

INSEA

## Projet de Fin d'Etudes

\*\*\*\*\*

Analyse et hedging des gaps de trésorerie :  
Proposition d'une démarche de gestion améliorée

Préparé par : Mlle ACHY Aurélia et M. Maxwell OCHOFFA

Sous la direction de : *M. OULIDI Abderrahim*(INSEA)  
*Mme El HROUCHI Touria*(BCP)  
*M. CHARAFE-EDDINE Youssef* (BCP)

*Soutenu publiquement comme exigence partielle en vue de l'obtention du*

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

Option : Actuariat-Finance

*Devant le jury composé de :*

*M. OULIDI Abderrahim* (INSEA)  
*M. BAGHAGHA Layachi* (INSEA)  
*Mme El HROUCHI Touria*(BCP) / *M. CHARAFE-EDDINE Youssef* (BCP)

---

---

## **Résumé**

Le risque de taux peut entraîner une instabilité des résultats de la banque. Sa gestion est aujourd'hui fondamentale et très délicate. La banque doit accepter ce risque et l'intégrer dans son activité si elle veut obtenir un certain niveau de rentabilité. Elle doit également éviter une trop grande exposition pour éviter des pertes trop importantes. Ce travail présente en trois parties notre proposition pour aider la trésorerie de la salle des marchés du groupe Banque Populaire à atteindre un optimum dans la couverture du risque de taux. Il débouche sur la proposition d'une démarche de couverture et d'un ensemble de mesures du risque de taux sur la journée, qui s'appuient sur un modèle de déformation de la courbe des taux que nous avons développé en nous inspirant du modèle BGM et de l'ACP.

## **Mots-clés**

GAP, taux zéro-coupon, taux forward, STTI (Structure par Terme des Taux d'Intérêt), risque de taux, sensibilité, duration, ACP ,modèles de taux ,couverture optimale, option de taux, caps, floors, swaps, FRA.

---

## **Abstract**

Interest rate risk can lead to a significant earnings volatility of the bank. Its management is nowadays fundamental and very delicate. A bank must accept this risk and integrate it into its business if it wants to get a certain level of profitability. It should also avoid too much exposure to avoid too important losses. This work presents our three-part proposal to help our treasurers in the front office of the Group Banque Populaire to achieve an optimum in the hedging rate. It leads to a proposed approach to coverage and a set of measuring interest rate risk on the day, which are based on a model of deformation of the yield curve that we developed supported on the model we BGM model and the ACP.

## **Keywords**

GAP, zero-coupon rate, forward rate, TSIR (Term Structure of Interest Rates), interest rate risk, sensibility, duration, PCA, rate models, hedging, option, caps, floors, swaps, FRA.

---

## **Remerciements**

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui nous voudrions témoigner toute notre reconnaissance.

Nous désirons tout d'abord adresser nos sincères remerciements à notre professeur et encadrant M. OULIDI Abderrahim pour ses remarques, ses conseils et ses encouragements tout au long de ce travail.

Nous aimerions exprimer toute notre gratitude à nos encadrants externes : Mme Touria EL HROUCHI responsable du Desk Trésorerie et Marchés Monétaires et MR Youssef CHARAFE-EDDINE Responsable Desk Taux & Dérivés de Taux au sein de la Banque des Marchés du groupe Banque Populaire, pour leur patience, leur disponibilité et surtout pour les judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

Il en va de même pour tous les membres de la banque des Marchés du Groupe Banque Populaire, pour leurs conseils qui ont grandement facilité notre travail.

Nous voudrions enfin exprimer notre reconnaissance envers tous nos amis et collègues qui nous ont apporté leur support moral et intellectuel tout au long de notre cursus.

---

## Dédicaces

A DIEU TOUT PUISSANT qui ne m'a jamais abandonné , je te rend grâce pour tous les avantages dont tu m'a gratifié.

Je dédie ce modeste travail à mon père MR ACHY Kacou et à ma mère MME ACHY Gisèle , recevez chers parents , ma profonde gratitude pour la confiance que vous m'avez accordé et pour tous les sacrifices consentis à mon égard . je vous aime plus que tout .

A Elie , Naomie et Grace , j'espère être un modèle pour vous.

A Madame Touria EL HROUCHI , vous êtes des personnes que l'on oublie jamais .

A mon binôme Maxwell OCHOFFA ,merci pour ta patience , ta compréhension et pour tout le soutien accordé pendant mon parcours à l'INSEA , que DIEU TOUT PUISSANT te bénisse abondamment.

A ma soeur Nafissa SEYNI ABDOU , merci pour tes encouragements sache que tu occupes une place particulière dans mon cœur.

A Meriem AZOUZI, tu nous aurais rendu fier de toi.

A tous ceux dont les bienfaits et l'amitié resteront à jamais dans ma mémoire.

Ce travail vous est dédié, je ne l'aurai pas réalisé sans vous à mes cotés.

AURELIA ACHY

---

## **Dédicace**

A ma mère et à mon père, mes sources d'inspiration et mes motivations.

A Sagesse OCHOFFA, j'espère rester ton modèle et te voir te réaliser personnellement et professionnellement

A ADOU Kobenan, ALLOU Raymond, KONE Tilomian, TROMUDJ Aby et MERIANO Den parce que des frères ça ne s'oublie pas.

A tous ceux qui de près ou de loin m'ont soutenu, aimé et conseillé.

MAXWELL OCHOFFA

# Table des matières

---

Résumé . . . . .	3
Remerciements . . . . .	5
Dédicaces . . . . .	6
Listes des abréviations . . . . .	15
<b>Introduction</b>	<b>16</b>
<b>I Structure des marchés, courbes des taux et notion de risque de taux</b>	<b>19</b>
<b>1 Structure des marchés et organisation de la salle des marchés de la Banque</b>	
<b>Centrale Populaire</b>	<b>20</b>
1.1 Structure des marchés financiers . . . . .	20
1.2 Les différents acteurs du marché et leurs fonctions . . . . .	22
1.3 Organisation de la SDM-BP . . . . .	23
<b>2 Terminologie des taux d'intérêts</b>	<b>28</b>
2.1 Les différents types de taux d'intérêt . . . . .	28
2.2 Les spécifications pour le calcul de l'intérêt . . . . .	31
<b>3 Le risque de taux</b>	<b>34</b>
3.1 La notion de risque de taux . . . . .	34
3.2 Le dilemme du trésorier . . . . .	36
<b>II Etude de la gestion du risque de taux basée sur les gaps de trésorerie</b>	<b>38</b>
<b>1 La méthode de gaps de trésorerie</b>	<b>39</b>



1.1	Le principe de la méthode des gaps . . . . .	39
1.2	Étapes de construction des gaps : un exemple pratique . . . . .	40
<b>2</b>	<b>Mesures du risque de taux</b>	<b>42</b>
2.1	Sensibilité, Duration . . . . .	42
2.1.1	Sensibilité . . . . .	42
2.1.2	Duration . . . . .	43
2.2	La Value at Risk . . . . .	44
2.3	Extension de la méthode des gaps . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Couverture du risque de taux</b>	<b>46</b>
3.1	Instruments de couverture . . . . .	46
3.1.1	Le Forward Rate Agreement . . . . .	46
3.1.2	Les swaps . . . . .	48
3.1.3	Les options de taux . . . . .	49
3.2	les stratégies de couverture . . . . .	50
3.2.1	Insensibilisation . . . . .	50
3.2.2	Stratégies optionnelles . . . . .	51
3.2.3	Recherche d'un équilibre . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Modèles de déformation de la courbe de taux Zéro-coupon</b>	<b>55</b>
4.1	Un modèle d'équilibre partiel à un facteur : le modèle de Vasicek . . . . .	56
4.2	Un modèle d'AOA à un facteur : le modèle de Hull & White . . . . .	58
4.3	Modèle de Brace, Gatarek et Musiela . . . . .	59
<b>III</b>	<b>Mise en œuvre pratique</b>	<b>61</b>
<b>1</b>	<b>Analyse des gap construits pour la journée du 18/03/2014</b>	<b>62</b>
1.1	Lecture horizontale . . . . .	62
1.2	Lecture verticale . . . . .	63
<b>2</b>	<b>Une brève étude des mouvements de la courbe de taux</b>	<b>65</b>
2.1	Les données de travail - construction des courbes ZC uniformes . . . . .	65
2.2	Analyse historique des variation de taux . . . . .	67

2.2.1	Étude de l'évolution historiques des taux de marché . . . . .	67
2.2.2	Étude des corrélations . . . . .	71
2.2.3	Analyse en composantes principales des mouvements de taux . . . . .	72
2.2.4	Distributions historiques . . . . .	74
<b>3</b>	<b>Essai de modélisation des mouvements de la courbe des taux</b>	<b>77</b>
3.1	Le modèle de déformation choisi . . . . .	77
3.2	Le modèle gouvernant les chocs . . . . .	78
3.2.1	Modélisation du risque de premier ordre (choc $\theta_1$ ) . . . . .	80
3.2.2	Modélisation du risque de deuxième ordre (choc $\theta_2$ ) . . . . .	83
3.2.3	Modélisation du risque de troisième ordre (choc $\theta_3$ ) . . . . .	87
3.2.4	Récapitulatif des modèles de risque . . . . .	91
3.2.5	Démarche de prévision sur la base de ce modèle . . . . .	92
<b>4</b>	<b>Calcul d'une VaR sur le portefeuille</b>	<b>94</b>
4.1	Calcul de la VaR liquidative pour une tendance haussière générale . . . . .	94
4.2	Calcul d'une VaR liquidative à partir de notre modèle . . . . .	95
4.3	Lecture des résultats . . . . .	96
4.4	Procédure de stress test . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Valorisation des instruments de couverture</b>	<b>98</b>
5.1	Évaluation des FRA . . . . .	98
5.2	Évaluations de swaps . . . . .	100
5.2.1	Évaluation des swaps de taux . . . . .	100
5.2.2	Évaluation des swaps de devises . . . . .	101
5.3	Évaluation des options de taux européennes (caps et floor) . . . . .	102
<b>6</b>	<b>Calcul du portefeuille optimal</b>	<b>105</b>
6.1	Calibrage des paramètres de l'optimum . . . . .	106
6.1.1	Calibrage des paramètres du choix "ne rien faire" . . . . .	106
6.1.2	Calibrage des paramètres du choix "acheter une option" . . . . .	107
6.2	Lecture des résultats . . . . .	109
<b>7</b>	<b>Synthèse</b>	<b>111</b>
7.1	La démarche proposée . . . . .	111

7.2 Apports de notre travail . . . . .	111
<b>Conclusion</b>	<b>113</b>

# Table des figures

1.1	Extrait de la balance 18/03/2014 - Première ligne . . . . .	63
1.2	Extrait de la balance 18/03/2014 - Dernière ligne . . . . .	63
1.3	Extrait de la balance 18/03/2014 - Vision verticale . . . . .	64
2.1	Progression historique des taux d'intérêt (EUR) pour les différentes maturités .	68
2.2	Découpage empirique en périodes distinctes de l'historique EUR-1M . . . . .	69
2.3	Variations historiques des taux d'intérêt (EUR) . . . . .	70
2.4	Effet des facteurs de l'ACP sur les taux des différentes maturités . . . . .	73
2.5	Distribution historique des taux EUR-SW . . . . .	75
3.1	Évolution des chocs subits sur chaque axes dans le temps . . . . .	79
3.2	Corrélogramme (ACF) et corrélogramme partiel (PACF) su risque de premier ordre . . . . .	80
3.3	Résultat synthétique du test de bruit blanc de Ljung & Box pour les résidus du modèle de risque de premier ordre . . . . .	82
3.4	Ajustement obtenu pour les chocs de premier ordre . . . . .	83
3.5	Corrélogramme (ACF) et corrélogramme partiel (PACF) su risque de second ordre	84
3.6	Résultat synthétique du test de bruit blanc de Ljung & Box pour les résidus du modèle de risque de deuxième ordre . . . . .	86
3.7	Ajustement obtenu pour les chocs de second ordre . . . . .	87
3.8	Corrélogramme (ACF) et corrélogramme partiel (PACF) su risque de troisième ordre . . . . .	88
3.9	Résultat synthétique du test de bruit blanc de Ljung & Box pour les résidus du modèle de risque de troisième ordre . . . . .	90
3.10	Ajustement obtenu pour les chocs de troisième ordre . . . . .	91
3.11	Projection de la courbe ZC-EUR du 18/03/2014 (jour j) au 19/03/2014 (jour j+1)	93
4.1	Mesures de risque introduites - tableau des indicateurs . . . . .	96

4.2	Mesures de risque introduites - expositions aux facteurs de risque . . . . .	97
5.1	Capture de notre pricer de FRA . . . . .	99
5.2	Capture de notre pricer de Swaps de taux . . . . .	101
5.3	Capture de notre pricer de Swaps de devises . . . . .	102
5.4	Capture de notre pricer de caps et floor . . . . .	103
6.1	Répartition optimale par gap . . . . .	109

# Liste des tableaux

2.1	Exemple illustratif de l'effet du choix de la base de calcul . . . . .	33
2.2	Exemple illustratif de l'effet du choix du mode de composition . . . . .	33
1.1	Exemple d'opérations sur une journée d'activité (18/03/2014) . . . . .	40
1.2	Impasses en liquidité sur la journée exemple considérée (18/03/2014) . . . . .	41
2.1	P values du test de Dickey & Fuller resp. pour la série des taux et des variations des taux . . . . .	71
2.2	Triangle inférieur de la matrice de corrélation . . . . .	72
2.3	P values du test de Jarque Bêra pour la série des variations des taux . . . . .	75
3.1	P values du test de Dickey & Fuller pour les chocs . . . . .	79
3.2	Comparaison des AIC des différents modèles . . . . .	81
3.3	Comparaison des AIC des différents modèles . . . . .	85
3.4	Comparaison des AIC des différents modèles . . . . .	89

## Listes des abréviations

AOA : Absence d'Opportunités d'Arbitrage

BP : Banque Populaire

bp : point de base (basis point)

BGM : BRACE, GARATEK et MUSELIA

BO : Back Office

EUR : Euro

H& W : HULL et WHITE

FO : Front Office

FOREX : Foreign Exchange

FRA : Forward Rate Agreement

IBOR : InterBank Offer Rate

MO : Middle Office

OTC : Over The Counter

PME : Petite et Moyenne entreprise

PMI : Petite et moyenne industrie

PNB : Produit Net Bancaire

SDM : Salle des Marchés

VaR : Value At Risk

ZC : Zero Coupons

# Introduction



## Introduction

Dans un environnement financier marqué par une évolution spectaculaire des métiers de la finance et la multiplication des besoins et risques qui entachent les opérations financières, la banque d'aujourd'hui se diversifie, ne se cantonne plus à la simple collecte et redistribution des fonds, mais s'investit plus dans des opérations plus complexes. Mis à part les opérations classiques de prêt et emprunts, on observe aussi des montages plus sophistiqués tels que les produits dérivés, structurés et autres.

Toutes ces opérations sont exposées à des risques de marché. Dans un souci d'optimisation de la gestion opérationnelle de chacune de ses activités, la salle des marchés du groupe Banque Populaire a opté pour une répartition en fonction des métiers ce qui permet une spécialisation de chaque intervenant dans un type de produit et donc à la gestion d'un type précis de risque.

Le Front Office est considéré à ce effet comme le centre de la prise de décision. Il est organisé en quatre DESKS spécialisés : le DESK de change qui s'occupe des dérivés de change et matières premières, le DESK obligataire chargé des activités taux et dérivés de taux, le DESK Corporate (ou commercial) est l'interface entre les marchés et la clientèle de la banque (particuliers, PMI, PME et investisseurs institutionnels) et enfin le DESK trésorerie.

L'activité des trois premiers DESKS entraînent des mouvements importants de capitaux dont les contreparties financières convergent vers le DESK trésorerie. Il est chargé de la gestion de la trésorerie générale du groupe et qui a pour mission principale d'assurer la liquidité et la rentabilité et de refinancer les activités des entités membres du groupe. Elle est donc confrontée, dans la réalisation de sa mission, à deux principaux risques : les risques de taux et de liquidité.

Notre objectif au cours de ce stage a été l'étude de l'activité du DESK trésorerie dans sa démarche de gestion du risque de taux. Cette démarche se fonde sur la constitution de gaps qui

---

fournissent un aperçu du niveau de risque, en termes de liquidité et de taux, dans le temps.

Ce travail a consisté à proprement parlé à étudier la gestion de trésorerie sous ses différents aspects depuis la constitution des gaps jusqu'à la mise en place d'une couverture.

Quel est le niveau de risque de taux réellement encouru par la trésorerie ? Quels sont les moyens de couverture disponibles ? Existe-t-il un moyen d'optimiser les éventuelles couvertures choisies ? Ces questions ont été le fil conducteur de notre travail pendant les quatre mois passés au sein du DESK trésorerie de la salle des marchés.

Nous avons tenté d'apporter des réponses à ces questions en trois étapes. La première partie est consacrée à la description du cadre général du travail à travers la présentation de concepts généraux tels que la structure de marché, la courbe de taux et le risque de taux. La deuxième partie concerne l'étude de la gestion du risque de taux basée sur les gaps de trésorerie, à laquelle nous proposerons des extensions en vue d'une gestion optimale. La troisième et dernière partie quand à elle sera la mise en œuvre pratique des extensions et fera le point sur l'apport de ces propositions.

Ce travail concerne trois devises. Pour des raisons de clarté dans la lecture, nous nous sommes limités dans ce rapport à la seule étude des éléments libellés en Euro. Les démarches de travail et les recommandations éventuelles dans les autres devises (USD et MAD) devant être construites de manière analogue.

Partie I

**Structure des marchés, courbes des  
taux et notion de risque de taux**

## Structure des marchés et organisation de la salle des marchés de la Banque Centrale Populaire

Ce chapitre est consacré à une courte présentation de l'environnement dans lequel travaillent les différents acteurs des marchés financiers. Nous essayons dans les lignes à venir de donner au lecteur une idée assez claire du contexte dans lequel nous avons évolué lors de notre stage.

Nous commencerons par donner une description globale des marchés financiers et des agents qui y interviennent avec leurs objectifs et fonctions respectives, avant de nous focaliser sur la répartition de l'activité de la SDM-BP entre ses quatre différents Desks.

### 1.1 Structure des marchés financiers

#### **Une multitude de marché**

Les marchés sont les lieux où sont confrontés l'offre et la demande des valeurs, en l'occurrence l'argent. Il n'y a pas un seul marché mais des marchés financiers, qui se différencient selon les instruments qui y sont négociés. A chaque instrument, donc, son marché financier.

Par exemple, le marché actions qui permet la négociation de titres de propriété des entreprises qui y sont cotées. Le marché obligataire qui permet aux entreprises, aux institutions financières ou aux Etats d'emprunter des capitaux sur le moyen ou long terme. Le marché monétaire permet aux institutions financières, aux grandes entreprises ou aux Etats de placer ou d'emprunter de l'argent sur de courtes ou de très courtes périodes. Le marché des dérivés sert à couvrir les risques de variations futures des prix des actifs, de taux ou de change. On peut

terminer cette liste d'exemples avec le marché des devises qui permet l'échange de devises. On parle de FOREX (foreign exchange).

La nature des échanges entre offreurs et demandeurs d'un marché permet une classification de ce dernier dans la classe des marchés organisés ou dans celles des marchés de gré à gré.

## **Les marchés organisés**

Un marché organisé est un marché sur lequel sont échangés des contrats standardisés, élaborés par les autorités de marché. Sur ces marchés, les contreparties ne négocient pas directement. Elles placent des ordres d'achat ou de vente dont la confrontation va permettre de dégager un prix pour le bien négocié. Ces marchés sont arbitrés par une entreprise de marché qui définit les règles, habilite les participants, organise et supervise les négociations et veille au bon fonctionnement des infrastructures techniques.

La participation à un marché organisé n'est pas ouverte au public, mais aux seuls membres habilités à négocier pour l'entreprise. Les membres du marché se chargent de transmettre les ordres de leurs clients, particuliers ou institutionnels. De plus les émetteurs des instruments financiers négociés sur un marché réglementé doivent respecter des obligations de diffusion d'information.

La concentration des offres d'achat et de vente en un seul lieu permet de maximiser les chances d'exécution d'un ordre transmis au marché. On parle alors de liquidité du marché pour désigner cette capacité à absorber les ordres d'achat et de vente.

Par ailleurs, le caractère public de la négociation, garantit l'égalité de traitement de l'ensemble des participants. Il faut ajouter que l'existence d'une chambre de compensation et la surveillance des autorités de marché garantit que les acheteurs seront livrés et les vendeurs payés dans les délais prévus par les règles de fonctionnement du marché et donc la sécurité des transactions.

De plus, l'interposition de la chambre de compensation entre les acheteurs et les vendeurs permet, outre la garantie de bonne fin, l'anonymat des transactions.

Tous ces avantages contribuent à instaurer la confiance au sein des marchés.

## Les marchés de gré à gré

Sur les marchés dit de gré à gré, acheteurs et vendeurs négocient directement les prix pour leurs transactions. Les échanges sont conclus par téléphone ou par l'intermédiaire de plateformes informatiques entre deux institutions financières ou entre une institution et l'un de ses clients.

Ces institutions jouent souvent le rôle de teneurs de marché, ou market-makers, pour les produits les plus courants. Cela veut dire qu'elles cotent des prix auxquels elles sont prêtes à acheter (prix demandé ou BID) et des prix auxquels elles acceptent de vendre (prix offert ou ASK).

Les transactions sur les marchés OTC sont en général d'un montant moyen plus important que sur le marché organisé et les conversations téléphoniques sont enregistrées pour régler les litiges éventuels. L'avantage essentiel du marché OTC est la possibilité de traiter des produits sur mesure, la contrepartie étant qu'une des deux parties puisse faire défaut. Les marchés organisés ont, par contre, défini des règles de fonctionnement qui rendent ce risque pratiquement nul.

## 1.2 Les différents acteurs du marché et leurs fonctions

On distingue, sur le marché, trois types d'intervenants qui sont différenciés par leur comportement et leurs motivations. Il s'agit des Hedgers (ou opérateurs en couverture), des spéculateurs et des arbitragistes.

Les Hedgers sont des agents averses aux risques de marché. Ils recherchent alors des outils financiers leur permettant de mettre leurs positions à l'abri des fluctuations adverses du marché. La grande diversité des produits dérivés qui s'échangent aujourd'hui, vise initialement à satisfaire le besoin de garantir le prix ou les rendements.

Les spéculateurs sont des agents de marché moins averses au risque. Ils considèrent les actifs flottants et risqués comme des opportunités de profits rapides. Ils adoptent donc sciemment des positions ouvertes, longues (achat) ou courtes (vente), avec l'intention d'en tirer bénéfice. Les spéculateurs sont essentiels à l'animation des marchés car ils fournissent des contreparties

aux Hedgers, en leur proposant de racheter leur risque.

Les arbitragistes, quant à eux, recherchent sur le marché des opportunités de gain sans risque ou en échange d'un risque minimum. Ils sont donc à l'affût de la moindre différence de cours ou de taux d'intérêt qui pourrait exister, momentanément, entre différentes places ou différents compartiments du marché. Lorsque l'opportunité se présente, l'arbitrage qu'ils effectuent, combinant souvent plusieurs opérations d'achat et de vente, au comptant et à terme, leur permet de réaliser un profit sans risque.

L'arbitragiste, tout comme le spéculateur, recherche le profit, mais à la différence de ce dernier, il cherche à se couvrir comme un Hedger, il ne prend pas de risque. Ces trois rôles permettent de créer "en théorie" un marché efficient sur lequel les prix reflèteraient en permanence une perception cohérente de la valeurs des actifs échangés.

En résumé, un spéculateur génère un risque, un Hedger couvre un risque et un arbitragiste fait les deux, afin de tirer profit des incohérences. Les agents de marchés s'inscrivent en général dans l'un de ses comportements. On rencontre pourtant certains acteurs qui jouent un rôle puis un autre pour pouvoir bénéficier d'opportunités momentanées. La dernière crise financière a cependant montré l'effet néfaste de cette polyvalence qui pousse souvent les Traders à prendre des risques dépassant leurs habilitations.

### **1.3 Organisation de la SDM-BP**

L'organisation de la banque de marché de la BP comporte trois entités autonomes qui interagissent en permanence : le Front-Office, le Middle-Office et le Back-Office.

Bien que le Middle-Office (MO) et le Back-Office (BO) ne soient normalement pas installés dans la salle des marchés, nous incluons ces deux départements dans notre présentation car ceux-ci jouent un rôle important dans le fonctionnement global d'une salle des marchés.

#### **Le front-office : l'initiation des opérations**

Le front-office (FO) est considéré comme le coeur de la salle des marchés. Il est le siège de la négociation, de la relation client et de la prise de décision et de risque. Il se caractérise par

une spécialisation des différents acteurs sur différents types de transactions. Certains opérateurs travaillent sur des produits simples, d'autres sur des produits structurés. Certains travaillent sur des transactions fréquentes et nombreuses, d'autres sur des transactions plus longues, personnalisées et plus complexes. Dans cette structure ouverte, peu hiérarchisée et plurielle, l'unité d'organisation pertinente semble être celle du DESK.

Les DESKS sont des groupes semi-autonomes qui composent une salle des marchés. Les opérateurs d'une salle des marchés ne travaillent pas seuls et sont intégrés dans ces équipes semi-autonomes. Ce regroupement se fait par type de produit traité. L'organisation de la salle des marchés de la BP répond à la définition ci-dessus. Il se répartit en quatre DESKS semi-autonomes.

