L'IASB ajoute une spécificité pour les contrats participatifs qui tiennent compte du rendement des actifs.
- Dans Solvabilité II, la marge pour risque est une provision qui doit permettre le transfert de portefeuille d'un assureur en cas de faillite de celui-ci. Le projet de norme IFRS 4 Phase 2 définit la marge de risque comme la somme maximale que l'assureur d'un contrat d'assurance serait prêt à payer pour être libéré de ce risque.

## Chapitre II: Calcul des provisions techniques par les méthodes déterministes

Dans cette partie, il sera question de déterminer les provisions par les méthodes déterministes. Les provisions en question ici, sont les provisions pour sinistres à payer. Il représente la dette de l'entreprise d'assurance envers ses assurés pour les sinistres survenus et déclarés, mais non encore décaissés par l'assureur ainsi que la provision des sinistres survenus mais non déclarés par la société qui a souscrit le contrat de prévoyance (sinistres non déclarés ou sinistres tardifs). Le règlement d'un sinistre passe par plusieurs étapes qui peuvent être résumé par le tableau ci-après :

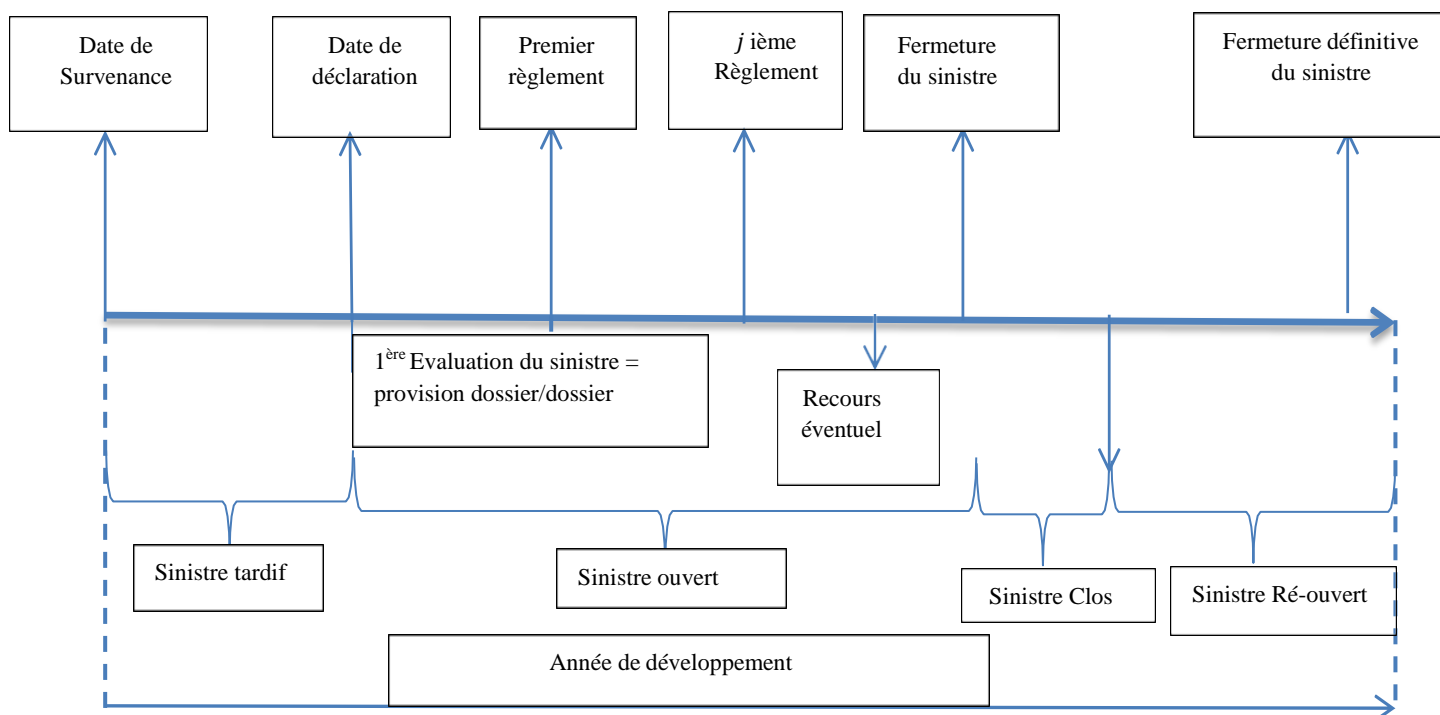


Figure 4 : le cycle de vie d'un sinistre

Comme méthode déterministe, nous utiliserons la méthode de Chain Ladder.

### II.1.: Modèle de Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder est parmi les méthodes les plus populaires, du fait qu'elle est facile à mettre en œuvre et à comprendre.

#### II.1.1 : Approche Théorique :

Son principe de base est que le déroulement des paiements est une fonction de facteurs de déroulement  $\lambda_j$  qui ne dépendent que de l'année de déroulement : le modèle sous-jacent est alors de la forme  $(C_{ij}) = \lambda_j C_{ij-1}$ . L'avantage que ces facteurs présentent est qu'ils ont une interprétation, en revanche, ils

présentent aussi l'inconvénient que cette estimation est relativement peu robuste.

En général les données analysées sont de nature diverses :

- Montants : paiements de sinistres, charges des sinistres ou sinistres survenus, recours, sinistres réassurés,...
- Nombre de sinistre : déclarés, réglés, tardifs,...
- Loss ratios : montants de sinistres / primes acquises, ...
- Les sinistres (ou les primes) sont : annuels, semestriels, trimestriels, (Nous utiliserons par la suite l'année).

L'année récurrente se déroule du 01/01/n au 31/12/n. Le 31/12/n est la date de fin d'exercice ou d'inventaire.

Les sinistres sont rattachés à l'année d'origine, qui peut être :

- l'année de survenance
- l'année de souscription
- l'année de déclaration

Nous utilisons le rattachement de l'année de survenance, qui est le plus fréquemment utilisé.

#### Notations:

On considère une branche dont les sinistres se déroulent sur (n+1) années.

- $i$  : l'année d'origine,  $i = 0, \dots, n$ ,
- $j$  : le délai de règlement (année de développement),  $j = 0, \dots, n$ ,
- $x_{ij}$ : la mesure de sinistralité ou les paiements incrémentaux correspondant à l'année de survenance  $i$  et de développement  $j$ ,
- $C_{ik}$ : les paiements cumulés:

$$C_{ik} = \sum_{j=1}^N x_{ik}$$

- $R_i$  : Les provisions par année de survenance :

$$R_i = \sum_{j=n-i+1}^n x_{ij} \quad R_0 = 0$$

- $R$ : Le montant total des provisions pour une branche:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i, \quad i=1, \dots, n;$$

On supposera que dans la suite nous traitons les règlements de sinistres. En se plaçant au 31/12/N, les règlements de sinistres antérieurs à cette date sont classiquement mis sous la forme d'un triangle complet de liquidation de montants non cumulés, Comme présentés sur le tableau suivant :

| Année d'origine | Année de développement |             |       |             |       |             |       |             |          |
|-----------------|------------------------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|----------|
|                 | 0                      | 1           | ..... | $j$         | ..... | $n-i$       | ..... | $n-1$       | $n$      |
| 0               | $x_{00}$               | $x_{01}$    | ..... | $x_{0j}$    | ..... | .....       | ..... | $x_{0,n-1}$ | $x_{0n}$ |
| 1               | $x_{10}$               | $x_{11}$    | ..... | $x_{1j}$    | ..... | .....       | ..... | $x_{1,n-1}$ |          |
| ⋮               | ⋮                      | ⋮           | ..... | ⋮           | ..... | ⋮           | ..... |             |          |
| $i$             | .....                  | .....       | ..... | $x_{ij}$    | ..... | $x_{i,n-i}$ |       |             |          |
| ⋮               | ⋮                      | ⋮           | ..... | ⋮           | ..... |             |       |             |          |
| ⋮               | .....                  | .....       | ..... | $x_{n-j,j}$ |       |             |       |             |          |
| ⋮               | .....                  | .....       | ..... |             |       |             |       |             |          |
| $n-1$           | $x_{n-1,0}$            | $x_{n-1,1}$ |       |             |       |             |       |             |          |
| $n$             | $x_{n0}$               |             |       |             |       |             |       |             |          |

Diagram annotations:  
 - A light blue shaded triangle covers the upper part of the table, from row 0 to row  $n-1$ , and from column 0 to column  $n$ .  
 - An arrow points to the diagonal element  $x_{n-j,j}$  with the label "paiements de l'année calendaire (i+j)".  
 - Another arrow points to the diagonal element  $x_{i,n-i}$  with the label "paiements de l'année calendaire n".

Tableau 3 : triangle des règlements non cumulés

Les diagonales du triangle correspondent à des règlements calendaires. L'année calendaire n'a donné lieu au paiement total de :  $\sum_{i=0}^n x_{i,n-1}$ . En générale les données historiques ou règlements déjà effectués sont représentés par la partie bleue claire du rectangle (triangle supérieur). On peut noter que ce triangle contient :

$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$  données soit 78 (n=12) données pour le cas des triangles issus de la base de données complète.

Le tableau suivant présente le triangle des règlements cumulés au 31/12/N, où :  $C_{ik} = \sum_{j=1}^k x_{ij}$  est le montant des paiements cumulés pour l'année d'origine i jusqu'à l'année de développement j :

| Année d'origine | 0           | ..... | $j$         | $j+1$       | ..... | $n-i$       | ..... | $n$      |
|-----------------|-------------|-------|-------------|-------------|-------|-------------|-------|----------|
| 0               | $C_{00}$    | ..... | $C_{0j}$    | $C_{0,j+1}$ | ..... | $C_{0,n-i}$ | ..... | $C_{0n}$ |
| 1               | $C_{10}$    | ..... | $C_{1j}$    | $C_{1,j+1}$ | ..... | ⋮           | ..... |          |
| ⋮               | ⋮           |       | ⋮           | ⋮           |       | ⋮           |       |          |
| $i$             | $C_{i0}$    |       | $C_{ij}$    | $C_{i,j+1}$ | ..... | $C_{i,n-i}$ |       |          |
| ⋮               | ⋮           |       | ⋮           |             |       |             |       |          |
| $n-j$           | ⋮           | ..... | $C_{n-j,j}$ |             |       |             |       |          |
| $n-1$           | $C_{n-1,0}$ |       |             |             |       |             |       |          |
| $N$             | $C_{n0}$    |       |             |             |       |             |       |          |

Tableau 4 : Triangle des règlements cumulés

On note :  $x_{i0} = C_{i0}$  et  $x_{ij} = C_{ij} - C_{i,j-1}$

De manière analogue, on traitera le triangle des charges des sinistres où  $S_{ij}$

$0 \leq i, j \leq n$  désignera la charge de la  $i$ ème année d'origine vue d'après  $j$  année [soit la  $(i+j)$ ème année].

