



المندوبية السامية للتخطيط  
HAUT-COMMISSARIAT AU PLAN



Institut National de Statistique  
et d'Economie Appliquée

## Projet de Fin d'Études

# Sujet : Calibration des chocs dans le cadre du projet SBR

**Préparé par :**

Mr. Bihi El Mahdi

Mr. El Azzouzi Marwane

**Sous l'encadrement de :**

Mr. Marri Fouad (INSEA)

Mr. Zity Oussama (MAZARS)

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

*Diplôme d'Ingénieur d'État.*

*Filière : Actuariat Finance*

**Septembre 2020 / PFE N 6**



## Résumé :

Le secteur des assurances au Maroc se prépare à un changement majeur au niveau de sa réglementation, suite à la mise en place de la nouvelle réforme de la Solvabilité Basée sur les Risques (SBR). Le capital de solvabilité et les provisions techniques des compagnies d'assurances seront déterminés suivant de nouvelles règles. La principale nouveauté est que le calcul du Capital de Solvabilité Requis pour une compagnie d'assurances doit être calculé en tenant compte des engagements vis-à-vis de leurs clients, et aussi des risques et aléas éventuelles pouvant faire face à leur activité d'assurance. Une telle approche permet une meilleure adéquation du SCR avec le profil de risque de la compagnie.

Notre étude focalise son intérêt sur deux grands risques majeurs : Le risque de marché et le risque de souscription non-vie.

Dans la première partie du présent mémoire, nous présenterons une démarche de calibrage des chocs des risques d'action et de taux d'intérêt à horizon d'un an, par une approche de génération de scénario pouvant prévoir les fluctuations futures du marché.

Dans une deuxième partie, on proposera un calibrage de chocs du risque de souscription non-vie pour une entité B. Notre travail repose sur l'estimation des paramètres suivants :

- Pour le risque de primes : La volatilité induite par le risque de tarification (variation de la sévérité et la fréquence des sinistres à horizon d'un an)
- Pour le risque de réserve : la volatilité induite par le risque de sous-provisionnement (variation imprévue des règlements de sinistres passés).

## Dédicaces :

Je dédie ce travail, comme preuve de gratitude et respect à :

- Mes chers parents, pour tous leurs sacrifices et leur soutien tout au long de mes études.
- Mes deux frères, pour leur appui et leur encouragement.
- Tous mes amis et à toute personne ayant cru en moi.

Que ce modeste travail puisse vous exprimer ma profonde gratitude et reconnaissance.

Marwane El Azzouzi

Avec l'expression de ma plus profonde reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je n'arriverais jamais à leur exprimer mon amour sincère :

- À mes chères parents, qui m'ont toujours soutenu et qui n'ont économisé aucun effort pour que je puisse arriver là où je suis.
- À mes deux petites sœurs, qui m'ont toujours encouragé.
- À mes amis, qui ont su rendre.
- Et enfin à ma chère Khadija, qui a toujours su me convaincre et qui m'a fait grandir en tant que personne.

Bihi El Mahdi

## Remerciements :

Il nous est agréable de nous acquitter d'une dette de reconnaissance auprès de toutes les personnes dont l'intervention, au cours de ce projet, a favorisé son aboutissement.

Nous adressons notre profonde gratitude à notre cher professeur Monsieur Fouad MARRI pour avoir accepté de veiller sur l'encadrement de notre travail .

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à Monsieur Oussama ZITY, Madame Zineb BENSEYED pour avoir encadré notre stage de fin d'études à Mazars, et pour leur grande serviabilité et patience.

On remercie Monsieur Ibrahima SOW , pour son encouragement et ces précieux conseils , et Monsieur Amal ORAYBI pour avoir accepté d'évaluer ce travail.

Finalement, nous tenons à remercier toute l'équipe Mazars et le corps enseignant et le personnel de l'Institut National de Statistique et d'Economie Appliquées et toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de cet humble travail.

## Table des matières :

Résumé :	- 3 -
Dédicaces :	- 4 -
Remerciements :	- 6 -
Table des matières :	- 7 -
Liste de figures :	- 9 -
Liste de tableaux :	- 11 -
Liste d'abréviations :	- 12 -
Introduction :	- 13 -
Partie I : Présentation du contexte :	15
Chapitre 1 : Présentation du secteur d'assurances au Maroc :	16
I.1.1. Les intermédiaires du secteur :	17
I.1.2. Présentation de l'ACAPS :	17
I.1.3. Présentation de l'organisme d'accueil :	18
Chapitre 2 : Comparaison entre le cadre réglementaire actuel et SBR :	20
I.2.1. Cadre réglementaire actuel :	20
I.2.2. Le projet SBR :	20
Partie II : Calibration des chocs pour la partie Actif :	30
Chapitre 0 : Introduction :	- 31 -
Chapitre 1 : Chocs des Actions :	- 32 -
II.1.1. Un peu de théorie :	- 32 -
II.1.1. Application de l'approche :	- 36 -
Chapitre 2 : Chocs du taux d'intérêt:	- 45 -
II.2.1. Un peu de théorie :	- 45 -
II.2.2. Application de l'approche :	- 48 -
Partie III : Calibration des chocs pour la partie Passif :	- 55 -
Chapitre 0 : Introduction :	- 56 -
Chapitre 1 : Le risque de réserves :	- 58 -
III.1.1. Méthode de Merz et Wüthrich :	- 58 -

III.1.2. Application au portefeuille d'une entreprise : .....	- 61 -
Chapitre 2 : Le risque de prime : .....	- 67 -
III.2.1. Méthodes : .....	- 67 -
III.2.2. Présentation des données : .....	- 69 -
Chapitre 3 : Calcul des coefficients de variation par segment : .....	- 76 -
III.3.1. Résumé : .....	- 76 -
III.3.2. Calcul du coefficient de variation Global du portefeuille non-vie : .....	- 77 -
Conclusion : .....	- 79 -
Bibliographie : .....	- 80 -

## Liste de figures :

*Figure1 : Primes vie vs non-vie en Afrique, au Maroc et dans le monde.*

*Figure2 : Répartition des intermédiaires au Maroc.*

*Figure 3 : Les risques que doit couvrir le SCR.*

*Figure 4 : Principe général de l'approche par scenarios.*

*Figure 5 : catégories de fonds propres.*

*Figure 6 : Résumé des ICPs*

*Figure 7 : Cours du MASI.*

*Figure 8 : Densité des rendements.*

*Figure 9 : Comparaison cours MASI.*

*Figure 10 : Densité entre 2008 et 2020.*

*Figure 11 : Répartition loi  $\mathcal{N}(0.0036,0.1340)$ .*

*Figure 12 : Étapes pour le génération d'un scenario.*

*Figure 13 : Les scénarios obtenus.*

*Figure 14 : Taux moyen pondéré entre 2009 et 2020.*

*Figure 15 : Corrélograme de la série des taux.*

*Figure 16 : Résumé de la régression.*

*Figure 17 : Facteurs de crédibilité pour les branche RC, Crédit.*

*Figure 18 : Facteurs de crédibilité pour les autres branches.*

*Figure 19 : Droite de régression pour les années de développement et les coefficients de détermination.*

*Figure 20 : Nuages de points des résidus en fonction des montants cumulés par année de développement.*

*Figure 21 : Primes acquises en fonction de la charge ultime.*

*Figure 22 : recommandation de la CEIOPS pour la branche RC Auto.*

*Figure 23 : recommandation de la CEIOPS pour les garanties annexes.*

*Figure 24 : Corrélations de Pearson entre les segments.*

## Liste de tableaux :

*Tableau 1 : Prix zéro coupon par maturité.*

*Tableau 2 : Chocs à appliquer.*

*Tableau 3 : Triangle de règlements.*

*Tableau 4 : USP par segment.*

*Tableau 5 : USP recommandés par la CEIOPS.*

*Tableau 6 : Primes acquises et charges ultimes du segment GA.*

*Tableau 7 : USP obtenus par segment et par méthode.*

*Tableau 8 : USP obtenus par segment et primes acquises.*

## Liste d'abréviations :

SBR : Solvabilité Basée sur les Risques.

ACAPS : L'Autorité de Control des Assurances et de la Prévoyance Sociale.

SCR : Solvency Capital Requirement.

LOB : Line Of Business.

VaR : Value At Risk

USP : Undertaking Specific Parameter.

## Introduction :

Le secteur d'assurance est un levier économique pour chaque pays soit en cours de développement soit développé. Il permet aux acteurs économiques d'échanger les risques imposés pour une prime, ce qui facilite plusieurs opérations de la vie quotidienne puisque les acteurs ont plus de confiance dans le système et contribue ainsi directement dans le développement des économies émergentes.

L'activité des entreprises d'assurances consiste en un cycle de production inversé. Le client paye d'abord la prime et bénéficie ensuite d'une couverture sur le risque qu'il souhaite assurer, il suit donc que l'entreprise doit être capable de prévoir de manière assez précise le risque financier qu'elle encourt. D'où la nécessité de l'usage d'outils mathématiques et probabilistes pour pouvoir assurer ce rôle et éviter de se faire ruiner par ses engagements.

L'assureur est donc amené à maîtriser les flux futurs de ses engagements envers ses clients en essayant de bénéficier d'un effet de mutualisation entre le groupe des assurés, et ceci en se basant sur les données historiques de la sinistralité ensuite en extrayant des probabilités enfin en essayant de trouver l'espérance. Ce qui permet de tarifier les contrats d'assurances.

L'assureur doit ensuite être dans la capacité d'honorer ses engagements à chaque moment, ce qui le fait tourner vers les placements dans les marchés financiers pour pouvoir se couvrir davantage des risques. Une pratique qui a le bon effet secondaire que cet argent est investi dans l'économie ce qui contribue dans une meilleure allocation de ressources et donc une forte croissance. Ces investissements sont bien sûr règlementés, et doivent assurer la solvabilité de l'assureur face à ses engagements.

La notion de solvabilité de l'assureur est donc centrale dans l'exercice de l'activité d'une compagnie d'assurance. Cette notion repose sur trois points essentiels. L'assureur doit en premier être capable d'évaluer de manière de manière précise le

montant de ses engagements envers ses clients, il doit être en mesure de constituer des provisions techniques suffisantes. Ensuite, l'assureur doit détenir un montant suffisant d'actifs sûrs, rentables et liquides pour assurer sa pérennité. Enfin, il doit posséder une marge de solvabilité lui permettant de rester solvable même dans le cas d'éventuelles pertes futures, cette marge est donc assurée par le fait d'avoir un niveau d'actifs réels supérieur à ses dettes et ses engagements.

Ces points sont régis par une réglementation prudentielle fixée par une autorité de contrôle indépendante, cette fonction est assurée au Maroc par l'ACAPS. Elle veille à ce que les entreprises respectent certaines normes qui assurent leur état de solvabilité, en pratiquant une surveillance financière basée sur la vérification de la constitution des provisions techniques et leur représentation par les actifs, et la conformité aux règles imposées par le législateur. Ces provisions doivent être suffisantes et prudentes, les entreprises doivent aussi respecter la marge de solvabilité qui exige que les fonds propres de l'entreprise doivent être supérieures à un niveau minimal nommé « l'exigence de la marge de solvabilité ». Le cadre réglementaire fixe aussi des règles d'investissement pour s'assurer que l'entreprise investit les primes qu'elle perçoit d'une manière prudente.

Ces éléments peuvent être vus comme une mesure de la solidité financière d'une entreprise. Les règles en vigueur pour le moment font montre d'un aspect prudentiel mais restent inadéquates quant aux bonnes pratiques recommandées à l'international. D'où la nécessité d'une réforme du cadre réglementaire qui est venue sous la forme du projet « Solvabilité Basée sur les Risques » qui introduit plusieurs pratiques qui étaient absentes jusqu'à maintenant au Maroc. Parmi ces pratiques, la prise en compte de l'ensemble des risques portés par l'assureur dans le calcul de l'exigence de capital, alors qu'auparavant cette exigence était déterminée d'une manière simpliste qui prenait en compte les primes et les provisions.

## Partie I : Présentation du contexte :

## Chapitre 1 : Présentation du secteur d'assurances au Maroc :

Le marché marocain est classé 3ème dans la région MENA après l'Arabie Saoudite et les Émirats Arabes Unis, 2ème en Afrique après l'Afrique du Sud et 51ème au monde, avec un montant de primes émises de 43,1 milliards de dirhams en 2018, réalisant ainsi une croissance de 6% par rapport à l'exercice de 2017. Le taux de pénétration a été de 3.74% qui est le premier chiffre dans le monde arabe.

Ce marché compte actuellement vingt-trois entreprises d'assurances et de réassurance dont 2 réassureurs. Et la majorité des primes sont émises par les 10 premières entreprises (91.5%), les plus grands acteurs étant Wafa Assurances, RMA Assurances et SAHAM Assurances qui détiennent 40.9% des parts du marché.

Au Maroc on remarque encore que l'assurance non-vie a un chiffre d'affaire plus important que l'assurance vie, cependant cette dernière gagne du terrain avec des taux de croissances beaucoup plus importants (18.8% en 2017 et 7.1% en 2018) alors que l'assurance vie maintient toujours un taux de croissance stable de 5.6%. Ce qui fait que l'assurance vie et capitalisation représentent à présent 44.2% du total du secteur alors que la non-vie détient le reste (55.8% en 2018 contre 56.4% en 2017)

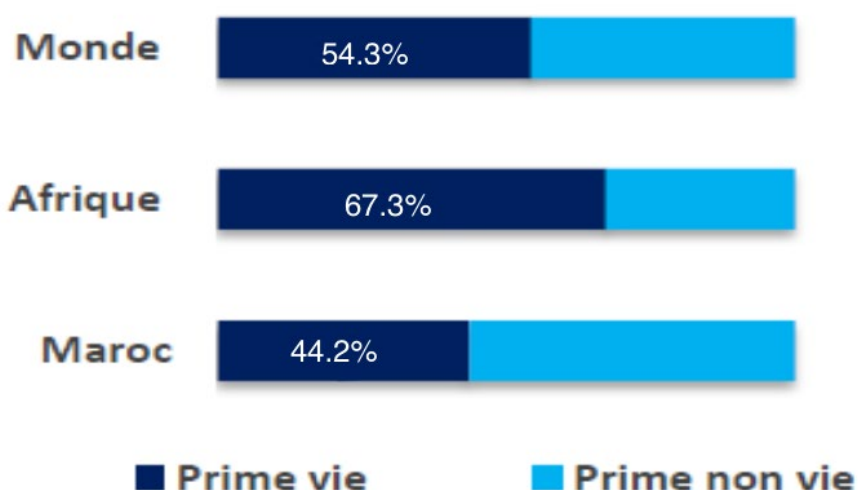


Figure1 : Primes vie vs non-vie en Afrique, au Maroc et dans le monde.

### I.1.1. Les intermédiaires du secteur :

Au Maroc, la majorité des intermédiaires sont localisés dans l'axe Rabat-Casablanca (48% des intermédiaires), Ces intermédiaires comptent en total entre les agents, les courtiers et les bureaux directs 2423 en 2017.

	Agents	Courtiers	BGD	Total	Part du total
Casablanca-Settat	414	229	138	781	32,2%
Rabat-Salé-Kenitra	207	83	94	384	15,8%
Fès-Meknès	165	50	54	269	11,1%
Tanger - Tétouan- Al Hoceima	146	25	49	220	9,1%
Marrakech-Safi	146	20	57	223	9,2%
l'Oriental	116	17	49	182	7,5%
Souss-Massa	107	11	50	168	6,9%
Beni Mellal- Khénifra	55	10	30	95	3,9%
Draa-Tafilalet	37	-	19	56	2,3%
Laayoune-Sakia el hamra	13	1	10	24	1,0%
Guelmim-Oued Noun	7	2	5	14	0,6%
Dakhla -Oued Ed Dahab	4	1	2	7	0,3%
<b>Total</b>	<b>1 416</b>	<b>449</b>	<b>557</b>	<b>2 423</b>	<b>100,0%</b>

Figure2 : Répartition des intermédiaires au Maroc.