### **DESK commercial : Plateforme Commerciale**

L'activité commerciale est l'interface entre les marchés et la clientèle de la banque (particuliers, PME, PMI et investisseurs institutionnels). L'organisation en plateau (absence de compartimentation) permet à cet égard un accès large, fluide et rapide du client sur le segment de marché (le produit) dont il a exprimé le besoin (par un ordre).

Le DESK se compose d'agents(sales), qui sont les commerciaux de la salle des marchés. Ils constituent donc l'intermédiaire entre le marché et les clients. Ils sont en contact direct avec les clients et les conseillent sur des produits, des positions à prendre ou des stratégies à adopter. Le rôle d'un sales est donc avant tout celui de conseiller : il doit connaître parfaitement ses clients et leurs besoins afin de définir avec eux une stratégie qui leur est optimale. Ils ont également un rôle d'accompagnement et assurent le suivi de la position globale d'un client auprès de la banque. Ce sont les garants des intérêts du client au sein de la banque des marchés, même s'ils ont comme objectif final de faire gagner des contrats à la banque.

Chaque sales suit un portefeuille de clients. Cette répartition est fonction de l'organisation de la salle. Elle peut s'avérer peu structurée en ce qu'elle dépend des relations du vendeur avec certains clients, de la spécialité de chaque vendeur, de son niveau de technicité, du type de clients en terme de volumes et de personnalisation du service, d'un secteur d'activité, etc...

Les vendeurs ne prennent pas de positions et se rémunèrent par des commissions. Ils font appel aux Traders en leur demandant de coter un prix correspondant à l'opération qu'ils



souhaitent vendre à leur client.

### **DESK obligataire : Activité Taux et dérivés de taux**

En tant que market maker, intermédiaire très actif en valeur de trésor et ayant participé en tant que chef de fil et/ou membre du syndicat de placement aux principales émissions traitées sur le marché national, le DESK obligataire met à la disposition des clients de la banque son expertise dans la couverture des risques de taux.

Les agents de ce Desk sont spécialisés dans les transactions à rendement préfixés (Fixed Incomes). Ils tradent pour le compte de la banque et pour celui de leurs clients, des achats et ventes d'obligations d'État marocain ou étrangères, de bons du trésor ou d'autres titres à revenus préfixés. Ils interviennent aussi bien sur le marché locale que sur les marchés internationaux.

La nature de cette activité les inscrit entièrement comme acteurs déterminants des marchés de taux d'intérêt et de produits dérivés de taux. Ce sont des experts de la gestion de risque de taux, et des observateurs aguerris des évolutions micro et macro économiques sur le moyen-long terme.

### **DESK change : Activité de change, dérivés de change et matières premières**

Ce DESK couvre les activités de trading, de gestion de position de change et de prise de position pour compte propre. Les opérateurs de ce Desk, appelés traders ou cambistes ont pour mission d'assurer les interventions de la banque, pour son compte et pour le compte de sa clientèle, sur les marchés des changes, domestiques ou internationaux, et sur les marchés des produits dérivés.

Les cambistes sont donc des experts qui assurent à ce niveau le conseil, la compétitivité des cotations, pour une meilleure optimisation de l'exposition des actifs de la banque au risque de change, dans un marché rythmé par une grande volatilité. Ils sont les premiers à décider de l'opportunité d'engager les fonds de la banque en vue de profiter d'opportunités de gain sur les marchés. Ce sont des spéculateurs par excellence.

Toutefois, ils jouent le plus souvent un rôle d'arbitragistes. En effet, lorsqu'ils cotent des produits pour la clientèle, ils composent des portefeuilles de valeurs prédéterminées, qui

répliquent les besoins exprimés.

A l'instar des autres lignes de métier, cette ligne de métier requiert de nombreuses qualités, une connaissance approfondie des dynamiques de marché, ainsi que de sérieuses aptitudes technologiques.

### **DESK trésorerie : Activité monétaire**

Ce DESK s'occupe de la trésorerie du groupe Banque populaire. Il centralise l'ensemble des flux monétaires de la banque afin d'assurer une bonne redistribution du cash du réseau et de ses différentes filiales. Il place les excédents sur les marchés monétaires sur le très court terme. En cas de besoin, il refinance, sur ce même marché, les activités des autres DESKS et des différentes banques du groupe. Il assure ainsi une double mission de garant de la liquidité de la banque dans ses engagements, et de créateur d'un surplus de rentabilité, en Dirham et en devises.

Capitalisant sur sa qualité de cost-leader, le Desk trésorerie joue son rôle d'interface entre le marché et les différents acteurs économiques de la place. Cela leur permet d'utiliser les ressources les moins chères et d'assurer les emplois les plus rémunérateurs.

Pour le propre compte de la banque et pour celui de la clientèle, le Desk trésorerie intervient sur différents marchés par des instruments de couvertures (prêts et emprunts interbancaires, Repo, FRA, SWAPs, etc ...).

### **Le Middle-Office : Le contrôle de la conformité des opérations initiées**

Le MO est responsable du suivi des risques et des résultats découlant de l'activité du FO. Il a une fonction de contrôle. Concernant le suivi des résultats du FO, le MO rapproche les résultats bruts des transactions des résultats comptables obtenus par les systèmes d'informations, c'est-à-dire qu'il opère une surveillance des opérations du FO avant comptabilisation définitive, afin d'éviter les erreurs de saisie et de paiement par le BO.

Il assure également le suivi des risques (contrepartie, taux, change, liquidité, etc.). L'importance du MO est évidente car il assure le lien entre le FO et les autres fonctions de suivi (BO, audit, contrôle interne). Le MO met en place des procédures de fonctionnement rigoureuses et

veille à leur application rigoureuse étant donné que les risques associés aux opérations du FO sont importants et portent sur des montants élevés échangés avec une grande rapidité.

Le MO s'assure également de la conformité des actions du FO avec la réglementation (externe et applicable à l'ensemble du secteur ou du produit concerné) et les bonnes pratiques (internes à la banque), du non dépassement des limites de risque imposées au FO et de la qualité des dossiers (la qualité crédit des contreparties par exemple).

## **Le Back-Office : comptabilisation des opérations initiées**

Le BO est un service administratif. Il effectue les paiements induits par le FO (paiement vers la clientèle ou les contreparties interbancaires, bonne réception des versements), comptabilise les opérations, détermine les positions et exerce, dans une certaine mesure, une fonction de contrôle et de confrontation avec les contreparties. Son importance est donc également cruciale dans le fonctionnement de la salle des marchés.

En résumé, le MO et le BO sont des dispositifs cruciaux car ils permettent de détecter des erreurs coûteuses.

En principe, ces trois cercles sont indépendants : ils sont chacun rattachés à des directions indépendantes jusqu'au plus haut niveau possible. Ces trois cercles, bien que distincts et étanches, sont interdépendants et travaillent en proximité géographique afin d'assurer une bonne fluidité de l'information.

## Terminologie des taux d'intérêts

Dans ce chapitre, nous présentons brièvement quelques un des concepts qui sont fréquemment employés sur le marché des taux d'intérêt. Nous voulons ainsi familiariser notre lecteur aux différents termes techniques tels que la base de calcul, le mode de composition ou le mode de paiement des intérêts.

Nous présenterons également les structures par termes de taux, ou courbes de taux, qui constituent l'outil de base pour tous les spécialistes du marché des taux. Nous préciserons les différences entre les différentes courbes et mettrons en exergue quelques points importants pour l'utilisation de la courbe de taux.

### 2.1 Les différents types de taux d'intérêt

Le taux d'intérêt indique le niveau de rémunération préfixé qu'est sensé recevoir l'offreur de monnaie de la part de l'emprunteur lors d'un prêt. Ainsi, c'est taux varient d'un pays à l'autre et en fonction du risque de crédit pressenti par le prêteur. On distingue plusieurs taux de référence sur les marchés correspondants à chaque fois à un type et un niveau de risque différent. Nous présentons ici d'une manière assez succincte les principaux taux du marché.

#### **Le taux des bons du trésor**

Ce sont les taux applicables aux emprunts d'État, c'est-à-dire aux emprunts que fait le gouvernement d'un pays dans sa propre devise. Les théoriciens et les acteurs du marché ont coutume de les considérer comme libres de tout risque. Si on suppose, en effet, qu'un État souverain dispose du pouvoir d'impression de sa monnaie, il sera toujours en mesure de payer ces dettes

(quitte à avoir recours à la planche à billets).

Cependant quelques réserves sont à émettre sur le caractère sans risque de ces taux. En effet, aujourd'hui les pays faisant partie d'ensembles économiques et monétaires (les pays de la zone Euro ou les pays de la zone CFA, par exemple) ne disposent plus du plein pouvoir d'impression des billets de banque. On a pu constater lors de la dernière crise financière, l'incapacité de certains pays comme le Portugal ou la Grèce à payer leurs dettes.

Nous concluons cette partie sur les taux d'État en signalant que dans le cas du Maroc c'est taux sont calculés lors des séances hebdomadaires d'adjudication des titres d'états par Bank Al Maghrib.

## **Les taux LIBOR**

Ces taux désignent les niveaux auxquels les grandes banques internationales négocient entre sur la place de Londres prêts/emprunts des différentes devises. Vu la taille de celles ci, elles sont considérées comme références de marché et donc comme agents à très faible risque. Ces taux résultent du calcul d'une moyenne d'un panel de taux offerts ou proposés chaque jour pour les différentes maturités. Ils ne correspondent donc pas forcément à un niveau observé réellement sur le marché.

L'utilisation du taux LIBOR est indissociable de la notion de notation des entités du marché. Ainsi, toutes les grandes entreprises du marché se voient attribuée une note indicative en fonction de leurs performances passées et actuelles. Ces notes, attribuées principalement par trois agences de notation, sont des indicateurs du niveau de risque de défaut des dites entreprises. Le taux LIBOR correspond alors au coût de financement pour les organismes ayant la note maximale (AAA ou AA par exemple). Pour les autres, le taux est déterminé grâce à une échelle de risque.

La plupart des acteurs du marché considèrent les taux LIBOR comme taux sans risque pour l'évaluation des différents instruments de taux côtés sur le marché. Cette hypothèse peut être aisément acceptée car la plupart des agents du marché se refinancent directement sur les marchés et n'ont recours aux fonds d'État qu'en dernier lieu.

On retrouve sur le marché plusieurs taux LIBOR, en fonction de la maturité, de la devise considérée, ou du panel de taux qui a servi de référence au calcul.

## **Les taux SWAP**

Ce sont des taux cotés sur le marché interbancaire. Ils correspondent à des niveaux de rémunération annuelle cohérents avec les taux LIBOR mais pour des périodes de plus d'un an. Concrètement, ces taux sont calculés sur la base des taux fixes cotés par les grandes banques pour les swaps d'intérêt sur des périodes de plus d'un an.

Nous proposerons une description plus détaillée du mode de calcul de ces taux dans une autre section spécialement dédiée à l'évaluation des SWAP.

## **Les taux de Repo**

Ces taux correspondent à la rémunération pour une opération de prêt/emprunt de titres. En effet, il arrive que les banques financent leurs besoins par le prêt de certains titres qu'ils possèdent à leur contrepartie. En pratique, il s'agit d'une opération financière en deux temps. Premièrement, la banque prêteuse (A) vend à sa contrepartie (B) son titre financier mais avec une promesse de rachat de ce dernier à une date ultérieure. A échéance, la banque prêteuse rachètera son titre à un prix supérieur, payant ainsi l'intérêt sur son prêt. Globalement, tout se passe donc comme si la banque (A) avait contracté un prêt auprès de (B) avec un dépôt de titre pour garantir son prêt.

Etant donné que le risque lié à cette opération est moindre par rapport à un prêt à blanc, les taux de repo sont souvent très inférieurs aux taux de prêt/emprunt simple. Le repo constitue un des principaux outils de refinancement direct du trésorier.

## **Le taux Zéro-coupon (ZC)**

Il s'agit du taux garanti par un instrument assurant un seul flux en fin de période sans terme intermédiaire. Ils servent de taux de référence aux différents acteurs du marché des taux. Cependant, parmi les nombreux taux observables sur le marché, très peu sont des taux zéro-coupon. La plupart des taux cotés sur le marché concernent des produits garantissant des paiements d'intérêts tout au long de la durée de vie du produit ( mensuellement ou annuellement par exemple).

Les taux zéro-coupon affichés sur le marché sont donc pour la plupart des taux calculés, déduits des taux de marché par le principe d'équivalence actuarielle et d'absence d'opportunité d'arbitrage. Nous présenterons dans la suite de ce rapport un algorithme de déduction des taux zéro-coupon à partir des taux des instruments cotés sur le marché.

Sur les marchés financiers, les taux ZC sont présentés sous la forme d'une fonction donnant pour chaque maturité le niveau de taux d'intérêt zéro-coupon correspondant. On désigne couramment cette fonction comme la courbe de taux zéro-coupon ou comme la structure par terme des taux d'intérêts.

## **Les taux Forward**

Les taux forward sont des taux d'intérêt sur des périodes futures, mais qui sont déduits aujourd'hui de la courbe de taux zéro-coupon du jour. Par exemple, il s'agira du taux d'intérêt pour un emprunt ou un prêt qui prendra effet dans un mois pour une période de trois mois. Ces taux d'intérêt sur des périodes futures sont déduits sur la base des principes d'équivalence actuarielle et d'absence d'opportunité d'arbitrage(AOA).

Ces taux servent souvent d'estimation des taux dans le futur. On suppose en effet qu'ils intègrent l'ensemble des anticipations des agents du marché. Dans la suite de ce rapport, nous recourrons beaucoup à cette hypothèse dans l'estimation des taux futurs à des fins de valorisation. On parle alors de valorisation (ou pricing) marked to market, car la valeur ainsi trouvée reflète l'avis du marché et non la valeur intrinsèque de l'actif évalué.

## **2.2 Les spécifications pour le calcul de l'intérêt**

### **Taux offert/taux demandé**

Jusqu'à présent, nous avons présenté les différents taux cotés sur le marché comme s'ils étaient uniques. Mais en réalité chacun des taux cotés sur le marché sont présentés sous la forme d'une double cotation. C'est à dire que chaque banque affiche deux taux. Le premier, dit taux ASK, correspond au niveau de rémunération que cette banque demande à sa contrepartie pour un

prêt qu'elle lui accorde. Le second, dit taux BID, correspond au niveau de rémunération qu'elle offre à sa contrepartie en échange d'un prêt qui lui serait accordé.

Par convention, les taux cotés sur le marché en double cotation sont présentés sous la forme d'un couple BID -ASK avec le taux BID à gauche, le taux ASK à droite et un slash (/) pour séparer les deux valeur. Il faut aussi noter que le taux BID est toujours inférieur au taux ASK. Pour finir avec la double cotation, les professionnels du marché désignent la fourchette entre BID et ASK par le terme anglais "SPREAD".

## La base de décompte de jours

Les opérations de l'activité de trésorerie sont toujours assises sur le nombre de jours exact, contrairement au activités sur le marché obligataire par exemple. Ainsi, selon le cas la maturité 1 mois correspondra à 28, 29, 30 ou 31 jours. Dans la suite de notre travail, nous avons donc choisi le jours comme unité de base du temps. Toutefois d'autres systèmes existent ,notamment le système de décompte considérant 30 jours pour tous les mois.

En plus du décompte des durées en jours exacts, le calcul de l'intérêt dépend aussi de la référence annuelle en terme de nombre de jours. On parle alors de base de décompte des jours. Cette base indique simplement le nombre de jours qu'on a considéré pour une année. Les différentes bases qui existent sont :

- ▶ **la base 360** : soit 360 jours par an
- ▶ **la base 365** : soit 365 jours par an
- ▶ **la base exact** : soit 365 jours pour les années normales et 366 pour les bissextiles

Ainsi, pour que l'information sur le calcul de l'intérêt soit plus précise, il faut non seulement un taux affiché (BID ou ASK) mais également préciser le système de décompte des jours et la base de décompte annuelle. Par exemple, si on considère deux prêts dont les taux d'intérêts sont évalués respectivement à 2% et 2,1%. on est tenté de dire que le deuxième prêt est plus cher que le premier. Mais si le premier est estimé en base exact/360 et le second en exact/365, alors les deux prêts entraînent respectivement le paiement des intérêts suivants :



	Base	Taux	Intérêt induit
Prêt 1	exact/360	2,1%	$1 + (360 * 2 / (360 * 100)) = 1,02$
Prêt 2	exact/365	2%	$1 + (360 * 2,1 / (365 * 100)) = 1,02$

TABLE 2.1 – Exemple illustratif de l'effet du choix de la base de calcul

On voit donc que contrairement à la première impression, ces deux prêts sont équivalents.

## Les modes de calcul de l'intérêt

La dernière précision à apporter au sujet des taux d'intérêt est le mode de calcul des intérêts. Il s'agit de préciser à quelle fréquence seront payés les intérêts et de quelle manière déterminer le montant de ces paiements intermédiaires.

Nous l'avons dit, les taux affichés sur les marchés sont des taux annuels. Il s'agit donc du montant total de l'intérêt qui sera payé si la position durait une année complète. Pour des positions plus courtes il faut donc calculer la part de cet intérêt correspondant à la durée considérée. Cette part correspond à la fraction d'année considérée. On parle d'**intérêt linéaire**. Pour les maturités supérieures à un an, puisque les taux affichés sont annuels, il y a des intérêts annuels. La règle courante est alors de considérer que ces intérêts sont automatiquement réinvestis. Cela entraîne une croissance exponentielle, et non linéaire, des intérêts. On parle alors d'**intérêts composés**.

L'exemple ci-dessous illustre assez bien la différence de calcul entre un intérêt linéaire et des intérêts composés.

	Mode de composition	Intérêt induit sur un an
3% trimestriel	simple	$(3\% \times (12/4)) = 12\%$
3% trimestriel	composé	$((1 + 3\%)^{12/4} - 1) = 12,55\%$

TABLE 2.2 – Exemple illustratif de l'effet du choix du mode de composition

## Le risque de taux

L'un des objectifs de l'activité de trésorerie étant de couvrir les positions de la Banque contre le risque de taux, nous avons jugé nécessaire d'avoir une idée très claire sur ce risque. Ce chapitre est donc destiné à aider notre lecteur à mieux cerner la notion de risque de taux, et à se familiariser aux différents produits et concepts financiers que les trésoriers de la SDM-BP manipulent au quotidien, dans leur activité.

### 3.1 La notion de risque de taux

L'activité des banques, qui sont structurellement prêteuses et emprunteuses, les expose à un important risque de taux. En effet, vu les montants traités (plusieurs milliards), la moindre variation des taux d'intérêts dans un sens défavorable se traduit par un manque à gagner très important ou même par une perte sèche pour la banque. De plus la concurrence entre les différentes banques est telle que chacune pousse ces marges jusqu'à l'ultime point de base pour pouvoir gagner des contrats. La rentabilité de l'activité bancaire devient alors extrêmement sensible à la moindre variation des taux.

Techniquement, une banque est exposée au risque de taux dès lors qu'elle ne met pas en face de ces emplois des ressources aux caractéristiques exactement similaires. Par exemple, il y a un risque de taux dès que la banque refinance un prêt à taux fixe par des ressources variables, ou si elle utilise des ressources à court terme pour financer un emploi à long terme.

Voici deux exemples simples, illustrant deux situations dans lesquelles il y a un risque de taux pour la banque :

## Exemple 1

Supposons qu'une banque reçoive une commande de son client pour la livraison d'un montant d'un million de USD dans quarante-cinq (45) jours. La banque se voit dans l'obligation de donner, le jour même, un taux d'intérêt à son client. Supposons qu'elle lui facture un taux de 2% sur ce million, soit 20000 USD qui correspondent à sa marge minimale de rentabilité sur ce prêt. Si la banque ne prend aucune mesure, elle devra dans 45 jours servir le million USD à son client. Dans ce cas, elle prélèvera ce montant de ces comptes USD, quitte à s'exposer à un risque de liquidité.

Dans le cas d'un problème de liquidité, notre banque se verra obligée d'emprunter le million USD sur le marché monétaire quelque soit le taux en vigueur pour un emprunt. En clair si le taux du marché est de 3%, elle devra payer 30000 USD, soit une perte sèche de 10000 USD. On voit ici l'effet d'un retournement défavorable à la hausse des taux. On parle alors de risque de taux à la hausse.

Pour se prémunir contre le risque de liquidité, la plupart des banques ont donc recours au marché pour régler au moins une partie de la position. Notre banque va donc emprunter 75% du million USD, soit 750000 USD, sur les marchés. On dira alors que les 750000 USD sont financés à taux fixe puisque la banque va contracter cet emprunt dès la commande du client et connaît donc le coût de cette opération. A l'opposé, les 250000 USD restants sont à financés à taux variable puisque éventuellement la banque devra les emprunter à un taux de marché, inconnu, en cas de besoin.

D'une manière générale ce sont ces ressources financées à taux variables qui induisent le risque de taux quand la banque garantit un taux à ses client.

## Exemple 2

Supposons que la banque de l'exemple précédent est finalement décidé de garantir la totalité du million USD dès la réception de la commande. Elle achète alors ce million auprès d'une banque partenaire qui la livrera d'ici trente (30) jours. Si on s'en tient uniquement à ce que nous avons expliqué dans l'exemple précédent, la banque ne subit aucun risque de taux. Pourtant, puisque la banque reçoit son argent le trentième jour, et qu'elle ne s'en servira que

quinze jours plus tard, elle doit faire un choix sur l'utilisation de cet argent pendant les quinze jours. Soit elle décide de placer cette argent sur le marché, gagnant ainsi des intérêt et augmentant par là même sa compétitivité. Soit elle laisse cet argent en caisse, optant alors pour la prudence.

Dans les deux cas, elle est face à un dilemme. Placer l'argent l'expose de nouveau au risque d'un mouvement défavorable des marché, mais il n'y a pas de profit sans risque. Garder l'argent en caisse est une attitude prudente, mais la banque perd alors des opportunités de profits que la concurrence pourra saisir. Dans le premier cas, il s'agit d'un risque de taux à la baisse car la rémunération sur dépôt deviendrait plus intéressante que les taux marché. Dans le deuxième cas, il s'agit taux à la hausse qui serait plus, ici, comme un coût d'opportunité.

Ce qui est sûr c'est que cette situation embarrassante a été provoquée par un décalage entre les échéances des ressources et celles des emplois. On parle de risques liés à un mismatch de maturité (ou gap de maturité).

### Tableau récapitulatif sur le risque de taux

		hausse	baisse
Position courte	Dette à taux fixe		Oui
	Dette à taux variable	Oui	
Position longue	Placement à taux fixe	Oui	
	Placement à taux variable		Oui
Écart de maturité	Durée moyenne des emprunts domine		Oui
	Durée moyenne des placements domine	Oui	

## 3.2 Le dilemme du trésorier

Comme nous l'avons expliqué dans les sections précédentes, l'activité de la banque l'expose au risque de voir ses positions se déprécier à cause d'un mouvement défavorable des taux sur le marché (aussi bien à la hausse qu'à la baisse). L'existence d'instruments financiers destinés à la couverture contre ce risque fournit toutefois aux trésoriers un moyen de réduire le risque contre une rémunération. Le trésorier se retrouve donc face à un choix lorsqu'il a une position ouverte : doit-il laisser cette position exposée ou doit-il acheter une protection sur

le marché. Tout dépend de l'anticipation qu'il fait sur l'évolution des taux. S'il prévoit un mouvement défavorable des taux il aura tendance à se couvrir. Cependant, s'il s'est trompé dans ses prévisions alors, les frais de couverture seront perdus. Dans le cas d'une protection symétrique comme les FRA ou les SWAP, son erreur pourrait même induire un manque à gagner supplémentaire pour la banque. L'idéal pour le trésorier est donc de trouver le juste milieu, c'est-à-dire trouver la meilleure couverture possible pour son risque, tout en réduisant au mieux l'impact de cette dernière sur la rentabilité de son portefeuille.

Pratiquement, c'est l'expérience du trésorier qui lui permet de trouver ce compromis idéal. Notre travail lors de ce stage a été d'élaborer une démarche systématique de couverture du risque de taux qui serait inspirée de la démarche actuelle du DESK trésorerie. Pour ce faire, il a d'abord fallu analyser la démarche actuelle, afin d'identifier les possibilités d'extensions. Puis, une fois les voies d'extensions trouvées, proposer une solution en combinant les différentes méthodes statistiques envisageables.

Partie II

**Etude de la gestion du risque de taux  
basée sur les gaps de trésorerie**

## La méthode de gaps de trésorerie

Ce chapitre est consacré à l'étude de la méthode des gaps (ou impasses) de trésorerie. Nous y présentons brièvement cette technique de regroupement et de représentation des flux monétaires attendus par le DESK trésorerie. Nous commençons par une présentation du principe général et des objectifs de cette méthode. Ensuite, nous décrivons la démarche de construction des impasses de trésorerie<sup>1</sup>. En fin de ce chapitre, nous donnerons une lecture des principaux indicateurs obtenus après construction des gaps.

### 1.1 Le principe de la méthode des gaps

La méthode des gaps (ou encore méthode des impasses) a pour objectif de mesurer l'impact des mouvements de la courbe des taux sur les bénéfices de la banque. Elle ne s'intéresse donc pas directement à la valeur de marché des engagements de la banque. Concrètement elle correspond à une différence entre les actifs et les passifs du bilan à différentes dates futures.