A partir des données des règlements du triangle supérieur nous cherchons à estimer au 31/12/N les éléments suivants :

- La charge sinistre  $S_i = C_{in}$  de chaque année de survenance  $i$  ( $i=0, \dots$ ). L'année 0 étant complètement déroulé,  $S_0 = C_{0n}$  est connue,
- la provision  $R_i$  à constituer pour chaque année de survenance  $i$  ( $i=0, \dots$ ), avec  $R=0$ ,
- la provision globale  $R$ .

Ces estimations sont primordiales dans la détermination du résultat technique de la branche considérée. Accessoirement, pour des finalités comptables, on peut estimer les paiements futurs au-delà du 31/12/n en fonction de l'année de survenance  $i$  et de développement  $j$  sous la forme cumulée  $C_{ij}$  ou non cumulée  $x_{ij}$  ( $i+j > n$ ).

On peut noter que l'évaluation selon les normes IFRS d'un groupe de contrats, supposant le portefeuille fermé (pas de renouvellements ni d'affaires nouvelles), fait intervenir la somme des cash-flows futurs (actualisés) de paiements de sinistres.

En négligeant l'actualisation, les cash-flows futurs au cours de l'année  $(n+k)$ , au titre des années de survenance de 0 à  $n$ , donnent:  $CF_{n+k} = \sum_{i+j=n+k} x_{ij}$ .

Dans le même esprit, les méthodes récentes d'évaluation des stratégies et de gestion des risques (modèles internes - DFA, Gestion Actif Passif,...) privilégient l'approche prospective et sont analysées les projections, au-delà du 31/12/n, de charges sinistres, de cadences de règlement et de cash-flows futurs. Cette approche peut être représentée par la figure suivante :

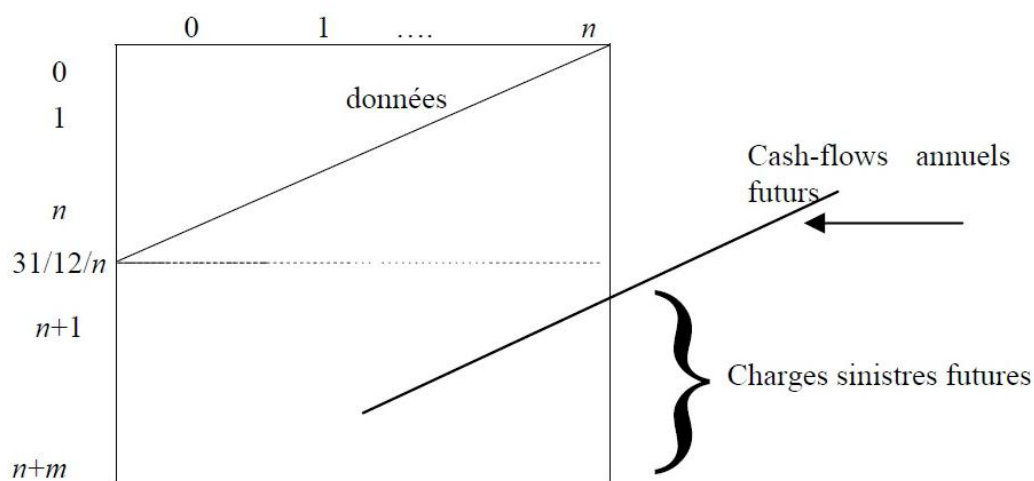


Figure 5: Les cash-flows futurs

- Facteurs de développement, cadences de règlement

Dans la plupart des méthodes de cadences, les calculs sont conduits à l'aide des facteurs de développement mais les résultats sont interprétés en cadences cumulées. On

considère l'année d'origine  $i$  dont on décrit le développement complet en paiements cumulés au 31/12/ $n$  :

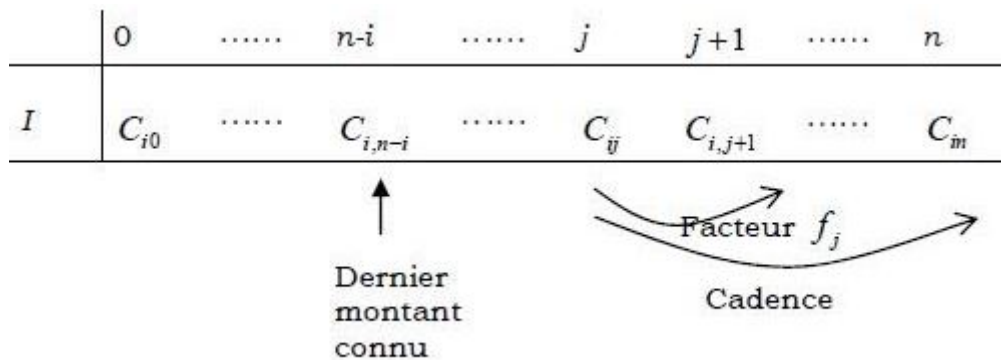


Figure 6 Le développement complet en paiements

Le  $f_{\text{éme}}$  facteur de développement est :  $f_i = \frac{C_{ij+1}}{C_{ij}} \quad j=0, \dots, -1$ .

Le calcul de la  $i_{\text{éme}}$  provision  $R_i = C_{in} - C_{in-i}$  est donné par:

$$R_i = (f_{n-i} * \dots * f_{n-1}) * C_{in-i}$$

Développement mais les résultats sont interprétés en cadences cumulées.

- Principe de la méthode:

Considérons les années de développement  $j$  et  $j+1$  d'un triangle de paiements cumulés (ou de charges sinistres)

|                 |       |       |               |                 |       |       |   |
|-----------------|-------|-------|---------------|-----------------|-------|-------|---|
| Année d'origine | 0     | ..... | J             | j+1             | ..... | ..... | n |
| 0               | ..... | ..... | $C_{0j}$      | $C_{0,j+1}$     | ..... | ..... |   |
| ⋮               |       |       | ⋮             | ⋮               |       |       |   |
| I               | ..... | ..... | $C_{ij}$      | $C_{i,j+1}$     |       |       |   |
| ⋮               |       |       | ⋮             | ⋮               |       |       |   |
| n-j-1           | ..... | ..... | $C_{n-j-1,j}$ | $C_{n-j-1,j+1}$ |       |       |   |
| n-j             | ..... | ..... | $C_{n-j,j}$   |                 |       |       |   |
| ⋮               |       |       |               |                 |       |       |   |
| n               |       |       |               |                 |       |       |   |

Tableau 5: Triangles des règlements cumulés

La méthode Chain-Ladder s'appuie sur l'hypothèse (forte) que tous les facteurs de développement supposés constants pour toutes les années d'origine.

- Hypothèse:

Pour tout  $j = 0, \dots, n-1$ , les ratios des facteurs adjacents  $f_i = \frac{c_{ij+1}}{c_{ij}}$  sont indépendants de l'année  $i$ .

D'où, pour  $j = 0, \dots, n-1$ :

$$\frac{c_{0j+1}}{c_{0j}} = \frac{c_{1j+1}}{c_{1j}} = \frac{c_{2j+1}}{c_{2j}} = \dots = \frac{c_{n-j-1j+1}}{c_{n-j-1j}} \quad (1)$$

La valeur commune de ces rapports est aussi :

$$\frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} c_{ij+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} c_{ij}}$$

Dans la pratique, les égalités n'étant, au mieux, qu'approximativement vérifiées, il est naturel de choisir comme estimateur du facteur commun:

$\hat{f}_i = \frac{\sum_{i=0}^{n-j-1} c_{ij+1}}{\sum_{i=0}^{n-j-1} c_{ij}}$ ,  $0 \leq j \leq n-1$ . Les  $\hat{f}_i$  représentent les facteurs de développement estimés par Chain Ladder. On en déduit les évaluations des charges ultimes:

$$\hat{S}_i = C_{in} = C_{in-i} \times \hat{f}_{n-i} \times \dots \times \hat{f}_{n-1} = C_{in-i} \times \prod_{h=n-i}^{n-1} \hat{f}_h$$

Conduisant aux provisions  $\hat{R}_i = \hat{S}_i - C_{in-1}$ , ( $i = 1, \dots, n$ ) par exercice puis à la provision globale  $\hat{R} = \sum_{j=1}^n \hat{R}_j$ . Si nécessaire, les facteurs de développement fournissent un rectangle complet de liquidation par :

$$C_{ij} = C_{in-i} \times \hat{f}_{n-i} \times \dots \times \hat{f}_{j-1} = C_{in-i} \times \prod_{h=n-i}^{j-1} \hat{f}_h$$

- Avantages et limites :

- Avantages de cette méthode:

Cette méthode a l'avantage d'être simple à implémenter. Elle peut de plus être utilisée avec de nombreux types de triangles et en particulier avec des triangles de paiements cumulés, de charges, de primes, de nombre de sinistres.

- Limites de cette méthode (on peut ajouter tarif et prov):

La limite principale est que les années récentes sont moins bien estimées car il y a peu de données pour effectuer la régression ce qui fait qu'une valeur extrême entraîne plus facilement des écarts importants. Par ailleurs cette méthode déterministe ne présente pas de mesure de précision (intervalles de confiances, VAR).

## II.1.2 : Application Chain Ladder SAS:

### II.1.2.1: Description des données

Nos données proviennent de la branche Automobile de l'une des filiales de Saham Finances. Nous ne pouvons présenter entièrement le triangle des règlements et le triangle des charges pour des raisons de confidentialité. Le tableau ci-dessous illustre un extrait du triangle des règlements décumulés.

| VAR7       | VAR8       | VAR9       | VAR10      | VAR11      | VAR12      |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1132655663 | 1136418651 | 1143830537 | 1150148426 | 1152711924 | 1158697521 |
| 1236473927 | 1251827012 | 1254472939 | 1255347756 | 1255881236 | -          |
| 1296602728 | 1321350902 | 1359107939 | 1414102615 | -          | -          |
| 1562580677 | 1578209995 | 1584512974 | -          | -          | -          |
| 1824228324 | 1845994886 | -          | -          | -          | -          |
| 1946358948 | -          | -          | -          | -          | -          |

TABLEAU 6 EXTRAIT DU TRIANGLE DES REGLEMENTS DECUMULES

Ce triangle est importé sous sas et transformé en matrix sous SAS IML. SAS Interactive Matrix Language est un langage de programmation (hérité de l'APL et proche de MATLAB). C'est un complément indispensable au PROC de SAS. Cette procédure de sas permet de faciliter la manipulation des tableaux sas en matrix IML et le retour de la matrix IML au tableau SAS afin de sauvegarder les données. En effet les manipulations sous sas IML sont locales.