### I.1.2. Présentation de l'ACAPS :

L'Autorité de Control des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) est une personne morale de droit publique qui jouit de son autonomie financière. Dans un souci de modernisation du secteur, la DAPS (Direction des Assurances et de la Prévoyance Sociale), qui était l'autorité de control avant le texte de loi n°64-12 (6 mars 2014), a été érigée en autorité indépendante du Ministère de l'Économie et des Finances.

Cette autorité s'assure au respect des entités soumises à son contrôle des règles de protection des assurés, des titulaires de contrats de prévoyance et des

bénéficiaires des contrats d'assurance. Elle surveille les entreprises et les intermédiaires afin qu'ils s'adaptent aux codes et aux directives régis par les textes en vigueur. Elle est donc chargée de s'assurer de la solvabilité de ces entreprises pour qu'elles soient en mesure d'honorer leurs engagements envers les assurés. Et dispose donc, pour ce faire, de pouvoir réglementaire qui lui permet de fixer des règles prudentielles et des règles de contrôle à travers l'élaboration de circulaires qui sont ensuite homologuées par le Ministère de l'Économie et des Finances.

#### *1.1.2.1. Organismes sous le contrôle de l'ACAPS :*

- Entreprises d'assurances : L'ACAPS a pour mission de contrôler les entreprises d'assurances et s'assurer de leur solvabilité pour protéger les droit des assurés.
- Les intermédiaires : L'ACAPS est aussi chargée de contrôler le réseau de distribution des produits d'assurances, ainsi que les activités des bancassurances qui sont agréées pour la présentation des opérations d'assurances de personnes, d'assistance et de crédit.
- Mutuelles.
- Retraite : L'ACAPS est chargé de la définition des modalités de la supervision des acteurs du secteur de la retraite ainsi que le contrôle technique et réglementaire permanent des régimes de retraite existants.
- Les assurances maladies obligatoires : L'ACAPS contrôle les activités des organismes gestionnaires de ces assurances (CNSS et CNOPS) et veillent aux respect des textes de loi qui régissent cette activité.

#### *1.1.3. Présentation de l'organisme d'accueil :*

Mazars est une multinationale d'origine française créée en 1945 par Robert Mazars à Rouen. L'entreprise est spécialisée dans l'audit, l'expertise comptable, la fiscalité et le conseil aux entreprises.

L'entreprise a passé de 33 salariés en France 1977 à 24400 professionnels au sein du partnership intégré de Mazars et 16000 professionnels via Mazars North America Alliance en 2020, avec une présence dans 91 pays et territoires. Elle est actuellement classée 5ème en Europe après les 4 grandes entreprises de conseil anglo-saxonnes ou « The Big Four »

## Chapitre 2 : Comparaison entre le cadre réglementaire actuel et SBR :

### I.2.1. Cadre réglementaire actuel :

Le cadre réglementaire en vigueur est un cadre simple à appliquer voir simpliste. Il est intuitif pour la prise de décision relatifs aux opérations des compagnies d'assurances. Cependant, ce cadre reste inadéquat et inadapté à la situation réelle de ces compagnies.

Cette réglementation repose sur quatre volets :

- L'évaluation prudente des provisions techniques et des placements.
- La possession d'actifs de bonne qualité comme représentation des engagements des assureurs.
- Calcul d'une marge de solvabilité.
- Détermination des ressources permettant de couvrir cette marge.

Quant aux insuffisances de ce cadre on pourra citer :

- Sa simplicité : Le cadre ne prend pas en compte la diversité des risques et leurs spécificités ainsi que la marge de solvabilité.
- L'incohérence avec les réglementation bancaire à l'international (Bâle III).
- L'appréhension inadéquate des risques associés aux placements notamment les risques de marché.
- Plus comptable qu'économique et ne reflète donc pas la réalité.
- Les normes en matière de gouvernance sont quasi absentes.

Afin de remédier à toutes ces insuffisances, et afin de mieux se conformer aux normes internationales, le législateur a introduit le projet SBR.

### I.2.2. Le projet SBR :

La solvabilité basée sur les risques est le nouveau cadre réglementaire marocain pour s'assurer de la solvabilité des compagnies d'assurances. Le projet a été mis en place à travers l'amendement de l'article 239 par le projet de loi n° 059-13 qui modifie et complète la loi n°17-99 du code des assurances. Ce projet est venu subvenir aux besoins du marché marocain des assurances, et pour s'assurer de la conformité du marché aux normes internationales et aussi pour remédier aux insuffisances du cadre actuel.

Cette réglementation prend comme support les textes de loi suivants :

- Les articles 239 et 239-2 de la loi n°17-99.
- Circulaire d'application.
- Instructions et décisions éventuelles.

Elle se base sur les principes :

- Proportionnalité et simplicité : Tient compte de la nature, de la taille et de la complexité des profils des différents acteurs du marché.
- Dialogue : L'autorité de contrôle doit adopter une démarche de concertation et de dialogue avec les différentes entreprises soumises à son contrôle, elle doit être ouverte aux suggestions et doit être à l'écoute de leurs préoccupations.
- Progressivité : La migration vers le nouveau cadre réglementaire doit être progressive, l'autorité de contrôle doit prendre en compte la réalité du marché à ce moment en termes d'allocation de ressources, ce changement ne peut donc être que progressive pour préserver l'équilibre.

Cette nouvelle réglementation se base sur trois piliers essentiels, le premier pilier traite les exigences quantitatives de la solvabilité, le second traite les exigences en matière de gouvernance, enfin le troisième organise le volet des informations et de leurs communication.

### 1.2.2.1. Exigences quantitative (Pilier I) :

Le premier pilier traite les exigences quantitatives relatives à la solvabilité des entreprises d'assurances et de réassurance. Il détermine les règles de calcul du Capital de Solvabilité Requis (SCR) ainsi que le niveau de fonds propres prudentiel et offre une nouvelle vision du bilan.

#### 1.2.2.1.1. Le capital de solvabilité requis :

Le SCR est l'équivalent de la marge de solvabilité dans le cadre réglementaire actuel. Il est censé couvrir le risque de l'occurrence d'un scénario catastrophique d'une probabilité d'occurrence très faible et ceci pour s'assurer que l'assureur soit théoriquement dans la mesure d'honorer ses engagements même dans le cas le plus défavorable.

Le capital de solvabilité requis se compose de plusieurs types de risques :

- Risque de marché : Risque dû à un développement défavorable de la position de l'assureur sur le marché, résultant des fluctuations qui affectent la valeurs des actifs et des passifs à sa possession. Il contient 5 types de risques : Risque de taux, risque d'actions, risque immobilier, risque de spread (risque de perte relative au marge de crédit additionnelles par rapport aux taux de référence exigé par les investisseurs sur des obligations émises par d'autres entités) et le risque de change.
- Risque de concentration : Le risque de perte des fonds propres qui pourrait résulter d'une baisse de la valeur des actifs associés à un ensemble d'émetteurs appartenant au même groupe, ce risque est dû à un manque de diversification des émetteurs.
- Risque de contrepartie : Le risque de perte résultant d'un défaut de paiement d'une contrepartie ou d'une dégradation du profile de crédit.

- Risque de souscription vie : Divers risques liés à l'exercice de l'assurance vie, il contient : Risque de mortalité et de longévité, risque de rachat, risque de frais et enfin le risque catastrophe.
- Risque de souscription non-vie : Les divers risques liée à l'exercice de l'assurance non-vie, il contient : Risque de primes, le risque de réserves et le risque de catastrophe.
- Ces deux risques de souscription sont des risque de perte dû à des hypothèses inadéquates dans le domaine de la tarification, le provisionnement et la sinistralité.
- Risque opérationnel : Risque de pertes résultant des procédures internes de l'opération de l'entreprise (problèmes des systèmes informatiques, pannes, membres du personnel, etc.).

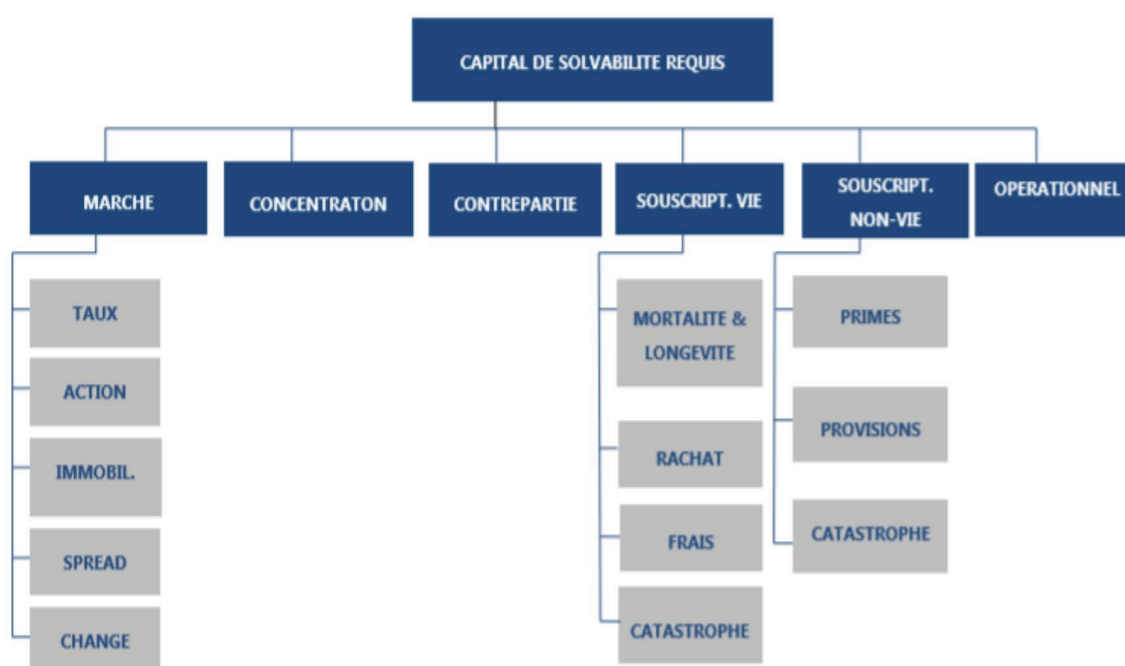


Figure 3 : Les risques que doit couvrir le SCR.

Pour calculer ce SCR, on dispose de deux approches de calculs différentes :

- Approches par facteurs : le calcul de la charge en capital est fait à partir d'une formule mathématique. À titre d'exemple, dans notre mémoire, on va utiliser

la formule en non-vie :  $SCR_{LOB} = 3\sigma_{Lob} \cdot V_{Lob,UT}$  qui sera calculé pour chaque Line of Business.

- Approche par scenario : Cette charge en capital sera calculée sur la base du bilan prudentiel. Elle est égale à la variation de fonds propres de base avant et après un choc défavorable :

$$SCR_{sous-module} = \Delta BoF_{choc} = BoF_{t=0^+} - BoF_{t=0^-}$$

Avec BoF: Les fonds propres de base.

L'impact de ce choc est mesuré par la variation des fonds propres :

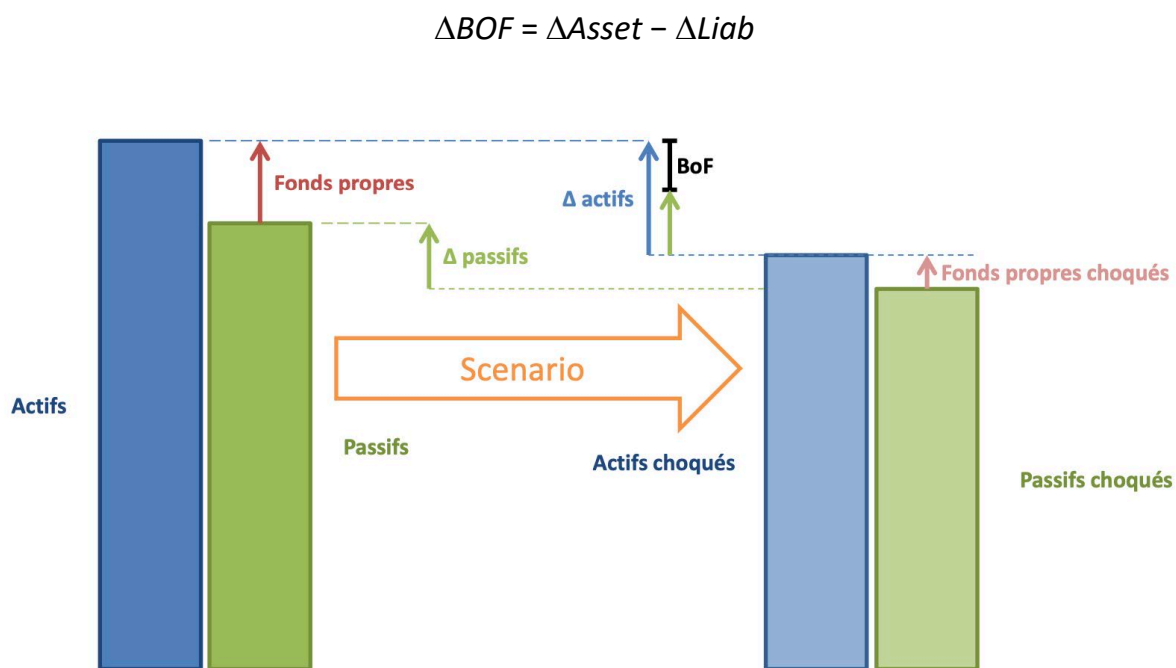


Figure 4 : Principe général de l'approche par scenarios.

#### 1.2.2.1.2. Le bilan prudentiel :

La nouvelle réglementation SBR offre une nouvelle vision du bilan outre que la vision purement comptable. Les entreprises sont donc amenées à établir un bilan dit

prudentiel. Cette nouvelle vision du bilan est censée prendre en compte l'état du marché et des risques que l'entreprise encourt.

Il comprend les rubriques : impôts différé actif, impôts différé passif et réserve de réconciliation, qui sont dans le bilan comptable, et remplace respectivement les rubriques : provisions techniques brutes et la part des cessionnaires dans les provisions techniques, par les rubriques : provisions techniques prudentielles et part des cessionnaires dans les provisions techniques prudentielles.

Ces provisions techniques prudentielles sont évaluées selon le principe du Best Estimate ou la meilleure estimation des engagements à laquelle on ajoute une marge de risque qui représente un coût de capital.

Les autres actifs et passifs sont valorisés à la valeur du marché.

#### 1.2.2.1.3. L'exigence en capital supplémentaire :

L'autorité de contrôle a le droit d'exiger un capital supplémentaire de la part de l'entreprise si elle constate que les hypothèses appliquées au calcul du capital de solvabilité requis sont inadéquates au profil de risque de cette entreprise ou quand le système de gouvernance ne répond pas aux exigences fixées par la circulaire.

#### 1.2.2.1.4. Les fonds propres :

Le capital de solvabilité requis et l'exigence de capital supplémentaire sont constitués d'éléments de fonds propres qui sont divisé en 2 catégories, cette classification est faite selon le niveau de qualité de ces fonds en se basant sur cinq critères : la subordination, la capacité d'absorption, la permanence, la perpétuité et l'absence des charges financières.

Le montant de ces fonds propres doit être supérieur au capital de solvabilité requis et au moins 70% de ce capital doit être composé de fonds propres de la première catégorie.