Le PNB (Produit Net Bancaire) d'une banque est constitué principalement de la marge financière et des commissions. La méthode des gaps décompose un bilan bancaire en actif et passif, contenant chacun des postes dégagant des flux caractérisés par un taux et un échéancier. Cela revient, concrètement, à constituer deux tables : une pour tout l'actif et l'autre pour tout le passif. Dans chacune, sont regroupés par échéance l'ensemble des flux de l'actif (respectivement du passif).

En principe, la méthode gap prévoit de séparer les différents flux en deux groupes : les flux à taux fixe, qui ne sont pas affectés par les mouvements des taux de marché, et les flux à

---

1. Dans certains ouvrages, on pourra rencontrer les termes gap de liquidité, ou gaps de maturités qui désigne la même méthode

taux variables ou révisables qui dépendent d'au moins un taux de référence sur le marché. Dans le cadre de notre travail, la balance des flux ne contient que des positions à taux fixes. Nous n'avons donc pas eu besoin de faire cette distinction.

On définit comme gap l'écart, à une date  $t$ , entre l'actif et le passif. En particulier, on appelle gap à taux fixe, la différence entre l'actif et le passif non affectés par un mouvement des taux. Le gap comptable à une date donnée correspond, ainsi à la différence entre la valeur nominale des actifs à taux variable et celle du passif à taux variable. Etant donné que le bilan est équilibré, ce gap correspond aussi à l'opposé du gap à taux fixe.

Dans la section suivante, nous proposons un exemple pratique pour illustrer les étapes de la construction des gaps à partir d'un ensemble de transactions enregistrées.

## 1.2 Étapes de construction des gaps : un exemple pratique

Supposons une banque qui prend en une journée plusieurs positions. Elle s'engage auprès de quatre clients A, B, C, et D. Le tableau ci-dessous récapitule les différents engagements pris sur la journée.

Client	Départ	Échéance	Montant	Taux
A	17/03/2014	19/03/2014	30	0.5%
B	18/03/2014	19/03/2014	100	1.5%
C	18/03/2014	20/03/2014	-500	3.5%
A	20/10/2013	20/04/2014	1500	2.5%
A	18/03/2014	21/04/2014	50	0.5%
D	19/04/2014	21/04/2014	-250	4.5%
C	19/04/2014	27/05/2014	-150	3.0%
D	20/04/2014	15/06/2014	150	3.0%

TABLE 1.1 – Exemple d'opérations sur une journée d'activité (18/03/2014)

Dans la table ci-dessus, la colonne "Départ" renseigne sur la date de départ du flux considéré. La colonne "Échéance" donne la date d'échéance des engagements. "Montant" et "Taux" font respectivement référence aux montant de la transaction et au taux d'intérêt attendu ou à



payer pour cette transaction.

Supposons alors que nous voulions obtenir une vision des flux pour trois tranches d'échéances : celle du 19/03/2014 au 20/03/2014 (1 et 2 jours, ou encore Overnight - ON), celle du 19/04/2014 au 18/05/2014 (1 mois - 1m), et celle du 19/05/2014 au 18/06/2014 (2 mois - 2m). Alors, la construction des gaps reviendra à les agréger en trois cumuls. Le premier contiendra l'ensemble des flux d'échéance comprise entre le 19/03/2014 et le 20/03/2014, le second l'ensemble de ceux allant du 20/04/2014 au 19/04/2014 et le reste dans le dernier. On obtient alors le tableau ci-dessus, désigné dans la littérature par le terme de "impasse en liquidité".

Tenor	Montant	taux de sortie
ON	$30 + 100 - 500 = -370$	3.5%
1m	$1500 + 50 - 250 = 1300$	$1500 * 2.5\% + 50 * 0.5\% = 1.5\%$
2m	$-150 + 150 = 0$	0%

TABLE 1.2 – Impasses en liquidité sur la journée exemple considérée (18/03/2014)

Les impasses en liquidité sont construites initialement pour permettre une gestion efficace de la liquidité sur des échéanciers variés. Toutefois, ce outil peut également servir pour avoir une vision sur le risque de taux auquel sont exposées les positions ouvertes. Cette utilisation sera expliquée dans le chapitre suivant consacré aux mesures du risque de taux.

Pour conclure ce chapitre, nous tenons à signaler que si la vision offerte par les gap de liquidité est très bien adaptée à une politique de gestion du risque de liquidité dans les grandes masses, elle laisse cependant persister un risque résiduel. En effet, le gap est une agrégation simple de tous les flux à l'intérieur d'une période donnée. Il ne fournit donc aucune indication sur l'enchaînement de ces flux. En considérant le gap de 2m dans le tableau précédent, nous voyons que le gap est nul, mais le trop grand décalage entre les deux flux qui le compose expose le bilan à un risque important.

Dans le chapitre suivant, nous proposerons un moyen de compléter les gaps pour tenir compte de ce risque.

## Mesures du risque de taux

La première question que se pose le trésorier demeure la connaissance du niveau réel de risque. En l'occurrence, pour la quantification du risque de taux, plusieurs outils s'offrent à lui. Nous avons consacré ce chapitre à la présentation de quelques mesures du risque de taux parmi les plus couramment utilisées.

En premier lieu nous présentons la sensibilité déduite du calcul de la durée moyenne du portefeuille. Ensuite, nous décrirons en quelle mesure les gaps de trésorerie peuvent être considérés comme une mesure de risque de taux. Enfin, nous présenterons pour clore ce chapitre les mesures de type VaR qui répondent plus à un besoin de quantification du risque en terme de probabilité d'occurrence.

### 2.1 Sensibilité, Duration

#### 2.1.1 Sensibilité

La sensibilité mesure l'effet d'une variation infinitésimale d'un taux considéré sur la valeur de marché d'un produit de taux. Par exemple, pour une augmentation des taux de 1% , un actif de sensibilité  $S$  , verra sa valeur augmenter de  $S\%$ . La sensibilité s'obtient donc par le quotient de la dérivée de la valeur de l'actif par rapport à une variation du taux considéré, sur l'opposé de cette même valeur.

$$S(r) = -\frac{P'(r)}{P(r)} = \frac{-1}{P(r)} \frac{dP(r)}{dr} \quad (2.1)$$

où  $r$  est le taux d'intérêt actuariel de l'actif, et  $P(r)$  est sa valeur et  $P'(r)$  la dérivée de cette valeur.

Dans le cas d'une obligation, cette formule peut s'écrire plus simplement sous la forme

$$S = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)+1}} \quad (2.2)$$

où  $P$  désigne le prix de l'obligation,  $F_i$  le coupon,  $t(i)$  la période du coupon, et  $r$  le taux actuariel de l'obligation.

Les gaps de liquidité, calculés au chapitre précédent, peuvent être considérés comme des sensibilités. En effet, les gaps donnent une estimation en capital restant dû des positions prises par la banque. Ainsi, une variation des taux de marché impliquera un mouvement proportionnel des gaps associés, et donc une évolution proportionnelle des marges d'intérêt.

### 2.1.2 Duration

Le calcul de dérivée qui permet d'obtenir la sensibilité peut s'avérer fastidieux suivant les cas. Macauley a proposé en 1938 une approximation de cette mesure. Cette approximation se base sur l'équation 2.2.

On pose

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)+1}}}{\sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+r)(1+r)^{t(i)+1}}} \quad (2.3)$$

Macauley désigne la grandeur  $D$  comme étant la duration de l'actif. La duration, s'explique comme étant la durée de vie moyenne d'une obligation. On peut l'assimiler à la durée de "vie financière" de l'obligation. Cette grandeur permet d'apprécier l'impact de la variation des taux d'intérêts sur le prix d'un actif. Plus cette durée est longue, plus l'impact sera important.

On constate que la sensibilité peut s'exprimer en fonction de la duration. En effet,

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dr} &= - \frac{P \times D}{(1+r)} \\ \Rightarrow S &= - \frac{D}{1+r} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Une duration plus élevée indiquera donc une plus grande sensibilité aux changements des taux d'intérêts, c'est le cas par exemple de l'obligation Zero coupon dont la duration correspond à la maturité.

Etant donné que les gaps de liquidité peuvent être perçus comme une obligation, on peut également calculer une duration des flux d'un gap. On obtiendra ainsi une idée sur la durée moyenne de paiement des flux considérés.

## 2.2 La Value at Risk

le risque peut être analysé sous deux angles différents , en deux dimensions :

- ▶ Une dimension quantitative, c'est à dire une évaluation en terme de perte potentielle
- ▶ Une dimension probabiliste, c'est à dire la probabilité de survenance de la perte

C'est cette fonction d'indicateur composite que revêt la VaR. Elle indique la perte potentielle maximale encourue par un portefeuille sur un horizon de temps donné, avec une probabilité donnée. Par exemple, dire que la VaR d'un portefeuille a horizon 5 jours est de 3000 euro avec un intervalle de confiance 95% signifie que sur les 5 prochains jours, il y a 95% de chances, que le portefeuille ne perde pas plus de 3000 euro. On peut aussi se placer dans l'autre sens et affirmer que la probabilité que ce portefeuille perde plus de 3000 euro est de 5%.

Cette mesure a été vulgarisée en 1994 par la banque d'affaire JP MORGAN. Depuis, elle est devenue un incontournable du risque sur les marchés financiers. Le calcul de VaR est d'ailleurs un impératif de la réglementation prudentielle définie dans le cadre des accords de Bâle II.

Il y a des éléments à spécifier pour le calcul de la Value at Risk :

- ▶ Un horizon temporel fixe
- ▶ Une probabilité-limite
- ▶ Une distribution des résultats de l'actif considéré

Plus l'horizon est long, plus les pertes peuvent être importantes. La probabilité-limite permet de spécifier le degré d'aversion au risque. En général cette probabilité est fixée à 75%, mais on peut techniquement choisir n'importe quel seuil (95% ou 99%, par exemple).

La VaR est un quantile de la distribution de pertes et profits associée à la détention d'un actif ou d'un portefeuille d'actifs sur une période donnée. Elle représente en gros l'information

contenue dans la queue gauche (associée aux pertes) de la distribution des rendements d'un actif.

$$VaR(X) = F^{-1}(X) \quad (2.5)$$

où  $F(\cdot)$  désigne la fonction de répartition associée à la distribution des pertes et profits, et  $X$  est le niveau de confiance prédéfini.

L'estimation de la VaR réside donc dans la construction de cette distribution de probabilité. Cette distribution se construit statistiquement de plusieurs manières. On peut se servir des observations historiques (VaR historique). On peut également formuler une hypothèse sur la nature de la répartition des pertes et profits. La distribution cherchée sera alors obtenue par calibrage de quelques paramètres. On parle alors de VaR paramétrique. On peut également construire une distribution en simulant des scénarios réalistes du futur.

## 2.3 Extension de la méthode des gaps

Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédant les gaps de liquidité peuvent servir de mesure de risque de taux. Ils sont assimilables à une sensibilité de la position ouverte de la banque. Toutefois cette mesure n'est pas complète.

Premièrement, nous avons vu précédemment que les gaps ignoraient un risque résiduel induit par l'écart entre les flux d'une même période. Plus cet écart est grand, plus le besoin de liquidité obligera la banque à recourir aux marchés pour ce financer. Le financement ainsi fait des besoins à taux fixes par des flux à taux variables induira un risque supplémentaire, non capté par les gaps.

Nous avons donc proposé d'introduire le calcul de deux durations : une duration pour les placements et une autre pour les emprunts. En réduisant l'écart entre ces deux durations, on réduira en moyenne l'écart entre emprunts et placements. On obtiendra ainsi un meilleur adossement des emplois à taux fixes sur les ressources à taux fixes.

Ensuite, Nous avons proposé d'introduire le calcul d'une VaR sur la valeur de la trésorerie. Cela permettra de disposer d'une estimation probabilisée du niveau de risque.

Tous ajouts seront présentés dans la troisième partie de ce rapport, consacrée à la mise en œuvre pratique des propositions théoriques faites.

## Couverture du risque de taux

Une fois le risque de taux clairement identifié et mesuré, le trésorier recherche à réduire au mieux son exposition à ce risque. L'évolution des marchés a fourni une grande diversité d'outils financiers qui permettent la composition de couvertures sur mesure.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps les outils financiers de couverture les plus courants. Nous avons concentré notre attention sur les Forward Rate Agreement (FRA), sur les Swaps de taux, les Swaps de devise et des options de taux simples.

Ensuite, nous présentons deux stratégies de couverture qui permette de réduire le risque de taux en se servant des instruments présentés en première partie.

### 3.1 Instruments de couverture

#### 3.1.1 Le Forward Rate Agreement

Le Forward Rate Agreement (FRA) fait partie de la famille des instruments fermes du marché de gré à gré.

Le FRA est une opération d'engagement hors-bilan permettant de se prémunir pour une période future contre une variation défavorable des taux d'intérêt. Cette opération ne nécessite pas la réalisation d'une opération de prêt ou d'emprunt avec la seconde partie mais uniquement le règlement du différentiel d'intérêts résultant de l'écart entre le taux garanti de prêt ou d'emprunt et le taux de marché constaté.

Le FRA s'adresse à des contreparties qui souhaitent emprunter ou placer de l'argent pour une période située dans le futur, et obtenir sans coût une garantie de taux à terme. L'achat d'un

FRA permet de se prémunir contre une hausse des taux si on est emprunteur, et la vente d'un FRA contre une baisse des taux si on souhaite placer de l'argent.

Lors de la négociation, les deux contreparties doivent définir clairement les caractéristiques du FRA qu'ils vont échanger. Elles fixent alors le nominal, la devise dans laquelle est libellé le produit, le taux de référence, le forward, la durée de vie et la convention cadre de cet instrument.

Le nominal est le montant sur lequel porte le contrat. Le minimum sur le marché est généralement de 1.5 millions d'euro. Le taux de référence désigne le niveau d'intérêt garanti, généralement un IBOR de la même durée que le FRA. Le forward ou période d'attente est la période de temps entre la date de négociation et la date de valeur du FRA. Cette période peut aller de 1 mois jusqu'à 2 ans.

A la date de valeur  $t_1$  du FRA, deux cas peuvent se présenter :

- ▶ **Le taux de référence est supérieur au taux garanti par le FRA.** Dans ce cas, c'est au vendeur de régler à l'acheteur le différentiel entre les deux taux, appliqué au nominal du FRA.
- ▶ **Le taux de référence est inférieur au taux garanti par le FRA.** Dans ce cas, c'est à l'acheteur de régler au vendeur le différentiel entre les deux taux, appliqué au nominal du FRA.

Les FRA sont notés en indiquant la date de départ et la date de fin, comptés en mois à partir du jour de négociation, la durée effective étant la différence entre les deux. Par exemples, la notation  $2X6$  désigne un FRA d'une durée de 4 mois, départ dans 2 mois et  $6X12$ , un FRA d'une durée de 6 mois, départ dans 6 mois.

Les FRA sont cotés avec le taux fixe, ce taux étant le taux forward implicite pour la période. Ainsi, si un FRA  $2x8$  cote à 2.30%, et qu'un emprunteur pour cette période prévoit que le taux Euribor pour 6 mois dans deux mois sera supérieur à 2.30%, il aura intérêt à acheter un FRA.

**Un exemple d'illustration** Le 10 juillet 2009, une entreprise apprend qu'elle devra emprunter la somme de 10 millions d'euros trois mois plus tard, et ce pour une durée de 6 mois. Craignant une hausse des taux dans les trois mois à venir, elle veut se prémunir contre ce risque et achète un

FRA auprès de sa banque. Pour ce FRA 3x9, le taux négocié est de 1.35%, le taux de référence étant l'Euribor 6 mois. A la fin de la période d'attente, le 10 septembre 2009, l'euribor 6 mois est à 1.75%. Ce taux étant supérieur au taux préfixé, l'entreprise recevra de sa banque le paiement suivant :

$$F = 10.000.000 * \frac{(1,75\% - 1,35\%)}{(1 + 1,75\%)} = 9.967,85$$

Cette opération aura donc permis à l'entreprise d'économiser 9.967,85 € sur ses frais d'emprunt.

### 3.1.2 Les swaps

Un swap (échange en français) est un accord entre deux entités dans lequel ces deux parties s'engagent à échanger des flux de trésorerie dans le futur. Cet accord définit les dates auxquelles ces cash flows seront échangés et la façon dont ils seront calculés. Généralement, ils dépendent d'une ou plusieurs variables économiques comme un taux d'intérêt ou un taux de change. Le swap est assimilable au FRA. Cependant contrairement au contrat FRA qui correspond à un échange de flux à une date unique, les swaps induisent des échanges à plusieurs dates.

De nombreux actifs financiers peuvent être échangés par le biais d'un swap. Pour notre travail, nous nous sommes intéressés aux swaps de taux d'intérêt et aux swaps de devises qui sont les principaux outils qui sont utilisés par le DESK trésorerie

#### Les swaps de taux d'intérêt

le swap de taux d'intérêt ou Interest Rate Swap (IRS), est un swap dont la valeur des flux échangés est indexée sur des taux d'intérêts fixes ou variables. Dans ce type de contrat, une des parties s'engage à payer des cash flows égaux aux intérêts à taux fixe sur un principal donné, pendant un certain nombre d'années, et en retour, elle reçoit des intérêts à un taux variable sur le même principal pendant la même durée.

Le taux variable le plus courant dans les contrats de swap est le taux LIBOR. Il est important de signifier que les flux considérés sont libellés dans la même devise. On désigne les paiements fixes comme "la jambe fixe" et les paiements variables comme "la jambe variable".



## Les swaps de devises

le swap de devise est un échange de flux libellés dans des devises différentes, qui correspondent à des intérêts payés à partir de flux fixes ou variables, sur des montants en capitaux de même valeur, et en tenant compte du cours de change du jour de la transaction.

A l'échéance, le montant de la devise principale (capital initial) fait l'objet d'un échange sur la base du cours de change initial (celui qui prévalait à la date d'opération du swap) quelque soit la valeur de ce cours à l'échéance. Ces sommes sont donc échangées au début et à la fin de la durée de vie du swap.

### 3.1.3 Les options de taux

Les options sur taux d'intérêt sont des contrats qui donnent le droit, mais pas l'obligation, d'emprunter ou de prêter à un taux garanti, à une date fixée et pour une période prédéterminée. Les caractéristiques d'une options sont son type (européen ou américain par exemple), son support (un taux d'intérêt sous-jacent), son prix d'exercice (le taux garanti), son nominal (le montant de prêt ou d'emprunt), le montant de sa prime (c'est-à-dire son prix, en pourcentage de sa valeur).

Bien que la famille des options sur taux d'intérêt soit aujourd'hui très diversifiée, nous ne nous sommes intéressés qu'aux options les plus simples que sont les caps et les floors.

## Les caps et les floors

Les caps de taux sont des options très couramment négociées par les institutions financières sur le marché OTC. Le cap est un contrat établi entre deux parties pour une durée prédéterminée, permettant à l'acheteur de se couvrir contre une hausse des taux, sur un emprunt à taux variable, en lui assurant un taux d'emprunt maximum, tout en lui permettant de bénéficier d'une baisse des taux

Le vendeur du cap garantit à l'acheteur un taux d'intérêt plafond  $j$ , par rapport au taux de référence du marché. A la date de constatation, si le taux de référence est supérieur au taux garanti, le vendeur verse à l'acheteur un différentiel d'intérêt, dans le scénario inverse le vendeur

ne verse rien à l'acheteur. Le vendeur, en contrepartie, reçoit une prime le jour de la vente du contrat.

Les floors sont des garanties de taux plancher donc un processus inverse à celui du cap. Le floor est un contrat établi entre deux parties pour une durée prédéterminée, permettant à l'acheteur de se couvrir contre une baisse des taux, sur un prêt à taux variable, en lui assurant une rémunération minimale, tout en lui permettant de bénéficier d'une hausse des taux. Il a les mêmes caractéristiques qu'un cap.

## 3.2 les stratégies de couverture

### 3.2.1 Insensibilisation

La première approche pour la composition de la couverture du risque de taux reste l'insensibilisation de la position. Cette démarche de couverture s'appuie sur la sensibilité de la position.

Rappelons que la sensibilité d'une position mesure l'effet d'une variation infinitésimale des taux d'intérêt sur la valeur de la position exposée. Une stratégie d'insensibilisation de la position consistera alors en l'annulation de la sensibilité par l'achat d'un ensemble de produits financiers.

Dans le cas des obligations, la valeur du titre est exposé aux fluctuations des taux obligataires. Le risque de taux se mesure par une sensibilité déduite du calcul de la durée. Les différentes stratégies de couverture impliquerons alors l'achat ou la vente d'un ensemble d'obligations dans le but de réduire la durée du portefeuille et donc sa durée à un niveau jugé optimal.

Dans le cas d'une gestion de trésorerie, ce sont les marges d'intérêt de la banque qui sont exposés. La mesure la plus usuelle est alors l'impasse en taux. Ces marges sont affectés par les fluctuations du coût de refinancement des gaps constatés sur le marché à échéance. Autrement dit, une hausse des taux de d'intérêt euro impactera chaque euro emprunté sur le marché à l'échéance du gap. Pour réduire le risque de taux sur la position, il faudra donc éviter de se refinancer sur les marchés, et donc éviter d'adosser des flux à taux fixe sur des flux à taux va-

riable. Puisque les gaps de liquidité peuvent être traduits comme la part du bilan à taux fixe qui est financée par des flux à taux variable, toute démarche d'insensibilisation visera la réduction des gaps de liquidité.

Dans l'activité bancaire cette réduction se faisant par le biais des opérations de terme contre terme (Forward/ Forward). Or ces opérations consomment les lignes de crédit des banques auprès de leurs partenaires. Les professionnels du marché interbancaire le plus souvent recourent au FRA et Swaps<sup>1</sup> qui n'impliquent pas l'échange des principaux des transactions, préservant ainsi les marges de crédit.

Les stratégies d'insensibilisation de la trésorerie bancaire impliquent donc l'achat ou la vente de contrat FRA ou Swaps qui réduisent les gaps<sup>2</sup>, tout en préservant les lignes de crédit. Ces produits n'impliquant aucun échange de flux à la signature, cette stratégie est souvent perçue comme une protection bon marché contre le risque de taux.

L'inconvénient majeur des stratégies d'insensibilisation est qu'en réduisant la sensibilité de la position, on l'immunise contre les fluctuations adverses, mais aussi contre les variations bénéfiques. Le développement des produits optionnels a permis le développement d'autres stratégies qui s'appuient sur les options.

### 3.2.2 Stratégies optionnelles

En règle générale, le souci principal d'un trésorier est de garantir la liquidité et de préserver les marges d'intérêt. Les trésoriers de la salle des marchés ont en plus l'objectif de réaliser des bénéfices supplémentaires et donc de renforcer les marges<sup>3</sup>. Les stratégies d'insensibilisation des positions posent donc un problème au trésorier, puisqu'elles impliquent qu'il renonce à d'éventuelles opportunités de profit.

L'existence de produits dérivés de taux optionnels vient ainsi fournir d'autres possibilités stratégiques. Les stratégies optionnelles<sup>4</sup> supposent que le trésorier a une vision sur l'évolution

---

1. Les FRA et les Swaps peuvent être transcrits par la même écriture comptable qu'un forward/forward mais seuls les différentiels d'intérêts sont échangés

2. Ce qui a pour effet de réduire la sensibilité des marges d'intérêt

3. Cet impératif est dû à la grande compétition entre les banques de marché. En tant que moteurs de performance des grandes banques, elles doivent profiter du maximum d'opportunités pour rester les plus compétitives

4. Optionnelle ne veut pas dire ici que ces stratégies sont facultatives, mais plutôt qu'elles font intervenir des options

probable des taux.

Si le trésorier prévoit par exemple une hausse des taux, il laisse les positions longues dans son gap et couvrira les positions courtes par des options plafond (cap). Si son anticipation s'avère juste, il aura maximisé son profit. S'il s'est trompé par contre, il subira une perte de rentabilité sur les positions longues, laissées sans couverture.

On voit donc que ces stratégies se rapprochent assez de la spéculation. Elles induisent une rentabilité supplémentaire ou des pertes sèches. Elles dépendent également de la justesse de l'anticipation du trésorier qui passe d'un rôle de Hedger à celui de spéculateur. De plus, l'achat d'options entraîne le paiement d'une prime. Ce type de stratégie est donc souvent considérée comme une couverture risquée et coûteuse.

### 3.2.3 Recherche d'un équilibre

La recherche de la combinaison optimale entre ces deux démarches de couverture est une question très intéressante. Il s'agirait de trouver la proportion optimale de la couverture qui serait faite par insensibilisation et la part optimale de la couverture à réaliser avec les options.

La détermination de cet optimum soulève plusieurs questions assez complexes. Comment le trésorier peut-il disposer d'une vision juste de l'évolution des taux ? Comment quantifier l'avantage offert par chaque stratégie et ses inconvénients ? Quel serait la fenêtre de pertinence d'un éventuel optimum ? Quel serait sa sensibilité à des erreurs d'anticipation ? Comment obtenir une couverture optimale et dynamique ?

