



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN

ROYAUME DU MAROC  
\*.\_\*.\_\*.\_\*  
HAUT COMMISSARIAT AU PLAN  
\*.\_\*.\_\*.\_\*.\_\*.\_\*  
INSTITUT NATIONAL  
DE STATISTIQUE ET D'ECONOMIE APPLIQUEE

**INSEA**



## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

**Optimisation de la stratégie d'investissement par une  
approche ALM dans un contexte de déploiement de SBR :  
Application à un portefeuille d'une compagnie  
d'assurance non-vie**

Préparé par : *Mme. Ibtissam Binadari*

Sous la direction de : *M. Fouad Marri (INSEA)*

*M. Mohammed Reda Lahmini (FIDAROC Grant Thornton)*

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**Filière : Actuariat-Finance**

*Devant le jury composé de :*

- *M. Fouad Marri (INSEA)*
- *M. El Haj Tirari (INSEA)*
- *M. Mohammed Reda Lahmini (FIDAROC Grant Thornton)*

---

# Dédicace

*Je dédie ce projet :*

*À mes chers parents, qui ont été mes plus grands soutiens tout au long de mon parcours. Votre amour inconditionnel, vos encouragements constants et vos prières ont été les fondements de ma réussite. Je vous suis profondément reconnaissante pour tout ce que vous avez fait et continuez de faire pour moi. Que Dieu vous comble de bonheur et vous accorde santé et prospérité.*

*À ma chère sœur Ouissal et mon cher frère Achraf, vous avez été mes alliés et mes guides pendant mes études. Vos conseils avisés, votre présence réconfortante et votre volonté de voir ma réussite ont été une source de motivation inépuisable. Puissiez-vous être comblés de succès, de joie et de bénédictions divines.*

*À mes chers amis, qui ont été présents à mes côtés, j'apprécie énormément votre amitié indéfectible. Votre soutien moral, vos encouragements constants et votre présence dans les moments difficiles ont été d'une valeur inestimable. Je vous suis reconnaissante pour votre amitié sincère et je vous souhaite à tous une vie remplie de succès et de bonheur.*

*Avec une profonde gratitude, je dédie ce travail à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à mon cheminement. Que ces quelques mots puissent témoigner de mon amour sincère envers vous, même si aucune expression ne saurait suffire à le décrire pleinement. Ibtissam*

# Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers les éminentes personnalités qui ont joué un rôle déterminant dans la réussite de mon stage au sein du cabinet FIDAROC Grant Thornton.

En premier lieu, je souhaite témoigner ma reconnaissance à mon encadrant et professeur, Mr. MARRI Fouad, pour sa compétence avérée, ses conseils éclairés et son soutien infailible tout au long de mon stage. Sa disponibilité sans faille et son professionnalisme exemplaire ont été une source constante de motivation.

Mes remerciements se tournent également vers Mr. LAHMINI Mohammed Reda, Mr. TAZI Mohamed, Mr. BOUSSAADI Samir, Mme. HOUMMADJDID Dounia et Mr. FOUKAHA Saad, dont l'aimable accord pour mon intégration au sein du cabinet a été d'une importance primordiale. Leur disponibilité et leur précieuse assistance ont grandement contribué à ma progression durant ce stage.

J'aimerais exprimer ma gratitude envers Mr. LABYED Moustpha, dont l'expertise éminente et les conseils judicieux ont été une source de valeur inestimable. Je lui suis profondément reconnaissante pour son appui constant.

Je tiens à remercier chaleureusement M. El Haj Tirari d'avoir accepté d'examiner mon projet de fin d'études. Sa précieuse contribution a été grandement appréciée.

Mes remerciements s'étendent également à mes distingués camarades de promotion pour leur esprit de collaboration, leur entraide précieuse et leur soutien indéfectible tout au long de notre formation.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance envers ma famille et mes amis, dont le soutien inconditionnel et les encouragements constants ont été une source d'inspiration et de motivation inégalée.

Je suis véritablement reconnaissante envers toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réussite de ce stage. Leur collaboration précieuse et leur soutien indéfectible ont été des éléments clés dans mon développement professionnel, et je leur adresse mes plus sincères remerciements.

# Résumé

Sous la menace des risques quotidiens, des individus font recours aux compagnies d'assurance. Lesquelles compagnies se portent garantes et supportent les risques à leur place. Ces risques sont entre autres : le vol, l'accident, les maladies, la mort, les catastrophes naturelles . . . Autrement-dit ces individus placent leur confiance en ces compagnies qui doivent être capable d'honorer leur engagement lorsqu'un sinistre se produit.

Pour cela, le projet 'La Solvabilité Basée sur les Risques' (SBR) est la nouvelle norme marocaine sur la réglementation prudentielle à laquelle doivent se soumettre les sociétés d'assurance et de réassurance. L'objectif principal de ce projet est d'améliorer la solvabilité des compagnies d'assurance, en veillant à ce qu'elles disposent de suffisamment de capital pour couvrir les risques associés à leurs activités.

De ce fait, la construction d'un modèle ALM reste une tâche complexe qui nécessite une analyse approfondie des actifs et des passifs de l'entreprise, ainsi que des risques associés à ces éléments. Pour cela, l'ACAPS a travaillé en étroite collaboration avec la compagnie d'assurance, en utilisant des données internes et externes pour élaborer un modèle ALM adapté aux besoins de l'entreprise. Ce modèle ALM prend en compte les caractéristiques des actifs et des passifs de l'entreprise, ainsi que les risques associés à chacun d'entre eux. Il est conçu pour fournir une évaluation en temps réel de la solvabilité de la compagnie d'assurance, en prenant en compte les différentes hypothèses et scénarios possibles.

Enfin, Le modèle ALM permet également à la compagnie d'assurance de prendre des décisions éclairées en matière d'investissement et de gestion des risques. Il aide la compagnie d'assurance à maximiser la rentabilité de ses actifs tout en minimisant les risques associés à ses passifs, et permet de déterminer les stratégies les plus efficaces pour atteindre ses objectifs financiers et réglementaires.

**Mots clés :** Modèle ALM, Scénario économique, modélisation de l'actif, Modélisation du passif, gestion des risques, le Capital de Solvabilité Requis, provisions prudentielles.

# Abstract

Under the threat of daily risks, individuals turn to insurance companies which act as guarantors and assume risks on their behalf. These risks include theft, accidents, illnesses, death, natural disasters, among others. In other words, these individuals place their trust in these companies, which must be able to honor their commitments when a loss occurs.

To that end, the project "Risk-Based Solvency (SBR)" is the new Moroccan standard for prudential regulation that insurance and reinsurance companies must comply with. The main objective of this project is to improve the solvency of insurance companies by ensuring that they have sufficient capital to cover the risks associated with their activities.

Therefore, building an ALM (Asset Liability Management) model remains a complex task that requires a thorough analysis of the company's assets and liabilities, as well as the risks associated with these elements. To achieve this, ACAPS worked closely with the insurance company, using internal and external data to develop an ALM model tailored to the company's needs. This ALM model takes into account the characteristics of the company's assets and liabilities, as well as the risks associated with each of them. It is designed to provide a real-time assessment of the solvency of the insurance company, taking into account various assumptions and possible scenarios.

Finally, the ALM model also enables the insurance company to make informed decisions regarding investment and risk management. It helps the insurance company maximize the profitability of its assets while minimizing the risks associated with its liabilities, and allows it to determine the most effective strategies to achieve its financial and regulatory objectives.

**Key words :** ALM model, Economic scenario, Asset modelling, Liability modelling, Risk management, Solvency Capital Requirement, prudential provisions.

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>14</b>
<b>1 Présentation générale</b>	<b>15</b>
1.1 La gestion des risques au sein des compagnies d'assurance	16
1.2 La réglementation prudentielle marocaine actuelle	16
1.2.1 Les règles d'évaluation des provisions techniques	17
1.2.2 Les règles d'investissement	18
1.2.3 Les règles de calcul de la marge de solvabilité	18
1.2.4 Avantages et limites du cadre réglementaire marocain actuel	19
1.3 Aperçu sur la SBR	19
1.3.1 L'architecture de Solvabilité Basée sur les Risques selon 3 piliers	20
1.3.2 <b>Le pilier 1</b> : Les exigences quantitatives	21
1.3.3 <b>Le pilier 2</b> : Les exigences qualitatives et Gouvernance	22
1.3.4 <b>Le pilier 3</b> : Information	22
1.4 Focus sur le Pilier 1	22
1.4.1 Valorisation du bilan prudentiel	22
1.4.2 Valorisation de l'actif du bilan prudentiel	24
1.4.3 Valorisation du passif du bilan prudentiel	25
1.4.4 Le Best Estimate	25
1.5 La gestion actif/passif dans une compagnie d'assurance non-vie	28
1.5.1 Les origines de la gestion actif/passif	28
1.5.2 La nécessité de la Gestion Actif-Passif en assurance non-vie	29
1.5.3 Les modèles Actif/Passif	31
1.5.4 Les différents types de risques liés à l'assurance non-vie	32
1.5.5 La simplification du bilan d'une compagnie d'assurance non-vie	33
<b>2 Construction de la courbe des taux zéro-coupon</b>	<b>35</b>
2.1 La méthode de Bootstrap	36
2.1.1 Extraction des données	36
2.1.2 la transformation des taux monétaires en taux actuariels	37
2.1.3 Interpolation linéaire des taux actuariels	40
2.1.4 Transformation des taux actuariels en taux zéro coupon	42
2.2 La modélisation de la courbe des taux	43
2.2.1 Le modèle de Nelson-Siegel	43
2.2.2 Le modèle de Smith-Wilson	47

2.2.3	Le modèle de Svensson . . . . .	50
2.2.4	La mesure de l'efficacité des trois modèles . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Modélisation du passif du bilan et calcul de la meilleure estimation non-vie sous SBR</b>	<b>54</b>
3.1	Calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres . . . . .	55
3.1.1	Présentation des données . . . . .	55
3.1.2	Les méthodes déterministes . . . . .	56
3.1.2.1	La méthode de Chain Ladder . . . . .	56
3.1.2.2	La méthode de London Chain . . . . .	63
3.1.3	Les méthodes stochastiques . . . . .	66
3.1.3.1	La méthode de Mack . . . . .	66
3.1.3.2	La méthode de GLM . . . . .	70
3.2	Calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes . . . . .	72
3.2.1	Description des données . . . . .	73
3.2.2	Traitement des données . . . . .	73
3.2.3	Calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes . . . . .	74
3.3	Calcul de la meilleure estimation des frais de gestion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Modélisation de l'actif et projections des flux générés</b>	<b>78</b>
4.1	Description générale du portefeuille d'actifs au 31/12/2022 . . . . .	79
4.2	Projection des flux générés par les titres obligataires . . . . .	80
4.3	Modélisation et projection du cours des actions . . . . .	81
4.3.1	Présentation du modèle de Black & Scholes . . . . .	81
4.3.2	Application du modèle de Black & Scholes . . . . .	82
4.3.2.1	Présentation des données utilisées . . . . .	82
4.3.2.2	Vérification de l'hypothèse du modèle de Black & Scholes . . . . .	84
4.3.2.3	Estimation des paramètres du modèle de Black & Scholes . . . . .	85
4.3.2.4	Simulation des trajectoires des actions du portefeuille . . . . .	85
4.3.2.5	Projection des flux générés par le portefeuille d'actions . . . . .	86
4.4	Modélisation et projection de l'actif immobilier . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Interaction Actif-Passif et allocation stratégique d'actifs</b>	<b>90</b>
5.1	Le modèle de Markowitz . . . . .	91
5.1.1	Histoire du modèle . . . . .	91
5.1.2	Le problème d'optimisation de Markowitz . . . . .	92
5.1.3	La résolution du problème de Markowitz . . . . .	92
5.1.4	La frontière efficiente du problème de Markowitz . . . . .	94
5.2	Le modèle de Sharpe et Tint . . . . .	94
5.2.1	Les hypothèses du modèle de Sharpe et Tint . . . . .	95
5.2.2	Le problème d'optimisation de Sharpe et Tint . . . . .	95
5.2.3	La résolution du problème de Sharpe et Tint . . . . .	96
5.3	Application des deux modèles à un portefeuille d'assurance non-vie . . . . .	97
	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>

**Bibliographie**

**103**

# Liste des figures

1.1	Comparaison entre le bilan de la norme actuelle et celui de la SBR . . . . .	23
1.2	Processus de construction d'un modèle ALM . . . . .	30
2.1	La courbe des taux zéro-coupon obtenus par la méthode du Bootstrap . . . . .	44
2.2	Les paramètres du modèle de Nelson Siegel . . . . .	45
2.3	La courbe des taux zéro-coupon obtenue par le modèle de Nelson-Siegel . . . . .	47
2.4	La courbe des taux zéro-coupon obtenue par le modèle de Smith-Wilson . . . . .	50
2.5	Les paramètres du modèle de Svensson . . . . .	50
2.6	Les taux zéro-coupon estimés par le modèle de Svensson . . . . .	51
2.7	La courbe des taux zéro-coupon obtenue par le modèle de Svensson . . . . .	51
2.8	L'erreur quadratique moyenne (RMSE) de chaque modèle . . . . .	52
3.1	illustration de la méthode de calcul du $ME_{Sinistres}$ . . . . .	56
3.2	L'évolution des coefficients de développement individuels en fonction des années de survenance . . . . .	58
3.3	. . . . .	59
3.4	. . . . .	68
4.1	La répartition du portefeuille des actifs au 31/12/2022 . . . . .	79
4.2	L'évolution de l'indice MASI entre le 01/01/2012 et le 31/12/2019 . . . . .	83
4.3	L'évolution des rendements logarithmiques mensuels de l'indice MASI . . . . .	84
4.4	L'évolution des rendements logarithmiques mensuels de l'indice MASI . . . . .	84
4.5	Le test Shapiro-Wilk pour valider l'hypothèse B & S de normalité des rendements logarithmiques . . . . .	85
4.6	La volatilité retenue pour les rendements mensuels de l'Indice MASI . . . . .	85
4.7	La moyenne des rendements logarithmiques de l'Indice MASI . . . . .	85
4.8	La simulation de 100 trajectoires du cours MASI . . . . .	86
4.9	Évolution du rendement annuel de l'Indice MASI . . . . .	87
5.1	La frontière efficiente du portefeuille d'actifs obtenu par le modèle de Markowitz	98

# Liste des tableaux

1.1	La SBR selon 3 piliers . . . . .	21
1.2	Valorisation de l'actif du bilan prudentiel . . . . .	24
1.3	Valorisation du passif du bilan prudentiel . . . . .	25
1.4	Le bilan simplifié d'une compagnie d'assurance non-vie . . . . .	34
2.1	Les taux moyens pondérés obtenus du site officiel de Bank Al Maghrib . . . . .	37
2.2	Les taux moyens pondérés avant la transformation en taux actuariels . . . . .	39
2.3	Les taux actuariels après transformation des taux monétaires de maturité inférieure à une année . . . . .	40
2.4	Les taux actuariels de maturités pleines obtenus par l'interpolation linéaire . . . . .	42
2.5	Transformation des taux actuariels en taux zéro-coupon . . . . .	43
2.6	Les taux zéro-coupon estimés par le modèle de Nelson-Siegel . . . . .	46
2.7	Détermination du dernier point liquide . . . . .	48
2.8	Les taux zéro-coupon estimés par le modèle de Smith-Wilson . . . . .	49
3.1	Le triangle des règlements cumulés de 2008 jusqu'à 2022 . . . . .	55
3.2	Triangle des coefficients de développement individuels des sinistres payés . . . . .	57
3.3	Les facteurs de développement obtenus par la méthode de Chain Ladder pour les dommages corporels de la garantie RC Auto . . . . .	60
3.4	Les règlements cumulés futurs estimés la méthode de Chain Ladder pour les dommages corporels de la garantie RC Auto . . . . .	61
3.5	Les provisions estimés par la méthode de Chain Ladder pour les dommages corporels de la garantie RC Auto . . . . .	61
3.6	Les cash-flows non actualisés estimés . . . . .	62
3.7	Le calcul de la meilleure estimation pour les sinistres corporels de la catégorie TPV . . . . .	62
3.8	Les facteurs $\alpha_j$ de la méthode de London Chain pour les dommages corporels . . . . .	64
3.9	Les provisions techniques obtenus par la méthode de London Chain pour les dommages corporels . . . . .	65
3.10	Les cash-flows non actualisés estimés . . . . .	65
3.11	Le calcul de la meilleure estimation pour les sinistres corporels de la garantie RC Auto . . . . .	66
3.12	Les provisions et les erreurs de prédiction obtenues par la méthode de Mack par année de survenance . . . . .	70
3.13	Exemple de fonction de lien . . . . .	71

3.14	Un extrait de la base de données des primes . . . . .	73
3.15	Les primes émises et acquises au cours des trois derniers exercices . . . . .	75
3.16	: Le tableau des cadences de liquidation actualisés avec les taux zéro-coupon	76
4.1	La situation du portefeuille des actifs au 31/12/2022 . . . . .	79
4.2	Le calcul des coupons obligataires avec les différentes maturités . . . . .	81
4.3	Les flux générés par les actions du portefeuille . . . . .	88
5.1	La matrice de variance-covariance du portefeuille des actifs . . . . .	97
5.2	La répartition du portefeuille obtenue par le modèle de Markowitz . . . . .	98
5.3	La répartition du portefeuille obtenue par le modèle de Sharpe et Tint . . . . .	98

# Liste des abréviations

- ALM : Asset and Liability Management
- SBR : Solvabilité Basée sur les Risques
- ACAPS : Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale
- CSR : Capital de Solvabilité Requis
- IFRS : International Financial Reporting Standards
- PSAP : Provisions pour Sinistres À Payer
- PPNA : Provisions pour Primes Non Acquises
- PREC : Provisions pour Risques En Cours
- Assurance AT : Assurance Accident de Travail
- Assurance MP : Assurance Maladie Professionnelle
- RC Auto : Responsabilité Civile d'assurance Automobile
- TPV : Transport Public des Voyageurs
- MCR : Minimum Capital Requirement
- BE : Best-Estimate
- OPCVM : Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières
- TCN : Titres de Créances Négociables
- RSC : Ratio de Sinistralité Combiné
- MASI : Moroccan All Shares Index

# Introduction générale

Au Maroc, les compagnies d'assurance et de réassurance sont soumises à une nouvelle norme réglementaire appelée SBR, qui a été mise en place par l'ACAPS pour renforcer leur solvabilité et leur capacité à faire face aux risques. Cette norme exige des compagnies d'assurance qu'elles maintiennent un niveau de solvabilité adéquat pour couvrir les risques encourus et garantir le paiement des sinistres en cas de besoin.

La gestion actif/passif est devenue un enjeu majeur pour ces compagnies, car elle permet de mieux aligner les actifs détenus avec les engagements contractuels, afin d'optimiser la rentabilité et de réduire les risques financiers. En effet, les compagnies d'assurance doivent gérer leur portefeuille d'actifs de manière efficace pour répondre aux exigences de solvabilité de la nouvelle réglementation, tout en assurant un niveau de rendement satisfaisant.

La gestion actif/passif consiste à équilibrer les actifs détenus avec les passifs, c'est-à-dire les engagements contractuels pris envers les assurés. Elle permet de garantir que les actifs détenus sont suffisants pour répondre aux engagements contractuels, tout en offrant une rentabilité satisfaisante. La gestion actif/passif est donc devenue une pratique courante pour répondre aux exigences de la nouvelle réglementation SBR. Cette réglementation a instauré des exigences de solvabilité plus élevées, en imposant aux compagnies d'assurance de maintenir un ratio de solvabilité minimum de 100%, ce qui signifie que les actifs doivent être au moins égaux aux passifs.

Dans ce contexte, les compagnies d'assurance non-vie doivent adopter une approche proactive et mettre en place des stratégies de gestion actif/passif efficaces, afin de garantir leur pérennité et leur croissance à long terme. Elles doivent également surveiller de près l'évolution des marchés financiers, afin d'adapter leur portefeuille d'actifs et de réduire les risques financiers associés.

# Chapitre 1

## Présentation générale

---

## 1.1 La gestion des risques au sein des compagnies d'assurance

La gestion des risques est un processus crucial pour les compagnies d'assurance, car leur activité principale consiste à assumer et à gérer les risques financiers pour leurs clients. Dans ce contexte, la gestion des risques permet aux compagnies d'assurance d'évaluer les risques liés aux contrats d'assurance qu'elles proposent, de mettre en place des politiques de souscription adaptées et de gérer efficacement les sinistres. Et pour gérer les risques, les compagnies d'assurance utilisent généralement une combinaison de méthodes quantitatives et qualitatives, telles que l'analyse de données, la modélisation de risques et les études de marché. Ces méthodes leur permettent d'évaluer les risques de manière objective et de prendre des décisions éclairées en matière de tarification, de sélection des risques et de couverture.

La gestion des risques est également importante pour les compagnies d'assurance car elle leur permet de se protéger contre les risques à savoir les risques financiers, les risques de marché, les risques de souscription et les risques opérationnels. En ayant une bonne gestion de ces risques, les compagnies d'assurance deviennent mieux préparées à :

- Faire face à ces événements imprévus ;
- Maintenir leur solidité financière ;
- Prendre des décisions éclairées sur l'allocation des ressources ;
- Élaborer des politiques de souscription appropriées ;
- Maintenir une solvabilité suffisante pour répondre aux obligations envers les assurés.

Enfin, la gestion des risques est essentielle pour garantir la satisfaction des clients et la pérennité de l'entreprise. En gérant efficacement les risques, les compagnies d'assurance sont mieux à même de répondre aux besoins de leurs clients et de leur offrir des solutions d'assurance adaptées.

## 1.2 La réglementation prudentielle marocaine actuelle

Le secteur des assurances au Maroc est réglementé par l'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS), qui est une institution publique indépendante chargée de la surveillance et de la réglementation du marché des assurances au Maroc. La mission de l'ACAPS est de protéger les intérêts des assurés, de promouvoir la stabilité et la solidité financière des compagnies d'assurance, ainsi que de préserver l'équilibre financier du marché des assurances.

La réglementation des assurances au Maroc repose sur plusieurs lois et réglementations, notamment la loi n°17-99 relative aux assurances et la loi n°20-05 relative à la réforme de la Caisse Nationale de Sécurité Sociale (CNSS). Ces textes de loi établissent les règles de base qui régissent les activités des compagnies d'assurance au Maroc, telles que les conditions d'octroi de licences, les exigences de solvabilité, les obligations en matière de provisionnement, les

règles de gouvernance d'entreprise et les normes de divulgation d'informations. En vertu de la réglementation en vigueur, les compagnies d'assurance sont tenues de se conformer à un certain nombre de règles et de normes en matière de solvabilité et de gestion des risques, telles que la marge de solvabilité, la limite de concentration des risques, la couverture des sinistres et la surveillance de la liquidité. Les compagnies d'assurance doivent également soumettre des rapports financiers et des audits externes réguliers à l'ACAPS afin de s'assurer qu'elles sont en conformité avec les règles et les normes en vigueur.

### 1.2.1 Les règles d'évaluation des provisions techniques

La réglementation marocaine actuelle en matière d'évaluation des provisions techniques pour les compagnies d'assurance est principalement régie par le code des assurances, qui a été adopté en 2016.

Le code des assurances énonce les principes généraux qui régissent l'évaluation des provisions techniques pour les compagnies d'assurance au Maroc. Ces principes sont basés sur les normes internationales d'information financière (IFRS) et sont conçus pour garantir que les provisions techniques des compagnies d'assurance sont évaluées de manière prudente, cohérente et fiable.

Les principaux éléments des règles d'évaluation des provisions techniques dans la réglementation marocaine sont les suivants :

1. Les compagnies d'assurance doivent évaluer les provisions techniques de manière prudente et réaliste, en prenant en compte les risques et les incertitudes associés à leurs activités.
2. Les provisions techniques doivent être évaluées à la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs attendus, en utilisant des hypothèses prudentes et cohérentes avec les conditions de marché actuelles.
3. Les compagnies d'assurance doivent évaluer régulièrement leurs provisions techniques pour s'assurer qu'elles sont adéquates et reflètent les risques réels auxquels elles sont confrontées.
4. Les compagnies d'assurance doivent tenir compte des réglementations en vigueur en matière de solvabilité et de liquidité, ainsi que des exigences de couverture des engagements envers les assurés.
5. Les compagnies d'assurance doivent fournir des informations claires et transparentes sur la manière dont elles évaluent leurs provisions techniques, afin de permettre aux parties prenantes de comprendre la qualité et la fiabilité des données financières fournies.

De ce fait, la philosophie générale pour l'évaluation des provisions techniques repose sur 3 principes :

- Provisions suffisantes et prudentes pour le règlement intégral des engagements :

$$\textit{Montant suffisant} > \textit{Montant ncessaire}$$

$$\textit{Montant suffisant} > \textit{Montant probable}$$

- Évaluation des sinistres survenus connus et inconnus (PSAP) et des sinistres non survenus (PPNA + PREC) en non-vie sans tenir compte de la valeur temporelle de l'argent (actualisation).
- Évaluation des provisions mathématiques en vie et rentes non-vie (valeur actuelle des engagements) sans tenir compte des options et garanties et en utilisant :
  - Des taux prudents ;
  - Des tables de mortalité prudentes (surestimant la mortalité).

### 1.2.2 Les règles d'investissement

Les provisions techniques sont représentées par des actifs localisés au Maroc. Toutefois, une compagnie d'assurances et de réassurance peut après accord de l'Autorité effectuer des dépôts et des investissements hors du Maroc ainsi que des placements en valeurs étrangères dans la limite de cinq pour cent (5%) du total de son actif et après accord préalable de l'Autorité.

### 1.2.3 Les règles de calcul de la marge de solvabilité

La marge de solvabilité est définie comme étant le montant de fonds propres nécessaires à l'activité courante de l'entreprise, elle présente une garantie qui s'ajoute aux actifs détenus en contrepartie des provisions techniques. Cette marge de solvabilité est déterminée par l'ACAPS comme un coussin de sécurité des sociétés d'assurances pour les deux catégories vie et non vie.

