





# RESUME

L'activité de l'assurance se démarque des autres activités économiques et financières par son inversion de cycle de production, c'est-à-dire que l'assureur connaît son chiffre d'affaire avant de connaître le montant des prestations qu'il devra servir. Ainsi, la notion de solvabilité au sein des assurances occupe une place très importante, l'assureur doit toujours constituer des provisions suffisantes pour respecter ses engagements envers ses assurés, et des fonds propres pour faire face aux chocs imprévus.

Afin de préserver l'impact social de l'assurance et son rôle dans le financement de l'économie, le régulateur impose un cadre réglementaire à respecter pour les compagnies d'assurance, il contient des règles pour évaluer les provisions techniques et les placements et déterminer les éléments constitutifs du calcul de la marge de solvabilité.

Or le cadre réglementaire actuel présente des insuffisances du fait qu'il est basé sur des éléments comptables et non économique, et ne prend pas en compte la diversité des risques et de leurs spécificités et n'intègre pas de normes en matière de gouvernance. C'est à ce titre que l'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) a élaboré le projet de circulaire « Solvabilité Basée sur les Risques » (SBR) qui décrit un nouveau référentiel réglementaire pour évaluer la solvabilité des compagnies d'assurances et de réassurance, ce projet définit les règles de détermination du bilan prudentiel et du capital de solvabilité requis (SCR), l'exigence de capital supplémentaire et du niveau des fonds propres prudentiels. Cette réglementation s'inspire de la réglementation européenne Solvabilité II, mais sa version définitive n'existe pas encore. Les hypothèses et les techniques de calcul sont encore en train d'être testés, notamment par les compagnies d'assurances. Et c'est dans cette perspective que s'inscrit notre stage de fin d'étude qui porte sur l'application des normes de la « SBR » sur un portefeuille vie de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA).

Le projet réalisé dans ce mémoire, a été élaboré en trois étapes, sous le logiciel SAS Entreprise Guide, ces étapes se résument en la modélisation des différentes lois de sortie, la valorisation des provisions techniques prudentielles, et enfin le calcul du capital de solvabilité requis selon des hypothèses qu'on va détailler après.

**Mots clés : Assurance vie, Solvabilité Basée sur les Risques, Lissage, Projection, tables de sortie, Provisions techniques prudentielles, Best Estimate, Capital de Solvabilité requis, SAS Entreprise Guide.**

# Abstract

The insurance business differs from other economic and financial activities in that its production cycle is reversed, i.e. the insurer knows its turnover before it knows the amount of benefits it will have to pay. Thus, the concept of solvency in insurance occupies a very important place, the insurer must always set aside sufficient provisions to meet its commitments to its policyholders, and equity capital to deal with unforeseen shocks.

In order to preserve the social impact of insurance and its role in financing the economy, the regulator imposes a regulatory framework to be respected by insurance companies. It contains rules for evaluating technical provisions and investments and determining the components of the solvency margin calculation.

However, the current regulatory framework has shortcomings because it is based on accounting rather than economic elements, does not take into account the diversity of risks and their specific features, and does not incorporate governance standards. It is in this context that ACAPS has drawn up the draft "Risk-Based Solvency Circular" (SBR) which describes a new regulatory framework for assessing the solvency of insurance and reinsurance companies. This draft defines the rules for determining the prudential balance sheet and the Solvency Capital Requirement (SCR), the supplementary capital requirement and the level of prudential own funds. These rules are based on the European Solvency II regulation, but its final version is not yet in place. The assumptions and calculation techniques are still being tested, particularly by insurance companies. And it is in this perspective that our end-of-study internship, which focuses on the application of the "SBR" standards to a life portfolio of Royale Marocaine d'Assurance (RMA), is part of.

The project carried out in this dissertation was developed in three stages, using SAS Enterprise Guide software. These stages can be summed up as the modelling of the various exit laws, the valuation of prudential technical reserves, and finally the calculation of the required solvency capital according to hypotheses that we will detail later.

**Key words : Life insurance, Solvency Based on Risks, Smoothing, Projection, exit tables ,Technical Provisions, Best Estimate, Solvency Capital Requirement.**

# Remerciement

Qu'il nous soit permis, au terme de ce travail, d'exprimer ma gratitude et vifs remerciements à notre encadrante de stage Mme. Fouzia Amghar. Qu'elle trouve ici le témoignage de mon estime et de ma profonde reconnaissance pour son accueil, sa générosité, ses orientations et ses qualités humaines qu'elle a su nous prodiguer tout au long de mon stage. L'effort considérable pour nous intégrer au sein de son équipe en nous permettant un accès aux différentes informations concernant le sujet ont constitué un apport considérable sans lequel ce travail n'aurait pas pu être mené à bon part.

On adresse notre profonde gratitude à notre encadrant interne M. KHALIL Said d'avoir accepté de diriger ce travail, on tient aussi à lui être reconnaissant pour ses précieux conseils.

On tient également à remercier M. MARRI Fouad de nous avoir honorés en acceptant d'évaluer notre travail.

Enfin, nous remercions l'ensemble du corps professoral et administratif de l'INSEA pour leur contribution à notre formation.

# Dédicace de Walid

Je dédie ce travail :

- *A mes très chers parents qui n'ont économisé aucun effort pour que je puisse être ce que je suis, et qui m'ont toujours soutenu pendant mon cursus scolaire et universitaire, aucun aveu n'exprimera autant d'amour que j'ai pour vous*
- *A mes 2 soeurs AYA et MARWA pour leur soutien et leurs encouragements*
- *A tous les membres de ma famille*
- *A mon binôme Hamza, pour tout ce qu'il a fait pour la réussite de ce stage*
- *A mes meilleurs amis pour les bons moments qu'on passé ensemble et pour qui je souhaite tout le succès du monde*
- *A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.*

ZINE AHMED WALID

# Dédicace de Hamza

Je dédie ce travail :

- *À mes parents, je ne saurais exprimer la profondeur de mon amour, ma reconnaissance et mon attachement, vu que vous m'avez soutenu tout au long de mon parcours et avez fait preuve de sacrifice, de patience, et de persévérance. Que Dieu vous prête longue vie et bonne santé.*
- *A ma petite sœur Farah qui m'a toujours soutenu et encouragé, et que sa présence était pour moi une source de motivation et de réconfort. Je te souhaite le succès et le bonheur dans ta vie.*
- *A tous les membres de ma grande famille.*
- *A mon binôme Ahmed Walid, pour tout ce qu'il a fait pour la réussite de ce stage.*
- *A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.*
- *A tous mes amis proches, vivement pour une amitié qui dure et à de nouvelles expériences qui nous unissent.*
- *A vous mes camarades, vous avez contribué à donner vie à mes 3 ans à l'INSEA.*

# Table des matières

<b>RESUME</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>Remerciement</b>	<b>5</b>
<b>Dédicace de Walid</b>	<b>6</b>
<b>Dédicace de Hamza</b>	<b>7</b>
<b>Table des matières</b>	<b>10</b>
<b>Table des figures</b>	<b>11</b>
<b>Liste des abréviations</b>	<b>13</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>14</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>15</b>
<b>I CONTEXTE ET CADRE REGLEMENTAIRE DE LA REFORME SBR</b>	<b>17</b>
<b>1 PRESENTATION DE L'ORGANISME D'ACCUEIL</b>	<b>18</b>
1.1 Cadre général de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA) . . . . .	19
1.1.1 Historique de la compagnie . . . . .	19
1.1.2 Organigramme de RMA . . . . .	20
1.1.3 Chiffres concernant RMA . . . . .	21
1.1.4 Produits et Services de RMA . . . . .	22
<b>2 GENERATLITES SUR L'ASSURANCE VIE ET INTRODUCTION A LA SBR</b>	<b>24</b>
2.1 Marché d'assurance au Maroc . . . . .	25
2.2 Le contrat d'assurance-vie . . . . .	27
2.3 Contexte de la SBR . . . . .	29
2.4 Présentation du projet de la réglementation prudentielle Solvabilité Basée Sur les Risques . . . . .	29
2.4.1 Aperçu sur la SBR . . . . .	29
2.4.2 Piliers de la SBR . . . . .	30

<b>II</b>	<b>Valorisation des provisions techniques prudentielles et calcul du SCR</b>	<b>34</b>
<b>3</b>	<b>Traitement et description des données</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction . . . . .	36
3.2	Présentation des bases de données utilisées lors de l'étude . . . . .	36
3.2.1	Description des produits utilisés dans l'étude . . . . .	36
3.2.2	Caractéristiques des produits . . . . .	36
3.2.3	Description des bases de données utilisées dans l'étude . . . . .	36
3.3	Traitements et contrôles effectués sur les données . . . . .	37
3.3.1	Description et traitement des valeurs aberrantes et manquantes dans les bases de données . . . . .	38
3.4	Statistiques descriptives des données . . . . .	39
3.4.1	Evolution de l'âge moyen pour le type de sortie rachat . . . . .	40
3.4.2	Evolution des réserves par rapport à l'âge de l'assuré . . . . .	40
3.4.3	Analyse descriptive des réserves en montant et en nombre . . . . .	41
3.4.4	Analyse descriptive des différentes sorties des assurés . . . . .	41
3.4.5	Tableau descriptif des produits . . . . .	42
3.5	Conclusion . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Elaboration des lois de sortie</b>	<b>44</b>
4.1	Introduction . . . . .	45
4.2	Modèle des tables de sortie . . . . .	45
4.3	Calcul des tableaux demandés . . . . .	46
4.3.1	Table de réserve en montant et en nombre . . . . .	46
4.3.2	Table de sortie en montant et en nombre . . . . .	48
4.4	Calcul des taux bruts de sortie . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Lissage des taux moyens de sortie</b>	<b>55</b>
5.1	Introduction . . . . .	56
5.2	Correction des taux moyens bruts . . . . .	56
5.3	Lissage des taux moyens corrigés . . . . .	56
5.3.1	Définition du lissage . . . . .	56
5.3.2	La régression linéaire simple RLS . . . . .	57
5.3.3	Les modèles linéaires généralisés (GLM) : . . . . .	60
5.3.4	Composantes du modèle . . . . .	60
5.3.5	Estimation des paramètres . . . . .	62
5.3.6	Le modèle log-normale . . . . .	63
5.3.7	Comparaison de la qualité d'ajustement . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Détermination du Best Estimate</b>	<b>69</b>
6.1	Introduction . . . . .	70
6.2	Projection des flux de réserves et de sortie . . . . .	70
6.2.1	Conditions à vérifier . . . . .	70
6.2.2	Formules nécessaires pour le calcul des projections . . . . .	71

6.2.3	Evolution des projections . . . . .	73
6.2.4	Backtest . . . . .	74
6.3	Appréciation des provisions techniques prudentielles . . . . .	75
6.3.1	Evaluation du Best Estimate . . . . .	76
6.3.2	Evaluation de la marge de risque . . . . .	77
6.3.3	Analyse des résultats et interprétations . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Calcul du capital de solvabilité requis SCR</b>	<b>79</b>
7.1	Introduction . . . . .	80
7.2	Définition et approches de calcul du SCR . . . . .	80
7.3	SCR de souscription-vie . . . . .	82
7.3.1	SCR Rachat . . . . .	82
7.3.2	SCR dépense ou de frais de gestion . . . . .	83
7.3.3	SCR Catastrophe . . . . .	83
7.4	Calcul et analyse des résultats . . . . .	84
	<b>Conclusion</b>	<b>85</b>
<b>III</b>	<b>Annexes</b>	<b>86</b>
	<b>Annexe 1 : Tables de mortalités TD88/90 et PF60/64</b>	<b>87</b>
	<b>Annexe 2 : L'outil SAS Guide</b>	<b>89</b>
	<b>Annexe 3 : Liste des variables existantes dans les bases de données</b>	<b>91</b>
	<b>Annexe 4 : L'application créé sous SAS Entreprise Guide et un guide d'utilisation</b>	<b>92</b>
	Introduction . . . . .	92
	1. Traitements effectués sur les données . . . . .	93
	1.1 Importation des données . . . . .	93
	1.2 Traitement des données . . . . .	94
	1.3 Projections et BE . . . . .	96
	1.3 SCR . . . . .	98
	<b>Annexe 5 : Les différents risques considérés dans le capital de solvabilité requis</b>	<b>99</b>
	<b>Annexe 5 :Taux zéro coupon</b>	<b>100</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>101</b>

# Table des figures

1.1	Histogramme de la Royale Marocaine de l'Assurance . . . . .	20
1.2	Organigramme de la Royale Marocaine de l'Assurance . . . . .	20
1.3	Conseil d'administration de la Royale Marocaine de l'Assurance . . . . .	21
1.4	Evolution du chiffre d'affaire de RMA en MDHS . . . . .	22
2.1	Organigramme de l'Assurance . . . . .	25
2.2	Les trois piliers de la SBR . . . . .	30
2.3	Comparaison entre le bilan comptable et l'économique . . . . .	31
2.4	Mode d'agrégation des risques pour le SCR selon la directive de la SBR . . . . .	32
2.5	Comparaison du bilan prudentiel avant et après choc . . . . .	32
3.1	Liste des variables de la base financière et leurs types . . . . .	37
3.2	Liste des variables de la base de types de sortie et leurs types . . . . .	37
3.3	Evolution de l'âge moyen par années pour le produit A et type de sortie rachat . . . . .	40
3.4	Evolution des réserves par rapport à l'âge de l'assuré pour le produit A . . . . .	40
3.5	Evolution des réserves en montant et en nombre par année pour le produit A . . . . .	41
3.6	Pourcentage des sorties effectuées par les adhérents au produit A en 2019 . . . . .	42
5.1	illustration d'une courbe lissée selon une régression linéaire simple . . . . .	57
5.2	Récapitulatif des fonctions de lien canoniques des modèles usuels <sup>5</sup> . . . . .	62
5.3	critères d'évaluation de l'adéquation . . . . .	65
5.4	Critères du modèle d'ajustement des taux bruts . . . . .	67
5.5	Critères du modèle d'ajustement des taux corrigés . . . . .	67
5.6	Exemple de lissage des taux moyens corrigés de rachat . . . . .	67
5.7	Table des taux lissés de rachat en montant par âge et par ancienneté . . . . .	68
5.8	Table des taux lissés de rachat en nombre par âge et par ancienneté . . . . .	68
6.1	Evolution des projections des sorties en montant pour le produit A . . . . .	73
6.2	Evolution des projections des sorties en nombre pour le produit A . . . . .	74
6.3	la structure du bilan selon les règles SBR . . . . .	75
7.1	Approche par scénario : principe général . . . . .	81
7.2	Comparaison entre les taux des tables de mortalités TD88/90 et PF60/64 . . . . .	88
7.3	Une petite explication de l'interface SAS Guide . . . . .	90
7.4	Les trois flux de processus de l'application . . . . .	92
7.5	Importation des données sous SAS Entreprise Guide . . . . .	93

7.6	Extrait de la base des types de sortie . . . . .	94
7.7	Extrait de la base du dossier financier . . . . .	94
7.8	Tâches sous SAS Entreprise Guide . . . . .	94
7.9	Création des variables ancienneté et l'âge sortie . . . . .	95
7.10	Suppression des valeurs aberrantes de la base des types de sortie . . . . .	95
7.11	Suppression des valeurs aberrantes du dossier financier . . . . .	96
7.12	Interface du flux de processus "Projections et BE" . . . . .	96
7.13	Interface de l'application partie 1 . . . . .	97
7.14	Taux zéro coupon fourni par BAM . . . . .	100

# Liste des abréviations

- ACAPS : Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale.
- BAM : Bank-Al-Maghrib.
- BDF : Bénéfices Discrétionnaires Futurs.
- BE : Best Estimate.
- BEFG : Best Estimate des Frais de Gestion.
- BEG : Best Estimate des Garanties.
- BMCE : Banque Marocaine du Commerce Extérieur.
- CA : Chiffre d’Affaire.
- CF : Cash-Flows.
- CIMR : Caisse Interprofessionnelle Marocaine de retraite.
- CoC : Coût en Capital.
- CSR/SCR : Capital de Solvabilité Requis.
- EG : Entreprise Guide.
- FP : Fonds Propres.
- GLM : Generalised Linear Model.
- IAIS : International Association of Insurance Supervisors.
- ICP : International Core Principles.
- MENA : Middle East and North Africa.
- MR : Marge de Risque.
- MS : Marge de Solvabilité.
- PB : Participation aux Bénéfices.
- PBA : Principes de Base de l’Assurance.
- PPB : Provision Pour Participation aux Bénéfices.
- PT : Provisions Techniques.
- RLS : Régression Linéaire Simple.
- RMA : Royale Marocaine d’Assurance.
- SBR : Solvabilité Basée sur les Risques.
- STG : Secure Technologies Group.
- TMG : Taux Minimum Garanti.
- TPB : Taux de Participation aux Bénéfices.

# Liste des tableaux

1.1	Parts de marché par entreprises d'assurances au Maroc en 2018 (affaires directes) . . .	22
2.1	Indicateurs des entreprises d'assurances sur l'ensemble des affaires (2017-2018) . . . . .	26
2.2	Répartition des émissions directes non-vie par sous catégories (2017-2018) . . . . .	27
2.3	Répartition des émissions directes vie et capitalisation par sous catégories (2017-2018)	27
3.1	Tableau des valeurs manquantes et aberrantes de la base de types de sortie . . . . .	38
3.2	Tableau descriptif des données en 2019 . . . . .	42
4.1	Tableau de réserve en nombre . . . . .	47
4.2	Tableau de réserve en montant . . . . .	48
4.3	Tableau de sortie en nombre . . . . .	49
4.4	Tableau de sortie en montant . . . . .	49
4.5	Tableau des taux sortie en montant/en nombre . . . . .	51
4.6	Table des taux bruts de sortie rachat pour le produit A en montant . . . . .	52
4.7	Table des taux bruts de sortie rachat pour le produit A en nombre . . . . .	52
4.8	Table des taux moyens bruts de sortie rachat pour le produit A en montant . . . . .	53
4.9	Table des taux moyens bruts de sortie rachat pour le produit A en nombre . . . . .	53
6.1	Réalité et estimation des sorties et réserves en 2019 . . . . .	74
6.2	Table des résultats du BE en 2019 . . . . .	78
7.1	Table des hausses et baisses appliquées aux taux de rachat . . . . .	82
7.2	Table des résultats de SCR . . . . .	84
7.3	Taux des sorties décès selon les tables de mortalités TD88/90 et PF60/64 . . . . .	87
7.4	Tableau des variables leurs désignations et leurs types . . . . .	91
7.5	Récapitulatif des projections des réserves et des sorties en montant pour le produit A	97
7.6	BE engagement, BEFG, BE global et duration . . . . .	97
7.7	Interface de l'application partie 2 . . . . .	98
7.8	SCR rachat, SCR dépense, SCR catastrophe et SCR vie . . . . .	98

# Introduction générale

Le secteur des assurances constitue un vecteur prépondérant du développement socio-économique du pays, il permet d'améliorer les conditions de vie de la population, favorise l'entrepreneuriat et la création de richesse, et contribue fortement au financement de l'économie du pays. Cependant, l'activité des compagnies d'assurance demeure une activité complexe et aléatoire vu que l'assureur connaît son chiffre d'affaire avant de connaître le montant des prestations qu'il devra servir. C'est pour ça que l'assureur est contraint de constituer des provisions techniques (dettes envers le assurés) suffisantes pour tenir ses engagements vis-à-vis des assurés, de plus il doit aussi constituer des fonds propres pour faire face aux chocs imprévus (risque de sous tarification/provisionnement, risque de catastrophes naturelles/humaine, risques opérationnels, risques de marché, risque de défaut/contrepartie etc...). La compagnie d'assurance doit ainsi pouvoir faire face à ses engagements à tout instant, autrement dit il est impératif qu'elle soit solvable tout en évitant la faillite. C'est pourquoi l'État réglemente le secteur des assurances, afin d'assurer cette solvabilité.

Le Maroc soumet l'activité d'assurance à un contrôle spécifique afin de préserver l'impact social de l'assurance et son rôle dans le financement de l'économie. Pour assurer cette mission, l'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance sociale adopte un cadre prudentiel qui fixe les règles d'évaluation des provisions techniques, les règles de calcul de la marge de solvabilité et détermine ses éléments constitutifs. Certes, le cadre prudentiel actuel s'avère simple et intuitif pour la prise de décision, cependant il se base sur des éléments comptables et non économiques et ne tient pas compte des différents risques auxquels sont soumises les activités d'assurance, et donc n'est plus adaptées à la réalité économique.

Pour pallier aux insuffisances du cadre prudentiel actuel, L'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) a élaboré en avril 2017 le projet de circulaire « Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) » qui décrit un nouveau référentiel réglementaire pour l'évaluation de la solvabilité avec l'objectif de s'aligner avec les principes de base de l'assurance émis par l'association internationale des contrôleurs d'assurance « IAIS » et de prendre en compte l'ensemble des risques auxquels les organismes peuvent être soumis. Le thème essentiel de SBR porte ainsi sur la mesure et le contrôle des risques, tout en gardant le même objectif principal que l'ancienne réglementation : la protection des assurés.

Pendant notre stage, nous avons abordé cette problématique sur les produits de l'Assurance Vie de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA). Ce rapport, fruit de notre projet de fin d'études au sein de la direction technique de la RMA est consacré à relever les défis techniques et les nouvelles

spécifications que cette nouvelle réforme impose. L'objectif général de notre mémoire s'inscrit dans cette perspective qui consiste à évaluer les provisions techniques dans le cadre des nouvelles normes dictées par cette nouvelle réforme nommée la « SBR », il est organisé comme suit : La première partie est consacrée à la présentation de la compagnie RMA, et des généralités sur l'assurance vie puis une présentation du projet de la réglementation prudentielle Solvabilité Basée sur les Risques. La deuxième partie constitue le cœur de notre projet, elle commence par le traitement qu'on a effectué sur les bases de données puis une analyse descriptive des résultats, pour ensuite passer à la valorisation des provisions techniques prudentielles et le calcul du SCR via l'élaboration des tables de sorties qu'on utilisera pour faire des projections des flux de trésorerie. Enfin, la troisième partie comporte l'annexe où seront illustrées les démarches qu'on a effectuées pour l'élaboration de notre application sous le logiciel SAS ENTREPRISE GUIDE, et quelques informations complémentaires au rapport.

Première partie

**CONTEXTE ET CADRE  
REGLEMENTAIRE DE LA REFORME  
SBR**

# Chapitre 1

## PRESENTATION DE L'ORGANISME D'ACCUEIL

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Cadre général de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA)</b>	<b>14</b>
1.1.1	Historique de la compagnie	14
1.1.2	Organigramme de RMA	15
1.1.3	Chiffres concernant RMA	16
1.1.4	Produits et Services de RMA	17

---

## 1.1 Cadre général de la Royale Marocaine d'Assurance (RMA)

RMA Assurance (Royale Marocaine d'Assurance) est une compagnie d'assurances et de réassurance marocaine filiale du groupe Finance Com, groupe financier privé leader au Maroc et sur le continent africain.

Inspirée de l'élan insufflé au secteur national de l'assurance, RMA s'impose aujourd'hui comme un acteur solide et ambitieux de l'économie marocaine. RMA a pris l'engagement, depuis plus de 70 ans, de protéger les biens et les personnes contre les risques de la vie et d'accompagner les particuliers, les professionnels et les entreprises dans la réalisation de leurs projets d'avenir en toute sérénité. La compagnie propose des offres et services aux marchés des particuliers et de l'entreprise, en vie et non vie. Elle a ainsi su forger un destin exceptionnel pour devenir l'une des compagnies les plus représentatives du marché marocain de l'assurance.

Elle est aujourd'hui l'une des compagnies leaders du marché des risques techniques et des assurances à la personne. Plus de 650 collaborateurs et 350 agents exclusifs sont au service de la satisfaction de tous les assurés, pour protéger leur avenir et celui de leurs proches, et leur permettre d'entreprendre en toute confiance (Rapport annuel RMA 2018).

RMA focalise son activité en 4 fonctions principales, à savoir : l'assurance dommages, l'assurance vie , l'épargne , la retraite, l'assurance santé et la gestion d'actifs.

### 1.1.1 Historique de la compagnie

- En 1949, fut la création de la Royale Marocaine d'Assurance.
- En 1988, M. Othman Benjelloun arrive à la tête de la RMA.
- En 1995, le groupe RMA rachète BMCE Bank.
- En 1998, la Compagnie d'assurance Alwatniya est rachetée par M. Othman Benjelloun.
- En 2003, démarrage de l'opération de fusion entre les deux compagnies RMA et ALWATANYA.
- En 2005, naissance de RMA WATANYA.
- En 2014, acquisition de quatre compagnies d'assurance en Côte d'Ivoire, Cameroun et Togo.

- En 2015, signature du partenariat avec Afriquia et STG pour la solution de gestion de Flotte.
- En 2016, RMA WATANYA n'existe plus et devient donc RMA. Ce changement de nom est l'aboutissement d'un projet de transformation profonde initié depuis six ans.



FIGURE 1.1 – Histogramme de la Royale Marocaine de l'Assurance

### 1.1.2 Organigramme de RMA

Ci-dessous, la figure représente la structure administrative de RMA.

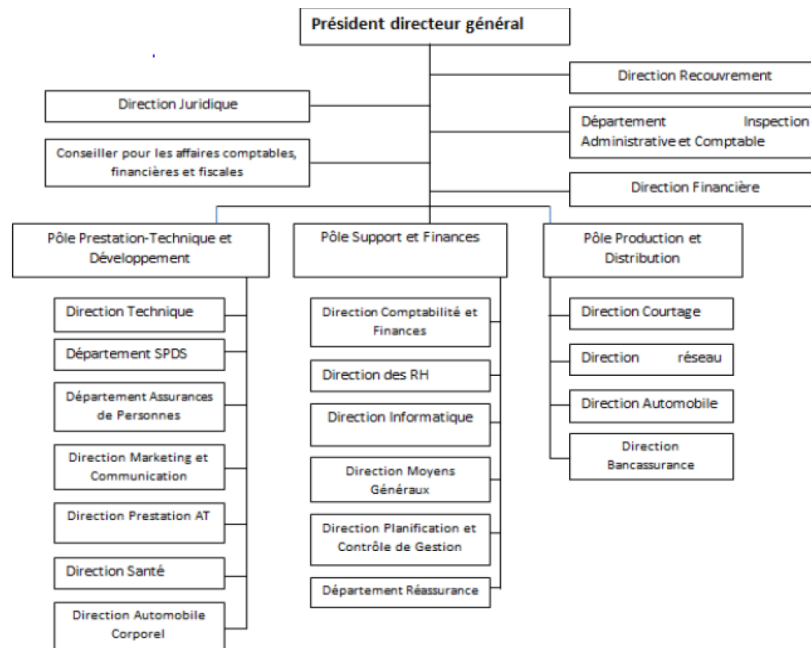


FIGURE 1.2 – Organigramme de la Royale Marocaine de l'Assurance

La gouvernance d'entreprise au sein de RMA repose sur un conseil d'administration, organe qui définit les orientations stratégiques de la compagnie, assure le suivi de leur mise en œuvre et en contrôle la bonne gestion.

Le conseil d'administration est composé des membres suivants :<sup>1</sup>

1. Rapport annuel RMA 2018



FIGURE 1.3 – Conseil d'administration de la Royale Marocaine de l'Assurance

### 1.1.3 Chiffres concernant RMA

Selon le rapport d'activité des entreprises d'assurances et de réassurance réalisé par l'ACAPS en 2018, RMA s'accapare 15,9% de part de marché totale, ce qui englobe 18,4% du marché de l'assurance-vie, et 13,9% de celui de l'assurance non-vie. RMA se positionne ainsi en 2<sup>ème</sup> position au sein du marché marocain des assurances.