Nous avons considéré que le problème de l'optimisation de la couverture revenait à choisir entre trois solutions :

- ▶ Acheter un FRA le jour même pour se couvrir (choix 1)
- ▶ Acheter une option le jour même pour se couvrir (choix 2)
- ▶ Ne rien faire sur la journée et attendre le lendemain<sup>5</sup> (choix 3)

Chacun de ces choix peut alors être considéré comme un l'achat d'un actif financier. Le FRA étant sans risque. Le rendement excédentaire du marché étant l'écart entre le FRA du jour et celui du lendemain. Le rendement excédentaire de l'option étant la partie positive de la

---

5. Cela revient à miser sur un mouvement favorable des marchés.

différence entre le FRA du jour et celui du lendemain, considéré comme meilleure estimation des taux à échéance <sup>6</sup>.

$$r_{Mar} = r_{FRA}(j + 1) - r_{FRA}(j)$$

$$r_{Opt} = \max [((r_{FRA}(j + 1) - r_{FRA}(j)); 0] - prim$$

où  $r_{FRA}(j)$  le taux forward de la maturité considérée calculé le jour  $j$ , et  $prim$  la prime de l'option.

Nous avons proposé un première solution qui s'inspire de la théorie de l'investisseur de Markowitz. Nous avons considéré un horizon temporel d'une journée. La solution alors obtenue sera le placement optimal sur la journée et il sera ajuster le jour suivant en tenant compte des nouveaux gaps <sup>7</sup>.

Markowitz (1954) propose de résumer le problème d'un investisseur souhaitant composer un portefeuille en un problème de simple optimisation. L'investisseur recherche à maximiser l'espérance de son rendement en prenant le moins de risque possible. Il considère dans sa thèse la moyenne historique des rendements comme estimation de l'espérance de gain. Il propose d'utiliser la variance historique comme mesure du risque. Son programme est équivalent au système ci-dessous :

$$\min (\omega' \Sigma \omega)$$

$$s/c : \omega' r \leq r_p \tag{3.1}$$

où  $\omega$  est le vecteur des pondérations des actifs,  $\Sigma$  la matrice de variance-covariance des actifs,  $r$  et  $r_p$  respectivement le vecteur des rendements moyens et le niveau de rentabilité visé.

Nous avons proposé d'estimer l'espérance des rendements par l'écart entre notre anticipation des taux du lendemain et les taux constaté le jour même. Et de considérer comme mesure de risque le degré de précision de notre anticipation. Notre solution est donc un optimum semi-statique. il s'ajuste au jour le jour. Les résultats obtenus par la suite sont toutefois semblables à ceux de Markowitz puisque nous résolvons le même système matriciel.

6. Il s'agit donc d'une vision marked to market

7. Le gap du lendemain aura évolué à cause des entrées, sorties et déplacements de flux d'une journée

Notre anticipation des taux du lendemain sera fondée sur la prévision obtenue à partir d'un modèle de déformation de la courbe de taux. Le chapitre suivant présente la théorie de quelques uns de ces modèles.

## Modèles de déformation de la courbe de taux

### Zéro-coupon

L'objectif de la modélisation des variations de la courbe des taux est de fournir une relation simple entre l'état observé de la courbe des taux et un certain nombre de variables considérées explicatives. La finalité d'une telle démarche étant de pouvoir reproduire, sur la base de quelques facteurs, des mouvements les plus réalistes possibles de la gamme de taux. Cette capacité de simuler des mouvements réalistes des courbes de taux a plusieurs applications en finance, notamment le pricing de produits dérivés de taux et la quantification probabilisée du risque de taux raisonnablement concevable.

Plusieurs critères servent de bases à la validation d'un modèle pour un ensemble prédéfini de données. On peut citer entre autres la robustesse des hypothèses sous-jacentes au modèle ou l'adéquation entre les résultats du modèle et les formes observées. Mais nous tenons à rappeler que, aussi statistiquement robuste que soit un modèle, il persistera toujours une part d'aléa qui rendent les marchés totalement imprévisibles. Les modèles que nous présentons dans ce chapitre ne sont donc que des indications sur le comportement vraisemblable de la courbe de taux sous certaines hypothèses simplificatrices.

On considère qu'il existe deux approches pour la modélisation des taux d'intérêt. La première approche est une approche macro économique qui vise à construire un équilibre général, entre un large éventail d'indicateurs macroéconomiques, dont on déduira les dynamiques de taux sur la base de la théorie économique. Il s'agit de la classe des modèles d'équilibre général. Le grand avantage de ces modèles est qu'ils fournissent des indications directes sur l'évolution probable des taux sur le court, moyen ou long terme. Le gros inconvénient reste leur grande difficulté de calage avec le marché et la force des hypothèses sur lesquelles elles se basent, qui la rendent très complexe à mettre en œuvre.

La deuxième approche est moins ambitieuse car elle ne recherche pas à trouver un modèle global. Elle se fonde sur le principe d'absence d'opportunité d'arbitrage entre différents produits du marché. Cette approche, plus mathématique, s'inscrit plus dans le cadre de notre formation. Nous nous sommes donc limité à l'étude des modèles de ce types. De plus, vu la très grande diversité de modèles qui existent et le court délai dont nous disposions pour ce stage, nous avons dû restreindre le nombre de méthodes à celles que nous avons rencontré le plus fréquemment dans notre recherche documentaire.

## 4.1 Un modèle d'équilibre partiel à un facteur : le modèle de Vasicek

Le modèle proposé par Vasicek en 1977, est à mi-chemin entre les deux classes de modèles présentées dans l'introduction de ce chapitre. En effet, s'il suppose l'existence d'un facteur déterminant la dynamique de tous les taux de la ZC, il suppose également une certaine déconnexion entre la sphère macroéconomique (économie réelle) et les marchés financiers. Seules les relations entre variables financières comptent, on dit donc que c'est un modèle d'équilibre partiel. L'introduction de cette fracture fut une grande avancée qui a longtemps maintenu ce modèle comme une référence de marché.

Vasicek (1977) a proposé un modèle qui considère le taux court (comme le LIBOR par exemple) comme le facteur déterminant de la dynamique des autres taux de la courbe ZC. Il propose également de considérer la dynamique du taux court comme une dynamique brownienne avec retour à la moyenne de la forme :

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz \quad (4.1)$$

En considérant les prix des maturités supérieures comme estimations, perçue aujourd'hui, de l'espérance des payoffs futurs, Vasicek montre alors que le prix des ZC peut s'écrire sous la forme :

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \quad (4.2)$$



avec

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (4.3)$$

et

$$A(t, T) = \exp\left(\frac{(B(t, T) - T + t)(a^2b - \sigma/2)}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a}\right) \quad (4.4)$$

On déduit alors l'expression des taux d'intérêt de la ZC par la formule suivante :

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln(A(t, T)) + \frac{1}{T-t} B(t, T)r(t) \quad (4.5)$$

La procédure de simulation d'un mouvement de la courbe avec ce modèle passe donc par deux étapes. Premièrement, après avoir calibré le modèle de la dynamique du taux court (cf. equation (4.1)), il faut générer une valeur future du taux court (soit par extrapolation, soit par simulation du brownien). Le taux obtenu permettra donc de déduire tous les autres taux de la courbe ZC à partir de la relation (4.5).

Ce modèle a le mérite d'avoir été le premier à tenir compte de la fracture observée entre les deux sphères de l'économie et du caractère non déterministe des relations entre facteurs et courbe ZC. Toutefois il s'est vite révélé assez limité. En effet, ce modèle comme tous les modèles gaussiens n'exclut pas les possibilités d'apparition de taux négatifs. De plus, ce modèle ne permet pas de reproduire toutes les formes de courbes observées sur le marché.

Enfin, Le modèle de Vasicek (1977), ne permet pas de rendre compte des déformations non-parallèles de la courbe de taux, c'est-à-dire des situations dans lesquelles les taux ne varient pas tous dans le même sens. Ce dernier point suppose que les variations des différents taux seraient parfaitement corrélés.

Plusieurs extensions de ce modèle ont été proposées par la suite pour tenter de remédier à ces limites. L'une des plus célèbres reste la correction de Cox, Ingerson et Rox (CIR-1985) qui propose une solution pour pallier au problème d'apparition de taux négatifs par la modification de la dynamique des taux courts qui devient alors :

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz \quad (4.6)$$

## 4.2 Un modèle d'AOA à un facteur : le modèle de Hull & White

Le modèle de Vasicek tout comme la plupart des modèles de taux court à un facteur, est un processus invariant dans le temps, puisque les paramètres sont supposés constants. Dans un souci de flexibilité, HULL et WHITE (1990) proposent une diffusion du taux plus générale, où une fonction  $f$  du taux d'intérêt court  $r$  (taux spot ou taux comptant) obéit au processus gaussien de diffusion de la forme suivante :

$$df(r) = [\theta(t) - a(t)f(r)] dt + \sigma(t)dz \quad (4.7)$$

Ce modèle est également appelé modèle de Vasicek généralisé. Les fonctions  $\theta(t)$ ,  $a(t)$  et  $\sigma(t)$  varient en fonction du temps et peuvent être utilisées pour caler exactement le modèle sur les prix du marché. En contrepartie de ce gain de réalisme, le prix des obligations et de leurs options ne peut plus être obtenu analytiquement. De plus, le calibrage de ce modèle peut se révéler assez lourd à cause du grand nombre de paramètres et de leurs volatilités dans le temps.

On considère le plus souvent, les paramètres de volatilité  $a(t)$  et  $s(t)$  comme constants afin de simplifier les calculs. De plus nous ne présenterons que le cas où  $f(r) = r$ . On parle alors du modèle de Hull & White à un facteur. Ce modèle postule que la dynamique des taux est définie comme suit :

$$dr = [\theta(t) - ar] dt + \sigma dz \quad (4.8)$$

où  $\theta > 0$  désigne le drift de la dynamique,  $\sigma > 0$  est la volatilité constante de la diffusion,  $a > 0$  quantifie la vitesse de retour à la moyenne du processus, et  $dz$  suit une dynamique brownienne.

Dans ce modèle, le prix d'une obligation ZC s'écrit sous la forme :

$$P(t, T) = A(t, T) \exp^{B(t, T)r(t)} \quad (4.9)$$

avec

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

$$A(t, T) = \frac{P(0, T)}{P(0, t)} \exp \left( \frac{1 - e^{a(T-t)}}{a} F(0, t) - \sigma^2 \frac{(e^{2at} - 1)(e^{at} - e^{aT})}{4a^3} \right)$$

où  $P(t, T)$  désigne le prix à la date  $t$  d'une obligation ZC de maturité  $T$

Bien que ce modèle nous offre une telle solution analytique pour évaluer le prix d'une obligation à tout instant, il est souvent plus aisé d'évaluer ces prix par des méthodes numériques. On recourt alors aux arbres recombinaut pour estimer les progressions des taux de la courbe de taux.

Ce modèle est un modèle gaussien. Il n'exclut donc pas l'éventualité de l'apparition de taux négatifs. De plus, bien que le résultat de ce modèle colle assez bien à la réalité, il exige un calibrage assez fastidieux à cause du nombre de paramètres à estimer. On reproche souvent à ce modèle d'offrir une trop grande liberté, ce qui complique le calage avec les données de marchés.

Toutefois, ce modèle, comme tous les modèles AOA présente le grand avantage de construire ses estimations en restant en adéquation avec la courbe de taux considérée comme input. Plusieurs extensions à ce modèle ont été proposées. Parmi les plus intéressants, nous retenons le modèle H & W à deux facteurs pour lequel des approximations très intéressantes ont été proposées<sup>1</sup>

### 4.3 Modèle de Brace, Gatarek et Musiela

Le modèle de BGM (1997) est un modèle de marché LIBOR. Il explique, en effet, la dynamique de variation des taux forward. Il suppose l'existence d'un certain nombre de facteurs de risque influençant la dynamique des taux forward, ainsi que d'un drift ou tendance générale de cette dynamique. La dynamique de ce modèle s'écrit donc :

$$\delta F = \mu(t)dt + \sum_{i=1}^d \sigma_{k,q}(t) dW_{k,q}(t) \quad (4.10)$$

1. Notamment une approximation de cette dynamique H & W à deux facteurs par un processus  $g^{++}$  (brownien)

où  $\sigma_{k,q}$  est la composante de la volatilité du  $q$ ème facteur de risque.

L'hypothèse fondamentale de ce modèle est que les taux forwards du marché ont une dynamique donnée par :

$$dF(t) = F_k(t) \sum_{i=1}^d \sigma_i(t) dW_{k,i}(t) \quad (4.11)$$

Le paramétrage de ce modèle se déroule donc en deux étapes : La détermination du trend et la détermination de la partie aléatoire. Le trend s'obtient en général par une étude économétrique des séries historiques. Le processus de Wiener.

Le calage de ce modèle utilise les prix des caps cotés sur le marché. On suppose alors que ces actifs très liquides intègrent en permanence la totalité de l'information disponible et raisonnablement envisageable.

Ce modèle présente l'avantage de recréer une grande variété de formes de la courbe de taux. De plus, le fait qu'il soit construit à partir des taux forwards qui sont des valeurs directement observables sur le marché le rend plus aisé à mettre en œuvre que les autres modèles de marché.

Cependant, le modèle de BGM est assez difficile à calibrer à cause du nombre de dynamique autonomes qu'il incorpore. Il faut en effet calibrer chacune des dynamiques de Wiener ainsi que le trend. L'utilisation du BGM confronte donc à un choix entre précision du modèle et difficulté de calibrage.

Plusieurs techniques de réduction de la dimension du processus de Wiener peuvent être mis en œuvre. Dans la suite de ce rapport, nous utiliserons une de ces techniques pour élaborer un modèle de taux inspiré du modèle BGM, et qu'il nous serait aisé de mettre en œuvre.

Partie III

## **Mise en œuvre pratique**

## Analyse des gap construits pour la journée du 18/03/2014

Nous avons mis en œuvre la démarche que nous avons présentée à la section 1.2. Nous avons ainsi obtenu une balance composée de 27(vingt-sept) lignes. Chaque ligne correspond à un tenor. Dans ce chapitre nous présentons une lecture illustrée de la balance

### 1.1 Lecture horizontale

Pour une ligne donnée, le tableau nous donne les indicateurs suivants : la maturité considérée, le montant des placements et le taux moyen garanti pour ces placements, le montant des emprunts ainsi que le taux moyen garanti pour ces emprunts, on observe également la position au dénouement de la position et le taux de sortie de cette position finale. Enfin, on a la marge d'intérêt qui représente l'intérêt perçu par la banque sur l'ensemble de sa transaction et ce par maturité.

Si l'on prend, par exemple, la maturité OverNight, on remarque que l'ensemble des placements pour cette maturité s'élèvent à 109, 30 millions euro à un taux de placement de 0, 222%, ce taux est le taux moyen pondéré sur l'ensemble des placements de la période. Les emprunts quand à eux sont à hauteur de 171, 21 euro garantis à un taux de 0, 300% qui représente le taux moyen pondéré sur l'ensemble des emprunts de la période.

La position au dénouement est la somme des opérations effectuées par la banque, évaluée à terme. A cette position finale on associe un taux de sortie qui est le taux de refinancement de la position. Lorsqu'on a une position short, cela signifie que les sorties sont plus importantes que les entrées, et le taux de sortie représente le taux maximum auquel la banque doit emprunter pour

se financer. Si par contre la position finale est longue ; cela veut dire que les cash-flows sortants sont supérieurs aux entrants, le taux de sortie sera donc le taux minimum auquel la banque peut placer sur le marché. La marge d'intérêt est l'intérêt perçue par la banque sur l'ensemble de la transaction, dans le cas de l'OverNight, sa valeur est de  $-0,27$  euro.

Balance à échéance (Cumul direct)							
Maturité	Placements à maturité	Taux moyen (placement)	Emprunts à maturité	Taux moyen (emprunt)	Position (dénoyement)	Taux de sortie	Marge d'intérêt
on	109,30 €	0,221%	-171,21 €	0,300%	-61,90 €	0,300%	-0,27 €
1w	338,35 €	0,346%	-587,09 €	0,494%	-188,15 €	0,494%	-1,52 €
2w	121,91 €	0,452%	-72,28 €	1,531%	49,62 €	0,452%	-0,56 €
3w	69,13 €	0,309%	-94,51 €	1,233%	-25,38 €	1,233%	-0,95 €
1m	259,19 €	0,392%	-203,10 €	2,925%	56,09 €	0,392%	-4,92 €
2m	275,61 €	0,352%	-232,06 €	0,000%	43,55 €	0,352%	0,97 €
3m	146,84 €	0,960%	-84,92 €	0,000%	61,93 €	0,960%	1,41 €
4m	305,29 €	1,496%	-71,92 €	0,000%	233,38 €	1,496%	4,57 €

FIGURE 1.1 – Extrait de la balance 18/03/2014 - Première ligne

Ce tableau est une vision globale de la balance des flux de trésorerie globalement, la banque effectue des placements de l'ordre 1793,38 euro contre des emprunts de 1622,43 euro. Sa position est de ce fait généralement longue, estimée à 170,95 euro.

3y	2,00 €	2,661%	-3,40 €	0,000%	-1,40 €	0,000%	0,05 €
4y	0,00 €	0,000%	-1,36 €	0,000%	-1,36 €	-	0,00 €
5y	0,00 €	0,000%	-1,32 €	0,000%	-1,32 €	-	0,00 €
6y	0,00 €	0,000%	-32,43 €	0,000%	-32,43 €	-	0,00 €
9y	0,00 €	0,000%	-9,59 €	0,000%	-9,59 €	-	0,00 €
Total	1793,38 €	0,655%	-1622,43 €	0,717%	170,95 €		0,11 €

FIGURE 1.2 – Extrait de la balance 18/03/2014 - Dernière ligne

## 1.2 Lecture verticale

En général, les positions sont short sur les petites et très longues maturités (voir les zones orange et bleue sur le graphique) et longues sur les moyennes (zone verte). De plus, une lecture des marges d'intérêt permet de voir que la trésorerie de la banque dégage des excédents sur les positions à long et moyen terme, mais pas pour les petites maturités.

De plus, on constate que les gaps de très long terme sont ouverts sans contrepartie dans les placements. Cela induit une surexposition au risque sur ces maturités. Cette exposition sur les grandes maturités engendre un risque dû à l'incertitude sur le long terme.

La figure ci-dessous présente un aspect globale de la balance en lecture verticale.

Maturité	Position (dénouement)	Taux de sortie	Marge d'intérêt
on	-61,90 €	0,300%	-0,27 €
1w	-188,15 €	0,494%	-1,52 €
2w	49,62 €	0,452%	-0,56 €
3w	25,38 €	1,233%	-0,95 €
1m	56,09 €	0,392%	-4,92 €
2m	43,55 €	0,352%	0,97 €
3m	61,93 €	0,960%	1,41 €
4m	233,38 €	1,496%	4,57 €
5m	8,48 €	0,737%	0,16 €
6m	5,57 €	1,245%	0,07 €
7m	2,41 €	1,439%	0,05 €
8m	22,56 €	0,793%	0,18 €
9m	21,03 €	0,658%	0,14 €
10m	-9,25 €	0,000%	0,01 €
11m	0,05 €	1,650%	0,00 €
12m	-0,75 €	-	0,00 €
13m	-	-	0,00 €
14m	-	-	0,00 €
15m	-1,34 €	0,000%	0,18 €
16m	1,34 €	2,423%	0,31 €
17m	0,74 €	-	0,00 €
2y	-1,45 €	0,000%	0,24 €
3y	-1,40 €	0,000%	0,05 €
4y	-1,36 €	-	0,00 €
5y	-1,32 €	-	0,00 €
6y	-32,43 €	-	0,00 €
9y	-9,59 €	-	0,00 €
<b>Total</b>	<b>170,95 €</b>		<b>0,11 €</b>

FIGURE 1.3 – Extrait de la balance 18/03/2014 - Vision verticale



## Une brève étude des mouvements de la courbe de taux

la cause du risque de taux étant avant tout les mouvements des taux d'intérêts cotés sur le marché, toute démarche visant à gérer ce risque devrait commencer par une étude (aussi sommaire soit-elle) de ces mouvements afin de disposer au moins d'une vision d'ensemble du comportement des taux de marché.

Pour ce faire, il faut avant tout définir les taux d'intérêt qui serviront de référence au travail ; ce qui revient à choisir, parmi l'infinité de taux disponibles sur le marché, ceux qui s'adaptent le mieux à nos besoins. Ensuite, nous avons fait une première analyse des variations des taux choisis pour se faire une idée des tendances et de la plus ou moins grande volatilité des taux d'intérêt en fonction des différentes maturités.

Au sortir de cette étape, nous avons également tiré les corrélations entre les variations historiques des différentes maturités. Enfin, nous avons essayé de résumer les mouvements des taux par le biais d'un nombre réduit de facteurs.

### 2.1 Les données de travail - construction des courbes ZC uniformes

Etant donné que nous travaillons sur le marché monétaire, nous nous devons de prendre des taux d'intérêt cohérents avec les données de ce marché. C'est pour cela, que nous avons choisi comme taux de référence les taux EURIBOR pour l'euro. Ces taux sont des taux monétaires interbancaires. Ce sont donc des taux d'intérêt linéaires exprimés dans une base exact/360.

Pour les maturités supérieures à un an, nous avons choisi les taux cotés EUR-IRS pour l'euro. Comme nous l'avons plus haut (2.1), ce sont les extensions naturelles des taux LIBOR,

puisque ce sont les taux équivalents au paiement du LIBOR sur une période longue lors d'un SWAP.

Par convention, les taux de marché pour les maturités supérieures à un an sont exprimés dans une base actuarielle, c'est-à-dire exact/exact. Nous devons donc uniformiser les données en les exprimant toutes dans la même base de calcul. Nous avons choisi d'exprimer tous les taux dans la base exact/365, qui est une bonne approximation de la base actuarielle et qui présente l'avantage d'éviter de faire la distinction entre année bissextile ou non.

Il nous a donc fallu transformer les taux LIBOR pour les faire passer de la base exact/360 à la base exact/365. Vu qu'il s'agit de taux proportionnels, il a suffit de faire une règle de trois pour passer de 360 jours à 365 jours. La formule de transformation est la suivante :

$$r_{360} = r_{365} * \frac{360}{365} \quad (2.1)$$

où  $r_{360}$  et  $r_{365}$  sont respectivement les taux en base 360 et 365.

Etant donné que les taux SWAP (et les taux du marché secondaire des obligations marocaines) sont des taux annuels, ils impliquent donc le paiement annuel d'un intérêt équivalent. Il ne s'agit donc pas de taux Zéro coupon. Or ce sont les taux zéro coupon qui nous intéressent. Nous avons donc déduit les taux zéro coupon à partir des taux swap en nous servant de l'algorithme du bootstrap. Cet algorithme consiste à déduire récursivement les taux zéro coupon à partir des taux couponnés. Le point de départ étant le taux à un an qui est par définition un taux ZC. A partir de ce taux, on déduit le taux à deux ans, puis des deux précédents, on déduit le taux à trois ans et ainsi de suite. La formule de récursivité est la suivante :

$$r_n = \left[ \frac{1 + C_n}{1 - C_n * \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(1+r_i)^i}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (2.2)$$

où  $C_n$  est le taux annuel avec coupons pour la maturité  $n$  et  $r_n$  le taux ZC pour la même maturité

Enfin, après toutes ces modifications, nous devons obtenir les taux pour toutes les maturités envisageables. Or, pour chaque devise, seuls les taux de quelques maturités phares (ou ténors) sont calculés et donc disponibles. Par exemple, pour l'euro, les maturités EURIBOR disponibles sont SW, 2W, 1M, 2M, 3M, 6M, 9M, 1Y. Nous avons donc estimé les taux des maturités intermédiaires par interpolation linéaire.

L'hypothèse qui soutend ce choix est celle d'une linéarité de l'intérêt entre deux ténors. Cette hypothèse est la plus commune sur le marché et c'est celle qui était utilisée par le DESK trésorerie. Toutefois, d'autres hypothèses de progression existent, et induisent d'autres modes d'interpolation. La formule d'interpolation linéaire employée est la suivante :

$$r = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1} * (t - t_1) + r_1 \quad (2.3)$$

où  $r$  est le taux recherché pour la maturité  $t$ , et  $t_1$ , et  $t_2$  sont respectivement les premières maturités dont les taux  $r_1$  et  $r_2$  sont connus et qui encadrent directement  $t$ .

## 2.2 Analyse historique des variation de taux

Dans cette section, nous présentons les résultats des différentes études que nous avons faites pour affiner notre connaissance du comportement historique de la courbe ZC. Nous avons étudié plusieurs voies statistiques pour synthétiser au mieux les fluctuations des taux différents maturités. Nous avons commencé par observer les corrélations entre les variations de taux des différents maturités. Ensuite, nous avons observé les distributions historiques des variations de taux des différentes maturités pour voir si nous pouvions les approcher par des distributions usuelles. Enfin nous avons procédé à une analyse en composantes principales de ces variations pour résumer les mouvements de taux en quelques facteurs déterminants.

### 2.2.1 Étude de l'évolution historiques des taux de marché

Nous avons commencé par l'observation de la progression historique des différents cours d'intérêt sur un large horizon. Nous voulions ainsi nous faire une première idée du comportement des taux d'intérêts côtés sur le marché. La figure ci-dessous présente la progression historique des différents taux (SW, 2W, 1M, 2M, 3M, 6M, 9M, 1Y) le **entre 28/05/2009 et le 18/03/2014**.