Fonds propres de catégorie 1	Fonds propres de catégorie 2
<ul style="list-style-type: none"><li>• Capital social appelé et versé</li><li>• Fonds d'établissement</li><li>• Emprunts pour augmentation du fonds d'établissement</li><li>• Primes d'émission, de fusion, d'apport</li><li>• Ecart de réévaluation</li><li>• Réserve légale</li><li>• Autres réserves non liées à des engagements</li><li>• Report à nouveau</li><li>• Fonds social complémentaire</li><li>• Résultats nets en instance d'affectation</li><li>• Résultat net de l'exercice</li><li>• Les dettes subordonnées dans certaines conditions</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Reserve de réconciliation si positive</b></li><li>• Capitaux appelés non versés</li><li>• Dettes subordonnées dans certaines conditions</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>– Le montant de la valeur de ses propres actions que détient l'entreprise d'assurances et de réassurance ;</li><li>– Les dividendes, distributions et charges prévisibles ;</li><li>– Les engagements donnés hors bilan, au cas par cas ;</li><li>– <b>La réserve de réconciliation lorsque celle-ci est négative ;</b></li><li>– <b>Les participations de l'entreprise d'assurances et de réassurance dans certaines conditions.</b></li></ul>	

Figure 5 : catégories de fonds propres.

### 1.2.2.1. Exigences qualitatives (Pilier II) :

Visant une conformité aux International Core Principles (ICPs), la nouvelle réforme a introduit de nouvelles exigences en matière de gouvernance. Ces exigences sont censées être un guide pour les entreprises d'assurance, et décrivent les principaux organes décisionnels, d'administration et de gestion ainsi que leur fonctionnement et la responsabilité de chacun, les règles de l'élection, la dénomination et la désignation des membres. Ils doivent être écrits et validés et ensuite transmis à l'autorité de contrôle.

Les ICPs qui déterminent les exigences en matière de gouvernance sont au nombre de trois :

- ICP 7 : Le superviseur impose aux assureurs d'établir et de mettre en place un cadre de gouvernance permettant une gestion et un contrôle sains et prudents

des activités de l'assureur tout en protégeant adéquatement les intérêts des assurés.

- ICP 8 : Le superviseur impose à l'assureur de disposer, au sein de son cadre global de gouvernance d'entreprise, de systèmes de gestion des risques et de contrôle interne efficaces, comportant des fonctions efficaces pour la gestion des risques, l'examen de conformité, l'actuariat et l'audit interne.
- ICP 16 : Le superviseur détermine les exigences en matière de gestion du risque d'entreprise à des fins de solvabilité qui requiert des assureurs la prise en compte de l'ensemble des risques pertinents et significatifs.

Outre ce système de gouvernance, l'autorité de contrôle a mis en place un système d'audit, de contrôle interne et de gestion de risques en définissant un manuel de procédures de contrôle interne qui sont révisées d'une manière régulière et prenant en compte les différents audits internes et externes.

L'autorité vise ainsi l'introduction d'une vraie culture de risque aux acteurs du secteur d'assurances, ce pilier permet à son tour d'appliquer une approche quantitative en renforçant certaines fonctions clés :

- La fonction de gestion de risque : L'autorité assiste et conseil la direction générale quant à la mise en place d'un système de gestion de risques, elle peut aussi se prononcer sur la suffisance des provisions techniques.
- La fonction actuarielle : L'autorité coordonne les calculs actuarielles et prudentiels, garantit le caractère approprié des méthodes et se prononce sur l'avis de la politique de souscription des entreprises.
- La fonction de vérification de la conformité : L'autorité veille à la conformité à la réglementation et aux politiques fixées par le conseil de l'entreprise.
- La fonction d'audit interne : C'est une fonction indépendante et non influençable par les décisions de la direction générale. Elle est chargée d'établir un rapport annuel d'audit interne destiné au conseil d'administration

contenant les actions de contrôle effectives et les insuffisances trouvées et des propositions de mesure correctrices.

#### *1.2.2.1. Exigences en matière d'informations (Pilier III) :*

La motivation principale du projet SBR est de mesurer la solvabilité des acteurs du secteur d'assurance en fonction de leur profil de risque, pour parvenir à cette fin, l'ACAPS vise une communication transparente des acteurs avec l'autorité ainsi qu'avec le public et ceci en élaborant des états prudentiels et statistiques et des rapports narratifs. Cette communication repose sur :

- Une politique s'assurant de la qualité de données en s'assurant de l'exhaustivité, la pertinence et l'exactitude des données.
- La définition d'un système d'informations moderne chargé de produire des informations fiables et complètes de manière journalière.
- Des programmes d'extraction de données suffisamment sécurisés et intègres en identifiant les responsables.

Les ICPs qui déterminent les exigences en matière d'informations sont au nombre de deux :

- ICP 9 - Le contrôleur dispose d'un système de contrôle intégré et basé sur les risques utilisant la contrôle à distance et les inspections sur place pour examiner les affaires de chaque assureur, en évaluer sa situation, la qualité et l'efficacité du Conseil d'administration et de la haute direction ainsi que le respect de la réglementation et des exigences prudentielles. Le contrôleur obtient les informations nécessaires à la conduite d'un contrôle efficace des assureurs et à l'évaluation du marché de l'assurance.
- ICP 20 - Le superviseur exige que les assureurs divulguent :
  - Une information pertinente, complète et adéquate.

- Une information en temps opportun afin de donner aux assurés et aux participants du marché une vision claire de leurs activités commerciales, de leur performance et de leur situation financière.

Cela devrait renforcer la discipline de marché, la compréhension des risques auxquels l'assureur est exposé et la manière dont les risques sont gérés.

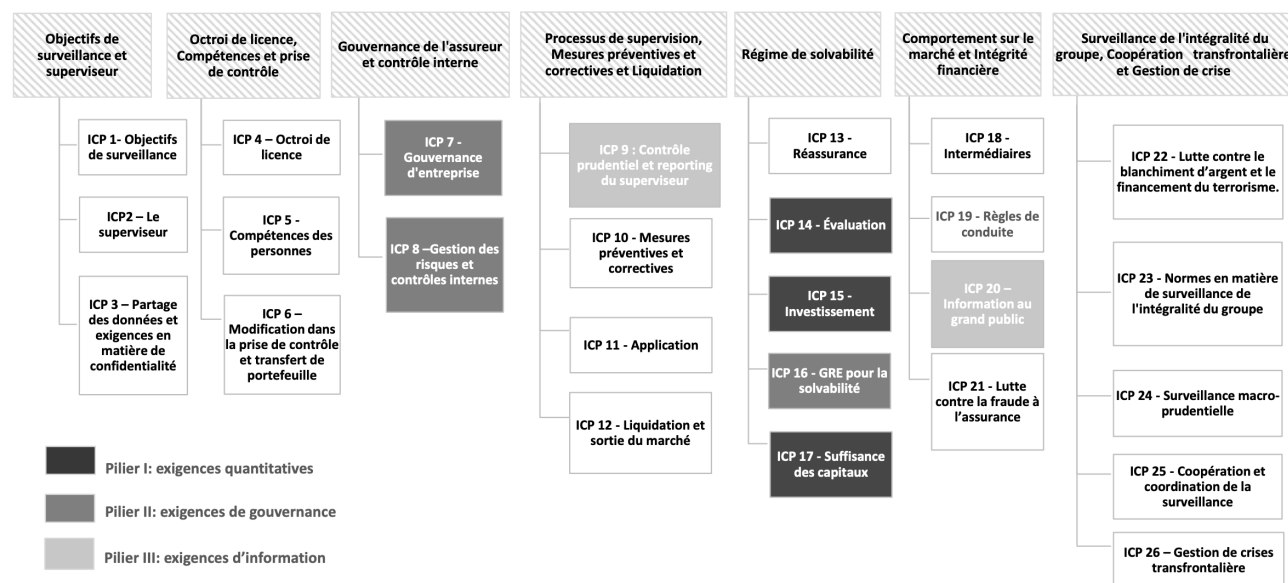


Figure 6 : Résumé des ICPs.

## Partie II : Calibration des chocs pour la partie Actif :

## Chapitre 0 : Introduction :

Le risque de marché est le risque de pertes qui peut résulter des fluctuations des prix des instruments financiers qui composent un portefeuille. Ce risque peut porter sur le cours des actions, les taux d'intérêts, les taux de changes, les cours des matières premières, etc.

Il existe plusieurs manières pour mesurer le risque de marché comme la VaR (Value at Risk) qu'on va utiliser dans cette partie pour déterminer le montant des chocs qu'on devra appliquer, on utilise aussi la volatilité, la sensibilité au risque etc.

Dans notre mémoire on s'intéressera au chocs des actions et des taux d'intérêts.

## Chapitre 1 : Chocs des Actions :

### II.1.1. Un peu de théorie :

Les actions sont un titre de propriété qui correspond à une part du capital d'une entreprise. Le détenteur de ces actions est dit actionnaire dans l'entreprise, il est donc propriétaire d'une partie de l'entreprise selon le nombre d'actions qu'il possède.

Les entreprises d'assurances peuvent détenir des actions dans différentes entreprises afin de représenter leurs engagements envers leurs assurés, cependant la détention d'actions représente un risque significatif. Les actions sont une part du capital d'une entreprise, et cette dernière peut enregistrer une croissance comme elle peut enregistrer une décroissance. Ceci pose un problème pour l'assureur qui utilise ces actions comme représentation de ses engagements, et sera donc, s'il n'est pas assez prudent, dans l'incapacité d'honorer ses engagements envers ses clients.

L'autorité de contrôle a donc fixé plusieurs règles quant à la détention d'actions dans le portefeuille d'un assureur, notamment le pourcentage de la représentation des fonds propres en actions, afin de maîtriser le risque lié à cet instrument financier.

Dans notre mémoire, on va s'intéresser aux chocs appliqués à cette part des fonds propres. En effet, la prudence exige, l'entreprise doit être capable de garder sa solvabilité dans les pires scénarios possibles. Pour ce faire, l'autorité exige un montant en capital relatif à la baisse de la valeur des actions.

#### *II.1.1.1. Présentation de l'approche :*

L'exigence en capital relative au risque action correspond aux pertes de fonds propres de l'entreprise dû aux mouvements défavorables du marché des actions. Le

nouveau projet SBR ne précise pas encore les pourcentages des chocs qu'il faudra appliquer pour les actions.

Notre approche consistera alors d'une modélisation stochastique des actions en utilisant un des modèles les plus connus de modélisation d'actions notamment le modèle Black and Scholes qui est le modèle de référence de base pour ce type de modélisation.

### II.1.1.2. Le modèle de Black and Scholes :

Le modèle de Black and Scholes correspond, dans sa version unidimensionnelle (un seul choc externe aléatoire et une action), au modèle suivant :

$$S(t) = S(0) + \int_0^t \mu S u du + \int_0^t \sigma S u dB u \quad (1)$$

Avec :

$\mu$  et  $\sigma$  sont des constantes fixées représentant l'Espérance et la volatilité.

$S(0)$  le cours de l'action observé à la date  $t=0$

$B$  est un Mouvement Brownien ou un processus de Wiener, il représente la partie aléatoire du processus du prix d'action, et vérifie, dans un espace probabilisé  $(\Omega, F, P)$ , les propriétés suivantes :

- $B_0=0$  presque sûrement ( $P(B_0=0)=1$ ), le Mouvement Brownien démarte donc de l'origine.
- Les trajectoires  $t \rightarrow B_t$  sont presque sûrement continues, ce qui assure l'absence de toute discontinuité.

- $B_t$  est à accroissements indépendants, ce qui veut dire que le changement de la valeur du Mouvement Brownien est indépendant de la trajectoire déjà prise.
- $\forall s < t, B_t - B_s \sim N(0, t-s)$ , La variation du Mouvement Brownien suit une loi normale centrée de variance  $t-s$ .

Le modèle repose sur la résolution de l'équation différentielle (1) qu'on pourra réécrire de la manière suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dB_t$$

La solution de cette équation s'écrit :

$$S(t) = S(0) * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) * t + \sigma B_t\right)$$

La machine ne possède pas la capacité de traiter du temps continu, pour pouvoir coder cette expression, il faudra discrétiser la solution :

$$S(t + 1) = S(t) * \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma * (B(t + 1) - B(t))\right)$$

$B$  est un Mouvement Brownien,  $B_{t+1} - B_t$  suit donc une loi normale centrée réduite, qu'on pourra coder comme étant une réalisation de la loi normale.

Le rendement logarithmique  $R_t = \ln(S_{t+1}/S_t)$  est sera donc donné par la relation suivante :

$$R_t = \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma * (B(t + 1) - B(t))\right)$$

### II.1.1.3. L'approche Value At Risk :

L'approche qu'on va détailler consiste à chercher la Value At Risk ( $VAR_{99.5\%}$ ) à un seuil de 99.5% ou une réalisation dans 200.

Pour ce faire, on est amené à générer plusieurs scénarios selon le modèle de Black and Scholes qu'on vient de détailler, en s'assurant bien sûr des hypothèses de base, notamment la normalité des rendements.

Pour générer des scénarios, il nous faudra d'abord estimer les paramètres de notre modèle, après ce faire, on programmera un code qui va générer plusieurs scénarios en ayant comme input les paramètres qu'on vient d'estimer.

Ensuite, après avoir généré ces scénarios, on cherchera donc la valeur qui correspondra à une seule réalisation sur 200 réalisations. Cette approche va nous assurer qu'on aura le pire scénario possible qu'une fois toute 200 fois, ce qui est un peu rassurant et prudent de la part de l'assureur et assure sa pérennité.

Cependant, il faudra donc noter que cette méthode présente plusieurs limites :

- Malgré le fait qu'on prend une Value At Risk à 99.5%, il est toujours possible de tomber sur le pire scénarios, car on ne se couvre pas à 100%.
- En addition, la VAR ne nous permet pas de faire des conclusions sur le montant des pertes, elle affirme seulement que dans 99.5% des cas, les pertes ne vont pas dépasser le montant de la  $VAR_{99.5\%}$ , cependant elle ne dit rien quant au montant réel des pertes qui pourra bel et bien dépasser le montant cité.
- Elle est souvent interprété comme le montant maximal de pertes possible, ce qui n'est pas le cas, et pourra donc donner un faux sentiment de sécurité .

## II.1.1. Application de l'approche :

### II.1.1.1. Un premier calibrage simpliste :

On propose de réaliser un calibrage de la distribution de probabilité de la variation des actions à horizon 1 an. À cette fin, on propose d'utiliser les données historiques du MASI sur ces 19 dernières années.

On présente le cours du MASI durant la période de janvier 2002 à mai 2020:

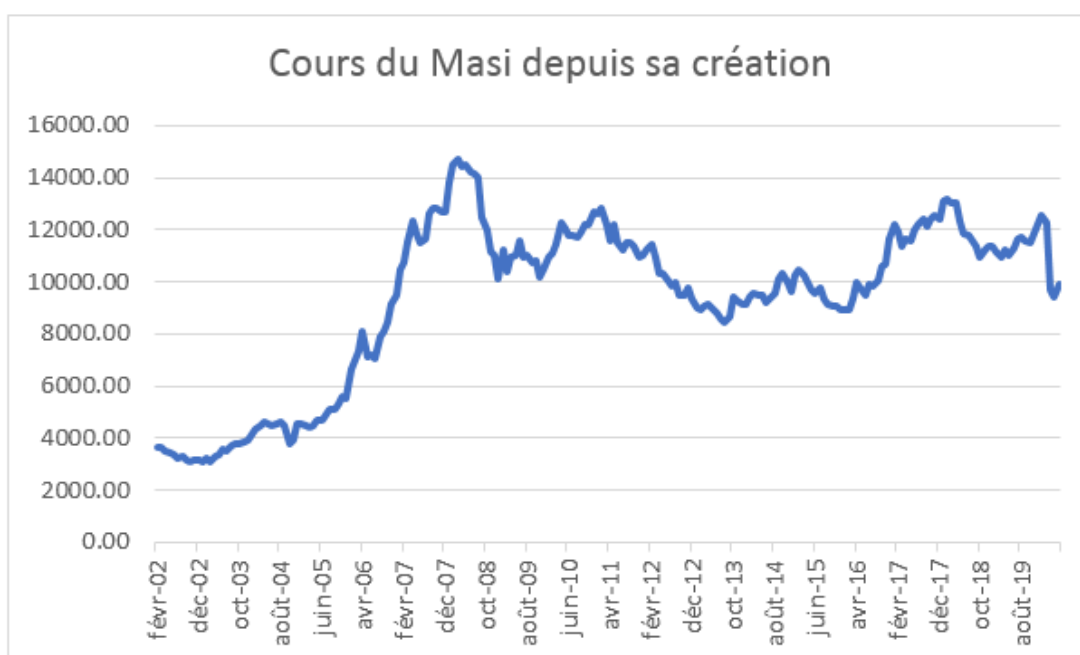


Figure 7 : Cours du MASI.