Nous effectuons le cumul de ce triangle sous sas IML et obtenons le résultat ci-après.

| COL7      | COL8      | COL9      | COL10     | COL11     | COL12     |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 6.71673E9 | 7.85315E9 | 8.99698E9 | 1.0147E10 | 1.13E10   | 1.2459E10 |
| 7.60053E9 | 8.85235E9 | 1.0107E10 | 1.1362E10 | 1.2618E10 | -         |
| 7.70068E9 | 9.02203E9 | 1.0381E10 | 1.1795E10 | -         | -         |
| 9.25582E9 | 1.0834E10 | 1.2419E10 | -         | -         | -         |
| 1.0781E10 | 1.2627E10 | -         | -         | -         | -         |
| 1.1459E10 | -         | -         | -         | -         | -         |

Tableau 7 : Extrait du triangle des règlements cumulés

## II.1.2.2: Coefficients de variation

Pour déterminer les coefficients de variation nous passons par l'estimation des coefficients individuels. Les coefficients individuels sont donnés par la formule:

$$Cd_{ij} = \frac{c_{ij+1}}{c_{ij}}$$

Ils permettent de mesurer la volatilité des facteurs de développements relatifs aux divers exercices. Le coefficient de variation permet de mesurer la dispersion des coefficients individuels pour chaque année de développement. Plus le coefficient est élevé plus la dispersion est importante. Le coefficient de variation conserve la proportionnalité des comparaisons entre les séries de différentes tailles.

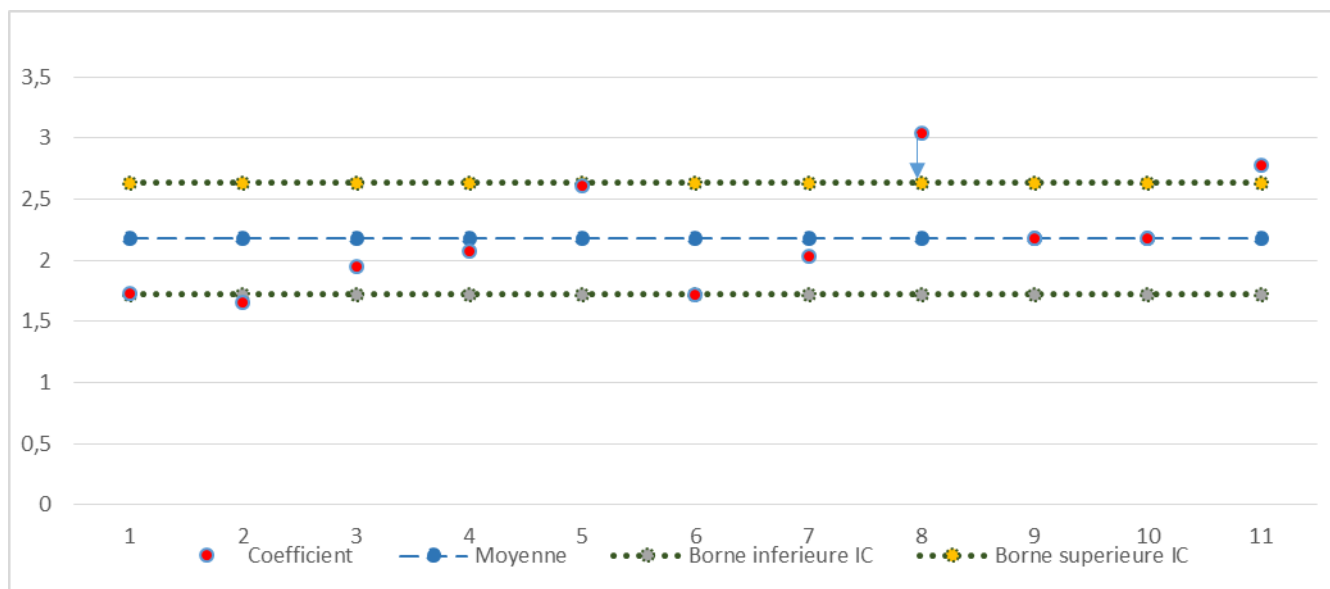
Le tableau des coefficients individuels et des coefficients de variation se présente comme suit :

|          | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12 |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|
| 2003     | 1,73 | 1,20 | 1,04 | 1,02 | 1,05 | 1,01 | 1,00 | 1,01 | 1,01 | 1,00 | 1,01 |    |
| 2004     | 1,66 | 1,09 | 1,03 | 1,05 | 1,01 | 1,01 | 1,01 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |      |    |
| 2005     | 1,95 | 1,08 | 1,06 | 1,05 | 1,01 | 1,03 | 1,02 | 1,03 | 1,04 |      |      |    |
| 2006     | 2,08 | 1,15 | 1,03 | 1,02 | 1,02 | 1,03 | 1,01 | 1,00 |      |      |      |    |
| 2007     | 2,61 | 1,09 | 1,04 | 1,02 | 1,02 | 1,02 | 1,01 |      |      |      |      |    |
| 2008     | 1,72 | 1,11 | 1,07 | 1,03 | 1,01 | 1,05 |      |      |      |      |      |    |
| 2009     | 2,03 | 1,26 | 1,12 | 1,04 | 1,04 |      |      |      |      |      |      |    |
| 2010     | 3,04 | 1,22 | 1,04 | 1,06 |      |      |      |      |      |      |      |    |
| 2011     | 2,18 | 1,08 | 1,10 |      |      |      |      |      |      |      |      |    |
| 2012     | 2,18 | 1,23 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |    |
| 2013     | 2,78 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |    |
| 2014     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |    |
| Coef Var | 21%  | 6%   | 3%   | 2%   | 2%   | 1%   | 1%   | 1%   | 2%   | 0%   |      |    |

**Tableau 8: Tableau des coefficients individuels et des coefficients de variation**

Nous observons que le coefficient de variation est de 21% pas éloigné de 10% la première année et converge vers 0 les années qui suivent. Ceci confirme que le triangle est relativement stable et que les facteurs de développement  $\bar{f}_i$  fournis par la méthode de Chain Ladder seront stables.

Dans l'objectif de retraiter les données, nous pouvons remarquer que le coefficient individuel de 3,04 est éloigné de la moyenne de la première année de développement qui est de 2,15. Pour éviter ces excès nous pouvons limiter les valeurs à une distance d'un écart type de la moyenne. Le schéma ci-après illustre un exemple de retraitement :



**Figure 7: Traitement des coefficients individuels**

En appliquant ce retraitement au coefficient de passage 3,04 est réduit à 2,17 et le coefficient de variation passe de 21% à 17%.

| Obs      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Fact_dev | 2.154 | 1.149 | 1.062 | 1.034 | 1.022 | 1.025 | 1.011 | 1.010 | 1.016 | 1.001 | 1.005 |

**Tableau 9: Facteurs de développement de la méthode de Chain Ladder**

Les facteurs de développement de la méthode de Chain Ladder convergent vers 1 à partir de la 6ème année de développement. Ces estimations reflètent la stabilité du triangle.

Nous appelons taux de liquidation des sinistres le rapport :  $\frac{\text{Règlements cummulé ultime de la dernière année de développement}}{\text{Charge totale de la dernière année de développement}}$  en considérant que la

$\text{Charge} = \text{règlement cumulés} + \text{provision}$  dans la gestion dossier par dossier des sinistres. Nous calculons le taux de liquidation qui nous donne 97%.

Le tableau ci-dessous présente la charge ultime et la provision obtenue par la méthode de Chain Ladder pour chaque année de survenance :

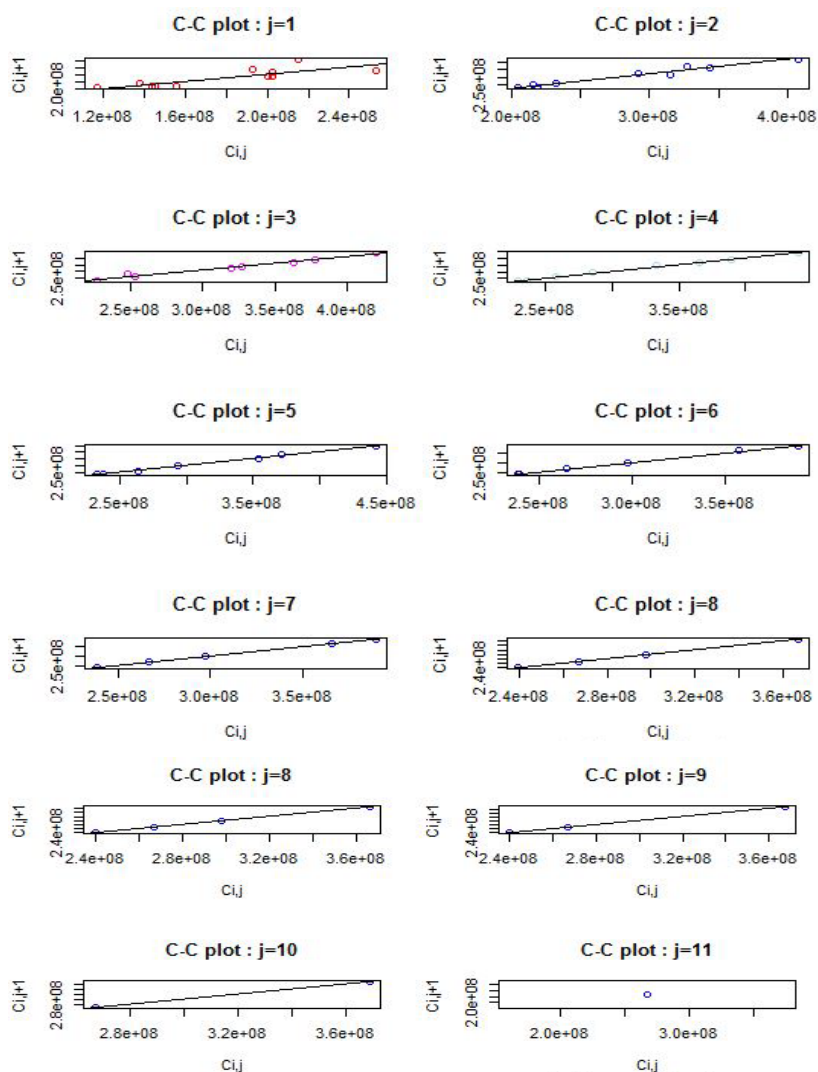
| Année de survenance | Règlement Ultime | Provision     | Provision actualisée |
|---------------------|------------------|---------------|----------------------|
| 2003                | 1 158 700 000    | 35 836 006    | 35 836 006           |
| 2004                | 1 262 400 000    | 45 564 694    | 43 394 947           |
| 2005                | 1 423 280 000    | 53 191 785    | 48 329 084           |
| 2006                | 1 621 190 000    | 86 812 881    | 77 403 817           |
| 2007                | 1 908 050 000    | 121 066 907   | 104 755 179          |
| 2008                | 2 034 970 000    | 151 546 079   | 127 761 279          |
| 2009                | 1 657 660 000    | 163 539 690   | 137 299 893          |
| 2010                | 1 409 730 000    | 167 737 405   | 138 497 381          |
| 2011                | 1 970 160 000    | 294 463 999   | 241 523 493          |
| 2012                | 2 625 610 000    | 529 560 960   | 437 150 131          |
| 2013                | 3 352 890 000    | 1 037 400 000 | 875 612 826          |
| 2014                | 4 474 350 000    | 3 114 470 000 | 2 760 540 000        |
| Total               | 24 898 990 000   | 5 801 190 406 | 5 028 104 036        |

**Tableau 10: Règlements et Provisions Ultimes**

La provision ultime obtenue pour toutes les années de survenance est de 5 801 190 406 FCFA. Après actualisation au taux de 5%, le montant des provisions passe à 5 028 104 036 FCFA. Cette méthode doit vérifier la régularité des règlements non cumulés au cours des années de développement ce qui est vérifié ici. Les résultats obtenus par la méthode de Chain Ladder seront utilisés comme benchmark pour effectuer des comparaisons avec les autres méthodes.