La marge de solvabilité Non-Vie est égale au plus élevé des résultats obtenus par application des trois méthodes suivantes :

#### Première méthode : Calcul par rapport aux primes

Au total des primes ou cotisations émises est appliqué le taux de 20%. Le résultat de cette opération est multiplié par le rapport existant, pour les trois derniers exercices, entre le montant de la charge de sinistres net de réassurance et le montant de la charge de sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 70% pour AT, MP et AUTO RC et à 50% pour autres garanties.

$$20\% * \text{primes mises} * \text{Max}(\text{Taux de rtention}, 70\%)$$

avec :

$$\text{Taux de retention} = \frac{\text{Le montant de la charge de sinistres net de reassurance}}{\text{Le montant de la charge de sinistres brut de reassurance}}$$

#### Deuxième méthode : Calcul par rapport aux sinistres

Au tiers des montants de charge sinistres sur les trois derniers exercices est appliqué le taux de 27%. Le résultat de ces opérations est multiplié par le rapport existant, pour les trois

derniers exercices et pour chacune des opérations précitées, entre le montant de la charge de sinistres net de réassurance et le montant de la charge de sinistres brut de réassurance, sans que ce rapport puisse être inférieur à 70% pour l'AT, MP et RC AUTO et à 50% pour les autres garanties.

$$20\% * \frac{\text{charge de sinistres}}{3} * \text{Max}(\text{Taux de rtention}, 70\%)$$

Troisième méthode : Calcul par rapport aux provisions

$$(10\%PPNA + 5\%PSAP) * \text{Max}(\text{Taux de rtention}, 70\%)$$

Avec :

- PPNA : Les provisions pour primes non acquises ;
- PSAP : Les provisions pour sinistres à payer.

### 1.2.4 Avantages et limites du cadre réglementaire marocain actuel

Le système actuel présente principalement l'avantage d'être relativement simple. En effet, son calcul simple basé sur des données comptables, ce qui en fait un outil objectif facile à calculer et facilement compréhensible.

Néanmoins, le cadre réglementaire actuel marocain montre plusieurs insuffisances à savoir :

- Basé sur des éléments comptables et non économiques ;
- Trop simpliste : pas de prise en compte de la diversité des risques et de leurs spécificités ainsi la marge de Solvabilité ;
- Réglementaire (MSR) ne reflète pas les risques portés par l'assureur ;
- Réglementation non cohérente avec la réglementation bancaire (Bâle III) ;
- Risques associés aux placements (risques de marché) mal appréhendés ;
- Quasi-absence de normes en matière de gouvernance ;
- Non prise en compte de la réalité des groupes d'assurance.

Puisque cette réglementation a révélé ses limites, le régulateur a choisi d'adopter une approche "basée sur les risques". Par conséquent, SBR devrait permettre une meilleure gestion des risques auxquels sont confrontés les différentes compagnies d'assurance et de réassurance.

## 1.3 Aperçu sur la SBR

Le caractère rétrospectif de la norme actuelle, qui ne tient compte que du passé sans tenir compte de la réalité, amène l'**Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS)**, l'autorité marocaine de régulation du marché de l'assurance et de la réassurance, à se mettre dans une logique prospective mais aussi holistique du risque. En collaboration avec la **Fédération Marocaine des Sociétés d'Assurance et de Réassurance (FMSAR)**, l'ACAPS propose le projet « **Solvabilité Basée sur les Risques**

» (**SBR**) en 2017. SBR est la nouvelle norme marocaine sur la réglementation prudentielle à laquelle doivent se soumettre les sociétés d'assurance et de réassurance. Elle vient pallier les insuffisances de la norme actuelle qui régle le secteur de l'assurance et de la réassurance et elle part de l'ancienne norme plutôt basée sur une approche des comptes sociaux en intégrant l'aspect économique et prudentiel, c'est-à-dire en prenant en compte tous les risques auxquels les entreprises sont exposées.

Ainsi, ce projet de circulaire permet de :

- Bien connaître les marchés de l'assurance et de la réassurance et identifier les risques qu'ils encourent et les intégrer dans l'évaluation de leur solvabilité ;
- Renforcer la résilience du secteur des assurances face aux risques encourus ;
- Renforcer les systèmes de gouvernance et la culture de gestion des risques ;
- S'aligner sur les standards internationaux de réglementation des assurances.

SBR passe alors d'un bilan comptable et des provisions réglementaires à un bilan prudentiel et des provisions calculées en vision « best-estimate ».

La SBR se base sur les principes suivants :

- Nécessité d'une granularité très fine dans les calculs (données, système d'information) ;
- Maîtrise de tous les risques, plus de travail, de nouvelles fonctions ;
- Transparence et traçabilité imposent également des tâches de reporting plus complexes et plus techniques.

### 1.3.1 L'architecture de Solvabilité Basée sur les Risques selon 3 piliers

Le principe de SBR est presque le même que celui de Solvabilité II ou de SST.

En effet, la valorisation des provisions techniques prudentielles se fait suivant une vision « best-estimate ». Ces provisions sont calculées en actualisant et en probabilisant les flux pour tenir compte de la valeur du temps ainsi que du risque.

La norme Solvabilité basée sur les risques est organisée en trois piliers. Le premier c'est le pilier quantitatif, le second présente l'aspect qualitatif et gouvernemental et le troisième décrit l'ensemble des critères de transparence c'est-à-dire la communication et l'information.

<b>Pilier 1</b>	<b>Pilier 2</b>	<b>Pilier 3</b>
<b>Les exigences quantitatives</b>	<b>Les exigences qualitatives</b>	<b>Information</b>
Bilan Prudentiel en valeur de marché	Renforcement de la gouvernance et la gestion des risques	Amélioration de la transparence des compagnies d'assurance
Provisions techniques selon la meilleure estimation	Renforcement du contrôle interne	Communication régulière des informations sur sa situation financière et sa solvabilité
Des principes en matière d'allocation et d'admissibilité des fonds propres	Évaluation interne des risques de solvabilité	-
Exigences de capital	Qualité des données et sécurité des systèmes d'information	-
<b>Enjeu</b>	<b>Enjeu</b>	<b>Enjeu</b>
Calcul de l'exigence en capital en fonction des risques encourus	Responsabilité de l'entreprise dans sa gestion des risques	Discipline de marché et transparence

TABLE 1.1 – La SBR selon 3 piliers

### 1.3.2 Le pilier 1 : Les exigences quantitatives

Le pilier I de la norme Solvabilité II basée sur les risques (SBR) est le volet quantitatif de cette réglementation. Il impose aux compagnies d'assurance de disposer d'un niveau de capital suffisant pour couvrir les risques liés à leur activité. Pour cela, les entreprises d'assurance doivent réaliser des évaluations des risques et des exigences de capital qui y sont associées. Cette évaluation des risques doit être réalisée de manière régulière et intégrée aux processus de gestion des risques de l'entreprise.

Le pilier I définit également les règles de valorisation des actifs et passifs des compagnies d'assurance, qui doivent être évalués à leur juste valeur de marché. Cette évaluation doit être réalisée de manière cohérente et transparente, en utilisant des méthodes et des hypothèses claires et documentées.

En somme, le pilier I de la norme SBR est essentiel pour garantir la solidité financière des entreprises d'assurance. Il permet d'assurer que les compagnies disposent d'un capital suffisant pour faire face aux risques auxquels elles sont exposées, tout en garantissant une évaluation transparente et cohérente de leurs actifs et passifs.

### 1.3.3 Le pilier 2 : Les exigences qualitatives et Gouvernance

Le pilier 1 permet de donner une représentation précise de la situation financière de l'entreprise sur une période d'un an. Cependant, cela n'a de valeur que si cela est accompagné de bonnes pratiques de gouvernance, de dispositifs de contrôle interne fiables, d'une gestion adéquate des risques et d'une vision à plus long terme. Le pilier 2 vise à établir des normes de qualité pour l'ensemble du marché de l'assurance, en imposant la mise en place de quatre fonctions dites clés : gestion des risques, actuariat, vérification de la conformité et audit interne. L'évaluation interne des risques est également importante, car elle incite les entreprises à identifier leur exposition face aux différents types de risques et à les gérer en continu.

Le pilier II de la directive Solvabilité II encourage les compagnies d'assurance à évaluer leur propre solvabilité en considérant leurs stratégies et en effectuant des stress tests. Cette approche vise à responsabiliser à la fois le Conseil d'administration et l'entreprise envers les risques encourus.

### 1.3.4 Le pilier 3 : Information

Le pilier 3 se concentre sur les exigences en matière de transparence à l'égard de l'autorité et du public. Les entreprises d'assurance et de réassurance doivent régulièrement communiquer sur leur état de santé, à la fois aux autorités de contrôle et au grand public. Pour ce faire, elles doivent produire des informations prudentielles et de contrôle ainsi que des statistiques à l'autorité de régulation, ainsi que des informations destinées aux assurés et au public en général, en respectant des échéances précises.

## 1.4 Focus sur le Pilier 1

La SBR est une réforme de réglementation relative à l'assurance qui vise à renforcer la solidité financière des compagnies d'assurance et à améliorer la protection des assurés.

Le pilier I, dit quantitatif, cherche à améliorer le provisionnement des risques par les compagnies. Il répond à la question : quels fonds propres pour quels risques ? Il définit les exigences en termes de fonds propres et de ratios de solvabilité ainsi que le passage du bilan comptable au bilan prudentiel est l'un des principaux changements introduits par la norme SBR.

### 1.4.1 Valorisation du bilan prudentiel

Le bilan prudentiel est utilisé pour calculer les exigences en matière de fonds propres et de ratios de solvabilité conformément au pilier 1 de la norme réglementaire Solvabilité Basée sur les Risques (SBR).

Contrairement au bilan comptable traditionnel qui se concentre sur la valeur des actifs et des passifs d'une entreprise, le bilan prudentiel prend également en compte la probabilité et l'impact des risques auxquels l'entreprise est confrontée. Il est construit en évaluant chaque élément du bilan (actifs, passifs, provisions techniques, primes, etc.) en fonction de son profil de risque.

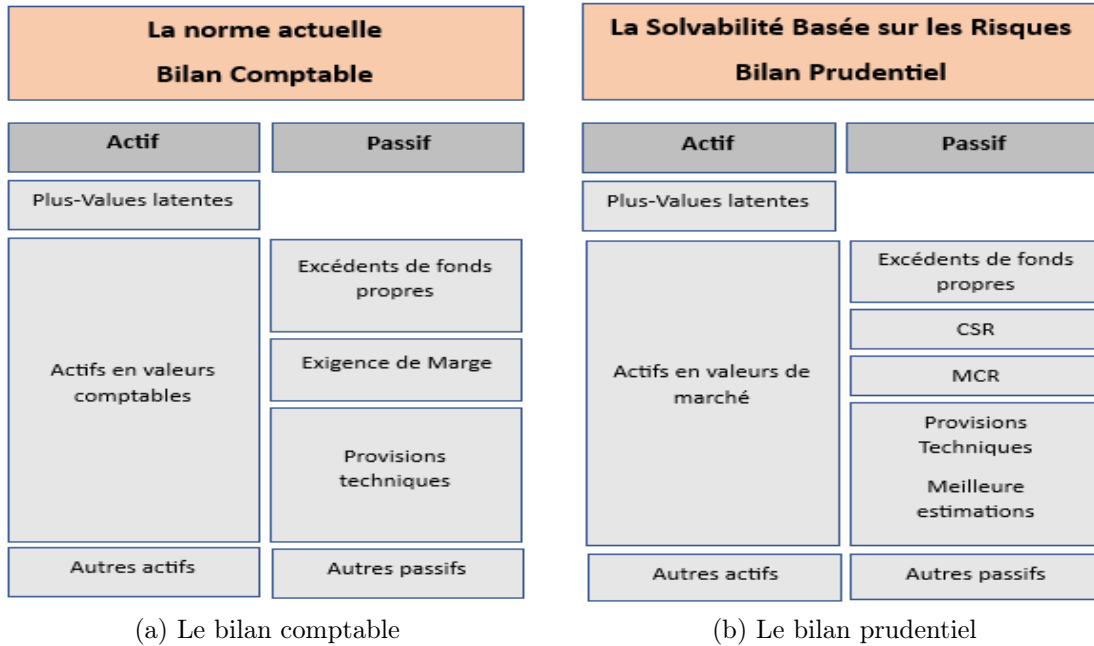


FIGURE 1.1 – Comparaison entre le bilan de la norme actuelle et celui de la SBR

Ce bilan est réalisé dans le cadre de la supervision prudentielle des établissements financiers par les autorités de régulation, afin de s’assurer que ces derniers disposent de suffisamment de fonds propres pour couvrir les risques liés à leurs activités.

Les provisions techniques sont évaluées en utilisant la méthode Best-Estimate (BE) et sont actualisées pour prendre en compte le coût du temps et le risque associé. En plus de ces provisions, une marge de risque est ajoutée. Les autres actifs et passifs sont évalués en fonction de leur valeur économique. Étant donné que la valorisation des actifs et des passifs est différente entre le bilan comptable et le bilan économique, les fonds propres économiques diffèrent des fonds propres comptables.

### 1.4.2 Valorisation de l'actif du bilan prudentiel

Type	Règle de valorisation
<b>Actions cotées</b>	Valeur de Marché au dernier cours avant la date d'inventaire
<b>OPCVM</b>	Valeur de Marché à la dernière valeur avant la date d'inventaire
<b>Obligations et TCN</b>	Valeur de Marché : actualisation des flux futurs aux derniers taux actuariels constatés avant la date d'inventaire
<b>Actifs Immobiliers</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Valeur de transaction évaluée par un expert au moins une fois tous les 5 ans</li> <li>— Entre deux évaluations, mise à jour annuelle en fonction de l'évolution de l'indice des prix des actifs immobiliers (IPAI) publié par BAM</li> <li>— Si absence d'évaluation par un expert : Valeur Comptable</li> <li>— Exigence de réévaluation si l'Autorité le juge nécessaire</li> </ul>
<b>Prêts, dépôts et autres créances financiers</b>	Valeur Comptable
<b>Immobilisations en non-valeurs et incorporelles</b>	Valeur Nulle
<b>Ecart de conversion - Actif</b>	Valeur Nulle
<b>Provisions techniques cédées</b>	Meilleure estimation des engagements cédés ajustée du défaut des contreparties
<b>Charges d'acquisitions reportées</b>	Valeur Nulle
<b>Différence sur prix de remboursement à percevoir sur titres</b>	Valeur Nulle
<b>Autres créances de l'actif circulant</b>	Valeur Comptable
<b>Trésorerie – Actif</b>	Valeur Comptable
<b>Autres Actifs</b>	Valorisation à dire d'expert. À défaut Valeur Comptable
<b>Impôts différés actif</b>	Taux IS x (Différence de valorisation des actifs entre bilan prudentiel et bilan comptable + Report à nouveau des pertes cumulées sur 4 ans)

TABLE 1.2 – Valorisation de l'actif du bilan prudentiel

### 1.4.3 Valorisation du passif du bilan prudentiel

Type	Règle de valorisation
Capitaux propres et assimilés	Valeur Comptable
Dettes de financement autres que les emprunts obligataires	Valeur Comptable
Emprunts obligataires	Actualisation des flux futurs aux derniers taux actuariels constatés avant la date d'inventaire
Provisions durables pour risques et charges	Valeur Comptable
Provisions Techniques prudentielles	Évaluation par canton en additionnant : <ul style="list-style-type: none"> <li>— Meilleure estimation des engagements</li> <li>— Meilleure estimation des frais de gestion</li> <li>— Marge de risque</li> </ul>
Dettes pour espèces remises par les cessionnaires	Valeur Comptable
Dettes de passif circulant	Valeur Comptable
Autres passifs	Valeur Comptable
Impôts différés passif	Taux IS x (Différence de valorisation des passifs entre bilan prudentiel et bilan comptable)

TABLE 1.3 – Valorisation du passif du bilan prudentiel

### 1.4.4 Le Best Estimate

Pour les opérations d'assurance non-vie, le Best-Estimate pour les provisions techniques prudentielles sont évaluées en additionnant la meilleure estimation des engagements et la meilleure estimation des frais de gestion.

#### 1- La meilleure estimation des engagements :

La meilleure estimation des engagements comprend la meilleure estimation des engagements pour sinistres ( $BE_{Sinistres}$ ) et la meilleure estimation des engagements pour primes ( $BE_{Primes}$ ). Nous commencerons par le calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres.

Toutes les provisions calculées dans le cadre actuel, sont « fusionnées » dans les Best-Estimate Primes et Sinistres. La Provision Pour Prime Non Acquisée (PPNA) et la Provision pour Risque En Cours (PREC) sont prises en compte dans le Best-Estimate de primes. De manière analogue, on regroupe dans le Best-Estimate de sinistres, les Provisions pour Sinistres À Payer (PSAP), les tardifs, les Provisions pour Risques Non Encore Manifestés, etc.

La meilleure estimation des engagements pour sinistres :

La meilleure estimation des engagements pour sinistres nets de recours est déterminée en sommant flux de règlements futurs actualisés et nets de recours, ces flux peuvent être récupérés en sommant les diagonales futures des triangles de règlements nets de recours et les engagements ciblés doivent être en cours à la date d'inventaire.

La meilleure estimation des engagements pour sinistres est obtenue alors comme suit :

$$BE_{Sinistres} = \sum \frac{F_t}{(1+r_t)^t}$$

Où :

- $F_t$  : les flux de règlements futurs (Cash flows) probabilisés net de recours de l'année comptable t ;
- $r_t$  : le taux zéro-coupon pour la période t obtenu grâce à la courbe des taux sans risque à la date d'évaluation.

La meilleure estimation des engagements pour primes :

Le Best-Estimate des engagements pour primes représente l'engagement de l'assureur lié aux sinistres non survenus à la date de l'évaluation. Le calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes est effectué selon la formule suivante :

$$BE_{Primes} = RSC * (PPNA + PF) * \sum \frac{cad_i}{(1+r_i)^i} - PF^-$$

Où :

- RSC : Ratio de sinistralité combiné, avec :

$$RSC = \frac{\sum_{3 \text{ derniers exercices}} CU}{\sum_{3 \text{ derniers exercices}} PA} + \frac{\sum_{3 \text{ derniers exercices}} FG}{\sum_{3 \text{ derniers exercices}} PE}$$

Avec :

- CU : Charge Ultime ;
- PA : Prime Acquise ;
- FG : Frais de Gestion ;
- PE : Prime Émise.
- PPNA : Provisions pour Primes Non Acquises ;
- PF : Primes futures à la date d'inventaire afférents aux contrats à tacite reconduction ;
- $cad_i$  : Cadence de liquidation de l'année de projection i ;  
Les cadences peuvent être estimées par la méthode de Chain Ladder sur le triangle des règlements cumulés (la somme des cadences est égale à 100%).
- $r_i$  : Taux sans risque ;
- (-) : Nettes des frais d'acquisition.

Pour la détermination de la meilleure estimation des engagements pour primes, il est nécessaire à la compagnie d'assurances d'effectuer une segmentation de ses opérations par sous-catégories.

## 2- La meilleure estimation des frais de gestion :

Le Best-Estimate des frais de gestion Correspond à la somme actualisée des flux de frais de gestion futurs des contrats d'engagements en cours et des contrats à tacite reconduction non résiliés à la date d'inventaire.

Pour une catégorie/sous-catégorie et une année de projection donnée, les flux de frais de gestion futurs correspondent au produit du taux de frais de gestion moyen par la somme de la meilleure estimation pour sinistres nets de recours et de la meilleure estimation pour primes, tel que :

$$\text{Le flux de frais de gestion futurs} = \text{taux de frais de gestion moyen} * (BE_{\text{Sinistres}} + BE_{\text{Primes}})$$

Ce taux moyen est calculé comme moyenne des taux de frais de gestion des trois derniers exercices clos. À noter que ce dernier est défini comme le rapport des frais de gestion de l'exercice clos considéré et le Best Estimate des engagements pour sinistres de l'exercice précédent celui qui est clos.

Tel que :

$$\text{taux de frais de gestion} = \text{Moyenne}(TxFG_{n-1}, TxFG_{n-2}, TxFG_{n-3})$$

Avec :

-  $TxFG_k$  : taux de frais de gestion de l'exercice clos k

Le calcul du Best-Estimate est fondé sur une approche économique prospective, des informations actuelles crédibles et des hypothèses réalistes. Une telle modélisation fait appel à des méthodes actuarielles et des techniques statistiques adéquates. Elle doit tenir compte de toutes les entrées et sorties de capital relatives aux engagements de l'assureur et des assurés, jusqu'à l'échéance de tous les contrats ouverts.

Et pour cela, il faut ajouter les hypothèses de calcul des différentes composantes du Best-Estimate :  $BE_{\text{Sinistres}}$ ,  $BE_{\text{Primes}}$  et le Best-Estimate des frais de gestion :

- **L'horizon** : les projections doivent couvrir la durée de vie complète de tous les flux émanant des engagements de l'assureur ;
- **L'actualisation** : les flux sont actualisés au taux d'actualisation sans risque fourni par la courbe des taux calculée et communiquée par l'autorité. Donc le taux dépend sur longueur de l'engagement, c'est une différence majeure par rapport au système actuel de provision qui est basé sur un taux constant ;
- **Les frais** : il est nécessaire de constituer une provision pour les frais de gestion future ;
- **La réassurance** : les provisions Best Estimate sont calculées brutes de réassurance ;

- **L'hypothèse de « run-off »** : le calcul ne doit pas prendre en compte de nouvelles souscriptions.
- **La fiscalité** : Il faut constituer une provision pour le paiement des impôts.

## 1.5 La gestion actif/passif dans une compagnie d'assurance non-vie

La Gestion Actif Passif est le mode de gestion privilégié et approprié des risques d'assurance. Pour être acceptable, une norme comptable applicable au secteur de l'assurance doit donc permettre une évaluation cohérente des engagements d'assurance et des actifs en représentation de ces engagements. Elle est utilisée de plus en plus fréquemment ces dernières années par les compagnies d'assurances pour déterminer et évaluer les risques auxquels elles s'exposent et les moyens de les traiter. Cette importance grandissante de la Gestion Actif Passif est due aux nombreux cas de faillite enregistrés parmi les assureurs dans les pays développés depuis la fin du siècle dernier. De ce fait, la Gestion Actif Passif tend à devenir une exigence réglementaire pour les compagnies d'assurance plus qu'un simple outil d'aide à la décision en matière d'allocation d'actifs.

En outre, le développement de la Gestion Actif Passif a permis de donner naissance de certaines applications, comme la Value At Risk et l'évaluation des compagnies d'assurances par L'Embedded Value.

L'absence d'une Gestion Actif Passif, aussi bien au sens de l'analyse que de l'action, est pour beaucoup dans les difficultés rencontrées par les sociétés d'assurances et les fonds de pensions depuis la fin des années 1980 dans différents pays : couverture d'engagements certains par des espoirs de plus-values, prolongation de la tendance passée, absence d'examen des scénarios d'évolution des actifs et des passifs... , etc.

### 1.5.1 Les origines de la gestion actif/passif

La gestion actif-passif est un concept important dans le domaine des assurances. Elle consiste à gérer les actifs et les passifs d'une compagnie d'assurance de manière coordonnée pour minimiser les risques et maximiser les rendements. Les origines de cette pratique remontent au début du 20e siècle, lorsque les compagnies d'assurance ont commencé à prendre conscience des risques associés à la gestion de leur portefeuille d'investissement.

À l'époque, les compagnies d'assurance étaient principalement engagées dans la souscription de contrats d'assurance vie, qui impliquaient le paiement de primes régulières par les assurés. Les primes versées par les assurés étaient utilisées pour investir dans une variété d'actifs, notamment des obligations d'État, des actions et des biens immobiliers, afin de générer des rendements pour la compagnie d'assurance.

Cependant, la crise économique des années 1930 a mis en évidence les risques associés à cette approche. Les compagnies d'assurance se sont retrouvées confrontées à des pertes importantes sur leurs portefeuilles d'investissement, car les actifs qu'elles détenaient ont vu

leur valeur baisser considérablement. En même temps, elles devaient continuer à honorer les paiements de prestations aux assurés, ce qui a entraîné une pression sur leur trésorerie et leur solvabilité.

Pour remédier à cette situation, les compagnies d'assurance ont commencé à adopter une approche plus coordonnée de la gestion de leurs actifs et de leurs passifs. Elles ont commencé à analyser de manière plus approfondie les flux de trésorerie attendus de leurs contrats d'assurance et à établir des stratégies d'investissement en conséquence. Elles ont également commencé à mettre en place des politiques de gestion des risques plus rigoureuses pour protéger leur solvabilité.

Au fil du temps, la gestion actif-passif est devenue une pratique courante dans l'industrie de l'assurance. Les compagnies d'assurance ont développé des modèles sophistiqués pour gérer leurs portefeuilles d'investissement en fonction de leurs obligations contractuelles. Elles ont également commencé à utiliser des produits financiers tels que les swaps d'intérêts et les options pour gérer les risques de taux d'intérêt et de change.

Aujourd'hui, la gestion actif-passif est devenue une pratique essentielle pour les compagnies d'assurance. Elle permet de garantir que les engagements contractuels de la compagnie seront honorés, tout en maximisant les rendements sur les investissements. Les compagnies d'assurance qui réussissent à mettre en place une stratégie de gestion actif-passif efficace peuvent maintenir leur solvabilité à long terme, tout en offrant des produits d'assurance rentables à leurs clients.

Cependant, la Gestion Actif/Passif est rendue globalement plus complexe que dans le cas des banques pour trois grandes raisons :

- On ne peut pas identifier un aléa majeur, mais plusieurs (taux d'intérêt, dégradation des S/P, inflation, etc.) et le lien entre ces divers risques est extrêmement complexe ;
- La réglementation des assurances introduit des matelas de sécurité à l'actif (plus-values latentes) et au passif (réserve de capitalisation, niveau de fonds propres minimums) que l'assureur doit gérer dans le temps ;
- Les produits d'assurance sont souvent structurés pour dégager des bénéfices au bout d'un certain nombre d'exercices.

Le management d'une société doit s'efforcer d'imaginer les conséquences de son choix. Un outil d'aide au pilotage stratégique est un outil de mesure des conséquences probables des décisions stratégiques.

### 1.5.2 La nécessité de la Gestion Actif-Passif en assurance non-vie

La bonne évaluation des engagements, la bonne gestion des frais admis au titre de ces engagements et la suffisance des fonds propres sont les priorités d'un assureur non-vie. Il est donc nécessaire de suivre de près les actifs et les passifs d'une compagnie d'assurance non-vie.