On introduit les variations relatives de l'indice MASI entre deux dates espacées d'un an :

$$Taux = \frac{MASI(t + 1) - MASI(t)}{MASI(t)}$$

On fera l'hypothèse que les variations relatives de l'indice entre deux dates espacées d'un an suivent une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ .

#### II.1.1.1.a. Validation de l'hypothèse :

On trace la densité des rendements cité ci-dessus, pour la période 2002-2020 :

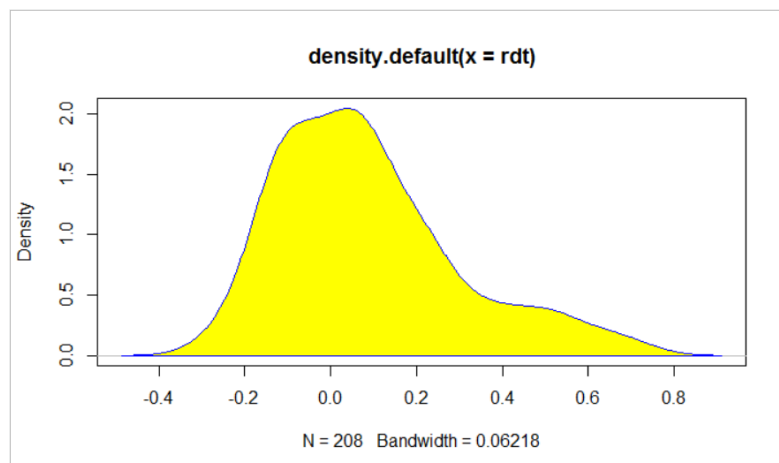


Figure 8 : Densité des rendements.

Le graphe de densité des taux de variation à horizon 1 an, dans le contexte de notre hypothèse de normalité, paraît avoir plus de valeurs positives qu'il le faut, ce qui laisse une asymétrie apparente due à l'encombrement des valeurs dans la partie droite du graphe.

L'hypothèse de normalité d'une série statistique, peut être vérifiée par plusieurs méthodes (Kolmogorov-Smirnov, Jarque-Bera, Shapiro-Wilk...).

```
> shapiro.test(rdt)
Shapiro-wilk normality test
data:  rdt
W = 0.93759, p-value = 8.829e-08
```

Le Test de Shapiro-Wilk montre bien que la distribution ne peut effectivement pas être approximée à une normale (p-value > 5%).

On rappelle que la fonction de densité des rendements a montré une asymétrie orientée vers la droite, en d'autres termes, il existe plus de coefficient de variation positif que de négatifs. On pourra remédier à ce problème prenant que les données 2007-2020 au lieu des données 2002-2020. La période 2002-2007 a connu une immense progression de l'indice MASI, ce qui explique l'abondance des rendements positifs dans le graphe.

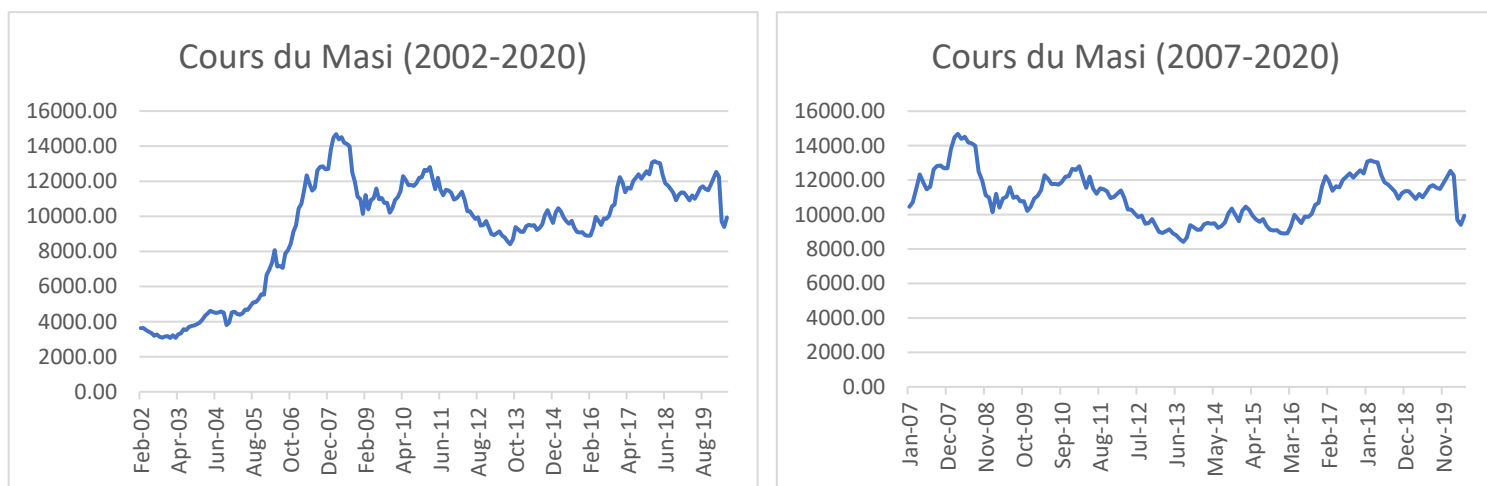


Figure 9 : Comparaison cours MASI.

On trace par la suite , la densité des rendements cité ci-dessus, pour la période 2007-2020 :

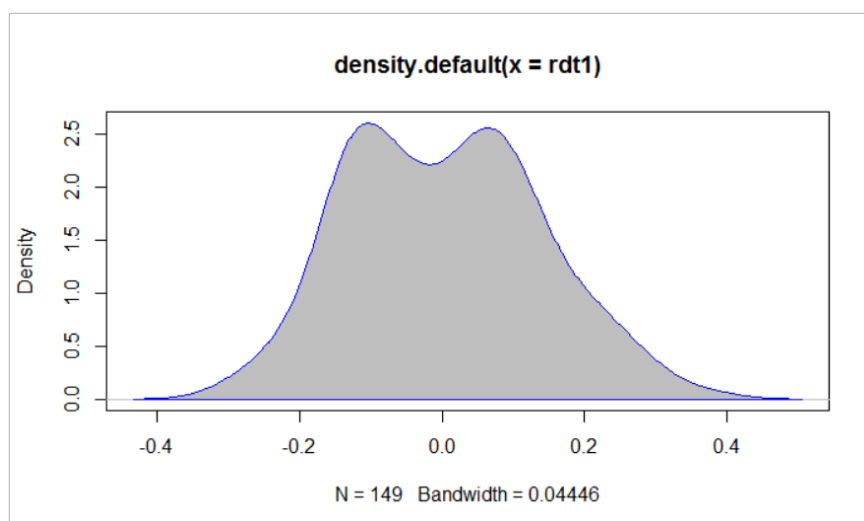


Figure 10 : Densité entre 2008 et 2020.

On remarque que l'exclusion des données 2002-2007 a permis de créer une certaine symétrie dans la distribution , testons de nouveau la possibilité d'une approximation à une loi normale :

```
> shapiro.test(rdt1)
Shapiro-Wilk normality test
data:  rdt1
W = 0.98606, p-value = 0.1393
```

Effectivement, la p-value est supérieur au seuil 5%, du coup on pourra assumer que la distribution de probabilités des coefficient de variation de la période (2007-2020) s'agit bien d'une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , aux paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  qu'on estimera par la suite .

La fonction « fitdistr » du package « MASS » de R , permet d'effectuer une calibration rapide de la loi et retourne les paramètres de celle-ci :

```
> fitdistr(rdt1,"normal")
      mean      sd
0.003576172 0.133942541
```

Les paramètres ainsi estimés sont donc :

$$\begin{cases} \mu = 0.36\% \\ \sigma = 13.40\% \end{cases}$$

On trace par la suite la fonction de répartition de la loi normale  $\mathcal{N}(0.0036,0.1340)$  :

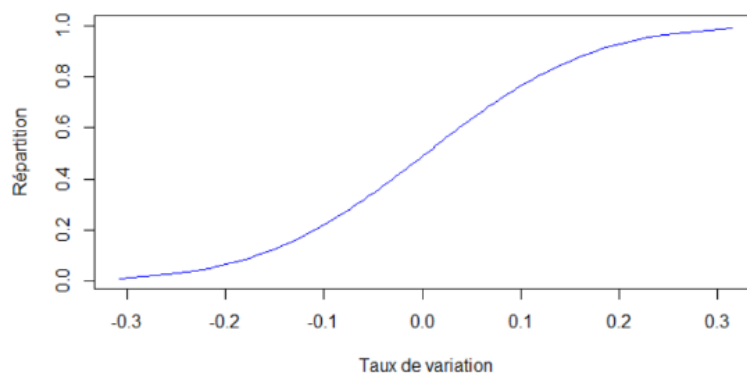


Figure 11 : Répartition loi  $\mathcal{N}(0.0036,0.1340)$ .

#### II.1.1.1.b. Calibration du choc à la baisse :

On introduit le choc à 1/200 qui correspond au quantile à 0.5% de la loi normale calibrée ci-dessus .

$$\text{Quantile}_{0.5\%} = -34,15\%$$

Le taux de choc à horizon d'un an ainsi calibré est une baisse de 34.15%. C'est un taux de baisse assez important et assez élevé.

Comparons ce taux de baisse avec ceux des évènements de chocs les plus remarquables dans l'historique disponible :

- Crise des Subprimes (2007-2008) :

La crise financière mondiale de 2007-2008 est une crise financière marquée par une crise de liquidité et parfois par des crises de solvabilité tant au niveau des banques que des États, et une raréfaction du crédit aux entreprises. Le taux de variation du MASI observé lors la crise était de -30%.

Ce taux correspond au quantile d'ordre 1.2% de la loi calibré précédemment.

- Crise du Covid-19 (2020) :

La crise pandémique récente a causé une forte chute dans le marché économiques, le taux de variation minimal du MASI observé jusqu'à la date de rédaction de ce rapport est de -22%.

Ce taux correspond au quantile d'ordre 4.75% de la loi calibré précédemment.

#### II.1.1.1.c. Critique du calibrage :

Notre modèle de loi normal est estimé depuis les données du MASI de la période 2007-2020. Le fait que l'hypothèse de normalité est valide que pour cette période, a causé une perte assez importante d'information concernant la période 2002-2007, car les rendements à horizon d'un an ne sont pas forcément normaux.

Les marchés fluctuants qui ont un caractère de retour en moyenne assez apparent sont les plus probables à avoir des coefficients de variations normaux.

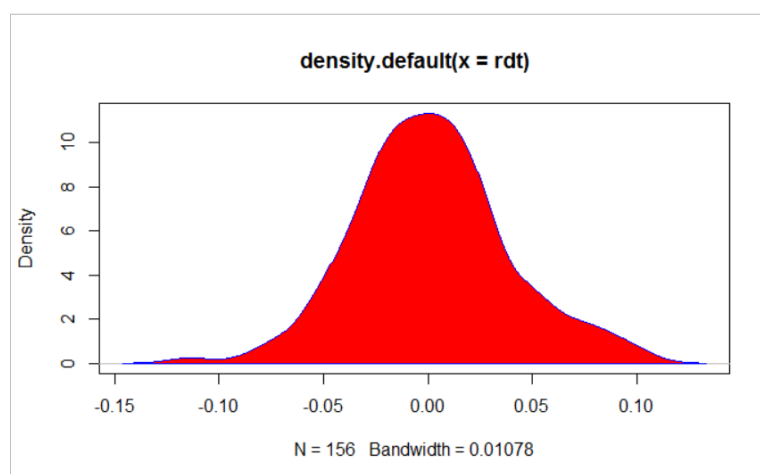
Notre taux de baisse de -31,15% estimé par cette méthode peut présenter donc une sur/sous-estimation du choc réel. Nous allons procéder par la suite avec une

méthode plus exacte basée sur la génération de scénario futurs à horizon d'1 an , basé sur le modèle de Black & Scholes.

### II.1.1.2. Calibrage à la Black & Scholes (Approche par simulation de scénario) :

#### II.1.1.2.a. Validation de l'hypothèse :

Dans cette partie, nous devons tester l'hypothèse de normalité des rendements logarithmique de l'indice MASI. Traçons tout d'abord le graphe de densité de ces rendements :



La courbe de densité paraît avoir le caractère normal qu'on recherche. Le test de normalité de Shapiro-Wilk montre les résultats suivants :

```
> shapiro.test(rdt)
      Shapiro-wilk normality test
data:  rdt
W = 0.98851, p-value = 0.2307
```

La p-value obtenue est effectivement supérieure à 5%, cela nous permettra donc de valider l'hypothèse de normalité des rendements . La modélisation des cours mensuels de l'indice MASI par le méthode de Black & Scholes est donc permise.

### II.1.1.2.b. Estimation des paramètres $\mu$ et $\sigma$ :

La formule discrétisée du rendement logarithmique est de la forme suivante :

$$R_t = \ln\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma * (B(t+1) - B(t))\right)$$

La moyenne et la variance empirique des rendements nous donne les résultats suivants :

Moyenne empirique de l'historique :  $\bar{R} = \frac{1}{T} \sum_0^T R(t) = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}$

Variance empirique de l'historique :  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_0^T (R(t) - \bar{R})^2$

On remarque donc qu'il est facile d'estimer les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  directement des formules explicitées ci-dessus. Un calcul rapide sous R nous donne les estimations suivantes :

```
> moy  
[1] 0.002271726  
> sigma  
[1] 0.03658247
```

Les paramètres estimés sont :  $\begin{cases} \mu = 0.22\% \\ \sigma = 3.65\% \end{cases}$

### II.1.1.2.c. Calibrage par génération de scénario :

Après avoir estimé les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ , on pourra passer à la génération de scénario concernant le cours du MASI à horizon d'un an à partir de la valeur de clôture en fin de Décembre 2019.

On commence par la génération d'une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  sous R, notons cette réalisation : N.

Le cours du MASI s'écrirait donc de la manière suivante :

$$S_{t+1} = S_t \times \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma \times N\right]$$

Notre  $S_0$  dans ce cas serait le cours du MASI en Décembre 2019.

Voici les étapes suivies pour la génération d'un scénario du cours du MASI à horizon 1 an :

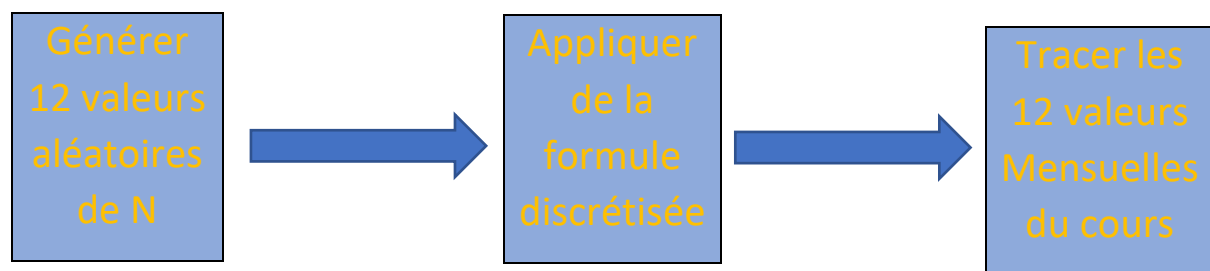


Figure 12 : Étapes pour le génération d'un scénario.