Rang 2018	EAR	Parts de marché	Vie	Non Vie
1	Wafa Assurance	20,3%	25,7%	16,1%
2	RMA Assurance	15,9%	18,4%	13,9%
3	SAHAM Assurance	12,5%	5,7%	17,9%
4	Mutuelle Attamine Chaabi	10,3%	23,4%	
5	AXA Assurance Maroc	10,2%	8,1%	11,9%
6	ATLANTA	5,9%	2,6%	8,5%
7	SANAD	4,9%	2,6%	6,8%
8	La Marocaine Vie	4,4%	9,5%	0,4%
9	Mutuelle Centrale Marocaine d'Assurance	3,4%	3,7%	3,2%
10	ALLIANZ Maroc	3,3%	0,1%	5,9%
11	Mutuelle Agricole Marocaine d'Assurance	2,4%		4,3%
12	Compagnie d'Assurance Transport	1,7%		3,0%
13	Maroc Assurance International	1,3%		2,3%
14	SAHAM Assistance	1,2%		2,2%
15	Mutuelle d'Assurance des Transporteurs Unis	0,8%		1,4%
16	Wafa Ima Assistance	0,6%		1,0%
17	ACMAR	0,3%		0,6%
18	AXA Assistance Maroc	0,2%		0,4%
19	Coface Maroc	0,1%		0,2%
20	Société Marocaine d'Assurance à l'Exportation	0,0%		0,1%
21	CHAABI Assistance	0,0%		0,0%

TABLE 1.1 – Parts de marché par entreprises d'assurances au Maroc en 2018 (affaires directes)

La compagnie d'assurance RMA termine l'année 2019 avec un chiffre d'affaires de 6,816 Mds de dirhams conforme à ses prédictions, en progression de 4,2% par rapport à 2018.<sup>2</sup>

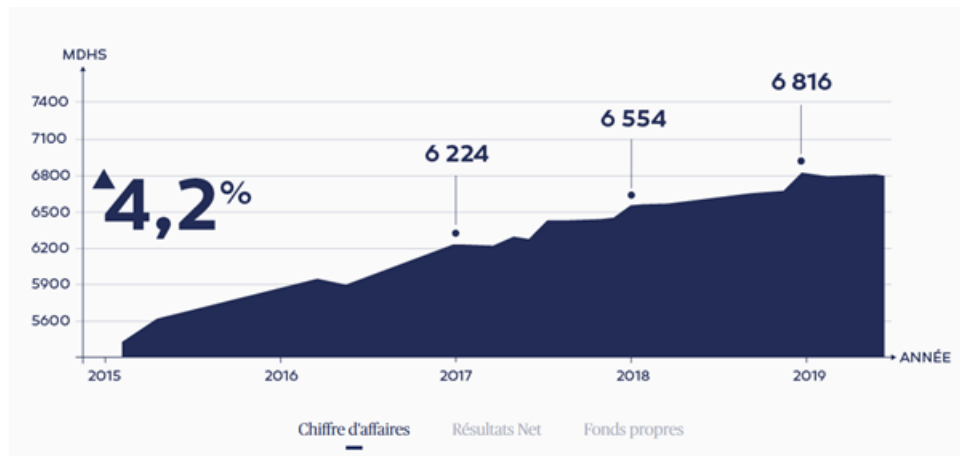


FIGURE 1.4 – Evolution du chiffre d'affaire de RMA en MDHS

#### 1.1.4 Produits et Services de RMA

RMA concentre son activité dans quatre métiers :

- L'assurance dommage : pour un individu, elle protège ses biens les plus importants, soit l'habitation et l'automobile. Pour une entreprise, elle assure la pérennité de ses affaires qui pourraient être affectées de manière catastrophique advenant un sinistre.

- L'assurance vie/épargne/retraite : souvent perçue comme un outil de transmission de capital (l'assurance vie en cas de décès), mais elle est également un véritable outil d'épargne (l'assurance-vie

<sup>2</sup> Rapport annuel RMA 2018

en cas de vie).

- L'assurance santé : elle a pour but de préserver l'assuré contre les risques liés à la maladie ou, plus précisément, contre tous les événements entraînant une intervention médicale.
- La gestion des actifs : parmi les activités de RMA est de gérer les capitaux dans le respect des contraintes réglementaires et contractuelles.

En outre de ses activités, RMA pilote une grande partie du portefeuille des cotisations salariales de la Caisse Interprofessionnelle Marocaine de retraite (CIMR) dans le cadre de son métier en assurance-vie. Le champ suivant portera plus de détails sur cette collaboration.

## Chapitre 2

# GENERALITES SUR L'ASSURANCE VIE ET INTRODUCTION A LA SBR

### Sommaire

---

2.1	Marché d'assurance au Maroc . . . . .	20
2.2	Le contrat d'assurance-vie . . . . .	22
2.3	Contexte de la SBR . . . . .	23
2.4	Présentation du projet de la réglementation prudentielle Solvabilité Basée Sur les Risques . . . . .	24
2.4.1	Aperçu sur la SBR . . . . .	24
2.4.2	Piliers de la SBR . . . . .	24

---

## 2.1 Marché d'assurance au Maroc

L'assurance est un vecteur de développement socio-économique :<sup>1</sup>

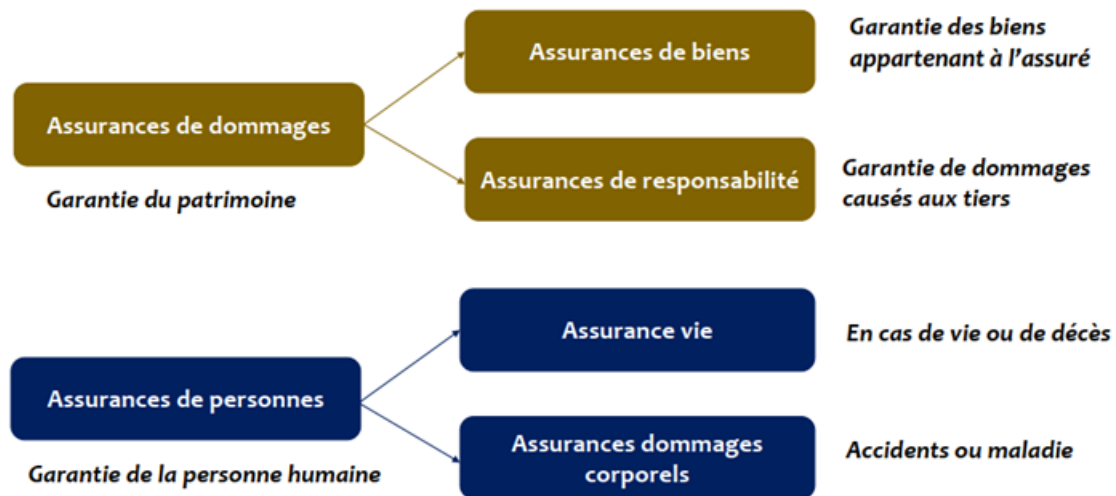


FIGURE 2.1 – Organigramme de l'Assurance

Le secteur des assurances marocain connaît une progression constante. Le Maroc est le deuxième plus grand marché d'assurances en Afrique derrière l'Afrique du sud, et le troisième dans la région MENA (Middle East and North Africa) derrière l'EAU (Émirats arabes unis) et l'Arabie saoudite.

En 2018, les émissions directes, toutes branches confondues, progressent de 6,3%, en réalisant un chiffre d'affaires de 41,363 milliards de dirhams contre 38,920 milliards un an auparavant.

Le secteur non vie représente 56% du total des primes émises.

1. Rapport annuel ACAPS - secteur des assurances et de la réassurance 2018

	2017	2018	VARIATION
<b>PRIMES EMISES*</b>	38 920,4	41 363,60	6,3%
VIE	16 985,1	18 189,7	7,1%
NON VIE	21 935,3	23 173,8	5,6%
<b>PRESTATIONS ET FRAIS PAYÉS*</b>	24 364,3	25 575,5	5,0%
VIE	10 648,6	11 085,6	4,1%
NON VIE	13 715,7	14 490,0	5,6%
<b>CHARGES TECHNIQUES D'EXPLOITATION</b>	7 858,10	8 618,3	9,7%
CHARGES D'ACQUISITION	3355,4	3530,9	5,2%
AUTRES CHARGES TECHNIQUES D'EXPLOITATION	3674,2	4222,2	14,9%
DOTATIONS D'EXPLOITATION	828,4	865,3	4,5%
<b>MARGE D'EXPLOITATION</b>	1 365,90	-7	-100,5%
VIE	-482,4	-541,9	-12,3%
NON VIE	1 848,3	534,9	-71,1%
<b>SOLDE DE RÉASSURANCE</b>	-1 413,2	-736,9	47,9%
VIE	-15,9	-71,9	-351,2%
NON VIE	-1 397,20	-665	52,4%
<b>SOLDE FINANCIER</b>	4 937,2	4 786,00	-3,1%
VIE	1 410,8	1 373,50	-2,6%
NON VIE	3 526,3	3 412,50	-3,2%
<b>RÉSULTAT TECHNIQUE NET</b>	4891	4042,1	-17,3%
VIE	912,5	759,7	-16,8%
NON VIE	3978,5	3282,4	-17,5%
<b>RÉSULTAT NET GLOBAL</b>	3 835,8	3 472,9	-9,5%
PROVISIONS TECHNIQUES	139 382,9	149 527	7,3%
PLACEMENTS AFFECTÉS AUX OPÉRATIONS D'ASSURANCES NETS	144 136,6	153 187,8	6,3%
CAPITAL SOCIAL	5 590,0	5 640,0	0,9%
FONDS PROPRES	36 013,4	37 014,1	2,8%

TABLE 2.1 – Indicateurs des entreprises d'assurances sur l'ensemble des affaires (2017-2018)

L'ensemble des compagnies d'assurance et de réassurance ont réalisé en 2018 un résultat net de 3,47 MMDH, en régression de 9,5% par rapport à l'exercice précédent.

Les opérations Non Vie sont en progression de 5,6% et représentent 55,8% du total du business. La contribution de l'assurance automobile vient au premier rang (27,1%), suivie de l'assurance maladie maternité (9,9%) et de l'assurance accidents du travail (5,5%).

L'assurance des risques techniques enregistre, quant à elle, la plus grande croissance de l'année (+24,0%), suivie de l'assistance-crédit-caution (10,8%).

En millions de dirhams	2017	2018	PART DES AFFAIRES DIRECTES	VARIATION 2018/2017
<b>OPÉRATIONS NON-VIE</b>	21 751,0	22 961,6	55,8%	5,6%
VÉHICULES TERRESTRES À MOTEUR	10 481,7	11 147,2	27,1%	6,3%
DONT RESPONSABILITÉ CIVILE	8 908,8	9 397,3	22,8%	5,5%
ACCIDENTS CORPORELS - MALADIE - MATERNITÉ	3 922,2	4 074,3	9,9%	3,9%
DONT MALADIE - MATERNITÉ	3 257,8	3 405,1	8,3%	4,5%
ACCIDENTS DU TRAVAIL ET MALADIES ET PROFESSIONNELLES	2 222,5	2 244,3	5,5%	1,0%
INCENDIE ET ÉLÉMENTS NATURELS	1 331,7	1 417,7	3,4%	6,5%
ASSISTANCE - CRÉDIT - CAUTION	1 415,1	1 568,3	3,8%	10,8%
TRANSPORT	604,9	625,5	1,5%	3,4%
RESPONSABILITÉ CIVILE GÉNÉRALE	548,9	581,7	1,4%	6,0%
ASSURANCES DES RISQUES TECHNIQUES	242,3	300,6	0,7%	24,0%
AUTRES OPÉRATIONS	979,4	1 002,1	2,4%	2,3%

TABLE 2.2 – Répartition des émissions directes non-vie par sous catégories (2017-2018)

Les opérations Vie et Capitalisation affichent un taux d'évolution plus important (+7,1%), grâce à l'épargne collectée par les entreprises d'assurances et qui représente 35,5% du total des affaires directes.

En millions de dirhams	2017	2018	PART DES AFFAIRES DIRECTES	VARIATION 2018/2017
<b>OPÉRATIONS VIE ET CAPITALISATION</b>	16 984,7	18 189,4	44,2%	7,1%
ÉPARGNE	13 617,4	14 622,4	35,5%	7,4%
DÉCÈS	2 751,6	2 842,5	6,9%	3,3%
CONTRATS À CAPITAL VARIABLE (UC)	584,9	712,7	1,7%	21,9%
AUTRES OPÉRATIONS VIE	30,8	11,7	0,1%	-62,0%

TABLE 2.3 – Répartition des émissions directes vie et capitalisation par sous catégories (2017-2018)

## 2.2 Le contrat d'assurance-vie

De façon générale, et selon le Code des Assurances, un contrat d'assurance est « une convention passée entre l'assureur et le souscripteur pour la couverture d'un risque et constatant leurs engagements réciproques ».

Plus particulièrement, l'assurance-vie comporte deux types de contrats :<sup>2</sup>

- Un contrat d'assurance sur la vie ou de prévoyance : contrat par lequel, en contrepartie de versements uniques ou périodiques, l'assureur garantit des prestations dont l'exécution dépend de la survie ou du décès de l'assuré.

- Un contrat de capitalisation ou d'épargne : contrat d'assurance où la probabilité de décès ou de survie n'intervient pas dans la détermination de la prestation en ce sens qu'en échange de primes

2. F.MARRI, cours « Assurance Vie », INSEA.

uniques ou périodiques, le bénéficiaire perçoit le capital constitué par les versements effectués, augmentés des intérêts et des participations aux bénéfices d'assurances.

Deux éléments essentiels sur lesquels repose la performance de ces contrats :

- Le taux minimum garanti : En plus de la garantie du capital, l'assureur s'engage de ne jamais vous servir un taux de capitalisation inférieur à celui indiqué dans le contrat par « TMG » et ceci quel que soit le rendement du marché financier ;

- La participation aux bénéfices : C'est le pourcentage que s'engage à redistribuer la compagnie d'assurance sur les bénéfices financiers qu'elle réalise sur les placements effectués pour le compte de ses assurés. La plupart des compagnies pratiquent des taux compris entre 80% et 90%

Quelques définitions utiles :<sup>3</sup>

- Provisions techniques : comptes d'épargne accumulés par l'entreprise d'assurances et de réassurance pour faire face à ses engagements envers les assurés et bénéficiaires de contrats d'assurance, dont la provision mathématique qui représente la différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et les assurés.

$$PM = VAP(\text{engagements futurs assureur}) - VAP(\text{engagements futurs assuré})$$

- Rachat : versement anticipé à l'assuré d'un pourcentage de l'épargne constituée (rachat partiel) au titre d'un contrat d'assurance sur la vie. Le rachat de la totalité de l'épargne (rachat total) met fin au contrat. Le montant payé par l'assureur à l'assuré est dit valeur de rachat (Surrender Value).

- Prime : somme due par le souscripteur d'un contrat d'assurance en contrepartie des garanties accordées par l'assureur.

- Cotisation d'assurance : somme, correspondant à la prime, due par l'assuré en contrepartie d'un contrat d'assurance souscrit auprès des sociétés d'assurances mutuelles.

- Echéance du contrat : date à laquelle est prévue l'expiration du contrat d'assurance.

- Effet du contrat : date à partir de laquelle le risque est pris en charge par l'assureur.

- Capital assuré : valeur déclarée au contrat et constituant la limite de l'engagement de l'assureur.

3. Dahir n° 1-02-238 du 25 rejeb 1423 (3 octobre 2002) portant promulgation de la loi n° 17-99 portant code des assurances.

## 2.3 Contexte de la SBR

Tenant compte de la complexité de l'activité d'assurance et de son rôle dans l'économie une première réglementation a été mise en œuvre; solvabilité I. Cette réglementation vise à garantir la solvabilité de l'ensemble des acteurs de l'assurance, en fixant une règle de calcul des fonds propres réglementaires.

L'application de cette réglementation a révélé certaines limites :

- Elle est basée sur des éléments comptables
- Trop simpliste : pas de prise en compte de la diversité des risques et de leurs spécificités
- La marge de solvabilité ne reflète pas les risques supportés par l'assureur
- Risques associés aux placements (risque de marché) mal appréhendés
- Quasi-absence de normes en matière de gouvernance
- Non-conformité par rapport aux principes de base de l'assurance (ICP) de l'IAIS.

Pour remédier à ces critiques, les autorités européennes développent un nouveau cadre réglementaire dans un dispositif plus complet en tenant compte des risques sous-jacents à l'activité de l'assureur : Solvabilité II.

Suite à cela l'ACAPS a élaboré le projet de circulaire « Solvabilité Basée sur les Risques » (SBR) qui décrit un nouveau référentiel réglementaire pour évaluer la solvabilité des compagnies d'assurances et de réassurance. Cette réglementation s'inspire de la réglementation européenne Solvabilité II, mais n'a pas été transposé en l'état.

## 2.4 Présentation du projet de la réglementation prudentielle Solvabilité Basée Sur les Risques

### 2.4.1 Aperçu sur la SBR

L'Autorité de Contrôle des Assurances et de la Prévoyance Sociale (ACAPS) a élaboré en avril 2017 le projet de circulaire « Solvabilité Basée sur les Risques (SBR) » qui décrit un nouveau référentiel réglementaire pour l'évaluation de la solvabilité avec l'objectif de s'aligner avec les principes de base de l'assurance émis par l'association internationale des contrôleurs d'assurance « IAIS » et de prendre

en compte l'ensemble des risques auxquels les organismes peuvent être soumis. Le thème essentiel de SBR porte ainsi sur la mesure et le contrôle des risques, tout en gardant le même objectif principal que l'ancienne réglementation : la protection des assurés.

### 2.4.2 Piliers de la SBR

La réforme dite « Solvabilité Basée sur les Risques » comporte trois piliers regroupés dans la figure suivante :<sup>4</sup>

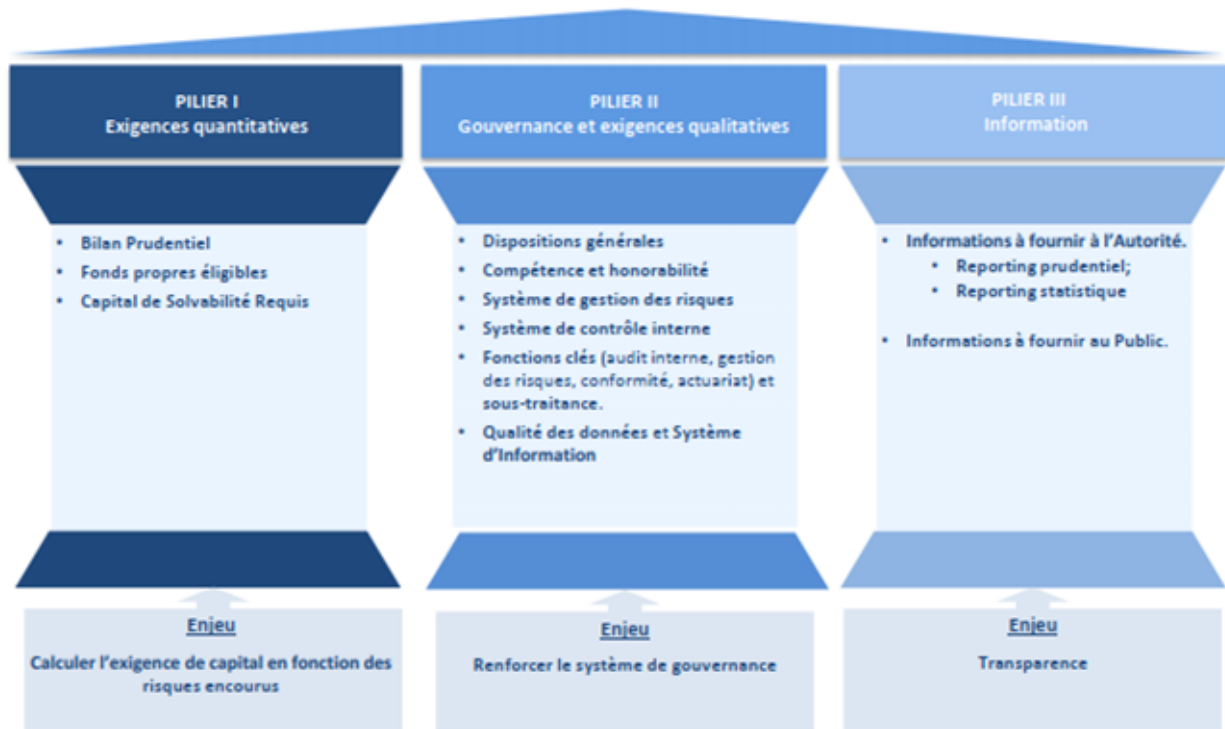


FIGURE 2.2 – Les trois piliers de la SBR

#### Pilier 1 : Exigences quantitatives

Ce premier pilier définit les règles de détermination du bilan prudentiel et du capital de solvabilité requis (CSR), de l'exigence de capital supplémentaire et du niveau des fonds propres prudentiels. Le calcul de tous ces derniers est fondé sur :

- La prise en compte de l'ensemble des risques en plus du risque de souscription.
- La valorisation des bilans sur les valeurs économiques (ou en Best Estimate).

En effet, contrairement au régime actuel qui ne retient que le bilan comptable (la valeur des biens est comptabilisée à la valeur d'acquisition), la SBR repose sur un bilan économique (Bilan Prudentiel) qui tient en compte l'état du marché et des risques. Par conséquent, les provisions techniques seront

4. BERRADA SOUNI, cours « Solvabilité des entreprises d'assurance et de réassurance », INSEA.

évaluées selon le principe de la « meilleure estimation » (BE) en plus d'une « marge de risque » (MR) représentant un coût de capital et prend en compte les incertitudes de la meilleure estimation des flux futurs.

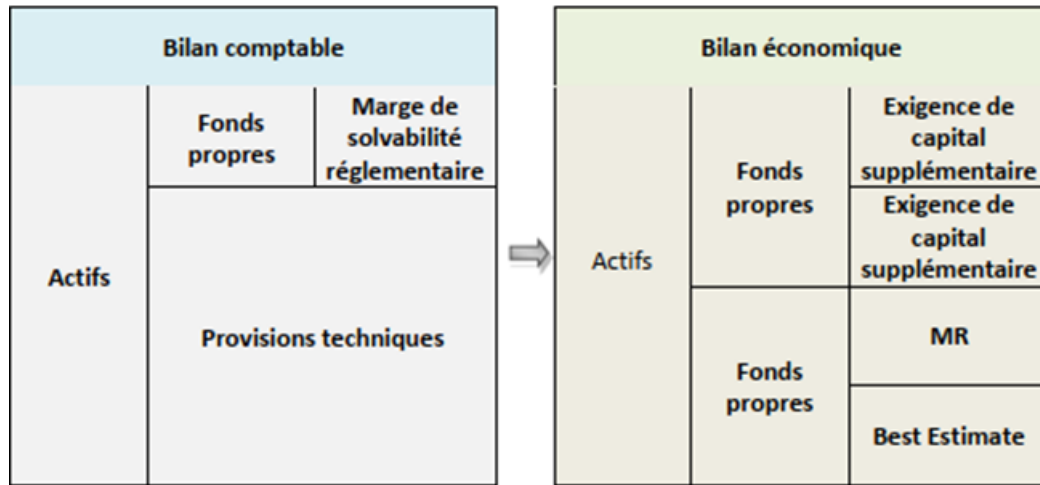


FIGURE 2.3 – Comparaison entre le bilan comptable et l'économique

Dans le cadre du bilan prudentiel, les provisions techniques sont constituées de BE (Best Estimate) meilleure estimation et RM (Risk Margin) la marge de risque<sup>5</sup> :

$$PT = BE + RM$$

Avec :

- La meilleure estimation représente la valeur actuelle des cash-flow futurs :

$$BE = \sum_t \frac{CF_t}{(1+r_t)^t}$$

- La marge de risque est égale au produit du coût en capital CoC, fixé par la réglementation à 6%, et la valeur actuelle des capitaux de solvabilité requis SCR :

$$RM = CoC * \sum_t \frac{SCR_t}{(1+r_t)^t}$$

- Le taux d'actualisation est le taux sans risque.

Quant au capital de solvabilité requis, il est défini comme l'agrégation des besoins en capital pour chaque risque, il capture la perte inattendue à supporter dans le cas d'un scénario catastrophe avec une probabilité d'occurrence très faible. Il est opéré selon le mode d'agrégation suivant :<sup>6</sup>

5. Source : C.Khatir, Mémoire réalisé sous le thème "La Solvabilité Basée sur les Risques : Application à un produit d'assurance vie d'AXA ASSURANCE MAROC", INSEA 2

6. BERRADA SOUNI, cours « Solvabilité des entreprises d'assurance et de réassurance », INSEA.

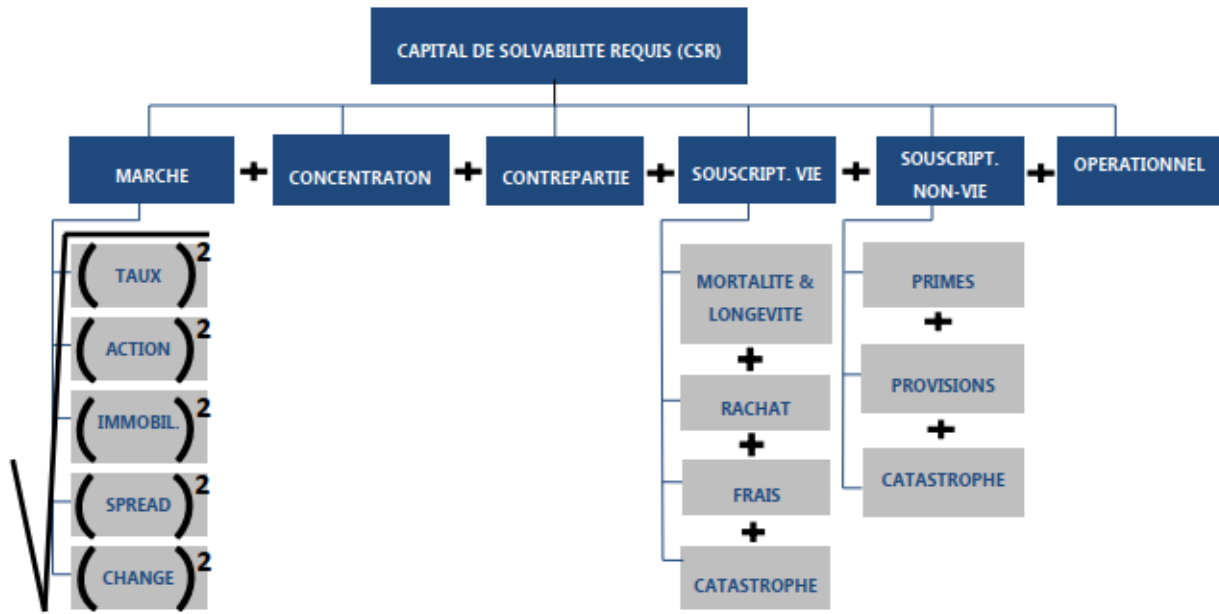


FIGURE 2.4 – Mode d'agrégation des risques pour le SCR selon la directive de la SBR

Le SCR est calculé selon 2 approches :

1-Approche par scenario : La charge en capital est égale à la variation de fonds propres correspondants à la réalisation du choc défavorable.