La forte volatilité des taux au cours des années 1980 a rendu les gains générés par l'activité d'intermédiation des banques américaines plus incertains. Ce qui amena les banquiers à

s'intéresser à la qualité et la structure des actifs et des passifs, aux divers revenus futurs que peut générer une banque et mettre ces éléments en relation. Ils ont ainsi mis en place des outils, en mettant l'accent sur les risques de taux et de liquidité, qui permettent d'évaluer les flux futurs ainsi que les conséquences des variations de taux sur ces flux. Ceci a donné lieu à des appellations telles que : Gestion des risques, Gestion de bilan, ou encore Gestion Actif-Passif.

Connue par son acronyme ALM (Asset Liability Management), la gestion Actif-Passif consiste à mener des analyses et faire des modélisations afin de mieux connaître et maîtriser l'ensemble des risques auxquels une institution financière s'expose en exerçant ses activités. Il s'agit en effet de mettre en rapport les gains et les risques encourus. Les analyses doivent donc permettre d'adopter une politique de financement et d'allocation qui soit optimale.

Étant également touchée par les fluctuations des données financières, l'activité d'assurance sera dotée d'outils d'analyse actif-passif dans les années 1990 grâce aux chercheurs Anglais et Nord-Américains. De multiples décisions concomitantes généralement corrélées, sont prises dans le cadre d'un pilotage stratégique d'une entreprise. Ces décisions sont influencées par environnement économique et financier changeant. Il est donc important de dresser les conséquences qui peuvent en découler. Dans ce sens, la gestion actif-passif permet d'établir les conséquences probables des décisions ainsi que leur sensibilité suite à des variations de la conjoncture. Ce processus peut être illustré par le schéma suivant :

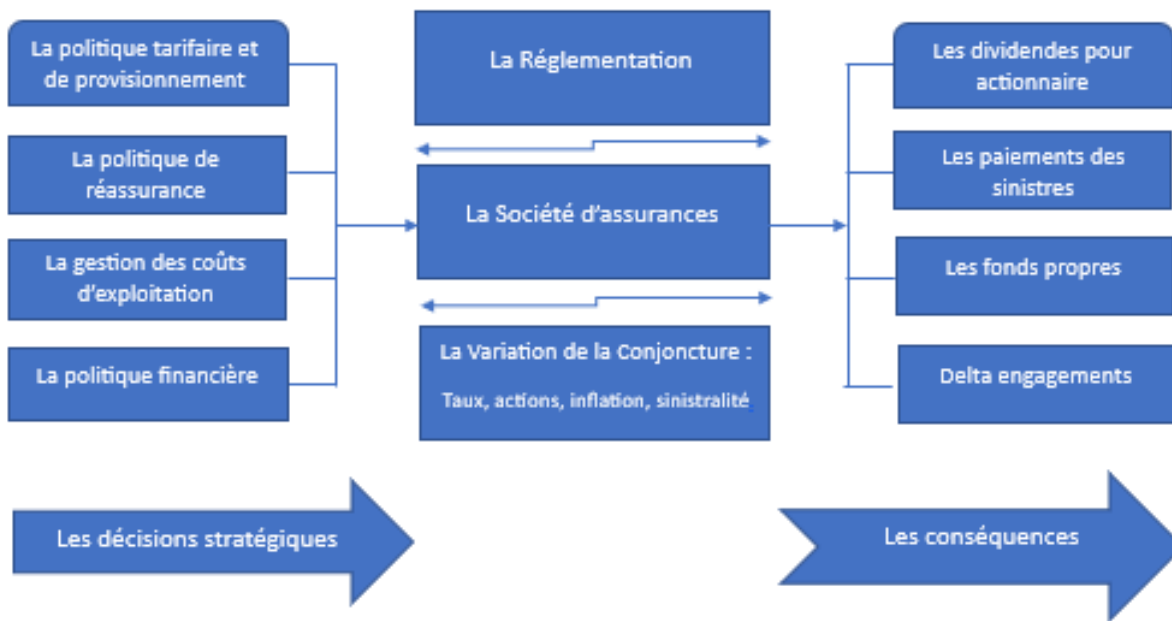


FIGURE 1.2 – Processus de construction d'un modèle ALM

Dans le contexte de l'assurance non-vie, un modèle ALM est essentiel pour aider à gérer les risques financiers associés aux obligations de l'entreprise envers ses clients.

Les compagnies d'assurance non-vie ont des passifs liés à la couverture d'indemnités potentielles pour les sinistres qui peuvent survenir. Cela signifie que l'entreprise doit disposer d'une quantité suffisante de capitaux propres pour couvrir ces obligations financières, ainsi que pour faire face à d'éventuelles fluctuations des taux d'intérêt, des devises ou des prix des actifs. Un modèle ALM permet d'optimiser la composition de ces capitaux propres et des actifs de l'entreprise afin de minimiser les risques et maximiser les rendements.

Il faut appeler qu'une société d'assurance disposant de réserves importantes aura tendance à choisir une allocation stratégique des actifs et une composition de son portefeuille d'engagements qui lui permettent d'espérer obtenir des marges importantes grâce à une certaine prise de risque, notamment vis-à-vis du marché financier.

Inversement, une société qui ne dispose pas de réserves devraient choisir une allocation des actifs et une composition de son portefeuille d'engagements qui lui génèrent des marges récurrentes quasi certaines en évitant une exposition excessive aux variations des marchés financiers.

### 1.5.3 Les modèles Actif/Passif

Les modèles actif/passif sont couramment utilisés dans le secteur de l'assurance, car ils permettent aux compagnies d'assurance de gérer leur bilan et de répondre aux engagements futurs en matière de paiement de sinistres et d'autres obligations contractuelles.

Les compagnies d'assurance ont des passifs à long terme, qui incluent les engagements contractuels envers les clients pour les paiements de sinistres futurs, les prestations de retraite et les obligations de paiement de primes à long terme. Le modèle actif/passif permet aux compagnies d'assurance de correspondre les actifs détenus dans leur portefeuille d'investissement avec leurs passifs à long terme.

Pour ce faire, les compagnies d'assurance évaluent leurs passifs à long terme et identifient les flux de trésorerie futurs nécessaires pour répondre à ces obligations. Ils évaluent également les risques associés à ces obligations et élaborent des stratégies d'investissement pour maximiser les rendements et minimiser le risque.

Les modèles ALM, ou modèles de projection actifpassif, permettent de capturer l'effet des scénarios financiers et du portefeuille d'actifs d'une compagnie sur son passif, notamment via la participation aux bénéfices et les rachats conjoncturels. La nature des modèles ALM nécessite de les alimenter avec des inputs d'actifs (model points relatifs au portefeuille obligataire, aux actions...), des scénarios économiques (diffusion dans le temps des courbes des taux, des indices actions, de l'inflation...) et des inputs de passifs.

Pour mettre en place un processus actif/passif, il est essentiel de disposer de données fiables sur les projections du passif et/ou de l'actif, ainsi que d'outils et de modèles pour les traiter. On peut envisager différents stades de maturité pour le processus actif/passif :

- **Le stade basique** : où il n'y a pas de déroulé de passif fiable à long terme et où les méthodologies sont partielles et rustiques. Les modèles ne prennent en compte que les

aspects économiques ou n'abordent qu'une partie des engagements.

- **Le stade évolué** : où il y a des déroulés de passif fiables dans un scénario central déterministe. Les modèles actif/passif intègrent également les aspects comptables, mais sont surtout basés sur la poursuite des stratégies actuelles sans modélisation des interactions actif/passif.
- **Le stade sophistiqué** : toujours déterministe, avec des modèles dynamiques utilisant des simulations dans différents environnements de marchés. Des algorithmes de rebalancement automatique des actifs prennent en compte des contraintes de plus ou moins-values ainsi que des contraintes d'allocation pour simuler différentes stratégies de gestion d'actifs. Ces simulations permettent de déterminer des stratégies actif/passif optimales sous contraintes de limites de risque dans un nombre limité de scénarios non probabilisés.
- **Le stade stochastique** : qui nécessite un générateur de scénarios aléatoires pour probabiliser les analyses précédentes en utilisant une approche risque/rendement. Il est important d'optimiser les temps de calcul des modèles pour pouvoir utiliser efficacement cette approche.

La première étape d'une étude ALM consiste donc à fixer les objectifs, identifier et quantifier les risques à prendre en compte. Ensuite, les projections du portefeuille de la compagnie d'assurance doivent être les plus réalistes possible tout en prenant en compte les contraintes opérationnelles. Enfin, en sortie des modèles prospectifs l'analyse des résultats permet d'évaluer les impacts futurs des changements à l'actif et/ou au passif sur les risques financiers et techniques de l'entreprise.

#### 1.5.4 Les différents types de risques liés à l'assurance non-vie

La gestion du risque s'attache à identifier les risques c'est-à-dire les pertes potentielles et quantifiables, inhérentes à une situation ou une activité, associées à l'occurrence d'un événement. Cette prévention des risques aboutit à établir une grille des risques avec des veilles ciblées correspondant à chaque type de risque (politique, juridique, social, économique, environnemental...) et des contre-mesures adaptées.

Donc l'objectif essentiel de la gestion des risques est :

- S'assurer de la connaissance et de la compréhension des risques auxquels le projet est exposé ;
- Permettre de développer un plan de maîtrise des risques.

Les compagnies d'assurance non-vie sont exposées à divers risques, notamment :

- **Risque de souscription** : ce risque résulte de la sélection de risques inadéquats ou mal évalués. Si une compagnie d'assurance non-vie ne parvient pas à estimer correctement la probabilité de sinistres et à fixer des primes adéquates, elle peut subir des pertes importantes.

- **Le risque de crédit** : qui se définit par l'incapacité d'un emprunteur, contrepartie, d'honorer ses engagements contractuels. En général, il est modélisé sous deux formes :

- Le risque de défaut : qui correspond à l'incapacité ou au refus du débiteur de respecter ses engagements financiers définis dans le contrat envers son créateur, que ce soit sur le paiement des intérêts ou du principal du prêt souscrit.
- Le risque de spread : qui se matérialise par l'évolution de la probabilité de défaut de l'emprunteur perçue par le marché, sans que le défaut soit une certitude.
- **Les risques de placement** : concernent principalement les obligations (risque de taux) ainsi que les actions et les immeubles (risque de marché) :
  - Le risque de taux : En cas de baisse des taux, les flux sont investis ou réinvestis à un taux de plus en plus bas, ce qui peut conduire à un taux de rendement financier insuffisant pour respecter les engagements ;
  - Le risque de baisse du marché des actions : Pour un assureur, la baisse du marché des actions entraîne à la fois une insuffisance de rendement financier et le risque, la valeur des actions peut baisser fortement alors que la valeur actuelle des engagements croît.
- **Les risques associés au taux d'inflation** : Dans le domaine de l'assurance, le coût des sinistres et des frais de règlement a tendance à être très sensible au taux d'inflation général. Celui-ci peut être fonction de variation de coûts spécifiques à d'autres secteurs.
- **Risque de réassurance** : les compagnies d'assurance non-vie ont souvent besoin de réassurance pour couvrir les risques les plus importants. Si un réassureur fait faillite ou ne parvient pas à respecter ses engagements, cela peut entraîner des conséquences importantes pour la compagnie d'assurance non-vie.

À part ces risques techniques, on trouve que les compagnies d'assurance non-vie s'exposent à d'autres risques opérationnels stratégiques et business, comme :

- **Le risque de liquidité** : il correspond au fait de ne pas pouvoir vendre ses titres au moment voulu, ou de devoir les vendre à une valeur bien inférieure à leur valeur habituelle. Le cadre traditionnel considère que tous les actifs peuvent être cédés à tout moment, ce qui n'est pas le cas en réalité, et notamment dans des marchés à taille limitée.  
Du point de vue ALM en assurance, le risque de liquidité est important à partir du moment où certaines réglementations ou clauses contractuelles permettent au souscripteur de demander un paiement immédiat du cash.
- **Risque de modèle** : En général, les corrélations extrêmes sont essentielles pour la définition du besoin en capital. Les corrélations entre différents facteurs de risques (pas seulement du risque marché) peuvent être facilement sous-estimés.

### 1.5.5 La simplification du bilan d'une compagnie d'assurance non-vie

La compagnie d'assurance non-vie a simplifié son bilan en ne prenant en compte que les postes principaux.

- **Au passif** : Seuls les PSAP et les fonds propres ont été pris en compte.

- **À l'actif** : seuls les placements financiers ont été modélisés, divisés en deux catégories :
  - Les titres obligataires ;
  - Les titres non-obligataires assimilables à des actions : Qui regroupent à la fois les actions, les OPCVM et des actifs immobiliers.

Pour simplifier le portefeuille, la compagnie a créé des titres synthétiques selon la répartition réglementaire pour les différentes catégories de titres :

- Les obligations de maturité proche peuvent être synthétisées par un titre obligataire dont les caractéristiques (nominal, taux coupon et maturité) sont déduites des caractéristiques des obligations le constituant.
- Les titres non-obligataires sont synthétisés par nature en 3 titres qui sont le titre synthétique action, le titre synthétique OPCVM et le titre synthétique immobilier. Par cette simplification, il est supposé que toutes les actions suivent la même évolution, de même pour les OPCVM et les valeurs immobilières.

La diminution des valeurs de marché est une source de risque non négligeable pour l'entreprise et impacte directement la solvabilité et la performance de celle-ci. La valeur des obligations dépend essentiellement des taux d'intérêt pratiqués sur le marché. C'est pourquoi, il s'avère important de pouvoir construire des courbes de taux, à partir des modèles existants. D'autre part la modélisation des taux est également utile en cas de réinvestissements des flux ou d'actualisation.

Les valeurs des 3 titres non-obligataires synthétiques sont corrélées entre elles et suivent un modèle de diffusion empilé. Bien qu'elles puissent également dépendre des taux d'intérêt, cet aspect n'est pas modélisé et constitue une piste d'amélioration possible du modèle.

<b>Actif</b>	<b>Passif</b>
Les placements	Les PSAP
-	Les fonds propres

TABLE 1.4 – Le bilan simplifié d'une compagnie d'assurance non-vie

## Chapitre 2

# Construction de la courbe des taux zéro-coupon

---

La construction de la courbe des taux zéro-coupon revêt une importance cruciale dans de nombreux domaines financiers tels que l'évaluation des instruments à revenu fixe, la gestion des risques, et notamment dans le calcul des provisions techniques d'un portefeuille d'assurance non-vie. Cette courbe, représentant les taux d'intérêt en fonction des échéances, est utilisée comme référence pour déterminer la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs. Dans cette partie, nous examinerons les principales méthodes et techniques utilisées pour construire de manière fiable et précise la courbe des taux zéro-coupon, permettant ainsi une évaluation adéquate des provisions techniques dans le contexte spécifique de l'assurance non-vie.

Donc l'objectif de cette section est de procéder à la construction de la courbe des taux zéro-coupon, qui sera ultérieurement utilisée pour actualiser les flux de trésorerie, permettant ainsi d'estimer le Best-Estimate selon les différentes méthodes abordées dans la section théorique.

## 2.1 La méthode de Bootstrap

Afin de construire une courbe des taux, nous nous basons sur les données de marché, notamment les taux de référence du marché secondaire des bons du trésor publiés par Bank Al Maghrib. Cependant, il est important de noter que les obligations à zéro-coupon sont moins liquides que les obligations à coupons sur le marché. Par conséquent, il est nécessaire de recourir à des méthodes permettant de reconstruire la structure par terme ou la courbe zéro-coupon. Parmi ces méthodes, nous trouvons l'approche du Bootstrapping. Cette technique consiste en une procédure progressive pour reconstituer une courbe zéro-coupon, en calculant les taux correspondants aux différentes échéances maturités. En pratique, cela implique de déterminer les taux équivalents pour les maturités pleines, plutôt que les maturités résiduelles associées aux dates d'échéance.

### 2.1.1 Extraction des données

Étant donné que la date d'évaluation des provisions techniques est fixée à la date d'exercice de l'année 2022, c'est-à-dire le 31/12/2022, nous procéderons à l'extraction de la base de données des taux moyens pondérés (TMP) associée à cette date à partir du site officiel de Bank Al Maghrib.

Date d'échéance	Transaction	Taux moyen pondéré	Date de la valeur
13/01/2023	322,4	2,95%	30/12/2022
23/01/2023	120,47	2,93%	30/12/2022
06/03/2023	30,15	2,94%	30/12/2022
22/05/2023	168,01	3,17%	30/12/2022
19/06/2023	829,46	3,01%	30/12/2022
17/07/2023	210,28	3,00%	30/12/2022
05/08/2023	116,18	3,02%	30/12/2022
11/09/2023	349,31	3,05%	30/12/2022
16/10/2023	57,86	3,13%	30/12/2022
15/01/2024	62,41	2,97%	30/12/2022
18/03/2024	100,37	2,99%	30/12/2022
15/04/2024	261,82	2,96%	30/12/2022
17/06/2024	53,19	2,99%	30/12/2022
15/07/2024	149,79	2,99%	30/12/2022
16/09/2024	69,58	3,05%	30/12/2022
20/10/2025	100,5	2,98%	30/12/2022
20/04/2026	138,51	2,94%	30/12/2022
16/04/2029	118,63	3,00%	30/12/2022
18/06/2029	115,57	3,01%	30/12/2022
16/06/2031	274,67	3,13%	30/12/2022
18/07/2033	317,93	3,21%	30/12/2022
17/07/2034	61,82	3,35%	30/12/2022
16/07/2035	356,46	3,28%	30/12/2022
18/08/2036	36,32	3,37%	30/12/2022
16/08/2038	135,19	3,43%	30/12/2022
16/04/2040	15,09	3,49%	30/12/2022
19/02/2046	21,09	3,61%	30/12/2022
14/02/2050	13,91	3,79%	30/12/2022
20/02/2051	135,76	3,61%	30/12/2022
Total	4742,73		

TABLE 2.1 – Les taux moyens pondérés obtenus du site officiel de Bank Al Maghrib

### 2.1.2 la transformation des taux monétaires en taux actuariels

Afin de garantir l'interpolation cohérente entre tous les points de la courbe des taux précédente, il est impératif d'assurer une base d'intérêt uniforme. C'est pourquoi il est nécessaire de convertir les taux monétaires en taux actuariels pour obtenir les taux correspondant aux échéances supérieures à 1 an.

Afin de convertir les taux monétaires en taux actuariels, on applique la formule suivante :

$$T_{actuariel} = \left(1 + \frac{n * T_{montaire}}{360}\right)^{\frac{365}{n}} - 1$$

Avec :

- $n$  : le nombre de jours de placement (La maturité en jours)

Dans un premier temps, nous procéderons à la détermination précise de la maturité (en jours et en années) pour chaque taux moyen pondéré (TMP) afin de distinguer entre :

- Les TMP ayant une maturité supérieure à un an, qui seront utilisés tels quels.
- Les TMP ayant une maturité inférieure à un an, qui nécessiteront une conversion en taux actuariels en conséquence.

Echéance	Transaction	TMP	Date de la valeur	La maturité(jrs)	La maturité(an)
13/01/2023	322,4	2,95%	30/12/2022	14	0,04
23/01/2023	120,47	2,93%	30/12/2022	24	0,07
06/03/2023	30,15	2,94%	30/12/2022	66	0,18
22/05/2023	168,01	3,17%	30/12/2022	143	0,39
19/06/2023	829,46	3,01%	30/12/2022	171	0,47
17/07/2023	210,28	3,00%	30/12/2022	199	0,55
05/08/2023	116,18	3,02%	30/12/2022	218	0,6
11/09/2023	349,31	3,05%	30/12/2022	255	0,7
16/10/2023	57,86	3,13%	30/12/2022	290	0,79
15/01/2024	62,41	2,97%	30/12/2022	381	1,04
18/03/2024	100,37	2,99%	30/12/2022	444	1,22
15/04/2024	261,82	2,96%	30/12/2022	472	1,29
17/06/2024	53,19	2,99%	30/12/2022	535	1,47
15/07/2024	149,79	2,99%	30/12/2022	563	1,54
16/09/2024	69,58	3,05%	30/12/2022	626	1,72
20/10/2025	100,5	2,98%	30/12/2022	1025	2,81
20/04/2026	138,51	2,94%	30/12/2022	1207	3,31
16/04/2029	118,63	3,00%	30/12/2022	2299	6,3
18/06/2029	115,57	3,01%	30/12/2022	2362	6,47
16/06/2031	274,67	3,13%	30/12/2022	3090	8,47
18/07/2033	317,93	3,21%	30/12/2022	3853	10,56
17/07/2034	61,82	3,35%	30/12/2022	4217	11,55
16/07/2035	356,46	3,28%	30/12/2022	4581	12,55
18/08/2036	36,32	3,37%	30/12/2022	4980	13,64
16/08/2038	135,19	3,43%	30/12/2022	5708	15,64
16/04/2040	15,09	3,49%	30/12/2022	6317	17,31
19/02/2046	21,09	3,61%	30/12/2022	8452	23,16
14/02/2050	13,91	3,79%	30/12/2022	9908	27,15
20/02/2051	135,76	3,61%	30/12/2022	10279	28,16
Total	4742,73				

TABLE 2.2 – Les taux moyens pondérés avant la transformation en taux actuariels

Après transformation :

Taux moyen pondéré	La maturité en année	Taux actuariel
2,95%	0,04	3,03%
2,93%	0,07	3,01%
2,94%	0,18	3,02%
3,17%	0,39	3,25%
3,01%	0,47	3,08%
3,00%	0,55	3,06%
3,02%	0,6	3,08%
3,05%	0,7	3,11%
3,13%	0,79	3,18%
2,97%	1,04	2,97%
2,99%	1,22	2,99%
2,96%	1,29	2,96%
2,99%	1,47	2,99%
2,99%	1,54	2,99%
3,05%	1,72	3,05%
2,98%	2,81	2,98%
2,94%	3,31	2,94%
3,00%	6,3	3,00%
3,01%	6,47	3,01%
3,13%	8,47	3,13%
3,21%	10,56	3,21%
3,35%	11,55	3,35%
3,28%	12,55	3,28%
3,37%	13,64	3,37%
3,43%	15,64	3,43%
3,49%	17,31	3,49%
3,61%	23,16	3,61%
3,79%	3,79%	3,79%
3,61%	3,61%	3,61%

TABLE 2.3 – Les taux actuariels après transformation des taux monétaires de maturité inférieure à une année

### 2.1.3 Interpolation linéaire des taux actuariels

Dans la méthode du Bootstrap, l'interpolation linéaire des taux actuariels pour les maturités pleines est une étape essentielle pour construire la courbe des taux zéro-coupon de manière cohérente. Cette méthode repose sur l'hypothèse que la courbe des taux évolue de

manière linéaire entre les taux observés pour les maturités disponibles sur le marché. L'objectif est d'estimer les taux zéro-coupon pour les maturités qui ne sont pas directement observées.

Pour effectuer cette interpolation linéaire, on utilise les taux actuariels correspondant aux maturités pleines disponibles, généralement obtenus à partir des bons du trésor du marché secondaire. En utilisant deux taux connus pour des maturités adjacentes, on trace une ligne droite entre ces deux points dans le plan taux actuariel en fonction de la maturité. Cette ligne droite représente l'approximation linéaire de la courbe des taux entre les deux maturités.

En utilisant cette approximation linéaire, on peut estimer les taux actuariels pour les maturités pleines intermédiaires. Ces estimations sont obtenues en déterminant le taux actuariel correspondant à chaque maturité pleine, en utilisant la relation linéaire suivante :

$$R_k = R(t_0, t_i) + \frac{(R(t_0, t_{i+1}) - R(t_0, t_i)) * (t_k - t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

Avec  $R_k$  : Le taux d'actualisation d'une obligation correspondant à sa maturité pleine  $t_k$ .

La maturité en année	Taux actuariel interpolé
1	3%
2	3,03%
3	2,96%
4	2,95%
5	2,97%
6	2,99%
7	3,04%
8	3,1%
9	3,15%
10	3,19%
11	3,27%
12	3,32%
13	3,32%
14	3,38%
15	3,41%
16	3,44%
17	3,48%
18	3,5%
19	3,52%
20	3,55%
21	3,55%
22	3,57%
23	3,61%
24	3,65%
25	3,69%

TABLE 2.4 – Les taux actuariels de maturités pleines obtenus par l’interpolation linéaire

### 2.1.4 Transformation des taux actuariels en taux zéro coupon

On procède à la construction de la courbe des taux zéro-coupon. Les taux zéro-coupon pour les maturités inférieures à un an correspondent directement aux taux actuariels. Cependant, pour les maturités supérieures à un an, nous devons reconstituer progressivement la courbe des taux zéro-coupon, étant donné la présence de paiements intermédiaires tels que les coupons, qui sont généralement versés de manière annuelle.

Pour ce faire on utilise la formule suivante :

$$ZC_j = \left( \frac{1 + R_j}{1 - R_j * \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{(1+ZC_i)^i}} \right)^{\frac{1}{j}} - 1$$

Avec :

- $ZC_j$  : Le taux zéro-coupon de maturité  $j$ .
- $R_j$  : Le taux actuariel interpolé de maturité  $j$ .

La maturité en année	Taux zéro coupon
1	3%
2	3,03%
3	2,96%
4	2,95%
5	2,97%
6	3%
7	3,05%
8	3,11%
9	3,17%
10	3,21%
11	3,31%
12	3,36%
13	3,36%
14	3,43%
15	3,47%
16	3,51%
17	3,55%
18	3,59%
19	3,61%
20	3,64%
21	3,66%
22	3,69%
23	3,72%
24	3,78%
25	3,85%

TABLE 2.5 – Transformation des taux actuariels en taux zéro-coupon

Le schéma ci-dessous illustre la courbe des taux zéro-coupon obtenue en utilisant la méthode du Bootstrap.