Pour calibrer un choc de 1/200, nous allons générer 100.000 scénarios, le taux de baisse correspond au 500<sup>ème</sup> plus petit cours du MASI pendant les 12 prochains mois.

$$\text{Taux de Baisse} = t = \frac{\text{MASI(déc 2019)} - \text{MASI(500ème)}}{\text{MASI(déc 2019)}}$$

Le graphique suivant représente les 100.000 obtenues sous R :

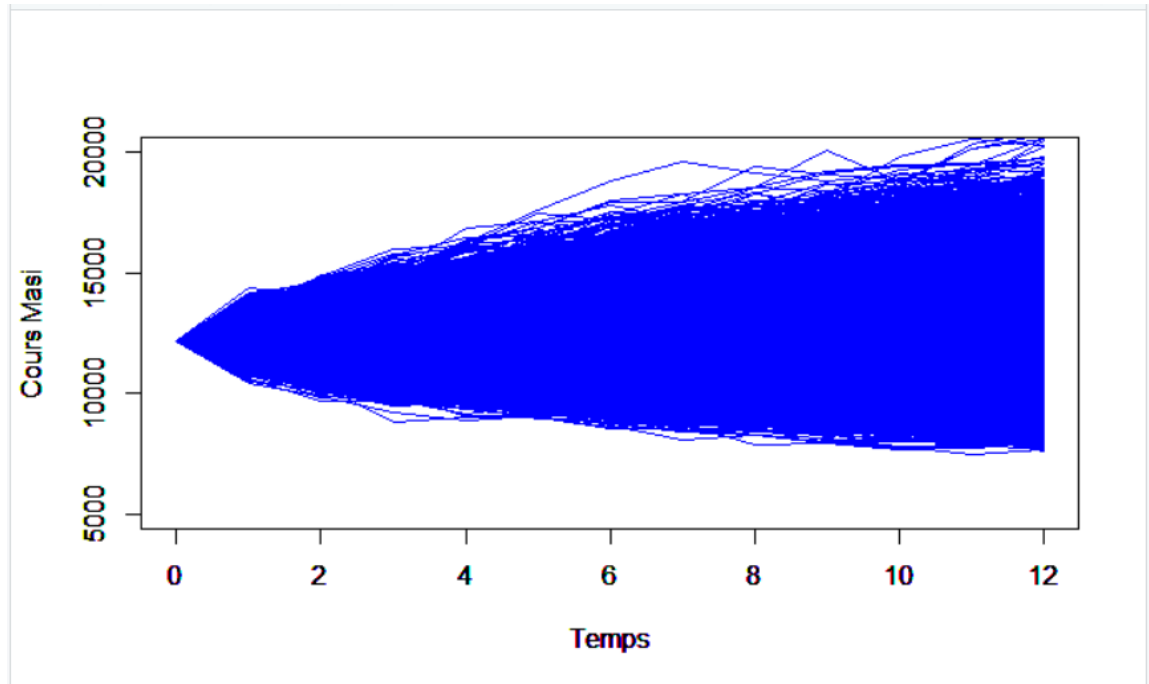


Figure 13 : Les scénarios obtenus.

Le 500<sup>ème</sup> pire scénario estimé correspond à un cours de MASI de **8925.04** ,et le cours de l'indice MASI le décembre 2019 est de : **12 171,9**. Nous pouvons donc calculer le taux de baisse associé au scénario cité ci-dessus par :

$$\text{Taux de Baisse}_{500\text{ème}} = t = \frac{12171.90 - 8925.04}{12171.90} = -26.67\%$$

Le taux ainsi calibré du MASI à horizon d'1 an est une baisse de 26.67%, en le comparant au taux de choc du CAC40 qui est de 39% , on constate que le marché marocain est moins volatile que le marché français ce qui paraît logique vu que le CAC40 regroupe un volume plus important d'actions.

## Chapitre 2 : Chocs du taux d'intérêt:

### II.2.1. Un peu de théorie :

Une obligation désigne une valeur mobilière qui constitue une créance sur son émetteur, elle représente donc une dette financière à moyen, long terme et parfois même une dette perpétuelle. L'émetteur d'une obligation est l'emprunteur, le souscripteur ou le porteur d'une obligation est le créancier.

Elle est émise dans une devise donnée, pour une durée définie et donne le droit de paiement d'un intérêt fixe ou variable appelé coupon qui est parfois capitalisé jusqu'à sa maturité. Ces obligations sont notées en fonction du profil de risque des entités émettrices par les agents de notation.

Les obligations présentent donc un grand risque pour les acteurs du secteur des assurances, un risque que l'autorité doit veiller à sa bonne gestion. Le capital de solvabilité requis doit donc couvrir ces risques, notamment le risque de hausse du taux d'intérêt quand l'entreprise est émettrice d'obligation et le taux de baisse des taux quand cette dernière est créancière.

#### *II.2.1.1. Présentation de l'approche :*

Encore une fois, l'exigence en capital dans le cas des obligations correspond au capital nécessaire duquel on doit disposer pour faire face à une situation catastrophique du marché obligataire. Cette exigence de capital doit permettre d'affronter les mouvement défavorable du marché, des mouvements de hausse ainsi que de baisse de taux d'intérêts.

On est donc amené à déterminer des chocs pour le marché obligataire, en utilisant une modélisation stochastique des taux d'intérêts.

### II.2.1.2. Le modèle de Vasiček :

Le modèle de Vasiček, est le modèle fondateur de la modélisation des taux d'intérêts. Il a été développé en 1977 et permet la construction de la structure par terme des taux zéro coupons. Il décrit le développement du taux zéro coupons à partir du taux de risque instantané, c'est pourquoi il est dit modèle à un seul facteur.

L'évolution du taux sans risque, selon ce modèle, sera donc modélisé par un processus aléatoire autorégressif qui ne dépend que du taux de risque instantané passé et donc prend en considération l'effet de retour à la moyenne qu'on constate empiriquement dans le cas des taux d'intérêts.

L'équation différentielle vérifié par ce modèle est donné par :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t$$

Avec :

- a : La vitesse d'ajustement du taux court actuel vers la moyenne à long terme.
- b : La moyenne à long terme du taux court.
- $\sigma$  : La volatilité.

La solution de cette équation est donnée par :

$$r_t = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{as} dW_s$$

On pourra donc déduire que les variables  $r_t$  suivent une loi normale de paramètres :

$$E[r_t] = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) \text{ et } Var[r_t] = \frac{\sigma^2(1 - e^{-2at})}{2a}$$

On remarque l'effet de retour à la moyenne en faisant tendre le temps à l'infini, les exponentielles s'annulent et on retrouve le  $b$  qui est notre moyenne à long terme.

Comme pour les actions, on doit encore une fois discrétiser notre modèle pour pouvoir le programmer sur la machine.

Cette discrétisation nous donne :

$$r_{t+1} = r_t \times e^{-a} + b(1 - e^{-a}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a}}{2a}} \times \varepsilon$$

Où :  $\varepsilon$  une variable aléatoire normale centrée et réduite.

### II.2.1.3. L'approche Value At Risk pour les taux d'intérêts :

Notre approche Value At Risk reste presque inchangée de l'approche qu'on a utilisée dans la première partie pour les actions, et va nous assurer que théoriquement dans 99.5% des cas, l'entreprise est capable d'honorer ses engagements.

On faudra tout d'abord commencer par s'assurer de la vérification des hypothèses du modèle de Vasiček en faisant des tests d'hypothèses. Nos données des taux moyens pondérés doivent suivre une loi normale et doivent s'ajuster à un processus autorégressif d'ordre 1 AR(1), on devra donc vérifier la stationnarité des données et s'assurer que le corrélogramme représente un AR(1).

Après avoir établi ces hypothèses, on passera donc à l'estimation des paramètres de notre modèle en faisant une régression linéaire de  $r_t$  sur  $r_{t-1}$  de telle façon que

$$r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha = b(1 - e^{-a}) \\ \beta = e^{-a} \end{cases}$$

On pourra donc déduire le a et le b.

On a aussi :

$$Var[r_t] = \frac{\sigma^2(1 - e^{-2at})}{2a}$$

Ce qui nous permettra de déduire la volatilité  $\sigma$  car la variance de  $r_t$  n'est autre que la variance de la régression.

Après avoir déterminé tous les paramètres et après s'être assuré des hypothèses, on pourra donc se lancer dans le travail de la programmation, dans lequel on va utiliser les paramètres pour générer plusieurs scenarios. On va donc prendre les scenarios qui correspondent à la  $VaR_{99.5\%}$  et celui qui correspond à la  $VaR_{0.05\%}$  ces deux sont le montant des chocs qu'on devra appliquer pour la hausse ainsi que pour la baisse des taux.

## II.2.2. Application de l'approche :

### II.2.2.1. Présentation des données :

On dispose des données du taux moyen pondéré de Bank Al-maghrib d'un historique allant du 7 juin 2009 jusqu'au 7 juin 2020.

Le taux moyen pondéré au Maroc ou le taux au jour le jour représente le taux monétaire de référence sur le marché des obligations entre un jour ouvrable et un autre. C'est le taux de référence pour les banques commerciales, c'est aussi le taux directeur avec lequel ces banques prêtent et empruntent l'argent depuis la banque central quand elle prévoit un besoin de liquidité.

La banque centrale fait usage à ce taux quand elle veut influencer la politique monétaire, elle pourra donc le faire varier selon la politique monétaire qu'elle choisit.

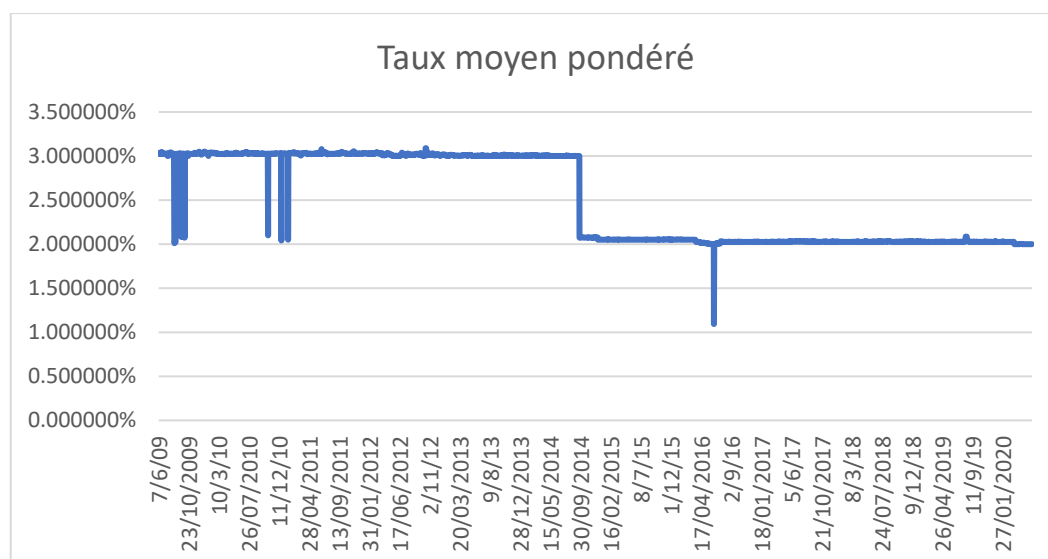


Figure 14 : Taux moyen pondéré entre 2009 et 2020.

On remarque qu'en septembre 2014, on a eu une baisse soudaine du taux directeur, cette baisse est dû au repli de la valeur ajoutée agricole et le ralentissement de l'activité économique. Cependant, en majorité, le taux directeur au Maroc reste assez stable.

### II.2.2.1. Vérification des hypothèses :

Pour vérifier que notre processus est stationnaire, on utilisera le test de Dickey-Fuller sur nos données :

```
> adf.test(taux$Taux_moyen)
```

#### Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: taux$Taux_moyen  
Dickey-Fuller = -2.6015, Lag order = 15, p-value = 0.3236  
alternative hypothesis: stationary
```

On a une p-value de 0.326, qui est supérieur à 5%, donc on accepte l'hypothèse alternative. Notre série est donc une série stationnaire à un seuil de 5%.

On déterminera ensuite l'ordre de ce processus. Pour ce faire on doit chercher le corrélogramme :

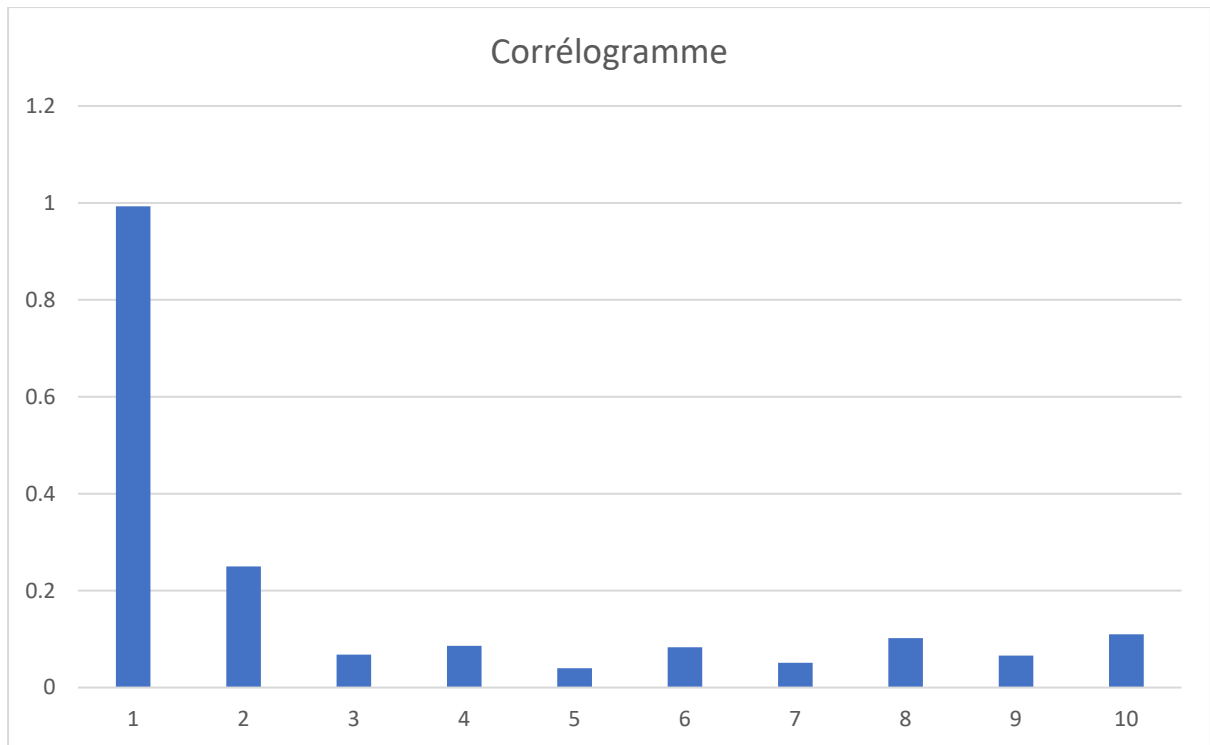


Figure 15 : Corrélogramme de la série des taux.

On remarque clairement que notre série de taux est un processus autorégressif d'ordre 1, puisque les corrélations s'annulent assez vite après avoir dépassé l'ordre 1.

On pourra à présent procéder à l'estimation des paramètres du modèle de Vasiček.

#### *II.2.2.2. Estimation des paramètres:*

En utilisant le logiciel R, on fera une régression linéaire du taux de la date  $t+1$  sur le taux de la date  $t$  pour pouvoir estimer les paramètres de cette régression.

```

Call:
lm(formula = r2 ~ r1)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0097928 -0.0000309 -0.0000168  0.0000387  0.0099690

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1.731e-04  4.771e-05   3.628 0.000289 ***
r1          9.930e-01  1.870e-03  531.063 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.000583 on 3994 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.986,    Adjusted R-squared:  0.986
F-statistic: 2.82e+05 on 1 and 3994 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Figure 16 : Résumé de la régression.