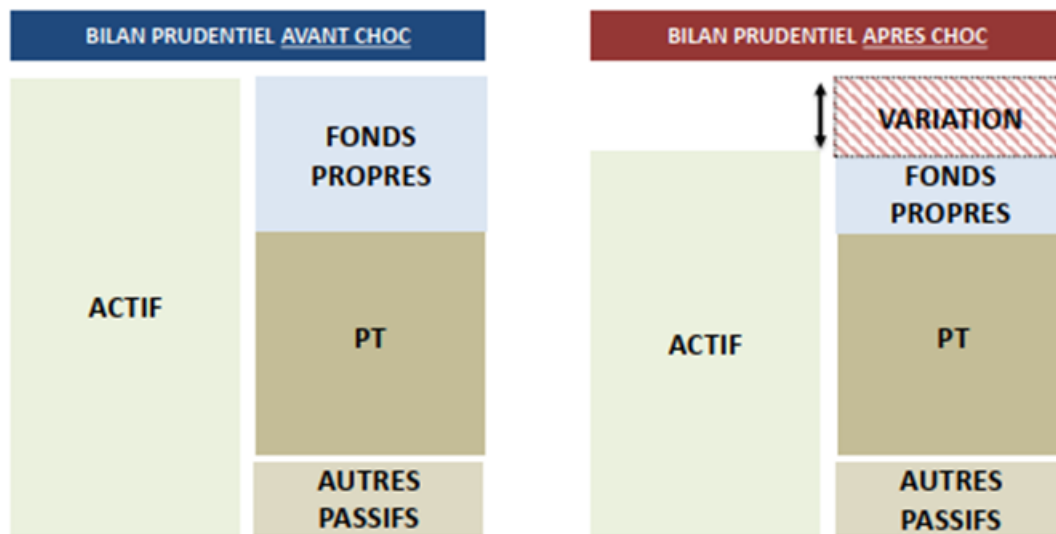


FIGURE 2.5 – Comparaison du bilan prudentiel avant et après choc

2-Approche forfaitaire : La charge en capital est calculée à partir d'une formule mathématique (application d'un facteur à une assiette)

### Pilier 2 : Exigences qualitatives

Si le pilier 1 a pour finalité déterminer les niveaux de solvabilité des entreprises d'assurance et de réassurance par une approche quantitative en fonction des risques encourus, cela nécessite un système de gouvernance qui doit être approprié en parallèle. En effet, c'est le deuxième pilier qui développe ces exigences qualitatives en structurant :

- Une gouvernance appropriée qui reflète des politiques écrites concernant le système de gouvernance validées par le conseil d'administration, une direction générale et un conseil d'administration possédant collectivement les qualifications, un système opérationnel et efficace de coopération, de reporting interne et de communication des informations. . .

- Des systèmes d'audit, de contrôle interne et de gestion des risques performants via la mise en place d'un manuel de procédures de contrôle interne, révisé à intervalles réguliers et tenant compte des audits internes et externes , Une évaluation interne des risques effectuée de façon régulière, des système sous la responsabilité de la direction générale. . .

- Une mise en valeur de fonctions clés :

- La fonction de gestion des risques : assiste et conseille la direction générale à la mise en œuvre du système de gestion des risques, donne un avis sur la suffisance des provisions techniques et identifie les risques émergents ;

- La fonction actuarielle : coordonne les calculs actuariels et prudentiels, garantit le caractère approprié des méthodes et émet un avis sur la politique globale de souscription. Elle établit un rapport actuariel qu'elle soumet à la direction générale ;

- La fonction de vérification de la conformité : garantit la conformité à la réglementation et aux politiques fixées par le conseil ou la direction générale. Elle conseille cette dernière et informe le conseil d'administration de tout manquement important ;

- La fonction d'audit interne : complètement indépendante et non influençable par la direction générale, elle met en œuvre le plan d'audit interne approuvé par le conseil d'administration. Elle établit un rapport annuel d'audit interne destiné au conseil d'administration et contenant les actions de contrôle effectués et les insuffisances relevées ainsi que les mesures correctrices y afférentes.

### **Pilier 3 : Information**

Enfin, le pilier 3 oblige les opérateurs à communiquer de façon transparente et périodique des informations précises et détaillées sur leurs activités avec l'Autorité et avec le public à travers des états prudentiels et statistiques ainsi que des rapports narratifs.

Toutes les informations rapportées doivent respecter les impératifs de pertinence, d'intégrité et de fiabilité.

## Deuxième partie

# Valorisation des provisions techniques prudentielles et calcul du SCR

# Chapitre 3

## Traitement et description des données

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>31</b>
<b>3.2</b>	<b>Présentation des bases de données utilisées lors de l'étude</b>	<b>31</b>
3.2.1	Description des produits utilisés dans l'étude	31
3.2.2	Caractéristiques des produits	31
3.2.3	Description des bases de données utilisées dans l'étude	32
<b>3.3</b>	<b>Traitements et contrôles effectués sur les données</b>	<b>32</b>
3.3.1	Description et traitement des valeurs aberrantes et manquantes dans les bases de données	33
<b>3.4</b>	<b>Statistiques descriptives des données</b>	<b>34</b>
3.4.1	Evolution de l'âge moyen pour le type de sortie rachat	35
3.4.2	Evolution des réserves par rapport à l'âge de l'assuré	35
3.4.3	Analyse descriptive des réserves en montant et en nombre	36
3.4.4	Analyse descriptive des différentes sorties des assurés	36
3.4.5	Tableau descriptif des produits	37
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>38</b>

---

## 3.1 Introduction

Cette partie cible la description de la base de données et du portefeuille étudié. Il est donc indispensable, avant de passer à l'application, d'analyser les données essentielles à son fonctionnement et d'examiner les composantes du portefeuille.

## 3.2 Présentation des bases de données utilisées lors de l'étude

### 3.2.1 Description des produits utilisés dans l'étude

Notre portefeuille d'étude est constitué de 3 produits d'assurance-vie (produits de capitalisation).

Comme mentionné précédemment, un contrat de capitalisation est un contrat d'assurance où la probabilité de décès ou de survie n'intervient pas dans la détermination de la prestation en ce sens qu'en échange de primes uniques ou périodiques, le bénéficiaire perçoit le capital constitué par les versements effectués, augmentés des intérêts et des participations aux bénéfices.

### 3.2.2 Caractéristiques des produits

Dans tout ce qui suit, et par souci de confidentialité, on va désigner par un produit A, un produit de capitalisation.

— Le produit A : C'est un produit qui a pour objet de garantir les prestations suivantes :

- En cas de vie de l'assuré au terme du contrat : le versement du capital constitué et/ou d'une rente certaine.
- En cas de décès ou d'invalidité avant le terme du contrat : le versement au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) sur le contrat, du capital constitué à la date du décès, auquel s'ajoute un capital complémentaire égal à 50% du versement initial; sans toutefois que le capital complémentaire puisse dépasser 500.000 DH.

### 3.2.3 Description des bases de données utilisées dans l'étude

Les données utilisées sont tirées de deux fichiers fournis par la compagnie d'accueil (RMA), le 1er fichier contient des bases de données financières relatives aux souscripteurs tête par tête des produits de notre étude. Et le second fichier est un fichier regroupant les différentes informations relatives à tous les types de sorties effectuées par les mêmes assurés figurant dans le 1er fichier.

Nos deux fichiers couvrent les exercices allant de 2010 jusqu'à 2019. Du coup l'historique de notre étude s'étale sur une période de 10 ans, conformément aux dispositions imposées par la nouvelle

réglementation SBR.

Le nombre d'observations sur ces dix exercices s'élève à 84 920 enregistrements et 12 variables dans la base financière et à 245 763 enregistrements et 16 variables dans le fichier de sorties.

### 3.3 Traitements et contrôles effectués sur les données

Dans cette partie, on effectuera un nettoyage des variables qui nous dont on a besoin pour les prochains calculs, et ce pour les deux fichiers respectifs. Ces dites variables sont les suivantes :<sup>1</sup>

- Pour le fichier de la base financière : Annee\_Calcul, Numero, Age\_Assure, Date\_Effet, cotisation\_exercice, cumul\_cotisation, Rachat\_partiel\_Exercice, cumul\_partiel, Reserve\_prec, reserve, Libelle\_produit, anciennete.

Name	Type	Length	Format	Informat
annee_calcul	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
NUMERO	Character	12	\$CHAR12.	\$CHAR12.
age_assure	Numeric	8	BEST12.	
date_effet	Date	8	DATE9.	DATE9.
cotisation_exe...	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
cumul_cotisation	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
rachat_partiel...	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
cumul_rachat	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
reserve_prec	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
reserve	Numeric	8	BEST12.	BEST12.
Libelle_produit	Character	16	\$CHAR16.	
anciennete	Numeric	8		

FIGURE 3.1 – Liste des variables de la base financière et leurs types

- Pour le fichier de sortie : libelleProduit, Numero, date\_reglement, ann\_reglement, ann\_etablissement, date\_effet, date\_demande, Date\_naissance, Date\_terme, idproduit, montant, montantdemanderachat, montantevaluation, libelle, modereglement.

Name	Type	Length	Format	Informat	Label
MODEREGLEM...	Character	255	\$255.	\$255.	MODEREGLE...
date_reglement	Date	8	DDMMYY10.		date_reglement
ann_reg	Numeric	8			ann_reg
ann_etablisse...	Numeric	8			ann_etablisse...
ann_reglement	Numeric	8			ann_reglement
date_effet	Date	8	DDMMYY10.		date_effet
date_terme	Date	8	DDMMYY10.		date_terme
DATE_naissance	Date	8	DDMMYY10.		
date_demande	Date	8	DDMMYY10.		date_demande
IDPRODUIT	Numeric	8	20.	20.	IDPRODUIT
LIBELLEPRODUIT	Character	255	\$255.	\$255.	LIBELLEPROD...
NUMERO	Character	255	\$255.	\$255.	NUMERO
MONTANT	Numeric	8			MONTANT
MONTANTDEM...	Numeric	8			MONTANTDE...
MONTANTEVA...	Numeric	8			MONTANTEV...
LIBELLE	Character	255	\$255.	\$255.	LIBELLE

FIGURE 3.2 – Liste des variables de la base de types de sortie et leurs types

1. Pour une liste plus exhaustive de tous les variables de la base de données, voir l'annexe 3

Nous avons effectué certains calculs pour rendre les bases de données décrites ci-dessus exploitables pour l'étude. Les traitements et les contrôles sont communs pour les bases de données, sauf mention contraire.

### 3.3.1 Description et traitement des valeurs aberrantes et manquantes dans les bases de données

A- Pour la base de données types de sortie :

- La variable date d'effet doit être évidemment inférieure à la date terme, or on remarque que 557 observations présentent le contraire.
- Pour la date de naissance des souscripteurs on a considéré comme valeurs aberrantes les dates inférieures à 1920.
- On a pris comme valeur aberrante pour le montant ceux qui n'ont ni MONTANT ni MONTANTDEMANDERACHAT ni MONTANTEVALUATION.

Variabes	Valeurs man- quantes	Pourcentage	Valeurs aber- rantes	Pourcentage
Année règlement	0	0%	0	0%
Date effet	500	0.2%	557	0.2%
Date terme	518	0.21%	0	0%
Date de naissance	13	0.005%	130	0.05%
Libelle produit	0	0%	0	0%
Numéro	0	0%	0	0%
Montant	0	0%	104	0.42%
Libelle prestation	0	0%	0	0%

TABLE 3.1 – Tableau des valeurs manquantes et aberrantes de la base de types de sortie

Vu que le pourcentage des valeurs manquantes et aberrantes n'est pas significatif on a opté pour la suppression de ces observations, on obtient ainsi la base de données comportant 244449 observations.

#### **\*\*Calcul de l'âge de l'assuré :**

On calcule une nouvelle variable donnée par la formule suivante :

$$\text{Age\_sortie} = \text{Ann\_reglement} - \text{date de naissance}$$

Et on élimine les observations ayant un âge de sortie < 19.

**\*\*Calcul de l'ancienneté :**

On calcule une nouvelle variable définie par :

$$\text{Anciennete} = \text{Ann\_reglement} - \text{date\_effet}$$

Et on élimine les observations ayant une ancienneté négative.

⇒ On obtient ainsi notre base de sortie finale ayant 244245 observations.

**B- Pour la base financière :**

Cette base ne contient pas des valeurs manquantes ou aberrantes pour les variables citées auparavant. De même on calcule l'ancienneté et on supprime les valeurs aberrantes tel que  $\text{age\_assure} > \text{anciennete} + 1$  et les anciennetés négatives.

⇒ On se retrouve avec une base financière finale ayant 84739 observations.

**3.4 Statistiques descriptives des données**

Le but de cette partie est l'étude descriptive de nos données. Afin de bien connaître le portefeuille sur lequel porte notre étude. L'objectif de cette partie sera d'analyser les différentes composantes du portefeuille.

En ce qui suit, on présentera l'évolution des montants de réserves et des nombres de contrats sur l'historique de notre étude, qui, suivant la directive de la SBR, s'étale sur 10 ans, en l'occurrence ici, de 2010 à 2019. La meilleure façon d'illustrer ceci est d'élaborer des graphiques par produit regroupant la courbe d'évolution des réserves et des bâtons illustrant l'évolution des nombres de contrats par année sur l'historique de notre étude. Puis, on examinera la part de chaque sortie (Rachat, Liquidation, Distribution) en montant pour notre produit, à travers des graphes en camembert. Le décès ne sera pas pris en compte vu qu'on travaillera avec les tables de mortalités TV et TD pour les taux de décès.

Dans tout ce qui suit, nous allons adopter un produit de capitalisation qu'on nomme A par souci de confidentialité. Le choix de ce produit est relatif à la part des réserves qu'il occupe dans sa catégorie. En effet, on choisit le produit qui représente la plus grande part des réserves.

### 3.4.1 Evolution de l'âge moyen pour le type de sortie rachat

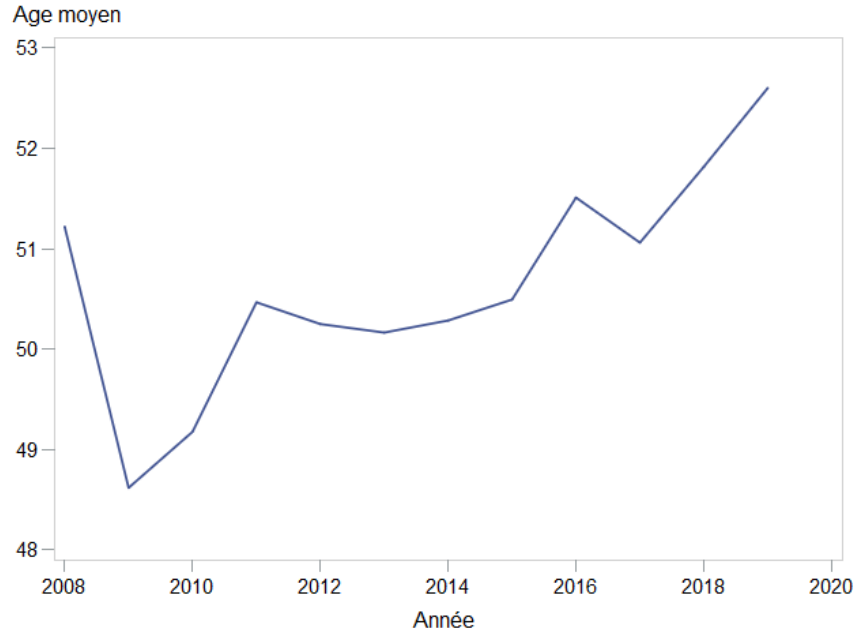


FIGURE 3.3 – Evolution de l'âge moyen par années pour le produit A et type de sortie rachat

De la figure ci-dessus on remarque que l'âge moyen des assurés varie généralement entre 48 et 53 ans.

### 3.4.2 Evolution des réserves par rapport à l'âge de l'assuré

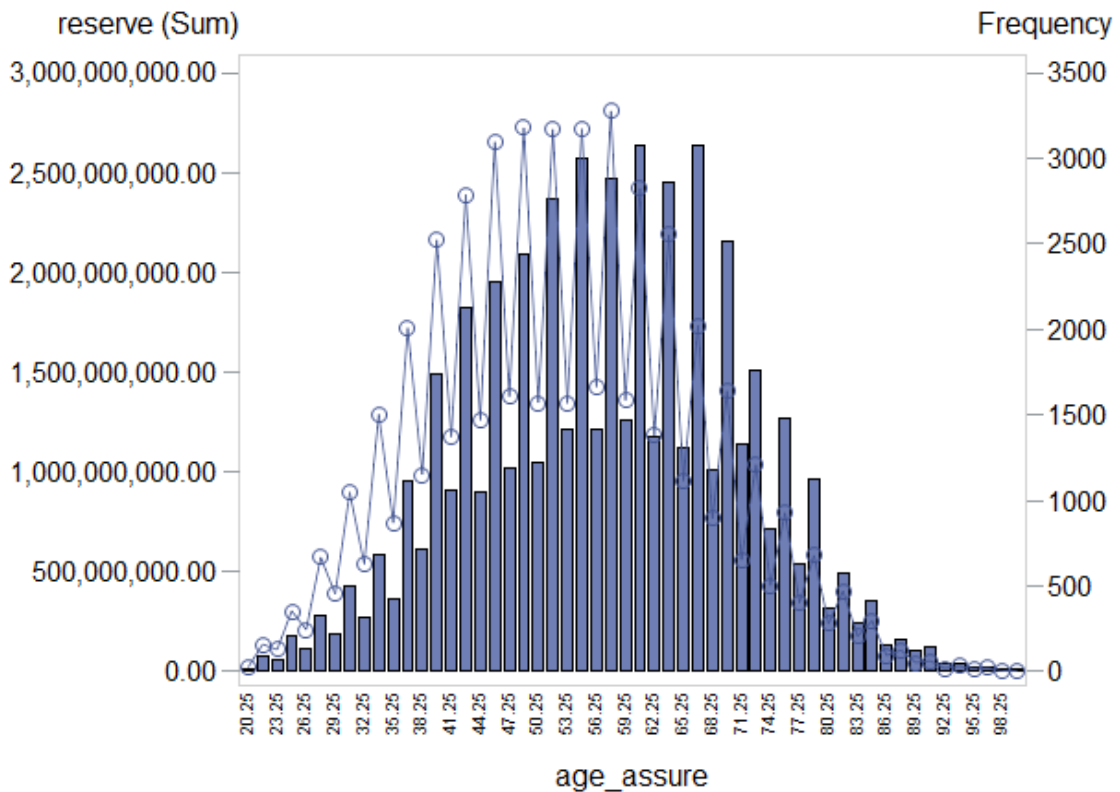


FIGURE 3.4 – Evolution des réserves par rapport à l'âge de l'assuré pour le produit A

A première vue, pour le produit A la population se compose majoritairement d'individus âgés entre 20 et 100 ans. La concentration la plus élevée de nombre et de réserve se trouve entre 40 et 75 ans avec un maximum d'effectif et de provisions atteint à 69 ans (3075 unités pour 2.578.287 DH)

### 3.4.3 Analyse descriptive des réserves en montant et en nombre

Afin d'observer la tendance du produit concerné, on observera l'évolution des réserves relatives à notre produit A sur les dix années de notre historique d'étude.

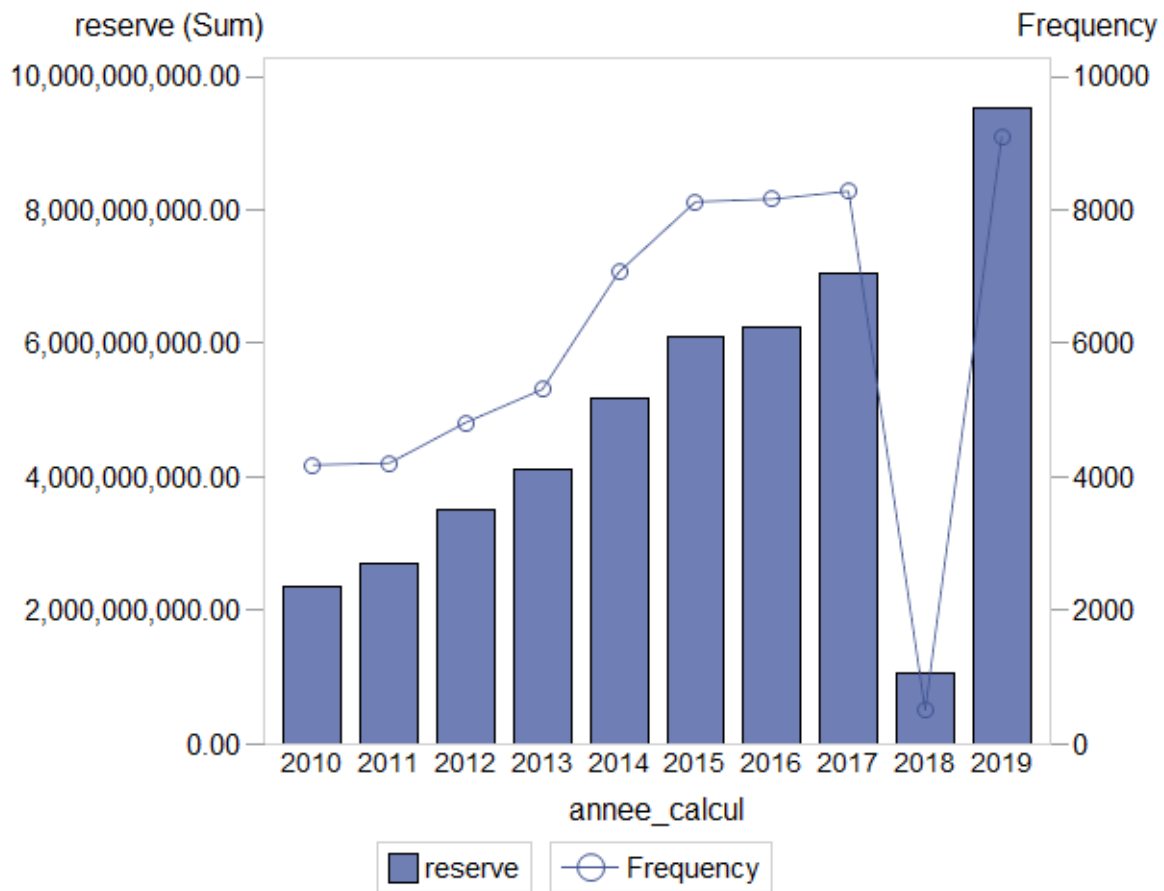


FIGURE 3.5 – Evolution des réserves en montant et en nombre par année pour le produit A

Le graphique ci-dessus représente l'évolution du montant des réserves qui augmente au bout de 8 ans puis rechute en 2018 vu que l'âge moyen de ce produit de ce produit est 8 ans et s'élève en 2019. Il s'est élevé de 2,1 Milliards MAD en 2010 à 9,5 Milliards MAD en 2019 soit une évolution annuelle en moyenne de 45%. Toutefois, le nombre de contrats dans les 3 années (entre 2015-2017) a presque stagné, quoique le montant des réserves augmente pendant la même période. Ceci montre que bien qu'il n'y ait pas de nouveaux souscripteurs, les anciens assurés cotisent plus qu'avant.

### 3.4.4 Analyse descriptive des différentes sorties des assurés

On choisit l'année 2019 puisque c'est l'année à base de laquelle on fait les projections des réserves et des sorties. On détaillera ceci dans les chapitres qui suivent.

Les camemberts ci-dessous permettent de suivre les différentes sorties effectuées par les assurés qu'on a sur le portefeuille en 2019 pour déterminer le pourcentage qu'occupe chaque sortie, et par la suite voir qui est le type de sortie le plus dominant, et ce pour chaque produit.

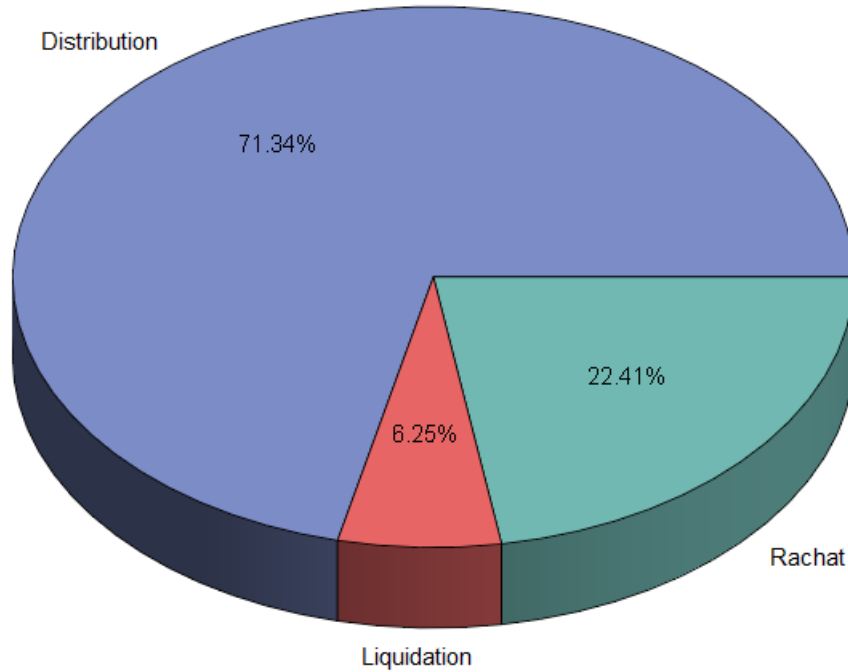


FIGURE 3.6 – Pourcentage des sorties effectuées par les adhérents au produit A en 2019

On remarque que pour le produit A la plupart des souscripteurs qui ont effectué des sorties en 2019, ont opté pour la distribution avec un pourcentage de 71.34% suivi du rachat avec un pourcentage de 22.41%, puis la liquidation avec un pourcentage de 6.25%, donc 6.25% des contrats arrivent à leurs échéances.

### 3.4.5 Tableau descriptif des produits

Suivant la nouvelle directive de la Solvabilité Basée sur les risques qui impose la construction des tables de sortie en montant et en nombre par âge et par ancienneté<sup>2</sup>, calculés comme précédemment démontrés. Après avoir calculé ces deux variables pour chaque observation donnée, on peut maintenant dresser un tableau descriptif résumant les caractéristiques de certaines variables relatives à notre produit A, et ce en filtrant sur l'année 2019 qui est notre année de base pour les projections futures.

Produit	Age moyen	Ancienneté	Nombre de contrats	Somme Ré-serves (en Mil-liards MAD)	Sortie Rachat (en Mil-liards MAD)	Sortie Distri-bution (en Mil-lions MAD)	Sortie Liqui-dation (en Mil-lions MAD)	Sortie totale (en Mil-liards MAD)
A	48	4	11090	10.97	1.036	84.4	468.55	1.59

2. Sous-section « Opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation », section 4 « Valorisation des provisions techniques prudentielles », Projet de circulaire de l'ACAPS, version 12/2017.

TABLE 3.2 – Tableau descriptif des données en 2019

Pour le produit A, on remarque que la plus grande part des réserves est disposée par les assurés qui ont en moyenne l'âge de 48ans et une ancienneté moyenne de 4ans.

### 3.5 Conclusion

Après avoir détaillé dans une analyse statistiques et descriptives nos données d'étude et notre portefeuille sur lequel se base notre étude, il est temps maintenant de passer au noyau du rapport qui est l'application des normes de la nouvelle directive de la SBR sur notre produit afin de valoriser les provisions techniques et calculer le capital de solvabilité requis, qui est l'objectif ultime de cette étude. Pour ce faire, nous passerons par un processus d'étapes qu'on détaillera plus tard étape par étape dans les chapitres suivants.

Premièrement on doit élaborer avant tout les lois de sortie, c'est-à-dire les lois de rachat, de distribution et de liquidation pour notre produit A.

# Chapitre 4

## Elaboration des lois de sortie

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>40</b>
<b>4.2</b>	<b>Modèle des tables de sortie</b>	<b>40</b>
<b>4.3</b>	<b>Calcul des tableaux demandés</b>	<b>41</b>
4.3.1	Table de réserve en montant et en nombre	41
4.3.2	Table de sortie en montant et en nombre	43
<b>4.4</b>	<b>Calcul des taux bruts de sortie</b>	<b>44</b>

---

## 4.1 Introduction

Afin de mettre en valeur les normes de la « Solvabilité Basée sur les Risques », la valorisation des provisions techniques prudentielles nécessite de faire des projections des différentes sorties effectuées par un ensemble homogène d'assurés. Ces projections font appel aux taux moyens de sortie ressortis des taux de sortie. Ces derniers seront estimés à partir des tables de sortie (une table de mortalité<sup>1</sup>, une table de rachat, une table de distribution, un taux de sortie en liquidation) par âge et par ancienneté, en montant et en nombre, pour notre produit A. Dans ce qui suit, on abordera en détail les étapes précitées, du dressement des tables jusqu'au le calcul des taux moyens de sortie, sur lesquels se feront nos projections.