## 2.2 La modélisation de la courbe des taux

### 2.2.1 Le modèle de Nelson-Siegel

Introduit en 1987 dans le Journal of Science, le modèle de Nelson-Siegel est largement utilisé comme modèle de taux non stochastique. Ce modèle appartient à la catégorie des

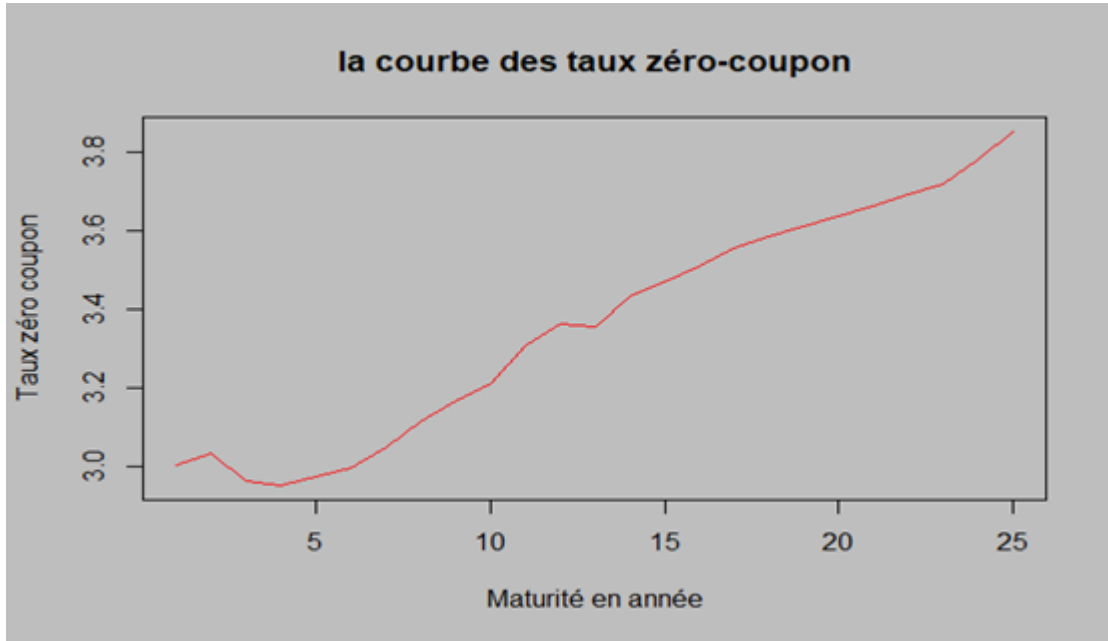


FIGURE 2.1 – La courbe des taux zéro-coupon obtenus par la méthode du Bootstrap

approches basées sur des classes de fonctions spécifiques.

Dans ce modèle, on considère un taux zéro-coupon pour chaque maturité. Il utilise trois facteurs pour estimer la structure à terme de la courbe des taux d'intérêt. Grâce à sa performance prévisionnelle supérieure à d'autres approches, le modèle de Nelson-Siegel a gagné en popularité. Contrairement à la méthode de bootstrapping, l'interpolation n'est pas requise dans le modèle NS, car il génère automatiquement le taux correspondant à toute maturité donnée.

Nelson et Siegel proposent de définir le taux zéro-coupon par la formule suivante :

$$R(0, \tau) = \beta_0 + \beta_1 * \Phi(\tau/\alpha_1) + \beta_2 * \Psi(\tau/\alpha_1)$$

Avec :

$$\Phi(\tau/\alpha_1) = \frac{1 - \exp(-\tau/\alpha_1)}{\tau/\alpha_1}$$

Et :

$$\Psi(\tau/\alpha_1) = \frac{1 - \exp(-\tau/\alpha_1)}{\tau/\alpha_1} - \exp(-\tau/\alpha_1)$$

Où :

- $\beta_0$  : Le facteur niveau c'est-à-dire le taux long ;
- $\beta_1$  : Le facteur de rotation c'est-à-dire l'écart entre le taux court et le taux long ;

- $\beta_2$  : Le facteur de pente ;
- $\alpha_1$  : Le paramètre d'échelle.

### Estimation des paramètres :

Pour estimer les paramètres du modèle Nelson Siegel, On charge d'abord le package Yield-Curve. Puis, on calcule les paramètres  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\alpha_1$ .

On obtient les résultats suivants :

```

> fit_ns=Nelson.siegel(tableau_taux_zero[,2],tableau_taux_zero[,1])
> print(fit_ns)
      beta_0      beta_1      beta_2  lambda
[1,] 0.04404561 -0.01255545 -0.02452547 0.239118
>

```

FIGURE 2.2 – Les paramètres du modèle de Nelson Siegel

### Estimation des taux zéro-coupon :

Après avoir estimé les paramètres du modèle, on peut estimer les taux zéro coupon en utilisant la formule précédente :

La maturité en année	Taux zéro coupon NS
1	3,04%
2	2,98%
3	2,96%
4	2,96%
5	2,98%
6	3,02%
7	3,06%
8	3,11%
9	3,17%
10	3,22%
11	3,27%
12	3,32%
13	3,37%
14	3,42%
15	3,47%
16	3,51%
17	3,55%
18	3,59%
19	3,62%
20	3,66%
21	3,69%
22	3,72%
23	3,74%
24	3,77%
25	3,79%

TABLE 2.6 – Les taux zéro-coupon estimés par le modèle de Nelson-Siegel

Le graphe suivant montre la comparaison entre la courbe des taux zéro-coupon du marché et celle obtenue par la méthode de Nelson-Siegel.

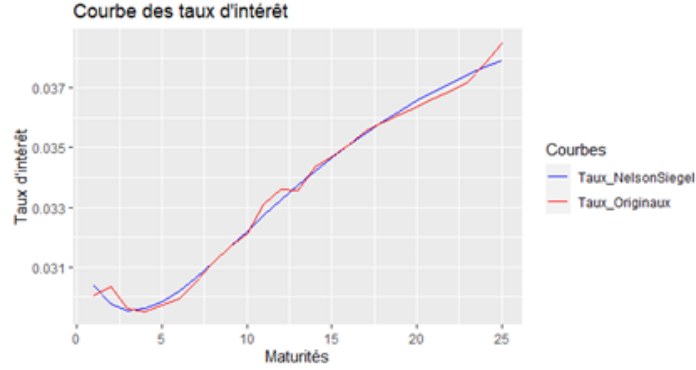


FIGURE 2.3 – La courbe des taux zéro-coupon obtenue par le modèle de Nelson-Siegel

### 2.2.2 Le modèle de Smith-Wilson

Ce modèle a été présenté par SMITH et WILSON en 2001, et il utilise une approche macroéconomique où les valeurs des obligations zéro-coupon dépendent du taux forward à long terme ultime, connu sous le nom d'UFR (Ultimate Forward Rate). En effet au delà d'une certaine limite, le dernier point liquide (Last Liquid Point), les données observables ne sont plus fiables. D'où vient la nécessité d'extrapoler à partir de ce point. À partir de ce dernier point, la courbe doit converger vers l'UFR.

L'objectif de ce modèle est d'estimer la fonction des prix pour chaque maturité  $m$ , afin de déterminer les taux zéro-coupon correspondants. Par conséquent, les prix des obligations zéro-coupon sont calculés en utilisant la formule suivante :

$$P(0, \tau) = e^{-ufr*\tau} + \sum_{j=1}^n \zeta_j * W(\tau, \tau_j)$$

Avec :

$$W(\tau, \tau_j) = e^{-ufr*(\tau+\tau_j)} * \left\{ \alpha * \min(\tau, \tau_j) - 0,5 * e^{-\alpha*\max(\tau, \tau_j)} * [e^{\alpha*\min(\tau, \tau_j)} - e^{-\alpha*\min(\tau, \tau_j)}] \right\}$$

Où :

- $ufr$  : Ultimate Forward Rate ;
- $\tau_j$  : La maturité d'une obligation zéro-coupon observée ;
- $\alpha$  : La vitesse de convergence.

#### Détermination du dernier point liquide :

Le dernier point de liquidité est défini de manière que le cumul des obligations dont les échéances dépassent le dernier point de liquidité représente moins de 6% du volume total des transactions prises en compte pour la construction de la courbe de référence des taux des bons du Trésor.

Echéance	Transaction	TMP	DateValeur	Maturité(jrs)	Maturité(an)	V7
13/01/2023	322,4	2,95%	30/12/2022	14	0,04	0.9926091661
23/01/2023	120,47	2,93%	30/12/2022	24	0,07	0.9649921140
06/03/2023	30,15	2,94%	30/12/2022	66	0,18	0.9580804005
22/05/2023	168,01	3,17%	30/12/2022	143	0,39	0.9195650779
19/06/2023	829,46	3,01%	30/12/2022	171	0,47	0.7294161608
17/07/2023	210,28	3,00%	30/12/2022	199	0,55	0.6812106846
05/08/2023	116,18	3,02%	30/12/2022	218	0,6	0.6545770902
11/09/2023	349,31	3,05%	30/12/2022	255	0,7	0.5744997891
16/10/2023	57,86	3,13%	30/12/2022	290	0,79	0.5612357181
15/01/2024	62,41	2,97%	30/12/2022	381	1,04	0.5469285858
18/03/2024	100,37	2,99%	30/12/2022	444	1,22	0.5239193427
15/04/2024	261,82	2,96%	30/12/2022	472	1,29	0.4638986190
17/06/2024	53,19	2,99%	30/12/2022	535	1,47	0.4517051186
15/07/2024	149,79	2,99%	30/12/2022	563	1,54	0.4173666257
16/09/2024	69,58	3,05%	30/12/2022	626	1,72	0.4014158123
20/10/2025	100,5	2,98%	30/12/2022	1025	2,81	0.3991119079
20/04/2026	138,51	2,94%	30/12/2022	1207	3,31	0.3673592899
16/04/2029	118,63	3,00%	30/12/2022	2299	6,3	0.3401640472
18/06/2029	115,57	3,01%	30/12/2022	2362	6,47	0.3136702918
16/06/2031	274,67	3,13%	30/12/2022	3090	8,47	0.2507037798
18/07/2033	317,93	3,21%	30/12/2022	3853	10,56	0.1778201625
17/07/2034	61,82	3,35%	30/12/2022	4217	11,55	0.1636482843
16/07/2035	356,46	3,28%	30/12/2022	4581	12,55	0.0819318870
18/08/2036	36,32	3,37%	30/12/2022	4980	13,64	0.0736057366
16/08/2038	135,19	3,43%	30/12/2022	5708	15,64	0.0426142095
16/04/2040	15,09	3,49%	30/12/2022	6317	17,31	0.0391549141
19/02/2046	21,09	3,61%	30/12/2022	8452	23,16	0.0343201533
14/02/2050	13,91	3,79%	30/12/2022	9908	27,15	0.0311313661
20/02/2051	135,76	3,61%	30/12/2022	10279	28,16	0.0000091698
Total	4742,73					

TABLE 2.7 – Détermination du dernier point liquide

Après analyse des données, on observe que le dernier point de liquidité (LLP) se situe dans la plage de 13 à 15. En se basant sur les informations disponibles, on retient que  $LLP = 13,64$ .

**Estimation des taux zéro-coupon :**

En utilisant la formule de la matrice de Wilson, on peut estimer par la suite les taux zéro-coupon du modèle de Smith-Wilson :

La maturité en année	Taux zéro coupon SW
1	3,00%
2	3,06%
3	2,82%
4	2,92%
5	3,06%
6	3,10%
7	3,36%
8	3,58%
9	3,60%
10	3,60%
11	4,28%
12	3,95%
13	3,30%
14	4,45%
15	3,97%
16	4,10%
17	4,28%
18	4,12%
19	4,06%
20	4,13%
21	4,19%
22	4,26%
23	4,33%
24	5,22%
25	5,55%

TABLE 2.8 – Les taux zéro-coupon estimés par le modèle de Smith-Wilson

Et voici le graphe comparant la courbe des taux zéro-coupon de marché et ceux du modèle de Smith-Wilson :

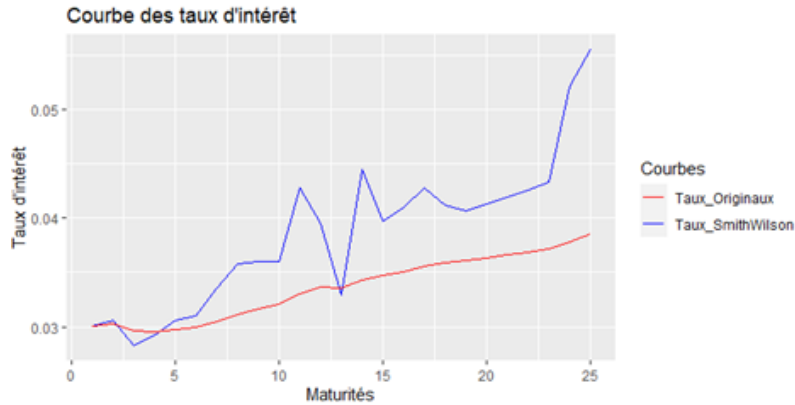


FIGURE 2.4 – La courbe des taux zéro-coupon obtenue par le modèle de Smith-Wilson

### 2.2.3 Le modèle de Svensson

Le modèle de Svensson est une approche qui étend le modèle de Nelson-Siegel, offrant une correction de la flexibilité et de la précision du modèle initial selon les affirmations de Lars Svensson. Dans cette extension, un terme supplémentaire est ajouté à l'expression de Nelson-Siegel, ce qui porte le nombre total de paramètres à déterminer à 6.

Et voici la formule du taux zéro-coupon du modèle de Svensson :

$$R(0, \tau) = \beta_0 + \beta_1 * \Phi(\tau/\alpha_1) + \beta_2 * \Psi(\tau/\alpha_1) + \beta_3 * \Psi(\tau/\alpha_2)$$

#### Estimation des paramètres :

Comme le modèle de Nelson Siegel, on procède à la détermination des coefficients en utilisant la fonction Svensson.

On obtient :

```
> print(fit_sv)
      beta_0    beta_1    beta_2    beta_3    tau1    tau2
[1,] 0.2495189 -0.2081052 -0.1829011 -0.5498778  2.230546 13.10448
```

FIGURE 2.5 – Les paramètres du modèle de Svensson

**Estimation des taux zéro-coupon :**

Par la suite, on passe à l'estimation des taux zéro-coupon en utilisant la formule précédente :

la maturité	Taux de Svensson
1	3,13%
2	2,80%
3	2,81%
4	2,96%
5	3,14%
6	3,31%
7	3,46%
8	3,57%
9	3,65%
10	3,71%
11	3,75%
12	3,79%
13	3,83%
14	3,87%
15	3,92%
16	3,98%
17	4,06%
18	4,14%
19	4,24%
20	4,35%
21	4,47%
22	4,61%
23	4,75%
24	4,91%
25	5,08%

FIGURE 2.6 – Les taux zéro-coupon estimés par le modèle de Svensson

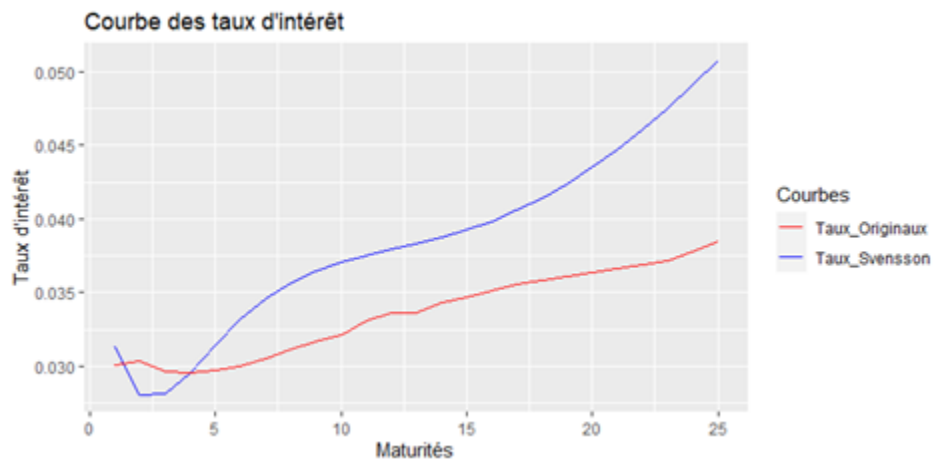


FIGURE 2.7 – La courbe des taux zéro-coupon obtenue par le modèle de Svensson

### 2.2.4 La mesure de l'efficacité des trois modèles

Il existe plusieurs critères d'évaluation des performances d'un modèle, et l'un des plus couramment utilisés est l'erreur quadratique moyenne (RMSE). La RMSE est une mesure d'erreur absolue qui évalue la différence entre les valeurs prédites par un modèle et les valeurs observées.

Une RMSE plus faible indique une meilleure adéquation entre les valeurs prédites et les valeurs observées, ce qui suggère une meilleure performance du modèle. Cela signifie que les prédictions du modèle sont en moyenne plus proches des valeurs réelles, ce qui est généralement souhaitable lors de l'évaluation des modèles.

Modèle	Nelson-Siegel	Smith-Wilson	Svensson
RMSE	0.000241034751758838	0.00657535318228038	0.00603848092959232

FIGURE 2.8 – L'erreur quadratique moyenne (RMSE) de chaque modèle

Après avoir examiné les résultats du tableau précédent, il est clair que le modèle de Nelson-Siegel affiche la plus petite RMSE. Par conséquent, dans le cadre de ce rapport, nous allons privilégier l'utilisation de ce modèle pour l'actualisation.

## Conclusion

---

Après avoir analysé les résultats obtenus par la RMSE, nous allons utiliser le modèle de Nelson Siegel pour l'actualisation dans le cadre de ce rapport.

En choisissant de nous appuyer sur le modèle de Nelson-Siegel, nous pouvons avoir plus confiance dans les résultats obtenus lors du processus d'actualisation. Cela nous permettra de prendre des décisions plus éclairées et de mieux évaluer les implications financières dans notre analyse. En utilisant ce modèle, nous pouvons également bénéficier d'un ajustement plus précis des taux d'actualisation, ce qui peut avoir un impact significatif sur les décisions d'investissement et les projections financières à long terme. Globalement, l'utilisation du modèle de Nelson-Siegel pour l'actualisation représente une approche plus robuste et fiable pour notre analyse.

## Chapitre 3

# Modélisation du passif du bilan et calcul de la meilleure estimation non-vie sous SBR

---

Les entreprises d'assurance non-vie doivent constituer des provisions techniques pour couvrir les sinistres à payer (PSAP), les primes non acquises (PPNA), les risques en cours (PPRE) et les égalisations (PPE). Bien que la PSAP représente généralement environ 85% des provisions totales, les entreprises souhaitent limiter les provisions pour maximiser leur performance et leur rentabilité pour les actionnaires. Toutefois, la capacité à prédire précisément les prestations futures est cruciale pour l'entreprise, car cela permet de constituer des provisions adéquates et d'éviter les problèmes de solvabilité.

L'objectif de cette partie est d'estimer les provisions techniques prudentielles non-vie, notamment la meilleure estimation non-vie. Pour y parvenir, nous allons évaluer différentes méthodes de provisionnement. D'un côté, nous allons comparer les méthodes de provisionnement déterministes telles que Chain Ladder et London Chain. De l'autre côté, nous allons évaluer les méthodes de provisionnement stochastiques telles que Mack et GLM. Cette comparaison nous permettra de choisir la méthode la plus appropriée pour calculer la meilleure estimation des engagements, ce qui nous aidera à fournir une estimation précise des frais de gestion.

## 3.1 Calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres

### 3.1.1 Présentation des données

Pour évaluer la solvabilité de la branche d'assurance responsabilité civile automobile d'une compagnie d'assurance X pour les dommages corporels de la catégorie Transport Public des Voyageurs (TPV). Le calcul de la Meilleure estimation des sinistres ( $BE_{Sinistres}$ ) et des PSAP se fait à partir des triangles des règlements de cette catégorie.

ANHSIN	Ann_1	Ann_2	Ann_3	Ann_4	Ann_5	Ann_6	Ann_7	Ann_8	Ann_9	Ann_10	Ann_11	Ann_12	Ann_13	Ann_14	Ann_15	
1	2008	12475683	65140085	132103487	204143416	261685661	302959486	328803571	346317812	356048108	361780031	365368175	368331693	369713440	370401541	371093432
2	2009	12987422	51266649	121305652	193705360	251222406	291736766	317909629	334397442	340820101	346642007	351861084	353746648	355470348	356422209	NA
3	2010	5721330	34322415	91257449	161810728	220925313	261288372	289624352	298830509	307276519	313094570	316414221	318488485	319673552	NA	NA
4	2011	6515905	35263399	93201450	153520948	206670030	243589107	260412220	271491071	278914688	281018890	283306064	285496367	NA	NA	NA
5	2012	6652869	37155154	98012393	166308781	219198789	244147873	260915627	271480094	277669199	280795267	283058990	NA	NA	NA	NA
6	2013	4897737	32055557	100554877	176211858	211615681	235732156	249399717	255085309	260113571	263261701	NA	NA	NA	NA	NA
7	2014	9446585	38869330	109528414	170190678	209093608	232328324	242899567	250359255	254881978	NA	NA	NA	NA	NA	NA
8	2015	6046699	45896719	122277818	195426770	237470739	253126340	265422409	272674672	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
9	2016	4971065	39874483	139174384	221586975	254613893	276547718	289760106	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
10	2017	5824225	49933098	164731460	239203788	272230707	304038402	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
11	2018	7930804	55786338	145094692	238780520	303160997	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
12	2019	6099692	33032957	107809750	224261861	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
13	2020	2701496	21078685	93553025	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
14	2021	5046077	40258103	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
15	2022	6094087	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

TABLE 3.1 – Le triangle des règlements cumulés de 2008 jusqu'à 2022

Il est important de différencier les garanties de responsabilité civile matérielle et corporelle en raison de :

- La différence de montants d'indemnisation, généralement plus élevés pour la garantie de responsabilité civile corporelle ;
- La phase de développement plus longue pour la RC Corporelle.
- La phase de liquidation du triangle des règlements de la garantie matérielle est courte (4 années) par rapport à celle du triangle des règlements de la garantie corporelle (15 années).

Enfin, pour calculer le ( $BE_{Sinistres}$ ), il s'agit de calculer la somme des diagonales des paiements décumulés obtenus par la méthode qui aura été choisie pour définir les paiements futurs et d'actualiser ces différents paiements aux taux zéro-coupon.

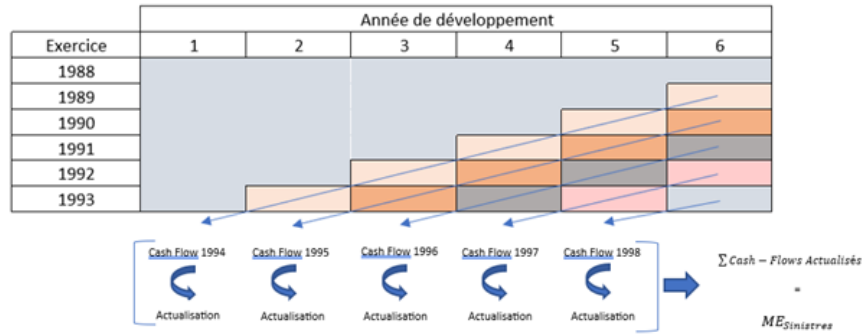


FIGURE 3.1 – illustration de la méthode de calcul du  $ME_{Sinistres}$

Il existe deux types de méthodes pour évaluer les provisions attritionnelles en assurance : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Les méthodes déterministes permettent de déterminer un niveau de réserves nécessaire, mais ne fournissent pas d'informations sur la distribution sous-jacente des provisions. À l'inverse, les méthodes stochastiques permettent de fournir une estimation de la variabilité des réserves, permettant ainsi de définir l'erreur d'estimation et des intervalles de confiance.

### 3.1.2 Les méthodes déterministes

#### 3.1.2.1 La méthode de Chain Ladder

Le principe de la méthode Chain-Ladder repose sur des coefficients de passage (aussi appelés de proportionnalité ou encore facteurs de développement) entre le niveau de sinistralité vu au bout d'une certaine période et ce même niveau vu un an auparavant. Ces facteurs sont ensuite appliqués aux années d'origine les plus récentes afin d'estimer leur charge future.

Cette méthode consiste à considérer que l'évolution des charges cumulées  $C_{i,j}$  est gouvernée par des facteurs de développement ou de passage (link ratios  $f_{(i,j)}$ ) qui ne dépendent pas des années de survenance, et ils sont définis comme suit :

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

avec  $i \in [0, n]$  et  $j \in [0, n - 1]$

$C_{i,j}$  : règlements cumulés, relatifs à l'année de survenance  $i$  et à l'année de développement  $j$ , c'est-à-dire entre l'année  $i$  et l'année  $i + j$ .

#### Hypothèses de la méthode :

La méthode de Chain Ladder s'appuie sur deux hypothèses :

**(H1)** : Vérifier l'indépendance des années de survenance dans l'évolution des sinistres payés entre deux années de développement successives. Plus précisément, nous cherchons à savoir si cette évolution est relativement stable pour toutes les années de survenance. Cela

CHAPITRE 3. MODÉLISATION DU PASSIF DU BILAN ET CALCUL DE LA  
MEILLEURE ESTIMATION NON-VIE SOUS SBR

nous permettra de déterminer si les années de survenance sont indépendantes les unes des autres.

Et pour vérifier cette hypothèse en pratique, on calcule les coefficients de développement individuels  $f_{i,j}$

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15
2008	5.222967	2.027368	1.545330	1.281872	1.157723	1.085305	1.053267	1.028096	1.016099	1.009918	1.008111	1.003751	1.001861	1.001868	NA
2009	3.947408	2.366171	1.596837	1.296931	1.161269	1.089714	1.051863	1.019207	1.017082	1.015056	1.005359	1.004873	1.002678	NA	NA
2010	5.999027	2.658829	1.773124	1.365332	1.182700	1.108447	1.031787	1.028264	1.018934	1.010603	1.006556	1.003721	NA	NA	NA
2011	5.411896	2.643008	1.647195	1.346201	1.178638	1.069063	1.042544	1.027344	1.007544	1.008139	1.007731	NA	NA	NA	NA
2012	5.584832	2.637922	1.696814	1.318023	1.113819	1.068679	1.040490	1.022798	1.011258	1.008062	NA	NA	NA	NA	NA
2013	6.544973	3.136894	1.752395	1.200916	1.113964	1.057979	1.022797	1.019712	1.012103	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2014	4.114644	2.817862	1.553850	1.228584	1.111121	1.045501	1.030711	1.018065	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2015	7.590376	2.664195	1.598219	1.215139	1.065926	1.048577	1.027323	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2016	8.021316	3.490312	1.592153	1.149047	1.086145	1.047776	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2017	8.573346	3.299043	1.452083	1.138070	1.116841	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2018	7.034134	2.600900	1.645687	1.269622	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2019	5.415512	3.263582	2.080240	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2020	7.802597	4.438276	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2021	7.978099	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2022	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

TABLE 3.2 – Triangle des coefficients de développement individuels des sinistres payés

Et puis on trace des graphes qui représentent l'évolution des coefficients de développement individuels en fonction des années de survenance et ceci pour chaque année de développement et essayer de détecter à partir du graphe s'il y a une fluctuation ou une instabilité assez flagrante au niveau des coefficients représentés.