On trouve donc  $a$  et  $b$  les paramètres du modèle en utilisant la formule :

$$\begin{cases} \alpha = b(1 - e^{-a}) \\ \beta = e^{-a} \end{cases}$$

Donc :

$$e^{-a} = 0.9929823 \Rightarrow a = 0.007042408$$

$$b(1 - e^{-a}) = 0.00017311 \Rightarrow b = 0.02466773$$

Et :

$$\frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a}) = 0.000583 \Rightarrow \sigma = 0.02423046$$

### II.2.2.3. Génération des scénarios:

Après avoir estimé les paramètres, on passera donc à la simulation des taux d'intérêts. Ce travail se réduit à l'injection des paramètres dans le modèle de Vasiček, ce qui va nous donner une différente trajectoire du taux d'intérêt qui est aléatoire mais qui peut être modélisé à l'aide de ce modèle avec les paramètres qu'on a déterminé.

Il faudra refaire le travail plusieurs fois pour avoir un taux à la hausse et à la baisse assez robuste. Pour cette fin, on a opté pour une simulation de la trajectoire 50000 fois.

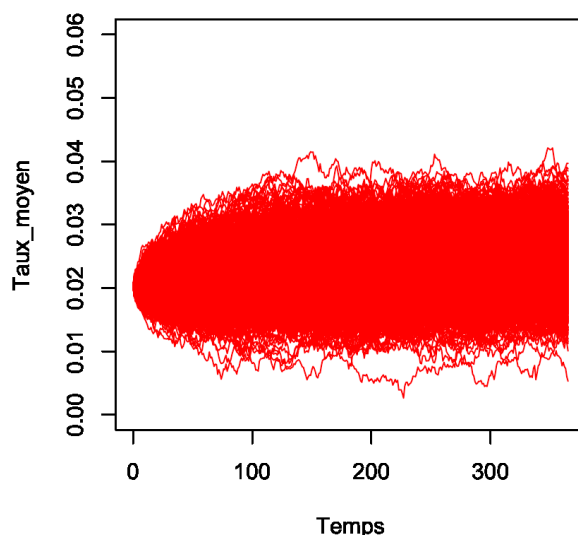


Figure 17 : Les scenarios obtenus.

Ensuite, il ne nous reste que le tri des taux qu'on a obtenu à la fin (jour 365), le taux qui correspond à un choc à la hausse et le choc qui correspond à la baisse sont :

$R_{\text{hausse}} = 3.96\%$  correspond à la 49750<sup>ème</sup> valeur

$R_{\text{baisse}} = 1.67\%$  correspond à la 250<sup>ème</sup> valeur

#### II.2.2.4. Prix zéro coupon et chocs:

En se basant sur ces résultats, on pourra déterminer les taux d'intérêts à la hausse et les taux d'intérêts à la baisse ainsi que le prix des bons zéro coupons et cela en se basant sur la relation :

$$P(t, T) = \frac{1}{(1 + R(t, T))^{T-t}}$$

Avec : T : La maturité

Sur le site internet on cherche le taux directeur par maturité et on les fait entrer dans le tableur, on trouve :

Maturité	Taux zéro coupon marché	Prix zéro coupon marché
1	2.40%	0.9765625
2	2.56%	0.950701055
3	2.68%	0.923724409
4	2.81%	0.89507322
5	2.81%	0.870609104
6	2.88%	0.843362462
7	2.98%	0.814197543
8	3.09%	0.783912669
9	3.20%	0.753152157
10	3.35%	0.719275372
11	3.55%	0.681316434
12	3.66%	0.649629212
13	3.73%	0.62121665
14	3.80%	0.593249049
15	3.85%	0.567417188

*Tableau 1 : Prix zéro coupon par maturité.*

On trouve aussi, en se basant sur les résultats, les chocs qu'on doit appliquer sur nos taux d'intérêts :

Maturité	Taux hausse	Choc à la hausse	Taux baisse	Choc à la baisse
1	3.96%	65.00%	1.7600%	-36.36%
2	4.12%	60.94%	1.9200%	-33.33%
3	4.24%	58.21%	2.0400%	-31.37%
4	4.37%	55.52%	2.1700%	-29.49%
5	4.37%	55.52%	2.1700%	-29.49%
6	4.44%	54.17%	2.2400%	-28.57%
7	4.54%	52.35%	2.3400%	-27.35%
8	4.65%	50.49%	2.4500%	-26.12%
9	4.76%	48.75%	2.5600%	-25.00%
10	4.91%	46.57%	2.7100%	-23.62%
11	5.11%	43.94%	2.9100%	-21.99%
12	5.22%	42.62%	3.0200%	-21.19%
13	5.29%	41.82%	3.0900%	-20.71%
14	5.36%	41.05%	3.1600%	-20.25%
15	5.41%	40.52%	3.2100%	-19.94%

Tableau 2 : Chocs à appliquer.

Par exemple, si on dispose d'obligations d'une maturité de 5 ans à un taux d'intérêt de 3%, on doit appliquer un choc de 55.52% pour la hausse et -29.49% pour la baisse, on trouvera donc :

$$3\% \times 55.52 + 3\% = 4.66\%$$

$$3\% \times (-29.49\%) + 3\% = 2.11\%$$

On doit donc réviser le 3% à 4.66% pour la hausse et à 2.11% pour la baisse.

Partie III : Calibration des chocs pour la partie Passif :

## Chapitre 0 : Introduction :

Le  $SCR_{Primes,res}$  permet d'évaluer l'exigence en capital nécessaire pour faire face à deux éléments : le risque de prime et le risque de réserve.

- Le risque de prime : représente le risque de sous-tarification i.e. le risque que les engagements pris envers les assurés aient été sous-évalués lors de la tarification des différents produits. A posteriori, cela induirait que la prime demandée aux assurés sera inférieure à la somme des prestations futures que l'assureur devra leur payer à la suite des éventuels sinistres futurs.

- Le risque de réserve est le risque lié au provisionnement. En effet, lorsque des sinistres surviennent, l'assureur ne peut qu'estimer les montants des prestations futures à payer pour ces sinistres, ce qui constituera les provisions. Il réside donc un risque de sous-évaluation de l'engagement de l'assureur.

Ces deux risques sont donc intrinsèquement liés à l'activité même d'assurance et surtout au cycle inversé de cette dernière.

Pour calculer le **SCR** risque de prime et réserve :

$$SCR_{non\ life} = 3 V_{prime,reserve} \sigma_{prime,reserve}$$

Nous aurons besoin de :

- $V_{prime,reserve}$  la mesure du volume global sous risque pour toutes les LoB
- $\sigma_{prime,reserve}$  le coefficient de variation combiné global des risques de prime et réserve.

Avec :

$$V_{prime,lob} = Primes\ acquise\ par\ lob$$

$$V_{reserve,lob} = PCO_{lob}$$

- $PCO_{lob}$  est la valeur du montant best estimate des provisions pour sinistres à payer à la date d'évaluation, nettes de réassurance.

Et :

$$\sigma_{prime,reserve} = \frac{1}{V_{prime,reserve}} \times \sqrt{\sum_{i,j \in segments} Corr_{\sigma_{i,j}} \times \sigma_i \times V_i \times \sigma_j \times V_j}$$

Pour chaque Lob, le coefficient de variation est une agrégation des coefficient de variation primes et réserve en prenant une corrélation de 0,5.

On a donc :

$$\sigma_{Lob} = \frac{\sqrt{\sigma_{prime,lob}^2 V_{prime,lob}^2 + 2 \cdot Corr_{prime,res} V_{prime,lob} V_{res,lob} \sigma_{prime,lob} \sigma_{res,lob} + \sigma_{res,lob}^2 V_{res,lob}^2}}{V_{prime,lob} + V_{res,lob}}$$

## Chapitre 1 : Le risque de réserves :

### III.1.1. Méthode de Merz et Wüthrich :

La méthode suivante est basée sur un article écrit par Michael Merz et Mario V. Wüthrich en 2008 intitulé *Uncertainty of the Claims Development Result in the Chain Ladder Method*. L'objet de cet article fut retraité et simplifié, par les mêmes auteurs, pour faciliter son implémentation dans le cadre des calculs de risque de réserve pour Solvabilité II dans : *Modelling the claims development result for solvency purposes*.

Pour une ligne d'activités considéré Lob , les données nécessaires pour la détermination du coefficient de variation associé au risque de réserve par cette sont les montants de sinistres cumulées dans un triangle de règlement.

	0	1	2	3	4
2012	$C_{2012,0}$	$C_{2012,1}$	$C_{2012,2}$	$C_{2012,3}$	$C_{2012,4}$
2013	$C_{2013,0}$	$C_{2013,1}$	$C_{2013,2}$	$C_{2013,4}$	
2014	$C_{2014,0}$	$C_{2014,1}$	$C_{2014,2}$		
2015	$C_{2015,0}$	$C_{2015,1}$			
2016	$C_{2016,0}$				

Avec :  $C_{i,j}$  correspond au montants des sinistres survenus à l'année  $i$  et cumulés jusqu'à l'année  $j$ .

Cette méthode, se basant sur le principe de le méthode Chain Ladder, repose sur deux hypothèses qu'elle devra vérifier :

- H1 : L'existence d'une relation linéaire entre les montants cumulés  $(C_{i,j})$  de deux années de développement consécutives :  $(\forall i,j = 1,2 \dots ,n) E(C_{i,j+1}/C_{i,j}) = f_j C_{i,j}$
- H2 : Les paiements  $(C_{i,j})_{j>1}$  vérifient la relation :  $(\forall i,j = 1,2 \dots ,n) Var(C_{i,j+1}/C_{i,j}) = \sigma_j C_{i,j}$

On passera ensuite au calcul du coefficient de variation intermédiaire pour le risque de réserve.

Soit  $\sigma_{s,U}$  le coefficient de variation du risque réserve (USP) , on le définit de la forme :

$$\sigma_{s,U} = \frac{\sqrt{MSEP}}{RES}$$

Où :

- **MSEP** (Mean Square Error of Prediction) correspond à l'erreur quadratique moyenne de prédiction des Claim Development Result dont nous reparlerons plus tard.

Cette MSEP est définie par :

$$MSEP = \sum_{i=1}^I \left[ \hat{C}_{i,J}^2 \cdot \left( \frac{\hat{Q}_{l-i}}{\hat{C}_{i,l-i}} + \frac{\hat{Q}_{l-i}}{S_{l-i}} + \sum_{j=l-i+1}^{J-1} \left( \frac{C_{l-i,j}}{S_j'} \cdot \frac{\hat{Q}_j}{S_j} \right) \right) \right] + 2 \cdot \sum_{i=1}^I \sum_{k=i+1}^I \left[ \hat{C}_{i,J} \cdot \hat{C}_{k,J} \cdot \left( \frac{\hat{Q}_{l-i}}{S_{l-i}} \cdot \sum_{j=l-i+1}^{J-1} \left( \frac{C_{l-i,j}}{S_j'} \cdot \frac{\hat{Q}_j}{S_j} \right) \right) \right]$$

- I et J sont respectivement les dernières années de survénances et de développement.
- $C_{i,j}$  , représente le règlement cumulé des sinistres survenu en i à l'année de développement j.
- $\hat{C}_{i,j}$  , représente l'estimation du règlement cumulé par la méthode de Chain Ladder.

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,l-i} \times \hat{f}_{l-i} \times \dots \times \hat{f}_{j-2} \times \hat{f}_{j-1} \text{ avec : } \hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{l-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{l-j-1} C_{i,j}}$$

Avec :

$$- S_j = \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}$$

$$- S'_j = \sum_{i=0}^{I-j} C_{i,j}$$

$$- \hat{Q}_j = \frac{\hat{\sigma}_j^2}{f_j^2} \text{ avec :}$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \cdot \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \times \left( \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right) \text{ pour } j = 0, \dots, (J-2)$$

$$\text{et } \hat{\sigma}_j^2 = \min \left( \hat{\sigma}_{j-2}^2, \hat{\sigma}_{j-3}^2, \frac{\hat{\sigma}_{j-2}^4}{\hat{\sigma}_{j-3}^2} \right) \text{ pour } j = (J-1)$$

- **RES** : le montant total des provisions Best Estimate qui sera, ici, défini par :

$$RES = \sum_0^I (\hat{C}_{i,J} - C_{i,I-i})$$

La méthode Merz et Wüthrich est dérivée de la méthode dite de Mack. Cette dernière n'est rien d'autre qu'une version stochastique de la méthode Chain Ladder, et qui permet ainsi d'estimer l'erreur de prédiction à l'ultime associée aux provisions évaluées à partir d'un triangle développement.

Or dans Solvabilité II, on cherche à évaluer les risques dans une vision à un an. C'est pour cela que la méthode Merz et Wüthrich qui restreint la mesure de l'incertitude à horizon un an est à juste titre préférée ici.

Concrètement, à chaque clôture, les assureurs constituent des provisions en estimant la charge ultime des sinistres pour chaque année de survenance. D'une année à l'autre, l'estimation de cette charge ultime peut varier car de nouveaux paiements viennent s'ajouter au triangle. Si le modèle de Mack permet d'estimer l'incertitude liée au montant des provisions constituées, celui de Merz et Wüthrich permet, lui, de mesurer l'incertitude liée à la révision de l'évaluation de charge ultime d'une année à l'année suivante suite à l'ajout d'informations nouvelles.

Pour ce faire, ces derniers ont introduit la notion de CDR (Claim Development Result) qui correspond à la différence entre deux estimations successives de la charge

ultime. Soit  $F_t$  l'information permettant l'estimation de la charge ultime  $C_{i,j}$  pour une survenance  $i$  à l'instant  $t$  et  $F_{t+1}$  l'information détenue en  $t + 1$ .

On définit :

- CDR réel :

$$CDR_i(t + 1) = E(C_{i,j} | \mathcal{F}_t) - E(C_{i,j} | \mathcal{F}_{t+1})$$

- CDR observable qui est une estimation du CDR réel :

$$\widehat{CDR}_i(t + 1) = \widehat{C}_{i,j}^t - \widehat{C}_{i,j}^{t+1}$$

La MSEP utilisée plus haut mesure l'erreur quadratique moyenne de prédiction entre le CDR réel et le CDR observable, agrégée sur toutes les survenances.

### III.1.2. Application au portefeuille d'une entreprise :

#### III.1.2.1. Introduction :

Pour l'estimation des volatilités liées au risque de primes et de réserve, il est nécessaire de disposer pour chaque branche de données relatives aux : primes acquises, charges ultimes et les différentes provisions présentées précédemment. Nous avons utilisé des données issues d'une compagnie d'assurance qu'on nommera Entité A pour cause de confidentialité .

On dispose des données de trois segments d'assurance non-vie (Line of business : LOB) de l'entité A : RC automobile (RC) , Garanties annexes (GA) , Accidents de travail (AT). La profondeur historique des données du segment RC est de 18 années, celle du segment GA et AT est de 12 années . Cela nous permettra de mener une estimation des paramètres sans tenant compte des facteurs de crédibilité.

Année d'historique	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	>=15
c	34%	43%	51%	59%	67%	74%	81%	87%	92%	96%	100%

Figure 17 : Facteurs de crédibilité pour les branche RC, Crédit.

Année d'historique	5	6	7	8	9	>=10
c	34%	51%	67%	81%	92%	100%

Figure 18 : Facteurs de crédibilité pour les autres branches.

### III.1.2.2. Présentation des données :

Le risque réserve serait estimé par la méthode de Merz et Wutrich , celle-ci repose sur le calcul du MSEP (Mean Square Error of Prediction) qui ne nécessite que les triangles de règlements cumulés pour chaque segment .