Ainsi, ce chapitre aura pour objectif de dresser les tables de sortie au produit étudié. Pour mener à bien notre travail, nous avons eu recours à l'utilisation du logiciel SAS Entreprise Guide<sup>2</sup> en se servant des bases de données traitées dans le chapitre précédent.

## 4.2 Modèle des tables de sortie

En respectant les normes de la nouvelle directive de la « Solvabilité Basée sur les Risques », la valorisation des provisions techniques prudentielles nécessite impérativement de construire des tables de sortie par groupe homogène, c'est-à-dire que tout groupe d'assurés adhérents au même produit et ayant le même âge et la même ancienneté au moment de la sortie, et ce en montant et en nombre. Il est à noter également que la compagnie d'assurance ou de réassurance doit établir ces tables de sortie sur la base d'un historique de données de sortie en montant et en nombre propre à son propre portefeuille de contrats et supérieur ou égal à 10 ans.

Dans notre cas, en l'occurrence ici, pour les opérations d'assurance vie ou de capitalisation, on entend par tables de sortie :

- La table de rachat<sup>3</sup> en montant et en nombre.
- La table de distribution en montant et en nombre.
- La table de liquidation en montant en nombre.

\*\*Pour la table de décès en montant et en nombre, on a choisi les tables de mortalités TD et TV<sup>4</sup> vu que les table de sortie décès de la base de données ne représente pas réellement la mortalité de la

---

1. Voir annexe 1

2. Voir annexe 2

3. Le rachat regroupe le rachat partiel et le rachat total

4. Voir annexe 1

population.

En suivant le même principe que celui des tables précitées, on construit la table des réserves en montant et en nombre, mais en se basant cette fois-ci sur la base de données financières relatives au produit. On note que, quoique la table de réserve ne soit pas imposée par la SBR, elle nous servira à construire la table des taux de sortie, qui sont le rapport entre la sortie et la réserve.

Pour illustrer les calculs et formules sur lesquelles ces tables se basent, nous posons :

- $N$  est le nombre total de souscripteurs d'un produit  $X$  donné.
- $i \in [1, n]$  est un indice.
- l'année de calcul, avec  $[19, 100]$ .
- $S \in [\text{Rachat}, \text{Distribution}, \text{Liquidation}]$

On pose alors pour chaque assuré  $i$ , et pour chaque année de calcul fixée  $n$  :

- $x_i$  = âge de l'assuré  $i$ .
- $a_i$  = ancienneté de l'assuré  $i$ .
- $S_i(n)$  = Montant de sortie (rachat, distribution ou liquidation) effectuée par l'assuré  $i$  durant l'année  $n$ .
- $R_i(n)$  = Montant de réserve relative à l'assuré  $i$  à l'année  $n$ .

## 4.3 Calcul des tableaux demandés

### 4.3.1 Table de réserve en montant et en nombre

Pour un âge  $x$ , une ancienneté  $a$  et une année  $n$  fixés, on obtient alors :

- La réserve en montant pour le triplet  $(x, a, n)$  est :

$$RM(x, a, n) = \sum_{i=1}^N R_i(n) \times \rho_i$$

- La réserve en nombre pour le triplet  $(x,a,n)$  est :

$$RN(x, a, n) = \sum_{i=1}^N \rho_i(n)$$

Où la fonction  $\rho_i$  est définie comme suit :

$$\rho_i(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } (x_i, a_i) = (x, a) \text{ et si } R_i(n) \neq 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Donc, en parcourant toutes les anciennetés de 0 à l'ancienneté spécifique de chaque produit, tous les âges de 19 à 100 ans, et toutes les années de 2010 à 2019, où  $i=2010$  dans notre cas, nous obtenons les deux tables des réserves en montant et en nombre sous la forme ci-après :

Ancienneté	Année						
	p			...	n		
	0	...	A		0	...	A
Age				...			
19							
...							
x	RN						
...							
100							

TABLE 4.1 – Tableau de réserve en nombre

RN est le nombre des assurés qui ont un âge  $x$  et une ancienneté 0 pendant l'année  $p$ , figurant dans la base des données financières.

Ancienneté	Année								
	p			...			n		
	0	...	A				0	...	A
Age				...					
19									
...									
x	RM								
...									
100									

TABLE 4.2 – Tableau de réserve en montant

On désigne par RM le montant des réserves disposées par l'ensemble des assurés qui ont un âge  $x$  et une ancienneté 0 pendant l'année  $p$ .

#### 4.3.2 Table de sortie en montant et en nombre

Pour un âge  $x$ , une ancienneté  $a$  et une année  $n$  fixés, on obtient alors :

- La sortie en montant pour le triplet  $(x,a,n)$  est :

$$SM(x, a, n) = \sum_{i=1}^N S_i(n) \times \xi_i$$

- La sortie en nombre pour le triplet  $(x,a,n)$  est :

$$SN(x, a, n) = \sum_{i=1}^N \xi_i(n)$$

Où la fonction  $\xi_i$  est définie comme suit :

$$\xi_i(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } (x_i, a_i) = (x, a) \text{ et si } S_i(n) \neq 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Donc, en parcourant toutes les anciennetés de 0 à l'ancienneté spécifique de chaque produit, tous les âges de 19 à 100 ans, et toutes les années de 2010 à 2019, où  $i = 2010$  dans notre cas, nous obtenons les deux tables de sortie en montant et en nombre sous la forme ci-après :

Ancienneté	Année						
	p			...	n		
	0	...	A		0	...	A
Age				...			
19							
...							
x	SN						
...							
100							

TABLE 4.3 – Tableau de sortie en nombre

SN est l'effectif des assurés sortants soit en rachat, distribution ou liquidation pendant l'année p, et qui ont l'âge= x et une ancienneté 0.

Ancienneté	Année						
	p			...	n		
	0	...	A		0	...	A
Age				...			
19							
...							
x	SM						
...							
100							

TABLE 4.4 – Tableau de sortie en montant

Donc, SM désigne le montant de sortie (rachat, distribution ou liquidation) réglé par l'ensemble des assurés qui ont un âge x et une ancienneté 0 pendant l'année p.

Et comme mentionné auparavant les tables décès seront obtenu des tables de mortalité TD ou TV par choix de l'utilisateur de l'application.

Puisque les tables voulues sont construites alors, on peut, à ce stade estimer les taux de sortie. Ce sera l'objectif de la partie suivante.

#### 4.4 Calcul des taux bruts de sortie

Cette partie vise le calcul, à partir des tables de sortie et de réserves, par âge et par ancienneté de l'assuré, les taux de rachat, de distribution et de liquidation, par rapport aux réserves, et ce en montant et en nombre.

Afin de construire une loi de sortie, la première étape consiste en l'estimation de taux bruts. Nous expliciterons d'abord les formules nécessaires pour calculer ces taux.

Nous désignons, dans ce qui suit, l'âge des assurés par  $x$  et l'année par  $t$ .

Soient les paramètres suivants :

- $n$  = l'année de calcul,  $n \in [2010, 2019]$ .
- $S \in [\text{Rachat}, \text{Distribution}, \text{Liquidation}]$
- $S(x, a, n)$  = sortie pour le groupe homogène d'âge  $x$  d'ancienneté  $a$ , pendant l'année  $n$  en montant/en nombre.
- $R(x, a, n)$  = les réserves pour le groupe homogène d'âge  $x$  d'ancienneté  $a$ , pendant l'année  $n$  en montant/en nombre.
- $d_i(a, n)$  = la probabilité qu'un assuré d'ancienneté  $a$  décède entre les âges  $x$  et  $x+1$ , pendant l'année  $n$ .
- $s_i(a, n)$  = la probabilité qu'il y ait une forme de sortie autre que  $S$  entre les âges  $x$  et  $x+1$ , pour un assuré d'ancienneté  $a$  pendant l'année  $n$ .
- ${}_1t_x(a, n)$  = probabilité d'avoir une sortie  $S$  entre les âges  $x$  et  $x+1$ , pour un assuré d'ancienneté  $a$  pendant l'année  $n$ .

On estime alors la sortie  $S$  effectuée par un groupe homogène d'assurés d'âge  $x+1$ , et d'ancienneté  $a+1$  à l'année  $+1$ , par :

$$S(x+1, a+1, n+1) = R(x, a, n) \times (1 - d_x(a+1, n+1)) \times (1 - s_x(a+1, n+1)) \times {}_1t_x(a+1, n+1)$$

On suppose que les probabilités  $d_i(a, n)$  et  $s_i(a, n)$  sont négligeables, ce qui nous permettra de poser pour tout triplet  $(x, a, n)$  :

$$(1 - d_i(a, n)) \times (1 - s_i(a, n)) = 1$$

Et on obtient alors la formule des taux de sortie qu'on utilisera pour les calculs qui suivent. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$${}_1t_x(a+1, n+1) = \frac{S(x+1, a+1, n+1)}{R(x, a, n)}$$

On opte pour la formule suivante pour les groupes d'âge  $x$  et d'ancienneté 0 pendant n'importe quelle année  $n$ , qui seront calculés et traités seuls :

$${}_1t_x(0, n) = \frac{S(x, 0, n+1)}{R(x, 0, n)}$$

Alors, en parcourant tous les âges de 19 à 100 ans, toutes les anciennetés de 0 à A, et toutes les années de  $p=2010$  à  $n=2019$ , nous obtenons les tables des taux de sortie en montant ainsi qu'en nombre :

Ancienneté	Année						
	p			...	n		
	0	...	A		0	...	A
Age				...			
19							
...							
x	${}_1t_x$						
...							
100							

TABLE 4.5 – Tableau des taux sortie en montant/en nombre

Puisqu'on a obtenu les tables des taux de sorties, on passera au calcul des taux moyens sur la base desquelles se feront les projections pour l'évaluation du Best-Estimate.

Soient les paramètres suivants :

- $[i, j]$  L'intervalle d'années à prendre en compte pour le calcul du taux moyen de sortie en montant et en nombre.
- ${}_1t_x(a, n)$  = taux de sortie pour le groupe homogène d'assurés d'âge  $x$  et d'ancienneté 0 pour l'année  $n$ , en montant/en nombre.
- ${}_1tm_x(a, n)$  = taux moyen de sortie pour le groupe homogène d'assurés d'âge  $x$  et d'ancienneté 0, en montant/en nombre.

Sa formule est exprimée comme suit :

$${}_1tm_x(a) = \frac{\sum_{k=i}^j {}_1t_k(a, k)}{j-i+1}$$

Donc, le taux moyen de sortie sur une période  $[i, j]$  est le rapport entre la somme des taux de sortie sur cette période sur le nombre d'années sur cette même période.

Ainsi et en parcourant tous les âges de 19 à 100ans, toutes les anciennetés de 0 à A et toutes les années de p=2010 à n=2019, nous obtenons un tableau des taux moyens de sortie sous la forme suivante :

		2010										2011									
		anciennete										anciennete									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
age assure		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	
20	Taux MT	0%	.	.	.	.	.	.	.	.	0%	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
21	Taux MT	0%	0%	.	.	.	.	.	.	.	8%	9%	.	.	.	.	.	.	.	.	
22	Taux MT	0%	0%	0%	.	.	.	.	.	.	0%	0%	0%	.	.	.	.	.	.	.	
23	Taux MT	0%	63%	0%	1,583%	.	.	.	.	.	22%	14%	46%	0%	.	.	.	.	.	.	
24	Taux MT	0%	143%	13%	101%	.	.	.	.	.	0%	7%	25%	9%	.	.	.	.	.	.	
25	Taux MT	0%	97%	0%	68%	.	.	.	.	.	0%	0%	49%	901%	2,352%	.	.	.	.	.	
26	Taux MT	6%	79%	5%	.	.	.	.	.	.	219%	0%	1%	167%	0%	.	.	.	.	.	
27	Taux MT	100%	8%	3%	15%	.	.	.	.	.	0%	2%	22%	2,454%	.	.	.	.	.	.	
28	Taux MT	0%	18%	1%	31%	0%	0%	.	.	.	0%	50%	3%	204%	458%	.	.	.	.	.	
29	Taux MT	0%	10%	0%	24%	.	0%	.	.	.	0%	12%	6%	342%	12%	0%	111%	.	.	.	
30	Taux MT	0%	38%	216%	232%	0%	.	.	.	.	0%	18%	16%	82%	20%	.	0%	.	.	.	
31	Taux MT	0%	16%	0%	74%	0%	0%	0%	.	.	1%	0%	0%	1,333%	2,269%	.	.	.	.	.	
32	Taux MT	0%	52%	21%	233%	.	0%	.	0%	.	0%	27%	2%	258%	106%	0%	0%	0%	.	.	
33	Taux MT	5%	7%	9%	3,766%	0%	.	0%	.	.	22%	8%	186%	422%	30%	.	0%	.	0%	0%	
34	Taux MT	56%	13%	60%	88%	.	16%	.	.	.	0%	14%	1%	276%	481%	0%	.	0%	.	.	
35	Taux MT	9%	15%	8%	111%	.	195%	0%	.	.	5%	4%	6%	248%	48%	.	4%	.	.	.	
36	Taux MT	0%	1%	27%	34%	.	.	.	.	.	23%	6%	0%	235%	197%	.	0%	0%	.	.	
37	Taux MT	0%	4%	0%	62%	54%	.	.	.	0%	0%	15%	28%	284%	2%	.	.	.	.	.	
38	Taux MT	2%	24%	1%	20%	17%	0%	.	.	.	6%	13%	12%	122%	129%	0%	.	.	.	0%	
39	Taux MT	2%	4%	2%	205%	18%	.	0%	.	.	2%	1%	13%	107%	0%	0%	0%	.	.	.	
40	Taux MT	0%	5%	0%	1,482%	39%	0%	.	.	.	33%	0%	15%	69%	0%	0%	.	0%	.	.	
41	Taux MT	0%	0%	1%	260%	46%	7%	.	.	.	0%	22%	4%	7%	39%	46%	4%	0%	.	.	
42	Taux MT	1%	26%	24%	139%	23%	57%	0%	.	0%	0%	2%	1%	56%	2,545%	2%	0%	24%	.	0%	
43	Taux MT	1%	9%	2%	72%	36%	.	.	0%	.	0%	12%	3%	1,493%	596%	0%	0%	0%	.	0%	
44	Taux MT	1%	5%	14%	50%	39%	14%	0%	.	.	3%	22%	1%	275%	44%	18%	0%	.	0%	.	
45	Taux MT	1%	4%	0%	51%	12%	0%	0%	0%	.	0%	0%	1%	256%	69%	71%	34%	.	.	.	
46	Taux MT	1%	0%	6%	737%	295%	0%	0%	0%	.	0%	1%	2%	34%	10%	0%	0%	0%	0%	0%	
47	Taux MT	0%	8%	3%	80%	40%	.	0%	.	0%	0%	13%	2%	106%	14%	0%	0%	2%	0%	.	

TABLE 4.6 – Table des taux bruts de sortie rachat pour le produit A en montant

		2010										2011									
		anciennete										anciennete									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
age assure		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	
20	Taux NB	0%	.	.	.	.	.	.	.	.	0%	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
21	Taux NB	0%	0%	.	.	.	.	.	.	.	50%	33%	.	.	.	.	.	.	.	.	
22	Taux NB	0%	0%	0%	.	.	.	.	.	.	0%	0%	0%	.	.	.	.	.	.	.	
23	Taux NB	0%	67%	0%	150%	.	.	.	.	.	40%	20%	40%	0%	.	.	.	.	.	.	
24	Taux NB	0%	67%	40%	100%	.	.	.	.	.	0%	20%	50%	100%	.	.	.	.	.	.	
25	Taux NB	0%	100%	0%	100%	.	.	.	.	.	0%	0%	33%	300%	200%	.	.	.	.	.	
26	Taux NB	44%	67%	14%	.	.	.	.	.	.	100%	0%	20%	200%	0%	.	.	.	.	.	
27	Taux NB	25%	33%	33%	100%	.	.	.	.	.	0%	11%	50%	250%	.	.	.	.	.	.	
28	Taux NB	0%	33%	10%	75%	0%	0%	.	.	.	0%	43%	20%	175%	100%	.	.	.	.	.	
29	Taux NB	0%	42%	0%	67%	.	0%	.	.	.	0%	22%	14%	367%	67%	0%	100%	.	.	.	
30	Taux NB	0%	46%	31%	500%	0%	.	.	.	.	0%	30%	36%	500%	100%	.	.	.	.	.	
31	Taux NB	0%	18%	0%	100%	0%	0%	0%	.	.	25%	0%	0%	600%	400%	.	.	.	.	.	
32	Taux NB	0%	20%	11%	129%	.	0%	.	0%	.	0%	40%	6%	300%	100%	0%	0%	0%	.	.	
33	Taux NB	21%	30%	6%	800%	0%	.	0%	.	.	18%	13%	47%	275%	33%	.	0%	.	0%	.	
34	Taux NB	20%	12%	24%	243%	.	50%	.	.	.	0%	6%	4%	171%	300%	0%	.	0%	.	.	
35	Taux NB	8%	21%	5%	186%	.	50%	0%	.	.	14%	11%	3%	275%	125%	.	50%	.	.	.	
36	Taux NB	0%	3%	25%	44%	.	.	.	.	.	9%	8%	0%	89%	400%	.	0%	0%	.	.	
37	Taux NB	0%	11%	0%	200%	133%	.	.	.	0%	0%	7%	13%	214%	9%	.	.	.	.	.	
38	Taux NB	11%	26%	5%	133%	50%	0%	.	.	.	17%	28%	25%	214%	250%	0%	.	.	.	0%	
39	Taux NB	13%	13%	4%	333%	200%	.	0%	.	.	10%	7%	12%	183%	0%	0%	0%	.	.	.	
40	Taux NB	0%	23%	0%	500%	100%	0%	.	.	.	15%	0%	36%	108%	0%	0%	.	0%	.	.	
41	Taux NB	0%	4%	3%	750%	160%	50%	.	.	0%	8%	13%	14%	150%	33%	50%	0%	.	.	.	
42	Taux NB	7%	25%	14%	367%	100%	100%	0%	.	0%	0%	9%	12%	90%	800%	20%	0%	100%	.	0%	
43	Taux NB	8%	13%	12%	200%	300%	.	.	0%	.	0%	25%	5%	227%	800%	0%	0%	0%	.	0%	
44	Taux NB	6%	6%	17%	113%	40%	100%	0%	.	.	11%	18%	3%	238%	133%	50%	0%	.	0%	.	
45	Taux NB	6%	8%	0%	73%	75%	0%	0%	0%	.	0%	0%	11%	300%	250%	50%	200%	.	.	.	
46	Taux NB	7%	0%	11%	214%	300%	0%	50%	0%	.	0%	9%	8%	175%	22%	0%	0%	0%	0%	.	

TABLE 4.7 – Table des taux bruts de sortie rachat pour le produit A en nombre

Ensuite, on calcule le taux moyen bruts de rachat pour le produit A , et on obtient les résultats

suiuants :

		anciennete																	
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum
age assure																			
20	tauxmoyen_MT	0%																	
21	tauxmoyen_MT	2%	4%																
22	tauxmoyen_MT	1%	2%	1%															
23	tauxmoyen_MT	6%	34%	8%	307%														
24	tauxmoyen_MT	3%	129%	10%	17%	8%													
25	tauxmoyen_MT	2%	32%	90%	146%	302%	270%												
26	tauxmoyen_MT	14%	13%	74%	43%	52%	3%	25%											
27	tauxmoyen_MT	13%	109%	8%	377%	4%	124%	15%	0%										
28	tauxmoyen_MT	0%	28%	20%	45%	61%	65%	35%	0%	0%									
29	tauxmoyen_MT	2%	14%	19%	75%	12%	1%	32%	0%	43%	1,790%								
30	tauxmoyen_MT	7%	16%	32%	116%	13%	11%	0%	1%	0%	0%	0%							
31	tauxmoyen_MT	1%	10%	7%	250%	281%	7%	64%	0%	0%	0%	0%	0%						
32	tauxmoyen_MT	2%	17%	18%	136%	39%	6%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%					
33	tauxmoyen_MT	3%	9%	36%	477%	51%	288%	1%	0%	0%	0%	0%	0%						
34	tauxmoyen_MT	5%	12%	17%	100%	89%	153%	0%	3%	3%	0%	0%							
35	tauxmoyen_MT	2%	10%	16%	75%	59%	394%	5%	13%	0%	0%	0%	0%						
36	tauxmoyen_MT	2%	8%	9%	58%	72%	21%	1%	2%	12%	0%	8%	0%	0%					
37	tauxmoyen_MT	1%	9%	9%	88%	36%	28%	30%	32%	7%	0%	0%	0%	0%					
38	tauxmoyen_MT	2%	9%	9%	33%	36%	39%	185%	42%	0%	7%	0%	0%	0%	0%				
39	tauxmoyen_MT	2%	6%	21%	47%	17%	15%	26%	74%	3%	11%	0%	15%	0%			0%	0%	
40	tauxmoyen_MT	2%	7%	19%	187%	29%	6%	38%	0%	21%	0%	1%	0%			0%			
41	tauxmoyen_MT	2%	5%	11%	48%	36%	9%	6%	24%	0%	301%	0%	0%	0%				0%	
42	tauxmoyen_MT	2%	9%	7%	58%	298%	14%	2%	9%	1%	0%	0%	0%	0%	0%			0%	0%
43	tauxmoyen_MT	1%	8%	3%	191%	84%	29%	4%	4%	12%	3,174%	0%	147%			0%	0%	0%	
44	tauxmoyen_MT	2%	6%	6%	91%	43%	180%	8%	0%	68%	0%	0%	9%	0%					
45	tauxmoyen_MT	1%	17%	7%	93%	35%	35%	57%	47%	19%	4%	24%	0%	0%	0%				
46	tauxmoyen_MT	1%	6%	7%	126%	74%	14%	20%	7%	0%	9%	57%	0%	0%	0%	0%			
47	tauxmoyen_MT	2%	8%	5%	52%	23%	41%	103%	6%	14%	21%	0%	12%	0%	0%	0%	0%	0%	
48	tauxmoyen_MT	1%	7%	11%	25%	73%	103%	62%	6%	0%	11%	0%	0%	177%	0%	0%	0%		

TABLE 4.8 – Table des taux moyens bruts de sortie rachat pour le produit A en montant

		anciennete																	
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
		Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum	Sum
age assure																			
20	tauxmoyen_NB	13%																	
21	tauxmoyen_NB	25%	16%																
22	tauxmoyen_NB	10%	13%	21%															
23	tauxmoyen_NB	13%	35%	27%	69%														
24	tauxmoyen_NB	8%	50%	28%	72%	79%													
25	tauxmoyen_NB	12%	40%	55%	81%	42%	50%												
26	tauxmoyen_NB	10%	39%	33%	94%	50%	17%	33%											
27	tauxmoyen_NB	16%	60%	28%	99%	26%	80%	20%	0%										
28	tauxmoyen_NB	6%	34%	31%	83%	39%	75%	67%	0%	0%									
29	tauxmoyen_NB	6%	31%	27%	87%	40%	5%	50%	0%	33%	100%								
30	tauxmoyen_NB	10%	31%	22%	195%	30%	30%	0%	25%	0%	0%	0%							
31	tauxmoyen_NB	10%	20%	17%	147%	117%	35%	30%	0%	0%	0%	0%	0%						
32	tauxmoyen_NB	6%	26%	30%	120%	53%	12%	7%	0%	0%	0%	0%	0%	0%					
33	tauxmoyen_NB	7%	26%	26%	160%	55%	78%	14%	0%	0%	0%	0%	0%						
34	tauxmoyen_NB	6%	27%	16%	97%	90%	88%	0%	14%	25%	0%	0%							
35	tauxmoyen_NB	5%	23%	24%	92%	72%	75%	19%	20%	0%	0%	0%	0%						
36	tauxmoyen_NB	3%	13%	16%	47%	113%	99%	7%	28%	13%	0%	67%	0%	0%					
37	tauxmoyen_NB	4%	13%	16%	84%	50%	50%	30%	29%	8%	0%	0%	0%	0%					
38	tauxmoyen_NB	5%	18%	17%	73%	71%	54%	112%	24%	0%	7%	0%	0%	0%	0%				
39	tauxmoyen_NB	5%	14%	18%	88%	41%	41%	20%	44%	50%	20%	0%	50%	0%			0%	0%	
40	tauxmoyen_NB	3%	19%	18%	105%	45%	21%	39%	3%	8%	0%	11%	0%			0%			
41	tauxmoyen_NB	2%	10%	18%	131%	46%	38%	31%	53%	0%	33%	0%	0%	0%				0%	
42	tauxmoyen_NB	3%	16%	13%	95%	129%	97%	7%	34%	16%	0%	0%	0%	0%	0%			0%	
43	tauxmoyen_NB	3%	16%	8%	86%	143%	53%	22%	11%	6%	20%	0%	100%			0%	0%	0%	
44	tauxmoyen_NB	4%	11%	13%	75%	55%	87%	14%	2%	16%	0%	2%	25%	0%					
45	tauxmoyen_NB	3%	14%	9%	87%	63%	77%	47%	51%	43%	13%	17%	0%	0%	0%				
46	tauxmoyen_NB	3%	12%	14%	91%	59%	51%	35%	22%	7%	4%	33%	0%	0%	0%	0%			
47	tauxmoyen_NB	3%	16%	17%	107%	56%	85%	13%	29%	12%	19%	0%	6%	0%	0%	0%	0%	0%	
48	tauxmoyen_NB	4%	15%	13%	63%	51%	43%	41%	17%	2%	24%	0%	0%	67%	0%	0%	0%		

TABLE 4.9 – Table des taux moyens bruts de sortie rachat pour le produit A en nombre

Après avoir calculé le taux moyen, on observe des valeurs des taux supérieur à 1 (aberrantes), comme montrent les tableaux précédents. D’où la nécessité d’un lissage ou d’ajustement paramétrique

afin d'obtenir des résultats logiques et acceptables. Ce sera le but du chapitre suivant.

# Chapitre 5

## Lissage des taux moyens de sortie

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>50</b>
<b>5.2</b>	<b>Correction des taux moyens bruts</b>	<b>50</b>
<b>5.3</b>	<b>Lissage des taux moyens corrigés</b>	<b>50</b>
5.3.1	Définition du lissage	50
5.3.2	La régression linéaire simple RLS	51
5.3.3	Les modèles linéaires généralisés (GLM)	53
5.3.4	Composantes du modèle	53
5.3.5	Estimation des paramètres	55
5.3.6	Le modèle log-linéaire	56
5.3.7	Comparaison de la qualité d'ajustement	59

---

## 5.1 Introduction

Lors de la construction d'une loi de survenance ou d'une loi de maintien, la première étape consiste en l'estimation de taux bruts. Cette étape est incontournable, que l'approche retenue soit une approche paramétrique ou une approche non paramétrique. Les valeurs ainsi obtenues présentent une certaine irrégularité, dont il est légitime de penser qu'elle ne reflète pas le phénomène sous-jacent que l'on cherche à mesurer, mais qu'elle est le résultat de l'imperfection des conditions de l'expérience ; les fluctuations d'échantillonnage induisent ainsi une variabilité « parasite » dans les valeurs estimées, c'est le cas pour les valeurs de taux moyens bruts supérieurs à 100% et qui n'ont pas de significativité. On souhaite alors « ajuster » ou « lisser » les valeurs brutes pour représenter de manière plus fidèle la loi que l'on veut estimer. Ainsi, on recourt aux méthodes de lissage qui capturent les caractéristiques fondamentales et pertinentes des taux de sortie et conduisent, à un ajustement assez fidèle des données d'expérience. Avant de procéder au lissage on réalise tout d'abord une correction des valeurs aberrantes des taux moyens bruts, plafonnement des valeurs à 100% puis raccordement de ces valeurs par la moyenne arithmétique par ancienneté. Comme lors de toute démarche statistique, une fois l'ajustement terminé, il convient de vérifier sa validité par quelques tests statistiques classiques, qui permettront notamment de s'assurer que les taux révisés ne sont pas trop éloignés des taux bruts.