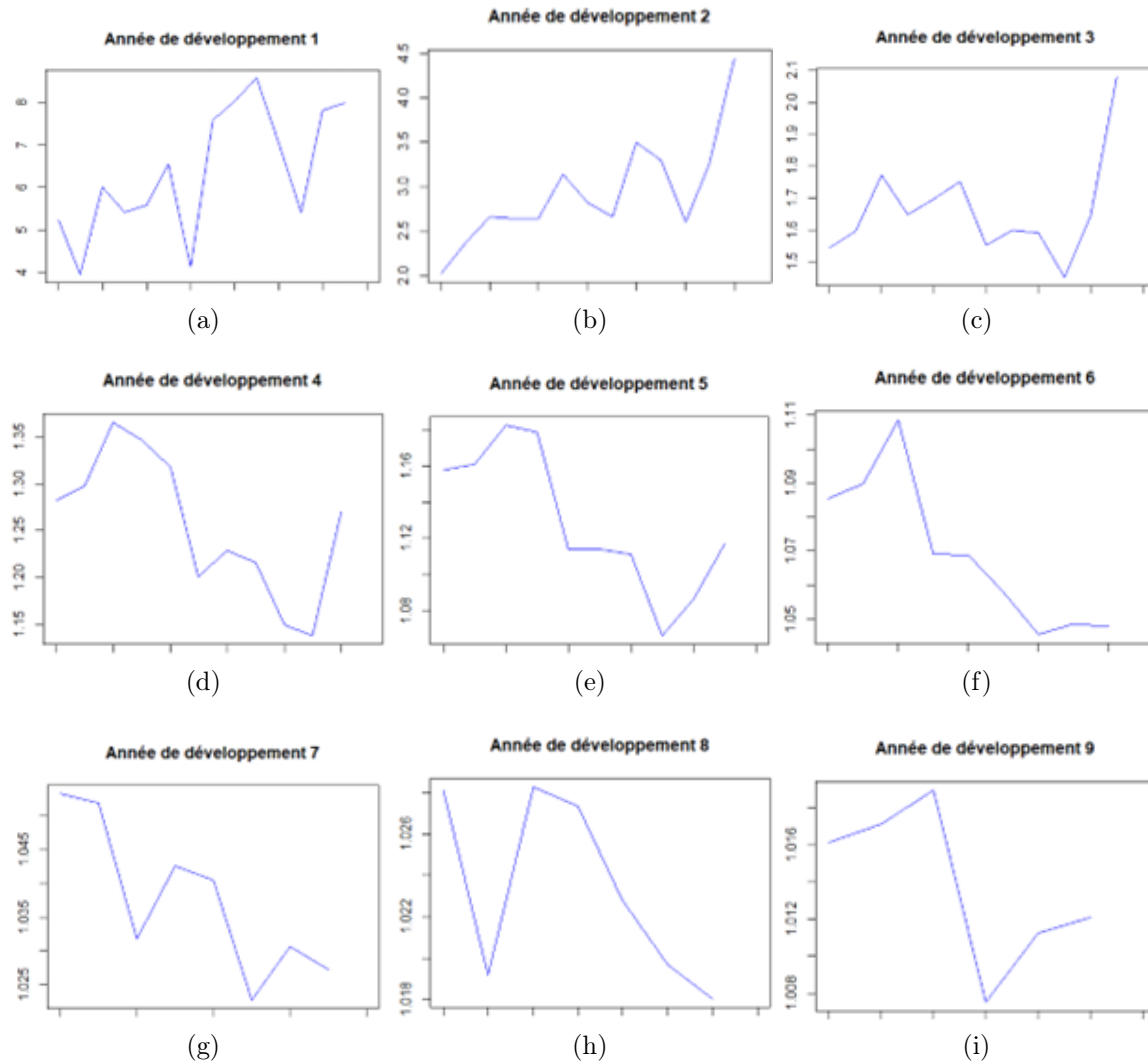
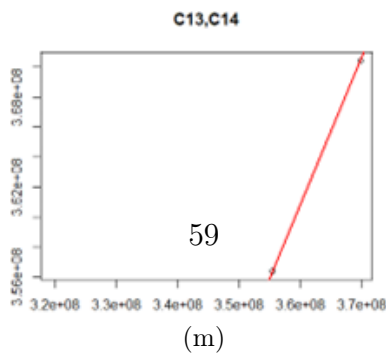
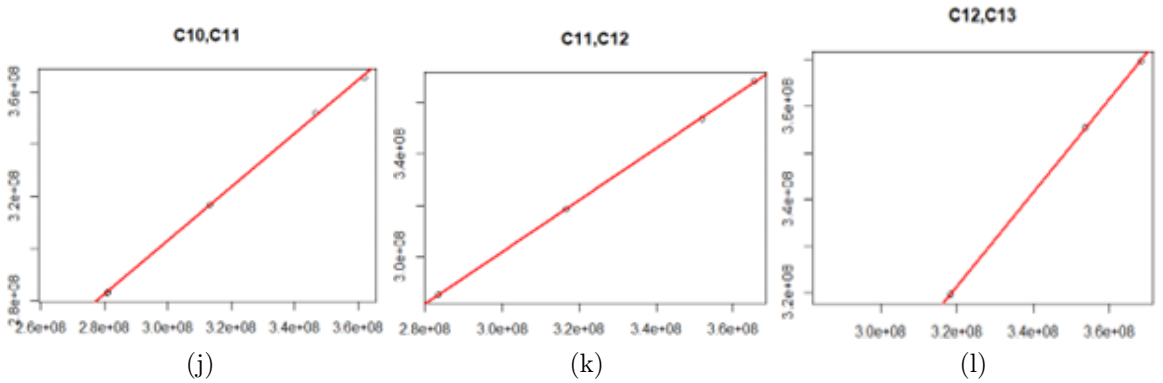
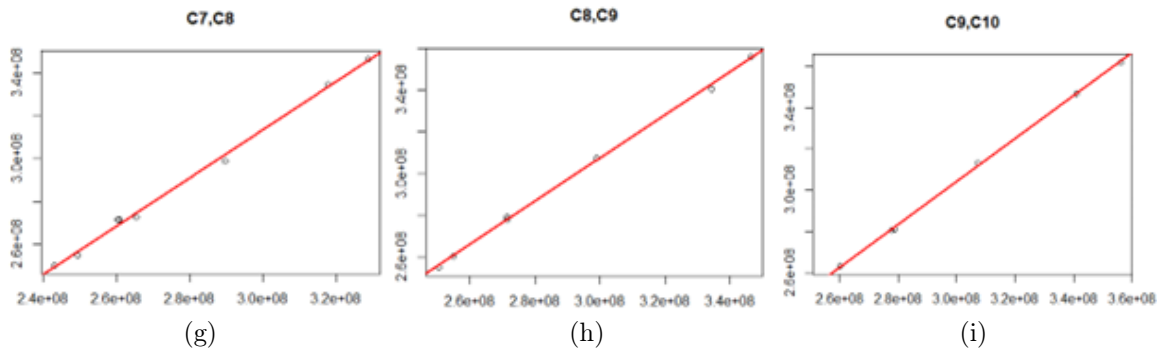
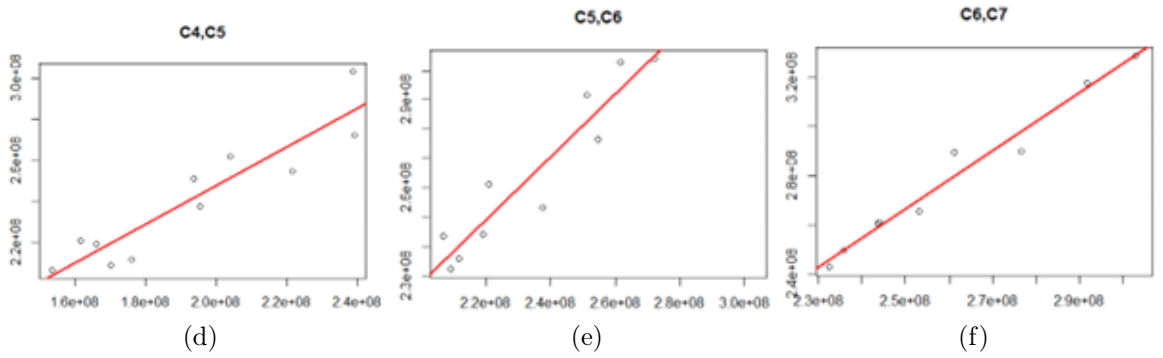
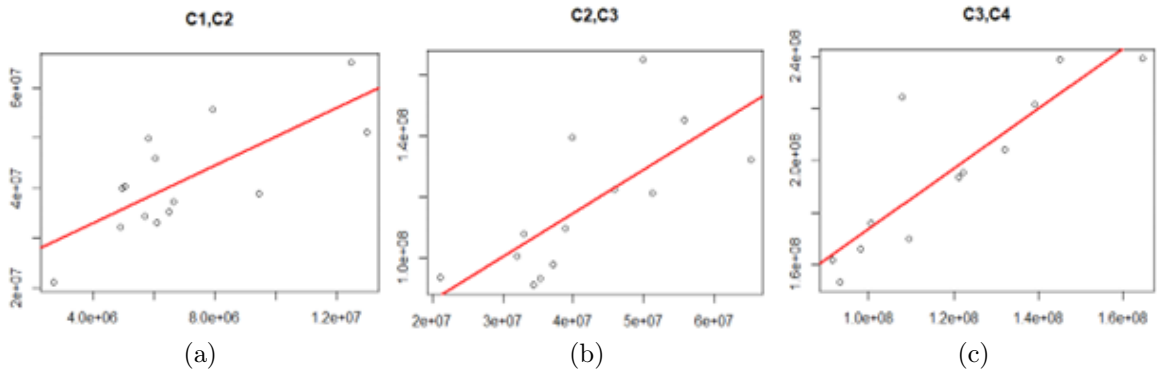


FIGURE 3.2 – L'évolution des coefficients de développement individuels en fonction des années de survénance

Au cours des années de développement 4 à 9, on observe une stabilité dans l'évolution des coefficients, avec des fluctuations comprises entre 1 et 1,4. En revanche, pour les années de développement 1, 2 et 3, une présence notable de points atypiques est constatée, nécessitant ainsi une correction mineure.

**(H2)** : établir une régression linéaire entre les sinistres payés cumulés pour deux années de développement consécutives. L'objectif ici est de trouver une corrélation entre la sinistralité cumulée de l'année  $j+1$  et le règlement cumulé de l'année  $j$  en tant que valeur explicative.

CHAPITRE 3. MODÉLISATION DU PASSIF DU BILAN ET CALCUL DE LA MEILLEURE ESTIMATION NON-VIE SOUS SBR



D'après les graphes précédents, on remarque qu'il y a une corrélation entre la sinistralité cumulée de l'année  $j+1$  et le règlement cumulé de l'année  $j$ .

**La méthode :**

**- Calcul des facteurs de développement communs :**

Les facteurs de développement d'une année de développement à une autre sont considérés communs à toutes les années de survenance. Leur évaluation est donnée par la formule suivante :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j-1} C_{i,j}}$$

**- Calcul des règlements cumulés futurs :**

Les estimations des règlements cumulés à venir sont déduites à partir de la formule récursive suivante :

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,n-i} * \prod_{k=n-i}^{j-1} \hat{f}_k$$

**Application :**

**- Calcul des facteurs de développement :**

Ann_dev	Fac_dev
1	5,959384917
2	2,813813764
3	1,645665247
4	1,248479669
5	1,128274097
6	1,069909939
7	1,038480441
8	1,023552061
9	1,014141961
10	1,010533345
11	1,006920272
12	1,004123247
13	1,002261443
14	1,001867948

TABLE 3.3 – Les facteurs de développement obtenus par la méthode de Chain Ladder pour les dommages corporels de la garantie RC Auto

**- Calcul des règlements cumulés futurs :**

*CHAPITRE 3. MODÉLISATION DU PASSIF DU BILAN ET CALCUL DE LA MEILLEURE ESTIMATION NON-VIE SOUS SBR*

	Ann_1	Ann_2	Ann_3	Ann_4	Ann_5	Ann_6	Ann_7	Ann_8	Ann_9	Ann_10	Ann_11	Ann_12	Ann_13	Ann_14	Ann_15
2008	12475683	65160085	132103487	204143416	261685661	302959486	328803571	346317812	356048108	361780031	365368175	368331693	369713440	370401541	371093432
2009	12987422	51266649	121305652	193705360	251222406	291736766	317909629	334397442	340820101	346642007	351861084	353746648	355470348	356422209	357087987
2010	5721330	34322415	91257449	161810728	220925313	261288372	289624352	298830509	307276519	313094570	316414221	318488485	319673552	320396476	320994960
2011	6515905	35263399	93201450	153520948	206670030	243589107	260412220	271491071	278914688	281018890	283306064	285496367	286673539	287321835	287858537
2012	6652869	37155154	98012393	166308781	219198789	244147873	260915627	271480094	277669199	280795267	283058990	285017835	286193034	286840243	287376046
2013	4897737	32055557	100554877	176211858	211615681	235732156	249399717	255085309	260113571	263261701	266034727	267875760	268890278	269588562	270092139
2014	9446585	38869330	109528414	170190678	209093608	232328324	242899567	250359255	254881978	258486509	261209237	263016876	264101359	264698609	265193053
2015	6046699	45896719	122277818	195426770	237470739	253126340	265422409	272674672	279096722	283043697	286025094	288004466	289191979	289845971	290387388
2016	4971065	39874483	139174384	221586975	254613893	276547718	289760106	300910203	307997258	312352943	315643065	317827400	319137881	319859594	320457075
2017	5824225	49933098	164731460	239203788	272230707	304038402	325293708	337811153	345767302	350657130	354350723	356802926	358274112	359084329	359755080
2018	7930804	55786338	145094692	238780520	303160997	342048700	365961304	380043656	388994468	394495612	398650971	401409744	403064855	403976364	404730971
2019	6099692	33032957	107805750	224261861	279986374	315901373	337986019	350991870	359258452	364339071	368176780	370724664	372253253	373095083	373792005
2020	2701496	21078685	93553025	153956962	192212137	216867975	232029202	240957788	246632841	250120713	252755321	254504456	255553841	256131761	256610202
2021	5046077	40258103	113278804	186418992	232740321	262594876	280952867	291764057	298635702	302858997	306049115	308167058	309437707	310137483	310716804
2022	6094087	36317010	102189303	168169385	209956058	236887982	253448806	263201628	269400568	273210421	276088240	277998846	279145104	279776375	280298983

TABLE 3.4 – Les règlements cumulés futurs estimés la méthode de Chain Ladder pour les dommages corporels de la garantie RC Auto

Le montant de provision est ici en faisant la différence entre la charge ultime (dans la dernière colonne) et les derniers paiements observés (sur la seconde diagonale).

Ainsi, on obtient le tableau des provisions estimés par la méthode de Chain Ladder comme suivant :

ANHSIN	Charge Ultime	Provision Ultime
2008	371093432	0
2009	357087987.327869	665778.327869356
2010	320994959.717634	1321407.71763432
2011	287858537.36193	2362170.36193031
2012	287376046.225369	4317056.22536904
2013	270092139.052044	6830438.05204391
2014	265193052.751782	10311074.7517825
2015	290387387.952763	17712715.9527635
2016	320457074.754684	30696968.7546841
2017	359755080.098604	55716678.0986043
2018	404730970.598862	101569973.598862
2019	373792005.125089	149530144.125089
2020	256610202.381035	163057177.381035
2021	310716803.762906	270458700.762906
2022	280298982.675926	274204895.675926
TOTAL	4756444661.7865	1088755179.7865

TABLE 3.5 – Les provisions estimés par la méthode de Chain Ladder pour les dommages corporels de la garantie RC Auto

CHAPITRE 3. MODÉLISATION DU PASSIF DU BILAN ET CALCUL DE LA  
MEILLEURE ESTIMATION NON-VIE SOUS SBR

---

⇒ Les cash-flows se calculent en sommant les éléments constitutifs de chaque diagonale du triangle inférieur décumulé. Les cash-flows obtenus sont ensuite actualisés sur la base de la courbe des taux zéro-coupon puis sommés pour obtenir le montant du  $BE_{sinistres}$ .

ANNSIN	Cash Flow non actualisé
2023	307989507.538709
2024	267632473.207077
2025	192513547.015276
2026	121147007.417143
2027	76152497.7266763
2028	47194163.3406042
2029	29443137.0443782
2030	18667535.7900682
2031	11859954.9516487
2032	7641584.07478911
2033	4456097.50541851
2034	2324474.65566081
2035	1210591.66157156
2036	522607.857480586
TOTAL	1088755179.7865

TABLE 3.6 – Les cash-flows non actualisés estimés

Comme on a vu auparavant, on a pris le modèle de Nelson – Siegel pour actualiser les cash – flows.

	Maturité	Cash_flow_actualise
1	2023	298910322.710254
2	2024	252379659.666535
3	2025	176407603.628571
4	2026	107805912.748618
5	2027	65743031.8947378
6	2028	39478899.0331432
7	2029	23835153.203815
8	2030	14605988.279764
9	2031	8958170.51760152
10	2032	5565907.43561974
11	2033	3126763.63512185
12	2034	1569905.03005842
13	2035	786361.837115447
14	2036	326279.221801987
15	TOTAL	999499958.842757

TABLE 3.7 – Le calcul de la meilleure estimation pour les sinistres corporels de la catégorie TPV

On obtient alors :

	Provision
PSAP	1088755179,7865
BE pour Sinistres	999499958,842757

### 3.1.2.2 La méthode de London Chain

L'approche de London-Chain a été développée par Benjamin et Eagles en 1986 pour l'évaluation des réserves au sein de l'institution du Lloyd's. Bien que moins couramment utilisée, cette méthode offre une perspective alternative en ce qui concerne la relation entre les paiements cumulés d'une année de développement à la suivante, contrairement à la méthode de Chain Ladder. La méthode London-Chain permet d'explorer les résultats obtenus lorsque l'hypothèse d'une relation linéaire entre les paiements cumulés est abandonnée, en supposant plutôt l'existence d'une fonction affine entre les paiements cumulés de deux années de développement successives, telles que :

$$\begin{aligned} C_{i,j+1} &= f_j * C_{i,j} + \alpha_j \quad \text{pour } j < n-1 \\ C_{i,n} &= f_{n-1} * C_{i,n-1} \quad \text{pour } j = n-1 \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'estimer  $2n$  paramètres, à savoir  $f_j$  et  $\alpha_j$  pour  $j=0, \dots, n-1$ . Le couple  $(f_j, \alpha_j)$  est estimé par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires, en minimisant la fonction suivante :

$$(f_j, \alpha_j) = \underset{Argmin}{\sum_{i=0}^{n-j-1}} (C_{i,j+1} - \alpha_j - f_j * C_{i,j})^2 \quad \text{pour } j = 0, \dots, n-1$$

Ainsi les estimateurs sont obtenus comme suit :

$$\hat{f}_j = \frac{\frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} * C_{i,j+1} - \bar{C}_j * \bar{C}_{j+1}}{\frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}^2 - \bar{C}_j^2} \quad \text{et} \quad \hat{\alpha}_j = \bar{C}_{j+1} - \hat{f}_j * \bar{C}_j \quad \text{pour } j = 0, \dots, n-2$$

Où les moyennes  $\bar{C}_j$  et  $\bar{C}_{j+1}$  sont définies comme suit :

$$\bar{C}_j = \frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j}$$

En particulier, pour  $j=n-1$ , nous posons :

$$\hat{f}_{n-1} = \frac{C_{0,n}}{C_{0,n-1}} \quad \text{et} \quad \hat{\alpha}_{n-1} = 0$$

Et pour les estimations des règlements cumulés à venir, elles sont déduites à partir de la formule récursive suivante :

$$\hat{C}_{i,j} = \hat{f}_{j-1} * \hat{C}_{i,j-1} + \hat{\alpha}_{j-1} \quad \text{Pour } i = 1, \dots, n \quad \text{et} \quad j = n-i+1, \dots, n.$$

Si l'hypothèse (H2) de la méthode de Chain Ladder est vérifiée (ce qui est notre cas), à savoir les points  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  pour chaque année  $j$  sensiblement alignés, ils le seront aussi par une droite non contrainte à l'origine.

**Application :**

- Calcul des facteurs  $\alpha_j$

	▲ Facteur de développement	◊ $\alpha$
1	2.9051588	21230708.9
2	1.4198683	57869633.5
3	1.1499867	58863803.1
4	0.9422117	59050959.4
5	1.0759436	12270064.8
6	1.1819498	-29148484.5
7	1.1203537	-22672625.9
8	1.0361952	-3662840.9
9	1.0371542	-6983596.9
10	1.0261140	-4933855.0
11	1.0055068	465360.5
12	1.0060421	-665551.5
13	0.9814815	7534621.2
14	1.0018679	0.0

TABLE 3.8 – Les facteurs  $\alpha_j$  de la méthode de London Chain pour les dommages corporels

Grâce à ces coefficients, il devient possible de réaliser une estimation de la section inférieure du triangle des paiements cumulés. En appliquant une approche similaire à celle décrite précédemment, nous sommes en mesure d'obtenir les PSAP ainsi que les flux de trésorerie suivants :

*CHAPITRE 3. MODÉLISATION DU PASSIF DU BILAN ET CALCUL DE LA MEILLEURE ESTIMATION NON-VIE SOUS SBR*

---

<b>ANNSIN</b>	<b>Charge ultime</b>	<b>Provision ultime</b>
2008	371093432	0
2009	357087987.327869	665778.327869356
2010	321888464.231498	2214912.23149824
2011	289323287.030249	3826920.030249
2012	288914466.081196	5855476.08119559
2013	271152699.398827	7890998.39882696
2014	265137432.926319	10255454.9263187
2015	290543222.632567	17868550.6325673
2016	322668137.301684	32908031.3016841
2017	372378041.937149	68339639.9371491
2018	422368420.42324	119207423.42324
2019	371094541.257921	146832680.257921
2020	285962228.18941	192409203.18941
2021	322332733.562558	282074630.562558
2022	319151458.081514	313057371.081514
<b>TOTAL</b>	<b>4871096552.382</b>	<b>1203407070.382</b>

TABLE 3.9 – Les provisions techniques obtenus par la méthode de London Chain pour les dommages corporels

En suivant le même processus de la méthode de Chain Ladder, on calcule d’abord des cash flows non actualisés à partir du triangle inférieur décumulé :

<b>ANNSIN</b>	<b>Cash Flow non actualisé</b>
2023	316263996.670053
2024	300313164.998705
2025	221946022.362553
2026	136971531.801495
2027	86653479.1102433
2028	56191295.8088774
2029	33298938.0820669
2030	19580884.0793627
2031	11615848.5091057
2032	7892597.09421581
2033	6435800.98365301
2034	3381178.20772028
2035	2267285.70614749
2036	595046.967803717
<b>TOTAL</b>	<b>1203407070.382</b>

TABLE 3.10 – Les cash-flows non actualisés estimés

Et puis on actualise ces cash flows par les taux obtenus du modèle de Nelson Siegel :

	▲ Maturite ▼	Cash_Flow_actualise ▼
1	2023	306940889.193763
2	2024	283197825.239653
3	2025	203377718.331506
4	2026	121887790.059827
5	2027	74808609.1855033
6	2028	47005187.4374795
7	2029	26956546.4275801
8	2030	15320616.8498534
9	2031	8773789.7888664
10	2032	5748738.01336435
11	2033	4515886.03124174
12	2034	2283582.08290154
13	2035	1472756.67737308
14	2036	371505.056442519
15	TOTAL	1102661440.37536

TABLE 3.11 – Le calcul de la meilleure estimation pour les sinistres corporels de la garantie RC Auto

D’où les résultats suivants :

	Provision
PSAP	1203407070,3820
BE pour Sinistres	1102661440,37536

### 3.1.3 Les méthodes stochastiques

#### 3.1.3.1 La méthode de Mack

Le modèle de Mack, développé en 1993, est l’un des premiers modèles stochastiques à produire des estimations similaires à celles de la méthode de Chain Ladder. Ce modèle permet d’estimer à la fois le montant de la PSAP (Provision pour Sinistres à Payer) et l’espérance de la PSAP de manière similaire à la méthode de Chain Ladder. Une différence importante est que le modèle de Mack permet également d’estimer l’erreur de prédiction associée à la PSAP.

**Hypothèses de la méthode :**

Cette approche de Mack est basée sur trois hypothèses : les deux premières sont celles qui ont été initialement introduites par la méthode de Chain Ladder, tandis que la dernière concerne la variabilité des données dans le triangle.

**(H1)** : Les coefficients de développement  $f_{i,j}$  pour  $j = 0, \dots, n-1$  sont indépendants de l'année de survenance  $i$  (correspondant à l'hypothèse H1 de la méthode de Chain Ladder).

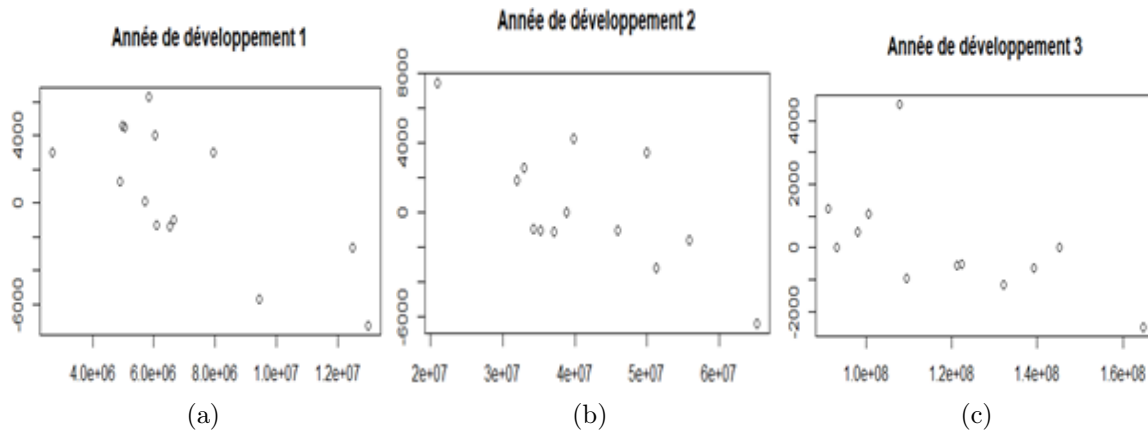
**(H2)** : Il existe des coefficients  $f_j$  strictement positifs tels que  $E(C_{i,j+1}/C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = f_j * C_{i,j}$  pour  $i = 0, \dots, n$  et  $j = 0, \dots, n-1$

**(H3)** : Il existe des paramètres  $\sigma_j$  strictement positifs tels que :  $V(C_{i,j+1}/C_{i,j}) = \sigma_j^2 * C_{i,j}$

En respectant les deux premières hypothèses, le modèle de Mack offre des estimations identiques des facteurs de développement par rapport au modèle de Chain Ladder. De plus, ces estimations, ainsi que l'estimation de la provision  $\hat{R}_i$ , sont sans biais.