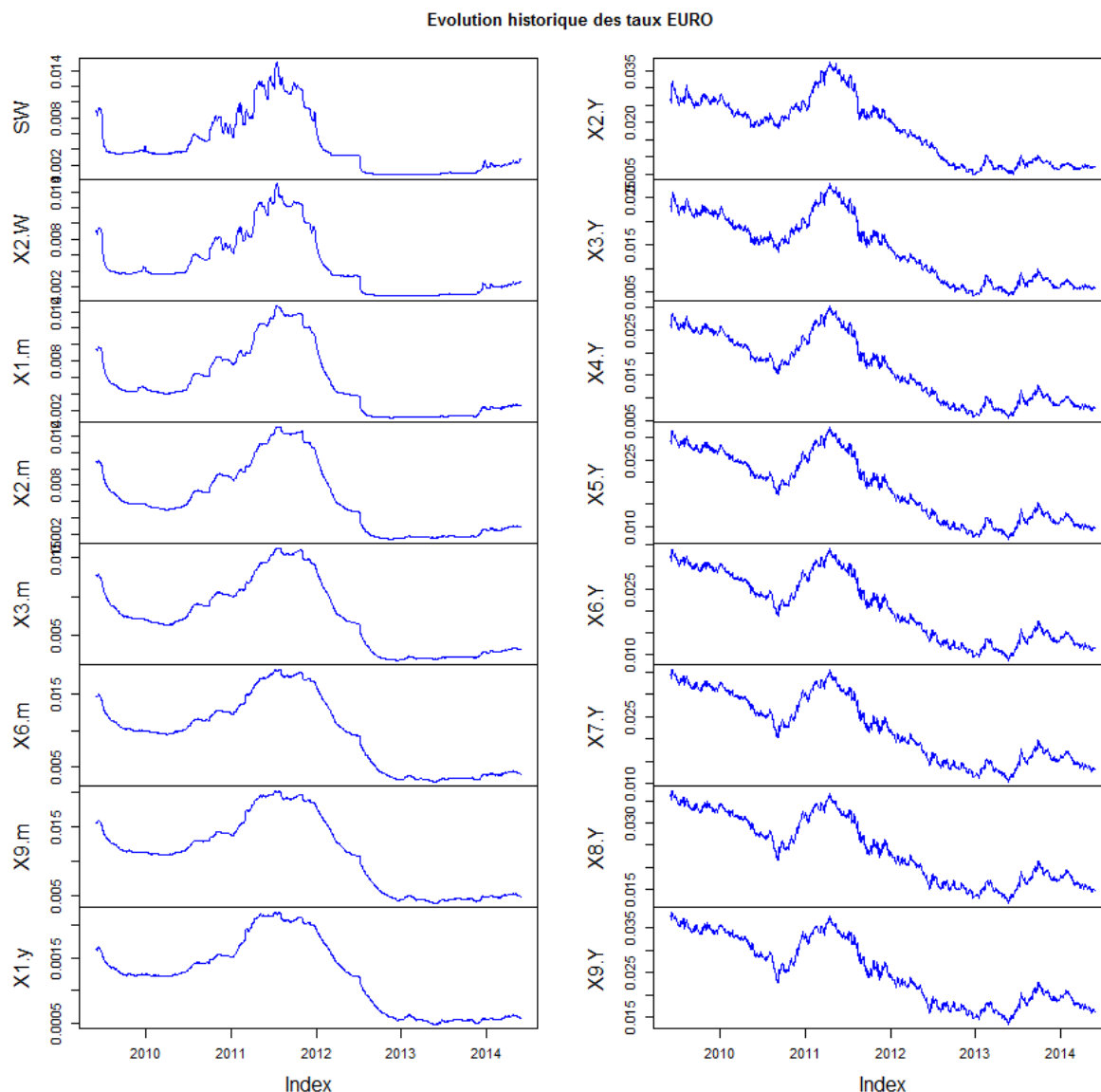


FIGURE 2.1 – Progression historique des taux d'intérêt (EUR) pour les différentes maturités

Une information que nous avons pu tirer de cette figure est l'existence sur le marché de périodes à trend assez marqué des taux d'intérêt (hausse ou de baisse marquée qui se prolonge sur une période). Sur notre fenêtre d'observation, nous avons repéré par exemple trois périodes : un trend haussier du 28/05/2009 au 02/06/2011, puis un trend baissier du 03/06/2011 à 15/08/2012, puis enfin une période d'apparente stabilité qui se prolonge jusqu'au 17/03/2014, jour d'arrêt de nos données. Ci-dessous, un découpage de l'historique suivant les périodes ainsi identifiées.

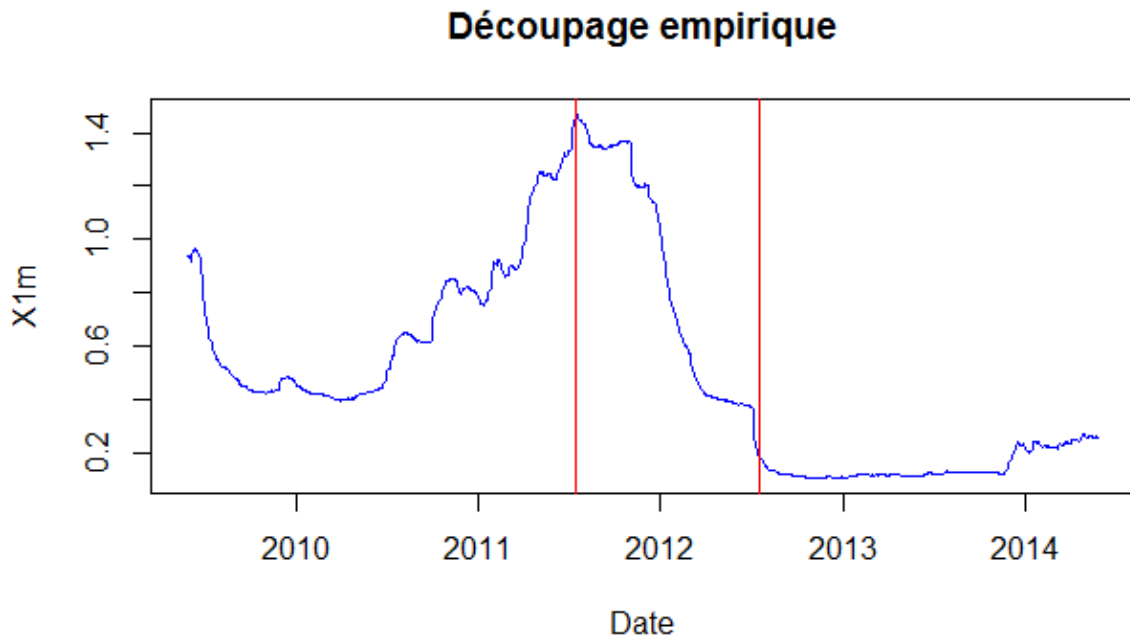


FIGURE 2.2 – Découpage empirique en périodes distinctes de l’historique EUR-1M

Il apparait donc clairement que les taux d’intérêt des différentes maturités ne peuvent pas être considérés comme des séries stationnaires. Au regard de cette non-stationnarité, nous avons observé les séries des fluctuations journalières qui semblent stationnaires, comme le montrent la figure ci-dessous et le test de stationnarité de Dickey & Fuller présenté à sa suite.

Evolution historique des variations journalières des taux EURO

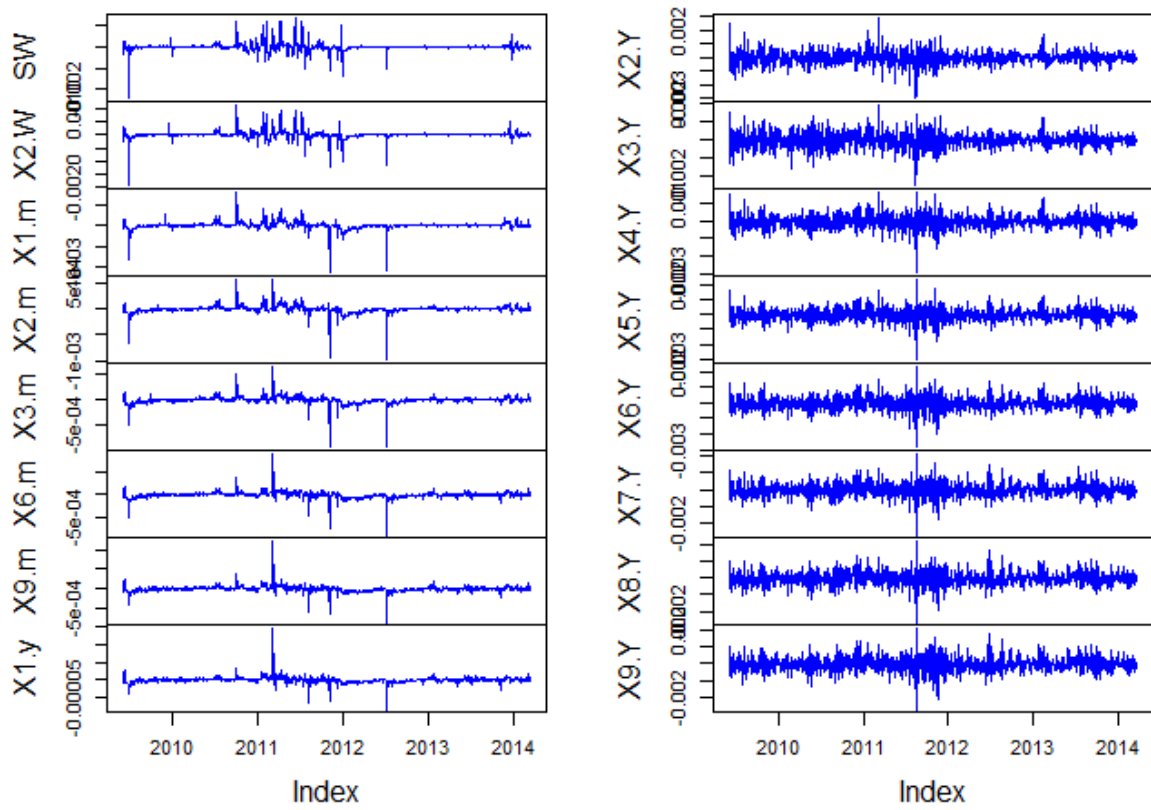


FIGURE 2.3 – Variations historiques des taux d'intérêt (EUR)

Tenors	Taux (p value)	Variations des taux (p value)
SW	0.78	<0.01
2W	0.83	<0.01
1M	0.85	<0.01
2M	0.89	<0.01
3M	0.90	<0.01
6M	0.93	<0.01
9M	0.94	<0.01
1Y	0.94	<0.01
2Y	0.78	<0.01
3Y	0.74	<0.01
4Y	0.74	<0.01
5Y	0.73	<0.01
6Y	0.72	<0.01
7Y	0.69	<0.01
8Y	0.68	<0.01
9Y	0.66	<0.01

TABLE 2.1 – P values du test de Dickey & Fuller resp. pour la série des taux et des variations des taux

Une autre information que nous avons pu tirer de cette figure, est qu'il semblerait qu'il y ait une forte corrélation entre les différents taux. En effet, on a constaté que les taux des différentes maturités fluctuaient en générale de la même manière. Cette remarque nous a mené à faire l'étude des corrélations entre les fluctuations journalières des taux d'intérêt côtés, qui fait l'objet de la section suivante.

### 2.2.2 Étude des corrélations

Nous avons commencé par calculer une matrice de différences premières, c'est-à-dire une matrice présentant les variations journalières des taux considérés par maturité et sur notre horizon historique. Nous avons ensuite calculé la matrice de corrélation entre ces différentes variations. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous pour les variations des taux Euro :

SW	2W	1M	2M	3M	6M	9M	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y
1.00														
+ .92	1.00													
+ .72	+ .85	1.00												
+ .64	+ .77	+ .94	1.00											
+ .56	+ .69	+ .89	+ .96	1.00										
+ .51	+ .62	+ .80	+ .90	+ .94	1.00									
+ .45	+ .55	+ .71	+ .83	+ .89	+ .97	1.00								
+ .41	+ .51	+ .66	+ .78	+ .84	+ .94	+ .98	1.00							
+ .05	+ .06	+ .05	+ .05	+ .05	+ .06	+ .07	+ .08	1.00						
+ .02	+ .02	+ .04	+ .03	+ .03	+ .05	+ .06	+ .07	+ .81	1.00					
+ .02	+ .02	+ .02	+ .02	+ .02	+ .03	+ .04	+ .05	+ .89	+ .82	1.00				
- .01	- .01	+ .00	+ .00	+ .01	+ .02	+ .03	+ .04	+ .83	+ .79	+ .97	1.00			
+ .00	- .01	+ .00	+ .01	+ .01	+ .02	+ .03	+ .03	+ .79	+ .77	+ .94	+ .97	1.00		
- .02	- .02	- .01	- .01	+ .00	+ .01	+ .02	+ .03	+ .77	+ .74	+ .92	+ .94	+ .94	1.00	
- .03	- .02	- .01	- .01	+ .00	+ .01	+ .02	+ .03	+ .73	+ .71	+ .90	+ .93	+ .93	+ .98	1.00
- .03	- .04	- .03	- .02	- .02	- .01	+ .00	+ .01	+ .70	+ .69	+ .87	+ .91	+ .92	+ .96	+ .97

TABLE 2.2 – Triangle inférieur de la matrice de corrélation

On constate assez aisément qu’il y a une relation décroissante entre l’éloignement de deux maturités et la corrélation de leurs mouvements de taux. On peut le formuler simplement en disant que plus deux maturités sont éloignées, moins les mouvements de taux de l’une sont liés à ceux de l’autre.

Il est aussi intéressant de constater que cette matrice de corrélations n’est pas unitaire. Cette remarque nous servira plus tard à peser la solidité des hypothèses sous-jacentes à certains modèles paramétriques de déformation de la courbe de taux ZC comme le modèle de Vasicek.

### 2.2.3 Analyse en composantes principales des mouvements de taux

Ayant constaté l’existence de certaines corrélations entre les variations des taux d’intérêt pour les différentes maturité, l’étape suivante de notre analyse historique a été de chercher à résumer les mouvements de la courbes de taux en un nombre réduit de facteurs en nous servant



de l'analyse en composantes principales (ACP). Ce faisant, nous espérons réduire le nombre de paramètres à considérer pour décrire les mouvements de la courbe de taux. Cette démarche s'appuie sur les travaux de Philippe Priaulet et Lionel Martellini (2000).

Grâce à cette ACP, nous avons pu isoler trois facteurs implicites, qui expliquent plus de 91% des variations constatées historiquement. Notons qu'en limitant les maturités considérées à des périodes de moins d'un an, ou de plus d'un an, nous obtenons une plus grande part expliquée (97% environ) par ces facteurs. Cela est dû à la différence du comportement des acteurs du marché sur le court terme (spéculation) et sur le long terme (Hedging).

Une représentation des coordonnées des différentes variations sur nos axes permettent de se faire une idée sur l'effet correspondant à chacun, c'est-à-dire de l'effet de chaque facteur sur l'allure de la courbe ZC. Nous présentons ci-dessous cette représentation graphique pour les taux EURO.

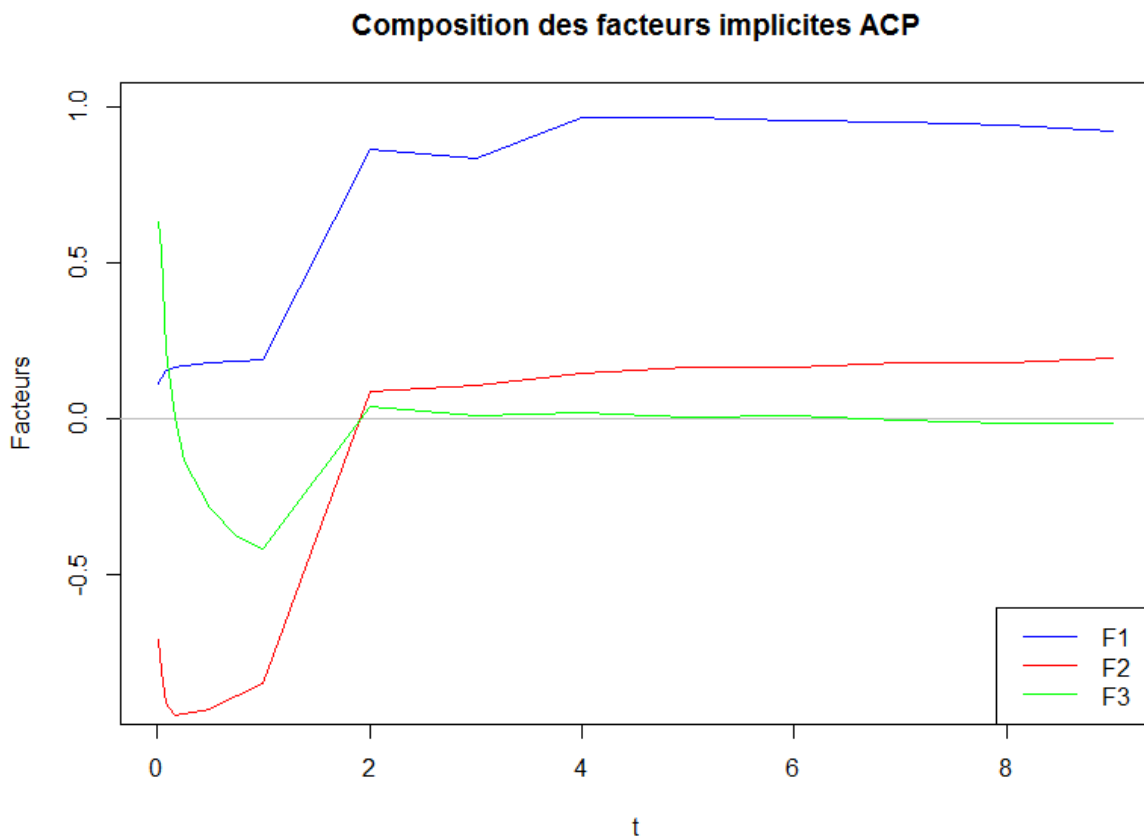


FIGURE 2.4 – Effet des facteurs de l'ACP sur les taux des différentes maturités

A partir de ce graphique, nous tirons la conclusion suivante sur l'effet de chaque facteur :

- ▶ **Facteur 1** : Effet de niveau
- ▶ **Facteur 2** : Effet de pente
- ▶ **Facteur 3** : Effet de courbure

En effet, On constate que toutes les corrélations du premier facteur sont positives. Alors, une augmentation du facteur 1 tendra à tirer tous les taux de la courbe vers le haut. Il s'agit donc d'un effet de niveau. On parle aussi de translation de la courbe de taux par abus de langage, même si on voit bien que l'effet de ce facteur n'est pas le même pour toutes les maturités.

Le second facteur présente des corrélations positives sur les maturités courtes et négatives sur le long terme. Une augmentation de ce facteur se traduira donc par une hausse des taux à court terme couplée à une baisse des taux à long terme. Ce qui aura pour conséquence de faire baisser la pente de la courbe de taux *ZC*. C'est pourquoi on parle de Facteur de pente.

Le troisième facteur présente des corrélations positives pour les taux de court terme et long terme, alors qu'il a des corrélations négatives sur le moyen terme. Une augmentation de ce facteur fera donc baisser les taux pour les maturités moyennes, tandis que les taux des autres maturités monteront. L'effet visible sera alors la réduction de la bosse sur le milieu de la courbe de taux *ZC*. On parle donc d'un effet de courbure.

Ces résultats concordent avec ceux de Philippe Priaulet et Lionel Martellini.

#### **2.2.4 Distributions historiques**

Le volet suivant de notre exploration a été de tester si nous pouvions approcher le comportement historique des différentes variations de taux par une des lois usuelles. Pour ce faire, nous avons tracé les histogrammes des variations de taux. Nous avons ainsi obtenu une représentation de la distribution historique des mouvements de taux pour chacune des maturités considérées. Ci-dessous la distribution historique des variations du taux EURIBOR-SW.

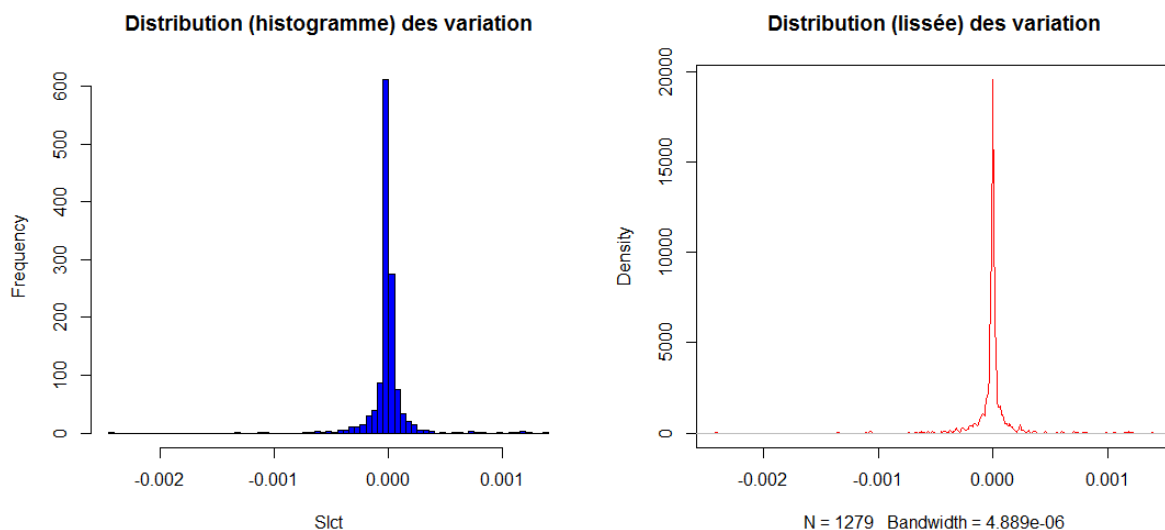


FIGURE 2.5 – Distribution historique des taux EUR-SW

Cette distribution est apparemment symétrique. Nous avons donc procédé à un test de normalité pour tester une adéquation avec la densité de probabilité la plus usuelle. Le tableau ci dessous présente les résultats du test de normalité de Jarque Bêra appliqué aux différentes séries de variation de taux. Il nous oriente vers le rejet de notre hypothèse de normalité.

Tenors	p value	Tenors	p value
SW	<0.01	2Y	<0.01
2W	<0.01	3Y	<0.01
1M	<0.01	4Y	<0.01
2M	<0.01	5Y	<0.01
3M	<0.01	6Y	<0.01
6M	<0.01	7Y	<0.01
9M	<0.01	8Y	<0.01
1Y	<0.01	9Y	<0.01

TABLE 2.3 – P values du test de Jarque Bêra pour la série des variations des taux

Toutefois dans un soucis de simplification, nous avons conservé l'hypothèse de normalité. Cette hypothèse demeure en effet l'hypothèse sous-jacente de nombreux outils statistiques

théorique. De plus, la symétrie de la série rend moins forte une hypothèse de normalité. Dans la suite de ce travail nous travaillerons donc en supposant la normalité.

## Essai de modélisation des mouvements de la courbe des taux

### 3.1 Le modèle de déformation choisi

Plusieurs modèles statistiques ont été proposés pour décrire et reproduire les mouvements de la courbe de taux. Chacun de ces modèles possède ses forces et ses faiblesses. L'étude de chacun d'eux pourrait constituer un sujet de PFE à part entière. Vu le temps limité qui était le notre, nous avons donc dû faire un choix. Nous n'avons tout d'abord considéré, que les modèles que nous avons pu identifier comme références lors de notre revue de la littérature qui existe sur le sujet. (cf 4)

Les principales critiques formulées contre ces modèles sont :

- ▶ L'absence de garantie de taux positifs pour le modèle de Vasicek et celui de Hull & White.
- ▶ L'incapacité à reproduire toutes les formes de courbe de taux pour les modèles Vasicek et CIR.
- ▶ La complexité du calibrage pour le modèle de BGM et celui de Hull & White à deux facteurs.

Toutefois, le modèle de BGM semble se dégager comme étant le modèle de référence en matière de modélisation des déformations de la courbe des taux en ALM, notamment parce qu'il permet une grande flexibilité, qu'il offre une grande liberté dans le choix et l'interprétation des facteurs de risque et qu'il colle bien aux données de marché.

Alors nous nous sommes orienté vers une variante simplifiée de ce modèle afin d'éviter un calibrage fastidieux. Il s'agit d'un modèle basé sur l'ACP qui permet de reproduire des mou-

vements réalistes de la courbe des taux à partir des axes factoriels identifiés avec l'ACP de la section (cf ref).

Dans ce modèle, les fluctuations de la ZC s'écrivent sous la forme :

$$dr = \bar{dr} + \theta_1 * \lambda_1 * F_1 + \theta_2 * \lambda_2 * F_2 + \theta_3 * \lambda_3 * F_3 + \epsilon \quad (3.1)$$

où les  $\theta_i$ , ( $i = 1, 2 \text{ ou } 3$ ) représentent des chocs constatés sur l'axe factoriel considéré, les  $\lambda_i$  sont les valeurs propres de chaque axe factoriel et  $\epsilon$  est un paramètre d'incertitude qui a une dynamique brownienne et représente la part des autres axes que nous avons négligés.

De plus, puisque les séries des variations des taux d'intérêt pour les différentes maturités semblent toutes centrées sur zéro, nous avons complété ce modèle avec une hypothèse de nullité de la moyenne ( $\bar{dr} = 0$ ). Le modèle devient alors :

$$dr = \theta_1 * \lambda_1 * F_1 + \theta_2 * \lambda_2 * F_2 + \theta_3 * \lambda_3 * F_3 + \epsilon \quad (3.2)$$

Nous qualifierons par la suite les chocs subits par un axe donnée  $i$  comme un risque de type  $i$ . Pour achever notre modèle, il faudrait avoir une idée sur la dynamique des risque d'ordre 1, 2 et 3. Cette modélisation est l'objet de la section suivante.