## 5.2 Correction des taux moyens bruts

Avant de procéder à la partie du lissage, on effectue une correction des taux moyens bruts afin d'avoir une qualité d'ajustement plus pertinente. Le rôle de cette correction va être mis en valeur vers la fin de ce chapitre.

La correction des taux moyens de sortie bruts se fait sur deux étapes :

- La première correction consiste à ne retenir que les taux supérieurs à 100%, et les plafonner à 100% afin de supprimer les pics que représentent les courbes des taux moyens expliqués par l'âge, pour chaque ancienneté, qui perturbent nos calculs.
- Dans la deuxième correction, on a remplacé les taux plafonnés précédemment à 100% par la moyenne arithmétique des taux calculée pour chaque ancienneté donnée.

Cette méthode de correction va mieux ajuster notre modèle et adapter au mieux les valeurs aberrantes des taux dans la perspective d'avoir une courbe plus régulière.

## 5.3 Lissage des taux moyens corrigés

### 5.3.1 Définition du lissage

Le lissage est une technique qui consiste à réduire les irrégularités et singularités d'une courbe en mathématiques. Cet ajustement consiste à construire une courbe à partir de fonctions mathématiques et d'ajuster les paramètres de ces fonctions pour se rapprocher de la courbe mesurée expérimentale

(brut). Le lissage est une méthode de régression, en général de régression non paramétrique. Les méthodes de régression classiques permettent de déterminer les paramètres à partir de calculs sur les données, afin de capter les informations importantes dans les données tout en supprimant les autres phénomènes imprévus et bruits (points aberrants) qui peuvent nuire à notre étude, ainsi on obtient une courbe ajustée plus lisse est proche de la courbe expérimentale. Le type de régression à utiliser dépend de l'adéquation des données avec les hypothèses de régression (Régression Linéaire Simple ou Modèles Linéaires Généralisés GLM). Si la fonction est trop complexe, il faut alors travailler par essai-erreur pour se rapprocher d'une solution, au sens de la méthode des moindres carrés. La solution n'est pas nécessairement unique. Le processus de lissage peut être conduit de deux manières :

- Lissage paramétrique.
- Lissage non paramétrique.

Le choix de la méthode de lissage doit faire intervenir deux types de contraintes qui devront être prises en considération de manière conjointe :<sup>1</sup>

- La précision : L'estimation doit aboutir à des taux corrigés, plus lisses et proches des taux initiaux.
- La régularité : La suite des taux ajustés sera recherchée aussi régulière que possible.

Pour la suite on opte pour un lissage paramétrique utilisant les méthodes de régression (RLS et GLM), et ce selon l'adéquation de nos données avec les hypothèses de bases de ces 2 méthodes.

### 5.3.2 La régression linéaire simple RLS

#### A- Le modèle RLS :

La régression linéaire simple a pour objectif d'étudier la dépendance, sous forme linéaire, entre deux grandeurs.

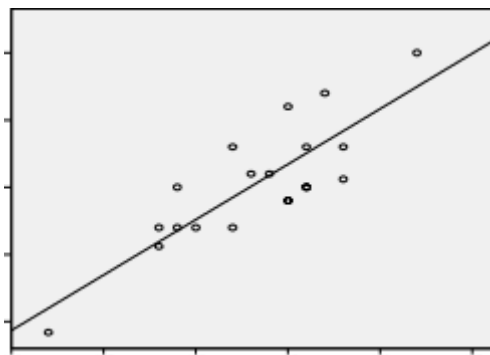


FIGURE 5.1 – illustration d'une courbe lissée selon une régression linéaire simple

*Un modèle de régression linéaire simple est défini par une équation de la forme<sup>2</sup> :*

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \epsilon_i \quad (5.1)$$

1. F. Planchet, Méthodes de lissage et d'ajustement, Support de cours ISFA, 2017-2018.

2. Source : M.Berrouyne, "ANALYSE DE LA REGRESSION" - Support de cours Aspects théoriques et pratiques

Les quantités  $\epsilon_i$  viennent du fait que les points ne sont jamais parfaitement alignés sur une droite. On les appelle les erreurs (ou bruits) et elles sont supposées aléatoires. Pour pouvoir dire des choses pertinentes sur ce modèle, il faut néanmoins imposer des hypothèses les concernant. Voici celles que nous ferons dans un premier temps :

$$(H) \begin{cases} (H_1) : E(\epsilon_i) = 0 \quad \forall i \\ (H_2) : Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = \delta_{i,j} \sigma^2 \quad \forall (i, j) \end{cases}$$

Les erreurs sont donc supposées centrées, de même variance (homoscédasticité) et non corrélées entre elles. Notons que le modèle de régression linéaire simple peut encore s'écrire de façon vectorielle :

$$Y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 X + \epsilon$$

où :

- le vecteur  $Y = [y_1, \dots, y_n]'$  est aléatoire de dimension  $n$ ,
- le vecteur  $\mathbf{1} = [1, \dots, 1]'$  est le vecteur de  $\mathbb{R}^n$  dont les  $n$  composantes valent toutes 1,
- le vecteur  $X = [x_1, \dots, x_n]'$  est un vecteur de dimension  $n$  donné (non aléatoire),
- les coefficients 1 et 2 sont les paramètres inconnus (mais non aléatoires !) du modèle,
- le vecteur  $\epsilon = [\epsilon_1, \dots, \epsilon_n]'$  est aléatoire de dimension  $n$ .

### B- Hypothèses du modèle RLS :

Pour pouvoir garantir des propriétés importantes de nos estimateurs tout en restant capable de faire une bonne inférence statistique, il est nécessaire d'imposer des hypothèses sur le modèle RLS. On distingue 2 catégories d'hypothèses :

- Hypothèses sur  $Y$  et  $X$ .
  - $X$  et  $Y$  sont des grandeurs numériques mesurées sans erreur.  $X$  est une donnée exogène dans le modèle, connue sans erreur. Elle est supposée non aléatoire.  $Y$  est aléatoire par l'intermédiaire de  $\epsilon$  c-à-d la seule erreur que l'on a sur  $Y$  provient des insuffisances de  $X$  à expliquer ses valeurs dans le modèle.
- Hypothèses sur le terme aléatoire  $\epsilon$ .

Les  $\epsilon_i$  sont i.i.d (indépendants et identiquement distribués). C-à-d :

- H1 : Nullité de l'espérance mathématique de l'erreur ,  $E(\epsilon_i) = 0$  ;
- H2 : L'erreur est indépendante de la variable exogène c-à-d  $Cov(x_i, \epsilon_i) = 0$  ;
- H3 : Homoscédasticité des erreurs ,  $E(\epsilon_i^2) = \sigma^2$  ;

- H4 : Normalité des erreurs  $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  ;
- H5 : Non autocorrélation des erreurs ,  $E(\epsilon_i \epsilon_j) = 0$  ;

### C- Estimation des paramètres du modèle de régression :

Pour trouver la droite qui passe "au plus près" de tous les points il faut se donner un critère d'ajustement.

Le critère retenu pour déterminer la droite D passant au plus près de tous les points sera tel que : **La somme des carrés des écarts (SCE) des points observés  $M_i$  à la droite solution soit minimum.**

La droite solution sera appelée droite de régression de Y sur X. Le critère est le « critère des Moindres Carrés Ordinaires MCO ». Sous les hypothèses de Gauss et Markov, le modèle peut être estimé par la méthode des moindres carrés ordinaires. L'estimateur des moindres carrés ordinaires peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

- Application :

Pour pouvoir appliquer un lissage par régression linéaire simple RLS des taux corrigés, il faut que nos données vérifient les hypothèses citées auparavant pour chaque ancienneté donnée par âge, et ce pour tous les produits et pour chaque type de sortie.

Or, pour notre base de données on vérifie que l'hypothèse de normalité n'est pas respectée via la commande "proc univariate" du logiciel SAS Entreprise Guide qui nous fournit les statistiques de Shapiro-Walk et Kolmogorov-Smirnov pour chaque ancienneté.

Pour le produit A, en sortie de rachat pour l'ancienneté 2, on trouve les résultats suivants :

Tests for Normality				
Test	Statistic		p Value	
Shapiro-Wilk	W	0.644627	Pr < W	<0.0001
Kolmogorov-Smirnov	D	0.254704	Pr > D	<0.0100

Les 2 tests de Shapiro-Wilk et Kolmogorov-Smirnov conduisent au rejet de l'hypothèse de normalité (p-value < 0.05), à un niveau de confiance de 95% .

Le test de normalité effectué sur les observations des taux moyens bruts par ancienneté sur les produits de notre base de données, nous a permis de rejeter l'hypothèse d'homoscédasticité et donc on n'est dans l'impossibilité d'effectuer un lissage par la méthode de régression linéaire simple. Du coup, on procède par la méthode des modèles linéaires généralisés (GLM).

### 5.3.3 Les modèles linéaires généralisés (GLM) :

En statistiques, le modèle linéaire généralisé (GLM) souvent connu sous les initiales anglaises GLM est une généralisation souple de la régression linéaire. Le GLM généralise la régression linéaire en permettant au modèle linéaire d'être relié à la variable réponse via une fonction lien et en autorisant l'amplitude de la variance de chaque mesure d'être une fonction de sa valeur prévue.

Les modèles linéaires généralisés ont été formulés par John Nelder et Robert Wedderburn en 1972 comme un moyen d'unifier les autres modèles statistiques y compris la régression linéaire, la régression logistique et la régression de Poisson. Ils proposent une méthode itérative dénommée méthode des moindres carrés repondérés itérativement pour l'estimation du maximum de vraisemblance des paramètres du modèle. Le modèle GLM permet d'étudier le lien entre une variable qualitative à expliquer et un ensemble de variables explicatives qualitatives ou quantitatives tout en s'éloignant des hypothèses fortes du modèle RLS telles que la normalité de  $Y$  et la linéarité entre l'espérance et la variable explicative.

### 5.3.4 Composantes du modèle

Les modèles catalogués dans la classe des modèles linéaires généralisés sont caractérisés par trois composantes.

#### A- La distribution :

La composante aléatoire identifie la distribution de probabilités de la variable à expliquer. On suppose que l'échantillon statistique est constitué de  $n$  variables aléatoires  $\{Y_i; i = 1, \dots, n\}$  indépendantes admettant des distributions issues d'une structure exponentielle. Cela signifie que les lois de ces variables sont dominées par une même mesure dite de référence et que la famille de leurs densités par rapport à cette mesure se met sous la forme :

$$f(y_i; \theta_i, \phi) = \exp \left\{ \frac{y_i \theta_i - v(\theta_i)}{u(\phi)} + w(y_i, \phi) \right\}.$$

Cette formulation inclut la plupart des lois usuelles comportant un ou deux paramètres : gaussienne, gaussienne inverse, gamma, Poisson, binomiale. . . . Le paramètre  $\theta_i$  est appelé paramètre naturel de la famille exponentielle. Pour certaines lois, la fonction  $u$  est de la forme :

$$u(\phi) = \frac{\phi}{\omega_i}$$

où les poids  $\omega_i$  sont les poids connus des observations, fixés ici à 1 pour simplifier ;  $\phi$  est appelé alors paramètre de dispersion, c'est un paramètre de nuisance intervenant, par exemple lorsque les

variances des lois gaussiennes sont inconnues, mais égal à 1 pour les lois à un paramètre (Poisson, binomiale). L'expression de la structure exponentielle se met alors sous la forme canonique en posant :

$$\begin{aligned} Q(\theta) &= \frac{\theta}{\phi}, \\ a(\theta) &= \exp\left\{-\frac{v(\theta)}{\phi}\right\}, \\ b(y) &= \exp\{w(y, \phi)\}, \end{aligned}$$

on obtient :

$$f(y_i, \theta_i) = a(\theta_i)b(y_i) \exp\{y_i Q(\theta_i)\}.$$

### B- Le prédicteur linéaire :

Les observations planifiées des variables explicatives sont organisées dans la matrice  $\mathbf{X}$  de planification d'expérience (design matrix). Soit  $\beta$  un vecteur de  $p$  paramètres, le prédicteur linéaire, composante déterministe du modèle, est le vecteur à  $n$  composantes :

$$\eta = X\beta$$

### C- Le lien :

La troisième composante exprime une relation fonctionnelle entre la composante aléatoire et le prédicteur linéaire. Soit  $\{\mu_i = E(Y_i); i = 1, \dots, n\}$ , on pose

$$\eta = g(\mu_i) \quad i = 1, \dots, n$$

où  $g$ , appelée fonction lien, est supposée monotone et différentiable. Ceci revient donc à écrire un modèle dans lequel une fonction de la moyenne appartient au sous-espace engendré par les variables explicatives :

$$g(\mu_i) = x_i' \beta \quad i = 1, \dots, n$$

La fonction lien qui associe la moyenne  $\mu$  au paramètre naturel est appelée fonction lien canonique. Dans ce cas,

$$g(\mu_i) = \theta = x_i' \beta$$

La fonction de lien canonique définie par  $g(\cdot) = (b')^{-1}$ , simplifie les calculs théoriques puisque dans ce cas :

$g(\mu_i) = (b')^{-1}(b'(\theta)) = \theta$  Voici les fonctions de lien canoniques des lois exponentielles les plus courantes :

Loi de probabilité	Fonction de lien canonique
Normale	$\eta = \mu$
Poisson	$\eta = \ln \mu$
Gamma	$\eta = 1/\mu$
Inverse gaussienne	$\eta = 1/\mu^2$
Binomiale	$\eta = \ln \mu - \ln(1 - \mu) = \text{logit}(\mu)$

FIGURE 5.2 – Récapitulatif des fonctions de lien canoniques des modèles usuels<sup>5</sup>

### 5.3.5 Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres  $\beta_j$  est calculée en maximisant la logvraisemblance du modèle linéaire généralisé. Celle-ci s'exprime pour toute famille de distributions d'une structure exponentielle. Considérons  $p$  variables explicatives dont les observations sont rangées dans la matrice de plan d'expérience  $\mathbf{X}$ ,  $\beta$  un vecteur de  $p$  paramètres et le prédicteur linéaire à  $n$  composantes<sup>3</sup>.

$$\eta = X\beta$$

La fonction lien  $g$  est supposée monotone différentiable telle que :

$$\eta = g(\mu_i)$$

Pour  $n$  observations supposées indépendantes et en tenant compte que  $\theta$  dépend de  $\beta$ , la logvraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(\beta) = \sum_{i=1}^n \ln f(y_i; \theta_i, \phi) = \sum_{i=1}^n \ell(\theta_i, \phi; y_i).$$

on calcule

$$\frac{\partial \ell_i}{\partial \beta_j} = \frac{\partial \ell_i}{\partial \theta_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial \mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial \eta_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_j}.$$

3. Source : A.Chaoubi, cours "Modèles linéaires généralisés GLM", INSEA 2019-20

et comme

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell_i}{\partial \theta_i} &= [y_i - v'(\theta_i)]/u(\phi) = (y_i - \mu_i)/u(\phi), \\ \frac{\partial \mu_i}{\partial \theta_i} &= v''(\theta_i) = \text{Var}(Y_i)/u(\phi), \\ \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_j} &= x_{ij} \quad \text{car} \quad \eta_i = \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}, \\ \frac{\partial \mu_i}{\partial \eta_i} &\quad \text{dépend de la fonction lien} \quad \eta_i = g(\mu_i),\end{aligned}$$

Les équations de la vraisemblance sont :

$$\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu_i)x_{ij}}{\text{Var}(Y_i)} \frac{\partial \mu_i}{\partial \eta_i} = 0 \quad j = 1, \dots, p.$$

Ce sont des équations non-linéaires en  $\beta$  dont la résolution requiert des méthodes itératives dans lesquelles interviennent le Hessien (pour NewtonRaphson) ou la matrice d'information (pour les Scores de Fisher).

Pour notre base de données, afin de décrire la distribution des taux moyens corrigés de sortie par âge et par ancienneté, la distribution log-Normale semble la plus adéquate vu que son support de variation est définie uniquement pour des valeurs nulles ou positives. La loi log-normale est souvent utilisée en analyse quantitative pour représenter les cours des instruments financiers (notamment les actions, taux d'intérêt), ce qui justifie notre choix. On détaillera les principales caractéristiques de la loi log-normale dans le paragraphes suivant.

### 5.3.6 Le modèle log-normale

La loi log-normale est utilisée pour représenter la distribution d'une variable aléatoire qui résulte de la multiplication d'un grand nombre de petits effets indépendants entre eux. C'est le cas en biologie et en chimie, par exemple, la taille d'un animal, la concentration d'une molécule en solution, la température d'un matériau, etc. Ces variables sont définies uniquement pour des valeurs nulles ou positives. Elle est aussi souvent utilisée en analyse quantitative pour représenter les cours des instruments financiers (notamment les actions, cours de change, taux d'intérêt). Avec la loi multidimensionnelle, il est possible d'envisager des modèles susceptibles de considérer différents titres et leurs corrélations, ce qui permet ainsi d'appréhender et de quantifier les risques d'un portefeuille. C'est l'une des distributions les plus utilisées en statistique pour modéliser la distribution des taux.

En théorie des probabilités et statistique, une variable aléatoire  $X$  est dite suivre une loi log-normale de paramètres  $(\mu, \sigma^2)$  si la variable  $Y = \ln(X)$  est distribuée selon une loi normale  $N(\mu, \sigma^2)$ . De toute évidence, La variable doit être strictement positive et sa fonction de densité est définie par :

$$f_Y(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{x} f_X(\ln(x); \mu, \sigma)$$

Sa fonction de répartition est donnée par :

$$F_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left[\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right] = F_Y(\ln(x); \mu, \sigma).$$

Avec

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

L'estimation des paramètres de la distribution log-normale est donnée par :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(Y_i) ; \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(Y_i) - \hat{\mu})^2$$

$n$  : taille de l'échantillon

- Application :

Pour la suite on choisit le modèle log-normale pour l'ajustement des taux moyens corrigés, les paramètres du modèle sont :

Parameter Information	
Parameter	Effect
Prm1	Intercept
Prm2	age_assure

#### A- Adéquation du modèle log-normale

Il s'agit d'évaluer la qualité d'ajustement du modèle sur la base des différences entre observations et estimations. Plusieurs critères sont proposés.

- Déviance normalisée :

Le modèle estimé est comparé avec le modèle dit saturé, c'est-à-dire le modèle possédant autant de paramètres que d'observations et estimant donc exactement les données. Cette comparaison est basée sur l'expression de la déviance  $D$  des log-vraisemblances  $L$  et  $L_{sat}$  :  $D = -2(L - L_{sat})$  qui est le logarithme du carré du rapport des vraisemblances. On montre qu'asymptotiquement,  $D$  suit une loi du  $\chi^2$  à  $n - p$  degrés de liberté ce qui permet de construire un test de rejet ou

d'acceptation du modèle selon que la déviance est jugée significativement ou non importante. On rejette le modèle si D est plus grande que le quantile d'ordre 1- de la loi  $\chi^2_{n-p}$

- Test de Pearson :

Un test de  $\chi^2$  est également utilisé pour comparer les valeurs observées  $y_i$  à leur prévision par le modèle. La statistique du test est définie par

$$X^2 = \sum_{i=1}^I \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{\widehat{\text{Var}}(\hat{\mu}_i)}$$

( $\mu_i$  est remplacé par  $n_i\pi_i$  dans le cas binomial) et on montre qu'elle admet asymptotiquement la même loi que la déviance. En pratique ces deux approches conduisent à des résultats peu différents et, dans le cas contraire, c'est une indication de mauvaise approximation de la loi asymptotique. Sachant que l'espérance d'une loi de  $\chi^2$  est son nombre de degrés de liberté et, connaissant les aspects approximatifs des tests construits, l'usage est souvent de comparer les statistiques avec le nombre de degrés de liberté. le modèle peut être jugé satisfaisant pour un rapport D/ddl plus petit que 1. Comme la déviance normalisée, cette statistique est distribuée approximativement selon une loi du Khi-Deux à n-p degrés de liberté. On rejette alors le modèle si  $\chi^2_{observe}$  est plus grande que le quantile d'ordre 1- de la loi  $\chi^2_{n-p}$ .

Les deux tests d'adéquation sont asymptotiques et utilisables uniquement dans le cas de données répétées. Il faut par conséquent avoir suffisamment d'observations en chaque point pour pouvoir les appliquer.

- Application :

Pour vérifier l'adéquation du modèle log-normale avec nos observations on réalise les tests de déviance et de Pearson via la commande "proc genmode" sous SAS Entreprise Guide, et ce pour chaque ancienneté et chaque sortie de nos produits.

Pour notre produit A en sortie de rachat et pour l'ancienneté 2 on trouve les résultats suivants :

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	69	3.8910	0.0564
Scaled Deviance	69	71.0000	1.0290
Pearson Chi-Square	69	3.8910	0.0564
Scaled Pearson X2	69	71.0000	1.0290

FIGURE 5.3 – critères d'évaluation de l'adéquation

$$\chi^2_{69} = 89.39 \text{ (valeur de la quantile d'ordre 0.95 de la loi } \chi^2_{69}\text{)}$$

On constate que les valeurs des statistiques  $\mathbf{D}^*$  et  $\chi^2$  de Pearson sont inférieures  $\chi_{69}^2$  :  $\mathbf{D}^* = 71 < 89.39$  et  $\chi^2 = 71 < 89.39$

Ainsi on accepte l'hypothèse d'adéquation du modèle log-normale avec nos données.

Ce résultat reste valable pour toutes les ancienneté, types de sorties et pour chaque produit en montant et en nombre. Donc on peut conclure que le modèle log-normale ajuste bien nos données .

### 5.3.7 Comparaison de la qualité d'ajustement

Afin de montrer l'importance de la correction des taux moyens bruts, on va comparer dans ce chapitre la qualité du modèle d'ajustement par la loi log-normale pour les taux moyens bruts et pour les taux moyens corrigés. Généralement, lorsque l'on dispose de plusieurs modèles candidats ajustés à partir des mêmes données, on peut recourir à l'AIC (respectivement BIC) pour classer l'ensemble de ces modèles du plus performant (modèle dont l'AIC (respectivement BIC) est la plus faible) au moins performant (modèle dont l'AIC (respectivement BIC) est la plus élevée).

- Critère AIC et BIC :

$$AIC = -2\ln(\hat{L}_{MV}) + 2p$$

$$BIC = -2\ln(\hat{L}_{MV}) + 2\ln(n)$$

*Avec :  $n$  est la taille de l'échantillon,  $p$  est le nombre de paramètres dans le modèle et  $\hat{L}_{MV}$  l'estimateur du maximum de vraisemblance du modèle .*

Lorsque l'on estime un modèle statistique, il est possible d'augmenter la vraisemblance du modèle en ajoutant un paramètre. Le critère d'information d'Akaike (AIC), tout comme le critère d'information bayésien (BIC), permet de pénaliser les modèles en fonction du nombre de paramètres. On choisit alors le modèle avec le critère d'information d'Akaike le plus faible (respectivement BIC) .

Pour notre cas, on réalise un lissage pour les taux moyens bruts, puis pour les taux moyens corrigés puis sur les données corrigées et on compare les deux modèles.

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	997	2568.6077	2.5763
Scaled Deviance	997	999.0000	1.0020
Pearson Chi-Square	997	2568.6077	2.5763
Scaled Pearson X2	997	999.0000	1.0020
Log Likelihood		-1889.2297	
Full Log Likelihood		-1889.2297	
AIC (smaller is better)		3784.4593	
AICC (smaller is better)		3784.4835	
BIC (smaller is better)		3799.1796	

Distribution	Normal
Link Function	Log
Dependent Variable	tauxmoyen_MT

FIGURE 5.4 – Critères du modèle d'ajustement des taux bruts

Pour le modèle d'ajustement des taux bruts, la valeur du AIC est de 3784.46 et 3799.18 pour le BIC.

Criteria For Assessing Goodness Of Fit			
Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	997	40.4326	0.0406
Scaled Deviance	997	999.0000	1.0020
Pearson Chi-Square	997	40.4326	0.0406
Scaled Pearson X2	997	999.0000	1.0020
Log Likelihood		184.4364	
Full Log Likelihood		184.4364	
AIC (smaller is better)		-362.8729	
AICC (smaller is better)		-362.8487	
BIC (smaller is better)		-348.1526	

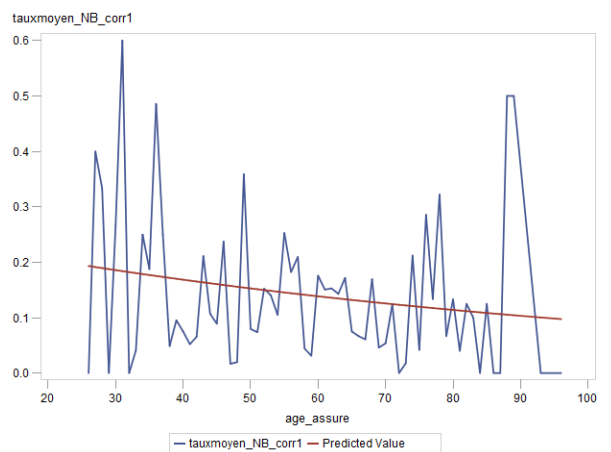
Distribution	Normal
Link Function	Log
Dependent Variable	tauxmoyen_MT_corr1

FIGURE 5.5 – Critères du modèle d'ajustement des taux corrigés

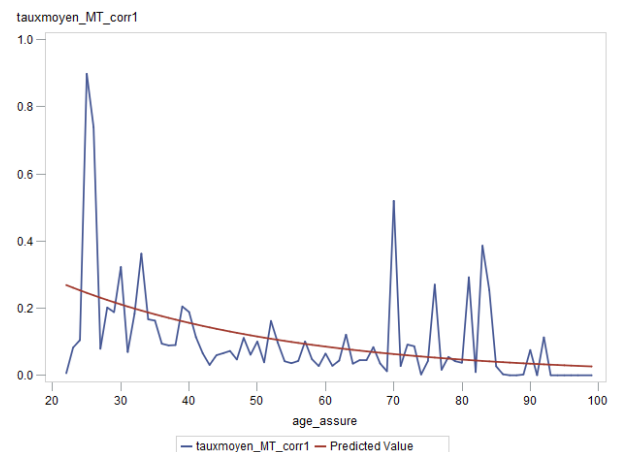
Pour le modèle d'ajustement des taux corrigés, la valeur du AIC est de -362.87 et -348.15 pour le BIC.

On remarque que le critère AIC (respectivement BIC) du modèle de lissage des taux moyens de sortie après correction, est très inférieur à celui de la première approche de lissage des taux moyens bruts de sortie. Ainsi la qualité d'ajustement des taux moyens est plus pertinente que lorsqu'on fait l'ajustement des taux corrigés.

Les graphes ci-dessous illustrent la courbe lissée des taux moyens corrigés par âge pour les ancienneté 5 et 2 respectivement du produit A en rachat par nombre et par montant.