Afin de vérifier la dernière hypothèse, on va faire usage de ce qu'on appelle les résidus normalisés :  $r_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - f_j * C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$ . On va représenter par suite le nuage de points  $(C_{i,j}, r_{i,j})$  pour chaque année de développement et constater si la représentation graphique obtenue ne révèle aucune structure ou tendance particulière.

On présentera ci-dessous les graphes générés :



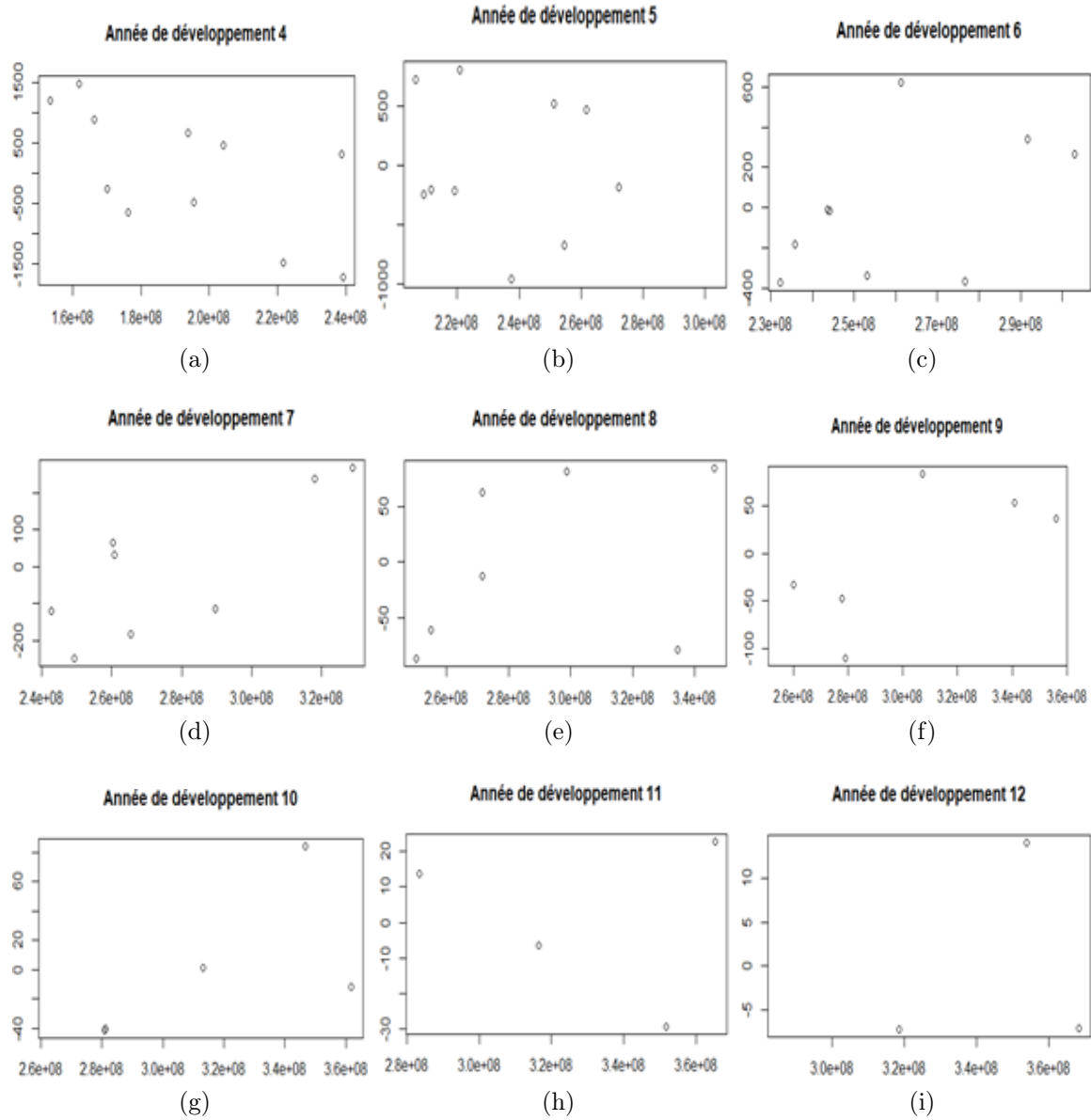


FIGURE 3.4

En observant attentivement ces ensembles de points, il est évident qu'ils ne présentent aucune structure ou tendance spécifique. Par conséquent, nous pouvons conclure que la troisième hypothèse est validée.

**Application :**

- Calcul des facteurs de développements :

La première étape de la méthode de Mack consiste à calculer les coefficients de développement, qui sont les mêmes coefficients estimés par la méthode Chain Ladder.

La modèle de Mack fournit la même estimation du montant de la PSAP et du  $BE_{sinistres}$  que la méthode de Chain Ladder.

- Estimation des  $\sigma_j^2$  :

Les  $\sigma_j^2$  sont estimées comme suit :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} * \sum_{i=0}^{n-j-1} C_{i,j} * \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2 \quad \text{pour } j = 0, \dots, n-2$$

$$\hat{\sigma}_{n-1}^2 = \min\left(\frac{\hat{\sigma}_{n-2}^4}{\hat{\sigma}_{n-3}^2}, \min(\hat{\sigma}_{n-3}^2, \hat{\sigma}_{n-2}^2)\right)$$

En utilisant les triangles des règlements cumulés et les formules d'estimation des coefficients  $\sigma_j$ , nous parvenons aux résultats suivants :

Année de développement	sigma^2
1	1.527031e+07
2	1.175320e+07
3	2.719477e+06
4	1.005349e+06
5	3.240317e+05
6	1.108297e+05
7	3.202492e+04
8	5.065275e+03
9	4.482990e+03
10	2.111120e+03
11	4.010880e+02
12	1.003948e+02
13	6.042055e+01
14	3.636288e+01

Nous calculons finalement les erreurs quadratiques moyennes MSEP, les erreurs standard de prédiction SEP et les erreurs quadratiques relatives SER pour les estimations des provisions, pour chaque année de survenance  $i$ .

$$\widehat{SEP}(\hat{R}_i) = \sqrt{\widehat{MSEP}(\hat{R}_i)} \quad \text{et} \quad \widehat{SER}(\hat{R}_i) = \frac{\widehat{SEP}(\hat{R}_i)}{\hat{R}_i}$$

ANN SIN	Réserve Mack (= Réserve Chain-Ladder)	MSEP	SEP	SER
2008	0	0	0	0
2009	665778.327869356	260419.824816394	510.313457412593	0.000766491542381251
2010	1321407.71763432	337355.030295774	580.822718474212	0.000439548453307086
2011	2362170.36193031	391450.121164484	625.659748716892	0.000264866479911981
2012	4317056.22536904	582979.019033882	763.530627436701	0.000176863720919324
2013	6830438.05204391	1072393.67334305	1035.56442259429	0.000151610250280275
2014	10311074.7517825	1664645.54102609	1290.21143268307	0.000125128705177899
2015	17712715.9527635	2247951.66714871	1499.31706691704	8.46463676669031e-05
2016	30696968.7546841	4388283.91947093	2094.823123672	6.82420189567528e-05
2017	55716678.0986043	8621976.5340966	2936.32023697971	5.27009207509316e-05
2018	101569973.598862	16046337.5856911	4005.78801057808	3.94387028827874e-05
2019	149530144.125089	26914046.0263629	5187.87490465633	3.46945088230265e-05
2020	163057177.381035	36099206.7685552	6008.26154295527	3.6847574816747e-05
2021	270458700.762906	75788838.051192	8705.67849459145	3.21885687908527e-05
2022	274204895.675926	107186270.315596	10353.0802332251	3.77567300820955e-05
TOTAL	1088755179.7865	281602154.077793	45597.2460208927	NA

TABLE 3.12 – Les provisions et les erreurs de prédiction obtenues par la méthode de Mack par année de survenance

=> Les MSEP sont obtenues à l'aide du modèle Mack Chain Ladder de la bibliothèque "ChainLadder" dans R.

Puisque le modèle de Mack fournit la même estimation du montant de la PSAP et du  $BE_{sinistres}$  que la méthode de Chain Ladder, on aura alors les mêmes résultats que ceux de la méthode de Chain Ladder.

	Provision
PSAP	1088755179.7865
BE pour Sinistres	999499958.842757

### 3.1.3.2 La méthode de GLM

La méthode du GLM pour le provisionnement des PSAP utilise le triangle de liquidation décumulé plutôt que le triangle de liquidation cumulé. Elle repose sur l'hypothèse que la variable à expliquer, les règlements payés  $Y_{i,j}$ , suit une loi exponentielle telle que la loi log-normale, la loi gamma ou la loi de Poisson surdispersée et les variables explicatives sont l'année de survenance  $i$  et l'année de développement  $j$ .

La méthode du GLM consiste à établir une relation entre les incréments de paiement  $Y_{i,j}$  du triangle de liquidation (variables réponses) et les variables explicatives  $\mu_{i,j}$

Un modèle de GLM est défini par 3 composantes :

— **Composante aléatoire :**

Il s'agit des variables réponses, qui sont indépendantes et suivent une loi de probabilité appartenant à la famille exponentielle. La densité de chaque  $Y_{i,j}$  peut donc être exprimée sous la forme :

$$f(y_{i,j}, \theta_{i,j}, \phi) = \exp\left(\frac{y_{i,j} * \theta_{i,j} - b(\theta_{i,j})}{a(\theta)} + c(y_{i,j}, \phi)\right)$$

→ b et c sont des fonctions caractéristiques de la distribution choisie .

→  $\theta_{i,j}$  est un paramètre canonique inconnu (appelé paramètre naturel). Il est fonction de l'espérance de la variable réponse  $E(Y_{i,j})$ .

→  $\phi$  est un paramètre de dispersion (ou paramètre d'échelle) strictement positif. Il est indépendant de i et j.

— **Composante déterministe :**

Les variables explicatives utilisées comme prédicteurs dans le modèle, définissent sous forme de combinaison linéaire la composante déterministe  $\eta_{i,j}$ .

Dans le cas de provisionnement, cette composante est représentée par les années de survenance et les années de développement. Elle peut s'écrire :

$$\eta_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j \quad \text{pour } 0 \leq i \leq j \leq n - 1$$

Avec :

$\alpha_i$  : Un paramètre lié à la  $i^{me}$  année de survenance.

$\beta_j$  : Un paramètre lié à la  $j^{me}$  année de développement.

$\mu$  : représente la moyenne générale (ou intercept).

les paramètres  $(\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1})$  et  $(\beta_0, \dots, \beta_{n-1})$  correspondent respectivement aux effets « lignes » et aux effets « colonnes » du modèle qu'on cherche à estimer.

— **Fonction de lien :**

La troisième composante de ce modèle est la fonction de lien canonique qui relie l'espérance de la variable réponse avec la composante déterministe :

$$\eta_{i,j} = g(\mu_{i,j}) = g(E(Y_{i,j}))$$

g est une fonction réelle, strictement monotone et dérivable.

Loi de probabilité	Fonction de lien canonique
Normale	$\eta = \mu$
Gamma	$\eta = 1/\mu$
Inverse gaussienne	$\eta = 1/\mu^2$
Binomiale	$\eta = \ln \mu - \ln(1 - \mu) = \text{logit}(\mu)$

TABLE 3.13 – Exemple de fonction de lien

Une caractéristique commune entre cette méthode et celle de Mack est qu'elle fournit aussi les mêmes provisions et coefficients de développement que la méthode de Chain Ladder.

D'abord, on procède à l'estimation du modèle GLM de loi de Log-normale et Gamma, par la suite, en extrayant le tableau des valeurs prévues par la loi Log-normale des règlements décumulés et en suivant les démarches de calcul des cash-flows et des provisions annuelles, nous avons obtenu les montants de la PSAP et du  $BE_{sinistres}$  résumés dans le tableau suivant :

	Loi Log-normale	Loi Gamma
PSAP	1088755179,7865	1088755179,7865
BE pour Sinistres	983125454.3	967594257.7

### Récapitulatif et résultats :

Pour visualiser les résultats obtenus pour chaque méthode, nous avons synthétisé les provisions obtenues dans le tableau ci-dessous :

	Chain Ladder	London Chain	Mack	GLM (Log-normale)	GLM (Gamma)
$ME_{sinistres}$	999499958.8	1102661440.3	999499958.8	983125454.3	967594257.7

Les deux approches comparées, à savoir l'approche déterministe et l'approche stochastique, ont un point commun important : elles permettent d'obtenir des provisions proches de celles obtenues avec la méthode déterministe Chain Ladder. Cette méthode est largement utilisée dans le domaine de l'assurance pour évaluer les provisions techniques et est recommandée par le projet de circulaire de l'ACAPS.

En optant pour cette méthode, nous pourrions bénéficier d'une estimation réaliste et fiable de notre provision technique, tout en respectant les recommandations du projet de circulaire de l'ACAPS. Cela nous permettra de garantir une solvabilité suffisante pour notre entreprise d'assurance et de répondre aux exigences réglementaires en vigueur.

Nous avons décidé de retenir le montant de la meilleure estimation calculé par la méthode de Chain Ladder, conformément aux recommandations du projet de circulaire SBR. Par conséquent, l'évaluation de la meilleure estimation des sinistres pour l'année 2022 s'établit à 999499958.842757 MAD.

## 3.2 Calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes

Nous allons à présent détailler les différentes étapes nécessaires au calcul du  $BE_{primes}$ . Tout d'abord, nous allons calculer les primes émises et les primes acquises pour chaque

exercice d'émission. Nous pourrions ainsi déduire le montant de la PPNA pour le dernier exercice. Ensuite, nous nous pencherons sur le renouvellement des primes, afin d'estimer les primes futures liées aux contrats à tacite reconduction. Enfin, nous procéderons au calcul du ratio de sinistralité combiné et des cadences de liquidation. Ces étapes sont essentielles pour établir une évaluation précise du  $BE_{primes}$ .

### 3.2.1 Description des données

Notre base de données de production Automobile de la même compagnie d'assurance dont les triangles des règlements ont été obtenus contient les variables suivantes :

- *IDPOLICE* : Numro de la police;
- *USAGE* : CAMIONS, CARDELIGNE, Car Tourist, G.TAXI, TOURISME...;
- *Date d'Effet et date d'expiration*;
- *Prime mise*;
- *Anne d'exercice* : 2022.

IDPOLICE	USAGE	Effet	Expiration	PE	Annee_Effet	Annee_emission	Annee_exercice	Annee_echeance
3	CAMIONS	22-déc-22	01-janv-23	1086.32	2023	2022	31-déc-22	2023
3	CAMIONS	23-déc-22	01-janv-23	1299.77	2023	2022	31-déc-22	2023
3	FOURGON & UTILITAIRE	01-déc-22	01-janv-23	817.48	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	01-jul-22	01-janv-23	3414.88	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	02-jul-22	01-janv-23	37563.68	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	02-août-22	01-janv-23	2743.6	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	02-sept-22	01-janv-23	4411.66	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	01-oct-22	01-janv-23	32551.75	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	02-oct-22	01-janv-23	22992.9	2023	2022	31-déc-22	2023
3	TOURISME	02-nov-22	01-janv-23	7861.44	2023	2022	31-déc-22	2023

TABLE 3.14 – Un extrait de la base de données des primes

### 3.2.2 Traitement des données

Afin de traiter efficacement la base de données des primes, la compagnie d'assurance a procédé à plusieurs exclusions. Tout d'abord, les polices dont le montant de la prime était nul ont été retirées, de même que les données manquantes pour les variables essentielles au calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes.

En outre, la durée maximale d'un contrat RC automobile étant d'un an, toutes les polices dont la durée de couverture dépassait cette période ont été supprimées de la base de données.

Enfin, les polices présentant des incohérences au niveau des dates, telles que des dates d'échéance antérieures à la date d'effet ou des dates d'effet ou d'échéance aberrantes, ont également été exclues de la base de données des primes.

Ces exclusions permettent de s'assurer de la fiabilité de la base de données et d'obtenir des résultats précis lors du calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes.

### 3.2.3 Calcul de la meilleure estimation des engagements pour primes

On rappelle d'abord que la meilleure estimation des engagements pour primes est calculée par la formule suivante :

$$BE_{Primes} = RSC * (PPNA + PF) * \sum \frac{cad_i}{(1 + r_i)^i} - PF^-$$

On procède alors au calcul de chaque terme de la formule précédente :

• **Calcul des primes acquises par exercice :**

La prime acquise représente la portion de la prime émise qui correspond à un risque déjà passé. Elle est calculée en proratisant le montant de la prime émise en fonction de la durée écoulée depuis la date d'effet de la police.

Ainsi, si une police a une durée d'un an et que six mois se sont écoulés depuis sa date d'effet, la prime acquise sera égale à la moitié de la prime émise. Cela permet de prendre en compte le temps pendant lequel le risque assuré a été présent et de calculer la prime proportionnellement à ce temps.

Le calcul de la prime acquise peut être illustré par trois scénarios possibles :

→ Dans le premier cas, la police a été résiliée avant sa date d'échéance et la prime acquise est égale au montant de la prime émise :

$$Prime\ acquise\ de\ l'exercice\ N = Prime\ emise\ de\ l'exercice\ N$$

→ Dans le deuxième cas, la date d'échéance est postérieure au 31/12/N, la prime acquise sera calculée en fonction de la période d'assurance réellement couverte entre la date d'effet et le 31/12/N, en utilisant la méthode du "Pro rata temporis" :

$$Prime\ acquise\ de\ l'exercice\ N = Prime\ emise\ de\ l'exercice\ N * \frac{31/12/N - Date\ Effet\ (N)}{Date\ d'chance\ (N) - Date\ d'Effet\ (N)}$$

→ Dans le troisième et le dernier cas : La date d'effet vient avant le 01/01/N et la date d'échéance entre le 01/01/N et le 31/12/N, dans ce cas, la prime acquise sera calculée en fonction de la période d'assurance réellement couverte entre le 01/01/N et la date d'échéance :

$$Prime\ acquise\ de\ l'exercice\ N = Prime\ emise\ de\ l'exercice\ N * \frac{Date\ d'chance\ (N) - 01/01/N}{Date\ d'chance\ (N) - Date\ d'Effet\ (N)}$$

Afin de déterminer les primes acquises, il convient tout d'abord de calculer les primes émises pour un exercice donné. Ces primes émises sont obtenues en additionnant les montants des primes émises pour chaque contrat souscrit au cours de l'exercice 2022. Par la suite, les primes acquises sont regroupées en fonction de l'année d'exercice correspondante. Les détails

Année d'émission	Prime émise	Prime acquise
2020	274018119.6	73790948.27
2021	340356045.3	338714719.38
2022	484338380.4	468068212.17

TABLE 3.15 – Les primes émises et acquises au cours des trois derniers exercices

des montants des primes émises et acquises pour chaque exercice sont présentés dans le tableau suivant :

• **Calcul du ratio de sinistralité combiné (RSC) :**

Comme évoqué précédemment, le RSC est calculé comme suit :

$$RSC = \frac{\sum_3 \text{derniers exercices } CU}{\sum_3 \text{derniers exercices } PA} + \frac{\sum_3 \text{derniers exercices } FG}{\sum_3 \text{derniers exercices } PE}$$

↪ Calcul du rapport entre les charges ultimes et les primes acquises des trois derniers exercices :

En revenant aux résultats de la méthode de Chain Ladder, on a :

$$\frac{\sum_3 \text{derniers exercices } CU}{\sum_3 \text{derniers exercices } PA} = \frac{847625988.8}{880573879.8} = 96.25\%$$

Et puis avec un taux de frais de gestion des primes de 10% notre RSC devient :

$$RSC = 96.25\% + 10\% = 106.25\%$$

• **Calcul de la PPNA à la date d'inventaire (31/12/2022) :**

La provision pour primes non acquises (PPNA) à la date d'inventaire 31/12/2022 est la différence entre la prime émise de l'année 2022 et la prime acquise de l'année 2022, ce qui donne comme un résultat une PPNA de 16270168.22 MAD.

• **Calcul des primes futures afférentes aux contrats à tacite reconduction (PF) :**

Pour estimer le montant des primes futures liées aux contrats à tacite reconduction, on utilise une approche basée sur le dernier exercice d'émission et le taux moyen de renouvellement en montant qui est calculé à partir des deux derniers exercices d'émission, comme suit :

$$PF = \text{Prime emise d'exercice } N * \text{Taux moyen de renouvellement en montant}$$

Le taux de renouvellement en montant pour chaque exercice d'émission est déterminé en divisant le montant des primes renouvelées de cet exercice par le total des primes de l'exercice précédent. Ainsi, le montant des primes renouvelées pour un exercice donné est obtenu en additionnant les primes des assurés dont le numéro de police figure dans l'exercice précédent.

Et avec un taux moyen de renouvellement estimé par une valeur de 0.603835, on a :

$$PF = 292460465.9 \text{ MAD}$$

• **Calcul de la somme des cadences de liquidation actualisés :**

Pour déterminer les cadences de liquidation, nous utilisons les cadences cumulées estimées à partir de la méthode de Chain Ladder appliquée sur le triangle des règlements, comme expliqué précédemment.

ANN	cadence_cumul	cad_decumul	cad_actual
1	0.02174138108	0.021741381085	0.021100469585
2	0.12956525850	0.107823877416	0.101678817821
3	0.36457250776	0.235007249264	0.215346225347
4	0.59996430615	0.235391798387	0.209469703129
5	0.74904323865	0.149078932500	0.128700979045
6	0.84512608388	0.096082845229	0.080375298069
7	0.90420879683	0.059082712950	0.047829329896
8	0.93900314997	0.034794353141	0.027224049275
9	0.96111860909	0.022115459113	0.016704452472
10	0.97471071140	0.013592102318	0.009900091737
11	0.98497767548	0.010266964077	0.007204144407
12	0.99179398887	0.006816313387	0.004603605656
13	0.99588340042	0.004089411548	0.002656351666
14	0.99813553423	0.002252133818	0.001406072371

TABLE 3.16 – : Le tableau des cadences de liquidation actualisés avec les taux zéro-coupon

Ce qui donne une somme de cadences de liquidation égale à 0.87.

• **Calcul des primes futures nettes des frais d’acquisition :**

Étant donné que le pourcentage des frais d’acquisition vaut 12% le montant des primes futures nettes des frais d’acquisition est égal à :

$$PF^- = PF - 12\% * PF = 257365210 \text{ MAD}$$

Une fois que tous les termes nécessaires au calcul du  $BE_{primes}$  ont été déterminés, nous utilisons la formule mentionnée précédemment pour obtenir son montant, d’où : la meilleure estimation des engagements pour primes est égale à 2428593.781 MAD.

### 3.3 Calcul de la meilleure estimation des frais de gestion

Étant donné que la meilleure estimation des frais de gestion représente une partie de la meilleure estimation des engagements (sinistres et primes), et compte tenu du fait que le taux de frais de gestion est fixé à 2% nous pouvons conclure que la meilleure estimation des frais de gestion est égale à :

$$BE_{Frais\ de\ gestion} = 2\% * (BE_{sinistres} + BE_{prime}) = 20038571.05 \text{ MAD}$$

## Conclusion

---

La modélisation de la partie du passif du bilan prudentiel dans le cadre du projet de circulaire SBR a été abordée dans ce chapitre. L'objectif était de calculer la meilleure estimation (BE) pour la branche TPV tout en passant par le calcul de la meilleure estimation des engagements pour sinistres et pour primes, ainsi que la meilleure estimation des frais de gestion.

Pour calculer la meilleure estimation des engagements pour sinistres, des méthodes déterministes et stochastiques ont été utilisées. Parmi ces méthodes, la méthode de Chain Ladder recommandée par l'ACAPS a été choisie pour sa précision et sa robustesse.

En parallèle, la meilleure estimation des engagements pour les primes a été calculée en appliquant directement la formule correspondante et en prenant en compte tous les termes qui la composent. Des calculs minutieux ont été réalisés pour obtenir une évaluation précise de ces engagements.

De plus, la meilleure estimation des frais de gestion a également été prise en compte, car elle constitue une part essentielle de la meilleure estimation globale des engagements. Des hypothèses appropriées et des méthodes de calcul ont été appliquées pour estimer ces frais conformément aux recommandations.

En conclusion, en combinant toutes ces estimations, on a pu déterminer la valeur du Best-Estimate pour la branche TPV comme suit :

$$BE = BE_{sinistres} + BE_{prime} + BE_{Frais\ de\ gestion} = 1021967124\ MAD$$

# Chapitre 4

## Modélisation de l'actif et projections des flux générés

---

La gestion des actifs joue un rôle fondamental dans la gestion financière, que ce soit pour les institutions financières, les fonds d'investissement ou les particuliers. L'analyse et la modélisation des différents types d'actifs sont essentielles pour prendre des décisions d'investissement éclairées.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la modélisation de diverses classes d'actifs, notamment les obligations, les actions, les OPCVM et l'actif immobilier. L'objectif est d'examiner en détail ces classes d'actifs dans le cadre de ce projet, en tenant compte de la simplification du portefeuille d'actifs financiers en trois catégories distinctes :

- **Obligations** : Elles sont des titres de créance qui représentent une partie d'un emprunt émis par une entreprise, un organisme public ou l'État. Elles sont une reconnaissance de dette de l'émetteur. Les détenteurs d'obligations reçoivent un intérêt régulier, appelé "coupon", et le montant emprunté doit leur être remboursé selon les modalités prévues.
- **Actions** : représentant des parts de propriété dans une entreprise. Les détenteurs d'actions, appelés actionnaires, possèdent une part de l'entreprise proportionnelle à leurs actions détenues.
- **Immobilier** : qui fait référence aux biens qui ne peuvent pas être déplacés, d'où le terme "immobilier" qui signifie "qui ne bouge pas" en latin. Cela peut inclure des terrains non construits, des bâtiments résidentiels, commerciaux, industriels ou mixtes.