### II.1.2.3: Validation des Hypothèses:

Les graphiques ci-dessous représentent les règlements cumulés des années de développement successifs.



**Tableau 11 : Nuage de points des règlements cumulés des années de développements successifs**

Nous observons que ces règlements cumulés sont sensiblement alignés. Donc nous validons l'hypothèse de linéarité de Chain Ladder.

#### II.1.2.4 : Estimation de la marge économique

La marge économique est définie ici comme la différence entre la provision règlementaire dossier dossier et la provision obtenue par les méthodes déterministes. Elle permet donc d'évaluer le gain en termes de réduction de provision apporté par la méthode de provisionnement.

| <b>Année de survenance</b> | <b>Provision Dossier(A)</b> | <b>Provision actualisée(B)</b> | <b>non</b> | <b>Marge Economique(A-B)</b> |
|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|------------|------------------------------|
| An_sur1                    | 32 367 000                  | 35 836 006                     |            | (3 469 006)                  |
| An_sur2                    | 24 890 000                  | 45 564 694                     |            | (20 674 694)                 |
| An_sur3                    | 72 540 000                  | 53 191 785                     |            | 19 348 215                   |
| An_sur4                    | 36 423 000                  | 86 812 881                     |            | (50 389 881)                 |

|              |                      |                      |                      |
|--------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| An_sur5      | 47 939 000           | 121 066 907          | (73 127 907)         |
| An_sur6      | 115 962 000          | 151 546 079          | (35 584 079)         |
| An_sur7      | 177 883 000          | 163 539 690          | 14 343 310           |
| An_sur8      | 435 437 000          | 167 737 405          | 267 699 595          |
| An_sur9      | 699 323 000          | 294 463 999          | 404 859 001          |
| An_sur10     | 1 466 906 000        | 529 560 960          | 937 345 040          |
| An_sur11     | 2 237 180 000        | 1 037 400 000        | 1 199 780 000        |
| An_sur12     | 1 906 760 000        | 3 114 470 000        | (1 207 710 000)      |
| <b>Total</b> | <b>7 253 610 000</b> | <b>5 801 190 406</b> | <b>1 452 419 594</b> |

Nous observons une croissance des provisions non actualisée selon les années de survenances de 35 836 006 fcfa à 3 114 470 000 fcfa pour un total de 5 801 190 406 fcfa pour toutes les années de survenances. La méthode de Chain Ladder sans actualisation réduit globalement les provisions de 1 452 419 594 FCFA par rapport à la provision dossier dossier.

| <i>Année de survenance</i> | <i>Provision Dossier(A)</i> | <i>Provision actualisée (B)</i> | <i>Marge Economique (A-B)</i> |
|----------------------------|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| An_sur1                    | 32 367 000                  | 35 836 006                      | (3 469 006)                   |
| An_sur2                    | 24 890 000                  | 43 394 947                      | (18 504 947)                  |
| An_sur3                    | 72 540 000                  | 48 329 084                      | 24 210 916                    |
| An_sur4                    | 36 423 000                  | 77 403 817                      | (40 980 817)                  |
| An_sur5                    | 47 939 000                  | 104 755 179                     | (56 816 179)                  |
| An_sur6                    | 115 962 000                 | 127 761 279                     | (11 799 279)                  |
| An_sur7                    | 177 883 000                 | 137 299 893                     | 40 583 107                    |
| An_sur8                    | 435 437 000                 | 138 497 381                     | 296 939 619                   |
| An_sur9                    | 699 323 000                 | 241 523 493                     | 457 799 507                   |
| An_sur10                   | 1 466 906 000               | 437 150 131                     | 1 029 755 869                 |
| An_sur11                   | 2 237 180 000               | 875 612 826                     | 1 361 567 174                 |
| An_sur12                   | 1 906 760 000               | 2 760 540 000                   | (853 780 000)                 |
| <b>Total</b>               | <b>7 253 610 000</b>        | <b>5 028 104 036</b>            | <b>2 225 505 964</b>          |

Les provisions actualisées croissent de 35 836 006 fcfa à 2 760 540 000 fcfa au cours des années de survenances, pour atteindre un total de 5 028 104 036 fcfa. Nous observons que

l'utilisation de la méthode de Chain Ladder et l'actualisation réduisent globalement les provisions de 2 225 505 964 FCFA par rapport à la provision réglementaire.

Le processus d'actualisation est



## Chapitre III: Calcul des provisions techniques par les méthodes stochastiques

Au-delà des provisions déterministes, nous distinguons les provisions stochastiques qui apportent plus de précisions dans l'évaluation des provisions.

### III.1 Bootstrap Approche Théorique :

La méthode de bootstrap est basée sur des échantillonnages et on y effectue des simulations Monte Carlo sur l'échantillon original.

#### III.1.1 Approche bootstrap

Nous partons d'un échantillon de taille  $T$  de la population cible. Ensuite nous en tirons des échantillons de même taille  $T$ . Nous répétons cette opération  $B$  fois où  $B$  est un nombre important de simulations. Le rééchantillonnage sur le même échantillon de même taille permet d'extraire l'information souhaitée mais n'apporte aucune information supplémentaire.

L'objectif est l'approximation de la loi d'un estimateur trop complexe en se basant sur l'hypothèse que les éléments de l'échantillon sont indépendants et identiquement distribués et en effectuant un tirage sans remise.

#### III.1.2 Présentation de la méthode du bootstrap en générale:

Nous distinguons deux types de la méthode de Bootstrap: le bootstrap paramétrique et le bootstrap non paramétrique. Le bootstrap paramétrique est appropriée à l'estimation. Dans le cadre de ce rapport nous utiliserons le bootstrap non paramétrique qui consiste à choisir une loi de distribution pour l'échantillon, et à déterminer le degré d'imprécision due à l'erreur d'estimation des paramètres.

##### III.1.2.1 Notations :

Nous avons un échantillon iid  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  dont nous noterons la réalisation  $(x_1, \dots, x_n)$ . Soit  $\hat{F}_n(x)$  la fonction de répartition empirique ; associée à l'échantillon choisi ; définie comme suit:

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{]-\infty, x[}(X_i) \text{ est sans biais et convergente.}$$

Soit  $T_n = T(X_1, \dots, X_n)$  l'estimateur retenu par l'utilisateur pour estimer  $\pi(F)$  un paramètre actuariel à estimer à l'aide de l'échantillon. Les indicateurs de l'erreur à estimer sont : le biais  $B(T_n) = E(T_n) - \pi(F)$  et l'écart quadratique moyen  $MSE(T_n) = E(T_n - \pi(F))^2$ . Un échantillon bootstrap est un  $n$ -échantillon de la fonction de répartition empirique.

Soit  $\mathbf{X}^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)$  tel que  $P(X_i^* = X_j) = \frac{1}{n}$  pour  $1 \leq i, j \leq n$ . Une réalisation  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$  qui résulte d'un tirage avec remise de  $n$  éléments dans l'échantillon initial  $(x_1, \dots, x_n)$ .  $T(T_1^*, \dots, T_n^*)$  est appelé réplique bootstrap de  $T_n$  de réalisation  $T(x_1^*, \dots, x_n^*)$ .

##### III.1.2.2 Explication de la méthode de simulation :

On peut noter que le nombre d'échantillons bootstrap  $C_{2n-1}^n = \frac{(2n-1)!}{n!(n-1)!}$  (cf Hall 1992). Pour  $n=20$ , on obtient 69 milliards. De plus en 2000 réplifications, la probabilité de non répétition d'échantillon bootstrap est au moins égale à 0,95.

Nous effectuons un échantillonnage par permutation appelé le test standard de permutation. Ce test utilise toutes les possibilités de permutations de la variable dépendante en maintenant toutes les autres variables. Cependant le nombre total de permutations s'avère déjà élevé pour un petit échantillon. Par exemple, nous avons 34 observations dans 3 habitats avec 12 observations dans les 2 premiers et 10 dans la 3e.

Le nombre de permutations est  $(34 ! / (12 ! 12 ! 10 !))$  355 milliards. Pour cela, on utilise le test de randomisation. Ce test utilise une approche de Monte Carlo pour sélectionner un sous ensemble du nombre total de permutations, ainsi l'échantillonnage peut se faire pendant une durée raisonnable.

Nous effectuerons la permutation sur les indices des cases en passant par un tableau temporaire. La méthode d'échantillonnage permutation test se déroule en 3 étapes : La première étape qui génère des indices d'échantillons (replicates), chacun avec un nombre aléatoire ;

Ensuite, nous faisons le tri par ordre décroissant des nombres aléatoires. La troisième étape effectue une concaténation entre le vecteur originel et le vecteur des nouveaux replicates triés. Le vecteur originel prend le replicate 0.

### III.1.2.3 Estimation de la variance:

La variance  $V(T_n)$  de l'estimateur  $T_n$  de  $\pi(F)$  a pour expression intégrale :  

$$V(T_n) = \int \dots \int [T(y_1, \dots, y_n) - E(T_n)]^2 dF(y_1) \dots dF(y_n).$$

Ici le problème que l'on rencontre vient du fait qu'on ne connaît pas la loi sous-jacente du paramètre  $T_n$ . Utilisant le théorème de Glivenko, le principe de substitution nous suggère de remplacer dans le calcul précédent, la fonction

### III.1.2.4 Elaboration d'un échantillon bootstrap:

Nous allons dans un premier temps construire un nombre B d'échantillons de taille n à partir de l'échantillon de départ. Il s'agit ici de faire un échantillonnage de cet échantillon. Pour ce faire, nous effectuerons des tirages aléatoires avec remise dans l'échantillon initial où tous les éléments se voient attribués la probabilité uniforme  $\frac{1}{n}$ .