(a) Lissage des taux moyens corrigés de rachat en nombre



(b) Lissage des taux moyens corrigés de rachat en montant

FIGURE 5.6 – Exemple de lissage des taux moyens corrigés de rachat

Ci-dessus, la table des taux de rachat lissés en montant et en nombre, sous-titre illustratif :

age_assure	Source	Anciennete0	Anciennete1	Anciennete2	Anciennete3	Anciennete4	Anciennete5	Anciennete6	Anciennete7
20	Taux_R	0.0628641243							
21	Taux_R	0.0605069272	0.0804197432						
22	Taux_R	0.0582381171	0.0804592862	0.0856029429					
23	Taux_R	0.0560543799	0.0804988486	0.0851325442	0.2596373238				
24	Taux_R	0.0539525257	0.0805384305	0.0846647303	0.2555065697	0.1983823696			
25	Taux_R	0.051929484	0.0805780319	0.0841994872	0.2514415347	0.1971804684	0.1413233714		
26	Taux_R	0.0499822998	0.0806176527	0.0837368006	0.2474411732	0.1959858489	0.1408946126	0.1952212665	
27	Taux_R	0.0481081285	0.080657293	0.0832766565	0.2435044563	0.194798467	0.1404671545	0.1942388982	0.0475404794
28	Taux_R	0.0463042325	0.0806969529	0.082819041	0.2396303714	0.1936182788	0.1400409934	0.1932614733	0.046353219
29	Taux_R	0.0445679766	0.0807366322	0.0823639401	0.2358179221	0.1924452409	0.1396161251		0.0451956088
30	Taux_R	0.0428968245	0.080776331	0.08191134	0.2320661278	0.1912793098	0.1391925458	0.191321354	0.0440669083
31	Taux_R	0.0412883352	0.0808160493	0.0814612271	0.2283740234	0.1901204425	0.1387702517	0.1903586104	0.0429663957
32	Taux_R	0.0397401589	0.0808557872	0.0810135876	0.2247406593	0.1889685962	0.1383492387	0.1894007113	0.0418933669
33	Taux_R	0.0382500341	0.0808955446	0.0805684079	0.2211651009	0.1878237284	0.137929503	0.1884476325	0.0408471356
34	Taux_R	0.0368157841	0.0809353216	0.0801256745	0.2176464287	0.1866857967	0.1375110408	0.1874993496	0.0398270325
35	Taux_R	0.0354353137	0.0809751181	0.079685374	0.2141837375	0.1855547593	0.1370938481	0.1865558386	0.0388324052
36	Taux_R	0.0341066064	0.0810149342	0.079247493	0.2107761367	0.1844305742	0.1366779212	0.1856170754	0.0378626173
37	Taux_R	0.0328277212	0.0810547699	0.0788120183	0.2074227498	0.1833132	0.1362632561	0.1846830361	0.0369170487
38	Taux_R	0.03159679	0.0810946251	0.0783789365	0.2041227144	0.1822025955	0.135849849	0.183753697	0.0359950943
39	Taux_R	0.0304120147	0.0811345	0.0779482345	0.2008751815	0.1810987195	0.1354376962	0.1828290343	0.0350961645
40	Taux_R	0.0292716645	0.0811743944	0.0775198993	0.197679316	0.1800015314	0.1350267939	0.1819090247	0.0342196843
41	Taux_R	0.0281740737	0.0812143085	0.0770939179	0.1945342957	0.1789109906	0.1346171381	0.1809936446	0.0333650931
42	Taux_R	0.0271176389	0.0812542422	0.0766702773	0.1914393118	0.1778270569	0.1342087252	0.1800882708	0.0325318441
43	Taux_R	0.0261008169	0.0812941955	0.0762489646	0.1883935682	0.1767496902	0.1338015514	0.17917668	0.0317194044
44	Taux_R	0.0251221224	0.0813341685	0.0758299671	0.1853962815	0.1756788507	0.1333956129	0.1782750493	0.0309272543
45	Taux_R	0.0241801258	0.0813741611	0.0754132721	0.1824466807	0.1746144989	0.1329909059	0.1773779556	0.0301548871

FIGURE 5.7 – Table des taux lissés de rachat en montant par âge et par ancienneté

age_assure	Source	Anciennete0	Anciennete1	Anciennete2	Anciennete3	Anciennete4	Anciennete5	Anciennete6	Anciennete7
20	Taux_R	0.3158086928							
21	Taux_R	0.294463913	0.2747452208						
22	Taux_R	0.2745617776	0.2708106868	0.2128580041					
23	Taux_R	0.2560047815	0.2669324979	0.2107983539	0.3856634101				
24	Taux_R	0.2387020099	0.2631098472	0.2087586332	0.38069972	0.3136556367			
25	Taux_R	0.2225686927	0.2593419394	0.2067386492	0.3757999153	0.3104928169	0.318719281		
26	Taux_R	0.207525789	0.2556279906	0.2047382109	0.3709631735	0.3073618901	0.3155975629	0.2754191257	
27	Taux_R	0.1934996005	0.251967228	0.2027571292	0.3661886832	0.3042625348	0.3125064208	0.2736883757	0.0993371719
28	Taux_R	0.1804214096	0.2483588899	0.2007952167	0.3614756431	0.3011944326	0.309445555	0.2719685018	0.0980461359
29	Taux_R	0.1682271435	0.2448022257	0.1988522881	0.3568232623	0.2981572683	0.3064146691		0.0967718788
30	Taux_R	0.1568570596	0.2412964952	0.1969281595	0.3522307601	0.2951507299	0.3034134694	0.2685611096	0.0955141827
31	Taux_R	0.1462554534	0.2378409691	0.1950226492	0.3476973657	0.2921745087	0.3004416652	0.2668734558	0.0942728322
32	Taux_R	0.1363703853	0.2344349284	0.1931355769	0.3432223186	0.2892282989	0.2974989686	0.2651964073	0.0930476149
33	Taux_R	0.1271534261	0.2310776645	0.1912667643	0.3388048676	0.2863117979	0.2945850943	0.2635298974	0.0918383211
34	Taux_R	0.1185594198	0.2277684789	0.1894160345	0.3344442715	0.2834247061	0.2916997602	0.2618738601	0.090644744
35	Taux_R	0.1105462626	0.2245066883	0.1875832128	0.3301397986	0.2805667269	0.2888426868	0.2602282293	0.0894666792
36	Taux_R	0.1030746962	0.2212915982	0.1857681258	0.3258907265	0.2777375669	0.2860135971	0.2585929398	0.0883039251
37	Taux_R	0.0961081156	0.2181225555	0.1839706018	0.3216963422	0.2749369353	0.2832122171	0.2569679266	0.0871562827
38	Taux_R	0.0896123902	0.2149988956	0.182190471	0.3175559418	0.2721645446	0.2804382755	0.255353125	0.0860235557
39	Taux_R	0.0835556958	0.2119199686	0.180427565	0.3134688305	0.26942011	0.2776915034	0.2537484709	0.0849055502
40	Taux_R	0.0779083594	0.2088851339	0.1786817173	0.3094343225	0.2667033494	0.2749716347	0.2521539006	0.0838020748
41	Taux_R	0.0726427134	0.2058937601	0.1769527626	0.3054517408	0.264013984	0.272278406	0.2505693507	0.0827129407
42	Taux_R	0.0677329603	0.2029452247	0.1752405376	0.3015204169	0.2613517374	0.2696115564	0.2489947581	0.0816379616
43	Taux_R	0.063155046	0.2000389142	0.1735448804	0.2976396912	0.2587163362	0.2669708273	0.2474300604	0.0805769535
44	Taux_R	0.0588865424	0.1971742241	0.1718656306	0.2938089125	0.2561075097	0.2643559631	0.2458751953	0.0795297348
45	Taux_R	0.0549065371	0.1943505583	0.1702026296	0.290027438	0.2535249899	0.2617667103	0.2443301011	0.0784961262

FIGURE 5.8 – Table des taux lissés de rachat en nombre par âge et par ancienneté

On remarque que les taux lissés ne présentent plus de valeurs aberrantes, et sont plus cohérents. Ce qui rend la qualité des projections plus significative.

Après avoir lissé nos taux moyens de sortie, nous passons maintenant au noyau du rapport qui est la valorisation des provisions techniques prudentielles à travers l'évaluation des différentes composantes du Best-Estimate.

# Chapitre 6

## Détermination du Best Estimate

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>63</b>
<b>6.2</b>	<b>Projection des flux de réserves et de sortie</b>	<b>63</b>
6.2.1	Conditions à vérifier	63
6.2.2	Formules nécessaires pour le calcul des projections	64
6.2.3	Evolution des projections	66
6.2.4	Backtest	67
<b>6.3</b>	<b>Appréciation des provisions techniques prudentielles</b>	<b>67</b>
6.3.1	Evaluation du Best Estimate	68
6.3.2	Evaluation de la marge de risque	69
6.3.3	Analyse des résultats et interprétations	70

---

## 6.1 Introduction

Afin d'honorer ses engagements vis à vis de sa clientèle l'assurance a besoin de maintenir un seuil minimal de fond propre aussi nommé en SBR des provisions techniques prudentielles. L'approche solvabilité basée sur le risque évalue ces provisions prudentielles en ajoutant « une meilleure estimation des engagements », « une meilleure estimation des frais de gestion » et « une marge de risque ». L'entreprise d'assurance a intérêt à prouver au régulateur qu'elle est en mesure d'intégrer les contraintes réglementaires associées aux objectifs du plan stratégique, en particulier elle doit le convaincre :

- De sa capacité à couvrir l'exigence minimale de marge avec une probabilité suffisante.
- De sa capacité à augmenter ses fonds propres le cas échéant.

Ainsi, après avoir calculé et lissé les taux moyens, on passera à la projection des flux de trésorerie futurs afférents aux engagements de l'entreprise. Qui représente une étape primordiale à la détermination du SCR, le calcul du Best-Estimate des engagements futurs de l'assureur doit respecter des principes généraux propres à la SBR. Effectivement, ce calcul est basé sur des projections de cashflows en utilisant des hypothèses et des techniques actuarielles et financières complexes pour un portefeuille de produits variés.

Dans ce chapitre, on présentera un processus d'étapes dictées par la directive de la SBR pour évaluer le Best-Estimate qui consiste à calculer les projections des flux de sortie et les projections des réserves de notre portefeuille d'étude qui se compose d'un produit d'assurance-vie commercialisés par RMA. Puis, on passera au calcul de la marge de risque qui correspond au coût d'immobilisation du capital de solvabilité requis afférent aux engagements garantis.

## 6.2 Projection des flux de réserves et de sortie

Cette partie sera dédié à la projection des réserves en montant et en nombre pour l'ensemble des assurés de notre portefeuille d'étude. Ainsi que la projection des flux de sortie, c'est-à-dire des sorties en rachat, en décès, en liquidation ou en distribution et ce en montant et en nombre.

### 6.2.1 Conditions à vérifier

La projection des cash-flows des différents contrats d'assurance-vie nécessite :<sup>1</sup>

- La modélisation des propriétés des contrats (tarification, fractionnement, revalorisation, durées, limites...)

---

1. Source : Solvency II : Techniques de modélisation du Best Estimate en assurance-vie - Alexandre HELUIN

- La création des model-points qui représentent les contrats du portefeuille en reprenant toutes les données nécessaires à la projection (âge, sexe, primes, frais, échéances, options souscrites...)
- Les hypothèses de projection réalistes, c'est-à-dire sans prudence supplémentaire, qui permettent de faire évoluer :
  - le nombre de contrats (mortalité, rachats),
  - le montant des actifs financiers en contrepartie des provisions mathématiques qui viendront déterminer la participation bénéficiaire
  - la structure par terme des taux sans risque pour actualiser les différents flux à la date d'évaluation.
  - la courbe de l'inflation future pour faire évoluer le montant des frais généraux.

On appliquera certaines conditions sur les taux moyens de sortie par ancienneté et par âge, selon ses caractéristiques, ceux pour notre produit A du portefeuille. En d'autres termes, on définit une ancienneté/âge maximal(e) à partir duquel le taux moyen de sortie est plafonné.

#### **Pour le produit de capitalisation A**

La première hypothèse qu'on a posé avant d'entamer le travail, c'est que notre produit est en Run-Off. C'est-à-dire qu'il n'y aura pas de nouvelles souscriptions, notre portefeuille contient juste les anciens adhérents.

Pour actualiser les flux, on a travaillé avec la courbe des taux sans risque Taux0C.<sup>2</sup>

Pour les taux de mortalité, on utilise les tables TD88-90 ou TV88-90, (selon le choix de l'utilisateur). Concernant les taux de sorties, on applique les hypothèses suivantes : A partir d'une ancienneté maximale (généralement la maturité du produit même), mais qui peut être donnée par l'utilisateur de l'application, on imposera que le taux de liquidation soit égal à 100% à partir de l'ancienneté maximale et du coup par principe de complémentarité les autres taux (rachat, décès, distribution) sont égaux à 0% à partir de cette même ancienneté. En effet, ce choix s'explique par le fait qu'à partir de cette ancienneté les taux de liquidation s'approchent de 1, dès lors, par prudence, on surestime les sorties en liquidation, cependant, on ne peut pas contrôler les sorties en rachat ou en décès des adhérents.

Afin de simplifier la modélisation, nous ne prenons pas en compte la réassurance.

#### **6.2.2 Formules nécessaires pour le calcul des projections**

On détaillera les projections des flux pour un assuré d'âge  $x$  et une ancienneté  $a$ , ces derniers qui se fassent sur à partir de 2019, et sur les  $h$  prochaines années avec  $h \geq 10$ .

<sup>2</sup>. Le taux zéro coupon fourni par BAM : Voir annexe 6

Avec :

- $N$  = l'année de base des calculs.
- $i$  = valeur entière qui varie de 1 jusqu'à l'horizon de projection.
- $R(x+i, a+i, n+i)$  = la réserve projetée en montant du groupe homogène d'âge  $x+i$ , d'ancienneté  $a+i$ , en l'année  $n+i$ .
- TRM = le taux moyen de rachat en montant.
- TLM = le taux moyen de liquidation en montant.
- TDCM = le taux moyen de décès en montant.
- TDM = le taux moyen de distribution en montant.
- $N(x+i, a+i, n+i)$  = le nombre de contrats projeté du groupe homogène d'âge  $x+i$  d'ancienneté  $a+i$ , en l'année  $n+i$ .
- TRN = le taux moyen de rachat en nombre.
- TDCN = le taux moyen de décès en nombre.
- TDM = le taux moyen de distribution en nombre.
- TLN = le taux moyen de liquidation en nombre.
- $SM(x+i, a+i, n+i)$  = la sortie (Rachat, Décès, Liquidation) en montant de la police d'âge  $x+i$ , ayant l'ancienneté  $a+i$  en l'année  $n+i$ .
- $TMM_{x+i}(n+i)$  = le taux moyen de la sortie en montant SM correspondant à un groupe homogène d'âge  $x+i$  en l'année  $n+i$ .
- $SN(x+i, a+i, n+i)$  = la sortie (Rachat, Décès, Liquidation) en nombre de la police d'âge  $x+i$ , ayant l'ancienneté  $a+i$  en l'année  $n+i$ .
- $TMN_{x+i}(n+i)$  = le taux moyen de la sortie en nombre SN correspondant à un groupe homogène

d'âge  $x+i$  en l'année  $n+i$ .

### 6.2.2.1 Projections des flux de sortie

La formule utilisé pour les projections en montant à l'année  $n+i$  est la suivante :

$$SM(x+i, a+i, n+i) = TMM_{x+i}(n+i) \times R(x+i, a+i, n+i)$$

De la même façon, la projection de la sortie en nombre s'obtient en échangeant le taux moyen en montant par celui en nombre dans la formule précédente pour avoir :

$$SN(x+i, a+i, n+i) = TMN_{x+i}(n+i) \times N(x+i, a+i, n+i)$$

Des tableaux résumant les projections des flux de sortie seront présentés dans l'annexe.

### 6.2.2.2 Projections des réserves

On estime la réserve en montant projetée à l'année  $n+i$  par l'expression suivante :

$$R(x+i, a+i, n+i) = R(x+i-1, a+i-1, n+i-1) \times [1 - TRM_{x+i}(n+i) - TLM_{x+i}(n+i) - TDCM_{x+i}(n+i) - TDM_{x+i}(n+i)]$$

On remplace le taux moyen en montant par celui en nombre dans la formule précédente l'estimation du nombre de contrats (effectif des assurés) projeté à l'année  $n+i$  et on a donc :

$$N(x+i, a+i, n+i) = N(x+i-1, a+i-1, n+i-1) \times [1 - TRN_{x+i}(n+i) - TLN_{x+i}(n+i) - TDCN_{x+i}(n+i) - TDN_{x+i}(n+i)]$$

## 6.2.3 Evolution des projections

### Pour le produit de capitalisation A

On opte pour l'histogramme afin d'illustrer les projections de notre année de base (2019) ; l'année de base peut être modifier par l'utilisateur de l'application ; jusqu'à l'horizon où le stock des réserves se vide.

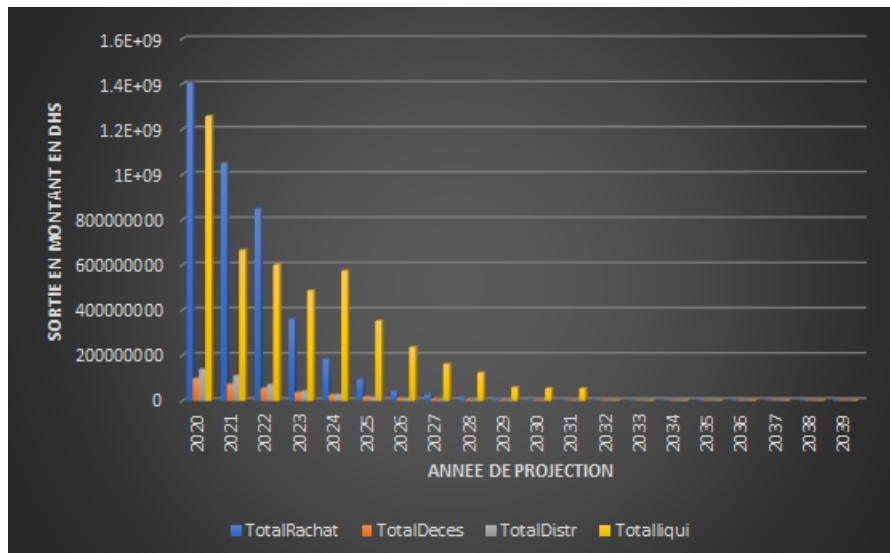


FIGURE 6.1 – Evolution des projections des sorties en montant pour le produit A

D'après cette figure on remarque que la courbe d'évolution de ces projections s'anéantit en 2033, autrement dit si on suppose qu'il n'y a plus d'assurés entrants depuis 2019, les assurés adhérents au produit A, vont sortir tous en liquidation en 2033. Donc, ceci paraît logique puisque l'ancienneté maximale du produit de capitalisation A est déjà fixe d'avance par l'utilisateur ou prise par défaut égale à sa maturité (Prise dans notre cas égales à 12 ans). On constate aussi, que à partir de l'année 2023, les sorties en liquidation dépassent les sorties en rachat et en décès, ceci met en évidence la condition imposée précédemment sur le taux de liquidation afin de surestimer les projections de sortie par critère de prudence.

En prenant notre année de base (2019), on illustre de la même façon citée auparavant l'évolution des projections en nombre pour le produit A, par un histogramme :

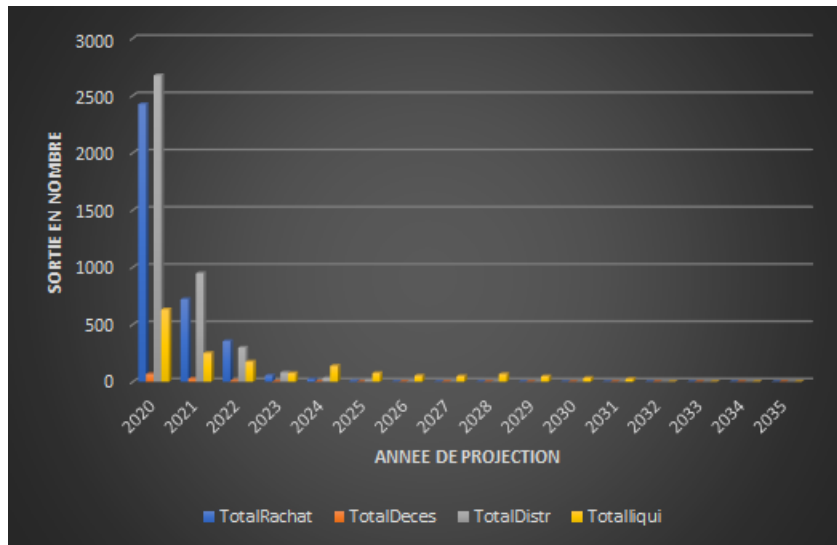


FIGURE 6.2 – Evolution des projections des sorties en nombre pour le produit A

De la même façon que les sorties en montant, le stock des contrats se vide la même année de projection qui est 2032. Ceci est logique puisque les projections sont effectuées sur la même base des assurés du produit A en 2019. De ce fait, les deux figures ont la même interprétation.

#### 6.2.4 Backtest

Afin de valider nos résultats de projections, on s'est basé en premier temps sur l'année 2018 afin d'obtenir les flux de sortie et les réserves estimées de l'année 2019, puis les comparer avec la réalité du portefeuille en 2019. Le tableau ci-dessous regroupe l'estimation des réserves et des sorties et aussi leurs valeurs réelles en 2019 :

Produit	Somme Réserves en 2019	Somme Sortie en montant	Somme Sortie estimée en montant	Somme sortie en nombre	Somme sortie estimée en nombre
A	9 526 780 372	1 025 297 234	985 457 698	5332	5145

TABLE 6.1 – Réalité et estimation des sorties et réserves en 2019

Il est remarquable d'après ce tableau que les estimations des sorties en montant et en nombre en 2019, calculées à l'aide des expressions explicitées auparavant, en prenant comme année de base l'année 2018 sont très proches de la réalité de l'année 2019. En effet, le coefficient de variation en valeur absolue défini par  $\left| \frac{ESTIMATION-REALITE}{REALITE} \right|$  est de 3.88% pour les sorties en montant correspondantes au produit A, de 3.5% pour les sorties en nombre du même produit. La faiblesse de ces coefficients montre que nos projections sont ainsi valides, et les lois de sortie sur lesquelles se basent ces projections sont pertinentes.

### 6.3 Appréciation des provisions techniques prudentielles

En suivant la directive de la SBR, les compagnies d'assurance sont soumises à un contrôle prudentiel qui les oblige à maintenir un seuil minimal de fonds propres nommé "provisions techniques prudentielles". Le contrôle prudentiel ne s'appuiera plus sur les comptes sociaux et imposera aux organismes de préparer un bilan distinct appelé bilan prudentiel. Les provisions techniques prudentielles sont évaluées selon le principe de la "meilleure estimation (Best Estimate)", en plus d'une évaluation d'une "marge de risque" représentant un coût du capital. L'approche solvabilité basée sur le risque évalue ces provisions prudentielles en additionnant « une meilleure estimation des engagements », « une meilleure estimation des frais de gestion » et « une marge de risque ».

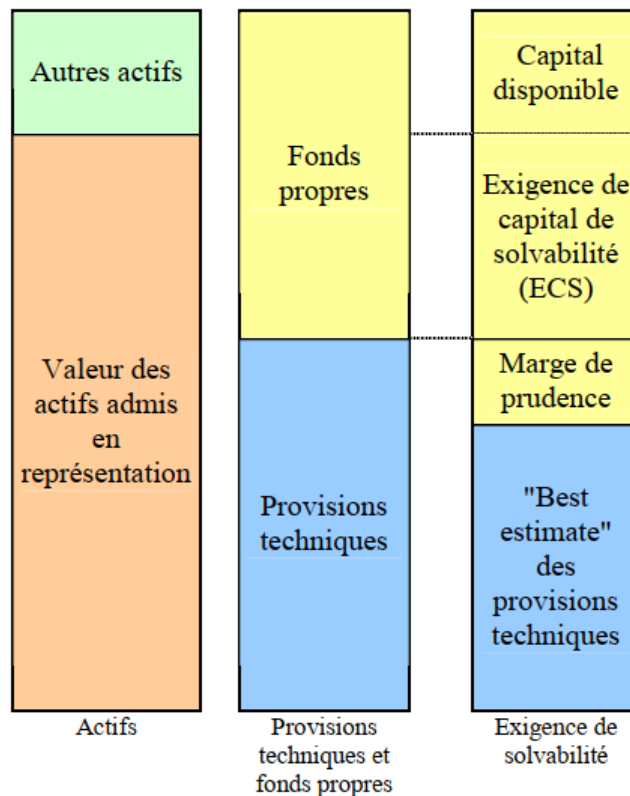


FIGURE 6.3 – la structure du bilan selon les règles SBR

### 6.3.1 Evaluation du Best Estimate

Le Best Estimate constitue une estimation au plus juste des engagements des assurés et de l'assureur. Il est défini comme la moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des flux de trésorerie futurs, en tenant compte de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente.

Le Best Estimate se duplique en deux composantes : le Best Estimate des engagements et le Best Estimate des frais de gestion.

- Best Estimate des engagements : Représente la meilleure estimation des engagements correspond à la valeur probabilisée et actualisée de flux de trésorerie futurs afférents aux engagements de l'entreprise d'assurances et de réassurance au titre des contrats souscrits et déterminée, selon la nature des opérations d'assurance.
- Best Estimate des frais de gestion : Représente la meilleure estimation des frais de gestion et correspond à la valeur probabilisée et actualisée du montant relatif à la gestion des contrats.

#### A- Best Estimate des engagements

Pour évaluer les provisions techniques prudentielles, la directive SBR impose la formule suivante afin de calculer le Best Estimate des engagements, pour les opérations d'assurance vie, décès ou de capitalisation :

**$BE_{engagements} = BE \text{ garanties probabilisées (BEG) + les bénéfices discrétionnaires futurs (BDF)}$**

- Best Estimate des garanties : C'est la valeur actualisée et probabilisée de flux de trésorerie afférent aux engagements pris par l'entreprise d'assurance et de réassurance envers les assurés.

$$BEG_{N+1} = \frac{\sum_{j=1}^h TS_{N+j}}{(1+Taux0C)^j}$$

Avec :

- $TS_{N+j}$  Total de sorties en montant pour l'année  $N+j$ .
- $Taux0C$  = le taux zéro coupon
- $h$  = horizon de projection
- Les bénéfices discrétionnaires futurs : La participation aux bénéfices en matière d'assurance vie désigne une participation aux résultats d'une compagnie d'assurance, au bénéfice de ses souscripteurs. La gestion des fonds récoltés par les assureurs génère des profits appelés bénéfices discrétionnaires. L'assureur a l'obligation d'en redistribuer une partie. Le contrat d'assurance peut contenir une clause détaillant les modalités de cette participation. Ce montant est également précisé lors de la publication du taux de rendement annuel.

Pour chaque ensemble homogène de contrats, l'assureur peut décider de distribuer une part des produits financiers réalisés durant l'année

$$BDF_N = PPB_N + TPB_{moyen} \times (x\% \times \text{Valeur de l'actif} - BEG_N - BEFG_N - PPB_N)$$

Avec :

- $PPB_N$  : Provisions pour participation aux bénéfices comptable.
- $BEFG$  : Best estimate des frais de gestion.
- $x\%$  : Un pourcentage de l'actif relatif au produit.
- $TPB_{moyen}$  : le taux de participation aux bénéfices moyen servi aux assurés, il est égale à :

$$TPB_{moyen} = \frac{PPB_N + PPB_{N-1} + PPB_{N-2}}{RT_N + RT_{N-1} + RT_{N-2}}$$

### B- Best Estimate des frais de gestion

La meilleure estimation des frais de gestion est la valeur probabilisée et actualisée du montant relatif à la gestion des contrats et déterminée.

$$BEFG_{N+1} = \frac{\sum_{j=1}^h \text{Nombre de contrats restants}_{N+j} \times FG_{unitaire}}{(1+Taux0C)^j}$$

Avec :

- $FG_{unitaire}$  : Frais de gestion unitaire de chaque contrat.
- $Taux0C$  = le taux zéro coupon
- $h$  = horizon de projection

### 6.3.2 Evaluation de la marge de risque

La marge de risque correspond au coût d'immobilisation du capital de solvabilité requis afférent aux engagements garantis. Elle est déterminée selon la nature du contrat d'assurance, en appliquant un taux au produit de la meilleure estimation des engagements par la duration des engagements. Pour les opérations d'assurance vie, décès ou capitalisation, la directive SBR impose un taux de 6%

La marge de risque se calcule ainsi par :

$$\text{Marge de risque} = 6\% \times \text{Duration} \times BE_{engagements}$$

La duration quant à elle correspond à la période à l'issue de laquelle la rentabilité d'un instrument financier à taux fixe n'est pas affectée par les variations de taux d'intérêt, elle reflète la durée moyenne permettant de liquider le produit. Sa formule mathématique est :

$$Duration = \frac{\sum_{j=1}^h (TS \times j) / (1 + Taux0C)^j}{\sum_{j=1}^h TS / (1 + Taux0C)^j}$$

### 6.3.3 Analyse des résultats et interprétations

Le tableau ci-dessus regroupe les résultats que nous avons calculés à l'aide d'une application développée sous SAS Guide<sup>3</sup>. Toutes les valeurs sont exprimées en MAD.