## 4.1 Description générale du portefeuille d'actifs au 31/12/2022

Le portefeuille d'actifs étudié est réparti entre les obligations, les actions et l'actif immobilier comme suit :

	Actif Actualisé (Marché)	Actif Comptable	Plus value latente
Les titres obligataires	4 406 510 781.22	3 492 458 444.67	914 052 336.55
Les actions	1 107 866 841.24	579 421 196.00	528 445 645.24
Actif immobilier	58 099 600.00	58 099 600.00	0.00
TOTAL ACTIF	5 572 477 222.46	4 129 979 240.67	1 442 497 981.79

TABLE 4.1 – La situation du portefeuille des actifs au 31/12/2022

Au 31/12/2022, le portefeuille d'actifs a une valeur de marché de 5572477222.46 MAD contre une valeur comptable de 4129979240.67 MAD soit une plus-value latente de 1442497981.79 MAD.

Le diagramme ci-dessous illustre la répartition des investissements dans chaque classe d'actifs en fonction de leur valeur marché.

### LA RÉPARTITION DES ACTIFS EN VALEUR DE MARCHÉ

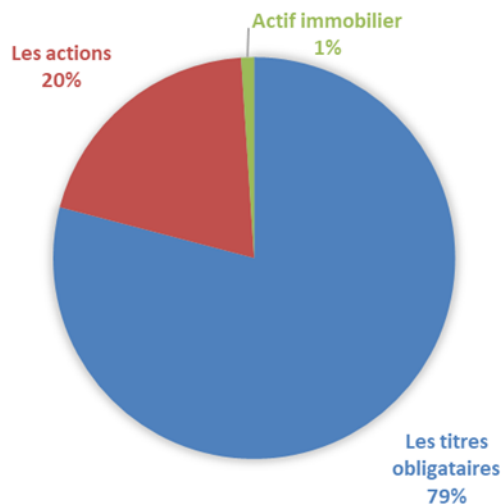


FIGURE 4.1 – La répartition du portefeuille des actifs au 31/12/2022

Le diagramme de répartition du portefeuille d'actifs met en évidence une prédominance significative des obligations, qui représentent 79% de l'ensemble. Cette allocation témoigne d'une stratégie d'investissement conservatrice axée sur la stabilité et les revenus fixes. Les actions représentent 20% du portefeuille, reflétant une certaine volonté de recherche de rendement et de participation aux performances du marché boursier. Enfin, l'actif immobilier,

avec une part de 1% constitue une allocation relativement modeste, peut-être en raison de considérations de liquidité et de diversification du portefeuille.

Cette répartition d'actifs équilibrée illustre une approche prudente de la gestion des investissements, visant à combiner sécurité, rendement et diversification.

## 4.2 Projection des flux générés par les titres obligataires

La modélisation de la courbe des taux zéro-coupons joue un rôle crucial dans la modélisation de la partie d'actif. Elle permet de prédire l'évolution des prix des produits de taux, en particulier du portefeuille obligataire, offrant ainsi une protection contre les risques associés aux variations défavorables des taux d'intérêt.

Lors de l'achat de chaque obligation, le coupon est déterminé de manière à égaliser le prix d'achat et la valeur actualisée des flux futurs, en utilisant la courbe des taux zéro-coupons obtenue à l'aide du modèle de Nelson-Siegel. Cette approche permet de calculer un coupon optimal qui assure l'équilibre entre le prix payé pour l'obligation et les revenus futurs qu'elle générera.

En utilisant la modélisation de la courbe des taux zéro-coupons et le calcul des coupons optimaux, l'assureur peut prendre des décisions éclairées en matière de gestion de son portefeuille obligataire, en minimisant les risques liés aux fluctuations des taux d'intérêt et en optimisant les rendements attendus.

Effectivement, la valeur d'achat d'une obligation à la date  $t$  peut être déterminé en calculant la valeur actualisée de ses flux de trésorerie futurs, qui comprennent les coupons périodiques et le remboursement final. Cette valorisation est effectuée en utilisant les taux zéro-coupons, qui représentent les taux d'intérêt appliqués à chaque période de paiement, et la valeur d'achat est calculée comme suit :

$$V_t = \sum_{i=t+1}^T \frac{c * N}{(1 + r(t, i))^i} + \frac{V_R}{(1 + r(t, T))^T}$$

Avec :

- $c$  : le coupon;
- $N$  : la valeur nominale;
- $V_R$  : la valeur de remboursement ;
- $T$  : la maturité de l'obligation.

Dans le cas d'une obligation au pair, où la valeur d'achat  $V_t$  est égale à la valeur de remboursement  $V_R$  et à la valeur nominale  $N$ , on peut déterminer le coupon en utilisant la relation suivante :

$$c = \frac{1 - \frac{1}{(1+R(0,T))^T}}{\sum_{i=1}^T \frac{1}{(1+R(0,i))^i}}$$

Donc à partir de cette formule et en l'adaptant à notre portefeuille de titres obligataires, on obtient des coupons comme suit :

	▲ Obligation ▼	Maturité ▼	Rendement.à.la.maturité ▼	coupon ▼
1	1	3	0.02955131698	0.09129959852
2	2	3	0.02955131698	0.09129959852
3	3	8	0.03114444292	0.27807413182
4	4	1	0.03037427663	0.03037427663

TABLE 4.2 – Le calcul des coupons obligataires avec les différentes maturités

En partant de ces relations et ces résultats, le flux généré par les obligations se calcule comme suit :

$$Flux(Obligation\ de\ l'anne\ N) = \sum_{j=1}^M c(j) * N(j) * Nombre\ De\ Parts(j) + Valeurs\ de\ Remboursement(N)$$

Avec :

◦  $M$  : le Nombre des obligations

Donc en appliquant cette formule et en actualisant les cash-flows obtenus par la courbe des taux zéro coupon de Nelson-Siegel, on a un cash-flow des obligations égal à 6432692478 MAD.

### 4.3 Modélisation et projection du cours des actions

La simulation du cours des actions repose sur l'utilisation d'une méthode stochastique. Il existe de nombreux modèles proposés pour modéliser l'évolution des cours des actions et une abondante littérature est consacrée à ce sujet. Le modèle de référence, initialement proposé par Black & Scholes en 1973, considère le mouvement brownien géométrique comme un processus décrivant les trajectoires des prix des actifs financiers. Cependant, ce modèle repose sur des hypothèses restrictives telles que la continuité des trajectoires, la constance de la volatilité et la log-normalité des rendements.

Dans ce mémoire, on a choisi d'utiliser le modèle de Black & Scholes comme modèle de référence pour la modélisation des actions.

#### 4.3.1 Présentation du modèle de Black & Scholes

En ce qui concerne les actions, la modélisation la plus couramment utilisée est celle de Black et Scholes. Et selon ce modèle, les cours des actions « $S_t$ » évoluent selon un processus stochastique de mouvement brownien géométrique comme suit :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dB_t$$

Avec :

◦  $S_t$  : Le prix de l'action à l'instant  $t > 0$ ;

- $\mu$  : La Moyenne du rendement des actions, constante ;
- $\sigma$  : L'écart type du rendement des actions, constant ;
- $B_t$  : Un mouvement brownien standard.

En posant  $Y = \ln(S_t)$  et par dérivation et application du lemme d'Itô, on obtient une solution explicite de l'équation différentielle stochastique précédente comme suit :

$$S_t = S_0 * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) * t + \sigma * B_t\right)$$

Avec :

- $S_0$  : Le prix initial de l'action étudiée

On déduit par la suite la discrétisation exacte suivante :

$$S_{t+1} = S_t * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) * t + \sigma * (B_{t+1} - B_t)\right)$$

Et comme  $B_t$  est un mouvement brownien, l'accroissement  $B_{t+1} - B_t$  suit une loi normale centrée réduite.

Ainsi, le rendement logarithmique d'actions entre les deux dates successives  $t+1$  et  $t$ , donnée par l'équation ci-dessous, suit une loi normale de moyenne  $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$  et de variance  $\sigma^2$ .

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t+1}}\right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma * (B_t - B_{t-1})$$

## 4.3.2 Application du modèle de Black & Scholes

### 4.3.2.1 Présentation des données utilisées

On a choisi l'indice MASI comme benchmark pour modéliser la dynamique des cours des actions. Cette décision est motivée par plusieurs facteurs. Tout d'abord, l'indice MASI offre une représentation globale de l'évolution du marché marocain, ce qui en fait une référence pertinente à long terme. De plus, cet indice est réputé pour avoir connu des variations significatives, ce qui en fait un choix intéressant pour l'étude de la volatilité des cours.

On dispose d'observations mensuelles des cours de l'indice MASI pour la période allant du 1er janvier 2012 au 31 décembre 2019. Ces observations nous permettent d'analyser l'évolution du marché au cours de cette période. Le graphique suivant illustre cette évolution :

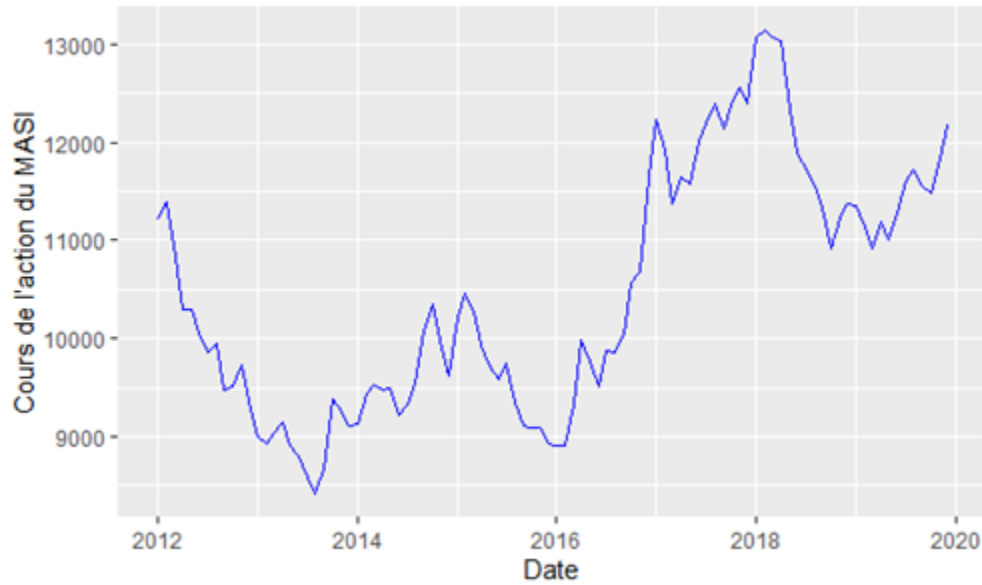


FIGURE 4.2 – L'évolution de l'indice MASI entre le 01/01/2012 et le 31/12/2019

Le graphique ci-dessus montre clairement une forte variation de l'indice MASI du marché marocain entre 2012 et 2019. La courbe de l'indice commence à un niveau relativement élevé en 2012, puis commence à baisser progressivement jusqu'en 2016, atteignant un point bas de 8828.91. Ensuite, à partir de 2016, la courbe de l'indice MASI commence à remonter, atteignant un point haut de 13284.94 en 2018.

En utilisant les cotations fournies, nous calculons les rendements logarithmiques de l'indice MASI en utilisant la formule suivante :

$$Rendement(t)_{MASI} = \ln \left( \frac{Valeur(t)}{Valeur(t-1)} \right)$$

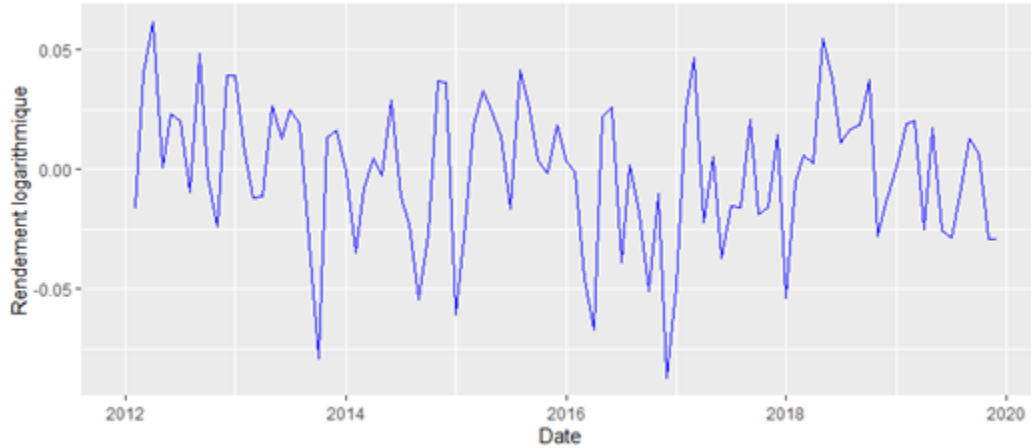


FIGURE 4.3 – L'évolution des rendements logarithmiques mensuels de l'indice MASI

#### 4.3.2.2 Vérification de l'hypothèse du modèle de Black & Scholes

Avant d'entamer l'estimation des paramètres du modèle Black & Scholes, il est question tout d'abord de vérifier l'hypothèse de normalité des rendements logarithmiques de notre indice MASI.

Graphiquement l'outil QQ-plot qui permet de comparer la distribution de nos données mensuelles de l'indice MASI avec la distribution gaussienne révèle que la distribution au niveau des queues tend à s'aligner de la droite, nous pouvons tenir la validation de l'hypothèse de normalité.

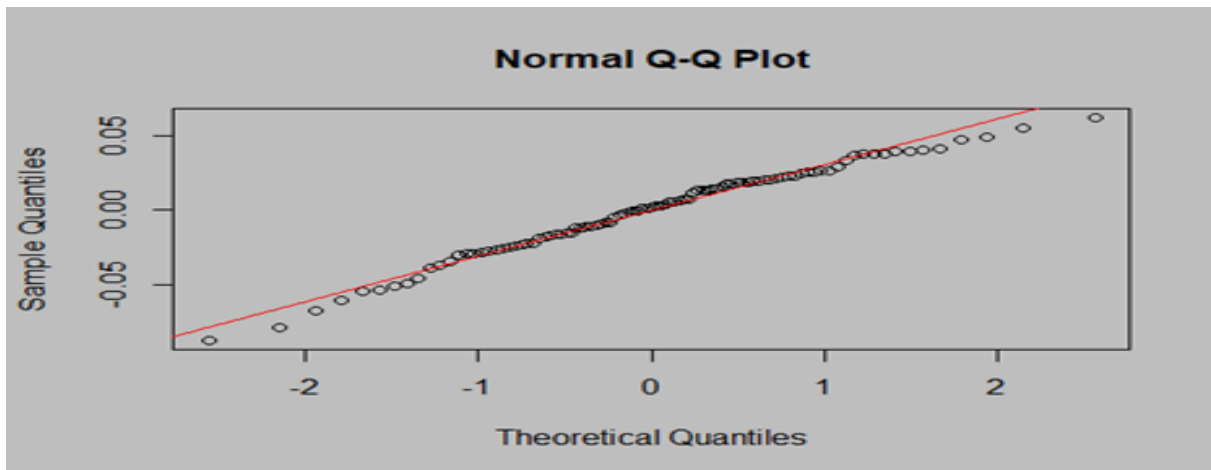


FIGURE 4.4 – L'évolution des rendements logarithmiques mensuels de l'indice MASI

Pour confirmer la validité de l'hypothèse de normalité, on réalise sous R un des tests de normalité, le test de Shapiro-Wilk qui permet de trouver :

```
> shapiro.test(masi_returns1)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  masi_returns1
W = 0.98156725, p-value = 0.2020123
```

FIGURE 4.5 – Le test Shapiro-Wilk pour valider l'hypothèse B & S de normalité des rendements logarithmiques

Comme l'hypothèse nulle du test de normalité est la normalité de l'échantillon, une P-Value supérieure au seuil de 5% mène à accepter la normalité des rendements logarithmiques.

D'où les rendements logarithmiques de l'indice MASI en données mensuelles s'ajustent à l'hypothèse de normalité et la modélisation de cet indice action par le modèle de Black & Scholes est permise.

#### 4.3.2.3 Estimation des paramètres du modèle de Black & Scholes

Après avoir validé l'hypothèse du modèle étudié, on passe maintenant à l'estimation des paramètres du modèle de Black & Scholes. Et à partir les observations retenues du rendement mensuel de l'indice MASI, on obtient les paramètres de B & S comme suit :

- $\sigma$  : L'écart type des rendements logarithmiques

```
> historical_volatility1 <- sd(masi_returns1)
> historical_volatility1
[1] 0.03014349818
```

FIGURE 4.6 – La volatilité retenue pour les rendements mensuels de l'Indice MASI

- $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$  : La moyenne des rendements logarithmiques

```
> historical_mean1 <- mean(masi_returns1)
> historical_mean1
[1] -0.0008649605116
> |
```

FIGURE 4.7 – La moyenne des rendements logarithmiques de l'Indice MASI

Et on obtient par la suite une moyenne d'action  $\mu$  égale à -0.0004106452702

#### 4.3.2.4 Simulation des trajectoires des actions du portefeuille

Une fois l'estimation des paramètres du modèle Black & Scholes associé à l'indice MASI est faite, on peut passer à la simulation des trajectoires de cet indice par la méthode de

Monte Carlo. On prend comme valeur initiale du cours celle côté en décembre 2022 et on fait la projection sur un horizon de 20 ans.

Le cours d'un actif qui suit le modèle Black-Scholes vérifie l'équation suivante :

$$S_{t+1} = S_t * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) * \Delta t + \sigma N\right)$$

Avec N une réalisation de la loi normale centrée réduite.

On obtient la représentation graphique suivante ( la valeur côté de l'indice MASI en décembre 2022  $S(0) = 10720.2$  et le pas de discrétisation  $\Delta t$  est égal à 1) et pour une meilleure lisibilité seulement 100 simulations ont été représentées.

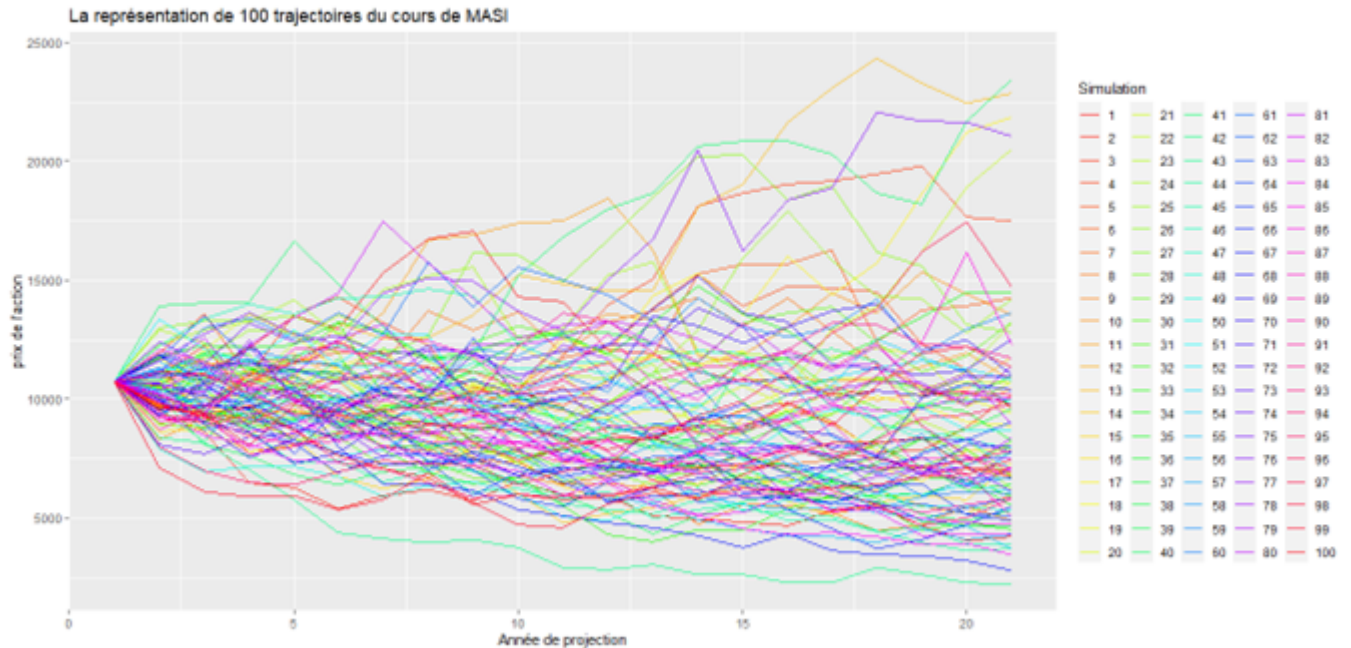


FIGURE 4.8 – La simulation de 100 trajectoires du cours MASI

#### 4.3.2.5 Projection des flux générés par le portefeuille d'actions

On commence d'abord par la représentation des rendements logarithmiques annuels projetés par la méthode de Monte Carlo comme suit :

$$r_N = \ln\left(\frac{S_N}{S_{N-1}}\right)$$

Et voici le graphique représentant ce rendement :

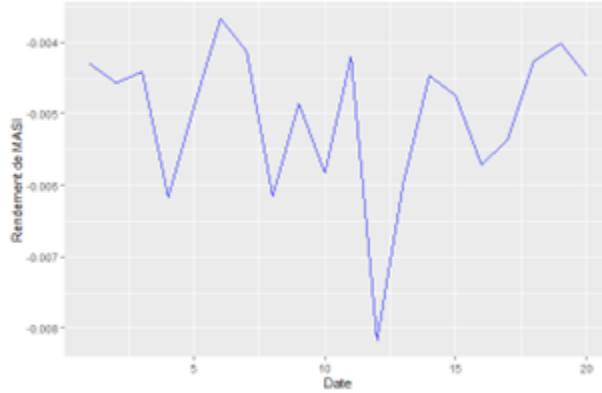


FIGURE 4.9 – Évolution du rendement annuel de l'Indice MASI

Et pour les flux générés par les actions détenues au sein du portefeuille d'actifs, ils sont obtenus par la formule suivante :

$$\text{Flux genere par l'action} = VM_N * \text{Taux de Dividende}$$

Avec :

\*  $VM_N$  : La valeur de marché de l'action dans l'année de projection N et elle est calculée comme suit :

$$VM_N = VM_{N-1} * \exp(r_N)$$

Avec :  $VM_0 = S_0 * \text{Nombre Parts d'Actions}$

Et puisque le portefeuille d'actifs se compose de deux actions de différents prix initiaux cotés en décembre 2022, on aura un tableau de deux colonnes pour les flux générés par ces actions.

Donc avec un taux de dividende égal à 2%, voici les résultats qu'on a obtenu :

CF_Action1	CF_Action2
16246785.7957826	5809481.54487175
16146891.3715828	5773761.567941
16068139.4734676	5745601.67807266
16009213.9076499	5724531.2342666
15943333.2021941	5700973.79051623
15845469.4791741	5665979.94619875
15768721.2518878	5638536.52350421
15677076.3525347	5605766.3892656
15611336.5274244	5582259.3211266
15484283.5732533	5536828.07080075
15392045.9259513	5503845.98336028
15323413.9423807	5479304.74505301
15250784.7258891	5453334.18705279
15163934.2459352	5422278.42828318
219931429.775108	78642483.4103134

TABLE 4.3 – Les flux générés par les actions du portefeuille

Donc de ces résultats et en actualisant les cash-flows obtenus par la courbe des taux zéro coupon de Nelson-Siegel, on a un cash-flow des actions égal à 238401800.5 MAD.

## 4.4 Modélisation et projection de l'actif immobilier

L'actif immobilier est généralement modélisé de la même façon que les actions par un indice reflétant la même évolution de celles-ci. Donc pour des raisons de simplification, on choisit le même indice marocain MASI pour modéliser la partie d'actif immobilier.

On obtient alors un flux généré par cet actif immobilier égal à :

$$\text{Flux genere par l'immobilier} = VM_N * \text{Taux de Loyer}$$

Et avec un taux de loyer fixé à 8% et en actualisant les cashs flows générés par les taux zéro-coupon, on obtient un cash-flow actualisé pour l'actif immobilier égal à 108838606.689258 MAD.

## Conclusion

---

L'objectif de ce chapitre était d'effectuer une modélisation de la partie d'actif du bilan économique d'une compagnie d'assurance non-vie avec un portefeuille composé de l'actif immobilier, les actions et titres obligataires. Pour les obligations, on a utilisé la courbe des taux zéro-coupons afin de modéliser leur comportement, cette approche permet d'estimer les cashs flows liés à ces titres. En ce qui concerne les actions, on a utilisé l'indice de MASI pour modéliser leur évolution, et en utilisant les paramètres du modèle de référence Black & Scholes, on a appliqué la méthode de Monte Carlo pour simuler 10000 scénarios des rendements logarithmiques du cours de l'indice MASI. Cela permet d'obtenir une distribution probabiliste des rendements et d'évaluer les flux générés par ces actions. De plus, a pris en compte un taux de dividende fixe de 2% pour estimer les revenus générés par les actions. Et pour l'actif immobilier, on a suivi une approche similaire à celle des actions. On a utilisé les paramètres du modèle de référence Black Scholes, mais cette fois en prenant en compte un taux de loyer fixe de 8%. Cela permet d'estimer les flux de trésorerie futurs provenant de cet actif.

En conclusion, on a pu évaluer la performance globale et les risques associés et bénéficier d'une vision approfondie de la performance et des risques associés aux différents actifs.

Cependant, il est essentiel de noter que l'analyse de la partie d'actif ne suffit pas à elle seule pour prendre des décisions d'investissement optimales. L'interaction entre l'actif et le passif du bilan est un élément crucial à considérer. C'est pourquoi dans le prochain chapitre, on va étudier de manière approfondie cette interaction et explorer des stratégies d'investissement pour le portefeuille étudié.

## Chapitre 5

# Interaction Actif-Passif et allocation stratégique d'actifs

---

L'allocation stratégique d'actifs dans le cadre de la gestion d'une compagnie d'assurance est souvent considérée comme une étape clé du processus plus large de la gestion actif-passif. Dans cette perspective, l'objectif de l'allocation stratégique d'actifs est double : d'une part, confirmer l'optimalité de la structure de l'actif existante, et d'autre part, proposer une structure optimale d'actifs qui permettra à la compagnie d'atteindre des objectifs de performance financière spécifiques tout en respectant ses engagements avec un niveau de confiance déterminé.