A chaque itération, on obtient  $(X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b})$  ne contenant que des éléments de l'échantillon de départ. Pour chacun de ces échantillons, on calcule alors une estimation  $T_n^{*b}$ . A la fin on disposera donc de B valeurs de bootstrap de  $T_n^*$

On tire de manière indépendante, B échantillon de bootstrap de  $F_n$ .

$(X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b})$ ,  $b=1, \dots, B$  on obtient la bième réplification bootstrap de  $T_n^* = T(X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b})$ . Puis  $T_n^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B T_n^{*b}$  estimateur bootstrap de  $\pi(F)$ .

On considère la variance empirique de ces B réplifications.

$V_{boot}^{(B)} = \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (T_n^{*b} - T_n^*)^2$ . La loi des grands nombres donne  $V_{boot}^{(B)} \rightarrow V_{boot}^{(B)}(T_n)$ . On en déduit que  $V_{boot}^{(B)}$  est une simulation Monte Carlo de  $V_{boot}^{(B)}(T_n)$ . Bien qu'il soit seulement nécessaire de prendre  $B \geq 250$ , il est courant que B soit un multiple de 1000.

De même l'estimation de  $MSE(T_n)$  reposerait sur :

$$MSE_{boot}^{(B)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (T(X_1^{*b}, \dots, X_n^{*b}) - \pi(F_n))^2$$

2) le principe de substitution donne un estimateur bootstrap du biais  $B(T_n) = E(T_n) - \pi(F)$

$$De B_{boot} = \int T(y_1, \dots, y_n) dF(Y_n) - \pi(F_n)$$

$B_{boot} = E(T(X_1^*), \dots, T(X_n^*)) - \pi(F_n)$  où l'on peut remplacer  $\pi(F_n)$  par  $T_n$ .

### III.1.2.5 Estimation de la distribution d'échantillonnage :

Soit  $H_n$  la fonction de répartition de l'estimateur  $T_n$  de  $\pi(F_n)$  :

$H_n = P(T_n < x) = P[T(x_1, \dots, x_n) < x]$ . L'estimateur bootstrap de  $H_n(x)$  s'écrit :

$$H_{boot}(x) = P(T_n^* < x : X_1^*, \dots, X_n^*)$$

Où  $T_n^* = T(X_1^*, \dots, X_n^*)$ , pour un échantillon bootstrap de  $(X_1^*, \dots, X_n^*)$ . Le calcul analytique de  $H_{boot}(x)$  étant le plus souvent impraticable,

$B_{boot}^B = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B 1_{\{T_n^* < x\}}$  Où  $(X_1^*, \dots, X_n^*)_{b=1, \dots, B}$  est un ensemble de B échantillons bootstrap  $(X_1^*, \dots, X_n^*)$  (indépendants) et  $T_n^{*b} = T(X_1^*, \dots, X_n^*)$  est la bième réplique de bootstrap.

### III.1.3 Méthodologie Bootstrap :

La méthode bootstrap s'applique sur les résidus  $r_{ij}$  et non sur les paiements cumulés  $x_{i,j}$  dont les variables explicatives ne sont pas aléatoires. Nous pouvons expliquer les  $x_{i,j}$  par plusieurs modèles dont nous définissons les fonctions variances de la distribution à savoir :

Bernouilli :  $V(u) = u(1 - u)$

Modèle de Poisson :  $V(u) = u$

Modèle Gamma :  $V(u) = u^2$

Modèle Normal :  $V(u) = 1$

Inverse Gaussienne :  $V(u) = u^3$ .

Nous supposons dans notre étude que les paiements non cumulés suivent le modèle poissonnier de RENSHAW et VERRALL(1998). En effet ces derniers ont utilisé un modèle GLM pour répliquer les résultats de la méthode de Chain Ladder.

Nous utiliserons donc les résultats précédents obtenus par la méthode de Chain Ladder.

#### III.1.3.1 Les modèles de régression:

Pour estimer la partie basse du triangle des règlements nous utiliserons trois modèles issus des modèles linéaires généralisés:

1) Description du modèle de Poissonien de Renshaw et Verrall(1998) = Chain Ladder:

Ce modèle s'applique aux paiements non cumulés  $X_{ij}$ .

Hypothèse :

- Nous supposons que la  $\sum_{i=1}^{n-j+1} X_{ij} \geq 0$  pour tout  $j=1, \dots, n$ .
- Pour tout  $i, j$   $X_{ij} \sim Poi(\mu_{ij})$ , indépendante, avec  $\ln(\mu_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j$ ,
- Contraintes d'identification  $\alpha_1 = \beta_1 = 0$

Par la suite nous calculons les estimateurs du maximum de vraisemblance conditionnel des paramètres  $\mu, \alpha_i$  et  $\beta_j$ .

$$\hat{C}_{i,n} = \hat{C}_{i,n-i+1} + \sum_{j=n-i+2}^n \exp(\hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j) \text{ où } i=2,3,\dots,n.$$

Lien avec la méthode de Chain Ladder :

En notant de façon récursive, les facteurs de développement

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{1 - \hat{p}_{j-1} \times \hat{\lambda}_{j+1} \times \hat{\lambda}_{j+2} \times \dots \times \hat{\lambda}_{n-1}} \text{ avec}$$

$$\hat{p}_j = \frac{X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{n-j+1j}}{C_{1,n} + C_{2,n} + \dots + C_{3n}}, \text{ } p_j \text{ est la probabilité (non conditionnelle) qu'un sinistre soit déclaré au bout de } j \text{ années.}$$

Ainsi, les estimateurs  $\hat{C}_{i,n}$ , coïncident avec les estimateurs de Chain Ladder standard, sous l'hypothèse d'un modèle poissonien. Nous appliquerons alors Chain Ladder pour gagner en temps de calcul.

## 2) Description du Modèle Log normal :

On part du triangle supérieur des incréments prévus, puis on présente le triangle supérieure des paiements cumulés observées. Afin de donner par la suite le triangle des incréments prévus et celui des Résidus de Pearson.

$$Y_{ij} = \ln(X_{ij}) \sim N(m_{ij}, \sigma)$$

$E(Y_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j$   $\alpha_i$  et  $\beta_j$  représente respectivement l'effet de l'année de survenance  $i$  et celui de la  $j$ -ième année de développement de règlement.

$\mu$  représente l'effet de l'année calendaire.

Le modèle lognormal s'écrit:

$$E(X_{ij}) = u_{ij} = e^{m_{ij} + \frac{\sigma^2}{2}} = e^{\mu + \alpha_i + \beta_j + \frac{\sigma^2}{2}}$$

Les paramètres  $\alpha_i$  et  $\beta_j$  représentent respectivement l'effet de l'année de survenance  $i$  et celui de la  $j$ -ème année de règlement. Ces paramètres sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblances.

Après le choix du modèle, nous procédons aux étapes suivantes :

- Estimations des paiements  $\hat{\mu}_{ij}$  prévues par le modèle
- Calcul des résidus (non standardisé) de Pearson du modèle

$$r_{ij}^P = \frac{x_{ij} - \hat{\mu}_{ij}}{\sqrt{v(\hat{\mu}_{ij})}} (*)$$

Il convient de choisir la variance de la distribution appropriée au modèle choisi. Puisque nous supposons un modèle poissonien équivalent aux résultats obtenus par Chain ladder, la variance de la distribution est donc  $(\hat{\mu}_{ij}) = \hat{\mu}_{ij}$ .

Pour  $b=1 \dots B$  ( $B=5000$  ou  $10000$ ) :

- Rééchantillonnage sans remise des résidus (Permutation test avec randomisation) et obtention des résidus bootstrapés notés:  $(r_{ij}^P)^b$ .
- En inversant la relation (\*), obtention d'un nouveau triangle, appelé « pseudo-triangle », composé des valeurs  $x'_{ij} = \hat{\mu}_{ij} + (r_{ij}^P)^b * \sqrt{V(\hat{\mu}_{ij})}$ .
- Ensuite nous appliquons de nouveau le modèle choisi (Chain Ladder) au pseudo-triangle, pour obtenir une estimation des provisions notée :  $\hat{R}^b$ .

À partir du B-échantillon des provisions  $\hat{R}^b$ , nous traçons la distribution densité des provisions et retenons la Value At Risk à 95 % qui correspond au quantile d'ordre 95% de la distribution des provisions.

## II.2 Application sous SAS :

### II.2.1 Bootstrap modèle poisson

Nous appliquons dans ce cas la méthode de Chain Ladder qui est équivalent au modèle de poisson.

| VAR7       | VAR8       | VAR9       | VAR10      | VAR11      | VAR12      |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1132655663 | 1136418651 | 1143830537 | 1150148426 | 1152711924 | 1158697521 |
| 1236473927 | 1251827012 | 1254472939 | 1255347756 | 1255881236 | -          |
| 1296602728 | 1321350902 | 1359107939 | 1414102615 | -          | -          |
| 1562580677 | 1578209995 | 1584512974 | -          | -          | -          |
| 1824228324 | 1845994886 | -          | -          | -          | -          |
| 1946358948 | -          | -          | -          | -          | -          |

Tableau 12 : Extrait du triangle des règlements

D'abord, nous appliquons la méthode de Chain Ladder au triangle initial pour obtenir les paiements prévus  $\hat{P}_{ij}$ . Pour des raisons de confidentialité nous ne pouvons afficher le triangle des règlements utilisé.