	<b>Reserve réglementaire</b>	<b>BE</b>	<b>BEFG</b>	<b>BE GLOBAL</b>	<b>Duration</b>	<b>Marge de risque</b>
<b>Produit A</b>	9 526 780 372	7 624 143 552	413 950	7 624 557 502	3.68	1 683 502 297

TABLE 6.2 – Table des résultats du BE en 2019

En calculant les Best Estimate d'après les formules citées en haut, en utilisant les taux lissés on aboutit à une estimation du Best Estimate Global de 7 624 557 502 MAD, le Best Estimate des frais de gestion n'y représente que 413 950 MAD, c'est à dire que la compagnie d'assurance doit garder ce montant comme provision pour gérer les frais de contrats futurs, alors que le Best Estimate des engagements est égal à 7 624 143 552 MAD et qui représente le montant que l'assureur doit provisionner afin de gérer les sorties futures probables.

En total, la provision technique prudentielle est évaluée à 9 308 059 799 MAD.

3. Voir annexe 4

# Chapitre 7

## Calcul du capital de solvabilité requis SCR

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>72</b>
<b>7.2</b>	<b>Définition et approches de calcul du SCR</b>	<b>72</b>
<b>7.3</b>	<b>SCR de souscription-vie</b>	<b>73</b>
7.3.1	SCR Rachat	74
7.3.2	SCR dépense ou de frais de gestion	74
7.3.3	SCR Catastrophe	75
<b>7.4</b>	<b>Calcul et analyse des résultats</b>	<b>75</b>

---

## 7.1 Introduction

Toujours en se reposant sur la directive de Solvabilité Basée sur les Risques (SBR), et après avoir évalué les provisions techniques prudentielles selon le principe de la « meilleure estimation » (BE) en plus d'une « marge de risque » (MR) représentant un coût de capital, on passe au calcul du dernier indicateur quantitatif SCR, en terme d'exigences en fonds propres du 1<sup>er</sup> pilier de la SBR (Pilier quantitatif).

La SBR se base sur un bilan économique (Bilan Prudentiel) qui tient en compte l'état du marché et des risques. Lorsqu'on parle de « risque<sup>1</sup> » en relation avec le régime SBR, il s'agit d'une variation de valeur, positive ou négative, ou d'une déviation de la valeur attendue.

Quant au capital de solvabilité requis (SCR), il est défini comme l'agrégation des besoins en capital pour chaque risque, il capture la perte inattendue à supporter dans le cas d'un scénario catastrophe avec une probabilité d'occurrence très faible.

Nous aborderons dans ce chapitre la définition du SCR, puis les 2 approches de son calcul, qu'on va appliquer pour calculer SCR de souscription en vie, vu que nos produits s'inscrivent dans la case d'assurance vie.

## 7.2 Définition et approches de calcul du SCR

Le SCR doit fournir le niveau du capital qui permet à l'assureur d'absorber des pertes imprévues importantes et apporte aux souscripteurs une certitude raisonnable que les paiements seront effectués en temps dû. Le SCR reflète le niveau du capital nécessaire pour que l'assureur puisse tenir tous ses engagements sur une période de temps et avec le niveau de confiance prédéfinis. Le but étant que le SCR limite le risque (sur une période donnée) que le niveau du capital disponible se dégrade jusqu'à un niveau inacceptable. Le SCR doit ainsi tenir compte de tous les risques significatifs et quantifiables. Et si au cours de la période prédéfinie le SCR vient à s'user, grâce à l'existence de la marge de risque l'assureur pourra encore céder son portefeuille à un autre assureur. Les paramètres et les hypothèses utilisées dans le calcul du SCR sont choisis pour refléter la VaR calibrée au niveau de confiance de 99,5% sur un an.<sup>2</sup>

Pour le calcul du capital de solvabilité requis (CSR), on adopte deux approches de calcul différentes :

— Approche par facteurs :

La charge en capital est calculée à partir d'une formule mathématique.

Le SCR se compose du SCR de base (BSCR) et la charge de capital pour le risque opérationnel

1. Voir annexe 5

2. Source de la définition : Olga Gornouchkina, Mémoire réalisé sous le thème "Application des normes Solvency II en assurance-vie", université Louis Pasteur 2006/2007.

( $SCR_{op}$ ) :

$$SCR = BSCR + SCR_{op}$$

Le BSCR comprend 5 grandes catégories de risques. Dans chacun de ces modules, les risques sont subdivisés en sous-catégories. Les charges de capital sont calculées pour chaque sous-module, puis agrégées selon l'approche suivante :

- Tous les risques appartenant à la même catégorie sont combinés à l'aide de matrices de corrélation pour aboutir à la charge du risque du marché.
- Ensuite, les principales catégories de risques sont combinées à l'aide d'une matrice de corrélation pour arriver au BSCR.

Par la suite on opte pour la 2<sup>ème</sup> approche pour le calcul du SCR, on va la détailler dans le paragraphe suivant.

- Approche par scénario :

Cette approche consiste à simuler des chocs sur le passif de l'assureur afin de savoir quels en seraient les impacts. Ces chocs sont des variations brutales sur des taux de sortie dans la perspective de mesurer les risques relatifs au portefeuille. Les scénarios de choc reflétant la perte maximale sont construits à partir du scénario central, et ce en appliquant des coefficients à la hausse/baisse aux tables de sortie en montant et en nombre utilisées pour le calcul des provisions techniques prudentielles.

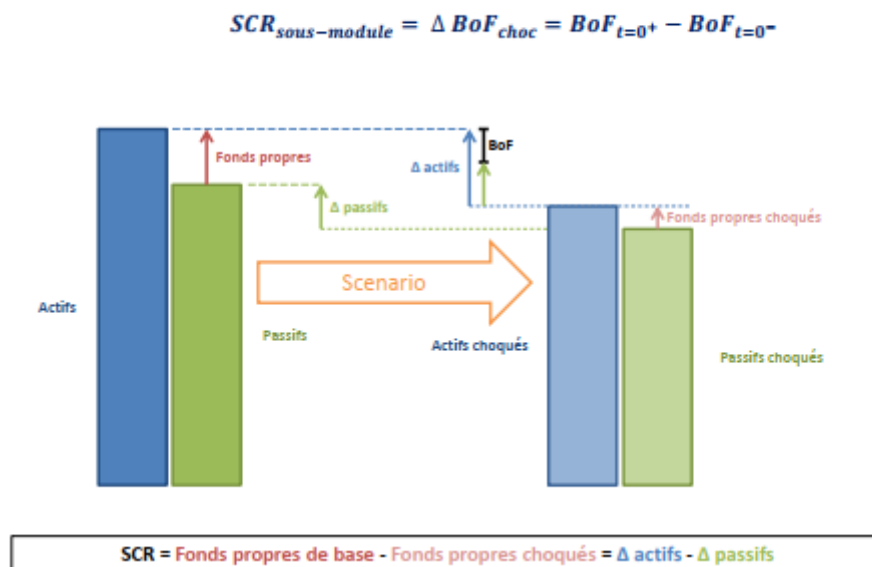


FIGURE 7.1 – Approche par scénario : principe général

Le SCR représente ainsi le capital nécessaire à l'absorption des chocs provoqués par les risques majeurs.

Les compagnies d'assurances doivent dès lors prouver que leur niveau de fonds propres peut couvrir ses risques.

### 7.3 SCR de souscription-vie

Il s'agit des risques spécifiques résultant de la souscription des contrats d'assurance vie. Notamment, ces risques proviennent des sinistres couverts, mais aussi des processus inhérents à l'existence même de tel contrats.

Ainsi, ce risque peut être subdivisé en risques biométriques ( mortalité, longévité, invalidité), le risque de rachat, le risque de dépense et le risque de catastrophe.

- Risque de rachat : Risque que le taux des rachats (totaux et partiels) sera plus haut, risque des cessations de paiement des primes. L'approche proposée est basée sur des chocs (niveau plus bas / plus haut des rachats).
- Risque de dépense : Le risque associé est le risque que les frais subis par l'assureur pour gérer les contrats / la compagnie sont plus élevés qu'attendu.
- Risque de catastrophe : Les risques CAT proviennent des événements extrêmes ou irréguliers, qui ne sont pas pris en compte dans les charges pour le risque biométrique, risque de rachats et risque de frais généraux. Il s'agit des chocs uniques défavorables. Par exemple, une maladie contagieuse ou une pandémie peuvent toucher plusieurs personnes simultanément, l'hypothèse usuelle sur l'indépendance des individus ne sera donc plus valable.

#### 7.3.1 SCR Rachat

Le risque de rachat est un risque relatif à la perte maximale de fonds propres qui résulterait de l'application de coefficients à la baisse ou à la hausse, aux tables de rachats en montant et en nombre utilisées pour le calcul des provisions techniques prudentielles.

Taux de Rachat	Hausse	Baisse
En montant	$\alpha\%$	$-\alpha\%$
En nombre	$\beta\%$	$-\beta\%$

TABLE 7.1 – Table des hausses et baisses appliquées aux taux de rachat

Autrement dit, le  $SCR_{Rachat}$  est égale à la plus élevée des exigences de capital suivantes :

- Baisse soudaine permanente de  $\alpha\%$  des taux de rachat en montant et  $\beta\%$  en nombre.
- Hausse soudaine permanente de  $\alpha\%$  des taux de rachat en montant et  $\beta\%$  en nombre.

En réalité, et puisque l'ACAPS n'exigent encore pas des valeurs pour les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ , on prend à titre illustratif –en suivant la directive Solvabilité II  $\alpha=\beta=50\%$ , c'est-à-dire on applique une hausse de 50% et une baisse de -50% sur les taux de rachats lissés qu'on dispose pour notre produit, mais ces paramètres appliqués aux taux de rachat peuvent être données par l'utilisateur lors de la manipulation de l'application qui sera détaillée dans la partie des annexes, et on recalcule le Best Estimate des engagements relatif à la hausse, et le BE des engagements relatif à la baisse de la même façon dictée dans le chapitre précédent. Ensuite on retient le BE le plus grand qu'on nomme BE

après choc, pour enfin calculer le SCR relatif au sous-module du risque de rachat dont la formule mathématique est la suivante :

$$SCR_{Rachat} = BE_{aprschoc} - BE_{central}$$

La modélisation du risque de rachat est pénible vu que le comportement des assurés n'est pas toujours rationnel. Pourtant une hausse du taux de rachat ou une baisse a des conséquences remarquables sur l'équilibre financier de l'assureur.

### 7.3.2 SCR dépense ou de frais de gestion

Le risque de dépenses désigne la perte de fonds propres résultant de l'application à la hausse de  $\gamma\%$  aux montants de frais de gestion retenus dans la détermination du BE frais de gestion.

Pour notre cas, on applique un coefficient de 10% qu'on augmente du montant des frais de gestion prises en considération dans le calcul des provisions techniques, plus une majoration des frais de gestion de 1% par an de l'augmentation des frais anticipée, comme la plupart de ces coefficients il peut être modifié à tout moment lors de l'utilisation de l'application. Puisque l'ACAPS n'a pas précisé pour le moment la valeur de ces coefficients on a choisi les pourcentages de la directive européenne de Solvabilité II.

De la même que le  $SCR_{Rachat}$ , on calcule le  $SCR_{dpense}$  mais ce dernier est basé sur la différence des meilleures estimations des frais de gestion BEFG :

$$SCR_{dpense} = BEFG_{aprschoc} - BEFG_{central}$$

Les frais de gestion comprennent principalement : les coûts de location, d'entretien des locaux ; les coûts d'investissement, de maintenance du matériel d'informatique. Le risque frais de gestion est parmi les risques du groupe «souscription vie» le moins volatile. Néanmoins une bonne gestion des risques implique une maîtrise de l'ensemble des risques répertoriés.

### 7.3.3 SCR Catastrophe

Le risque de catastrophe en vie est défini comme la perte maximale de fonds propres qui résulteraient de l'application d'un coefficient de  $\omega\%$  aux montants des capitaux sous risque au titre des garanties en cas de décès. Il exprime le fait qu'il peut y avoir très ponctuellement une forte augmentation des décès pour une raison précise comme une épidémie, un tremblement de terre ... sans que cela ne constitue une dérive à long terme.

En suivant toujours Solvabilité, en pratique, le choc catastrophe est une hausse de la mortalité des assurés de 0,15%, ce dernier peut être change par l'utilisateur au cas où il veut tester d'autres

scenarios. On calcule  $SCR_{catastrophe}$  par la différence du BE des engagements central, et le BE des engagements après choc qui découle de l'application d'une hausse de 0,15% aux taux de décès, donc en multipliant les taux de décès soustrait des tables de mortalités par 1,0015 on obtient la formule est la suivante :

$$SCR_{Catastrophe} = BE_{aprschoc} - BE_{central}$$

Pour conclure, le SCR relatif au risque de souscription en vie se calcule en additionnant les quatre composantes du SCR calculées ci-dessus, d'une façon plus explicite :

$$SCR_{Vie} = SCR_{Rachat} + SCR_{Dpense} + SCR_{Catastrophe}$$

## 7.4 Calcul et analyse des résultats

On résume les valeurs du capital de solvabilité requis relatif au risque de souscription en vie sous forme d'un tableau récapitulatif<sup>3</sup>, qui contient les résultats de chaque SCR cité et calculé auparavant.

	SCR Rachat	SCR Dépense	SCR Catastrophe	SCR vie
Produit A	153 626 528	44462.5	399 617	154 070 607.5

TABLE 7.2 – Table des résultats de SCR

Afin de démontrer qu'elle est en mesure à gérer n'importe quel risque la compagnie assurance doit avoir suffisamment de fonds propres pour le couvrir. En d'autres termes, son niveau du SCR doit être toujours supérieur au niveau des fonds propres pour pouvoir honorer ses engagements et assurer sa solvabilité. En effet, elle réalise pour le produit A un SCR de souscription en vie dépassant les 154 Millions de Dirham. Ce dernier est le capital minimum nécessaire à stocker par RMA afin d'absorber le choc provoqué par le risque de souscription vie.

3. Tableau réalisé par nos soins

# Conclusion

La Solvabilité Basée sur les Risques vise à moderniser les exigences prudentielles, harmoniser le cadre Marocain de l'assurance et protéger les assurés et préserver leur confiance dans le système, que ça soit pour l'assurance vie comme la non vie, mais avant qu'elle entre en vigueur, il est important de tester son impact sur les entreprises d'assurance et de réassurance, ce qui pose d'énormes défis aux actuaires. L'objectif de ce travail était donc d'appliquer cette nouvelle réforme réglementaire sur un produit d'assurance vie de la Royale Marocaine d'Assurance.

Notre travail s'est passé en 3 étapes : Tout d'abord, nous avons expliqué le contexte et les règles qui régissent la nouvelle réglementation de la SBR. Puis, nous en avons extrait les taux de sortie bruts qu'on a calculés à partir des tables de sortie, par âge et par ancienneté sur un historique de 10 ans, comme dicté par le projet SBR, qu'on a lissé en utilisant la méthode de régression linéaire généralisée (GLM). Ensuite, en exécutant plusieurs manipulations sur SAS Entreprise Guide<sup>4</sup>, on a effectué les projections des flux de sortie et de réserve en montant et en nombre, pour enfin calculer les provisions techniques prudentielles et le capital de solvabilité requis (SCR) relatif aux chocs sous différents scénarios qu'on a détaillés.

D'après les résultats qu'on a obtenus, l'assureur doit constituer un capital de 154070607 MAD pour fonctionner dans de bonnes conditions afin de faire face aux chocs probables. Cependant, la SBR présente une ambiguïté par rapport aux pourcentages à appliquer aux taux pour provoquer les chocs, chose qui nous a obligés à utiliser ceux de la Solvabilité II pour concrétiser notre travail. En effet, bien que le projet de la SBR présente une opportunité pour les compagnies d'assurance au Maroc pour franchir un nouveau seuil de performance tout en protégeant les intérêts des assurés, il a tout de même besoin de plus de révisions avant qu'il ne soit opérationnel à 100%.

Nous avons pu, pendant ce stage, acquérir une expérience enrichissante et aborder les aspects de la nouvelle réglementation sur le travail de l'actuaire et aussi apprendre à faire des manipulations intéressantes avec le logiciel SAS ENTREPRISE GUIDE.

---

4. Voir annexe 4

## Troisième partie

### Annexes

# Annexe 1 : Tables de mortalités TD88/90 et PF60/64

age	TAUX_M_88_90	Taux_F_88_90	Taux_M_60_64	Taux_F_60_...
18	0.0008721579	0.0003434725	0.0010049085	0.000483632
19	0.0011571255	0.0004244353	0.0011511036	0.0005342045
20	0.0013108957	0.0004448354	0.0012676732	0.0005858833
21	0.0014245449	0.0004652621	0.0013503666	0.0006170808
22	0.0015284755	0.0004553596	0.0014260999	0.0006370148
23	0.0016022534	0.0004454433	0.0014802584	0.0006693434
24	0.0015639374	0.00045577	0.0015346518	0.0007017356
25	0.0015663872	0.0004965092	0.0015579223	0.0007403817
26	0.0015483368	0.0005068938	0.0016022419	0.0007811758
27	0.0015507379	0.0005375799	0.0016362801	0.0008251618
28	0.0015634321	0.000558166	0.0016599742	0.0008713214
29	0.001586484	0.0005483236	0.0016900958	0.0009227717
30	0.0016199596	0.0005791035	0.0017351229	0.0009743612
31	0.0016742629	0.0006201015	0.0018257849	0.0010312804
32	0.0017391844	0.00064083	0.0019603051	0.0010779965
33	0.0018044364	0.0006615978	0.0021083137	0.0011300538
34	0.001911589	0.0007231468	0.0022689153	0.0011885228
35	0.0020089309	0.000815403	0.0024454824	0.0012544831
36	0.0021068441	0.0009078761	0.0026371792	0.0013248554
37	0.0022262636	0.0009291213	0.0028485364	0.0014048946
38	0.0023674094	0.0010015227	0.0030777387	0.0014946699
39	0.002520029	0.0010741358	0.0033294402	0.0015911182
40	0.0026421887	0.0011674586	0.003603012	0.0017026934
41	0.0028497245	0.001240593	0.0039032861	0.0018221747
42	0.0031119014	0.0013447897	0.0042308927	0.0019580734
43	0.0033339704	0.0014802327	0.004588735	0.0021073982
44	0.0037606	0.0016162573	0.0049798654	0.002273486
45	0.0040849062	0.001763232	0.0054075107	0.0024576138
46	0.004359357	0.0019419481	0.0058739937	0.0026632247
47	0.0046588372	0.0020492227	0.0063829597	0.0028895828
48	0.0050056883	0.0021363976	0.0069428222	0.0031423884

TABLE 7.3 – Taux des sorties décès selon les tables de mortalités TD88/90 et PF60/64

On a utilisé les tables de mortalités pour les taux de sorties décès vu que les sortie décès dans notre base de données ne reflètent pas la réalité de la mortalité de la population, le choix de la table se fait par l'utilisateur de l'application qu'on détaillera plus dans les annexes suivantes..

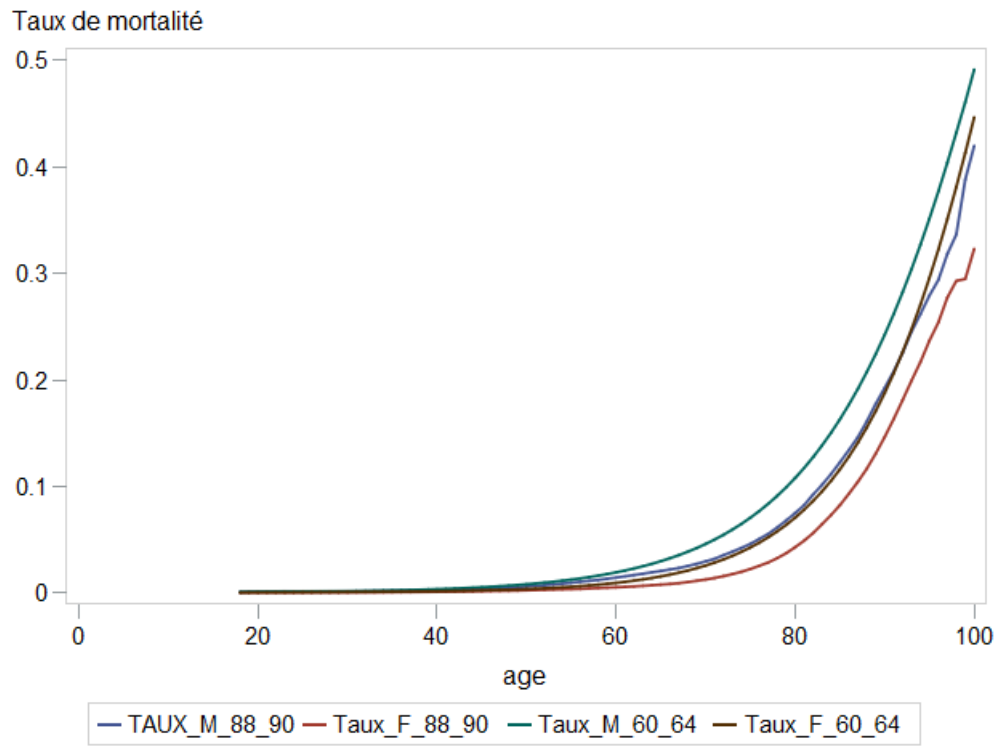


FIGURE 7.2 – Comparaison entre les taux des tables de mortalités TD88/90 et PF60/64

## Annexe 2 : L’outil SAS Enterprise Guide

SAS Enterprise Guide est un logiciel qui génère du code SAS à travers une interface presse-bouton. Il est orienté vers la construction de requêtes (extraction de données, jointures) et la statistique plutôt descriptive (graphiques, stats exploratoires). Il possède des interfaces pour la construction de modèles (régression linéaire, logistique, données de survie). En d’autres termes, il permet la manipulation des données et la publication des résultats sous la forme voulue.

SAS guide vous permet de :

- Importer des données à partir d’un fichier texte.
- Créer et enregistrer des projets.
- Ajouter des données SAS dans un projet.
- Créer un histogramme et un diagramme circulaire.
- Créer et modifier un rapport sous forme de liste.
- Utiliser une requête pour joindre les tables.
- Utiliser une requête pour créer une colonne calculée.
- Exécuter une analyse du modèle linéaire sur vos données.
- Combiner des rapports dans un seul document.
- Générer une table de statistiques descriptives.

SAS Enterprise Guide intègre une vaste gamme d’analyses avec la puissance du logiciel SAS dans une application d’interface utilisateur graphique efficace et conviviale.

Une fois SAS Enterprise Guide lancé, les fenêtres sont disposées conformément à la figure montrée ci-dessous. L’espace travail est la zone principale de l’application SAS Enterprise Guide où sont présentés les données, le code, les journaux, les résultats des tâches et les flux de processus.

Dès que l’utilisateur ouvre l’application, il aura devant lui une interface, des paramètres à choisir pour la création du scénario voulu afin de calculer son BE et son SCR.

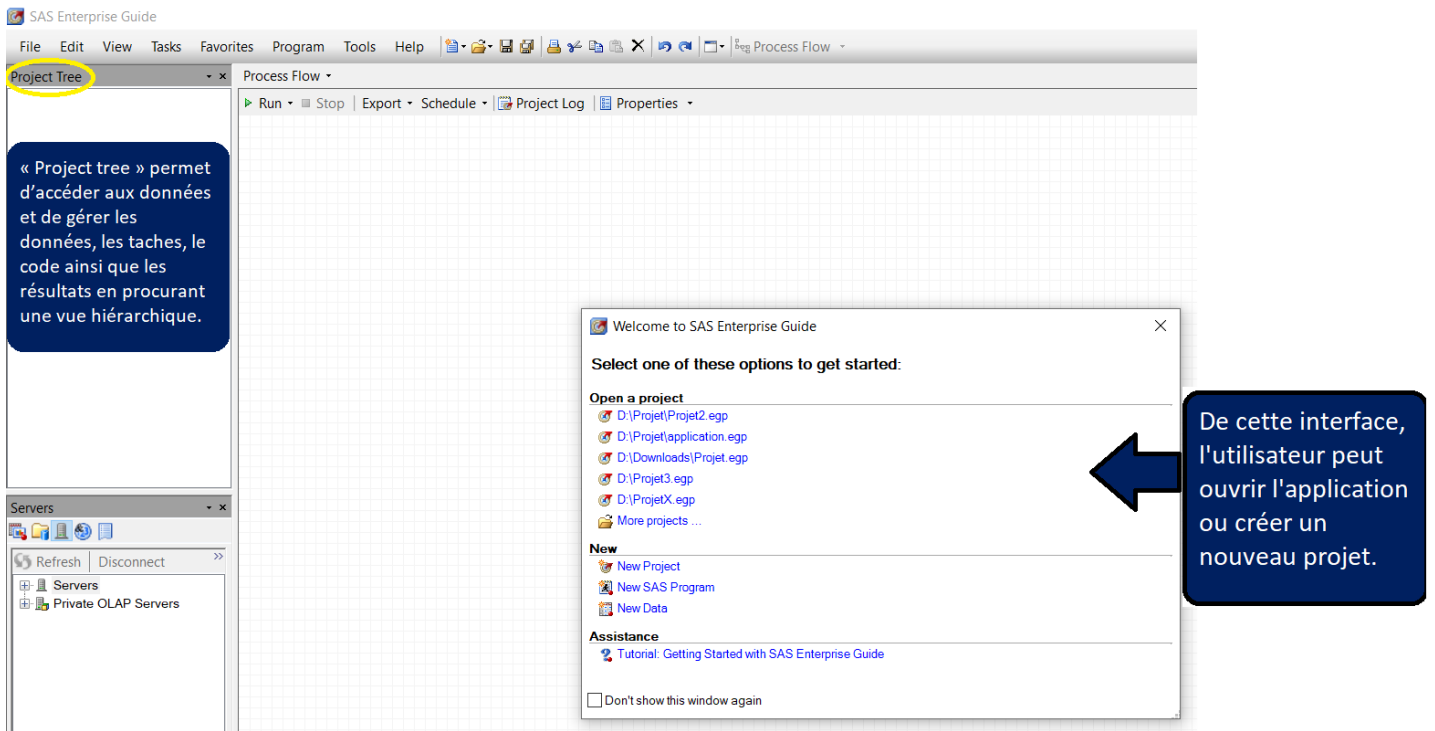


FIGURE 7.3 – Une petite explication de l'interface SAS Guide

## Annexe 3 : Liste complète des variables existantes dans les bases de données

	Variable	Désignation	Type
Base Financiers	Annee_calcul	L'exercice de calcul des réserves	Entier
	Ville_Guichet	Le code de la ville du souscripteur	Texte
	Numero	le numéro/code affecté à chaque assuré, il est unique.	Texte
	Age_Assure	L'âge de l'assuré à l'année de calcul	Entier
	Date_effet	La date à partir de laquelle le risque est pris en charge par l'assureur.	Date
	Cotisation_exercice	La prime versée par l'assuré durant chaque exercice	Numérique
	Rachat_partiel_exercice	Rachat partiel effectué par l'assuré durant chaque exercice	Numérique
	Reserve_prec	la réserve relative à l'assuré à la fin de l'année antérieure à l'exercice concerné	Numérique
	Reserve	la réserve relative à l'assuré au début de l'exercice concerné.	Numérique
	Libelle_produit	Libellé du produit concerné	Texte
Base des sortie	LibelleProduit	Le nom du produit souscrit par l'assuré et sujet de la sortie.	Texte
	Numero	Le numéro du contrat relatif à l'assuré, il correspond à « Numero » dans la base financière.	Texte
	Libelle	Le type de sortie effectué par l'assuré.	Texte
	Date_demande	La date à laquelle l'assuré a déposé sa demande de prestation à l'assureur.	Date
	Ann_etablissement	Année de validation de la demande par l'assurance.	Numérique
	Montant	Le montant acquitté par l'assureur au titre de la prestation demandé pour les types de sortie autres que décès.	Numérique
	Ann_reglement	L'année où le règlement de la prestation a été effectué.	Numérique
	Date_naissance	La date de naissance de l'assuré concerné.	Date
	Date_Effet	La date de souscription de l'assuré au contrat concerné.	Date
	IDPRODUIT	ID du produit concerné	Numérique
	Montantevaluation	Le montant acquitté par l'assureur au titre de la prestation demandé pour les types de sortie décès.	Numérique
	Modereglement	Le type du règlement.	Numérique
	Date_reglement	La date où le règlement de la prestation a été effectué.	Date

TABLE 7.4 – Tableau des variables leurs désignations et leurs types

# Annexe 4 : L'application créé sous SAS Entreprise Guide et un guide d'utilisation

## Introduction

Dans cette partie on présentera l'application que nous avons développée sous l'outil présenté précédemment, qui est SAS Enterprise Guide afin de concrétiser toutes les étapes présentées dans les chapitres précédents. Effectivement, cette application permet d'automatiser tous les calculs nécessaires pour la valorisation des provisions techniques prudentielles ainsi que pour le calcul du capital de solvabilité requis (SCR). Elle permet alors de :

- Corriger et retraiter les bases de données initiales fournies par notre organisme hôte (RMA).
- Etablir les tables des réserves et des sorties (rachat, distribution, liquidation) en montant et en nombre.
- Calculer les taux de sorties en montant et en nombre.
- Calculer les taux moyens de sorties en montant et en nombre.
- Lisser les taux moyens de sorties en montant et en nombre.
- Faire les projections des réserves et des différentes sorties à partir d'une année de base.
- Calculer le Best-Estimate avec ses deux composantes.
- Calculer le capital de solvabilité requis de souscription en vie.