Dans ce nouveau chapitre, on met en place deux modèles d'optimisation bien connus : le modèle de Markowitz et le modèle de Sharpe et Tint.

Le modèle de Markowitz permet de trouver une allocation d'actifs optimale en tenant compte à la fois des rendements attendus et des risques associés. Quant au modèle de Sharpe et Tint, il prend également en compte le passif de notre compagnie d'assurance non-vie, ce qui lui permettra de trouver une stratégie d'investissement qui maximise le rendement ajusté au risque en tenant compte des obligations contractuelles envers les assurés.

En combinant l'analyse de la partie d'actif avec l'étude de l'interaction avec le passif, on sera en mesure de prendre des décisions d'investissement plus éclairées et de mieux gérer les risques associés. Cela permet de trouver des stratégies d'investissement qui répondent aux objectifs de la compagnie d'assurance non-vie tout en prenant en compte les contraintes et les obligations envers les assurés.

**Notations :**

- $\mathbf{n}$  : Le nombre des actifs ;
- $R_i$  : Le rendement de l'actif  $i$  ;
- $\mathbf{R}$  : Le vecteur aléatoire des rendements des actifs de taille  $(n,1)$  ;
- $\mu$  : Le vecteur des rendements espérés des actifs de taille  $(n,1)$  ;
- $\mathbf{V}$  : La matrice de Variance-Covariance des actifs risqués du vecteur  $\mathbf{R}$  ;
- $x_i$  : Le poids de l'actif  $i$  dans le portefeuille ;
- $\mathbf{x}$  : Le vecteur des poids des actifs du portefeuille de taille  $(n,1)$  ;
- $R_A(x)$  : Le rendement aléatoire du portefeuille en fonction des poids ;
- $\mu_p$  : Le rendement espéré minimum du portefeuille ;
- $\sigma_p$  : La volatilité du portefeuille optimal ;
- $\mathbf{e}$  : Vecteur de taille  $(n,1)$  contenant uniquement des uns.

## 5.1 Le modèle de Markowitz

### 5.1.1 Histoire du modèle

En 1952, Markowitz a révolutionné la gestion de portefeuille en publiant un article dans le *Journal of Finance* qui introduisait le concept de composition optimale d'un portefeuille d'investissement. Son modèle repose sur l'analyse des corrélations entre les différents actifs afin de déterminer les proportions optimales à investir dans chacun d'eux. Pour parvenir à cette allocation optimale, Markowitz utilise deux critères fondamentaux : le rendement espéré et la variance, qui mesure la dispersion des rendements.

Cependant, une limite majeure de ce modèle réside dans son utilisation exclusive de la variance comme mesure de risque. Malgré cela, le modèle de Markowitz demeure un pilier de la théorie moderne de la gestion de portefeuille et a marqué le début de la distinction entre le risque et le rendement.

L'approche de Markowitz, connue sous le nom d'approche "moyenne-variance", consiste à optimiser les poids des actifs du portefeuille en fonction de leurs rendements espérés, de leurs variances et de leurs covariances. Une fois que les rendements, les variances et les covariances ont été estimés, l'approche consiste à résoudre un programme de minimisation de la variance du portefeuille sous contrainte d'un rendement fixé. La résolution de ce programme permet d'obtenir la composition du portefeuille dite "efficace".

La représentation graphique des portefeuilles efficaces dans le plan (rendement du portefeuille, volatilité du portefeuille) est appelée la frontière efficiente. Si l'on suppose que le marché est composé de  $n$  actifs risqués, la frontière efficiente prend une forme parabolique, permettant ainsi aux investisseurs de visualiser les différents compromis entre rendement et risque.

Ainsi, le modèle de Markowitz a jeté les bases de la gestion de portefeuille moderne et continue d'être largement utilisé aujourd'hui pour la construction de portefeuilles diversifiés et la prise de décisions d'investissement éclairées.

**Hypothèse du modèle :**

◦ Le vecteur  $\mathbf{R}$  suit une loi normale multivariée d'espérance  $\mu$  et de matrice de covariance  $V$ .

**5.1.2 Le problème d'optimisation de Markowitz**

Sous l'hypothèse précédente et avec la contrainte de rendement  $\mu_p$ , le problème de Markowitz s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \min_x \quad & x^T V x \\ \text{S.C} \quad & \begin{cases} x^T \mu = \mu_p \\ x^T e = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Le lagrangien de ce problème s'exprime comme suit :

$$L(x) = \frac{1}{2} x^T V x - \delta (x^T \mu - \mu_p) - \gamma (x^T e - 1)$$

Avec :  $\delta$  et  $\gamma$  sont les multiplicateurs de Lagrange.

**5.1.3 La résolution du problème de Markowitz**

La condition de premier ordre s'écrit comme suit :

$$\frac{dL(x)}{dx} = 0$$

Ce qui donne :

$$Vx - \delta\mu - \gamma e = 0$$

Et en supposant que  $V$  est inversible, on aura :

$$x = \delta V^{-1} \mu + \gamma V^{-1} e$$

Pour déterminer les expressions de  $\delta$  et de  $\gamma$ , on remplace cette solution dans les contraintes du programme d'optimisation, le système obtenu est le suivant :

$$\begin{cases} \delta \mu^T V^{-1} \mu + \gamma \mu^T V^{-1} e = \mu_p \\ \delta e^T V^{-1} \mu + \gamma e^T V^{-1} e = 1 \end{cases}$$

On introduit par la suite les portefeuilles suivants :

$$\begin{cases} x_e = \frac{1}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e \\ x_\mu = \frac{1}{e^T V^{-1} \mu} V^{-1} \mu \end{cases}$$

Alors :

$$x = (\delta e^T V^{-1} \mu) x_\mu + (\gamma e^T V^{-1} e) x_e$$

Or on a :

$$\delta e^T V^{-1} \mu = 1 - \gamma e^T V^{-1} e = \lambda$$

Donc la solution finale s'exprime de la manière suivante :

$$x = \lambda x_\mu + (1 - \lambda) x_e$$

=> Le portefeuille optimal est donc une combinaison linéaire des deux portefeuilles  $x_e$  et  $x_\mu$ .

**Recherche d'expression de  $\lambda$  :**

Posons :

$$\begin{cases} A = \mu^T V^{-1} \mu \\ B = \mu^T V^{-1} e \\ C = e^T V^{-1} e \end{cases}$$

On remarque que le système précédent peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

Et en supposant que  $\begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}$  est inversible, on a :

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mu_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

Et on a :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{AC - B^2} \times \begin{bmatrix} C & -B \\ -B & A \end{bmatrix}$$

Par simplification, on trouve que :

$$\delta = \frac{1}{AC - B^2} (C\mu_p - B)$$

Et on a :

$$\lambda = \delta e^T V^{-1} \mu = \delta B$$

Donc :

$$\lambda = \frac{BC\mu_p - B^2}{AC - B^2}$$

**Résultat :** la solution au problème d'optimisation de Markowitz est donnée par :

$$x = \lambda x_\mu + (1 - \lambda)x_e$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_e = \frac{1}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e \\ x_\mu = \frac{1}{e^T V^{-1} \mu} V^{-1} \mu \\ \lambda = \frac{BC\mu_p - B^2}{AC - B^2} \\ A = \mu^T V^{-1} \mu \\ B = \mu^T V^{-1} e \\ C = e^T V^{-1} e \end{array} \right.$$

L'équation ci-dessus démontre que le coefficient linéaire augmente à mesure que le rendement minimum attendu augmente. Cette observation indique qu'une augmentation du rendement minimum entraîne une réduction de l'investissement dans le portefeuille de variance minimale et une augmentation de l'investissement dans le portefeuille risqué  $x_\mu$ .

### 5.1.4 La frontière efficiente du problème de Markowitz

La frontière efficiente est une visualisation des portefeuilles optimaux de Markowitz dans le plan (rendement attendu, variance). Selon le modèle de Markowitz, chaque contrainte de rendement minimum est liée à un portefeuille efficient qui présente un niveau de risque optimal. La relation entre chaque contrainte de rendement minimum  $\mu_p$  et le portefeuille associé à la variance optimale minimale  $\sigma_p^2$  peut être représentée par une courbe parabolique, dont l'équation est :

$$\sigma_p^2 = \frac{A - 2B\mu_p + C\mu_p^2}{AC - B^2}$$

Cette courbe met en évidence les différents compromis entre rendement et risque disponibles pour les investisseurs lors de la construction de leurs portefeuilles.

Malgré ses limitations, le modèle de Markowitz se révèle extrêmement utile dans le cadre de l'élaboration d'une allocation stratégique d'actifs en assurance non-vie, en raison de sa simplicité qui facilite sa compréhension par les décideurs. Toutefois, son utilisation pratique nécessite de prendre en compte les limites mentionnées précédemment afin d'éviter de se retrouver avec un portefeuille inadapté à la réalité économique et financière. Il convient également de noter que ce modèle ne tient pas compte des engagements spécifiques de l'assureur, ce qui peut poser un problème, car l'assureur doit d'abord se prémunir contre les risques liés à la variation de ses engagements envers les assurés avant de chercher à générer des rendements. Par conséquent, une approche complémentaire est nécessaire pour prendre en compte les obligations de l'assureur et garantir une gestion optimale des actifs.

## 5.2 Le modèle de Sharpe et Tint

Le modèle de Sharpe et Tint a ensuite été mis en œuvre de sorte à proposer à l'assureur en fonction de son aversion au risque des fourchettes d'allocations.

Ce modèle de Sharpe et Tint est une version améliorée du modèle de Markowitz qui tient compte du passif. en effet, ils étaient l'un des premiers à concilier le modèle de Markowitz avec le passif, ils avaient remarqué que les engagements étaient les plus contraignants et il fallait les prendre en considération dans la gestion actif-passif lorsqu'on détermine le portefeuille efficient, pour ce faire, ils vont introduire la notion du surplus qui est la différence entre la valeur de l'actif et le produit de la valeur des engagements par un poids et ils vont chercher l'optimiser.

Sharpe et Tint vont rester dans la même optique que Markowitz et vont s'inspirer de ses travaux en utilisant la même approche moyenne-variance mais leurs résultats seront assez différents dans la mesure où, ils vont prendre en considération le passif de l'investisseur.

### 5.2.1 Les hypothèses du modèle de Sharpe et Tint

◦  $\widetilde{R}_L$  : suit une loi normale multivarie d'espérance  $\mu_L$  et de variance  $\sigma_L^2$ , avec :  $\widetilde{R}_L = \frac{\widetilde{L}_1 - L_0}{L_0}$  et  $L_0$  étant la valeur initiale du passif ou des engagements et la même valeur mais à l'instant  $t=1$  ;

◦  $\widetilde{R}$  : suit une loi normale multivarie d'espérance  $\mu$  et de variance  $V$  avec :  $\widetilde{R}_A(x)$  le rendement du portefeuille des actifs et avec  $\widetilde{R}_A(x) = X^T \widetilde{R}$

### 5.2.2 Le problème d'optimisation de Sharpe et Tint

Le modèle de Sharpe et Tint s'applique à un univers de classes d'actifs, ce modèle se base sur sa valeur de marché tandis que le modèle du passif se base sur sa valeur actuelle, c'est un modèle mono-périodique qui cherche à minimiser la variance du surplus pour un niveau de rentabilité du surplus donné et sous quelques contraintes (en général, c'est la même démarche que Markowitz).

Le programme d'optimisation de Sharpe et Tint prendra la formulation suivante :

$$\begin{aligned} \min \quad & Var(\widetilde{R}_S) \\ S.C \quad & \begin{cases} E(\widetilde{R}_S) = r_s \\ \sum x_i = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Avec  $\widetilde{R}_S = \widetilde{R}_A(x) - \frac{m}{f_0} \widetilde{R}_L = \frac{S_1 - S_0}{A_0}$ ,  $f_0 = \frac{L_0}{A_0}$  (ratio de financement initial),  $S_0 = A_0 - mL_0$  ( $m$  étant le poids du passif) et  $S_1 = A_0 (1 + \widetilde{R}_A(x)) - mL_0 (1 + \widetilde{R}_L)$

Sous forme matricielle, la variance de la rentabilité du surplus prend la forme suivante :

$$\text{VAR}(\widetilde{R}_S) = \text{VAR}\left(\widetilde{R}_A(x) - \frac{m}{f_0}\widetilde{R}_L\right) = X^T V X + \frac{m^2}{f_0^2} \text{VAR}(\widetilde{R}_L) - \frac{2m}{f_0} X^T \gamma$$

$$\text{Avec } \gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{COV}(\widetilde{R}_1, \widetilde{R}_L) \\ \vdots \\ \text{COV}(\widetilde{R}_n, \widetilde{R}_L) \end{pmatrix}$$

Sachant que le terme  $\frac{m^2}{f_0^2} \text{VAR}(\widetilde{R}_L)$  ne dépend pas du poids des actifs, donc le programme d'optimisation de Sharpe et Tint sous sa forme matricielle prend la forme suivante :

$$\min X^T V X - \frac{m}{f_0} X^T \gamma$$

$$\text{Sous contraintes } \begin{cases} X^T \mu = \tilde{r} \\ X^T e = 1 \end{cases} \quad \text{Avec } \tilde{r} = r_s + \frac{m}{f_0} \mu_L$$

### 5.2.3 La résolution du problème de Sharpe et Tint

De même que pour Markowitz, le calcul du lagrangien du problème d'optimisation précédent est calculé de la façon suivante :

$$L(x) = \frac{1}{2} x^T V x - \frac{m}{f_0} x^T \gamma - \lambda (x^T \mu - \tilde{r}) - \vartheta (x^T e - 1)$$

Où  $\lambda$  et  $\vartheta$  sont les multiplicateurs de Lagrange. La condition de premier ordre suivante :

$$V x^* - \frac{m}{f_0} \gamma - \lambda \mu - \vartheta e = 0$$

Le vecteur des poids du portefeuille efficient de Sharpe et Tint s'exprime donc de la façon suivante en fonction des multiplicateurs de Lagrange.

$$x^* = \frac{m}{f_0} V^{-1} \gamma + \lambda V^{-1} \mu + \vartheta V^{-1} e$$

- **On calcule d'abord les poids du portefeuille de variance minimale :**

Dans une étape initiale, nous procédons au calcul du poids du portefeuille de variance minimale, sans prendre en considération la contrainte de rendement minimum. Dans ce contexte, l'expression du vecteur des poids du portefeuille de variance minimale peut être formulée en fonction du multiplicateur de Lagrange  $\vartheta$  de la manière suivante :

$$x^{\min} = \frac{m}{f_0} V^{-1} \gamma + \vartheta V^{-1} e$$

Et en simplifiant, on trouve que :

$$x^{\min} = \frac{1}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e + \frac{m}{f_0} \left( V^{-1} \gamma - \frac{e^T V^{-1} \gamma}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e \right)$$

- Le premier terme  $\hat{x}^{\min} = \frac{1}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e$  correspond au portefeuille de variance minimale en absence de passif (on retrouve ce terme dans l'approche de Markowitz).
- Le second terme représenté par  $Z^{\min} = \frac{m}{f_0} \left( V^{-1} \gamma - \frac{e^T V^{-1} \gamma}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e \right)$  permet de constater que le passif est pris en compte.

Ainsi les poids  $x^{\min}$  du portefeuille qui minimise la variance du rendement du surplus minimale se calculent de la façon suivante :  $x^{\min} = \hat{x}^{\min} + Z^{\min}$ .

- **Après on résout programme d'optimisation initial :**

En passant par la même méthodologie de résolution que celle de Markowitch , la solution optimale est exprimée de la façon suivante :

$$x^* = \hat{x}^{\min} + Z^{\min} + \lambda Z^*$$

Avec :

$$Z^* = V^{-1} \mu - \frac{e^T V^{-1} \mu}{e^T V^{-1} e} V^{-1} e$$

$$\lambda = \frac{1}{AC - B^2} \left[ C \times \left( \hat{r} - \frac{m}{f_0} \gamma^T V^{-1} \mu \right) - B + \frac{m \times B \times (\gamma^T V^{-1} e)}{f_0} \right]$$

Avec  $A = \mu^T V^{-1} \mu$  ;  $B = \mu^T V^{-1} e$  et  $C = e^T V^{-1} e$

### 5.3 Application des deux modèles à un portefeuille d'assurance non-vie

Après avoir modélisé la partie d'actif du portefeuille étudié de la compagnie d'assurance non-vie, on a pu estimer les rendements de chaque titre des actifs composant ce portefeuille, que ce soit pour les titres obligataires (Un rendement = 3.47% et une volatilité = 0.18%), pour les actions (Un rendement = -0.47% et une volatilité = 0.12%) ou pour l'actif immobilier (Un rendement = -0.51% et une volatilité = 0.11%).

Et en calculant la matrice de variance-covariance utilisé, on trouve les résultats ci-dessous :

	Actions	Obligations	Immobilier
Actions	0,0001341525093%		
Obligations	-0,0000545248490%	0,0003179216033%	
Immobilier	-0,0000387062875%	-0,0000087954544%	0,0001029373592%

TABLE 5.1 – La matrice de variance-covariance du portefeuille des actifs

#### Application du modèle de Markowitz

Pour un portefeuille d'actifs de rendement supérieur au rendement initial (0.83%) on obtient une répartition pour les actifs de notre portefeuille comme suit :

Actif	Poids
Actions	23%
Obligations	75%
Immobilier	2%

TABLE 5.2 – La répartition du portefeuille obtenue par le modèle de Markowitz

Pour un rendement égal 2.5% (supérieur au rendement initial), la méthode affiche une volatilité de 0.0001693%. En comparaison avec le portefeuille initial et par le programme d'optimisation de markowitz qui ne prend en considération que la partie d'actif, l'optimiseur augmente la portion des actions et diminue par la suite le poids des actifs obligataires pour avoir un rendement de 2.5%.

- La figure suivante représente la frontière efficace pour notre portefeuille :

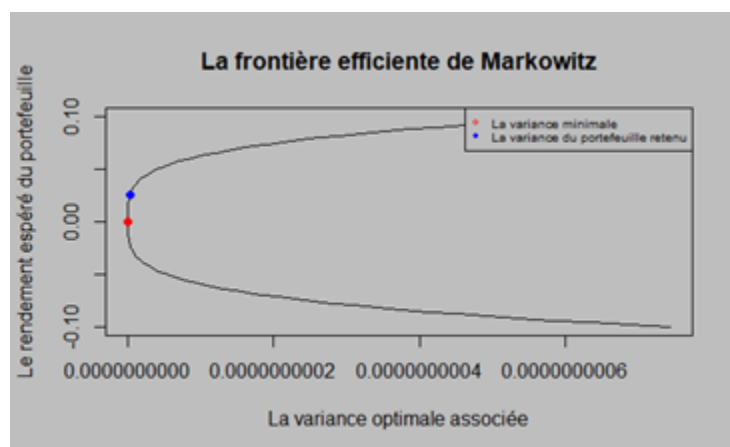


FIGURE 5.1 – La frontière efficace du portefeuille d'actifs obtenu par le modèle de Markowitz

### Application du modèle de Sharpe et Tint

Pour un portefeuille d'actifs de rendement supérieur au rendement initial (0.83%) on obtient une répartition pour les actifs de notre portefeuille comme suit :

Actif	Poids
Actions	10%
Obligations	73%
Immobilier	17%

TABLE 5.3 – La répartition du portefeuille obtenue par le modèle de Sharpe et Tint

La méthode de Sharpe et Tint permet d'afficher une volatilité du portefeuille de 0.0001657702611% ainsi la volatilité du rendement du surplus est quant à elle égale à 0.0009957480283% qui est inférieure à la volatilité initiale 0.001025471749%. Et on a obtenu un rendement de portefeuille égal à 2.425205021% et un rendement du surplus égal à 2.5%.

## Conclusion

---

Les résultats obtenus dans notre étude ont permis de retenir trois portefeuilles parmi les différentes allocations testées. Le premier portefeuille correspond à l'allocation initiale avec une répartition de 79% pour les obligations, 20% pour les actions et 1% pour l'actif immobilier. Le deuxième portefeuille est obtenu à partir de la méthode de Markowitz, en prenant en compte les contraintes d'investissement et en fixant le rendement minimum du portefeuille égal au rendement initial. Il présente une allocation de 75% pour les obligations, 23% pour les actions et 2% pour l'actif immobilier. Enfin, le troisième portefeuille est obtenu grâce à la méthode de Sharpe et Tint, en prenant également en compte les contraintes du passif avec un rendement minimum du portefeuille supérieur au rendement initial. Ce portefeuille se compose de 73% d'obligations, 10% d'actions et 17% d'actif immobilier.

Ces trois portefeuilles retenus représentent des choix pertinents dans la gestion du portefeuille d'assurance non-vie, en offrant différentes options en termes de rendement et de risque. Cependant, il convient de souligner que ces allocations sont basées sur des hypothèses et des modèles spécifiques, et qu'elles doivent être régulièrement réévaluées et ajustées en fonction de l'évolution du marché et des objectifs de la compagnie d'assurance. La sélection d'un portefeuille approprié nécessite une analyse approfondie des facteurs économiques, financiers et des contraintes spécifiques de l'entreprise.

# Conclusion

---

En conclusion, ce projet de fin d'études a visé à adapter une approche d'Asset Liability Management (ALM) pour répondre aux besoins spécifiques d'une compagnie d'assurance non-vie. L'objectif était de proposer une allocation d'investissement permettant d'atteindre les objectifs de rendement tout en assurant la solvabilité de la compagnie et la gestion efficace des risques.

Nous avons commencé par construire la courbe des taux zéro-coupon en utilisant la méthode de bootstrap et l'avons modélisée à l'aide de modèles stochastiques, notamment le modèle de Nelson Siegel qui a présenté une bonne adéquation aux données avec une faible erreur quadratique moyenne (RMSE).

Ensuite, nous nous sommes penchés sur la partie du passif du bilan économique de la compagnie. En adaptant notre modèle aux normes du projet de circulaire SBR, nous avons calculé la meilleure estimation des engagements, en utilisant des méthodes déterministes et stochastiques. Nous avons choisi la méthode de chain ladder, préconisée par le projet SBR, pour estimer les sinistres de manière prudente. De plus, nous avons calculé la meilleure estimation des primes en appliquant une formule appropriée. Les frais de gestion, quant à eux, ont été évalués à 2% des engagements.

Ces calculs nous ont permis d'obtenir des flux de trésorerie non actualisés, que nous avons ensuite actualisés en utilisant les taux zéro-coupon obtenus par le modèle de Nelson Siegel. Ainsi, nous avons pu évaluer les besoins de trésorerie futurs de la compagnie et assurer une gestion prudente de ses engagements.

Dans la phase suivante, nous avons abordé la modélisation du portefeuille d'actifs, qui comprenait les titres obligataires, les actions et l'actif immobilier. Les titres obligataires ont été modélisés en utilisant la courbe des taux zéro-coupon obtenue précédemment, tandis que les actions ont été évaluées en se basant sur l'indice MASI, reflétant l'évolution du marché boursier marocain. L'actif immobilier a été pris en compte en appliquant un taux de loyer fixe de 8%.

Enfin, nous avons étudié l'interaction entre la partie du passif et la partie de l'actif en utilisant les modèles de Markowitz et de Sharpe et Tint. Le modèle de Markowitz nous a permis de déterminer une allocation initiale pour le portefeuille d'actifs, tandis que le modèle de Sharpe et Tint a pris en compte les contraintes des deux parties pour proposer des allocations et des stratégies optimales. Ces approches nous ont aidés à trouver un équilibre entre la recherche de rendements satisfaisants et la gestion des risques, tout en garantissant

la solvabilité de la compagnie et le respect de ses engagements envers les assurés.

En résumé, ce projet de fin d'études a apporté des contributions significatives à la gestion financière d'une compagnie d'assurance non-vie. Les résultats obtenus offrent des perspectives prometteuses pour prendre des décisions d'investissement éclairées, en prenant en compte les objectifs de rendement, les contraintes réglementaires et la gestion des risques. Il est essentiel de continuer à améliorer ces modèles et à les adapter aux spécificités de chaque compagnie d'assurance afin d'assurer leur viabilité à long terme et leur capacité à faire face aux défis futurs. Ainsi, les résultats obtenus offrent des pistes intéressantes pour les compagnies d'assurance non-vie dans l'élaboration de leurs stratégies d'investissement et dans la gestion de leur bilan économique. Les futurs chercheurs peuvent approfondir cette problématique en explorant d'autres modèles d'ALM, en considérant des données historiques supplémentaires, et en évaluant l'efficacité des stratégies proposées sur le long terme.

# Bibliographie

- [1] AMEWUNU Kokou Venunye et Hamado DABRE : "Modélisations et projections ALM en assurance non-vie".2014.
- [2] ASSAM Kamel : "Discrétisation de la distribution des trajectoires de l'actif – Application au calcul du Best-Estimate d'un contrat d'épargne".2023.
- [3] AYOLA Komi Maza-Balo T : "Étude comparative de la nouvelle norme marocaine Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) et la norme solvabilité II ".2020.
- [4] BELGADA Zainab, LAHLOU Amale, EL OUARDIRHI Saad : "Modélisation stochastique des provisions techniques d'une assurance non-vie marocaine sous la directive Solvabilité II".2017.
- [5] BURGER Arnaud : "Méthodes de provisionnement et analyse de la solvabilité d'une entreprise d'assurance non-vie".2004.
- [6] Damien Tichit : "La Construction d'un modèle ALM pour l'analyse de l'impact d'une remontée des taux sur la solvabilité d'un assureur vie".2019.
- [7] El QALLI Yassine : "Courbe des Taux et Produits à Revenu Fixe", cours INSEA.2023.
- [8] GADIIH Hajar : "Gestion actif-passif en assurance vie".2013.
- [9] Institut des actuaires : "Groupe de travail « Best Estimate Liabilities Non-vie ».2016. "
- [10] Institut des actuaires : "Guide de provisionnement des sinistres en assurance non-vie".2023
- [11] LE TUAN Anh : "Les méthodes de provisionnement en assurance non-vie".2017.
- [12] MARRI Fouad : "Assurance Non-Vie", cours INSEA.2023
- [13] NOR Nizar et Sidy D DOUCOURE : "Théorie de portefeuille".2018.
- [14] Pierre-E. Thérond : "Génération de scénarios économiques, Modélisation des taux d'intérêt".2013.
- [15] Vincent de Christen : "Approche statistique des distributions des taux souverains et appréhension du risque de taux pour un assureur".2018.