Reg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2007	2 817 679	4 450 765	6 896 530	8 582 729	10 303 319	10 553 262	10 555 382	10 607 194	10 622 314	10 622 314	10 622 314	10 622 314
2008	2 588 240	6 265 169	7 708 869	8 610 591	8 878 045	8 997 058	9 016 000	9 043 830	9 069 278	9 092 741	9 092 741	
2009	3 941 515	10 084 443	11 109 243	12 077 114	12 315 687	12 869 877	12 876 357	13 011 933	13 158 530	13 152 590		
2010	6 925 084	12 486 173	13 283 595	13 854 766	15 753 588	16 297 236	16 312 750	16 336 602	16 336 802			
2011	5 393 717	10 502 250	10 701 548	10 886 630	10 914 885	10 995 048	11 070 593	11 070 593				
2012	3 624 615	4 358 939	4 663 029	4 727 491	4 767 473	4 794 976	4 794 976					
2013	1 479 185	2 361 751	2 929 932	2 983 951	2 984 151	3 003 801						
2014	2 964 756	6 598 841	7 381 894	7 805 036	7 900 822							
2015	3 646 659	5 351 394	5 516 104	5 661 614								
2016	5 179 083	7 590 924	8 029 790									
2017	3 899 713	5 832 264										
2018	6 152 869											

Tableau 3 :Triangle de règlements.

### III.1.2.3. Application de la méthode :

**H1 : L'existence d'une relation linéaire entre les montants cumulés ( $C_{i,j}$ ) de deux années de développement consécutives :**

Nous cherchons à modéliser les montants de paiements cumulés par une relation de type :

$$C_{i,j+1} = a \times C_{i,j} + b + \varepsilon_{i,j} \quad \varepsilon_{i,j} \sim N(0, \sigma^2)$$

Afin de vérifier notre hypothèse , on effectue des régression linéaires entre les différentes colonnes des triangle de paiements cumulés . Pour évaluer la qualité d'une régression linéaire simple, il est intéressant d'étudier le coefficient de détermination  $R^2$ . Nous représentons ci-dessous les droite de régression obtenues pour les années de développement , ainsi que les coefficients de détermination  $R^2$ .

Chapitre 1 : Le risque de réserves :

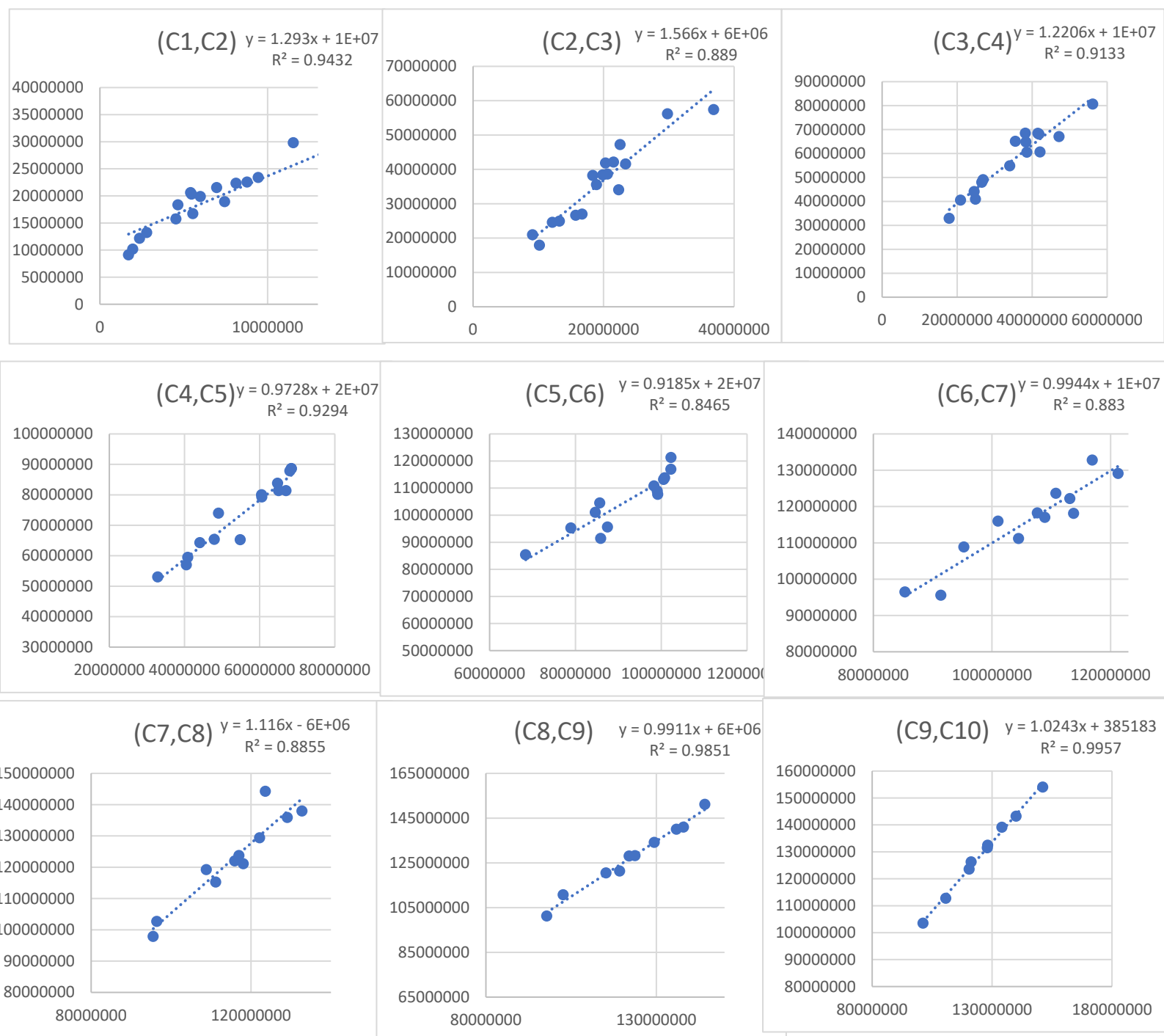


Figure 19 : Droite de régression pour les années de développement et les coefficients de détermination.

À partir des graphes ci-dessus, on remarque que les couples  $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$  sont quasiment alignés sur le même droite de régression, avec des coefficient de détermination  $R^2$  assez proche de 1 , donc l'hypothèse **(H1)** est vérifiée.

**H2 : Les paiements  $(C_{i,j})_{j>1}$  vérifient la relation :  $(\forall i, j = 1, 2 \dots , n)$**

$$\underline{Var}(C_{i,j+1}/C_{i,j}) = \sigma_j C_{i,j}$$

Pour valider cette hypothèse , nous avons eu recours aux résidus normalisés  $r_{i,j} = \frac{C_{i,j+1} - f_j C_{i,j}}{\sqrt{C_{i,j}}}$  ( $i, j = 0, \dots, n - 1$ ). Nous traçons par la suite le graphe de ces résidus en fonction des montants cumulés  $(C_{i,j})$  pour chacune des années de développement. Le nuage obtenu ne doit pas laisser entrevoir l'existence d'une composante déterministe et surtout une tendance. Voici les graphes obtenues pour les années de développement ( $j = 1, 2, 3$  et 4).

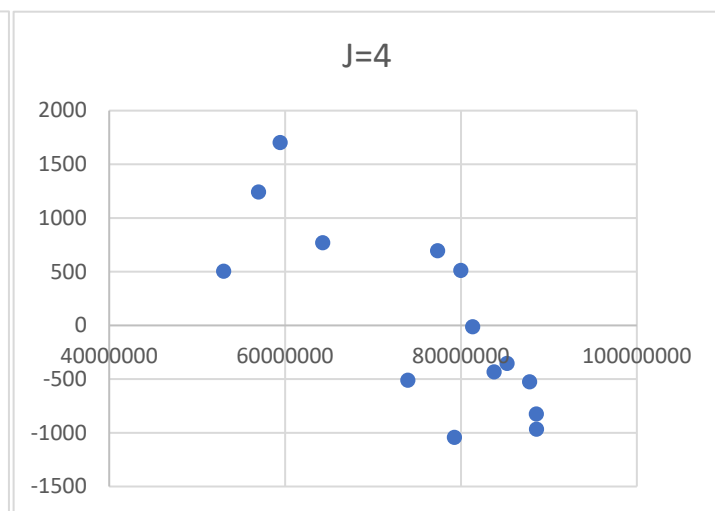
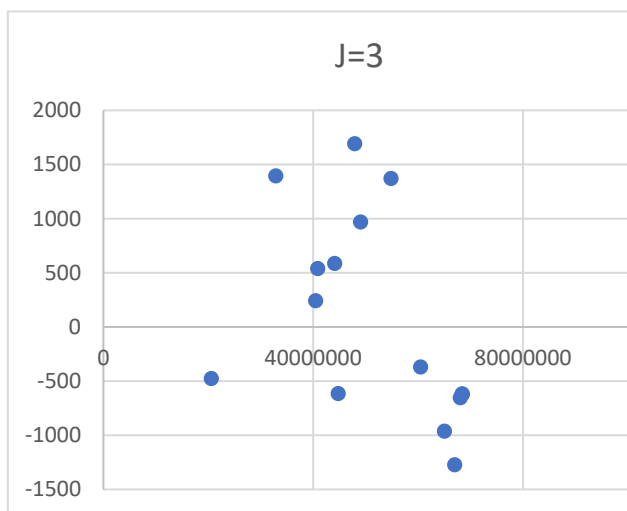
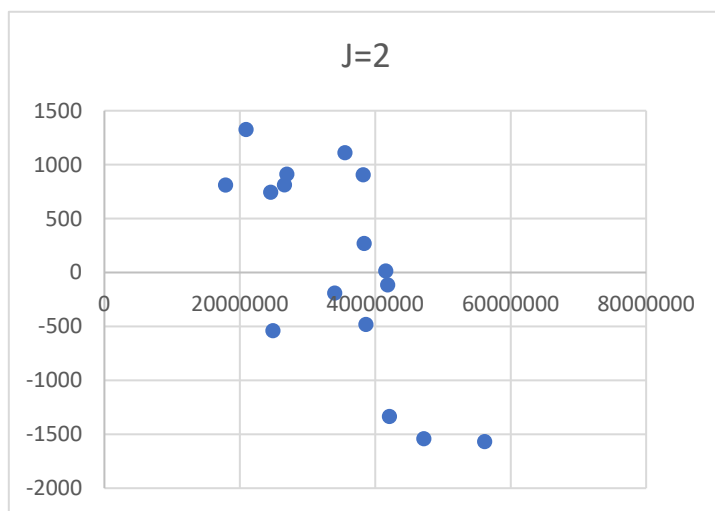
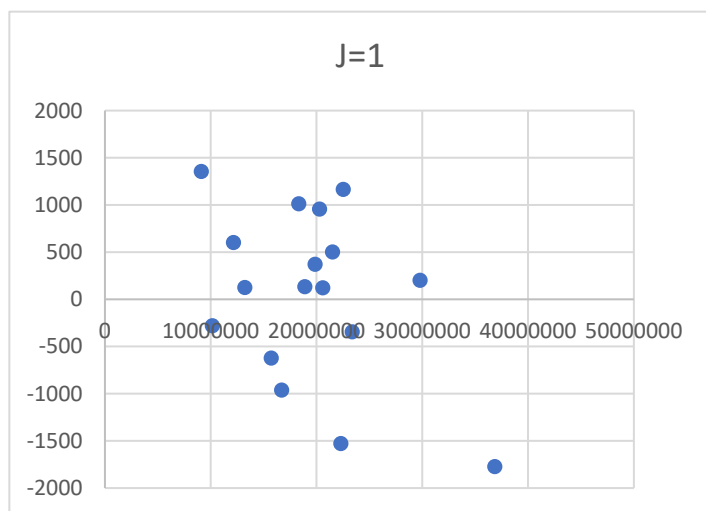


Figure 20 : Nuages de points des résidus en fonction des montants cumulés par année de développement.

Dans les figures ci-dessus, nous remarquons un éparpillement et une dispersion des points quasi-aléatoire, et donc l'absence de toute tendance. Nous pouvons donc juger que l'hypothèse est bien vérifiée. Ceci n'est pas le cas pour tous les triangles, quelques un présente quelques caractère déterministes pour le Lob AT, mais cela ne nous empêche pas de mener notre étude.

Après avoir implémenté un code R traduisant les calculs de Merz et Wuthrich . On obtient les coefficient de variation suivants (USP) par Lob.

```
> usp_reserve('RC')  
[1] 0.09651704  
> usp_reserve('AT')  
[1] 0.1965482  
> usp_reserve('GA')  
[1] 0.2396833
```

Branches	$\sigma_{Lob}$
<b>RC automobile</b>	9.65%
<b>Garanties Annexes</b>	19.65%
<b>Accidents de travail</b>	23.96%

Tableau 4 : USP obtenus par segment.

La branche Accidents de travail est celle qui présente la plus grande erreur de prédiction à l'ultime associée aux provisions.

Dans la « Calibration Paper Solvency II » les erreurs de prédiction recommandées par la CEIOPS sont :

Branches	$\sigma_{CEIOPS}$
<b>RC automobile</b>	11%
<b>Garanties Annexes</b>	20%
<b>Accidents de travail</b>	11%

Tableau 5 : USP recommandés par la CEIOPS.

On constate que les USP réserve estimés (sauf celui de l'AT) pour l'entité A sont proches de ceux du marché européen. Déjà, le secteur AT de celle-ci n'a aucune qu'une petite partie de son portefeuille, d'où, peut-être, une sous-estimation de son coefficient de variation.

## Chapitre 2 : Le risque de prime :

### III.2.1. Méthodes :

Pour estimer les écarts type liés au risque de prime, on dispose de plusieurs méthodes qu'on va détailler ci-dessous.

#### III.2.1.1. Méthode 1 :

Cette méthode repose sur le calcul de la moyenne des primes acquises et l'écart type du loss ratio S/P après la première année de développement. Le processus est un processus à deux étapes. La première consiste à ajuster un modèle pour la moyenne et l'écart type du S/P de chaque entreprise, il utilise un estimateur MCO pour le S/P et l'estimateur de l'écart type qui lui convient. La deuxième étape ajuste le risque de prime convenable selon les résultats de la première étape.

$$\sigma_{e,lob} = \sqrt{\frac{1}{V_{lob,e}}} \times \sqrt{\frac{1}{N_{lob,e} - 1} \times \sum_i \frac{1}{V_{lob,i,e}} (U_{i,e,lob} - V_{i,lob,e} \sum_i \frac{U_{i,e,lob}}{V_{i,lob,e}})^2}$$

Ou :

$$Var_{Boni/Mali}(lob,e) = \frac{1}{N_{lob,e} - 1} \times \frac{1}{V_{lob,e}} \times \sum_i \frac{1}{V_{lob,i,e}} (Boni/Mali_{lob,i,e})^2$$

Et :

$$V_{lob,e} = \frac{1}{N_{lob,e}} \times \sum_i V_{i,lob,e}$$

Avec :

$U_{i,e,lob}$  : La charge ultime estimée après un an par année de survenance (i) par entreprise (e) par segment (Lob).

$V_{lob,i,e}$  : Les primes acquise par année par entreprise et segment.

$\sigma_{e,lob}$  : L'écart type du S/P par entreprise et segment.

## Chapitre 2 : Le risque de prime :

$N_{lob,e}$  : Le nombre des années de données disponible par entreprise et par segment.

$V_{lob,e}$  : La moyenne des primes acquises par entreprise et par segment.

$Boni/Mali_{lob,i,e} = U_{i,e,lob} - V_{i,lob,e} \times S/P_{lob,e}$  : représente la différence entre la charge ultime observée et la prédiction de charge ultime, c'est un boni si l'estimation est plus que la charge observée, et un mali dans le cas inverse.

$S/P_{lob,e} = \frac{\sum_i U_{i,e,lob}}{\sum_i V_{i,lob,e}}$  : Le Loss Ratio.