L'application est composée de trois flux de processus responsables d'effectuer les tâches citées ci-dessus comme le montre la figure suivante :

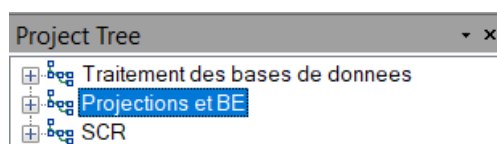


FIGURE 7.4 – Les trois flux de processus de l'application

Afin de bien comprendre le fonctionnement de l'application, on passera à la présentation de chaque section de l'interface.

## 1. Traitements effectués sur les données

La première partie de notre projet consistait à traiter les données. Ce premier flux de processus de l'application «Traitement des bases de données» sert à importer les données et les corriger pour avoir une base de données finale nettoyée.

### 1.1 Importation des données

Parmi les avantages de SAS Enterprise Guide est qu'il permet un accès facile et rapide aux sources de données d'entreprise pour différents utilisateurs, à des fins d'analyse, planifier des projets, partager des résultats et intégrer facilement des résultats pour une utilisation répétée. D'après le bouton «Import Data» dans le menu «File», nous pouvons importer nos deux bases de données, à savoir la base du Dossier financier et la base de types de sortie .

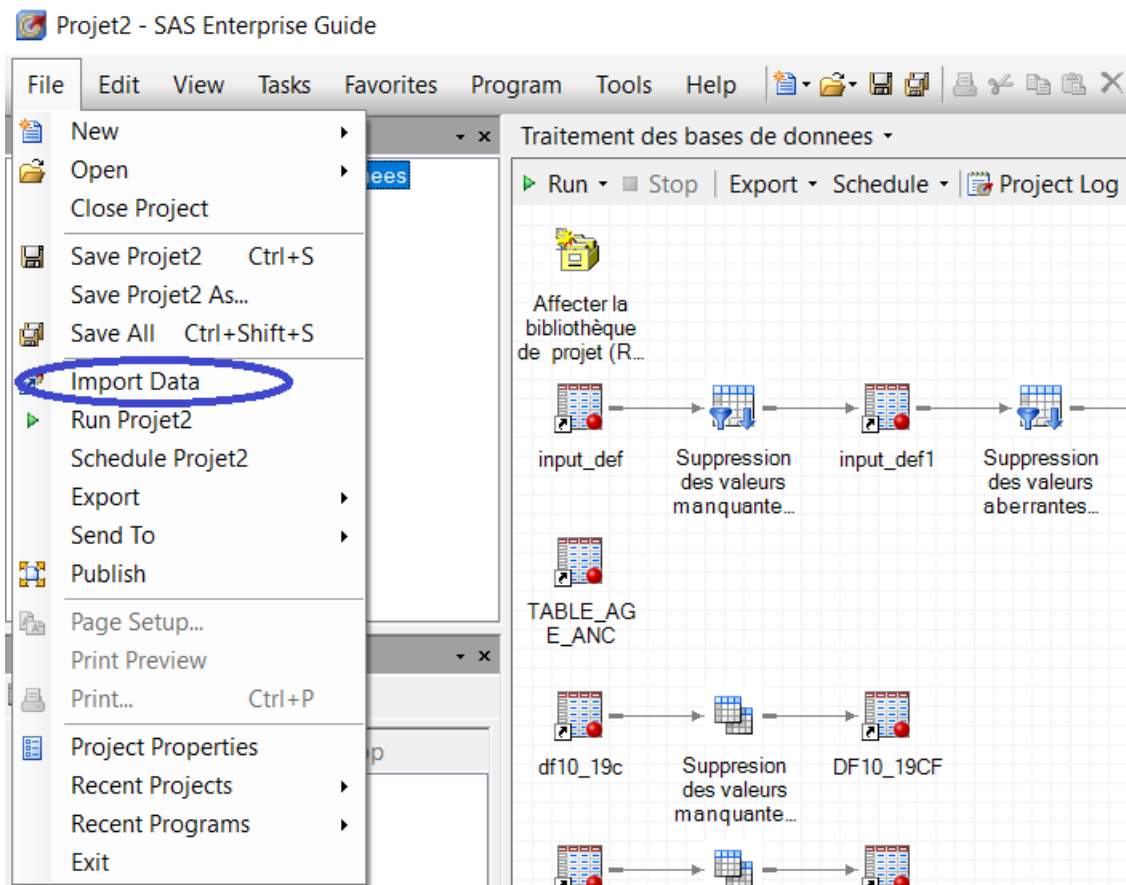


FIGURE 7.5 – Importation des données sous SAS Enterprise Guide

Ce bouton permet d'importer un fichier quel que soit son emplacement.

Une fois les deux bases de données (dossier financier et type de sortie) fournies par la BAM importées, on pourra alors effectuer notre traitement et calculer les variables qui nous serviront dans nos calculs par la suite. Ci-après des extraits de ces bases de données affichées sous SAS Guide :

MODEREGLLEMENT	date_regleme nt	ann_etablissem ent	ann_reglemen t	Ann_terme	date_effet	date_terme	DATE_naissa nce	date_demand e	IDPRODUIT	Montant	LIBELLEPRO DUIT	NUMERO
2	27/10/2009	2009	2009	2055	26/06/2009	05/03/2055	05/03/1990	13/10/2009	1882501	2293.22	Retraite Active	430022000444
2	26/11/2009	2009	2009	2055	26/05/2009	15/01/2055	15/01/1990	16/11/2009	1882501	958.57	Retraite Active	821022000011
2	18/09/2009	2009	2009	2055	26/05/2009	04/01/2055	04/01/1990	04/09/2009	1882501	191.56	Retraite Active	122012000041
2	13/10/2009	2009	2009	2055	26/02/2009	30/12/2055	30/12/1990	25/09/2009	1882501	2405.58	Retraite Active	270092000511
2	05/09/2012	2012	2012	2058	08/03/2012	26/12/2058	26/12/1993	13/08/2012	1882501	958.2	Retraite Active	640242000530
2	22/11/2012	2012	2012	2058	11/07/2012	13/03/2058	13/03/1993	31/10/2012	1882501	383.3	Retraite Active	281032000531
2	15/10/2012	2012	2012	2058	11/04/2012	22/03/2058	22/03/1993	14/09/2012	1882501	768.13	Retraite Active	794502000552
2	05/09/2011	2011	2011	2057	30/04/2011	01/01/2057	01/01/1992	23/08/2011	1882501	573.23	Retraite Active	821032000528
2	26/07/2011	2011	2011	2057	16/04/2011	01/04/2057	01/04/1992	08/07/2011	1882501	190.81	Retraite Active	821032000515
2	15/11/2010	2010	2010	2056	26/06/2010	30/05/2056	30/05/1991	01/11/2010	1882501	381.61	Retraite Active	270142000385
2	25/11/2016	2016	2016	2021	03/09/2016	31/12/2021	15/04/1997	16/11/2016	9985351	960.4	CRESCENDO	640340000001
2	03/12/2015	2015	2015	2061	01/05/2015	04/06/2061	04/06/1996	12/11/2015	1882501	570	Retraite Active	270092002312
2	10/10/2014	2014	2014	2060	17/01/2014	16/09/2060	16/09/1995	17/09/2014	1882501	1900	Retraite Active	330082000551
2	03/10/2014	2014	2014	2060	01/07/2014	15/04/2060	15/04/1995	19/09/2014	1882501	570	Retraite Active	640272000565
2	02/12/2014	2014	2014	2060	01/02/2014	15/02/2060	15/02/1995	19/11/2014	1882501	1520	Retraite Active	450162000572
2	28/11/2013	2013	2013	2059	17/05/2013	30/05/2059	30/05/1994	21/11/2013	1882501	1926.53	Retraite Active	794542000531
2	04/07/2018	2018	2018	2064	05/01/2018	12/09/2064	12/09/1999	25/06/2018	1882501	570	Retraite Active	765012001302
2	28/12/2018	2018	2018	2064	02/02/2018	06/04/2064	06/04/1999	13/12/2018	1882501	11875	Retraite Active	430072000528
2	23/08/2016	2016	2016	2062	04/05/2016	18/07/2062	18/07/1997	10/08/2016	1882501	380	Retraite Active	170072000590
2	30/05/2017	2017	2017	2063	04/04/2017	22/12/2063	22/12/1998	16/05/2017	1882501	1425	Retraite Active	480022002099
2	16/06/2016	2016	2016	2062	21/01/2016	01/01/2062	01/01/1997	10/06/2016	1882501	1187.5	Retraite Active	028012002367
2	01/08/2016	2016	2016	2061	26/03/2016	20/05/2061	20/05/1996	22/07/2016	1882501	570	Retraite Active	670712002583
2	02/03/2016	2016	2016	2061	07/01/2016	26/02/2061	26/02/1996	17/02/2016	1882501	190	Retraite Active	815012002310
2	29/08/2016	2016	2016	2061	05/04/2016	20/02/2061	20/02/1996	16/08/2016	1882501	475	Retraite Active	270072002154
2	10/11/2016	2016	2016	2061	03/05/2016	02/01/2061	02/01/1996	25/10/2016	1882501	950	Retraite Active	735012000999
2	31/10/2016	2016	2016	2061	12/05/2016	02/05/2061	02/05/1996	17/10/2016	1882501	950	Retraite Active	270172002720

FIGURE 7.6 – Extrait de la base des types de sortie

annee_calcul	NUMERO	age_assure	date_effet	cotisation_ex ercice	cumul_cotisati on	rachat_partiel exercice	cumul_rachat	reserve_prec	reserve	Libelle_produi t	anciennete
2010	810130004432	20	21DEC2010	129350	129350	-	-	0	128945.59	CRESCENDO	0
2010	780490005828	20	08OCT2010	119400	119400	-	-	0	119779.95	CRESCENDO	0
2014	99140V000008	20	11DEC2014	398400	398400	-	-	0	398400	VALOREM	0
2015	99070V000003	20	14JUL2015	391428	391428	-	-	0	391428	VALOREM	0
2015	99094V000005	20	16OCT2015	597600	597600	-	-	0	597600	VALOREM	0
2015	99070V000006	20	15JUL2015	258960	258960	-	-	0	258960	VALOREM	0
2019	780940000954	20	21DEC2019	1300000	1300000	-	-	0	1292200	CRESCENDO	0
2019	726010021895	20	07MAY2019	300000	300000	-	-	0	298200	CRESCENDO	0
2017	780700007559	20	04APR2017	397600	397600	-	-	0	397600	CRESCENDO	0
2017	787020004212	20	14MAR2017	49500	49500	-	-	0	49500	CRESCENDO	0
2011	810240000004	20	23FEB2011	1991000	1991000	-	-	0	2029765.15	CRESCENDO	0
2012	450100056397	20	01MAR2012	49500	49500	-	-	0	49500	CRESCENDO	0
2010	110020000002	20	10MAY2010	298500	298500	-	-	0	303491.45	CRESCENDO	0
2012	720120000511	20	15OCT2012	228620	228620	-	-	0	228620	CRESCENDO	0
2013	780370017104	20	02AUG2013	248500	248500	-	-	0	248500	CRESCENDO	0
2012	780770003425	20	20JAN2012	79200	79200	-	-	0	79200	CRESCENDO	0
2012	270170013438	20	01FEB2012	347900	347900	-	-	0	347900	CRESCENDO	0
2013	621020000524	20	16APR2013	49500	49500	-	-	0	49500	CRESCENDO	0
2013	735010006215	20	08MAY2013	497000	497000	-	-	0	497000	CRESCENDO	0
2013	794680000506	20	06AUG2013	556640	556640	-	-	0	556640	CRESCENDO	0
2016	810100006755	20	20JUL2016	497000	497000	-	-	0	497000	CRESCENDO	0
2015	780720012827	20	26NOV2015	99400	99400	-	-	0	99400	CRESCENDO	0

FIGURE 7.7 – Extrait de la base du dossier financier

## 1.2 Traitement des données

Après avoir importé les bases de données nécessaires, on pourra maintenant les traiter et exécuter des tâches là-dessus. Pour ce faire, on sélectionne la tâche voulue dans le menu «TASKS» ou dans la barre des tâches juste au-dessus de la table des données affichée comme le montre la figure suivante.



FIGURE 7.8 – Tâches sous SAS Enterprise Guide

### 1.2.1 Types de sortie

On calcule l'ancienneté et l'âge à la date de sortie, et ceci en se basant sur les formules suivantes :

$$*Anciennete = ann\_reglement - date\_effet$$

$$*Age\_sortie = ann\_reglement - date\_naissance$$

Cette figure illustre la création des deux variables et la formule permettant de les calculer sous SAS Enterprise Guide :

Column	Details
Age_sortie	t1.ann_reglement-year(t1.date_naissance)
Anciennete	t1.ann_reglement-year(t1.date_effet)

FIGURE 7.9 – Création des variables ancienneté et l'âge sortie

Puis, dans la même requête on supprime ceux qui ont une ancienneté négative et un âge inférieur à 19 ans et à l'ancienneté + 19 ans, car par exemple un assuré d'âge 19 ans ne peut pas avoir une ancienneté égale à 3. Vu son âge il aura au maximum une ancienneté égale à 1.

The screenshot shows the SAS Enterprise Guide interface. On the left, a tree view displays the data source 't1 (INPUT\_DEF3)' with columns like 'MODEREGLEMENT', 'date\_reglement', 'ann\_etablissement', 'ann\_reglement', 'date\_effet', 'date\_terme', 'DATE\_naissance', 'date\_demande', 'IDPRODUIT', 'LIBELLEPRODUIT', 'NUMERO', 'MONTANT', 'MONTANTDEMANDERACHAT', 'MONTANTEVALUATION', 'LIBELLE'. Below this, 'Computed Columns' are listed: 'Age\_sortie', 'Anciennete', 'Ann\_terme', and 'LIBELLEPRODUIT'. The main window is in the 'Filter Data' tab, showing a 'Where' clause with two conditions: 'CALCULATED Age\_sortie >= 19 and CALCULATED Anciennete >= 0' and '(CALCULATED Age\_sortie) >= CALCULATED Anciennete + 19'. The 'Oper...' column shows 'AND' for the first condition.

FIGURE 7.10 – Suppression des valeurs aberrantes de la base des types de sortie

### 1.2.2 Dossier financier

De même, après importer la base de données, l'application se charge également du calcul de l'ancienneté à la date de sortie, en se basant sur la formule suivante :

$$*Anciennete = annee\_calcul - date\_effet$$

Après, dans la même requête on supprime d'une manière similaire à ce qu'on fait sur la base des types de sorties les valeurs aberrantes de ces deux variables du dossier financier.

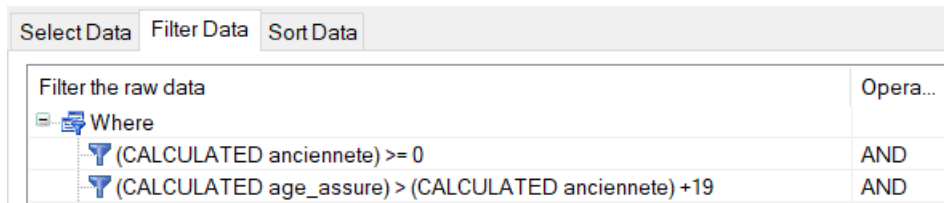


FIGURE 7.11 – Suppression des valeurs aberrantes du dossier financier

### 1.3 Projections et BE

Le flux de processus « Projections et BE » regroupe 9 programmes :

- « Rachat MT/NB » : Ce programme sert à établir les tables de rachat en montant/en nombre, de calculer les taux et les taux moyens de rachat en montant et en nombre ainsi que d'effectuer la partie du lissage des taux moyens de rachat par la loi log-normale.
- « Distribution MT/NB » : Ce programme sert à établir les tables de distribution en montant et en nombre, de calculer les taux et les taux moyens de distribution en montant et en nombre ainsi que d'effectuer la partie du lissage des taux moyens de décès par la loi log-normale.
- « Liquidation MT/NB » : Ce programme sert à établir les tables de liquidation en montant et en nombre, de calculer les taux et les taux moyens de liquidation en montant et en nombre ainsi que d'effectuer la partie du lissage des taux moyens de liquidation par la loi log-normale.
- « Projection MT/NB » : Ce programme sert à établir la projection des réserves et des flux de sortie en montant et en nombre.
- « BE » : Ce programme sert à calculer le BE d'engagement , BEFG et le BE global.

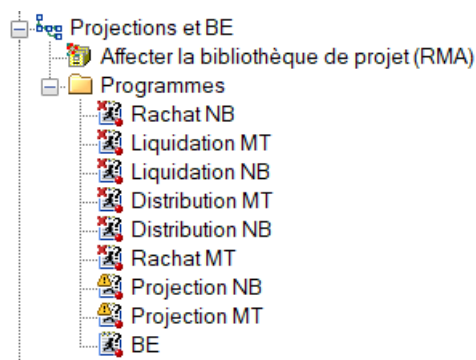


FIGURE 7.12 – Interface du flux de processus "Projections et BE"

SAS Enterprise Guide nous permet de créer une interface qui permette à l'utilisateur de choisir le produit que l'on souhaite appliquer dessus nos calculs, ainsi que l'ancienneté sur laquelle on fixe les taux de sortie quel que soit l'âge, l'ancienneté maximale à prendre (qui prise dans la plus part du temps égale à la maturité du produit) et aussi les années minimum et maximum pour le calcul des taux de sortie (Sous les normes de la SBR cette intervalle doit être égale à 10 ans, mais vu qu'il existe des produit fraîchement créés par la compagnie , on a choisi l'intégration de cette variable afin de donner plus de flexibilités à l'utilisateur) que l'on souhaite étudier est la suivante :

produit capitalisation

Available:

CRESCENDO  
EPARGNE PLUS  
VALOREM

Selected:

anciennete  
l'ancienneté à partir de laquelle on fixe le taux de sortie quelque soit l'âge

Anciennete\_Max  
L'ancienneté maximale correspondante au produit sélectionné

i  
l'année min à prendre pour la période fixée du taux moyen  
2010

j  
l'année max à prendre pour la période fixée du taux moyen  
2019

Run Cancel

FIGURE 7.13 – Interface de l'application partie 1

On obtient plusieurs output de ce flux de processus (les neuf programmes), premièrement, les tables des taux moyens lissés de chaque sortie par âge et par ancienneté données par les codes (Rachat, Liquidation, Distribution), sur la base de lesquelles on fait la projection par les codes (Projection). Puis sur ses projections on calcule le BE global. Dans les figures suivantes on montrera nos résultats de projections en montant pour le produit A et le BE.

Annee_proj	Reserve_anc	reserve_nouv	TotalRachat	TotalDeces	TotalDistr	Totalliqui	TotalSortie
2020	9526780371.7	7459100676.1	805444035.83	209233731.21	155024076.78	743936108.88	1913637952.7
2021	7459100676.1	5896971939.6	635920058.34	169051737.22	132751019.54	523385367.82	1461108182.9
2022	5896971939.6	4543225547.9	521696516.63	138083185.1	101296286.5	442951849.96	1204027838.2
2023	4543225547.9	3394278649.8	350626346.76	96513477.451	69245636.612	521058951.74	1037444412.6
2024	3394278649.8	2519239424.7	223965007.19	73288990.654	46052025.716	448728836.28	792034859.84
2025	2519239424.7	1835462101.2	137855133.43	58668778.087	28005052.307	401522775.73	626051739.55
2026	1835462101.2	1254397792.3	49500883.956	39955667.188	17189608.582	392259873.34	498906033.06
2027	1254397792.3	858881637.25	41618404.253	29050864.192	11898001.7	235004822.85	317572092.99
2028	858881637.25	589244817.06	24842204.978	20930887.78	8443076.5368	148369244.59	202585413.89
2029	589244817.06	423407650.09	14724879.457	14107466.992	6043171.5203	94164512.976	129040030.95
2030	423407650.09	269004576.26	8534294.0616	9054781.3635	2725939.4047	98603582.69	118918597.52
2031	269004576.26	176062272.42	2703163.1086	5188799.7774	1197179.1707	64204522.236	73293664.293
2032	176062272.42	85350844.245	261672.89861	2568114.1667	749122.54516	74596297.297	78175206.907
2033	85350844.24	0	0	0	0	72964357.781	72964357.781
2034	0.00	0	0	0	0	0	0
2035	0.00	0	0	0	0	0	0

TABLE 7.5 – Récapitulatif des projections des réserves et des sorties en montant pour le produit A

BE	Duration	BEFG	BE_Global	marge_risque
7.624.143.552,4	3.682	413.949,2	7.624.557.501,6	1.684.633.375,6

TABLE 7.6 – BE engagement, BEFG, BE global et duration

### 1.3 SCR

La deuxième partie de l'interface permet de choisir des chocs à appliquer sur les taux de sortie, un abattement pour les taux décès obtenus des tables de mortalités, une année de base sur laquelle on calcule les projections et un horizon pour les projections.

Le flux de processus « SCR » contient quatre programmes (SCR rachat, SCR catastrophe, SCR dépense, SCR global) qui sert comme leurs noms l'indique à calculer les SCR cités précédemment, et donne un output qui sera montré dans les figures suivantes.

<b>choc rachat</b> le choc du taux de rachat <input type="text" value="0.0"/>
<b>choc liquidation</b> le choc du taux de liquidation <input type="text" value="0.0"/>
<b>choc distribution</b> le choc du taux de distribution <input type="text" value="0.0"/>
Année de calcul initiale à partir de laquelle on fera la projection <input type="text" value="2019"/>
Tableau de mortalité <input type="text" value="TD_88_90"/>
L'abattement de la table de mortalité <input type="text" value="0.0"/>
horizon <input type="text" value="2059"/>
Frais de gestion <input type="text" value="100.0"/>

TABLE 7.7 – Interface de l'application partie 2

SCR_Rachat	SCR_Depense	SCR_Catastrophe	SCR_VIE
153.626.527,8	44.462,5	399.617,1	154.070.607,4

TABLE 7.8 – SCR rachat, SCR dépense, SCR catastrophe et SCR vie

# Annexe 5 : Les différents risques considérés dans le capital de solvabilité requis

**Risque de souscription** : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière, en raison d'hypothèses inadéquates en matière de sinistralité, de tarification et de provisionnement ;

- Le risque de souscription en vie tient compte du risque de mortalité ou de longévité, risque de rachat, risque de frais de gestion et risque de catastrophe.
- Le risque de souscription en non vie est mesuré en fonction du risque de primes, du risque de provisions, et du risque catastrophe.

**Risque de marché** : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant, directement ou indirectement, de fluctuations affectant le niveau de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers. Il est déterminé en fonction du risque immobilier, risque action, risque de taux, risque de spread et risque de change ;

**Risque de spread (marge de crédit)** : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant des changements touchant les marges additionnelles par rapport aux taux de référence exigées par les investisseurs sur les emprunts émis par des entités autres que l'État ;

**Risque de contrepartie** : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant d'un défaut de paiement d'une contrepartie ou d'une dégradation de sa qualité de crédit. Il correspond à la somme du risque de contrepartie des cessionnaires et risque de contrepartie des assurés ;

**Risque opérationnel** : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant de procédures internes, de membres du personnel, de systèmes inadéquats ou défectueux, ou d'événements extérieurs ;

**Risque de concentration** : le risque de perte ou de changement défavorable de la situation financière résultant d'un manque de diversité des émetteurs auxquels l'entreprise d'assurances et de réassurance est exposée. Autrement, il correspond à la perte des fonds propres qui résulterait de la baisse des actifs associés à un ensemble d'émetteurs appartenant au même groupe.

## Annexe 6 : Taux zéro coupon

maturité	Taux	Annee_proj
1	<b>0.024039760200000</b>	2018
2	<b>0.025441976100000</b>	2019
3	<b>0.026387638900000</b>	2020
4	<b>0.027154414200000</b>	2021
5	<b>0.028222891800000</b>	2022
6	<b>0.029452647500000</b>	2023
7	<b>0.030454622700000</b>	2024
8	<b>0.032481497600000</b>	2025
9	<b>0.033619714000000</b>	2026
10	<b>0.033887730400000</b>	2027
11	<b>0.035653244800000</b>	2028
12	<b>0.034370024300000</b>	2029
13	<b>0.036004129000000</b>	2030
14	<b>0.037992643200000</b>	2031
15	<b>0.038569990800000</b>	2032
16	<b>0.039163517200000</b>	2033
17	<b>0.039775504600000</b>	2034
18	<b>0.040950904200000</b>	2035
19	<b>0.041570687800000</b>	2036
20	<b>0.042127174800000</b>	2037
21	<b>0.042626612120000</b>	2038
22	<b>0.042626612120000</b>	2039
23	<b>0.042626612120000</b>	2040
24	<b>0.042626612120000</b>	2041
25	<b>0.042626612120000</b>	2042

FIGURE 7.14 – Taux zéro coupon fourni par BAM

# Bibliographie

- Rapport annuel RMA 2018.
- Rapport annuel ACAPS - secteur des assurances et de la réassurance 2018.
- Projet de circulaire de l'ACAPS, Solvabilité Basée sur les Risques (SBR), Version 12/2017.
- Dahir n° 1-02-238 du 25 rejeb 1423 (3 octobre 2002) portant promulgation de la loi n° 17-99 portant code des assurances.
- BERRADA SOUNI, « Solvabilité des entreprises d'assurance et de réassurance », Support de cours INSEA.
- F.MARRI, « Assurance Vie », Support de cours INSEA.
- A.Chaoubi, cours "Modèles linéaires généralisés GLM", INSEA 2019-2020.
- M.Berrouyne, "ANALYSE DE LA REGRESSION" - Support de cours Aspects théoriques et pratiques.
- F. Planchet, Méthodes de lissage et d'ajustement, Support de cours ISFA, 2017-2018.
- C.Khatir, Mémoire réalisé sous le thème "La Solvabilité Basée sur les Risques : Application à un produit d'assurance vie d'AXA ASSURANCE MAROC", INSEA 2018.
- Olga Gornouchkina, Mémoire réalisé sous le thème "Application des normes Solvency II en assurance-vie", université Louis Pasteur 2006/2007.

## Site WEB :

- <https://www.rmaassurance.com/>
- <https://www.acaps.ma/>
- <http://wikistat.fr/>
- <https://www.actuarialab.net/>