## 3.2 Le modèle gouvernant les chocs

Nous avons récupéré les séries des chocs sur les axes factoriels. Nous avons constaté que ces séries semblaient stationnaires, comme le montre la figure ci-dessous.

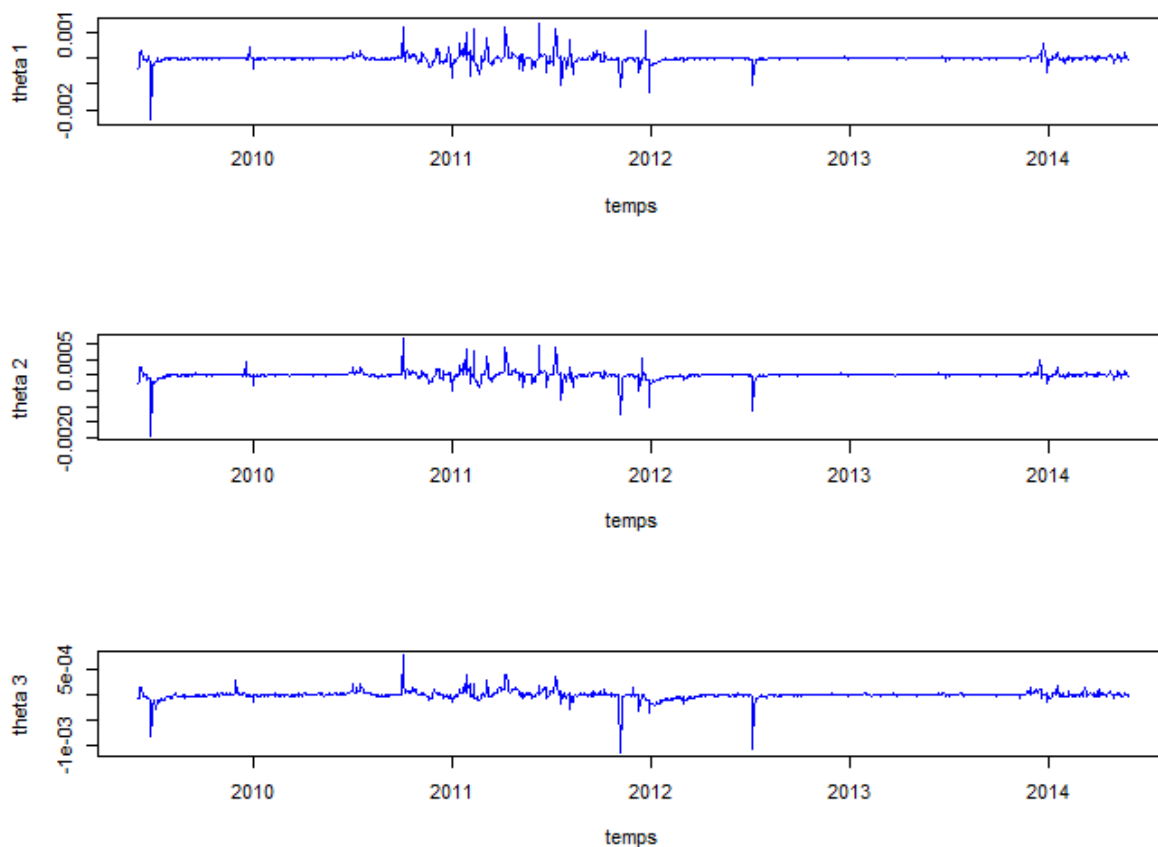


FIGURE 3.1 – Évolution des chocs subits sur chaque axes dans le temps

Cette stationnarité est confirmée par les résultats du test de Dickey & Fuller appliqué à ces séries. Ces résultats sont présentés dans le tableau ci dessus dans lequel toute les p values sont en dessous du niveau de rejet de 5%.

Chocs	p value
$\theta_1$	<0.01
$\theta_2$	<0.01
$\theta_3$	<0.01

TABLE 3.1 – P values du test de Dickey & Fuller pour les chocs

Nous avons donc essayé de modéliser ces séries par des modèle ARMA(p,q) en respectant la méthodologie de Box & Jenkins. Les étapes et résultats pour chaque modèle sont présenté

ci dessous.

### 3.2.1 Modélisation du risque de premier ordre (choc $\theta_1$ )

#### Corrélogramme et corrélogramme partiel

La figure ci-dessous nous oriente vers des ordres d'ajustement maximaux  $p_{max} = 0$  et  $q_{max} = 3$ .

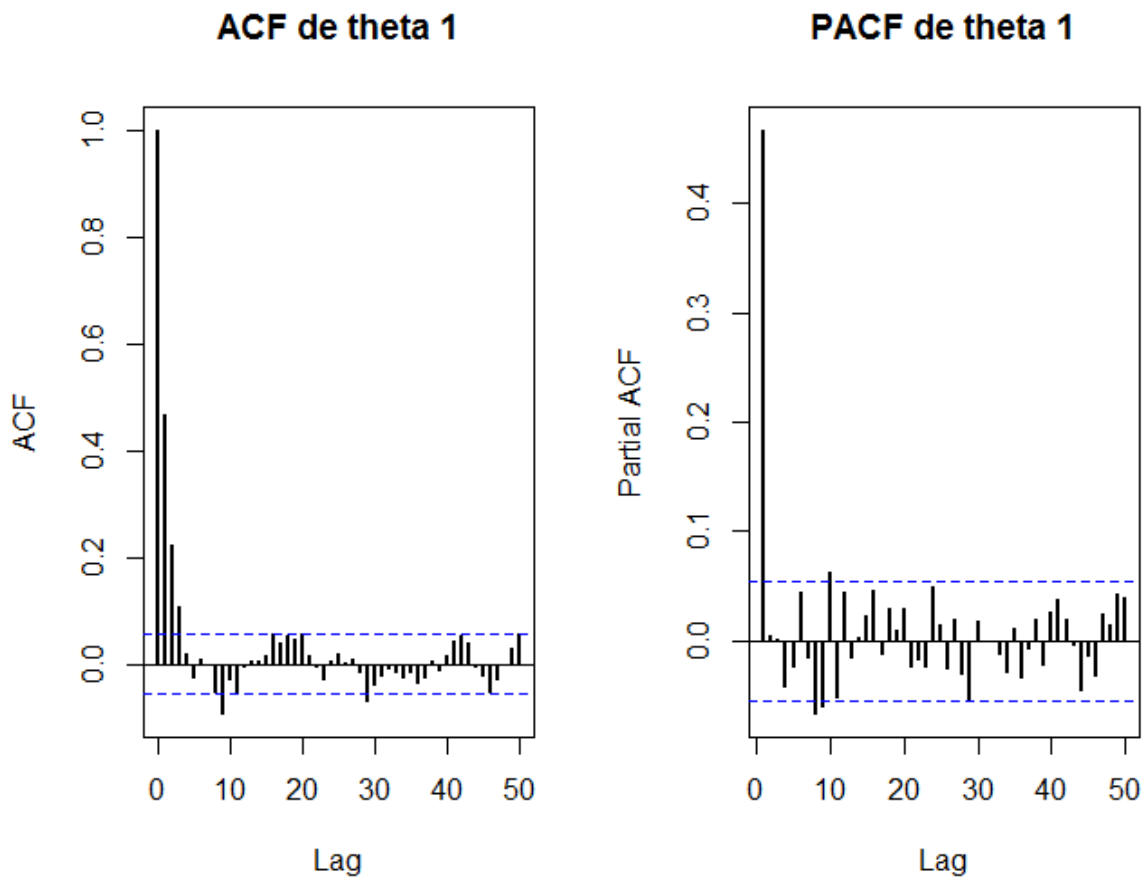


FIGURE 3.2 – Corrélogramme (ACF) et corrélogramme partiel (PACF) su risque de premier ordre

#### Test des différents ordres

Le tableau ci-dessous présente les AIC des différents modèles testés.



Modèle	AIC
MA(0)	-19638.66
MA(1)	-19928.12
MA(2)	-19993.91
MA(3)	-20036.23

TABLE 3.2 – Comparaison des AIC des différents modèles

Nous retenons le modèle  $MA(3)$  au regard des informations de ce tableau.

### Test des résidus pour la validation

La figure ci dessous présente une présentation synthétique des résultats du test de blancheur des résidus de Ljung & Box.

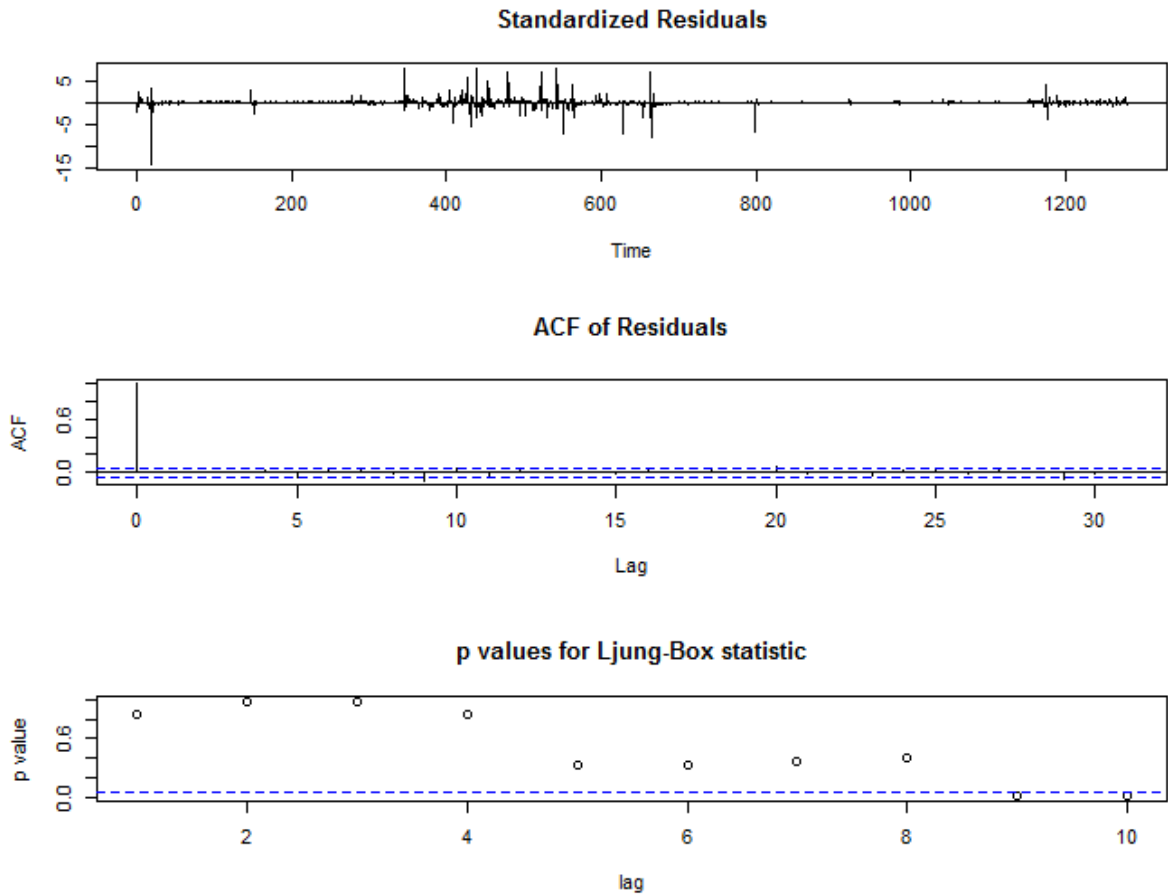


FIGURE 3.3 – Résultat synthétique du test de bruit blanc de Ljung & Box pour les résidus du modèle de risque de premier ordre

La lecture de cette figure nous permet de valider cette modélisation puisque toutes p values du corrélogramme des résidus sont supérieures au niveau critique de 5%. Le graphe ci dessous présente, superposées, la série observé des chocs de premier ordre et celle ajustée.

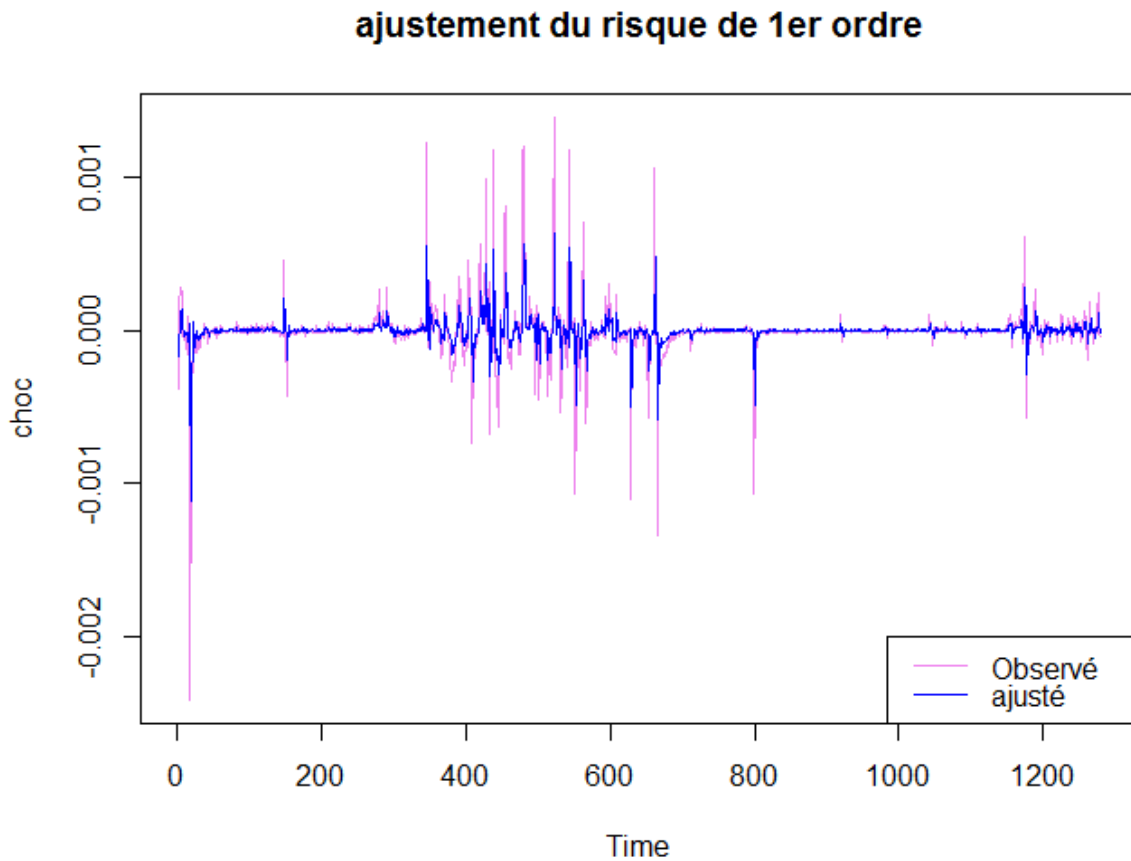


FIGURE 3.4 – Ajustement obtenu pour les chocs de premier ordre

### 3.2.2 Modélisation du risque de deuxième ordre (choc $\theta_2$ )

#### Corrélogramme et corrélogramme partiel

La figure ci-dessous nous oriente vers des ordres d'ajustement maximaux  $p_{max} = 0$  et  $q_{max} = 7$ .

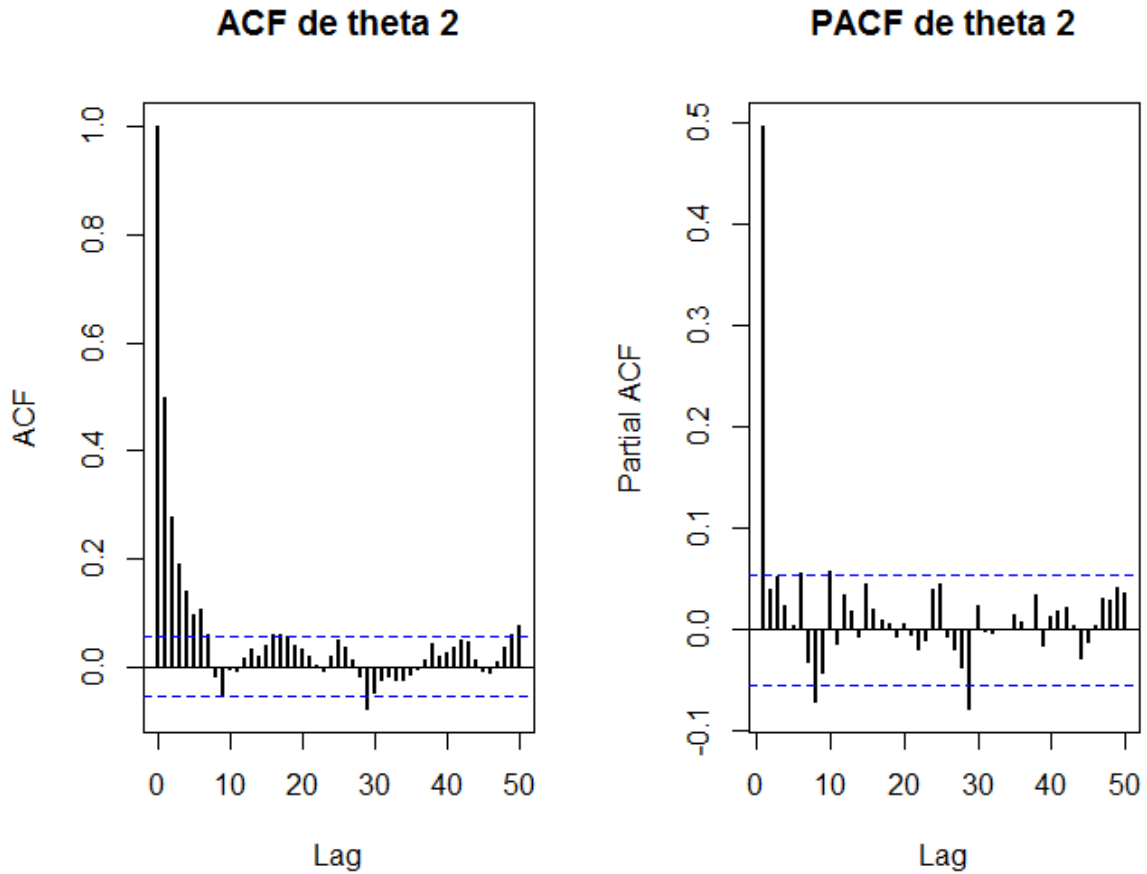


FIGURE 3.5 – Corrélogramme (ACF) et corrélogramme partiel (PACF) su risque de second ordre

### Test des différents ordres

Le tableau ci-dessous présente les AIC des différents modèles testés.

Modèle	AIC
MA(0)	-18386.62
MA(1)	-18662.59
MA(2)	-18708.85
MA(3)	-18724.42
MA(4)	-18732.99
MA(5)	-18731.1
MA(6)	-18734.83
MA(7)	-18741.48

TABLE 3.3 – Comparaison des AIC des différents modèles

Nous retenons le modèle  $MA(7)$  au regard des informations de ce tableau.

### **Test des résidus pour la validation**

La figure ci dessous présente une présentation synthétique des résultats du test de blancheur des résidus de Ljung & Box.

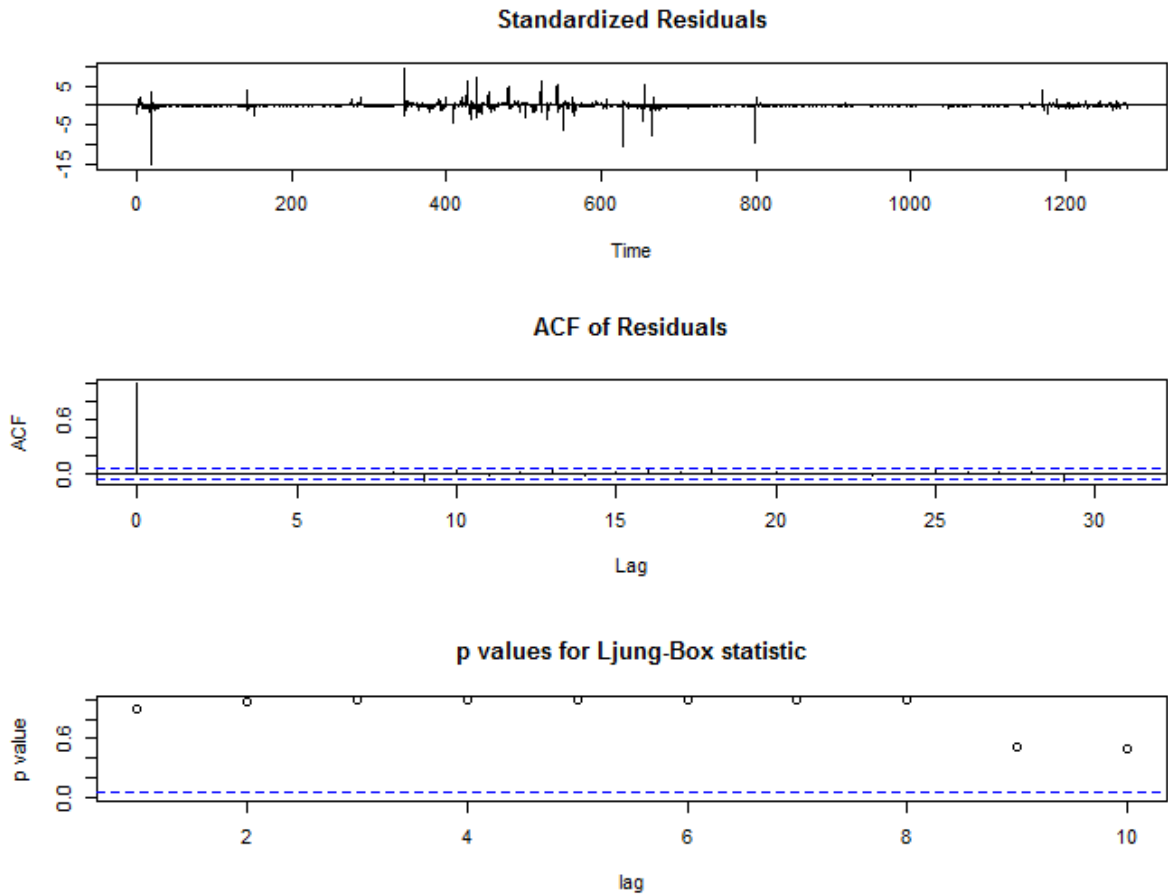


FIGURE 3.6 – Résultat synthétique du test de bruit blanc de Ljung & Box pour les résidus du modèle de risque de deuxième ordre

La lecture de cette figure nous permet de valider cette modélisation puisque toutes p values du corrélogramme des résidus sont supérieures au niveau critique de 5%. Le graphe ci dessous présente, superposées, la série observée des chocs de second ordre et celle ajustée.

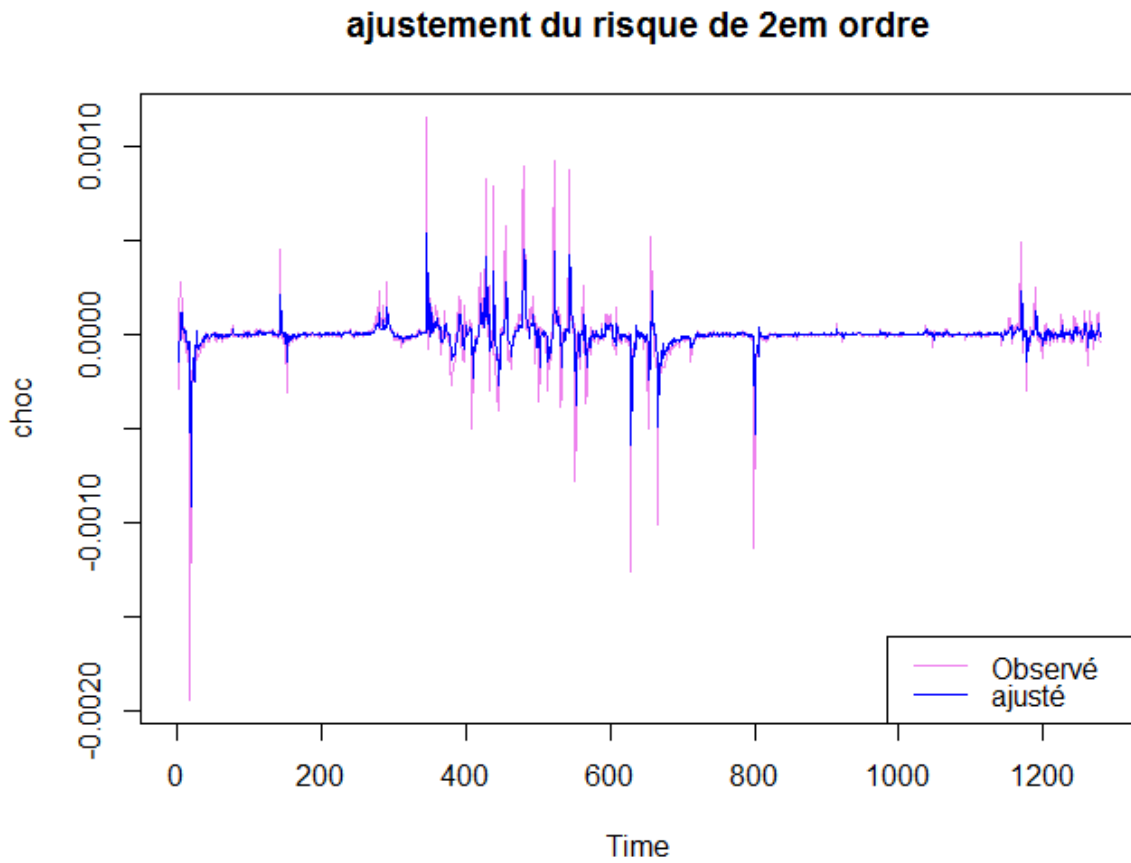


FIGURE 3.7 – Ajustement obtenu pour les chocs de second ordre

### 3.2.3 Modélisation du risque de troisième ordre (choc $\theta_3$ )

#### Corrélogramme et corrélogramme partiel

La figure ci-dessous nous oriente vers des ordres d'ajustement maximaux  $p_{max} = 2$  et  $q_{max} = 1$ .