En agrégeant sur toutes les entreprises, on trouve l'écart type lié au risque de prime pour chaque Lob.

$$\sigma_{lob} = \sum_e \frac{V_{lob,e}}{\sum_e V_{lob,e}} \times \sigma_{lob,e}$$

### III.2.1.2. Méthode 2 :

Cette méthode repose sur plusieurs hypothèses :

Pour toute entreprise, toute année et tout segment :

- La charge ultime prévue est proportionnelle aux primes acquises.
- Pour chaque entreprise, le ratio S/P reste constant pour toutes les années de survenance. Il peut être différent d'une entreprise à l'autre.
- La variance de la charge ultime est proportionnelle aux primes acquises.
- La distribution de la charge ultime est **log normale**.
- L'estimation par maximum de vraisemblance est appropriée.

On a fait l'hypothèse que la charge ultime suit une loi log normale, on pourra donc estimer les paramètres liés à cette loi.

$$U_{i,e,lob} = V_{lob,i,e} \mu_{lob,e} + \sqrt{V_{lob,i,e}} \beta_{lob} \varepsilon_{lob,i,e}$$

Avec :

$U_{i,e,lob}$  : La charge ultime estimée après un an par année, par entreprise par segment.

$V_{lob,i,e}$  : Les primes acquise par année par entreprise et segment.

$\beta_{lob}$  : Constante de proportionnalité de la variance des S/P par ligne d'activité.

$\mu_{lob,e}$  : Ratio S/P par ligne d'activité et entreprise.

Puisque la charge ultime suit une loi log normal, on pourra déterminer les paramètres

$S_{lob,i,e}$  et  $M_{lob,i,e}$  en maximisant la fonction de vraisemblance suivante :

$$L = \prod_e \prod_e f(U_{i,e,lob}, M_{lob,i,e}, S_{lob,i,e})$$

Avec :

$$S_{lob,i,e} = \sqrt{\log\left(1 + \frac{\beta_{lob}^2}{V_{lob,i,e} \times \mu_{lob,e}^2}\right)}$$

$$M_{lob,i,e} = \log(V_{lob,i,e} \cdot \mu_{lob,e}) - \frac{1}{2} S_{lob,i,e}^2$$

Après avoir introduit le log pour trouver la log-vraisemblance, on trouve :

$$\text{Log } L = \sum_{i,e} \left( -\log(S_{lob,i,e}) - \frac{(\log(U_{i,e,lob}) - M_{lob,i,e})^2}{2S_{lob,i,e}} \right)$$

### III.2.2. Présentation des données :

Les données nécessaires, par segment d'activités, pour la détermination des coefficients de variation associés au risque de prime sont :

- l'historique de volume de primes acquises (brutes et nettes de réassurance) par année de survenance .
- Les charges ultimes de chaque année de survenance de l'historique. (Celles-ci peuvent être estimé par la méthode Chain Ladder depuis les triangles de règlement).

Exemple : Tableau de primes acquises et de charge ultimes du segment garanties annexes :

Exercice	Primes Acquises	Charge ultime
2006	14 470 203	8 344 325
2007	17 260 273	13 439 993
2008	19 512 659	11 680 980
2009	20 025 505	17 110 944
2010	19 721 107	23 299 886
2011	19 883 428	16 525 810
2012	16 834 999	8 452 250
2013	15 960 697	5 137 814
2014	16 943 936	11 082 238
2015	20 047 917	9 626 851
2016	22 599 524	13 769 743
2017	25 523 325	12 831 945
2018	45 716 122	21 531 864

Tableau 6 : Primes acquises et charges ultimes du segment GA.

#### III.2.2.1. Application de la méthode 1 :

Pour chaque branche, on doit calculer les paramètres suivant les hypothèses qu'on a faites. La première méthode est une méthode relativement simple, on va alors utiliser le logiciel R pour la faire coder, il suffit donc d'importer notre base de données, et coder les variables d'entrées.

Dans un premier temps, on devra calculer le S/P global par Line of Business en divisant les charges ultimes de toutes les années sur les primes acquises dans ces années.

Pour la branche RC Auto, on obtient :

```
> S_surp  
[1] 1.018156
```

Pour la branche garanties annexes, on aura :

```
> S_surpGA  
[1] 0.4394353
```

Enfin, pour la branche accidents de travail :

```
> S_surpAT  
[1] 0.002106093
```

On remarque que cette dernière valeur est très petite, cette incohérence est dû au fait que cette compagnie a perdu l'agrément pour la souscription de ce segment entre 2010 et 2013 ce qui fait que nos triangles de règlements sont à moitié vides.

Après avoir déterminé les S/P, on pourra passer à une estimation des Bonis/Malis, qui n'est autre que la différence entre les charges estimées et les charges réelles.

On prendra le segment RC Auto comme exemple :

```
> as.numeric(boni_mali)  
[1] -35144007 -11957674 -32041840 -36338930 -59933335 -54605818 -72659860 -44543497 -68625432 -29053810 -24416623 92492308  
[13] 376828518
```

Pour la première année on a un boni, puisque ce qu'on a estimé est supérieur à la charge réelle, pour la dernière année c'est un mali.

Ensuite, on passera à l'estimation du paramètre écart type selon la formule donnée par la première méthode :

On trouve, pour RC Auto :

```
> sigRC  
[1] 0.2735046
```

Pour les garanties annexes :

```
> sigGA  
[1] 0.2838948
```

Cependant, dû au problème qu'on a cité auparavant, on n'a pas pu estimer les paramètres du segment accident de travail. Toutefois, on s'est décidé d'inclure le résultat obtenu pour cette branche :

```
> sigAT  
[1] 3.101313e-05
```

### *III.2.2.2. Application de la méthode 2 :*

La deuxième méthode suppose que les charges suivent une distribution log-normale. Cette hypothèse c'est avérée assez forte, et on n'a pas pu la vérifier dans toute notre base de données pour chaque année de survenance et pour chaque segment. On a utilisé le test de normalité de Shapiro-Wilk.

Pour accepter l'hypothèse de la log-normalité, il faudra que le log des charges suive une loi normale, il faudra donc que la statistique de Shapiro-Wilk soit assez grande et une p-value supérieur à 5% (pour un seuil de 5%)

#### Shapiro-Wilk normality test

```
data: log(as.numeric(log(TriCompletGA[1:13, 13])))  
W = 0.95896, p-value = 0.7375
```

Une seconde hypothèse qu'on devra vérifier c'est la proportionnalité de la charge à la prime acquise. Cette hypothèse représente le fait qu'avec un niveau de primes acquises élevé, on aura une charge ultime élevé. Ceci est bien évident, car en accumulant plus de primes, on s'expose automatiquement à plus de risque, ce qui fait que notre charge ultime reflètera cette prise de risque et va croître. Idem pour la baisse des primes acquises qui causera à son tour une baisse de la charge ultime pour l'année.

Il faudra que les graphiques corroborent la corrélation positive entre la charge à l'ultime et la prime acquise. On devra donc tracer le graphe qui représente les primes acquises en fonction de la charge ultime.

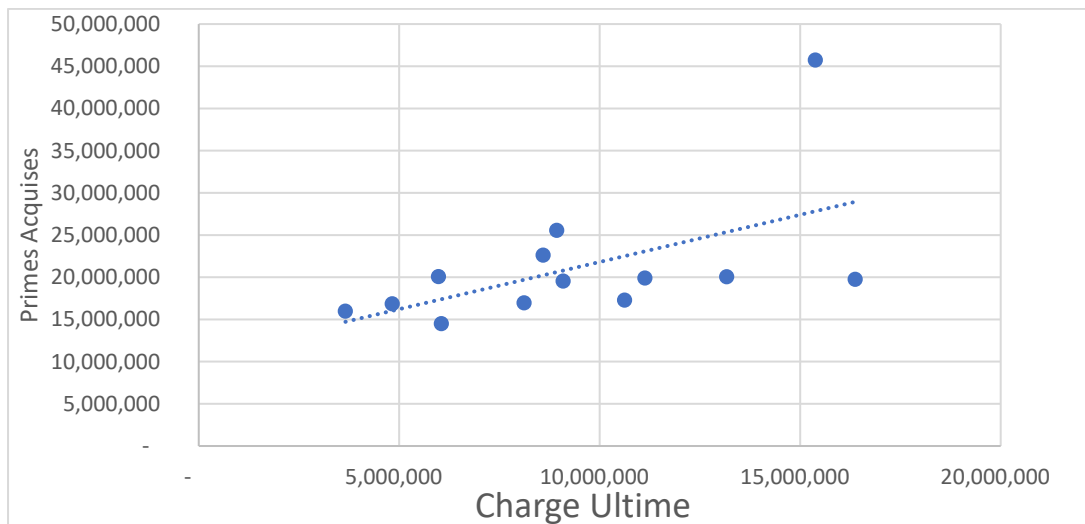


Figure 21 : Primes acquises en fonction de la charge ultime.

On remarque d'après le graphe que cette deuxième hypothèse est bien vérifiée, on remarque clairement une corrélation positive. On remarque aussi un point aberrant qui représente une sur-sinistralité pour cette année.

Après s'être assuré des hypothèses, on passera ensuite à l'estimation des coefficients de volatilité, en utilisant cette méthode.

Le logiciel R offre des fonctions prédéfinies qui peuvent estimer les paramètres d'une distribution log-normale, dans notre cas, on utilisera la précision « mle » de la fonction « elnormAlt » du package « EnvStats » pour préciser qu'on aura recours à la méthode du maximum vraisemblance dans cette estimation.

Tout est fait, on obtient les coefficients suivants :

Pour la branche RC Auto :

```
> SRC  
[1] 0.471914
```

Pour la branche Garanties Annexes :

> SGA  
[1] 0.4809509

Pour la branche Accidents de Travail :

> SAT  
[1] 0.354572

### III.2.2.3. Comparaison avec les résultats de la CEIOPS:

Pour la méthode 2, la Calibration Paper recommande des USP pour le risque de prime différents selon le segment en question.

Pour le segment RC Auto :

Method	Small (75th perc)	Medium (50th perc)	Large (25th perc)	VWA	Technical result based on VWA	% firms with higher sd
Method 1				6%	11.3%	26.1%
Method 2	129%	65%	39%	25%		

Figure 22 : recommandation de la CEIOPS pour la branche RC Auto.

La CEIOPS recommande un facteur de 11.3% entre toutes les méthodes, dans nos résultat on a trouvé pour la première méthode un facteur de 27.3% et pour la deuxième un facteur de 47.19% ce qui largement supérieur aux recommandations de la Calibration Paper. Cependant qu'on on voit le facteur pour les entreprises avec un écart type élevé, on trouve un facteur de 26.1% ce qui est un peu proche de nos résultats. On pourra donc affirmer qu'il est possible que l'entreprise sur laquelle on a réalisé ces calculs est une entreprise à volatilité élevée, puisque le marché marocain n'est pas assez mature comme le marché européen, il est ainsi plus instable ce qui fait que les USPs soient assez élevés.

Pour le segment Garanties annexes :

Method 1				22%	<b>22.8%</b>	<b>35.1%</b>
Method 2	109%	38%	28%	19%		

Figure 23 : recommandation de la CEIOPS pour les garanties annexes.

On obtient des résultats similaires pour les garanties annexes, pour les entreprises ayant une volatilité élevé, la CEIOPS recommande un facteur de 35.1% ce qui est proche des résultats qu'on a trouvés : 48.09% pour la deuxième méthode et 28.38 pour la première. On pourra donc encore dire que les entreprises au Maroc s'inscriraient dans le segment volatilité élevé de la Calibration Paper.

Pour le segment Accident de Travail, dû au problème cité auparavant, on n'a pas pu comparer les résultats avec les recommandations de la CEIOPS. Cependant, on pourra dire avec une certitude modérée que les résultats seront les mêmes que les deux premiers segments.

Pour résumer le tout, on dresse le tableau suivant :

Lob/Méthode	1	2	Moyenne
RC Auto	27.35%	29.15%	28.25%
GA	28.38%	32.65%	30.52%
AT	-	35.45%	35.45%

Tableau 7 : USP obtenus par segment et par méthode.

## Chapitre 3 : Calcul des coefficients de variation par segment :

### III.3.1. Résumé :

Pour calculer les coefficients de variation, il faudra agréger les résultats obtenus.

On rappelle que :

$$\sigma_{Lob} = \frac{\sqrt{\sigma_{prime,lob}^2 V_{prime,lob}^2 + V_{prime,lob} V_{res,lob} \sigma_{prime,lob} \sigma_{res,lob} + \sigma_{res,lob}^2 V_{res,lob}^2}}{V_{prime,lob} + V_{res,lob}}$$

Après avoir déterminé les coefficients de variation du risque prime  $\sigma_{prime,lob}$  et ceux du risque réserve  $\sigma_{res,lob}$ , on pourra calculer les coefficients de variation généraux par Lob facilement grâce à la formule ci-dessus.

Le tableau suivant résume toutes les données nécessaires pour le calcul et les résultats :

	$\sigma_{prime,lob}$	$\sigma_{res,lob}$	$V_{prime,lob}$ (K dhs)	$V_{res,lob}$ (K dhs)	$\sigma_{lob}$
RC	28.25%	9.65%	2 735 126	1 483 156	20.80%
AT	30.52%	23.96%	410 271	279 926	25.68%
GA	35.45%	19.65%	1 097 998	207 198	30.01%

Tableau 8 : USP obtenus par segment et primes acquises.

On remarque que le lob Garanties Annexes présente le plus grand coefficient de variation, il est donc le lob le plus risqué dans le portefeuille non-vie de l'entité B. Le Lob RC est le moins risqué, il présente les plus grands volumes de primes. Puisque ceux-ci sont les facteurs de pondération utilisée pour l'estimation du coefficient de variation global, on pourra juger que celui-là serait plus écarté vers le Risque du Lob RC plus que les autres Lob.

### III.3.2. Calcul du coefficient de variation Global du portefeuille non-vie :

Après avoir calculer les Coefficient de variation par Lob , on pourra procéder à la détermination du coefficient de variation globale .

On rappelle la formule de celui-ci :

$$\sigma_{prime,reserve} = \frac{1}{V_{prime,reserve}} \times \sqrt{\sum_{i,j \in segments} Corr\sigma_{i,j} \times \sigma_i \times V_i \times \sigma_j \times V_j}$$

Avant de se lancer dans les calculs, on doit étudier la corrélation entre les différents Lob .

Nous avons pensé au calibrage des copules de dépendance entre les Lob , mais vu que l'effectif des input n'est pas assez considérable pour se lancer dans ce calibrage, nous allons nous contenter de la matrice de corrélation de Pearson des Lobs .

La matrice de corrélation obtenue est :

Coefficients de corrélation de Pearson, N = 18 Proba >  r  sous H0: Rho=0			
	GA	AT	RC
GA	1.00000	0.3691 <.0001	0.5338 <.0001
AT	0.3691 <.0001	1.00000	0.4452 <.0001
RC	0.5338 <.0001	0.4452 <.0001	1.00000

Figure 24 : Corrélations de Pearson entre les segments.

On obtient finalement la valeur du coefficient de variation général :

$$\sigma_{entité B} = 19.67\%$$

*Conclusion.*

## Conclusion :

La nouvelle réforme SBR est un projet important qui modernisera davantage le secteur d'assurance au Maroc, c'est un règlementation ambitieuse qui incitera les entreprises d'assurance à améliorer leurs connaissances en matière de gestion de risque et améliorera leur productivité et leur compétitivité.

Nous avons proposé dans le cadre de ce travail plusieurs méthodes de pouvoir calibrer la formule du calcul de l'exigence en capital pour se couvrir contre une multitude de risques, notamment le risque de marché, le risque de réserve et le risque de prime.

Au même temps, On a appliqué ces connaissances théoriques aux données d'une entreprise au Maroc et on a comparé les résultats obtenus avec les résultats recommandés par des autorité internationales, cette comparaison a confirmé, encore une fois, que le marché marocain a encore beaucoup de chemin à faire en matière de stabilité des résultats.

## Bibliographie :

- Methods for estimating premium risk for Solvency purposes. Daniel Rufelt (Stockholm University).
- CEIOPS-Calibration-paper-Solvency-II
- Technical Specification for the Preparatory Phase EIOPA
- ActuarialLab
- Ressources actuarielles
- Bank Al-Maghrib.