Les facteurs de développement issus de ce triangle sont présentés ci-dessous.

| Obs      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Fact_dev | 2.154 | 1.149 | 1.062 | 1.034 | 1.022 | 1.025 | 1.011 | 1.010 | 1.016 | 1.001 | 1.005 |

Figure 8: Facteurs de développement du triangle initial

Nous voyons que les coefficients de développement convergent vers 1 à partir de la 8ème année de développement. Les facteurs de développement pris dans l'ordre inverse permettent de remplir la partie supérieure du triangle à partir de la diagonale. Pour cela, nous utilisons la formule inverse du remplissage de la partie inférieure du triangle :

$$C_{ij} = \frac{C_{ij+1}}{\hat{f}_j}$$



| Obs      | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | 6     | 7            | 8            | 9            | 10           | 11           | 12           |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| An_sur1  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0     | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0 1158697521 |
| An_sur2  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0     | 0            | 0            | 0            | 0            | 0 1255881236 | .            |
| An_sur3  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0     | 0            | 0            | 0            | 0 1414102615 | .            | .            |
| An_sur4  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0     | 0            | 0            | 0 1584512974 | .            | .            | .            |
| An_sur5  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0     | 0            | 0 1845994886 | .            | .            | .            | .            |
| An_sur6  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0            | 0     | 0 1946358948 | .            | .            | .            | .            | .            |
| An_sur7  | 0            | 0            | 0            | 0            | 0 1545387600 | .     | .            | .            | .            | .            | .            | .            |
| An_sur8  | 0            | 0            | 0            | 0 1285588494 | .            | .     | .            | .            | .            | .            | .            | .            |
| An_sur9  | 0            | 0            | 0 1736628428 | .            | .            | .     | .            | .            | .            | .            | .            | .            |
| An_sur10 | 0            | 0 2177257163 | .            | .            | .            | .     | .            | .            | .            | .            | .            | .            |
| An_sur11 | 0 2419185168 | .            | .            | .            | .            | .     | .            | .            | .            | .            | .            | .            |
| An_sur12 | 1498259335   | .            | .            | .            | .            | .     | .            | .            | .            | .            | .            | .            |
| Fact_dev | 2.154        | 1.149        | 1.062        | 1.034        | 1.022        | 1.025 | 1.011        | 1.010        | 1.016        | 1.001        | 1.005        | .            |

Tableau 13:Diagonale pour le passage à l'estimation du triangle des  $\hat{u}_{ij}$

Nous ne pouvons afficher le triangle des  $u_{ij}$  pour des raisons de confidentialité. Le triangle des  $\hat{u}_{ij}$  obtenu ne peut être affiché par confidentialité. Ce dernier nous permet de calculer les résidus de pearson que nous affichons ci-dessous.

| Obs | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11   | 12 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|----|
| 1   | 4991  | -4425 | 4015  | -2589 | -2475 | 6132  | -3782 | -2520 | -1199 | -2870 | 888  | 0  |
| 2   | 9657  | -3619 | -3717 | -4280 | 3515  | -2905 | -3354 | 386   | -2787 | -4325 | -851 | .  |
| 3   | 2532  | -1922 | -5386 | -206  | 1795  | -3130 | -239  | 2288  | 6304  | 6663  | .    | .  |
| 4   | 2004  | 288   | 1022  | -3887 | -2481 | -1829 | 1325  | -529  | -2433 | .     | .    | .  |
| 5   | -2479 | 7076  | -4971 | -3382 | -2728 | 241   | -875  | 161   | .     | .     | .    | .  |
| 6   | 7276  | -5795 | -3324 | 1427  | -1871 | -2446 | 5360  | .     | .     | .     | .    | .  |
| 7   | -2344 | -5039 | 6003  | 7702  | 619   | 4569  | .     | .     | .     | .     | .    | .  |
| 8   | -7369 | 3897  | 4984  | -2562 | 4526  | .     | .     | .     | .     | .     | .    | .  |
| 9   | 286   | 822   | -6304 | 6093  | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .    | .  |
| 10  | -2226 | -1769 | 7276  | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .    | .  |
| 11  | -7524 | 7002  | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .    | .  |
| 12  | 0     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .     | .    | .  |

Tableau 14:Triangle initial des résidus  $r_{ij}$

Par la suite nous transformons le triangle initial des résidus sous IML en un vecteur SAS. Pour cela, nous fixons le nombre total d'éléments de chaque colonne qui sera utilisé pour la transformation.

| taill_vect |      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |       |       |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
|            | COL1 | COL2 | COL3 | COL4 | COL5 | COL6 | COL7 | COL8 | COL9 | COL10 | COL11 | COL12 |
| ROW1       | 12   | 23   | 33   | 42   | 50   | 57   | 63   | 68   | 72   | 75    | 77    | 78    |

Figure 9 : Fixation du nombre total d'éléments à chaque colonne

Taille-Vect sera utilisé pour copier le triangle dans un vecteur sas de 78 incréments. Remarquons que le nombre total est calculé automatiquement.

| vect      |           |
|-----------|-----------|
| 4991.4335 |           |
| 9657.137  | vec84     |
| 2532.17   | 6663.1583 |
| 2003.5446 | -3354.459 |
| -2479.313 | -4971.278 |
| 7275.7469 | 7276.1215 |
| -2344.215 | -1921.959 |
| -7368.608 | 4525.8802 |
| 286.37348 | 7076.3663 |
| -2225.758 | 6303.7191 |
| -7524.436 | 4568.8608 |
| 0         | -2480.84  |
| -4424.704 | 618.75621 |
| -3619.226 | 7275.7469 |
| -1921.959 | 7702.2685 |
| 287.95925 | -3323.82  |

Figure 10: Vecteur des résidus rij0 et rij84

Par la suite nous permutons B fois les éléments du vecteur en donnant la valeur du résultat. Nous prendrons dans B=1000 simulations. Nous décrivons la méthode d'échantillonnage par permutation des éléments du triangle.

Nous effectuerons la permutation sur les indices des cases en passant par un tableau temporaire. Comme nous l'avons expliqué précédemment la méthode d'échantillonnage permutation test se déroule en 3 étapes :

La première étape qui génère des indices d'échantillons (replicates), chacun avec un nombre aléatoire ;

| Obs | VECT_SAS | replicate | rand_dep | 99  | 4991.43 | 99 | 0.43440 |
|-----|----------|-----------|----------|-----|---------|----|---------|
| 1   | 4991.43  | 1         | 0.97315  | 100 | 9657.14 | 1  | 0.70499 |
| 2   | 4991.43  | 2         | 0.30225  | 101 | 9657.14 | 2  | 0.14412 |
| 3   | 4991.43  | 3         | 0.50571  | 102 | 9657.14 | 3  | 0.86783 |
| 4   | 4991.43  | 4         | 0.70645  | 103 | 9657.14 | 4  | 0.43982 |
| 5   | 4991.43  | 5         | 0.93602  | 104 | 9657.14 | 5  | 0.94319 |
| 6   | 4991.43  | 6         | 0.43500  | 105 | 9657.14 | 6  | 0.29871 |
| 7   | 4991.43  | 7         | 0.45406  | 106 | 9657.14 | 7  | 0.08882 |
| 8   | 4991.43  | 8         | 0.36201  | 107 | 9657.14 | 8  | 0.96959 |
| 9   | 4991.43  | 9         | 0.67104  | 108 | 9657.14 | 9  | 0.75184 |
| 10  | 4991.43  | 10        | 0.16789  | 109 | 9657.14 | 10 | 0.91284 |
| 11  | 4991.43  | 11        | 0.52044  | 110 | 9657.14 | 11 | 0.86607 |
| 12  | 4991.43  | 12        | 0.23765  | 111 | 9657.14 | 12 | 0.73164 |
| 13  | 4991.43  | 13        | 0.71770  | 112 | 9657.14 | 13 | 0.14404 |
| 14  | 4991.43  | 14        | 0.23305  | 113 | 9657.14 | 14 | 0.50685 |
| 15  | 4991.43  | 15        | 0.83150  | 114 | 9657.14 | 15 | 0.20529 |

Figure 11 : Indices des échantillons et nombre aléatoires pour 100 échantillons

Ensuite, nous faisons le trie par ordre décroissant des nombres aléatoires ;

| Obs | VECT_SAS | replicate | rand_dep | 78 | 6303.72  | 1 | 0.99580 |
|-----|----------|-----------|----------|----|----------|---|---------|
| 1   | 3514.70  | 1         | 0.03905  | 79 | 6303.72  | 2 | 0.00357 |
| 2   | 2532.17  | 1         | 0.04089  | 80 | -7524.44 | 2 | 0.03176 |
| 3   | -6303.78 | 1         | 0.06027  | 81 | -7368.61 | 2 | 0.07233 |
| 4   | -4279.70 | 1         | 0.06044  | 82 | -206.29  | 2 | 0.10162 |
| 5   | 7275.75  | 1         | 0.06679  | 83 | -3381.75 | 2 | 0.11507 |
| 6   | -850.94  | 1         | 0.09282  | 84 | -2904.94 | 2 | 0.11876 |
| 7   | 6132.09  | 1         | 0.16530  | 85 | 7702.27  | 2 | 0.13509 |
| 8   | -2787.12 | 1         | 0.17936  | 86 | 286.37   | 2 | 0.14100 |
| 9   | -7524.44 | 1         | 0.18974  | 87 | 9657.14  | 2 | 0.14412 |
| 10  | -206.29  | 1         | 0.20971  | 88 | 4984.36  | 2 | 0.14427 |
| 11  | -2588.55 | 1         | 0.21560  | 89 | 1021.97  | 2 | 0.15052 |
| 12  | 386.31   | 1         | 0.21607  | 90 | -2561.73 | 2 | 0.16819 |
| 13  | 0.00     | 1         | 0.21717  | 91 | 6663.16  | 2 | 0.17896 |
| 14  | -2480.84 | 1         | 0.22247  | 92 | 2003.54  | 2 | 0.19675 |
| 15  | 618.76   | 1         | 0.22603  | 93 | 240.52   | 2 | 0.20007 |

Figure 12: Trie des indices échantillons et nombres aléatoires

La troisième étape effectue une concaténation entre le vecteur originel et le tableau des nouveaux « replicate » triés. Le vecteur originel prend le « replicate » 0.

| Obs | VECT_SAS | replicate | 235 | 7002.19  | 3 | 313 | -1871.03 | 4 |
|-----|----------|-----------|-----|----------|---|-----|----------|---|
| 1   | 4991.43  | 0         | 236 | -3323.82 | 3 | 314 | -2445.64 | 4 |
| 2   | 9657.14  | 0         | 237 | 386.31   | 3 | 315 | 3897.31  | 4 |
| 3   | 2532.17  | 0         | 238 | 3514.70  | 3 | 316 | 4525.88  | 4 |
| 4   | 2003.54  | 0         | 239 | 5360.37  | 3 | 317 | -3381.75 | 4 |
| 5   | -2479.31 | 0         | 240 | -4325.36 | 3 | 318 | 888.21   | 4 |
| 6   | 7275.75  | 0         | 241 | -2445.64 | 3 | 319 | -529.19  | 4 |
| 7   | -2344.22 | 0         | 242 | -2904.94 | 3 | 320 | 4984.36  | 4 |
| 8   | -7368.61 | 0         | 243 | -3887.43 | 3 | 321 | -2520.37 | 4 |
| 9   | 286.37   | 0         | 244 | -3717.38 | 3 | 322 | 161.18   | 4 |
| 10  | -2225.76 | 0         | 245 | 161.18   | 3 | 323 | -3323.82 | 4 |
| 11  | -7524.44 | 0         | 246 | -2787.12 | 3 | 324 | 1794.82  | 4 |
| 12  | 0.00     | 0         | 247 | 1426.77  | 3 | 325 | -5038.75 | 4 |
| 13  | -4424.70 | 0         | 248 | 7275.75  | 3 | 326 | -3717.38 | 4 |
| 14  | -3619.23 | 0         | 249 | 2003.54  | 3 | 327 | 2003.54  | 4 |
| 15  | -1921.96 | 0         | 250 | -4971.28 | 3 | 328 | -850.94  | 4 |

Figure 13: Résidus rij0 rij3 et rij4

| vec1      |
|-----------|
| 3514.6962 |
| 2532.17   |
| -6303.784 |
| -4279.7   |
| 7275.7469 |
| -850.9408 |
| 6132.0917 |
| -2787.12  |
| -7524.436 |
| -206.2928 |
| -2588.546 |
| 386.31241 |
| 0         |
| -2480.84  |
| 618.75621 |

Figure: vecteur sas des résidus rij1

Nous obtenons par la suite un nouveau triangle supérieur des règlements et des paiements.