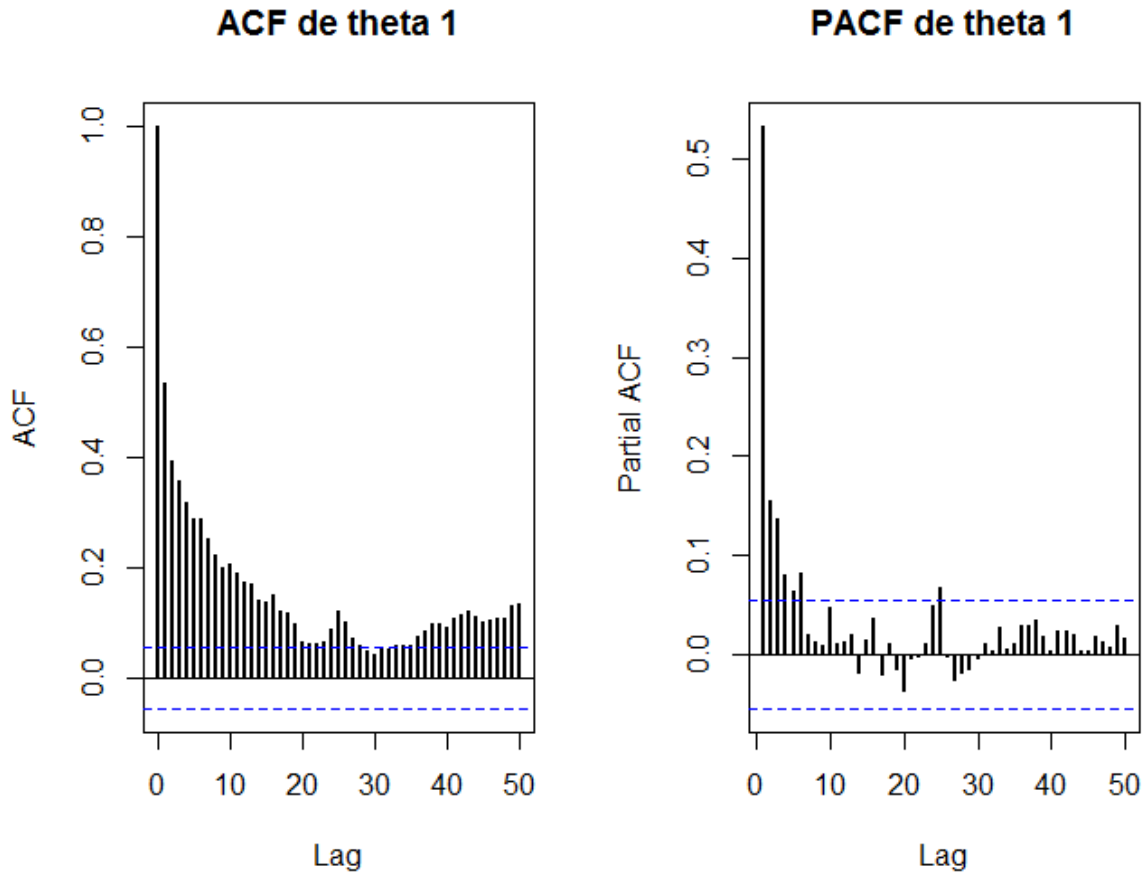


FIGURE 3.8 – Corrélogramme (ACF) et corrélogramme partiel (PACF) su risque de troisième ordre

### Test des différents ordres

Le tableau ci-dessous présente les AIC des différents modèles testés.



Modèle	AIC	Modèle	AIC
ARMA(0,1)	-19928.12	ARMA(1,1)	-20112.3
ARMA(0,2)	-19993.91	ARMA(1,2)	-20128.99
ARMA(0,3)	-20036.23	ARMA(1,3)	-20127.06
ARMA(0,4)	-20057.86	ARMA(1,4)	-20125.31
ARMA(0,5)	-20065.13	ARMA(1,5)	-20123.38
ARMA(2,1)	-20128.54	ARMA(3,1)	-20126.98
ARMA(2,2)	-20127.08	ARMA(3,2)	-20124.66
ARMA(2,3)	-20125.06	ARMA(3,3)	-20123.29
ARMA(2,4)	-20123.08	ARMA(3,4)	-20121.25
ARMA(2,5)	-20122.37	ARMA(3,5)	-20120.4

TABLE 3.4 – Comparaison des AIC des différents modèles

Nous retenons le modèle  $ARMA(2, 1)$  au regard des informations de ce tableau.

### Test des résidus pour la validation

La figure ci dessous présente une présentation synthétique des résultats du test de blancheur des résidus de Ljung & Box.

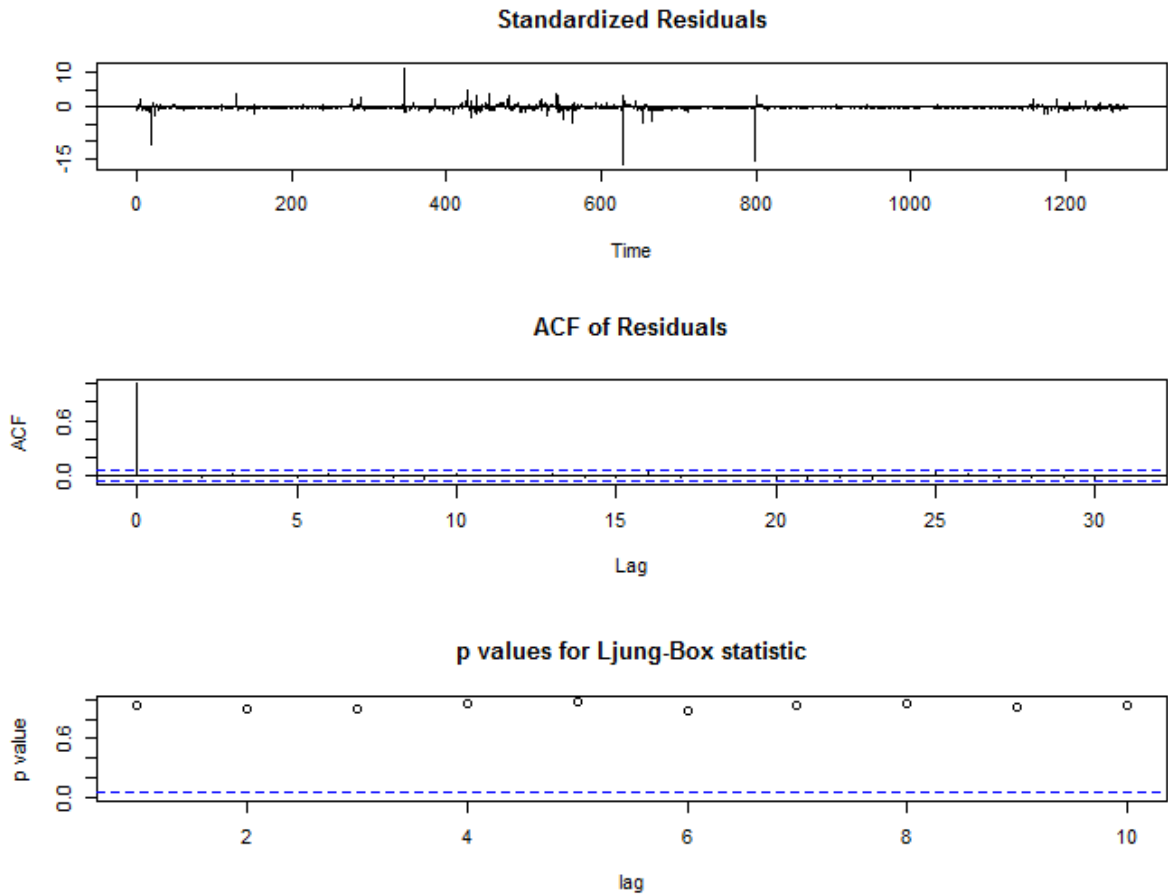


FIGURE 3.9 – Résultat synthétique du test de bruit blanc de Ljung & Box pour les résidus du modèle de risque de troisième ordre

La lecture de cette figure nous permet de valider cette modélisation puisque toutes p values du corrélogramme des résidus sont supérieures au niveau critique de 5%. Le graphe ci dessous présente, superposées, la série observé des chocs de troisième ordre et celle ajustée.

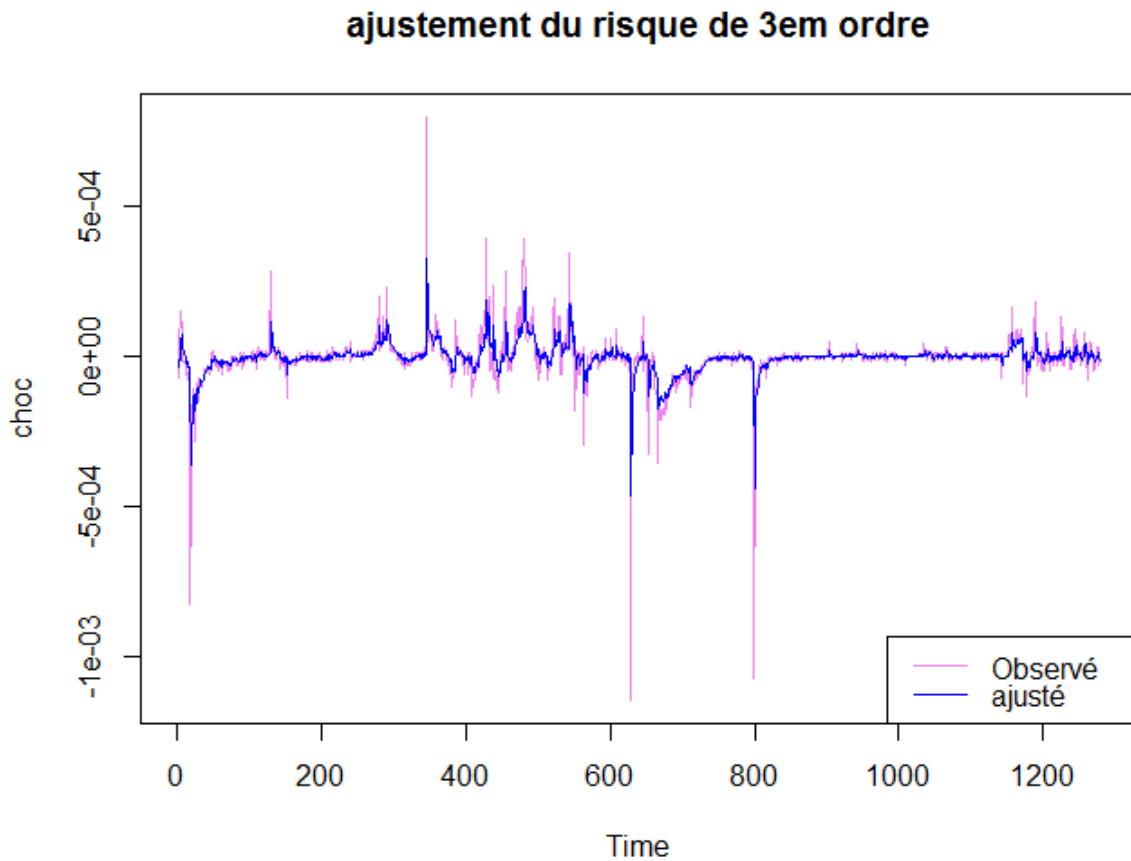


FIGURE 3.10 – Ajustement obtenu pour les chocs de troisième ordre

### 3.2.4 Récapitulatif des modèles de risque

Le tableau suivant récapitule les résultats des trois modélisations que nous avons faites. Nous présentons la forme analytique et les coefficients de chacun des modèle de risque de type 1,2, et 3. Nous présentons aussi une écriture compacte du modèle général des taux obtenus.

Modèle	Forme	Coef.
$\theta_1$	$a_t + \sum_{i=1}^3 \beta_i a_{t-1}$	$\beta_1 = 0.4561, \beta_2 = 0.2170,$ $\beta_3 = 0.1150$
$\theta_2$	$a_t + \sum_{i=1}^7 \beta_i a_{t-1}$	$\beta_1 = 0.4673, \beta_2 = 0.2417,$ $\beta_3 = 0.1702, \beta_4 = 0.1243,$ $\beta_5 = 0.0712, \beta_6 = 0.1100,$ $\beta_7 = 0.0859$
$\theta_3$	$\alpha_1 \theta_{t-1} + a_t + \beta_1 a_{t-1}$	$\alpha_1 = 1.1707, \alpha_2 =$ $-0.2243, \beta_1 = -0.7670$
général	$dr = \theta_1 * \lambda_1 * F_1 + \theta_2 * \lambda_2 * F_2 + \theta_3 * \lambda_3 * F_3 + \epsilon$	$\lambda_1 = 7.07, \lambda_2 = 6.34, \lambda_3 =$ $1.16,$

L'erreur totale du modèle<sup>1</sup> est sensiblement égale, en négligeant les autres facteurs, à la somme des erreurs de chaque sous-modèle pondérée suivant l'équation suivante :

$$\sigma_{total} \approx \sqrt{(\sigma_{\theta_1} \lambda_1 F_1)^2 + (\sigma_{\theta_2} \lambda_2 F_2)^2 + (\sigma_{\theta_3} \lambda_3 F_3)^2} \quad (3.3)$$

De plus puisque les résidus de chacun des sous modèles sont des bruits blancs gaussiens, nous pouvons dans l'avenir supposer que l'erreur d'estimation du modèle est normale, centrée sur zéro et d'écart-type  $\sigma_{total}$ .

### 3.2.5 Démarche de prévision sur la base de ce modèle

Le modèle que nous avons défini dans la section précédente nous a permis de décrire assez précisément la dynamique des fluctuations de la courbe de taux sur une journée. Nous allons, dans la suite, l'utiliser pour extrapoler le passé et ainsi obtenir une estimation des niveaux des taux du lendemain.

La démarche à suivre pour cela est la suivante :

1. Projeter les valeurs du jour sur les axes factoriels. On obtient ainsi une estimation des chocs subits par rapport à la veille.

1. Pour l'estimation du taux d'une maturité donnée

2. Intégrer les chocs ainsi obtenus dans les modèles des chocs pour estimer les chocs jusqu'au lendemain.
3. Estimer les niveaux des taux de la courbe ZC du lendemain en injectant les estimations des chocs obtenues à l'étape précédente

Le graphe suivant présente la prévision de la courbe de taux que nous avons construite en appliquant la démarche ci-dessus :

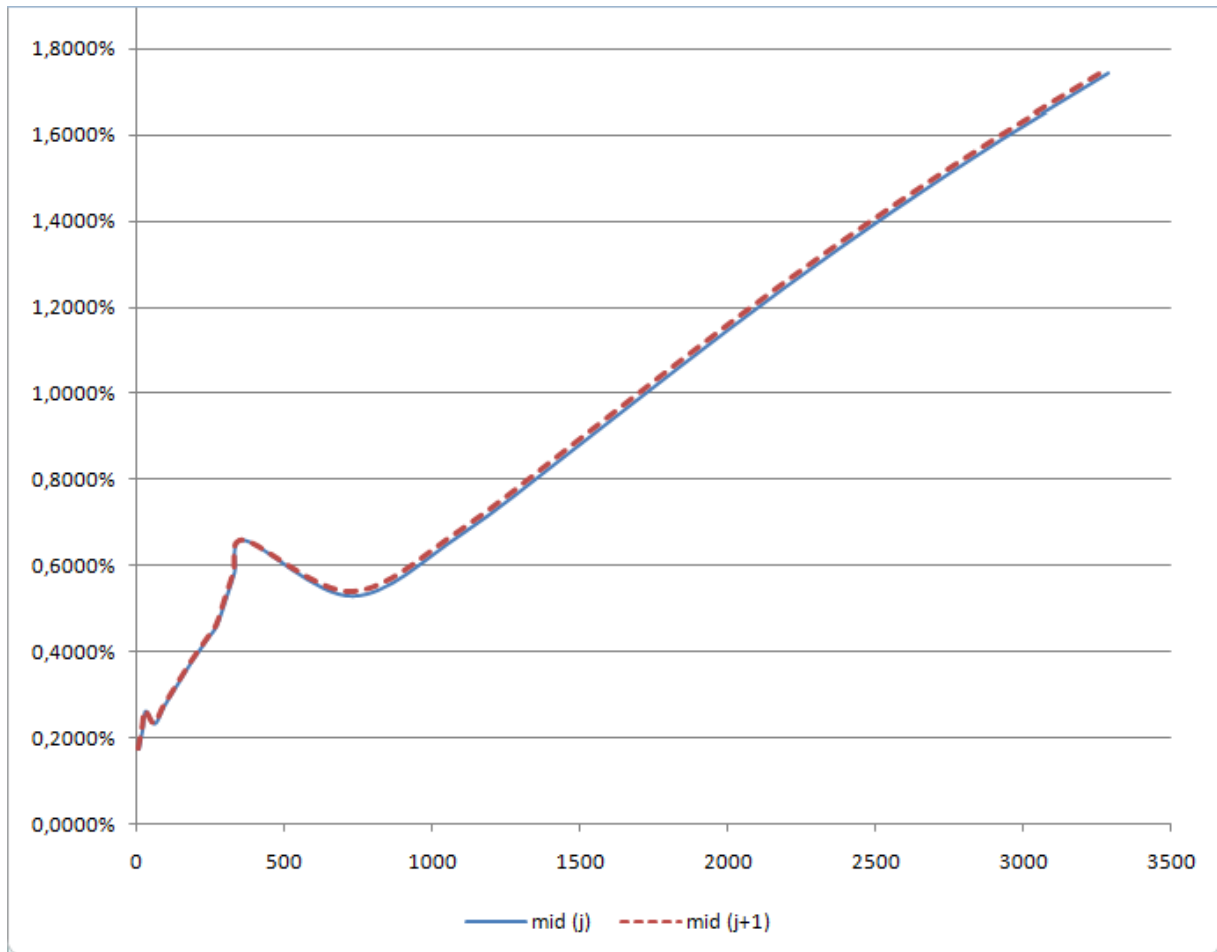


FIGURE 3.11 – Projection de la courbe ZC-EUR du 18/03/2014 (jour j) au 19/03/2014 (jour j+1)

## Calcul d'une V.a.R sur le portefeuille

Nous avons choisi de proposer deux indicateurs construits à partir de la VaR. Tous deux fournissent une information sur la valeur liquidative de la trésorerie de la banque au lendemain, c'est à dire la valeur de la trésorerie au lendemain si le trésorier décidait de solder toutes ces positions. Chacun de ces indicateurs fournit une information différente sur le niveau de risque sur la journée. Le premier est construit sur un raisonnement proche de celui de la sensibilité. Le second se fonde sur la prévision fournie par notre modèle de déformation de la courbe ZC.

### 4.1 Calcul de la VaR liquidative pour une tendance haussière générale

Si le trésorier anticipe une hausse générale des taux de la courbe, et que cette prévision s'avère exacte, il est peu probable qu'il constate effectivement une hausse de la même ampleur pour toutes les maturités. De plus, il est très probable que tous les taux de la courbe évoluent dans le même sens, même dans l'éventualité d'une tendance haussière de la ZC. Nous avons alors proposé de calculer la limite supérieure que la valeur liquidative ne dépassera probablement pas dans une hypothèse de hausse générale.

Nous avons supposé une hausse générale d'un point de base (*1 bp*). Dans ce cas, les gaps seront tous affectés proportionnellement d'un point de base. L'exposition du bilan à chacun des facteurs de risque que nous avons identifié s'écrit alors :

$$Exp_i = Niv_{1bp} F_i \lambda_i \quad (4.1)$$

où  $Niv_{1bp}$  est la fluctuation du gap pour une variation d'un point de base.

L'exposition de la balance aux trois types de risque est alors obtenue par la formule :

$$Exp = Niv_{1bp} \sum_{i=1}^3 F_i \lambda_i \quad (4.2)$$

La VaR à 75% de la variation journalière est alors donnée par

$$VaR_{\Delta V} = Niv_{1bp} \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i \lambda_i \phi(0, 75)} \quad (4.3)$$

et celle du portefeuille par

$$VaR_V = V_j + Niv_{1bp} \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i \lambda_i \phi(0, 75)} \quad (4.4)$$

où  $\phi(0, 75) \approx 0, 773$  est le quantile 75% de la loi normale centrée réduite, et  $Niv_{1bp}$  est le même que celui précédemment défini.

## 4.2 Calcul d'une VaR liquidative à partir de notre modèle

La VaR calculée dans la section précédente, peut être expliquée comme étant la variation maximale attendue à 75% si la courbe de taux subissait un choc d'un point de base sur chacun des facteurs. Ce nombre est totalement arbitraire. De plus, les facteurs ne subissent pas forcément le même choc. il nous a donc semblé plus pertinent de proposer un indicateur libéré de ces hypothèses.

En considérant l'estimation fournie par notre modèle comme valeur espérée pour le lendemain, on peut estimer les chocs qui interviendront sur la journée. Le niveau estimé de la courbe de taux sur la journée fournit une estimation de l'effet de ces chocs sur la ZC. La variation de la valeur du bilan est donc donnée par

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{gap_{max}} Niv \quad (r_{FRA}(j+1) - \hat{r}_{FRA}(j)) \quad (4.5)$$

On en déduit la formule de la VaR

$$VaR_{\Delta V} = V_j + \sigma_{modle} \phi(0, 75) \sum_{i=1}^{gap_{max}} Niv \quad (r_{FRA}(j+1) - \hat{r}_{FRA}(j)) \quad (4.6)$$

### 4.3 Lecture des résultats

Mesures de risque	
Marge dégagée (vision globale) :	0,066%
Variation à échéance pour un point de base :	-0,236 €
VaR pour 1bp de variation (valeurs à échéance) :	0,153 €
VaR liquidative (valeurs demain estimées) :	-0,175 €

FIGURE 4.1 – Mesures de risque introduites - tableau des indicateurs

Ci-dessus le panneau qui présente les indicateurs sur la santé de la trésorerie. On voit que la trésorerie dégagait au 18/03/2014 une rentabilité de 0,066% sur l'ensemble des positions prises.

Dans le cas d'un choc uniforme d'un point de base sur tous les facteurs, valeur de liquidative de la trésorerie diminuera de 0,236 million d'euro (soit 236 000 euros).

La VaR à 75% de la variation de valeur de la trésorerie entre le 18/03/2014 et le 19/03/2014 est de 153 000 euros.

Le scénario le plus probable selon notre modèle induirait une baisse 0,175 million d'euro (soit 175 000 euros). Ce résultat aussi est sur à 75%

### 4.4 Procédure de stress test

Afin de compléter notre vision du risque nous pouvons faire des stress-tests à l'aide des expositions marginales à chacun des trois facteurs de risque. La figure ci-dessous présente ces expositions.



Balance à échéance agrégée (Cumul direct)								
Echéancier (<)	Position	taux de sortie	A laisser	F1	F2	F3		
Sw	-250,05 €	0,446%	-0,42674 €	-0,003	0,018	-0,016		
2w	49,62 €	0,452%	0,33984 €	0,001	-0,004	0,003		
1m	30,71 €	-3,921%	0,45111 €	0,000	-0,003	0,001		
2m	43,55 €	0,352%	0,20748 €	0,001	-0,004	0,000		
3m	99,65 €	0,375%	0,41359 €	0,002	-0,009	-0,001		
6m	303,78 €	1,365%	3,23529 €	0,005	-0,028	-0,009		
9m	30,54 €	0,926%	0,66809 €	0,001	-0,003	-0,001		
1y	11,83 €	1,177%	0,16639 €	0,000	-0,001	0,000		
2y	-2,94 €	-1,108%	-0,03944 €	0,000	0,000	0,000		
3y	-1,40 €	0,000%	-0,00465 €	0,000	0,000	0,000		
4y	-1,36 €	0,000%	-0,00665 €	0,000	0,000	0,000		
5y	-1,32 €	0,000%	-0,00863 €	0,000	0,000	0,000		
6y	-32,43 €	0,000%	0,00000 €	-0,003	-0,001	0,000		
9y	-9,59 €	0,000%	-0,15988 €	-0,001	0,000	0,000		
Total				0,017	-0,225	-0,028		

FIGURE 4.2 – Mesures de risque introduites - expositions aux facteurs de risque

Sur cette figure, on lit par exemple que la position SW baisserait de 30 000 euro sur la journée après un choc d'un point de base sur le premier facteur de risque (risque de translation). De même, le bilan verrait sa valeur augmenter de 170 000 euros dans l'ensemble suite à ce même choc.

Pour mener les stress tests, il suffira donc de multiplier les sensibilité présentées dans ce tableau par des variations envisagées en fonction des scénarios.