Après le cumul du triangle, nous appliquons de nouveaux la méthode de Chain Ladder et nous obtenons le montant des provisions. Pour chaque tirage, nous obtenons donc une provision. Nous appliquons 1000 simulations. La distribution des 1000 provisions actualisées et non actualisés est représentée ci-dessous.

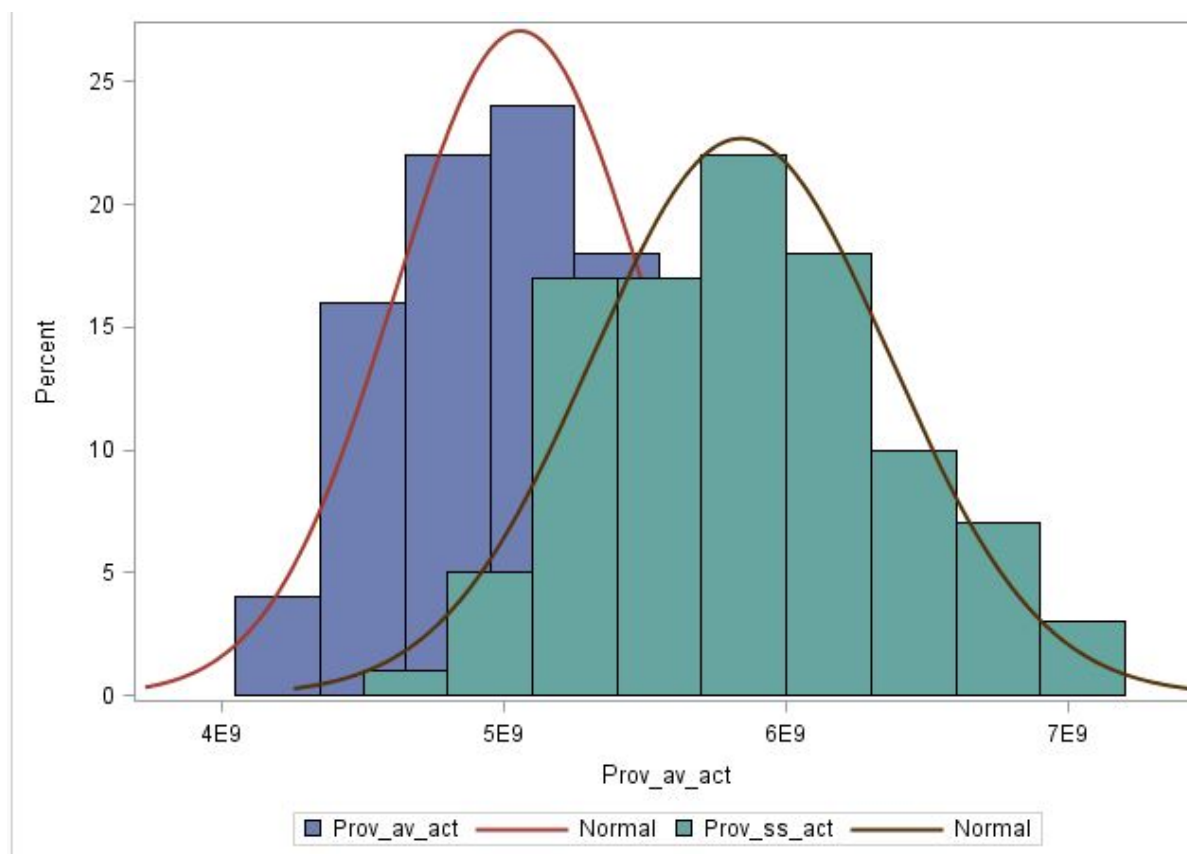


Figure 14: Comparaison des provisions actualisés et non actualisés

Nous observons que l'actualisation réduit les provisions en moyenne 783053731 fcfa. Le montant élevé de la variance des provisions s'explique par le nombre peu élevé de simulation.

| Basic Statistical Measures |               |                     |                         |
|----------------------------|---------------|---------------------|-------------------------|
| Location                   |               | Variability         |                         |
| Mean                       | 5 842 300 000 | Std Deviation       | 528 269 506             |
| Median                     | 5 810 700 000 | Variance            | 279 069 000 000 000 000 |
| Mode                       | ,             | Range               | 2 345 660 537           |
|                            |               | Interquartile Range | 773 927 472             |

Tableau 15 : Statistiques descriptives provisions non actualisé

Le tableau ci-dessous présente les quantiles de la distribution des provisions non actualisés. Dans le souci d'avoir une provision suffisante dans tous les scénarios (1000 dans notre cas) nous retenons comme montant de la provision, les VAR95% et VAR99%.

En effet, la Value At Risk représente en finance la perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné.

| Quantiles (Definition 5) |          |
|--------------------------|----------|
| Level                    | Quantile |

|                   |               |
|-------------------|---------------|
| <b>100% Max</b>   | 6 995 415 575 |
| <b>99%</b>        | 6 991 498 327 |
| <b>95%</b>        | 6 805 250 840 |
| <b>90%</b>        | 6 591 514 016 |
| <b>75% Q3</b>     | 6 199 615 893 |
| <b>50% Median</b> | 5 810 691 452 |
| <b>25% Q1</b>     | 5 425 688 421 |
| <b>10%</b>        | 5 168 102 954 |
| <b>5%</b>         | 5 096 127 978 |
| <b>1%</b>         | 4 729 276 571 |
| <b>0% Min</b>     | 4 649 755 038 |

**Tableau 16: Quantile des provisions sans actualisation**

D'après le tableau précédent, la probabilité que le montant de la provision non actualisée ne dépasse 6 991 498 327 fcfa est de 99% et tandis que la probabilité qu'elle ne dépasse 6 805 250 840 est de 95%.

Le tableau ci-dessous décrit les provisions actualisées.

| Basic Statistical Measures |               |                            |                         |
|----------------------------|---------------|----------------------------|-------------------------|
| Location                   |               | Variability                |                         |
| <b>Mean</b>                | 5 059 200 000 | <b>Std Deviation</b>       | 442 680 382             |
| <b>Median</b>              | 5 026 900 000 | <b>Variance</b>            | 195 966 000 000 000 000 |
| <b>Mode</b>                | ,             | <b>Range</b>               | 1 942 251 589           |
|                            |               | <b>Interquartile Range</b> | 635 975 906             |

**Tableau 17: Statistiques descriptives des provisions actualisées**

Le tableau précédent, nous indique que la moyenne des provisions obtenues est d'environ 5 059 200 00 fcfa. Mais nous remarquons un écart type élevé de 442 680 382 fcfa. Le tableau ci-dessous présente le quantile de la distribution des provisions avec actualisation.

| Quantiles (Definition 5) |               |
|--------------------------|---------------|
| Level                    | Quantile      |
| 100% Max                 | 6 019 964 592 |
| 99%                      | 6 016 146 369 |
| 95%                      | 5 890 386 293 |
| 90%                      | 5 660 284 790 |
| 75% Q3                   | 5 344 105 069 |
| 50% Median               | 5 026 928 332 |
| 25% Q1                   | 4 708 129 164 |
| 10%                      | 4 509 464 329 |
| 5%                       | 4 413 652 593 |
| 1%                       | 4 137 555 790 |

|        |               |
|--------|---------------|
| 0% Min | 4 077 713 003 |
|--------|---------------|

**Tableau 18: Quantile des provisions avec actualisation**

Nous effectuons une comparaison des provisions obtenus par la méthode de bootstrap.

| Méthode de Bootstrap |                    |                    |                          |
|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|
|                      | Sans Actualisation | Avec Actualisation | Effet de l'actualisation |
| VAR95%               | 6 805 250 840      | 5 890 386 293      | 914 864 547              |
| VAR99%               | 6 991 498 327      | 6 016 146 369      | 975 351 958              |

**Tableau 19: Comparaison des provisions bootstrap**

En actualisant les flux, nous observons que la provision se réduit de 914 864 547 FCFA pour la VAR95% et 975 351 958 FCFA pour la VAR99%.

### III2.2.: Estimation de la marge de risque :

Nous avons cité précédemment trois méthodes pour estimer la marge de risque à savoir : la méthode du quantile, la méthode de l'espérance conditionnelle unilatérale et la méthode du coût du capital. Mais en pratique, il s'agit de la différence entre le montant des provisions stochastique et des provisions déterministes.

| Marge de risque    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
|                    | Sans Actualisation | Avec Actualisation |
| VAR <sub>95%</sub> | 1 004 060 434      | 862 282 257        |
| VAR <sub>99%</sub> | 1 190 307 921      | 988 042 333        |

**Tableau 20: Marge de risque**

### III2.3.: Application lognormal :

Les coefficients du modèle lognormal sont donnés par le maximum de vraisemblance.

| Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance |   |     |                |             |                                  |         |               |            |
|--|---|-----|----------------|-------------|----------------------------------|---------|---------------|------------|
| Paramètre  |   | DDL | Valeur estimée | Erreur type | Wald 95% intervalle de confiance |         | Khi-2 de Wald | Pr > Khi-2 |
| <b>Intercept</b>   |   | 1   | 22.1385        | 0.1276      | 21.8884                          | 22.3887 | 30086.8       | <.0001     |
| <b>dev</b>   | 1 | 1   | -1.2680        | 0.0941      | -1.4525                          | -1.0835 | 181.46        | <.0001     |
| <b>dev</b>   | 2 | 1   | -1.1493        | 0.0941      | -1.3338                          | -0.9648 | 149.09        | <.0001     |
| <b>dev</b>   | 3 | 1   | -1.1224        | 0.0943      | -1.3072                          | -0.9375 | 141.63        | <.0001     |

| Paramètres estimés par l'analyse du maximum de vraisemblance |    |     |                |             |                                  |         |               |            |
|--|----|-----|----------------|-------------|----------------------------------|---------|---------------|------------|
| Paramètre  |    | DDL | Valeur estimée | Erreur type | Wald 95% intervalle de confiance |         | Khi-2 de Wald | Pr > Khi-2 |
| dev  | 4  | 1   | -0.9534        | 0.0946      | -1.1388                          | -0.7680 | 101.58        | <.0001     |
| dev  | 5  | 1   | -0.8143        | 0.0950      | -1.0005                          | -0.6281 | 73.47         | <.0001     |
| dev  | 6  | 1   | -0.7288        | 0.0956      | -0.9161                          | -0.5415 | 58.17         | <.0001     |
| dev  | 7  | 1   | -1.0350        | 0.0963      | -1.2238                          | -0.8462 | 115.43        | <.0001     |
| dev  | 8  | 1   | -1.2402        | 0.0974      | -1.4312                          | -1.0493 | 162.04        | <.0001     |
| dev  | 9  | 1   | -0.8072        | 0.0991      | -1.0014                          | -0.6130 | 66.37         | <.0001     |
| dev  | 10 | 1   | -0.5715        | 0.1018      | -0.7710                          | -0.3719 | 31.50         | <.0001     |
| dev  | 11 | 1   | -0.4113        | 0.1072      | -0.6213                          | -0.2013 | 14.73         | 0.0001     |
| dev  | 12 | 0   | 0.0000         | 0.0000      | 0.0000                           | 0.0000  | .             | .          |
| surv   | 1  | 1   | -1.0110        | 0.0941      | -1.1955                          | -0.8265 | 115.35        | <.0001     |
| surv   | 2  | 1   | -0.2521        | 0.0941      | -0.4365                          | -0.0676 | 7.17          | 0.0074     |
| surv   | 3  | 1   | -0.1250        | 0.0943      | -0.3098                          | 0.0598  | 1.76          | 0.1851     |
| surv   | 4  | 1   | -0.0723        | 0.0946      | -0.2578                          | 0.1131  | 0.58          | 0.4445     |
| surv   | 5  | 1   | -0.0393        | 0.0950      | -0.2255                          | 0.1469  | 0.17          | 0.6794     |
| surv   | 6  | 1   | -0.0331        | 0.0956      | -0.2204                          | 0.1542  | 0.12          | 0.7290     |
| surv   | 7  | 1   | -0.0242        | 0.0963      | -0.2130                          | 0.1646  | 0.06          | 0.8015     |
| surv   | 8  | 1   | -0.0137        | 0.0974      | -0.2047                          | 0.1773  | 0.02          | 0.8882     |
| surv   | 9  | 1   | -0.0099        | 0.0991      | -0.2041                          | 0.1843  | 0.01          | 0.9200     |
| surv   | 10 | 1   | 0.0026         | 0.1018      | -0.1970                          | 0.2021  | 0.00          | 0.9800     |
| surv   | 11 | 1   | -0.0216        | 0.1072      | -0.2317                          | 0.1884  | 0.04          | 0.8399     |
| surv   | 12 | 0   | 0.0000         | 0.0000      | 0.0000                           | 0.0000  | .             | .          |
| Scale  |    | 0   | 0.0862         | 0.0000      | 0.0862                           | 0.0862  |               |            |

Nous remarquons que les coefficients des années de survenance ne sont pas significatifs.

## CONCLUSION GENERALE

Après vérification de l'hypothèse de linéarité des facteurs de développement, la méthode de Chain Ladder basée sur la cadence des règlements donne une provision inférieure à la provision réglementaire. Cette différence constitue une marge économique importante de l'ordre milliards de FCFA.

Les 1000 simulations effectuées dans la méthode de bootstrap aboutissent également à des provisions inférieures à celles réglementaires mais supérieure à celle de Chain Ladder. La marge de risque ainsi dégagée est aussi de l'ordre du milliard de FCFA.

Dans le cadre du test de suffisance du passif, nous actualisons les flux futurs des sinistres qui réduisent d'un peu moins du milliard les provisions obtenues pour chacune des méthodes de provisionnement. En somme, la provision réglementaire s'avère largement suffisante.

Dans l'optique d'amélioration de notre étude, nous pouvons notamment appliquer les méthodes de provisionnement GLM pour effectuer des comparaisons avec la méthode de bootstrap. Cependant l'application des modèles lognormal et gamma présentent des coefficients non significatifs. Il convient de chercher un autre modèle plus adéquat pour estimer les règlements des sinistres.

Par ailleurs l'estimation d'une courbe des taux pour l'actualisation apporterait plus de précision et d'efficacité à l'application du test LAT. Malheureusement, l'insuffisance du temps imparti et la structure des données fournies ne nous permettent pas de développer un modèle de courbe des taux. En effet dans le contexte marocain la courbe des taux est estimée sur la base des taux de l'interbancaire fournis par Banque Al Maghrib. Mais nous ne disposons que d'obligations de différentes maturité et dates d'émission avec les taux des coupons correspondants, pour la filiale de Saham Finances sur laquelle se base notre étude.

## Bibliographie et webographie:

### Ouvrage :

- Arthur Charpentier, Michel Denuit, MATHEMATIQUES DE L'ASSURANCE NON-VIE, TOME II: TARIFICATION ET PROVISIONNEMENT.
- Christian Partrat, PROVISIONNEMENT TECHNIQUE EN ASSURANCE NON- VIE : PERSPECTIVES ACTUARIELLES MODERNES, EDITION ECONOMICA, 2007
- Michel Luzi, ASSURANCE IARD: INTERPRETATION DES CHIFFRES 2006, EDITION ECONOMICA, 2006.

### Mémoires:

- Amina Ridouan, Application de la norme IFRS 4 dans la zone CIMA, Cas d'une compagnie non-vie.
- Frédéric Voyer et Jérémie Viscuso, IFRS 4 Phase II: Etudes d'Impact de la Mise En place de l'Exposure Draft et analyse des alternatives possibles.
- M. GUYOT Loïc et M. ROUOT Mattieu, Impact de l'évolution de la réglementation européenne sur les assureurs: Application au marché des rentes immédiates au Royaume Uni.

### Publications:

- David L. Cassell, Design Pathways, Corvallis, OR: **Don't Be Loopy: Re-Sampling and Simulation the SAS® Way**
- Evaluation de la provision stochastique, Christian Partrat, Conférence scientifique

## Annexes: Importation du triangle et calcul des résidus

Libname BIBL "D:\Mes documents\SAHAM FINANCE\Developpement SAS\ResSAS" ;

```

Proc import DATAFILE = "D:\Mes documents\SAHAM FINANCE\Developpement
SAS\Données\tri_pfe_dec.csv"
OUT=bibl.triangle
replace;
getnames=no;
DELIMITER=";";
run;

proc print data=bibl.triangle;
run;

* macro qui calcul le nombre de ligne et de collone du triangle;

/*****
*****/
*****/
*****/
*****/
*****/
proc iml;

    use bibl.triangle;
    read all var _all_ into dec;    *matrice decummulee;
    read all var _all_ into cum;    *matrice cummulee;

    /*cumuler le triangle dec */
    do i=1 to nrow(cum) by 1;
        do j=2 to ncol(cum) by 1;
            cum[i,j]=cum[i,j]+cum[i,j-1];
        end;
    end;
    print cum;

    /*facteurs de developpement*/

    p=ncol(cum)-1;
    fd=j(1,p,0);
    print fd ;
    print p;
    do i=1 to p;
        a=sum(cum[1:(p-i+1),i+1]);    *somme de la collone
suivante;
        b=sum(cum[1:(p-i+1),i]); *somme de la collone
actuelle;
        fd[i]=a/b;
    end;
    print fd;

    /*Le triangle initial des valeurs cumulées x_i,j*/
    tri_init=cum;
    n=ncol(cum);
    print n;
    print tri_init;

    /*ne garder que la diagonale du triangle initial remplie x_i,j afin
d'estimer les mû_i,j */

    tri_cum_estm=tri_init;
    print tri_cum_estm;
    p=n-1;
    do i=1 to p;
        do j=1 to (n-i);
            tri_cum_estm[i,j]=0;
        end;
    end;
end;

```

```

/*Calcul du triangle superieur des valeurs cumulées prévues : estimer les
mû_i,j*/

do i=1 to n-1;
do j= (n-i) to 1 by -1;

tri_cum_estm[i,j]=tri_cum_estm[i,j+1]/fd[j];
end;
end;
print tri_cum_estm;

/****décumuler du triangle et calcul des mû_i,j****/
tri_dec_estm=tri_cum_estm;
do i=1 to n;
do j=n-i+1 to 2 by -1;
tri_dec_estm[i,j]=tri_cum_estm[i,j]-
tri_cum_estm[i,j-1];
end;
end;
print tri_dec_estm;

/**** exportation du triangle des mûij régléments*****/

create bibl.mu_estimee from tri_dec_estm;
append from tri_dec_estm ;
close;

/*Calcul des residus de pearson  $RP = (x_{i,j} - mû_{i,j}) /$ 
sqrt (mû_i,j) */

residu_pearson=tri_cum_estm;
do i=1 to n;
do j=1 to (n-i+1);
if tri_dec_estm[i,j]=0 then
residu_pearson[i,j]=0;
else
residu_pearson[i,j]=(dec[i,j]-tri_dec_estm[i,j])/(sqrt(tri_dec_estm[i,j]));
end;
end;
print residu_pearson;

/*Remplissage du vecteur iml des résidus partir du
triangle iml des résidus ri_j */

/* a - calcul de la taille de chaque
colonne du triangles */

taill_vect=J(1,n,0);
taill_vect[1]=n;
q=n;
do i=2 to n;
taill_vect[i]=taill_vect[i-1] + q-1;
*fixe les points successifs de passage _ la nouvelle collone;
q=q-1;
end;
print taill_vect;

/* b - création du vecteur des résidus
rij et paimments prévus mu_ij(conversion du triangle) */

vect=J(taill_vect[n],1,0); * vecteur des
résidus rij;
i=1;j=1;

```

```

do k=1 to taill_vect[n]; *taill_vect[p] est la
taille de l'echantillon;
    vect[k]=residu_pearson[i,j];
    i=i+1;
    if k=taill_vect[j] then; /*separation
des colonnes*/
        do;
            j=j+1;
            i=1;
        end;
    end;
print vect;

/* c- passage du vecteur iml des résidus et
paiement estimé mu_i_j au vecteur table sas des résidus et paiements
estimés mu_i_j*/

vect_sas=vect[,1]; *nom de la variable sas;
create BIBL.vectpaie var {vect_sas};
append ;
close;

quit;

```