Par exemple l'effet d'une tendance haussière générale des taux de près de 1%(choc de 1% sur F1) sur la position à une semaine(SW)serait une baisse de 3 000 000 euro, sur une journée. Dans un tel scénario, la trésorerie augmenterait pourtant de 17 000 000 d'euros.

## Valorisation des instruments de couverture

Dans ce chapitre, nous présentons les méthodes d'évaluation utilisées, ainsi que leurs pricers mis en place sous VBA-Excel. Notons que les professionnels du marché utilisent un intérêt linéaire à moins d'un an et un intérêt composé pour les maturités de plus d'un an. Nous avons respecté cette règle lors de notre étude.

### 5.1 Evaluation des FRA

Nous avons considéré un FRA dans lequel la banque populaire s'engage à prêter à une autre institution financière A à une date future  $t_1$  jusqu'à une autre date  $t_2$ . Nous utiliserons par la suite les notations suivantes :

- ▶  $r_g$  : le taux d'intérêt garanti par le contrat
- ▶  $L$  : le principal sur lequel porte le contrat
- ▶  $r_f$  : le taux forward pour la période séparant  $t_1$  et  $t_2$

La valeur du FRA à la date d'évaluation ( $t_0 = 8/03/2014$ ) est nulle si  $R_g = R_f$ . Pour calculer la valeur du FRA dans le cas où les taux  $r_f$  et  $r_g$  sont différents, on considère deux FRA sur le même principal : le premier promettant des intérêts au taux  $r_f$  et le second au taux  $r_g$ .

Les deux contrats sont identiques à l'exception du flux généré à la date  $t_2$ . La différence de valeur de ces deux contrats à la date d'évaluation est la valeur actuelle de la différence des flux engendrés. La valeur du FRA lorsqu'il s'agit d'un taux garanti  $r_g$  différent de  $r_f$  qui est reçu est :

- Si  $t_1$  et  $t_2$  sont des maturités de moins d'un an :

$$V_{FRA} = (r_g - r_f) \frac{t_2 - t_1}{365} \frac{1}{1 + \frac{r_2 \times t}{365}} \quad (5.1)$$

- Si  $t_1$  et  $t_2$  sont des maturités de plus d'un an :

$$V_{FRA} = \left[ (1 + r_g)^{\frac{t_2 - t_1}{365}} - (1 + r_f)^{\frac{t_2 - t_1}{365}} \right] (1 + R)^{-\frac{t}{365}} \quad (5.2)$$

où  $R_2$  est le taux zéro-coupon de maturité  $t_2$  vu à la date  $t_0$ .

Dans la cas où le taux garanti est payé, la valeur du FRA est l'opposée de celle énoncée précédemment. Ces formules nous ont permis de construire un pricer de FRA, sur Excel qui valorise un FRA.

Prenons l'exemple d'un FRA sur un principal d'un montant d'un million d'euro, avec un taux garanti de 0,4%, qui prend effet dans 3 mois pour une période de 6 mois (FRA 3X9). Notre pricer nous donne le résultat suivant :

PRICERS	
<b>FRA</b>	
Au 18/03/2014	
Devise:	EUR
Notionnel:	1 000 000,00
Taux:	0,400%
Départ:	18/04/2014
Fin:	18/06/2014
Prix:	<b>198,142</b>

FIGURE 5.1 – Capture de notre pricer de FRA

## 5.2 Évaluations de swaps

### 5.2.1 Évaluation des swaps de taux

L'évaluation d'un swap peut être assimilée, soit à celle d'un portefeuille d'obligations, soit à celle d'un portefeuille de FRA. Pour les deux cas<sup>1</sup>, nous avons utilisé la méthode de valorisation par les FRA.

Notre choix se justifie par le fait que la technique d'évaluation par les obligations est limitée à des swaps ayant un profil obligataire, c'est à dire à des swaps dont la branche fixe est standard, avec des coupons constants, régulièrement disposés dans le temps, et dont la branche variable est un taux de marché pur afin de pouvoir faire abstraction des coupons futurs. Ces contraintes ne tiennent pas compte d'un grand nombre d'opérations et rendent cette méthode peu fiable dans un contexte de gestion globale de portefeuille.

Pour pricer les swaps IRS, nous avons considéré les taux forward comme estimation des taux des périodes futures. Prenons l'exemple d'un swap, entre deux entreprises A et B, qui engage chacune des parties dans une série de six cash-flows. Considérons la position de l'entreprise A. Le premier échange de flux est connu à la date de négociation du swap et les cinq autres peuvent être analysés comme des FRA. On procède alors pour l'évaluation de notre swap de la façon suivante :

1. Pour chaque taux EURIBOR déterminant les cash-flows du swap, on calcule le taux forward correspondant.
2. On évalue chaque cash-flow en supposant que le taux EURIBOR futur sera le taux forward observé aujourd'hui.
3. La valeur du swap est la somme de ces cash-flows actualisés avec la courbe EURIBOR/swap.

Considérons un swap sur 100.000 euro garantissant un taux de 0,025% tel que la jambe fixe et la jambe variable aient la même périodicité (30 jours). Nous obtenons sur notre pricer de swaps de taux, le résultat présenté dans la figure ci-dessous :

---

1. Pour pricer les swaps de devise et les swaps de taux

PRICERS	
SWAP	
Au	18/03/2014
Devise :	USD
Notionnel :	100 000,00
Taux :	0,025%
Départ :	20/03/2014
Fin :	21/06/2014
Pér. Fixe :	30
Pér. Variable :	30
Prix	
746,64	

FIGURE 5.2 – Capture de notre pricer de Swaps de taux

## 5.2.2 Évaluation des swaps de devises

La particularité des swaps de devises est l'intégration de l'évolution du cours de change dans le calcul du mark-to-swap. La démarche consiste à décomposer le swap en une série de contrats forward.

Si nous prenons le cas où la fréquence d'échange des flux est supérieur à 365 jours, le calcul se fera selon trois étapes :

1. Le calcul des taux de change forward correspondant à chaque période d'échange de flux pour chaque période  $i$  d'évaluation des flux on calcule :  $tc_i = chg (1 + ZC_1 - ZC_2)^{\frac{i}{365}}$  avec  $tc_i$ , l'estimation du taux de change forward,  $ZC_1$  et  $ZC_2$  respectivement les taux  $ZC$  de la devise payée et de la devise perçue
2. L'évaluation de chaque échange comme un contrat forward à chaque période  $i$  :  $F_i = (P_2 \times r_2 \times tc_i - P_1 \times r_1)(1 + ZC_1)^{-\frac{i}{365}}$ , avec  $P_2$  et  $P_1$  respectivement le principal reçu et perçu,  $r_1$  et  $r_2$  respectivement le taux garanti par la devise perçue et reçue.

3. Dans le cas où il y a échange des principaux au début et à la fin du contrat, il faut également évaluer ces derniers flux comme des contrats forward.
4. La valeur du swap correspond à la somme de tous les contrats forward identifiés

Considérons, pour illustrer, une entreprise A qui a conclu un swap, de devises avec une autre entreprise B, à paiements annuels pour lequel elle reçoit 5% en EURO et paie 8% en USD. Les principaux sur lesquels portent le swap sont de 10 000 000 USD et 10 000 000 EUR. La durée résiduelle du swap est de 3 ans. Le taux de change à la conclusion du swap est de 0,7189. Le pricer Excel à partir de la formule nous donne le résultat suivants :

PRICERS			
SWAP - DEVISE			
Au		18/03/2014	
Devise payée :	EUR	Devise reçue :	USD
Principal payé :	100 000,00	Principal reçu :	100 000,00
Taux de change :	0,719		
Départ :	20/03/2014		
Fin :	20/03/2017		
		Prix	
		77,75	
Intérêt payeur :	0,00%	Intérêt receveur :	0,00%
Pér. Fixe :	365	Pér. Variable :	365

FIGURE 5.3 – Capture de notre pricer de Swaps de devises

### 5.3 Évaluation des options de taux européennes (caps et floor)

Pour pricer les options de taux, nous nous sommes servi du modèle de Black. Ce modèle est couramment utilisé par les professionnels du marché. Il a le grand avantage d'offrir une

solution analytique pour l'évaluation des options caps et floors.

Black décompose les caps en caplets, qui sont les cash-flows optionnels avenir. Il propose alors une valorisation des caplets et déduit la valeur du cap comme étant la somme des valeurs actuelles de ces caplets. L'hypothèse sous-jacente de ce modèle est que les taux ont une dynamique log normale.

La formule de Black pour la valorisation d'un caplet valide pour la période de  $t_k$  à  $t_{k+1}$  s'écrit :

$$Cap = L\delta_k P(0, t_{k+1}) [F_k \Phi(d_1) - R_K \Phi(d_2)] \quad (5.3)$$

avec  $L$  le principal,  $\delta_k = t_{k+1} - t_k$ ,  $F_k$  le taux forward pour la période  $k$ ,  $R_K$  le taux garanti,  $\Phi$  la fonction de répartition gaussienne standard,  $P(t, T)$  le prix d'une obligation de maturité  $T$  à la date  $t$ , et :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_k}{R_K}\right) + \frac{\sigma^2}{2} t_k}{\sigma_k \sqrt{t_k}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_k \sqrt{t_k}$$

Considérons, comme exemple, un cap constitué d'un seul caplet. Les caractéristiques de ce caplet sont spécifiées et son prix dans la figure ci-dessous. Cette figure est une capture de notre pricer Excel d'options de taux.

CAP - FLOOR - COLAR			
Au	18/03/2014		
Devise :	<input type="text" value="EUR"/>		
Notionnel :	<input type="text" value="1 000,00"/>		
Taux :	<input type="text" value="0,080%"/>		
Départ :	<input type="text" value="20/03/2014"/>		
Fin :	<input type="text" value="21/04/2014"/>		
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <th style="background-color: #4f81bd; color: white;">Prix</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center; font-size: 1.2em; font-weight: bold;">1,75</td> </tr> </table>	Prix	1,75
Prix			
1,75			

FIGURE 5.4 – Capture de notre pricer de caps et floor





## Calcul du portefeuille optimal

Comme nous l'avons expliqué dans la section 3.2.3, nous avons fait un rapprochement entre le choix de la meilleure combinaison des différentes solutions qui s'offrent au trésorier du DESK Monétaire, et le choix d'un investisseur qui compose un portefeuille d'investissement. La clé de ce rapprochement étant que le trésorier qui opte pour une couverture optionnelle passe d'un rôle de Hedger à celui de spéculateur.

Nous rappelons l'expression du problème d'optimisation<sup>1</sup> que nous devons résoudre :

$$\begin{aligned} \min \quad & (\omega' \Sigma \omega) \\ \text{s/c :} \quad & \omega' r \leq r_p \end{aligned} \quad (6.1)$$

où  $\omega$  est le vecteur des pondérations des actifs,  $\Sigma$  la matrice de variance-covariance des actifs,  $r$  et  $r_p$  respectivement le vecteur des rendements moyens et le niveau de rentabilité visé.

Si on pose :

$$\begin{aligned} \omega' &= (\omega_0; \omega_1) \\ r' &= (r_0; r_1) \\ \Sigma &= \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01} \\ \sigma_{01} & \sigma_1^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

où les grandeurs indicées par zéro sont relatives au choix 3 ("ne rien faire") et ceux indicés par un, relatifs au choix 2 ("acheter une option").

---

1. cf. l'équation 3.1, page 53

Alors on obtient comme solution à optimale de du système :

$$\omega_0 = Rp \frac{(r_0\sigma_1^2 - r_1\sigma_{01})}{r_0\sigma_1^2 + r_1\sigma_0^2 - 2r_0r_1\sigma_{01}} \quad (6.2)$$

$$\omega_1 = Rp \frac{(r_1\sigma_0^2 - r_0\sigma_{01})}{r_0\sigma_1^2 + r_1\sigma_0^2 - 2r_0r_1\sigma_{01}} \quad (6.3)$$

Il faut maintenant calibrer les différents paramètres de ces équations.

## 6.1 Calibrage des paramètres de l'optimum

### 6.1.1 Calibrage des paramètres du choix "ne rien faire"

Nous rappelons la formule du rendement excédentaire du choix 3 ("ne rien faire") que nous avons présenté à la section 3.2.3 :

$$r_{Mar} = r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j) \quad (6.4)$$

où  $r_{FRA}(j)$  le taux forward de la maturité considérée calculé le jour  $j$ .

L'espérance du rendement excédentaire du choix 3 ("ne rien faire") s'écrit alors comme :

$$\begin{aligned} E(r_{Mar}) &= E(r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)) \\ &= E(r_{FRA}(j+1)) - r_{FRA}(j) \\ &= r_{FRA}(\hat{j}+1) - r_{FRA}(j) \end{aligned} \quad (6.5)$$

La variance du rendement excédentaire de ce choix s'écrit de même :

$$\begin{aligned} Var(r_{Mar}) &= Var(r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)) \\ &= Var(r_{FRA}(j+1)) \\ &= \sigma_{total}^2 - r_{FRA}(j) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Nous avons utilisé notre modèle pour estimer  $\hat{r}_{FRA}(j+1)$ <sup>3</sup>

Pour la journée du 18/03/2014 nous avons obtenu les estimations présentées dans le tableau ci-dessous.

3. cf.

## 6.1.2 Calibrage des paramètres du choix "acheter une option"

La formule du rendement excédentaire du choix 2 ("acheter une option") que nous avons présenté à la section 3.2.3 :

$$r_{Opt} = \max [((r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)); 0] - prim \quad (6.7)$$

où  $r_{FRA}(j)$  le taux forward de la maturité considérée calculé le jour  $j$ , et  $prim$  la prime de l'option (en pourcentage du nominal)

Pour pouvoir déterminer l'espérance et la variance des rendements du choix 2 ("acheter une option"), nous avons utilisé l'hypothèse de normalité de l'erreur de prévision du modèle<sup>4</sup>. Sous cette hypothèse, le terme  $\max [((r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)); 0]$ , suit une distribution normale tronquée en zéro.

L'espérance du rendement excédentaire du choix 2 ("acheter une option") s'écrit alors comme :

$$\begin{aligned} E(r_1) &= E(\max [((r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)); 0] - prim) \\ &= E(\max [((r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)); 0]) - prim \\ E(r_1) &= (\mu + \sigma\lambda(\alpha)) - prim \end{aligned} \quad (6.8)$$

avec

$$\begin{aligned} \mu &= E((r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j))) &&= \hat{r}_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j) \\ \sigma &= Var((r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j))) &&= \sigma_{total} \\ \alpha &= \frac{(0 - \mu)}{\sigma} \\ \lambda &= \frac{\phi(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)} \end{aligned}$$

où  $\phi$  et  $\Phi$  sont respectivement la fonction de densité et la fonction de répartition d'une loi normale standard.

La variance du rendement excédentaire du même choix s'écrit de même, toujours sous

---

4. cf.

l'hypothèse de normalité de l'erreur du modèle, comme :

$$\begin{aligned}
 Var(r_1) &= Var(\max[(r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)); 0] - prim) \\
 &= Var(\max[(r_{FRA}(j+1) - r_{FRA}(j)); 0]) \\
 &= \sigma^2(1 - \delta(\alpha))
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

avec

$$\delta = \lambda(\alpha) [\lambda(\alpha) - \alpha]$$

où  $\lambda$ ,  $\sigma$  et  $\alpha$  sont ceux précédemment définis.

Pour la journée du 18/03/2014 nous avons obtenu les estimations présentées dans le tableau ci-dessous en nous servant des estimation de notre modèle pour évaluer  $\hat{r}_{FRA}(j+1)$  et de notre pricer d'options pour évaluer la prime.

## 6.2 Lecture des résultats

Portf. Optimal				
RIC	taux visée	FRA	OPTION	MARCHE
EURSWD	0,49%	99,5059%	0,3235%	0,1707%
EUR2WD	0,45%	99,5478%	-0,2326%	0,6848%
EUR3WD	1,23%	98,7668%	-0,2355%	1,4687%
EUR1MD	0,39%	99,6076%	-0,0839%	0,4764%
EUR2MD	0,35%	99,6478%	-0,0629%	0,4151%
EUR3MD	0,96%	99,0402%	-0,1052%	1,0650%
EUR4MD	1,50%	98,5041%	-0,6918%	2,1878%
EUR5MD	0,74%	99,2627%	-0,6690%	1,4063%
EUR6MD	1,24%	98,7552%	-0,0984%	1,3432%
EUR7MD	1,44%	98,5608%	1,1075%	0,3318%
EUR8MD	0,79%	99,2070%	0,3044%	0,4885%
EUR9MD	0,66%	99,3419%	0,0055%	0,6526%
EUR10MD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR11MD	1,65%	98,3500%	-0,0167%	1,6667%
EUR1YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR2YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR3YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR4YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR5YD	2,42%	97,5765%	0,0406%	2,3829%
EUR6YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR7YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%
EUR8YD	0,00%	100,0000%	0,0000%	0,0000%

FIGURE 6.1 – Répartition optimale par gap

Ce graphique représente les résultats obtenus par la résolution du programme de Markowitz.

Le taux visé est le rendement déduit des marges d'intérêts calculés à partir de nos gaps de trésorerie. Il représente le rendement à atteindre et pour lequel on calcule le portefeuille optimal.

Si nous prenons l'exemple de la maturité EUR5YD, pour une rentabilité visée de 2,42%, il serait intéressant de couvrir 97,57% de la position à l'aide de FRA, 0,0406% avec les options de taux et de laisser 2,3829% sur le marché.

Il faut noter que nous avons décidé pour notre étude de choisir le taux visé à hauteur de la marge d'intérêt, mais ce choix n'est pas unique, il dépend de l'appétit du trésorier pour le risque et de ses anticipations.

En effet on remarque que le taux visé peut être assimilé à la part que le trésorier dédie à la spéculation. Il est donc libre de fixé au niveau qu'il souhaite investir. Il devient alors intéressant de déterminer quel serait le niveau optimal de spéculation à adopter. Mais il s'agit là d'un but de spéculation,, qui diffère du notre qui est le Hedging du risque de taux.

## Synthèse

### 7.1 La démarche proposée

Nous présentons, ci-dessous, synthétiquement la démarche de couverture que nous proposons :

1. **Calculer les gaps**
2. **Calculer la durée des placements et celles des emprunts.**
3. Si l'écart entre ces deux durées est trop élevé (15 jours par exemple), **acheter un FRA sur les placements et vendre un FRA sur les emprunts**. Les nominaux de ces FRA sont respectivement le montant des placements et celui des emprunts. Leurs dates d'échéances sont respectivement la durée des placements et celle des emprunts.
4. **Déterminer le montant que le trésorier est prêt à miser sur les marchés pour chaque gap**. Le trésorier pourrait se servir des indicateurs proposés (prévision du modèle, VaR et durée) pour évaluer le niveau de risque sur chaque gap. Il doit également respecter les limites fixées par le risque.
5. **Acheter la couverture proposée par l'application**

### 7.2 Apports de notre travail

Nous avons essayé de proposer un outil de d'aide à la décision qui aiderait le trésorier dans sa mission de couverture du risque de taux. Tout au long de notre travail, nous avons essayé de proposer des solutions simples et rapides à calculer, aux questions d'un trésorier qui veut se

couvrir contre le risque de taux.

Nous avons identifié un risque résiduel, non-capté par les gaps. Nous avons alors proposé l'introduction d'un calcul de duration pour les emprunts et pour les placements. En réduisant l'écart entre ces deux durations pour chaque gap, le trésorier pourra réduire le risque de taux lié à un trop grand décalage entre les emplois fixes et leurs ressources fixes.

Nous avons ensuite proposé le calcul de deux VaR complémentaires. La première, qui se rapproche assez de la sensibilité, permettra aux trésoriers de la salle de marché de pouvoir avoir une idée probabilisée sur les variations de la valeur liquidative de la trésorerie pour un certain nombre de scénarios. Elle permet en outre de réaliser des stress-tests sur la balance. La seconde, fournit une indication sur la variation raisonnablement envisageable sur la journée. Elle s'appuie sur un modèle économétrique que nous avons calibré sur un historique de cinq ans.

Nous avons proposé une solution au choix difficile du trésorier qui balance entre garantir la marge de rentabilité de son bilan et créer de la rentabilité supplémentaire en pariant sur l'évolution des marchés. Pour ce faire, nous avons fait un rapprochement entre la théorie de Markowitz et le cas du trésorier. La solution optimale que nous avons obtenue décompose le choix de notre trésorier en deux étapes : le choix du montant misé sur les marchés, puis dans un second temps, la composition d'une couverture optimale contre le risque de taux. Bien que notre solution ne fournisse pas clairement une réponse à la première question (Combien misé ?), elle a le mérite de répondre simplement à la deuxième (Comment couvrir le risque de taux sur le choix d'investissement fait ?).

En marge de ces résultats principaux, notre a aussi débouché sur la construction d'un fichier qui permet la valorisation des produits de couverture du risque de taux les plus couramment utilisés au sein du desk trésorerie. Ce pricer fonctionne sur trois devises (EUR, USD et MAD). Il fournit également une évaluation des taux forward de ces trois devises.



# Conclusion

## Conclusion

Notre objectif premier était de proposer une démarche optimale de couverture des Gaps de trésorerie dans une optique de gestion du risque de taux. Nous pensons, au terme de cette étude, avoir répondu d'une manière assez satisfaisante à ce besoin.

A travers cette étude, nous avons pu nous familiariser avec les notions plus importantes des marchés financiers, notamment tout l'univers des taux d'intérêt, thème central de notre travail.

Analyser divers types de modèles, nous a permis d'enrichir notre culture du sujet et de nous faire une idée plus précise du ou des modèles de taux les plus adaptés aux besoins d'un gestionnaire de risque.

Nous avons, procédé à une étude historique des variations des taux qui nous a permis de résumer les mouvements de la courbe des taux, grâce à une ACP, en trois principaux facteurs : un effet de pente, un effet de courbure et un effet de niveau. Nous avons ainsi obtenu une vision certes simplifiée, mais assez claire des différentes sources de risque liés à la structure par terme des taux d'intérêt.

Cette vision nous a permis de modéliser les mouvements de la courbe de taux. Le modèle défini nous a permis d'une part de décrire la dynamique des fluctuations de la courbe de taux sur un horizon d'une journée, et surtout d'obtenir une idée assez précise du niveau des taux du lendemain d'autre part.

Nous avons par la suite introduit des mesures de risque de taux, et présenté des instruments et stratégies de couverture du dit risque à partir d'instruments dérivés de taux simples (swaps de taux, de devises, FRA et les options de taux : le cap et le floor). Nous avons en outre mis en place des les pricers de ces instruments qui permettent d'estimer leurs valeurs marked to market.

---

Enfin nous avons proposé un portefeuille optimal sur la base du modèle de Markowitz, qui nous a permis de déterminer les parts de position à allouer à chaque instrument dérivé pour allier au mieux hedging et création de rentabilité.

La démarche de couverture sur laquelle nous avons abouti et que nous avons proposé est adapté au fonctionnement du DESK trésorerie. Elle nous donne une solution au jour le jour qui tient compte des appétits du trésorier et des limites fixées par le risque.

Toutefois, nous sommes aussi conscient qu'il ne s'agit que d'une solution partielle. Notre recherche a en effet été rendu complexe par le manque de documentation détaillée sur certains point-clés. De plus le temps a joué en notre défaveur. Il s'agissait, en effet, d'une question très complexe.

Nous laissons donc un sujet fort intéressant avec beaucoup d'extensions possibles. Toutefois, dans l'immédiat, deux sujets d'extension semblent se démarquer des autres. Il s'agit, en premier lieu, de la détermination du niveau optimal prise de risque ( $R_p$ ) pour un trésorier qui voudrait miser sur les marchés. Cette question nous apparut pertinente, mais sortait du cadre d'une démarche de hedging. Il s'agit dans un second temps de la question de la stabilisation de l'optimum sur des horizons plus larges (la semaine ou le mois par exemple). Malgré le grand intérêt de ce sujet, nous avons dû l'éviter faute de temps.

Nous espérons donc que ce modeste travail pourra servir de base à des recherches futures sur les sujets en suspend.

---

## **BIBLIOGRAPHIE**

### LIVRES

GILLOT P., PION D. (1991), Le Nouveau Cambisme : Guide des Operations de Change et de Tresorerie, 1ère édition, ESKA collection Economie Comtemporaine

HULL J. (2004), Options, futures et autres actifs dérivés, 5ème édition, Pearson Education

LE VALLOIS F., PALSKEY P., PARIS B., TOSETTI A. (2003), Gestion Actif Passif en Assurance Vie : Reglementation, Outils, Methodes, 1ère édition, Economica collection Assurance Audit Actuariat

PONCET P., PORTAIT R. (2012), Finance de Marché : Instruments de Base, Produits Derivés, Portefeuilles et Risques, 3ème édition, Dalloz-Sirey collection DZ.GESTION

### MEMOIRES

WILHELMY F., Analyse des modèles de taux d'intérêts pour la gestion actif-passif, ISFA LYON (2005)

GHIEU G., Gestion Actif-Passif Méthodologie et application au Livret A, Thèse professionnelle Master Spécialisé Finance (2003)

### COURS

CHAOUBI A., «Analyse des Données», Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée de Rabat (2012)

MARRI F., «Series Chronologiques», Institut National de Statistique et d'Economie Appliquée de Rabat (2012)

### SITES INTERNET

---

[www.fimarkets.com](http://www.fimarkets.com)  
[www.RessourcesActuarielles.com](http://www.RessourcesActuarielles.com)